

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
GEOFÍSICA

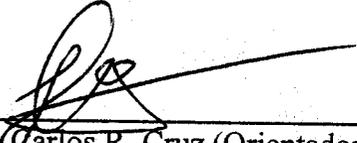
MIGRAÇÃO COM AMPLITUDE VERDADEIRA EM MEIOS
BIDIMENSIONAIS (2-D) E INTRODUÇÃO AO CASO 2,5-D

TESE APRESENTADA POR
JAIME ANTONIO URBAN

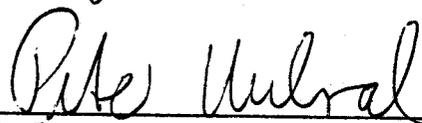
COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE
MESTRE EM CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

Data de Aprovação: / /1999

COMITÊ DE TESE:



Dr. João Carlos R. Cruz (Orientador)



Dr. Peter Hubral



Dr. Jörg Schleicher

BELÉM
1999

À memória de

Francisco Romano Urban, meu pai.

AGRADECIMENTOS

Ao CPGf/UFPa e a todo corpo docente, técnico e administrativo por terem propiciado os meios para realização deste trabalho.

Ao CNPq pelo suporte financeiro enquanto bolsista.

Ao meu orientador, Prof. Dr. João Carlos R. Cruz, por ter sugerido o tema desta tese e pelo apoio dispensado durante a sua realização.

Aos membros da banca examinadora, Professores Dr. Peter Hubral e Dr. Jörg Schleicher pela paciência na correção deste texto e pelas sugestões para aprimoramento do trabalho.

Aos colegas do curso, especialmente German, Paulo e Cícero, pela convivência agradável e gratificante e à amiga Isabel pelo apoio nos momentos mais difíceis.

À Ana pelo carinho e compreensão nos momentos de dificuldade e à Gabriela por ter suportado, à custa de bastante choro, as minhas horas de ausência durante a realização deste trabalho.

À minha mãe, Alice, por seu esforço e dedicação para que eu pudesse estudar.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	i
AGRADECIMENTOS	ii
SUMÁRIO	iii
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	v
RESUMO	1
ABSTRACT	2
1 - INTRODUÇÃO	3
2 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS	5
2.1 MODELO SÍSMICO 2-D	5
2.2 CONFIGURAÇÕES DE MEDIDA	5
2.3 FÓRMULAS BÁSICAS	7
2.3.1 Sistema de coordenadas centrado no raio	7
2.3.2 Equação da onda elástica	8
2.3.3 Solução assintótica	9
2.3.4 Equações eiconal e de transporte	9
2.3.5 Sistema de equações do raio	10
2.3.6 Tempo de trânsito paraxial	11
2.3.7 Espalhamento geométrico	12
2.3.8 Deslocamento de fase devido a cáusticas	13
2.3.9 Decomposição do Espalhamento Geométrico	14
3 - TEORIA DA MIGRAÇÃO DE DADOS 2-D COM AMPLITUDE VERDADEIRA	15
3.1 FATORES QUE AFETAM A AMPLITUDE DAS REFLEXÕES SÍSMICAS	15
3.2 O QUE É AMPLITUDE VERDADEIRA?	15
3.3 MIGRAÇÃO COM AMPLITUDE VERDADEIRA	17
3.3.1 Obtenção da equação integral com núcleo oscilatório	19
3.3.2 Solução assintótica	19
3.3.3 Obtenção da função peso	20

3.3.4	Fórmula final de migração	21
3.3.5	Forma da função peso nas principais configurações de processamento sísmico	22
3.3.6	Análise da forma do sinal	24
3.4	EMPILHAMENTO MÚLTIPLO	27
4	IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO E TESTES COM DADOS SINTÉTICOS	28
4.1	ALGORITMO DE MIGRAÇÃO COM AMPLITUDE VERDADEIRA	28
4.1.1	Efeito alias na migração	28
4.2	GERAÇÃO DE DADOS SINTÉTICOS	29
4.3	TESTES COM DADOS SINTÉTICOS	29
4.3.1	Refletor horizontal	30
4.3.2	Análise da distorção do sinal	37
4.3.3	Coeficientes de reflexão complexos	40
4.3.4	Dados de afastamento nulo	44
4.3.5	Dados com ruído	45
4.3.6	Empilhamento múltiplo	48
5	MIGRAÇÃO COM AMPLITUDE VERDADEIRA 2,5-D	53
5.1	MODELO SÍSMICO 2,5-D	53
5.2	TEORIA DA MIGRAÇÃO COM AMPLITUDE VERDADEIRA 2,5-D	54
5.2.1	Função peso 2,5-D	55
5.3	TESTE COM DADOS SINTÉTICOS	56
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	60
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62
	APÊNDICE	64
	APÊNDICE - DECOMPOSIÇÃO DE H_F EM TERMOS DOS DOIS RAMOS DO RAIO	65

LISTA DE ILUSTRAÇÕES FIGURAS

- Figura 2.1 Modelo sísmico 2-D. A trajetória de uma reflexão primária, na aproximação de altas frequências, é dada pelo raio SRG , sendo identificados na figura os seus dois ramos SR e RG 6
- Figura 2.2 Sistema de coordenadas centrado no raio na vizinhança de um raio Ω . As coordenadas centradas no raio de um ponto O'_i são dadas pelo par ordenado (q, l) 8
- Figura 3.1 Fatores que afetam a amplitude das reflexões sísmicas (Adaptado de Sheriff, 1975) 16
- Figura 3.2 Modelo 2-D de um meio não homogêneo com um refletor R . A reflexão primária compressional P_G em G para uma fonte linha em S é descrita pelo raio SRG . O raio IR é o raio imagem para o ponto R . A migração com amplitude verdadeira no domínio do tempo move a reflexão primária original P_G , após aplicar correção de amplitude, para a reflexão P_I localizada no tempo duplo do raio imagem IR . A migração na profundidade posiciona o sinal com amplitude verdadeira P_I no ponto R 17
- Figura 3.3 Curvas de tempo de trânsito de reflexão (σ_R) e de difração (σ_D) para diferentes escolhas do ponto M para uma configuração de afastamento comum. (a) M coincide com um ponto de reflexão R . Neste caso as duas curvas são tangentes. (b) O ponto M não está situado sobre o refletor. Neste caso não há ponto de tangência. (Adaptado de Schleicher et al, 1993) 18
- Figura 3.4 (a) Esquema da migração por empilhamento de difrações. Quando o ponto $M(x_o, z)$ é levemente deslocado verticalmente do ponto de reflexão especular $R(x_o, z_o)$, a curva de difração correspondente $\tau_D(M, \xi)$ é deslocada no tempo por uma certa quantidade $\Delta\tau$. (b) Vista detalhada de porção da figura (a) com detalhes nos raios e ângulos próximo do ponto R . (Adaptado de Tygel et al, 1994) 25

Figura 4.1	Modelamento sísmico pela teoria do raio usando o programa SEIS88 (Červený & Pšenčík, 1988). (a) Modelo constituído por duas camadas com velocidades constantes a saber, 5 Km/s e 6 Km/s respectivamente onde foram traçados 75 raios na configuração fonte comum com espaçamento de 50 m entre os receptores; (b) seção sísmica sintética. Foi utilizada a função Gabor com frequência dominante de 40 Hz como pulso da fonte, e os traços possuem intervalo de amostragem de 1 ms.	31
Figura 4.2	Seção sísmica analítica. Em (a) tem-se a parte real e em (b) a parte imaginária (transformada de Hilbert da parte real).	32
Figura 4.3	Seção sísmica após a aplicação do filtro de derivada de meio tempo anti-causal. (a) Parte real. (b) Parte imaginária.	33
Figura 4.4	(a) Ponto difrator de coordenadas (1.4,2.5) localizado sobre o refletor, neste caso, a curva de tempo de trânsito de difração (curva de Huygens) é tangente à curva de tempo de trânsito de reflexão, como se pode verificar em (b) e (c) onde é apresentada a seção sísmica filtrada (partes real e imaginária) juntamente com a curva de Huygens.	34
Figura 4.5	(a) Ponto difrator de coordenadas (2,2.3) não localizado sobre o refletor, neste caso, a curva de tempo de trânsito de difração (curva de Huygens) não é tangente à curva de tempo de trânsito de reflexão, como se pode verificar em (b) e (c) onde é apresentado a seção sísmica filtrada (partes real e imaginária) juntamente com a curva de Huygens.	35
Figura 4.6	Seções migradas. (a) Parte real; (b) parte imaginária.	36
Figura 4.7	A linha pontilhada representa o valor teórico, e a linha cheia representa o valor retirado das seções migradas.	38
Figura 4.8	Sinal da fonte e sua transformada de Hilbert comparado com a forma do sinal após o empilhamento de difrações modificado (parte real e parte imaginária). Verifica-se que o empilhamento de difrações modificado preserva a forma do sinal da fonte.	39
Figura 4.9	Dados sintéticos normalizados. A normalização foi feita para permitir melhor visualização do efeito de alongamento do sinal verificado na migração em profundidade desta seção.	40
Figura 4.10	(a) Seção migrada na profundidade. Cada traço está normalizado pelo seu valor máximo, de modo a permitir melhor visualização do efeito de alongamento do pulso. (b) Comparação entre o comprimento do pulso determinado a partir da seção migrada da Figura 4.10(a) e o resultado predito pela teoria.	41

Figura 4.11	Modelamento sísmico usando o pacote SEIS88 (Červený & Pšenčík, 1988). (a) Modelo sísmico composto de duas camadas separadas por uma interface curva. A velocidade da onda P nas camadas superior e inferior é de 5 Km/s e 10 Km/s respectivamente. Foram traçados raios na configuração de fonte comum, sendo o sismograma sintético resultante mostrado em (b).	42
Figura 4.12	Seções migradas no domínio da profundidade. (a) Parte real. (b) Parte imaginária.	43
Figura 4.13	Coefficientes de reflexão. Linha cheia: obtido a partir das seções migradas com amplitude verdadeira. Linha pontilhada: valor exato.	44
Figura 4.14	(a) Modelo com duas camadas com velocidades de 2,5 Km/s e 3,0 Km/s, respectivamente, separadas por uma interface curva. Raios traçados a partir de 49 pares fonte-receptor na configuração de afastamento nulo com afastamento de 25 m entre cada par fonte-receptor, Sem considerar cáusticas. A figura não está em escala, há exagero na vertical. (b) Sismograma sintético, onde foi utilizada como fonte a função Gabor com frequência dominante de 50 Hz. Os traços possuem intervalo de amostragem de 2 mS.	46
Figura 4.15	Seção migrada no domínio da profundidade.	47
Figura 4.16	Coefficientes de reflexão. Linha cheia: obtido a partir da seção migrada com amplitude verdadeira. Linha pontilhada: valor exato.	47
Figura 4.17	Dados com ruído. O ruído foi adicionado de tal modo que a amplitude máxima do ruído não ultrapassa em 20 % a amplitude máxima dos dados.	48
Figura 4.18	Dados migrados no domínio da profundidade. (a) Parte real. (b) Parte imaginária.	49
Figura 4.19	Coefficientes de reflexão. Linha cheia: valores obtidos a partir da migração com amplitude verdadeira. Linha tracejada: valor exato. (a) Parte real. (b) Parte imaginária.	50
Figura 4.20	Linha cheia: posição do receptor em função da abscissa do ponto refletor obtido a partir do empilhamento duplo. Linha tracejada: valor exato.	51
Figura 4.21	Linha cheia: ângulo de reflexão em função da abscissa do ponto refletor obtido a partir do empilhamento duplo. Linha pontilhada: valor exato do ângulo de reflexão.	52

Figura 4.22	Linha cheia: coeficiente de reflexão em função do ângulo de reflexão obtido a partir do empilhamento duplo juntamente com a migração com amplitude verdadeira. Linha pontilhada: valor exato.	52
Figura 5.1	Dados 2,5-D com ruído. O ruído foi adicionado de tal modo que sua amplitude máxima não ultrapassa em 20% a amplitude dos dados. . .	57
Figura 5.2	Seções migradas. (a) Parte real. (b) Parte imaginária.	58
Figura 5.3	(a) Parte real do coeficiente de reflexão. A linha cheia corresponde às amplitudes retiradas da seção migrada com amplitude verdadeira (Figura 5.2a) e a linha tracejada é o valor exato do coeficiente de reflexão. (b) O mesmo que em (a), só que para a parte imaginária do coeficiente de reflexão.	59

RESUMO

Nos últimos anos tem-se verificado através de várias publicações um interesse crescente em métodos de migração com amplitude verdadeira, com o objetivo de obter mais informações sobre as propriedades de refletividade da subsuperfície da terra. A maior parte desses trabalhos tem tratado deste tema baseando-se na aproximação de Born, como em Bleistein (1987) e Bleistein et al. (1987), ou na aproximação do campo de ondas pela teoria do raio como Hubral et al. (1991), Schleicher et al. (1993) e Martins et al (1997).

Considerando configurações arbitrárias de fontes e receptores, as reflexões primárias compressionais podem ser imageadas em reflexões migradas no domínio do tempo ou profundidade de tal modo que as amplitudes do campo de ondas migrado são uma medida do coeficiente de reflexão dependente do ângulo de incidência. Para realizar esta tarefa, vários algoritmos têm sido propostos nos últimos anos baseados nas aproximações de Kirchhoff e Born. Essas duas abordagens utilizam um operador integral de empilhamento de difrações ponderado que é aplicado aos dados da seção sísmica de entrada. Como resultado obtém-se uma seção migrada onde, em cada ponto refletor, tem-se o pulso da fonte com amplitude proporcional ao coeficiente de reflexão naquele ponto. Baseando-se na aproximação de Kirchhoff e na aproximação da teoria do raio do campo de ondas, neste trabalho é obtida a função peso para modelos bidimensionais (2-D) e dois e meio dimensionais (2,5-D) que é aplicada a dados sintéticos com e sem ruído. O resultado mostra a precisão e estabilidade do método de migração em 2-D e 2,5-D como uma ferramenta para a obtenção de informações importantes da subsuperfície da terra, que é de grande interesse para a análise da variação da amplitude com a afastamento (ângulo).

Em suma, este trabalho apresenta expressões para as funções peso 2-D e 2,5-D em função de parâmetros ao longo de cada ramo do raio. São mostrados exemplos da aplicação do algoritmo de migração em profundidade a dados sintéticos 2-D e 2,5-D obtidos por modelamento sísmico através da teoria do raio usando o pacote Seis88 (Červený e Pšenčík, 1988) e os resultados confirmaram a remoção do espalhamento geométrico dos dados migrados mesmo na presença de ruído. Testes adicionais foram realizados para a análise do efeito de alongamento do pulso na migração em profundidade (Tygel et al., 1994) e a aplicação do empilhamento múltiplo (Tygel et al., 1993) para a estimativa de atributos dos pontos de reflexão - no caso o ângulo de reflexão e a posição do receptor.

ABSTRACT

In the recent past years we have seen through various published papers an increasing interest in true amplitude migration methods, in order to obtain more informations about the reflectivity properties of the earth subsurface. The most part of these works has treated of this thema either based on Born approximation as given by Beistein (1987) and Bleistein et al. (1987), or on ray theoretical wavefield approximation as given by Hubral et al. (1991), Schleicher et al. (1993) and Martins et al. (1997).

By considering arbitrary source-receiver configurations the compressional primary reflections can be imaged into time or depth-migrated reflections so that the migrated wavefield amplitudes are a measure of angle-dependent reflection coefficients. In order to do this various migration algorithms were proposed in the recent past years based on Born or Kirchhoff approach. Both of them treats of a weighted diffraction stack integral operator that is applied to the input seismic data. As result we have a migrated seismic section where at each reflector point there is the source wavelet with the amplitude proportional to the reflection coefficient at that point. Based on Kirchhoff approach, in this thesis we derive the weight function and the diffraction stack integral operator for the two dimensional (2-D) and for the two and one half (2.5-D) seismic model and apply it to a set of synthetic seismic data in noise environment. The result shows the accuracy and stability of the 2-D and 2.5-D migration methods as a tool for obtaining important informations about the reflectivity properties of the earth subsurface, which is of great interest for the amplitude versus offset (angle) analysis.

In summary, we present an expressions for the 2-D and 2.5-D weights as a function of parameters along each ray branch of the in-plane trajectory. Moreover, we show examples of application of the true-amplitude depth migration algorithm to synthetic seismic data obtained by ray theory seismic modeling using the Seis88 package (Červený e Pšenčík, 1988), in order to make a numerical analysis and to verify the stability and accuracy of the algorithm. The results confirmed the removal of the geometrical spreading from migrated data, even in presence of noise. Additional tests were performed for pulse distortion analysis in depth migrated sections (Tygel et al., 1994) and to obtain reflection points attributes by multiple diffraction stack (Tygel et al., 1993).

1 - INTRODUÇÃO

Hubral et al (1991), utilizando a teoria do raio, desenvolveram um algoritmo de migração que corrige o espalhamento geométrico de seções sísmicas com afastamento nulo. Esse processo foi estendido para diferentes configurações de processamento por Schleicher et al (1993). O presente trabalho visa particularizar e testar a teoria desenvolvida pelos últimos autores para dados de levantamentos sísmicos bidimensionais.

A idéia central da teoria que será apresentada é a determinação de uma função peso a ser inserida na integral que representa o processo de migração. A função peso é escolhida de modo que os traços sísmicos resultantes da migração apresentem amplitude verdadeira, ou seja, que o efeito do fator espalhamento geométrico seja removido.

O método foi implementado para dados sintéticos 2-D gerados com o pacote seis88 (Červený & Pšeničik, 1988) nas configurações fonte comum, afastamento comum e afastamento nulo e os resultados comprovaram a remoção do efeito do espalhamento geométrico dos dados migrados, sendo satisfatórios mesmo na presença de ruído.

A apresentação deste trabalho foi dividida em 6 capítulos da seguinte forma:

- 1) Introdução;
- 2) Fundamentos teóricos: revisão da teoria do raio em meios bidimensionais;
- 3) Migração com amplitude verdadeira 2-D: nesse capítulo é explicado o significado da expressão *amplitude verdadeira* utilizada neste trabalho, sendo apresentada a teoria da migração com amplitude verdadeira de dados 2-D. Neste capítulo o efeito de alongamento do sinal na migração em profundidade é estudado tomando-se como referência o artigo de Tygel et al. (1994). Também é estudado o processo de empilhamento múltiplo, a partir do qual é possível a obtenção de diversos atributos do raio refletido;
- 4) Testes com dados sintéticos: desenvolvimento de um algoritmo de migração com amplitude verdadeira e sua aplicação a dados sintéticos 2D, onde é confirmada a remoção do espalhamento geométrico e é analisado o efeito de alongamento do sinal migrado o processo de empilhamento múltiplo é utilizado na determinação do ângulo de incidência no refletor, o que permite determinar a variação da amplitude com o ângulo de incidência;

- 5) Migração com amplitude verdadeira 2,5-D: apresentação da teoria da migração com amplitude verdadeira em meios 2,5-D e testes com dados sintéticos;
- 6) Conclusões e sugestões.

Os testes realizados apresentaram resultados satisfatórios, sendo confirmada a remoção do efeito do espalhamento geométrico dos dados migrados nas duas geometrias (2-D e 2,5-D) mesmo na presença de ruído. A aplicação do empilhamento múltiplo permitiu a obtenção precisa do ângulo de incidência no refletor, o que possibilita a análise da variação da amplitude com o ângulo de incidência.

2 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo são apresentados os fundamentos matemáticos da teoria do raio em meios bidimensionais, que é utilizada nos capítulos subsequentes para o modelamento direto e obtenção de dados sintéticos e como representação matemática dos dados. A teoria do raio tem por base a aproximação da solução da equação da onda elástica através da utilização de uma série assintótica, sendo esta aproximação tanto mais exata quanto mais alto for a frequência do campo observado ou, em outras palavras, que o comprimento de onda seja pequeno quando comparado às dimensões características do meio.

2.1 MODELO SÍSMICO 2-D

Neste capítulo é usado um sistema Cartesiano geral de coordenadas com o vetor posição $\mathbf{x} = (x, z)$. A componente x tem a mesma direção da linha sísmica na superfície da terra, considerada plana. É assumido que a subsuperfície é descrita por um modelo de camadas isotrópicas estratificado. Cada camada é constituída por um campo de velocidade $v = v(\mathbf{x})$ tendo curvas suaves como limites superior e inferior. Considera-se também que existem somente reflexões primárias P-P com pares fonte-receptor (S, G) dados por

$$x_S = x_S(\xi), \quad x_G = x_G(\xi), \quad (2.1)$$

onde ξ é um parâmetro na superfície que identifica a posição de um par fonte-receptor.

A trajetória das reflexões primárias de alta frequência é então descrita por um raio que parte da fonte em S , atinge o refletor Σ_r no ponto de reflexão R , e retorna a superfície da terra em G , o raio SRG (Figura 2.1).

2.2 CONFIGURAÇÕES DE MEDIDA

Conforme a equação (2.1), a posição de um par fonte-receptor é especificada por um único parâmetro, no caso ξ . Para qualquer configuração de medida especificada (Schleicher et al, 1993), em duas dimensões,

$$x_S = x_{S_0} + \Gamma_S(\xi - \xi_0), \quad x_G = x_{G_0} + \Gamma_G(\xi - \xi_0), \quad (2.2)$$

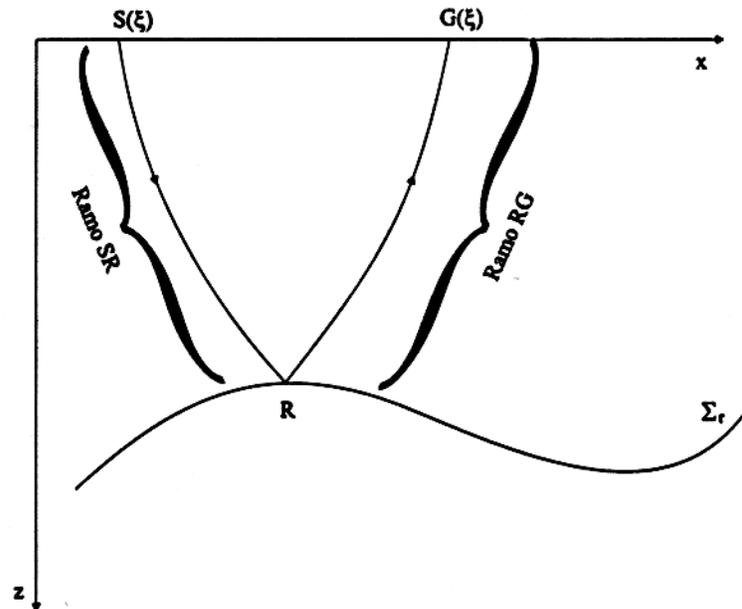


Figura 2.1 - Modelo sísmico 2-D. A trajetória de uma reflexão primária, na aproximação de altas frequências, é dada pelo raio SRG , sendo identificados na figura os seus dois ramos SR e RG .

em que x_{S_0} e x_{G_0} são coordenadas de um par fonte-receptor fixo definido por $\xi = \xi_0$. Γ_S e Γ_G são constantes que dependem somente da configuração de medida, sendo determinadas por

$$\Gamma_S = \frac{\partial x_S}{\partial \xi}; \quad \Gamma_G = \frac{\partial x_G}{\partial \xi}. \quad (2.3)$$

Considere as seguintes configurações de medida frequentemente usadas em sismica:

1. **Afastamento comum:** um par fonte-receptor de coordenadas x_S , x_G é deslocado na superfície $z = 0$ tal que os deslocamentos $(x_S - x_{S_0})$ e $(x_G - x_{G_0})$ são iguais. Esta configuração é descrita pelas equações (2.2) se $\Gamma_S = 1$ e $\Gamma_G = 1$. Caso $x_{S_0} = x_{G_0}$, tem-se a configuração de afastamento nulo;
2. **Ponto médio comum:** um par fonte-receptor é deslocado na superfície tal que o seu ponto médio $\frac{1}{2}(x_S + x_G) = \frac{1}{2}(x_{S_0} + x_{G_0})$ é fixo. Esta configuração é descrita pelas equações (2.2) se $\Gamma_S = 1$ e $\Gamma_G = -1$.
3. **Fonte comum:** a posição da fonte x_S é fixa em x_{S_0} e os receptores estão distribuídos ao longo da linha sísmica. Esta configuração é descrita pelas equações (2.2) se $\Gamma_S = 0$ e $\Gamma_G = 1$.

4. Receptor comum: a posição do receptor é fixa em $x_G = x_{G_0}$ e a fonte é deslocada ao longo da linha sísmica. Esta configuração é descrita pelas equações (2.2) com $\Gamma_S = 1$ e $\Gamma_G = 0$.

2.3 FÓRMULAS BÁSICAS

2.3.1 Sistema de coordenadas centrado no raio

É útil ter maior entendimento sobre um sistema especial de coordenadas chamado Sistema de Coordenadas Centrado no raio, definido pela primeira vez por Popov e Pšenčik (1978) e aqui particularizado para o caso 2-D.

Conforme Červený (1987), o sistema de coordenadas centrado no raio tem as seguintes propriedades:

- 1) Os vetores unitários e_1, e_2, e_3 formam a base ortogonal do sistema de coordenadas centrado no raio, tendo como origem um ponto O_l do assim chamado raio central Ω ;
- 2) o sistema de coordenadas centrado no raio depende do ponto O_l em que ele é definido ao longo da trajetória do raio ;
- 3) o vetor unitário e_1 é perpendicular à trajetória do raio em O_l enquanto que $e_3 = t$ é tangente à trajetória do raio;
- 4) este é um sistema de coordenadas em movimento e segue a trajetória do raio;
- 5) este sistema de coordenadas é determinado a partir das condições iniciais num ponto de partida fixo O_0 do raio central, e das propriedades do raio na origem selecionada O_l ;
- 6) a variação de e_1 e e_2 ao longo do raio somente tem projeção não nula na direção do vetor unitário t , enquanto que a variação de e_3 tem a sua projeção na direção do vetor unitário de curvatura do raio, K .

Portanto, as coordenadas centradas no raio de um ponto O_l na vizinhança de um raio Ω são dadas por $(q_1 = q, q_2 = 0, q_3 = l)$, onde q é medido a partir da origem O_l na direção de e_1 e l é o comprimento de arco do ponto inicial O_0 até O_l (Figura 2.2).

O campo de velocidade na vizinhança do raio central Ω é expresso no sistema de coordenadas centrado no raio por $v = v(q, l)$. A taxa de variação do sistema de coordenadas

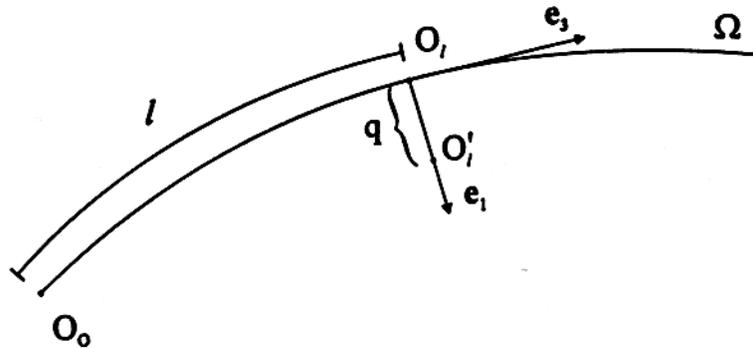


Figura 2.2 - Sistema de coordenadas centrado no raio na vizinhança de um raio Ω . As coordenadas centradas no raio de um ponto O_i são dadas pelo par ordenado (q, l) .

centrado no raio ao longo do raio central é dada por (Červený, 1987)

$$\frac{de_1}{dl} = \left(v^{-1} \frac{\partial v}{\partial q} \right)_{q=0} t, \quad \frac{dt}{dl} = v^{-1} \left(\frac{\partial v}{\partial q} \right)_{q=0} K. \quad (2.4)$$

2.3.2 Equação da onda elástica

Num sistema de coordenadas Cartesiano, a equação da onda elástica pode ser escrita na forma (Aki e Richards, 1980)

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i, \quad i, j = 1, 2, \quad (2.5)$$

onde u_i são as componentes Cartesianas do vetor deslocamento u e σ_{ij} denota as componentes Cartesianas do tensor de tensão e ρ é a densidade do meio. A equação homogênea (2.5) descreve a propagação da onda elástica a partir do instante em que a fonte deixa de existir. Nas equações (2.5) a (2.8) é utilizada a convenção de Einstein para somatórios, isto é, índices repetidos implicam em somatório sobre os mesmos, a vírgula entre índices indica diferenciação em relação às coordenadas indicadas pelos índices e o ponto indica diferenciação em relação ao tempo. Usando esta notação o tensor tensão pode ser expresso em termos de u_i , num meio isotrópico heterogêneo, por

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} u_{k,k} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (2.6)$$

onde $\lambda = \lambda(x)$ e $\mu = \mu(x)$ são os parâmetros de Lamé e δ_{ij} é o delta de Kronecker,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j, \\ 0, & \text{se } i \neq j. \end{cases} \quad (2.7)$$

Inserindo a equação (2.6) na (2.5), obtém-se a forma final da equação da onda elástica

$$(\lambda + \mu)u_{j,ij} + \mu u_{i,jj} + \lambda_{,i}u_{j,j} + \mu_{,j}(u_{i,j} + u_{j,i}) = \rho \ddot{u}_i. \quad (2.8)$$

Esta equação também pode ser escrita na forma vetorial como

$$(\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu\Delta\mathbf{u} + \nabla\lambda\nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla\mu \times (\nabla \times \mathbf{u}) + 2(\nabla\mu\nabla)\mathbf{u} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}, \quad (2.9)$$

ou no domínio da frequência

$$(\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot \hat{\mathbf{u}}) + \mu\Delta\hat{\mathbf{u}} + \nabla\lambda\nabla \cdot \hat{\mathbf{u}} + \nabla\mu \times (\nabla \times \hat{\mathbf{u}}) + 2(\nabla\mu\nabla)\hat{\mathbf{u}} = -\rho\omega^2\hat{\mathbf{u}}, \quad (2.10)$$

onde

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) e^{-i\omega t} dt. \quad (2.11)$$

2.3.3 Solução assintótica

Admite-se uma solução para a equação da onda elástica (2.10) no domínio da frequência na forma (Červený, 1985)

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \tau) = e^{i\omega\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{U}^{(n)}(\mathbf{x})(-i\omega)^{-n}, \quad i^2 = -1, \quad (2.12)$$

conhecida como série do raio. Na equação (2.12) ω é a frequência angular e τ é o eiconal ou função fase. Neste trabalho considera-se a aproximação de ordem zero da série do raio (2.12)

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \tau) = \mathbf{U}^{(0)}(\mathbf{x})e^{i\omega\tau}. \quad (2.13)$$

Termos de maior ordem ainda não têm grandes aplicações práticas em sismica, de forma que não os consideraremos neste trabalho.

A função vetorial $\mathbf{U}^{(0)}$ será chamada de amplitude. Assume-se que $\mathbf{U}^{(0)}$ e τ dependem somente das coordenadas espaciais, isto é, são independentes de ω .

Inserindo-se a equação (2.13) na equação (2.9) e considerando-se apenas as altas frequências, obtém-se as equações eiconal e de transporte.

2.3.4 Equações eiconal e de transporte

Considerando a aproximação assintótica do raio, a função tempo de trânsito τ satisfaz a equação eiconal (Červený, 1987)

$$\nabla\tau \cdot \nabla\tau = 1/v^2(\mathbf{x}), \quad (2.14)$$

onde v é a velocidade de fase da onda.

A amplitude vetorial $\mathbf{U}^{(o)}$ pode ser escrita, no sistema de coordenadas centrado no raio, em 2-D, como

$$\mathbf{U}^{(o)} = U_1^{(o)} \mathbf{e}_1 + U_3^{(o)} \mathbf{e}_3. \quad (2.15)$$

Para uma onda compressional pura (onda P), $\mathbf{U}^{(o)}$ é dado somente por

$$\mathbf{U}^{(o)} = \mathbf{e}_3 U_3^{(o)} = U_o \mathbf{t}. \quad (2.16)$$

U_o é chamado de componente principal do vetor deslocamento e representa a componente do vetor deslocamento na direção dada pelo vetor unitário $\mathbf{e}_2 = \mathbf{t}$, isto é, na direção do raio.

$U_1^{(o)}$ e $U_3^{(o)}$ podem ser calculados ao longo do raio resolvendo-se a equação de transporte, que tem exatamente a mesma forma para as duas componentes (Červený, 1985)

$$\frac{dU_1^{(o)}}{dl} + \frac{1}{2} U_1^{(o)} (v \nabla^2 \tau + \frac{d}{dl} \ln(\rho v^2)) = 0, \quad (2.17)$$

$$\frac{dU_3^{(o)}}{dl} + \frac{1}{2} U_3^{(o)} (v \nabla^2 \tau + \frac{d}{dl} \ln(\rho v^2)) = 0. \quad (2.18)$$

2.3.5 Sistema de equações do raio

Introduz-se agora o vetor vagarosidade definido por

$$\mathbf{p} = (p_1, p_2) = \frac{\mathbf{t}}{v(\mathbf{x})} = \nabla \tau(\mathbf{x}), \quad (2.19)$$

onde $\mathbf{t} = \frac{d\mathbf{x}}{dl}$ é o vetor unitário tangente à trajetória do raio e l é o comprimento de arco ao longo do raio. As equações do sistema cinemático do raio são então expressas por, a saber,

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = v^2(\mathbf{x}) \mathbf{p}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_o, \quad (2.20)$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{d\tau} = -\frac{\partial \ln v}{\partial \mathbf{x}}, \quad \mathbf{p}(0) = \mathbf{p}_o. \quad (2.21)$$

Num experimento sísmico as quantidades $(\mathbf{x}_o, \mathbf{p}_o)$ denotam, respectivamente, as condições iniciais para as coordenadas da fonte e para o vetor vagarosidade. O vetor vagarosidade inicial pode ser expresso usando o ângulo de partida α_o como parâmetro do raio, de modo que

$$\mathbf{p}_o = (p_{1o}, p_{2o}) = \frac{1}{v_o} (\sin \alpha_o, \cos \alpha_o). \quad (2.22)$$

2.3.6 Tempo de trânsito paraxial

Usando o sistema de coordenadas centrado no raio, Červený (1987) derivou a equação eiconal paraxial que tem como solução o tempo de trânsito paraxial do ponto S' , em $x_S(\xi')$, ao ponto G' , em $x_G(\xi')$, na vizinhança dos pontos S e G , respectivamente. A trajetória SG é chamada então de raio central, enquanto que $S'G'$ é o raio paraxial. Uma solução aproximada de segunda ordem equivalente foi também encontrada por Ursin (1982) e por Bortfeld (1989) para o caso 3-D. Neste trabalho é usado o mesmo formalismo de Schleicher et al (1993). Portanto, o tempo de trânsito paraxial para o raio $S'G'$ em um meio bidimensional (2-D) é dado por

$$\tau_R(S', G') = \tau(\xi') = \tau(\xi) - p_S s + p_G g - s N_{SG} + \frac{1}{2} s^2 N_S^G + \frac{1}{2} g^2 N_G^S, \quad (2.23)$$

Na fórmula acima, a função $\tau(\xi)$ denota o tempo de trânsito ao longo do raio central SG , $s = |x_S(\xi') - x_S(\xi)|$, $g = |x_G(\xi') - x_G(\xi)|$ são as distâncias paraxiais; p_S e p_G denotam as projeções dos vetores vagarosidade do raio central em S e em G , respectivamente, na superfície $z = 0$. As quantidades N_S^G , N_G^S e N_{SG} são as segundas derivadas da função tempo de trânsito de reflexão τ_R ,

$$N_S^G = \left. \frac{\partial^2 \tau_R}{\partial s^2} \right|_{s=0}; \quad N_G^S = \left. \frac{\partial^2 \tau_R}{\partial g^2} \right|_{g=0}; \quad N_{SG} = - \left. \frac{\partial^2 \tau_R}{\partial s \partial g} \right|_{s=g=0}. \quad (2.24)$$

No próximo capítulo será realizada a migração com amplitude verdadeira usando um emplilhamento de difrações modificado com uma função peso adequada. Para isso, definiremos para todos os pontos de parâmetro ξ na superfície da terra e para cada ponto M na subsuperfície a curva de tempo de trânsito de difração

$$\tau_D(\xi) = \tau(S, M) + \tau(M, G). \quad (2.25)$$

Segundo Schleicher et al (1993) chamaremos essa curva de *curva de Huygens*. Os tempos de trânsito $\tau(S, M)$ e $\tau(M, G)$ denotam, respectivamente, os tempos de trânsito da fonte S a algum ponto arbitrário M no modelo e de M até o receptor G .

De modo a calcular o tempo de trânsito de Huygens paraxial $\tau_D(S', R', G')$, para $M = R'$ em (2.25), define-se o vetor posição do ponto de reflexão R como $\mathbf{x}_r = \mathbf{x}_r(\eta)$ no sistema Cartesiano geral de coordenadas, onde η é um parâmetro em Σ_r . O vetor posição de um ponto R' na vizinhança de R em Σ_r é dado por $\mathbf{x}_r(\eta')$.

Para obter o tempo de trânsito de Huygens paraxial, considera-se duas equações do tipo (2.23) para o tempo de trânsito paraxial de S' para R'

$$\tau(S', R') = \tau(S, R) - p_S s + p_{R'} r - s N_{SR'} + \frac{1}{2} s^2 N_S^R + \frac{1}{2} r^2 N_R^S, \quad (2.26)$$

e de R' a G'

$$\tau(R', G') = \tau(R, G) - p_{R'} + p_{G'} - r N_{R'G'} + \frac{1}{2} r^2 N_{R'}^G + \frac{1}{2} g^2 N_G^R. \quad (2.27)$$

As quantidades em ambas as fórmulas são similares às usadas na fórmula (2.23), sendo r a projeção do vetor $\mathbf{x}_r(\eta') - \mathbf{x}_r(\eta)$ na reta tangente ao refletor em R e p_R é a projeção do vetor vagarosidade do raio central no ponto R na mesma reta.

As segundas derivadas encontradas nas expressões (2.26) e (2.27) são calculadas em $s = g = r = 0$ e para $\tau = \tau(S', R')$,

$$N_{SR} = -\frac{\partial^2 \tau}{\partial s \partial r}, \quad N_R^S = \frac{\partial^2 \tau}{\partial r^2} \quad \text{e} \quad N_S^R = \frac{\partial^2 \tau}{\partial s^2}. \quad (2.28)$$

e para a função tempo de trânsito $\tau = \tau(R', G')$,

$$N_{RG} = -\frac{\partial^2 \tau}{\partial r \partial g}, \quad N_G^R = \frac{\partial^2 \tau}{\partial g^2} \quad \text{e} \quad N_R^G = \frac{\partial^2 \tau}{\partial r^2}. \quad (2.29)$$

2.3.7 Espalhamento geométrico

A solução da equação de transporte (2.17) aqui proposta é a aproximação de ordem zero da componente principal do campo de ondas refletido (Červený, 1987)

$$U_o = \frac{R_c A}{\mathcal{L}}. \quad (2.30)$$

Na equação (2.30), R_c é o coeficiente de reflexão no ponto de reflexão R dado por (Bleistein et al, 1987)

$$R_c(\mathbf{x}, \theta) = \frac{\cos \theta - \sqrt{v^2(\mathbf{x})/v_+^2(\mathbf{x}) - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{v^2(\mathbf{x})/v_+^2(\mathbf{x}) - \sin^2 \theta}}, \quad (2.31)$$

em que $v_+(\mathbf{x})$ e $v(\mathbf{x})$ são as velocidades abaixo e acima do refletor, respectivamente e θ é o ângulo de incidência no refletor.

O fator de amplitude A corresponde à perda total de energia devido a transmissão através de todas as interfaces ao longo da trajetória do raio. Em geral, este fator é considerado igual a um, o que significa que considera-se que não há perdas. O fator de espalhamento geométrico normalizado \mathcal{L} , seguindo Hubral et al (1992a), Hubral et al (1992b) e Schleicher et al (1993) é expresso por

$$\mathcal{L} = \frac{\sqrt{\cos \alpha_S \cos \alpha_G}}{v_s} \frac{1}{\sqrt{|N_{SG}|}} \times \exp(-i \frac{\pi}{2} \kappa), \quad (2.32)$$

onde α_S é o ângulo que o raio forma com a normal à superfície na posição da fonte, α_G é o ângulo correspondente na posição do receptor e κ está relacionado ao deslocamento de fase devido a cáusticas ao longo do raio, analisado na próxima seção.

2.3.8 Deslocamento de fase devido a cáusticas

Agora será obtida uma expressão para decompor a fase total do fator espalhamento geométrico \mathcal{L} para o raio SG em termos da fase ao longo dos raios SR e RG e um termo adicional devido à curvatura do refletor em R . Será usada a integral de Kirchhoff (Bleistein, 1984)

$$U(S, G) = i\omega \int_{\Sigma_r} dS R_c \mathcal{G}(S, Q) \frac{(\cos \alpha_Q^- + \cos \alpha_Q^+)}{v_Q} \mathcal{G}(Q, G), \quad (2.33)$$

onde Σ_r é o refletor, Q é um ponto de reflexão arbitrário, v_Q é a velocidade da onda P em Q e α_Q^- é o ângulo entre o raio SQ e a direção normal ao refletor em Q . α_Q^+ é o ângulo correspondente para o raio QG . $\mathcal{G}(S, Q)$ e $\mathcal{G}(Q, G)$ são as funções de Green no ponto Q para uma fonte pontual localizada em S , e em G para uma fonte linha localizada em Q , respectivamente, sendo dadas por (Bleistein, 1984)

$$\mathcal{G}(S, Q) = \frac{A_1}{\mathcal{L}_1 \sqrt{2\pi\omega}} e^{-i\omega\tau(S, Q)} e^{-i\frac{\pi}{4}}, \quad \mathcal{G}(Q, G) = \frac{A_2}{\mathcal{L}_2 \sqrt{2\pi\omega}} e^{-i\omega\tau(Q, G)} e^{-i\frac{\pi}{4}}, \quad (2.34)$$

onde A_1, A_2 são as perdas por transmissão e $\tau(S, Q), \tau(Q, G)$ são os tempos de trânsito para os raios SQ e QG , respectivamente. Os fatores de espalhamento geométrico são dados por

$$\mathcal{L}_1 = \frac{\sqrt{\cos \alpha_S \cos \alpha_Q^-}}{v_S \sqrt{|N_{SQ}|}} e^{-i\frac{\pi}{2}\kappa_1}, \quad \mathcal{L}_2 = \frac{\sqrt{\cos \alpha_Q^+ \cos \alpha_G}}{v_S \sqrt{|N_{QG}|}} e^{-i\frac{\pi}{2}\kappa_2}, \quad (2.35)$$

em que κ_1 e κ_2 são os índices de KMAH (número de cáusticas) ao longo dos dois ramos do raio (Chapman e Drumond, 1982). Os fatores N_{SQ} e N_{QG} são segundas derivadas do tempo de trânsito correspondentes às equações (2.24).

Substituindo as equações (2.34) na integral (2.33) tem-se

$$U(S, G) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma_r} dS A(S, Q, G) \frac{(\cos \alpha_Q^- + \cos \alpha_Q^+)}{v_Q} e^{-i\omega\tau(S, Q, G)}, \quad (2.36)$$

onde $\tau(S, Q, G) = \tau(S, Q) + \tau(Q, G)$ e

$$A(S, Q, G) = R_c \frac{A_1 A_2}{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2}. \quad (2.37)$$

Para resolver a integral acima será utilizado o método da fase estacionária (Bleistein, 1984). Neste caso a função fase é $\Phi = \tau(S, Q, G)$ e, portanto,

$$U(S, G) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\omega}} A(S, R, G) \frac{2 \cos \alpha_R e^{-i\frac{\pi}{2} \text{sgn}(N_R^S + N_R^G)}}{v_R \sqrt{|N_R^S + N_R^G|}} e^{-i\omega\tau(S, G)}, \quad (2.38)$$

onde R é o ponto de reflexão (ponto estacionário) da reflexão primária SRG de acordo com a lei de Snell, v_R é a velocidade da onda P em R e α_R é o ângulo de reflexão do raio SRG . Para a obtenção do resultado acima levou-se em conta que o valor de $\tau(S, Q, G)$ iguala-se ao tempo de trânsito de reflexão ao longo do raio refletido SRG , $\tau_R(S, G)$ e a segunda derivada de $\tau(S, Q, G)$ com relação às coordenadas do ponto de reflexão iguala-se à soma das segundas derivadas dos tempos de trânsito dos dois ramos do raio com respeito às coordenadas do ponto de reflexão.

Substituindo as equações (2.35) em (2.38), obtêm-se a expressão

$$U(S, G) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\omega}} R_c A_1 A_2 \frac{2v_S^2}{v_R \sqrt{\cos \alpha_S \cos \alpha_G}} \frac{\sqrt{|N_{SR}| |N_{RG}|}}{\sqrt{|N_R^S + N_R^G|}} \times \exp \left[\frac{i\pi}{2} (\kappa_1 + \kappa_2) - \frac{i\pi}{4} \operatorname{sgn}(N_R^S + N_R^G) - i\omega\tau_R(S, G) \right] \quad (2.39)$$

Este resultado deve ter fase igual à fase da função de Green para a trajetória SRG , dada por

$$\mathcal{G}(S, G) = R_c \frac{A}{\mathcal{L}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\omega}} e^{-i\omega\tau_R} e^{-i\frac{\pi}{4}}, \quad (2.40)$$

com \mathcal{L} dado pela equação (2.32). Logo

$$\kappa = \kappa_1 + \kappa_2 + \frac{[1 - \operatorname{sgn}(N_R^S + N_R^G)]}{2}, \quad (2.41)$$

em que κ_1 e κ_2 são os índices de KMAH dos dois ramos do raio SR e RG para uma fonte pontual 2-D em S e em G , respectivamente que, juntamente com $\operatorname{sgn}(N_R^S + N_R^G)$, determinam o número de caústicas κ ao longo do raio SG .

2.3.9 Decomposição do Espalhamento Geométrico

Na migração com amplitude verdadeira é necessário expressar o espalhamento geométrico na equação (2.32) da reflexão primária SRG em termos dos ramos SR e RG (veja figura Figura 2.1). Para isso tem-se que (Hubral et al, 1992b)

$$N_{SG} = N_{SR}(N_R^S + N_R^G)^{-1} N_{GR}, \quad (2.42)$$

de modo que a equação (2.32) só dependerá de quantidades relacionadas aos dois ramos do raio

$$\mathcal{L} = \frac{\sqrt{\cos \alpha_S \cos \alpha_G}}{v_S} \left| \frac{N_R^S + N_R^G}{N_{SR} N_{GR}} \right|^{\frac{1}{2}} \times \exp \left\{ -i\frac{\pi}{2} \left[\kappa_1 + \kappa_2 + (1 - \operatorname{sgn}(N_R^S + N_R^G))/2 \right] \right\}. \quad (2.43)$$

A expressão (2.43) será fundamental no cálculo da expressão da função peso a ser utilizada na migração com amplitude verdadeira no próximo capítulo.

3 - TEORIA DA MIGRAÇÃO DE DADOS 2-D COM AMPLITUDE VERDADEIRA

Neste capítulo é apresentada a formulação teórica da migração com amplitude verdadeira em 2D. Inicialmente será visto o significado da expressão *amplitude verdadeira* no contexto deste trabalho. Posteriormente mostra-se como pode ser obtida a migração com amplitude verdadeira para diversas configurações de processamento. Verifica-se que o processo de migração com amplitude verdadeira aqui definido preserva a forma do sinal da fonte, exceto distorção prevista pela teoria e analisada no final do capítulo.

3.1 FATORES QUE AFETAM A AMPLITUDE DAS REFLEXÕES SÍSMICAS

Diversos fatores afetam as amplitudes das reflexões sísmicas, sendo os principais relacionados na Figura 3.1. Muitos desses fatores são independentes dos fenômenos em subsuperfície, entre os quais a potência da fonte e o seu acoplamento, a sensibilidade do geofone, a diretividade do arranjo e os ruídos. Outros dependem diretamente das propriedades físicas existentes na subsuperfície. Estes fatores incluem espalhamento geométrico, transmissividade, múltiplas peg-leg, rugosidade e curvatura do refletor entre outros, os quais são importantes no estudo de propriedades petrofísicas utilizadas na interpretação sísmica.

O fator de interesse neste trabalho é o espalhamento geométrico, e sua definição matemática foi objeto do capítulo anterior.

3.2 O QUE É AMPLITUDE VERDADEIRA?

O termo amplitude verdadeira será definido de acordo com a representação escolhida para as reflexões primárias de ondas compressoriais que compõem o traço sísmico. Considerando-se o termo de ordem zero da série assintótica do raio (Schleicher et al, 1993), quando a superfície de registro não é uma superfície livre, a componente principal do vetor deslocamento analítico pode ser representada por

$$U(\xi, t) = R_c \frac{A}{L} W[t - \tau_R(\xi)], \quad (3.1)$$

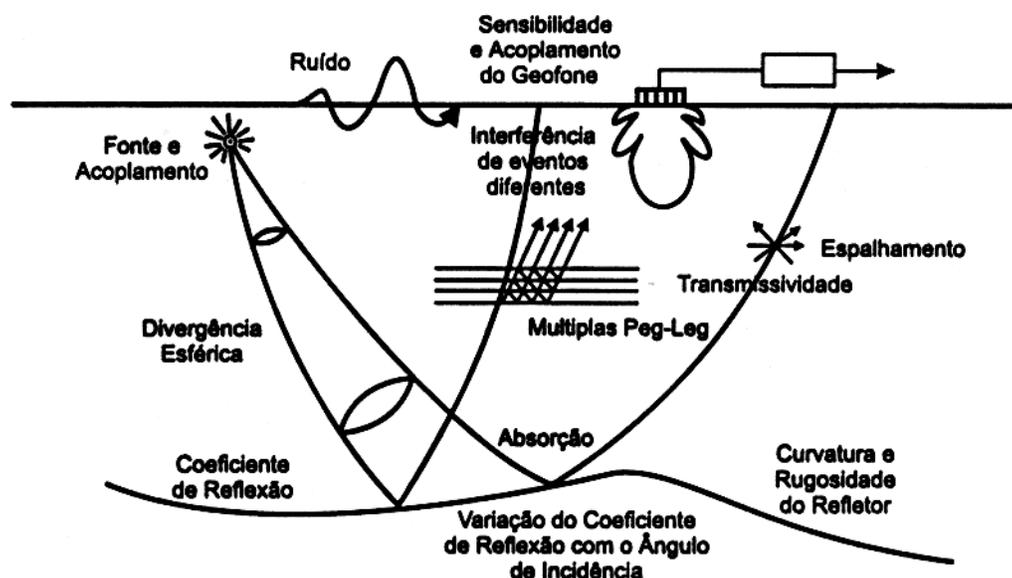


Figura 3.1 - Fatores que afetam a amplitude das reflexões sísmicas (Adaptado de Sheriff, 1975)

para uma fonte compressional localizada em $x_S(\xi)$ na superfície da Terra e um receptor localizado em $x_G(\xi)$. $W(t)$ é a função que representa o pulso analítico para o caso de fonte em linha.

Na equação (3.1) $W(t)$ é o sinal analítico, consistindo do sinal da fonte como parte real e sua transformada de Hilbert como parte imaginária. A função $\tau_R(\xi)$ representa o tempo de trânsito computado ao longo do raio que une a fonte ao ponto de reflexão, e este ao receptor, chamado aqui de raio SG.

Por reflexão com amplitude verdadeira entende-se, neste trabalho, reflexões primárias corrigidas do efeito do espalhamento geométrico. Um traço sísmico com amplitude verdadeira é determinado pela multiplicação cada reflexão primária do traço registrado pelo fator de espalhamento geométrico correspondente, (Schleicher et al, 1993)

$$U_{TA}(\xi, t) = \mathcal{L}U(\xi, t) \quad (3.2)$$

que deve ser deslocado para o ponto P_I (Figura 3.2) no caso de migração no domínio do tempo ou para o ponto de reflexão R no caso de migração em profundidade, de modo que tem-se o sinal com amplitude verdadeira dado por

$$U_{TA}(\xi, t) = R_c \mathcal{A}W(t). \quad (3.3)$$

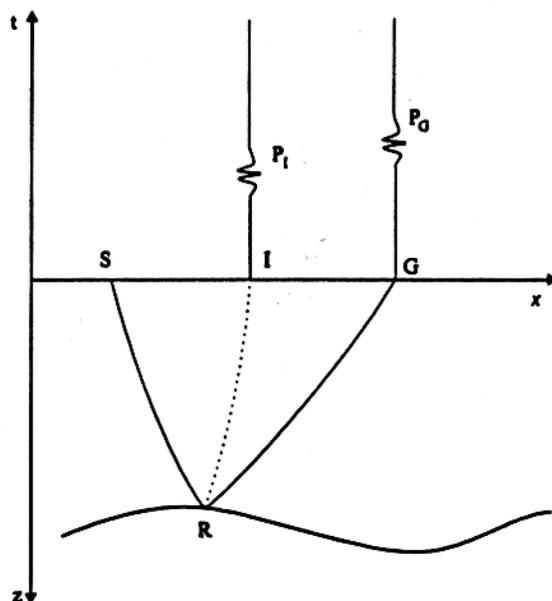


Figura 3.2 - Modelo 2-D de um meio não homogêneo com um refletor R. A reflexão primária compressional P_G em G para uma fonte linha em S é descrita pelo raio SRG. O raio IR é o raio imagem para o ponto R. A migração com amplitude verdadeira no domínio do tempo move a reflexão primária original P_G , após aplicar correção de amplitude, para a reflexão P_I localizada no tempo duplo do raio imagem IR. A migração na profundidade posiciona o sinal com amplitude verdadeira P_I no ponto R.

Nos casos em que as perdas por transmissão são pequenas, uma seção com amplitude verdadeira fornece uma medida bem próxima dos coeficientes de reflexão. De modo geral, as perdas por transmissão variam pouco lateralmente, sendo assim, seções com amplitude verdadeira sempre permitem avaliar a variação lateral e angular do coeficiente de reflexão (Silva, 1993).

3.3 MIGRAÇÃO COM AMPLITUDE VERDADEIRA

Na migração por empilhamento de difrações, o valor da amplitude de cada ponto M do traço migrado é obtido pela soma algébrica das amplitudes dos traços de entrada ao longo de uma curva de difração $\tau_D(\xi, M)$.

Assume-se que a superfície $z = 0$ na Figura 3.2 é densamente coberta por pares fonte-receptor (S, G) descritos por um parâmetro constante ξ e por constantes dependentes da configuração de medida descritas na seção 2.2. As reflexões primárias do refletor desconhecido são descritas para cada par (S, G) pela teoria do raio em sua aproximação de ordem zero. As reflexões primárias ocorrem na chamada curva de tempo de trânsito de reflexão τ_R . Conectando cada ponto S e G com um ponto M arbitrário em profundidade obtém-se a chamada curva de tempo de trânsito de difração ou curva de Huygens τ_D para esse ponto, ao longo da qual é realizado o empilhamento de difrações. Ambas as curvas de tempo de trânsito dependem do par fonte-receptor (S, G) e são, portanto, funções de ξ .

Podem ser visualizadas duas situações, conforme a figura Figura 3.3: (a) o ponto difrator M coincide com um ponto de reflexão R . Neste caso a curva de difração será tangente à curva de reflexão e o resultado do empilhamento de difrações modificado é diferente de zero; (b) o ponto difrator M não coincide com um ponto do refletor, neste caso o resultado do empilhamento de difrações modificado é desprezível (Schleicher et al, 1993).

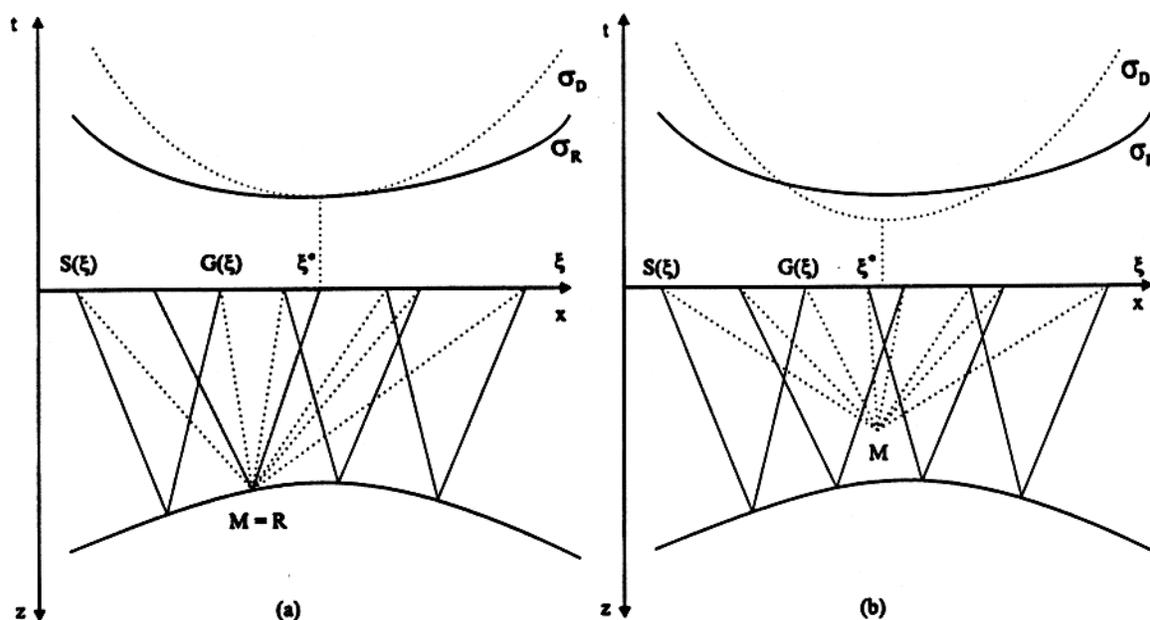


Figura 3.3 - Curvas de tempo de trânsito de reflexão (σ_R) e de difração (σ_D) para diferentes escolhas do ponto M para uma configuração de afastamento comum. (a) M coincide com um ponto de reflexão R . Neste caso as duas curvas são tangentes. (b) O ponto M não está situado sobre o refletor. Neste caso não há ponto de tangência. (Adaptado de Schleicher et al, 1993)

3.3.1 Obtenção da equação integral com núcleo oscilatório

Para cada ponto M no macromodelo de velocidade e para todos os pontos ξ localizados na abertura da migração A , o empilhamento de difrações é realizado ao longo da curva de difração $\tau_D(\xi, M)$ para todos os pontos M do modelo

$$V(M, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_A d\xi w(\xi, M) U(\xi, t + \tau_D(\xi, M)). \quad (3.4)$$

Substituindo na equação acima a representação dos dados pela teoria do raio (equação 3.1) tem-se

$$V(M, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_A d\xi w(\xi, M) R_c \frac{A}{L} W(t + \tau_F(\xi, M)), \quad (3.5)$$

onde $\tau_F(\xi, M) = \tau_D(\xi, M) - \tau_R(\xi)$ é a diferença entre os tempos de difração e de reflexão. Efetuando a transformada de Fourier direta de $V(M, t)$ na variável temporal, chega-se a

$$\hat{V}(M, \omega) = \frac{\hat{W}(\omega)}{\sqrt{2\pi}} \int_A d\xi w(M, \xi) R_c \frac{A}{L} e^{i\omega\tau_F(\xi, M)}. \quad (3.6)$$

A integral (3.6), que possui um núcleo oscilatório, não pode ser resolvida analiticamente. Pode-se, entretanto, calcular o seu valor aproximado para altas frequências usando o método da fase estacionária (Bleistein, 1984). A restrição a altas frequências já foi de fato implicitamente feita, pois a propagação das ondas está sendo descrita pela teoria do raio (Schleicher et al, 1993).

3.3.2 Solução assintótica

Aplicar o método da fase estacionária à integral (3.6) significa expandir a função fase $\tau_F(\xi, M)$ em uma série de Taylor de segunda ordem com respeito ao ponto estacionário ξ^*

$$\tau_F(\xi, M) = \tau_F(\xi^*, M) + \frac{1}{2} H_F (\xi - \xi^*)^2, \quad (3.7)$$

onde $\left. \frac{\partial \tau_F}{\partial \xi} \right|_{\xi=\xi^*} = 0$. Assumindo que $H_F = \left. \frac{\partial^2 \tau_F(\xi, M)}{\partial \xi^2} \right|_{\xi=\xi^*} \neq 0$ e usando o método da fase estacionária tem-se a solução assintótica (Bleistein, 1984)

$$\hat{V}(M, \omega) \approx \frac{1}{\sqrt{-i\omega}} \hat{W}(\omega) w(\xi^*, M) \frac{R_c A}{L \sqrt{|H_F|}} \exp \left[i\omega\tau_F(\xi^*, M) + \frac{i\pi}{4} (\text{sgn } H_F - 1) \right]. \quad (3.8)$$

Na expressão (3.8) verifica-se que o empilhamento de difrações realizado de acordo com a equação (3.4) introduz no resultado um deslocamento de fase de $\pi/4$ devido ao fator $\frac{1}{\sqrt{-i\omega}}$,

que tem ao mesmo tempo a propriedade de atenuar as altas frequências. Com o objetivo de retirar este efeito e permitir que processo de empilhamento preserve a forma do sinal da fonte, a integral de migração (3.4) é redefinida como

$$V_F(M, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_A d\xi w(\xi, M) \partial_{t-}^{\frac{1}{2}} U(\xi, t + \tau_D(\xi, M)), \quad (3.9)$$

onde $\partial_{t-}^{\frac{1}{2}}$ é o operador derivada de meio tempo anti-causal e corresponde, no domínio da frequência, ao filtro

$$F(\omega) = \sqrt{-i\omega}. \quad (3.10)$$

Passando a expressão (3.9) para domínio da frequência tem-se

$$\hat{V}_F(M, \omega) = \sqrt{\frac{-i\omega}{2\pi}} \int_A d\xi w(\xi, M) \hat{U}(\xi, \omega) e^{i\omega\tau_D(\xi, M)}. \quad (3.11)$$

A expressão (3.11) é chamada integral de empilhamento de difrações *modificada*, e seu valor assintótico é dado por

$$\hat{V}_F(M, \omega) = \hat{V}(M, \omega) F(\omega) \approx \hat{W}(\omega) w(\xi^*, M) \frac{R_c A}{\mathcal{L} \sqrt{|H_F|}} \exp[i\omega\tau_F(\xi^*, M) + \frac{i\pi}{4}(\text{sgn} H_F - 1)]. \quad (3.12)$$

3.3.3 Obtenção da função peso

Para que o resultado da integral $\hat{V}_F(M, \omega)$ seja o sinal com amplitude verdadeira (3.3) escolhe-se o valor da função peso $w(\xi^*, M)$ como sendo

$$w(\xi^*, M) = \mathcal{L} \sqrt{|H_F|} \exp\left[\frac{i\pi}{4}(1 - \text{sgn} H_F)\right]. \quad (3.13)$$

A solução aproximada (3.8) reduz-se então a

$$\hat{V}_F(M, \omega) \approx \begin{cases} R_c A \hat{W} \exp[i\omega\tau_F(\xi^*, M)], & \text{para } \xi^* \in A; \\ 0, & \text{para } \xi^* \notin A. \end{cases} \quad (3.14)$$

Voltando ao domínio do tempo, encontra-se

$$V_F(M, 0) \approx R_c A W(\tau_F(\xi^*, M)). \quad (3.15)$$

Conclui-se que o resultado da integral de migração (3.4) com o fator de ponderação dado pela equação (3.13) é o sinal com amplitude verdadeira. Entretanto, da forma como está

escrita, a fórmula (3.13) é de difícil implementação prática, pois precisa-se calcular seu valor independentemente de M ser ou não um ponto de reflexão especular. Considerando-se que M é um ponto de reflexão, isto é, que $M = R$, e utilizando-se do resultado

$$H_F = \frac{(\Gamma_S N_{SR} + \Gamma_G N_{GR})^2}{(N_R^S + N_R^G)}, \quad (3.16)$$

que encontra-se demonstrado no apêndice, e da expressão para decomposição do espalhamento geométrico (2.43), chega-se a forma geral do peso, dada por,

$$w(\xi^*, R) = \frac{\sqrt{\cos \alpha_S \cos \alpha_G}}{v_S} \frac{|\Gamma_S N_{SR} + \Gamma_G N_{GR}|}{|N_{SR} N_{GR}|^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{i\pi}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)\right]. \quad (3.17)$$

3.3.4 Fórmula final de migração

A expressão (3.17) depende somente de fatores relacionados aos dois ramos do raio (ramos SR e RG) e pode ser calculada independentemente de R ser ou não um ponto de reflexão especular. Portanto, podemos generalizar essa expressão para um ponto M qualquer do modelo:

$$w(\xi, M) = \frac{\sqrt{\cos \alpha_S \cos \alpha_G}}{v_S} \frac{|\Gamma_S N_{SM} + \Gamma_G N_{GM}|}{|N_{SM} N_{GM}|^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{i\pi}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)\right]. \quad (3.18)$$

Resumindo:

1. As componentes principais dos traços sísmicos são calculadas;
2. Cada traço é então transformado em um traço complexo (sinal analítico) ao qual é aplicado o filtro $\sqrt{-i\omega}$;
3. A abertura A , que consiste de um intervalo de valores de ξ é determinada. Ela resulta do conjunto de pares fonte-receptor (S, G) especificados pela configuração de medida na linha sísmica.
4. Na área de aplicação da migração, ou zona alvo (isto é, a parte do macromodelo de velocidades na qual a migração deve ser efetuada), pontos M da subsuperfície são distribuídos formando uma malha retangular 2-D;
5. O tempo de trânsito de todos os pontos S e G da superfície para todos os pontos M da subsuperfície deve ser calculado usando um algoritmo eficiente e, caso se deseje preservar a forma do sinal da fonte, deve ser realizado o traçamento dinâmico de raios para calcular o número de cáusticas que também pode ser usado para o cálculos dos pesos;

6. Os passos a seguir são repetidos para cada ponto M da região de interesse na subsuperfície. O resultado é uma seção migrada com amplitude verdadeira no domínio da profundidade ou tempo.
- Para um ponto M , a curva de tempo de trânsito de Huygens $\tau_D(\xi, M)$ é calculada para todo $\xi \in A$ como a soma dos tempos de trânsito ao longo dos dois ramos do raio SM e GM , onde S e G são especificados por ξ ;
 - Para um ponto M , a função peso $w(\xi, M)$ é calculada para todo $\xi \in A$. Se somente tempos de trânsito são disponíveis, as segundas derivadas dos tempos de trânsito devem ser calculadas para a determinação do módulo dos pesos. Traçamento dinâmico de raios, por outro lado, permite a determinação do módulo e da fase da função peso.
 - Para cada ponto M , as amplitudes filtradas por $\sqrt{-i\omega}$ no tempo $\tau_D(\xi, M)$ são multiplicados pela função peso $w(\xi, M)$ e somados para todo $\xi \in A$ de acordo com a integral (3.9);
 - Para uma migração em profundidade, o sinal empilhado resultante é simplesmente exibido em M . Para uma migração no domínio do tempo, ele é exibido no tempo duplo do raio imagem para M , acima do ponto I (Figura 3.2). Se o ponto M pertence ao refletor, o empilhamento fornece um valor proporcional ao coeficiente de reflexão complexo variando com o ângulo de reflexão.

O resultado da migração com amplitude verdadeira ainda contém o fator de perdas por transmissão \mathcal{A} . Se um traçamento dinâmico de raios é realizado e um macro-modelo de densidades está disponível, seu valor pode ser estimado e sua influência removida. Entretanto, isto será difícil de ser realizado na prática (Schleicher et al, 1993).

3.3.5 Forma da função peso nas principais configurações de processamento sísmico

Escolhendo os valores de Γ_S e Γ_G apropriados, pode-se particularizar a equação (3.18) para as principais configurações de processamento:

- Afastamento Nulo:** neste caso $\Gamma_S = 1$, $\Gamma_G = 1$ e $S = G$, de modo que $\alpha_S = \alpha_G = \alpha_o$, $v_S = v_G = v_o$, $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_o$ e $N_{SM} = N_{GM}$, logo:

$$w(\xi, M) = 2 \frac{\cos \alpha_o}{v_o} e^{-i\pi\kappa_o}, \quad (3.19)$$

ou

$$w(\xi, M) = 2 \frac{\cos \alpha_o}{v_o} (-1)^{\kappa_o}. \quad (3.20)$$

A equação (3.20) é a função peso adequada para migração de dados de afastamento nulo em que se tem a componente principal do vetor deslocamento. Caso se queira aplicar a migração a dados que contenham somente a componente vertical, basta retirar o fator $\cos \alpha_0$.

2. Afastamento Comum: neste caso $\Gamma_S = \Gamma_G = 1$ mas $S \neq G$, logo

$$w(\xi, M) = \frac{\sqrt{\cos \alpha_S \cos \alpha_G} |N_{SM} + N_{GM}|}{v_S |N_{SM} N_{GM}|^{\frac{1}{2}}} e^{-i\frac{\pi}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)}. \quad (3.21)$$

3. Fonte Comum: neste caso $\Gamma_S = 0$ e $\Gamma_G = 1$. A fonte é fixa em S_0 .

$$w(\xi, M) = \frac{\sqrt{\cos \alpha_{S_0} \cos \alpha_G} \left| \frac{N_{GM}}{N_{S_0M}} \right|^{\frac{1}{2}}}{v_{S_0}} e^{-i\frac{\pi}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)}. \quad (3.22)$$

De acordo com a equação (2.32), os espalhamentos geométricos normalizados para os raios GM e S_0M são dados por

$$\mathcal{L}_{GM} = \frac{\sqrt{\cos \alpha_G \cos \alpha_M}}{v_G \sqrt{|N_{GM}|}} e^{-i\frac{\pi}{2}\kappa_2}, \quad \mathcal{L}_{S_0M} = \frac{\sqrt{\cos \alpha_{S_0} \cos \alpha_M}}{v_{S_0} \sqrt{|N_{S_0M}|}} e^{-i\frac{\pi}{2}\kappa_1}. \quad (3.23)$$

Das duas equações acima, pode-se retirar expressões para $\sqrt{|N_{GM}|}$ e para $\sqrt{|N_{S_0M}|}$, de modo que a função peso (3.22) reduz-se a

$$w(\xi, M) = \frac{\cos \alpha_G |\mathcal{L}_{S_0M}|}{v_G |\mathcal{L}_{GM}|} e^{-i\frac{\pi}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)}. \quad (3.24)$$

4. Receptor Comum: neste caso $\Gamma_S = 1$ e $\Gamma_G = 0$. O receptor está fixo em $G = G_0$.

$$w(\xi, M) = \frac{\sqrt{\cos \alpha_S \cos \alpha_{G_0}} \left| \frac{N_{SM}}{N_{G_0M}} \right|^{\frac{1}{2}}}{v_S} e^{-i\frac{\pi}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)}. \quad (3.25)$$

A expressão acima pode ser escrita em termos dos espalhamentos geométricos \mathcal{L}_{SM} e \mathcal{L}_{G_0M} da mesma maneira que foi feito para a configuração fonte comum, obtendo-se como resultado a expressão:

$$w(\xi, M) = \frac{v_{G_0} \cos \alpha_S |\mathcal{L}_{G_0M}|}{v_S^2 |\mathcal{L}_{SM}|} e^{-i\frac{\pi}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)}. \quad (3.26)$$

5. Ponto Médio Comum: neste caso $\Gamma_S = 1$ e $\Gamma_G = -1$, e a função peso correspondente seria

$$w(\xi, M) = \frac{\sqrt{\cos \alpha_S \cos \alpha_G} |N_{SM} - N_{GM}|}{v_S |N_{SM} N_{GM}|^{\frac{1}{2}}} e^{-i\frac{\pi}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)}. \quad (3.27)$$

Na configuração de ponto médio comum verifica-se que $N_{SM} = N_{GM}$, o que expressa, de fato, que $H_F = 0$. Isto implica que o método da fase estacionária não é válido para o cálculo da integral de empilhamento (3.11) e, portanto, o procedimento de migração com amplitude verdadeira definido neste trabalho não pode ser aplicado a dados nesta configuração (Schleicher et al, 1993).

3.3.6 Análise da forma do sinal

O resultado (3.15) mostra que a migração com amplitude verdadeira realizada desta forma não somente fornece uma medida do coeficiente de reflexão R_c , mas também preserva a forma do pulso da fonte $W(t)$. Entretanto, conforme Tygel et al (1994), a forma do pulso é distorcida de uma forma que pode ser prevista pela teoria. Esta distorção é função da variação do ângulo de reflexão, inclinação do refletor e/ou variação de velocidade e ocorre mesmo se a migração é realizada com o modelo de velocidade correto.

Para analisar essa distorção, tome-se dois pontos: o ponto de reflexão R com coordenadas (x_o, z_o) localizado sobre o refletor e o ponto M com coordenadas (x_o, z) levemente deslocado de R na vertical, conforme Figura 3.4. O resultado da migração com amplitude verdadeira no ponto R já foi obtido e é dado pela equação

$$V_F(R) = R_c A W(0). \quad (3.28)$$

A integral de empilhamento de difrações modificado no domínio da frequência, no ponto M , é dada por

$$\hat{V}_F(M, \omega) = \sqrt{\frac{-i\omega}{2\pi}} \hat{W}(\omega) \int_A d\xi w(M, \xi) R_c \frac{A}{L} e^{i\omega\tau_F(M, \xi)}. \quad (3.29)$$

Faz-se uso do fato de que somente a coordenada z varia de R a M , de modo que pode-se aplicar a expansão em série de Taylor, na vizinhança de z_o , em sua aproximação de primeira ordem,

$$\hat{V}_F(M, \omega) \approx \hat{V}_F(R, \omega) + \frac{\partial \hat{V}_F(R, \omega)}{\partial z} (z - z_o). \quad (3.30)$$

Sendo o valor de $\hat{V}_F(R, \omega)$ já conhecido, falta calcular $\frac{\partial \hat{V}_F}{\partial z}(R, \omega)$,

$$\frac{\partial \hat{V}_F}{\partial z}(R, \omega) = \sqrt{\frac{-i\omega}{2\pi}} \hat{W}(\omega) \int_A d\xi \frac{\partial}{\partial z} \left[w(M, \xi) R_c \frac{A}{L} e^{i\omega\tau_F(M, \xi)} \right] \Big|_{M=R}. \quad (3.31)$$

Desenvolvendo a derivada em relação a z ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{V}_F}{\partial z}(R, \omega) = \frac{\hat{W}(\omega)}{\sqrt{2\pi}} \int_A d\xi \left[(-i\omega)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial z} (w(M, \xi) R_c \frac{A}{L}) e^{i\omega\tau_F(\xi, M)} \right. \\ \left. - (-i\omega)^{\frac{3}{2}} w(\xi, M) R_c \frac{A}{L} \frac{\partial \tau_F(M, \xi)}{\partial z} e^{i\omega\tau_F(\xi, M)} \right] \Big|_{M=R}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Para altas frequências, o termo dominante da equação (3.32) é o termo de ordem $\omega^{\frac{3}{2}}$, de modo que

$$\frac{\partial \hat{V}_F}{\partial z}(R, \omega) \approx -(-i\omega)^{\frac{3}{2}} \frac{\hat{W}(\omega)}{\sqrt{2\pi}} \int_A d\xi m(\xi) w(\xi, R) R_c \frac{A}{L} e^{i\omega\tau_F(\xi, R)} \quad (3.33)$$

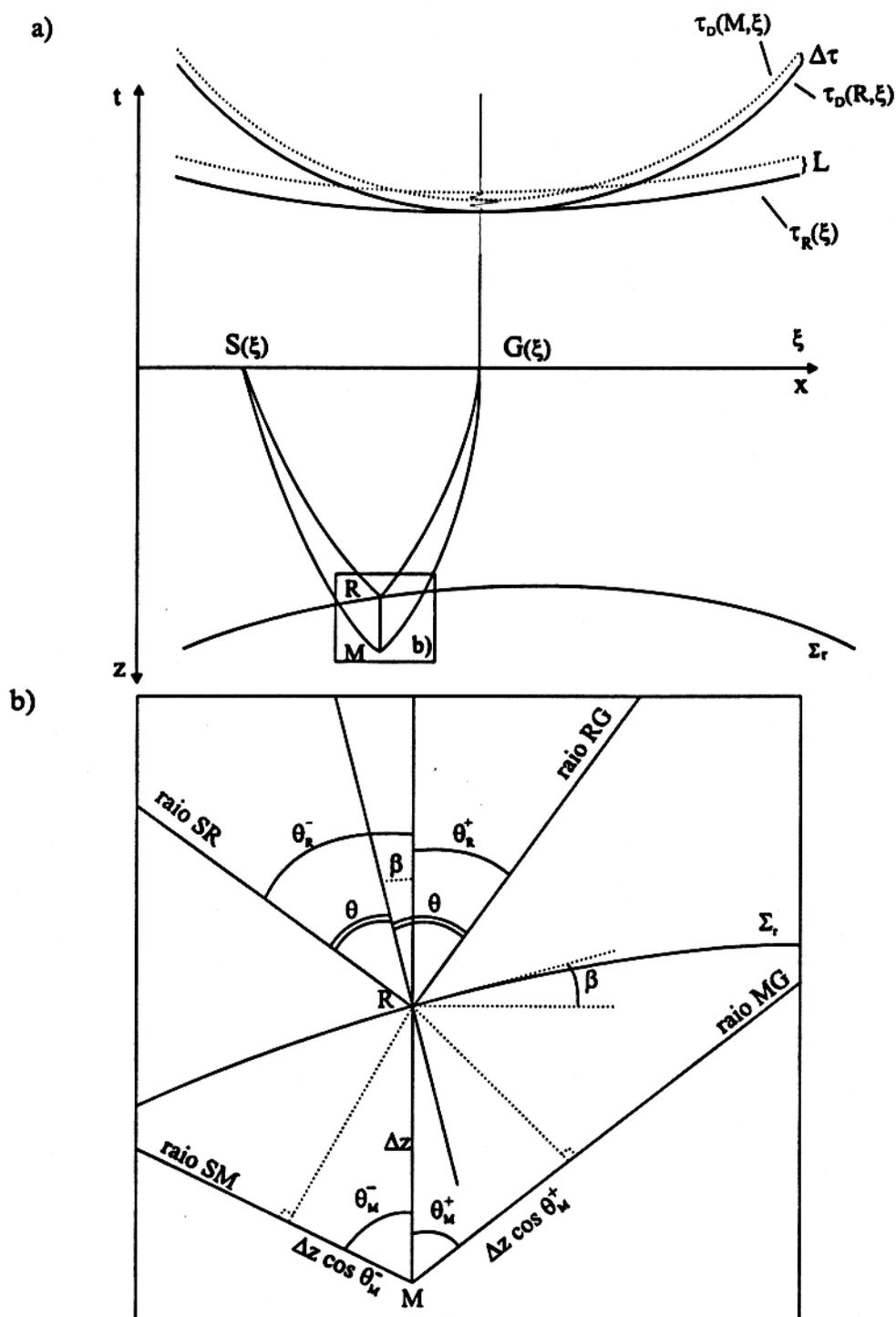


Figura 3.4 - (a) Esquema da migração por empilhamento de difrações. Quando o ponto $M(x_o, z)$ é levemente deslocado verticalmente do ponto de reflexão especular $R(x_o, z_o)$, a curva de difração correspondente $\tau_D(M, \xi)$ é deslocada no tempo por uma certa quantidade $\Delta\tau$. (b) Vista detalhada de porção da figura (a) com detalhes nos raios e ângulos próximo do ponto R . (Adaptado de Tygel et al, 1994)

onde

$$m(\xi) = \frac{\partial \tau_F}{\partial z}(\xi, R). \quad (3.34)$$

Aplicando o método da fase estacionária:

$$\frac{\partial \hat{V}_F}{\partial z}(R, \omega) \approx i\omega m_o R_c \mathcal{A} \hat{W}(\omega) \quad (3.35)$$

onde o símbolo m_o denota o valor de m no ponto estacionário, isto é, $m_o = m(\xi^*) = \frac{\partial \tau_F}{\partial z}(R, \xi^*)$. Como o tempo de trânsito de reflexão $\tau_R(\xi)$ não depende de M e portanto, não depende de z , pode-se também escrever

$$m_o = \frac{\partial \tau_D}{\partial z}(R, \xi^*). \quad (3.36)$$

Inserindo o resultado (3.35) na equação (3.30) tem-se

$$\hat{V}_F(M, \omega) \approx [1 + i\omega m_o(z - z_o)] R_c \mathcal{A} \hat{W}(\omega). \quad (3.37)$$

Voltando ao domínio do tempo,

$$V_F(M, t) \approx R_c \mathcal{A} [W(t) + m_o(z - z_o) \dot{W}(t)]. \quad (3.38)$$

No instante $t = 0$, tem-se

$$V_F(M) \approx R_c \mathcal{A} [W(0) + m_o(z - z_o) \dot{W}(0)]. \quad (3.39)$$

Finalmente, nota-se que para $|m_o(z - z_o)|$ pequeno tem-se, de acordo com a expansão em série de Taylor de primeira ordem de $W(t)$ na vizinhança de $t = 0$,

$$W(t = 0) + m_o(z - z_o) \dot{W}(t = 0) \approx W(t = m_o(z - z_o)), \quad (3.40)$$

o que permite escrever

$$V_F(M) \approx R_c \mathcal{A} W(m_o(z - z_o)). \quad (3.41)$$

Este resultado prova que, em um ponto M verticalmente deslocado de um ponto de reflexão especular R , o resultado da migração com amplitude verdadeira é o pulso da fonte distorcido com o mesmo fator de amplitude que no ponto R . O fator de alongamento do sinal m_o é dado pela equação (3.36) e, após feitas as devidas substituições,

$$m_o = \frac{\partial \tau_D}{\partial z}(R, \xi^*) = \frac{\partial}{\partial z} [\tau(S, M) + \tau(M, G)] \Big|_{M=R} = p_z(S, R) + p_z(R, G) = \frac{1}{v_R} (\cos \theta_R^- + \cos \theta_R^+). \quad (3.42)$$

Na Figura 3.4 nota-se que $\theta_R^\pm = \theta \pm \beta$ onde θ é o ângulo de reflexão e β é a inclinação do refletor em R , logo a equação (3.42) pode ser reescrita como

$$m_o = \frac{2}{v_R} \cos \theta \cos \beta. \quad (3.43)$$

A equação acima nos mostra que a distorção do pulso depende da velocidade da onda no ponto de reflexão, do ângulo de incidência e da inclinação do refletor. Testes com dados sintéticos analisados no capítulo 4 irão confirmar a validade dessa expressão.

3.4 EMPILHAMENTO MÚLTIPLO

No empilhamento múltiplo são realizados somatórios adicionais, onde a grandeza investigada é utilizada como fator de ponderação. Os empilhamentos adicionais podem ser realizados com pequeno esforço computacional durante a migração, tornando simples a sua implementação.

A idéia foi introduzida por Bleistein (1987) para a investigação do ângulo de incidência. Tygel et al (1993) propuseram a utilização desta técnica para a investigação dos atributos do raio associado ao ponto crítico.

Realiza-se o empilhamento duas vezes. A primeira com peso w qualquer ($V_w(M, t)$) e a segunda com $w = 1$ ($V_1(M, t)$). Verifica-se então que

$$w(\xi^*, M) = \frac{V_w(M, t)}{V_1(M, t)}. \quad (3.44)$$

Dois empilhamentos de difrações com pesos diferentes oferecem, portanto, a possibilidade de determinar qualquer quantidade relacionada com um raio refletido especificada pela função peso $w(\xi, M)$. A única condição é que a quantidade possa ser calculada independentemente para cada ponto M em profundidade e para cada par fonte-receptor (S, G) sendo M um ponto de reflexão ou não.

Uma quantidade que pode ser naturalmente determinada por este método é o ângulo de reflexão θ^* . Para isso escolhe-se $w(\xi, M) = \cos \theta$ para cada ponto M do modelo, onde θ é metade do ângulo entre os raios SM e MG e o resultado da equação (3.44) será $\cos \theta^*$. Outras quantidades também podem ser determinadas desta maneira como, por exemplo, o ângulo de partida em S ou o ângulo de emergência em G da reflexão primária SMG .

4 - IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO E TESTES COM DADOS SINTÉTICOS

Na primeira seção deste capítulo será descrita a implementação da migração em profundidade com amplitude verdadeira de dados 2-D e serão discutidos os parâmetros que controlam o procedimento, enquanto que no restante do capítulo serão discutidos testes com dados sintéticos que confirmam que os dados migrados contêm amplitude verdadeira.

4.1 ALGORITMO DE MIGRAÇÃO COM AMPLITUDE VERDADEIRA

O processo de migração de Kirchhoff permite restringir a região da migração a uma região previamente definida. Nesta zona alvo, uma malha de pontos é distribuído, sendo que os espaçamentos vertical (Δz) e horizontal (Δx) são escolhidos de acordo com critério apresentado a seguir.

O algoritmo de migração com amplitude verdadeira consiste de três passos básicos:

1. Cálculo da transformada de Hilbert da seção sísmica de entrada e aplicação do filtro derivada de meio tempo anti-causal ($\sqrt{-i\omega}$). Para isto basta calcular, no domínio da frequência,

$$\hat{U}_F(\xi, \omega) = \sqrt{-i\omega}(1 + \text{sgn}\omega)\hat{U}(\xi, \omega), \quad (4.1)$$

onde $\hat{U}(\xi, \omega)$ é a transformada de Fourier dos dados de entrada.

2. Cálculo do tempo de trânsito e da amplitude de todas as fontes e receptores para todos os pontos difratores na zona alvo da migração;
3. Somatório ponderado das amplitudes dos traços ao longo da curva de difração $\tau_D(\xi, M)$ para cada ponto difrator localizado na zona alvo. Os traços envolvidos no empilhamento encontram-se discretizados, desta forma a amplitude correspondente ao tempo $\tau_D(\xi, M)$ é normalmente obtida por interpolação linear.

4.1.1 Efeito alias na migração

O efeito alias é causado por uma discretização inadequada dos dados sísmicos. Nesta seção é discutida a aplicação da migração em dados com alias espacial, assim como a introdução

do efeito alias no empilhamento de difrações.

Segundo Yilmaz (1987), na migração de dados com eventos em alias espacial, a energia amostrada em alias é espalhada fora de sua posição verdadeira, gerando um ruído disperso nos dados migrados. Quando o alias espacial se faz presente nos dados que serão migrados, os efeitos indesejáveis podem ser evitados através da aplicação de um filtro passa-baixa, pela interpolação de dados ou pela aplicação de um filtro anti-alias. A filtragem das altas frequências provoca uma perda da resolução vertical nos dados migrados, a interpolação de dados multiplica o número de operações por uma potência de 2, enquanto que o filtro anti-alias limita a atuação da migração.

O efeito alias pode ser introduzido na migração durante o processo de empilhamento, sendo nestes casos chamado de alias do operador de migração (Yilmaz, 1987). Este efeito é evitado quando a curva de difração amostra dois traços consecutivos num intervalo de tempo menor que a metade da frequência máxima.

4.2 GERAÇÃO DE DADOS SINTÉTICOS

Os dados sintéticos utilizados para testar o programa de migração com amplitude verdadeira desenvolvido foram calculados através do programa de modelamento sísmico pela teoria do raio SEIS88 (Červený & Pšenčík, 1988). Os dados de entrada para a migração são sismogramas contendo a componente principal do vetor deslocamento sísmico, com o efeito da superfície da terra sendo desprezado, isto é, a camada superior do modelo é considerada um semi-espaço infinito.

4.3 TESTES COM DADOS SINTÉTICOS

Os testes realizados visaram demonstrar a exatidão do algoritmo de migração com amplitude verdadeira em dados sintéticos livres de ruído como também em dados com ruído. O objetivo do primeiro teste é mostrar com detalhes cada etapa do algoritmo e sua eficiência na correção do espalhamento geométrico dos dados e na preservação da forma do pulso da fonte, que é estudada com mais detalhe no segundo teste, onde a posição da fonte e dos receptores é escolhida de tal modo que o efeito de alongamento do sinal migrado em profundidade é mais pronunciado. Outro teste mostra que o algoritmo permite obter coeficientes de reflexão complexos. O quarto exemplo mostra a aplicação do método a dados de afastamento nulo, sendo depois analisado o efeito da migração de dados com ruído e a utilização do empilhamento duplo para uma estimativa da variação da amplitude com o ângulo de reflexão (AVA).

4.3.1 Refletor horizontal

Para o primeiro teste foram gerados dados sintéticos usando um modelo sísmico de duas camadas separadas por uma interface horizontal situada a uma profundidade de 2,5 Km. A velocidade da onda P na camada superior é de 5 Km/s e na camada inferior é de 6 Km/s. Foram traçados raios na configuração de fonte comum, sendo a fonte posicionada em $x_s = 0,1 \text{ Km}$ na superfície e 75 geofones foram distribuídos, equidistantemente, entre 1 e 4.7 Km, conforme mostrado na Figura 4.1. A figura Figura 4.1 também apresenta o sismograma sintético obtido, sendo apresentada a componente principal do vetor deslocamento com o efeito da superfície da terra sendo desprezado. A forma do sinal da fonte é representada pela função Gabor com frequência dominante de 40 Hz.

O algoritmo de migração com amplitude verdadeira foi aplicado aos dados da Figura 4.1. Como primeiro passo, foi calculada a transformada de Hilbert dos dados de entrada. O resultado é mostrado na Figura 4.2. O próximo passo foi aplicar o filtro $\sqrt{-i\omega}$ aos dados da Figura 4.2, sendo o resultado apresentado na Figura 4.3.

Para a realização da última etapa do processo foi necessária a especificação de um modelo de velocidades (o macromodelo). Foi utilizado um modelo com velocidade constante de 5 km/s na zona alvo $0,5 \leq x \leq 2,4 \text{ Km}$, $2,0 \leq z \leq 2,9 \text{ Km}$ mostrada na Figura 4.1, sendo $\Delta x = 0,025 \text{ Km}$ e $\Delta z = 0,003 \text{ Km}$. Para cada ponto M da malha na zona alvo, foi calculada uma curva de tempo de trânsito de difração, isto é, o tempo de trânsito do raio ligando a fonte ao ponto M mais o tempo de trânsito dos raios ligando o ponto M a cada um dos receptores. Se o ponto difrator coincide com um ponto de reflexão, conforme Figura 4.4a, o somatório das amplitudes dos traços ao longo da curva de difração mostrada nas figuras 4.4b e 4.4c é construtivo tendo resultado diferente de zero. Se o ponto difrator não coincide com um ponto de reflexão, o somatório das amplitudes ao longo da curva de difração correspondente a esse ponto é desprezível. Esta é a situação mostrada nas figuras 4.5a, 4.5b e 4.5c.

Para cada ponto da malha mais um cálculo, além da curva de difração, precisa ser efetuado: a função peso. Ela é calculada para cada raio ligando o ponto M à fonte e a um dos receptores.

Finalmente as amplitudes são somadas ao longo da curva de difração, multiplicadas pelo valor correspondente da função peso. O resultado deste procedimento é uma seção migrada no domínio da profundidade, ou melhor, duas seções: uma correspondente à parte real (Figura 4.6a) e outra correspondente à parte imaginária (Figura 4.6b) do resultado.

A abertura utilizada para a migração dos dados apresentados neste trabalho envolveu todos os traços da seção sísmica. Uma rotina mais avançada poderia utilizar a zona de

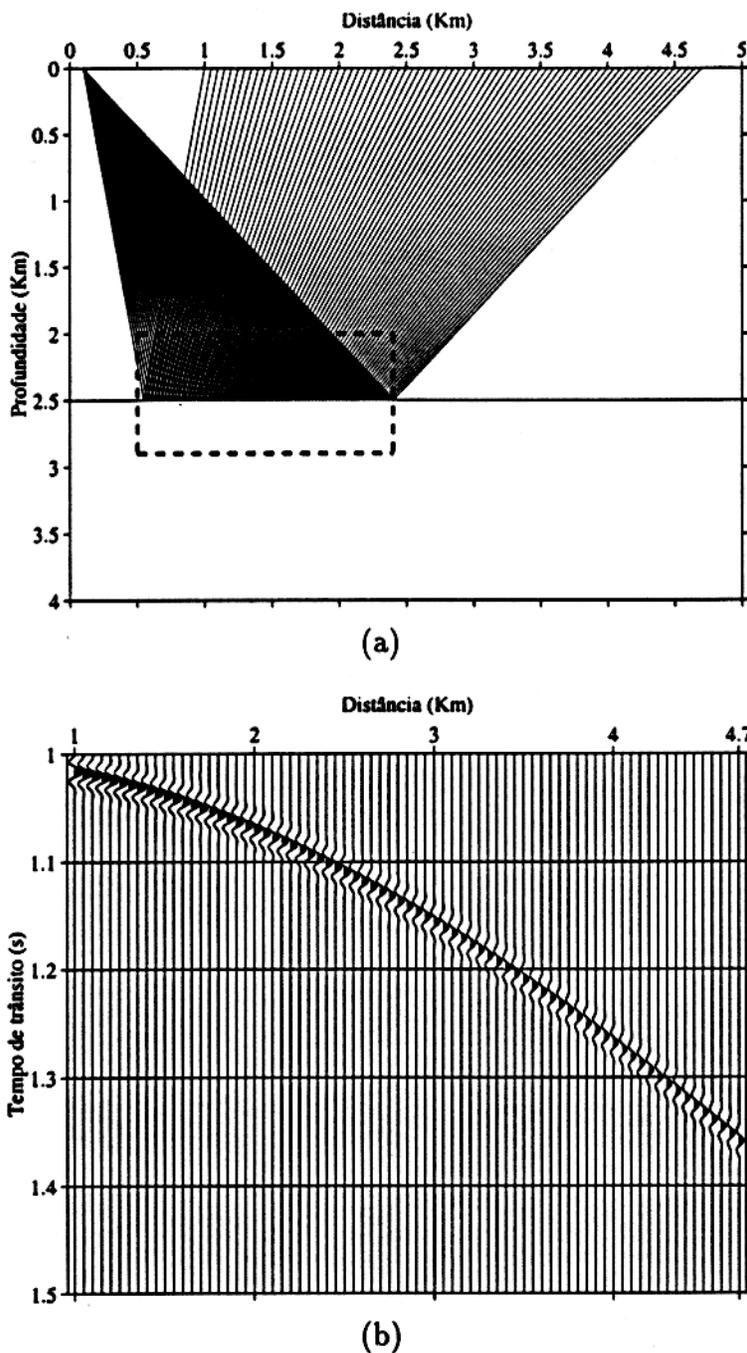
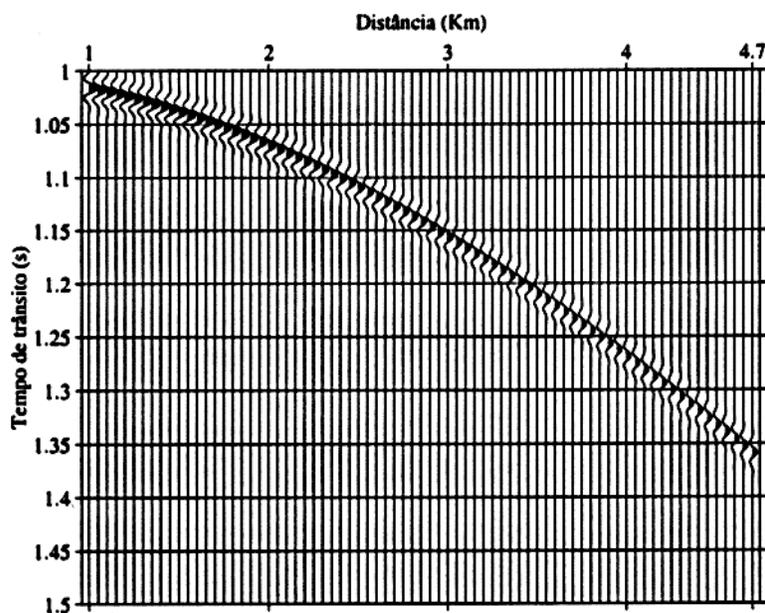
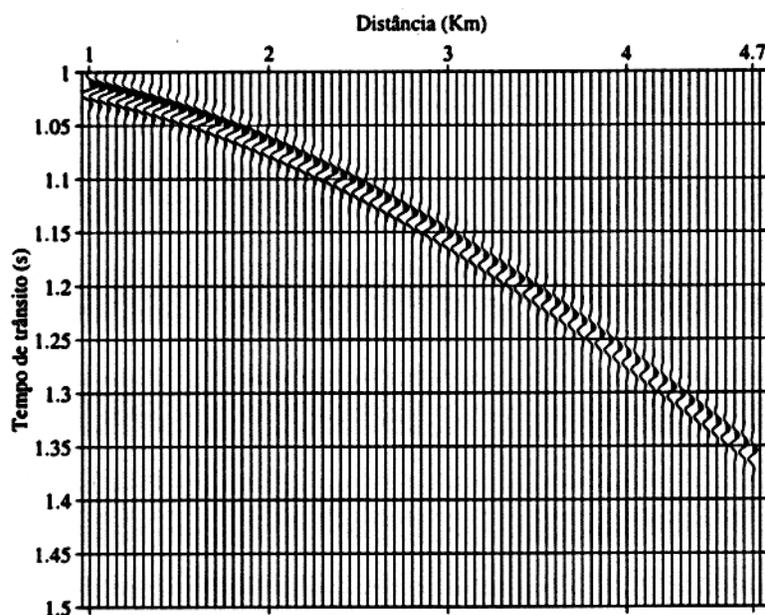


Figura 4.1 - Modelamento sísmico pela teoria do raio usando o programa SEIS88 (Červený & Pšencík, 1988). (a) Modelo constituído por duas camadas com velocidades constantes a saber, 5 Km/s e 6 Km/s respectivamente onde foram traçados 75 raios na configuração fonte comum com espaçamento de 50 m entre os receptores; (b) seção sísmica sintética. Foi utilizada a função Gabor com frequência dominante de 40 Hz como pulso da fonte, e os traços possuem intervalo de amostragem de 1 ms.

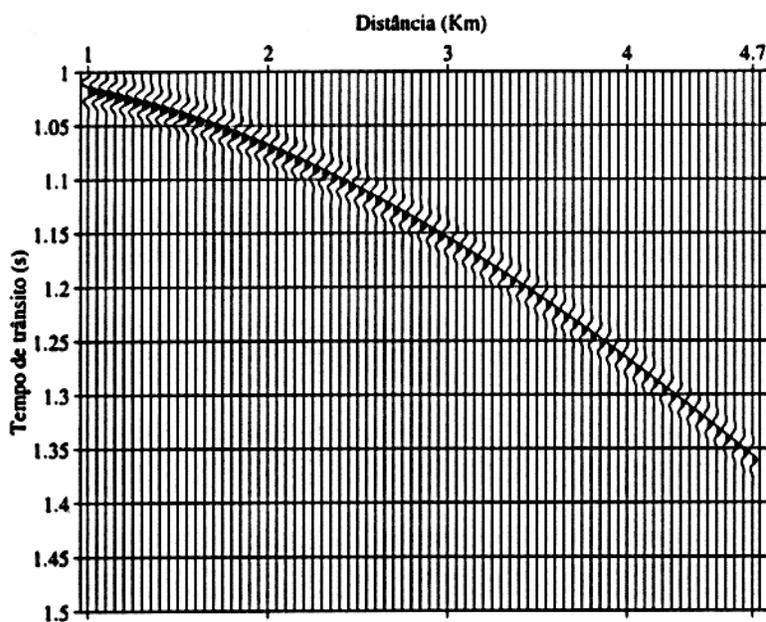


(a)



(b)

Figura 4.2 - Seção sísmica analítica. Em (a) tem-se a parte real e em (b) a parte imaginária (transformada de Hilbert da parte real).

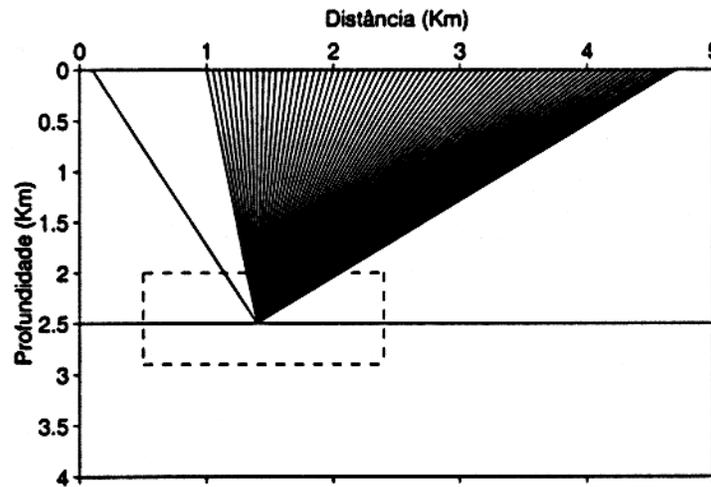


(a)

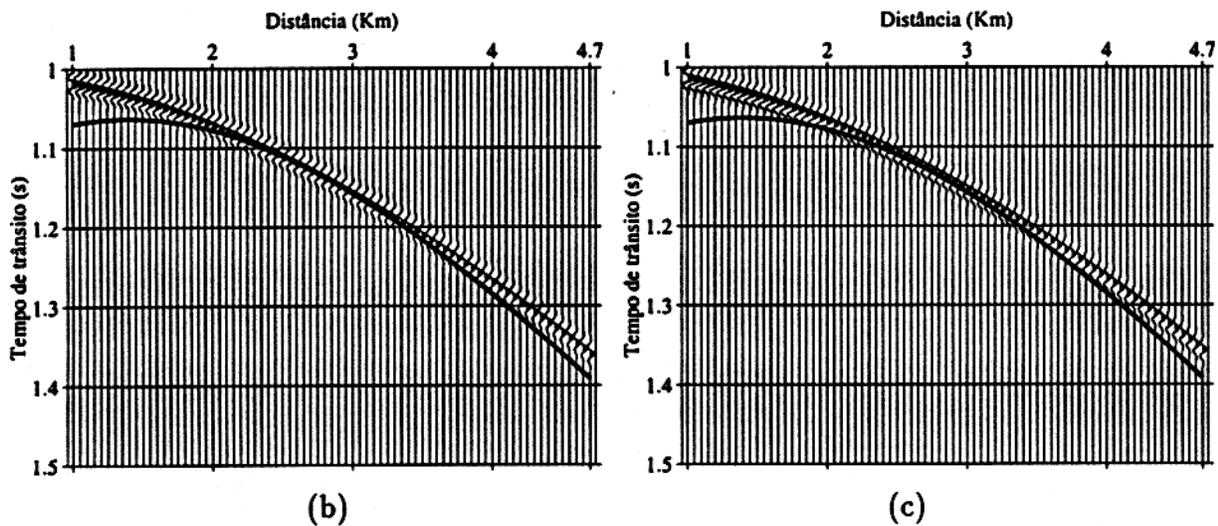


(b)

Figura 4.3 - Seção sísmica após a aplicação do filtro de derivada de meio tempo anti-causal. (a) Parte real. (b) Parte imaginária.



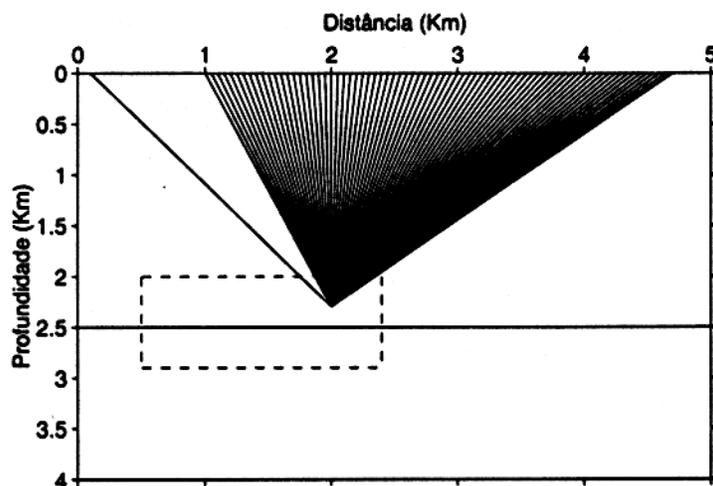
(a)



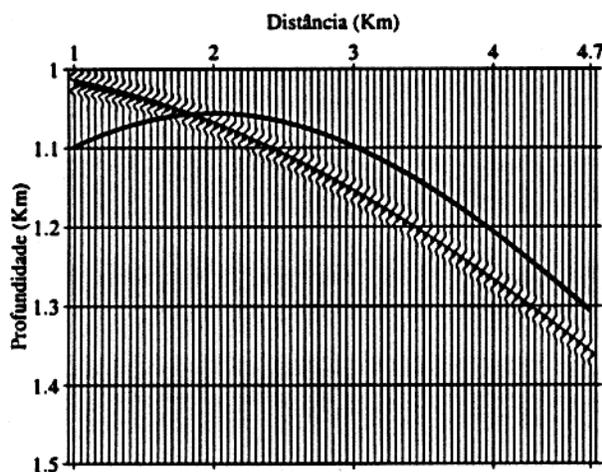
(b)

(c)

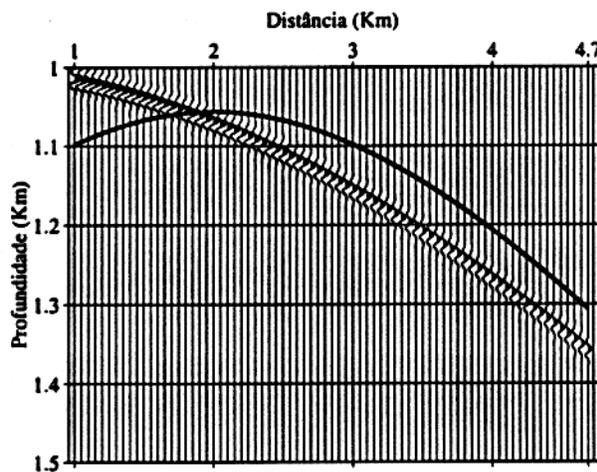
Figura 4.4 - (a) Ponto difrator de coordenadas (1.4,2.5) localizado sobre o refletor, neste caso, a curva de tempo de trânsito de difração (curva de Huygens) é tangente à curva de tempo de trânsito de reflexão, como se pode verificar em (b) e (c) onde é apresentada a seção sísmica filtrada (partes real e imaginária) juntamente com a curva de Huygens.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.5 - (a) Ponto difrator de coordenadas (2,2.3) não localizado sobre o refletor, neste caso, a curva de tempo de trânsito de difração (curva de Huygens) não é tangente à curva de tempo de trânsito de reflexão, como se pode verificar em (b) e (c) onde é apresentada a seção sísmica filtrada (partes real e imaginária) juntamente com a curva de Huygens.

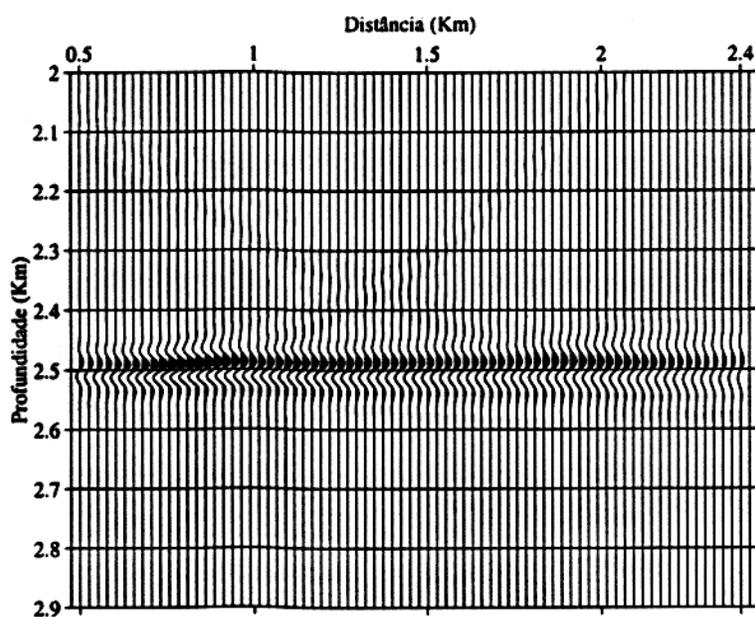
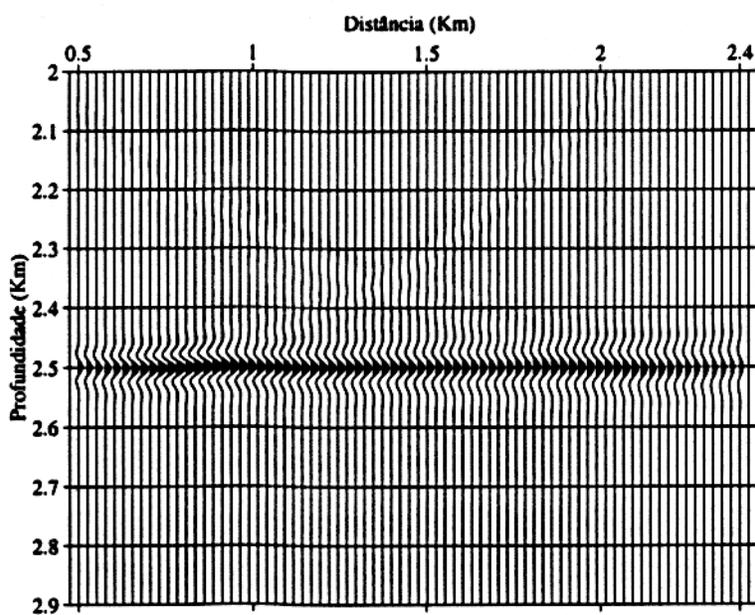


Figura 4.6 - Seções migradas. (a) Parte real; (b) parte imaginária.

Fresnel para estimar a abertura mínima do operador de migração, por exemplo, conforme Schleicher et al. (1997).

Retirando-se as amplitudes das seções, na posição do refletor, lembrando que o sinal da fonte utilizado no modelamento tinha amplitude unitária, deve ser igual ao coeficiente de reflexão. As amplitudes foram retiradas, na posição do refletor, obtendo-se as partes real e imaginárias do coeficiente de reflexão que concordam com o valor teórico do coeficiente de reflexão conforme comparação realizada na Figura 4.7, verificando-se que o resultado deste processo realmente apresenta amplitude verdadeira, havendo discordância nas bordas devido à abertura limitada do operador, visto que a teoria pressupõe abertura infinita, mas o levantamento sísmico é realizado numa região limitada.

Verifica-se, também, que a forma do sinal é preservada conforme predito pela teoria, como se pode observar na 4.3.1

4.3.2 Análise da distorção do sinal

Para este teste foram gerados dados sintéticos a partir de um modelo sísmico de duas camadas separadas por uma interface plana horizontal situada na profundidade de 0,6 Km. A velocidade da onda P na camada superior é de 4 Km/s e na camada inferior é de 4,1 Km/s. A fonte foi posicionada em $x = 0$ Km na superfície e 120 receptores foram distribuídos, equidistantemente, entre 0 e 3 Km na superfície. As posições da fonte e dos receptores foram escolhidas de tal modo que o efeito de alongamento do pulso será bastante pronunciado na seção migrada em profundidade. Como pulso da fonte foi utilizada a função Gabor com frequência dominante de 40 Hz e os dados foram amostrados a cada 1,0 ms.

Os dados sintéticos obtidos foram normalizados de forma que cada traço sísmico passou a ter a mesma amplitude máxima conforme mostrado na seção sísmica da Figura 4.9. Os dados normalizados foram migrados em profundidade usando um modelo de velocidade constante de 4,0 Km/s na zona alvo $0 \leq x \leq 1,5$ Km, $0,1 \leq z \leq 0,9$ Km com espaçamento entre os pontos difradores de $\Delta x = 0,0126$ Km e $\Delta z = 0,0125$ Km. Na Figura 4.10a é apresentada a seção migrada, sendo que cada traço está normalizado pelo seu valor máximo para uma melhor visualização do efeito de alongamento do sinal. Está sendo mostrada apenas a parte real dos dados migrados com amplitude verdadeira, pois o coeficiente de reflexão para esses dados é um número real, sendo, portanto, a parte real dos dados migrados suficiente para a análise. Na Figura 4.10b apresenta-se uma comparação entre valores teóricos obtidos a partir da expressão (3.43) e valores medidos na Figura 4.10a do comprimento relativo do sinal em cada traço em relação ao comprimento do sinal do primeiro traço (que é o traço de

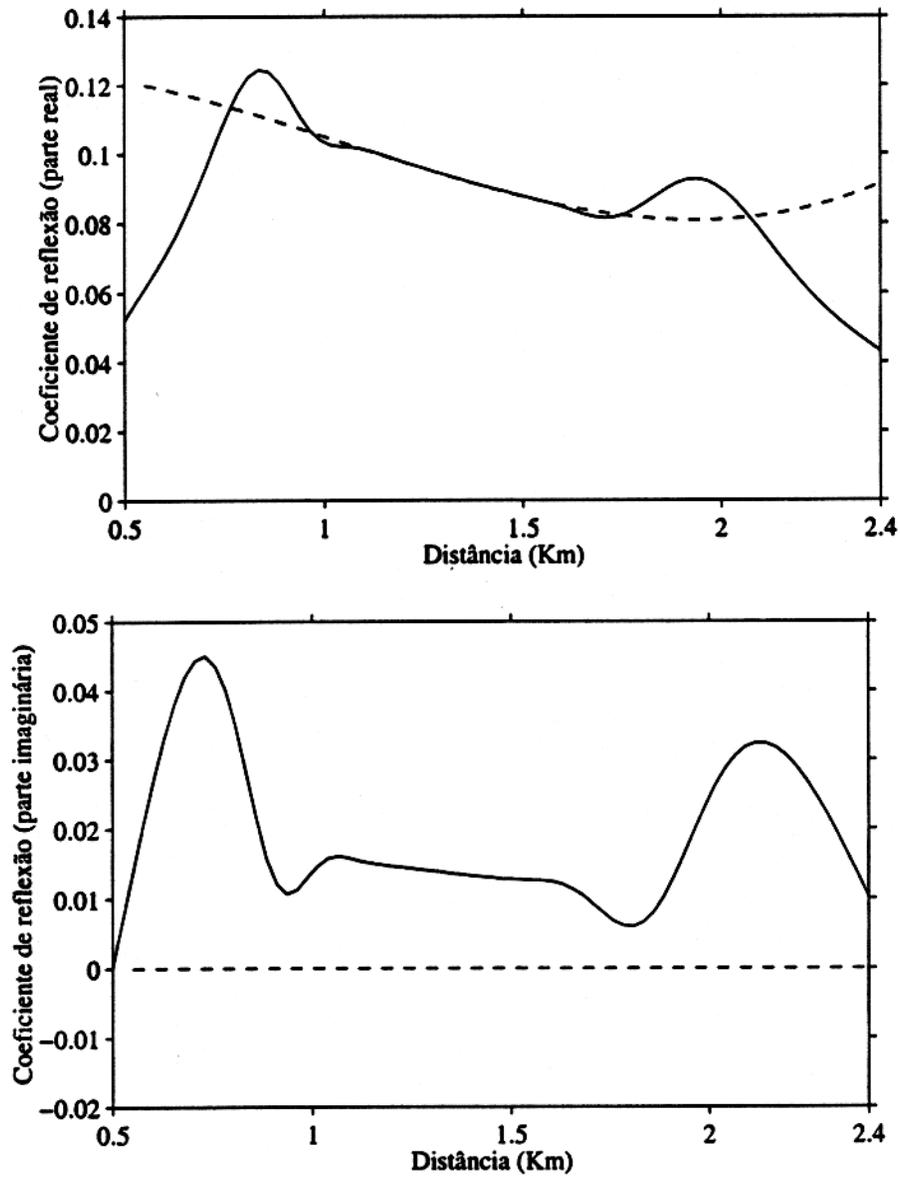


Figura 4.7 - A linha pontilhada representa o valor teórico, e a linha cheia representa o valor retirado das seções migradas.

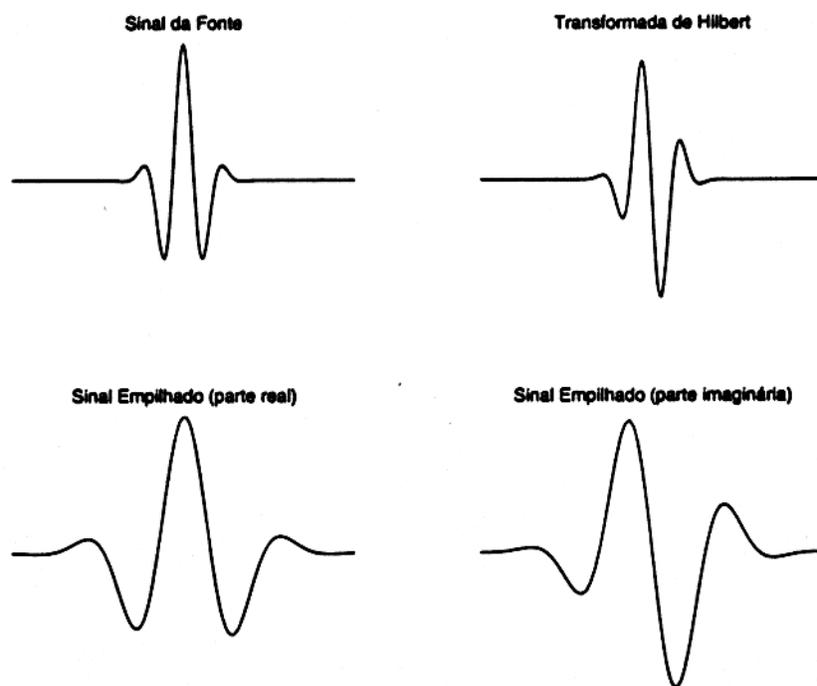


Figura 4.8 - Sinal da fonte e sua transformada de Hilbert comparado com a forma do sinal após o empilhamento de difrações modificado (parte real e parte imaginária). Verifica-se que o empilhamento de difrações modificado preserva a forma do sinal da fonte.

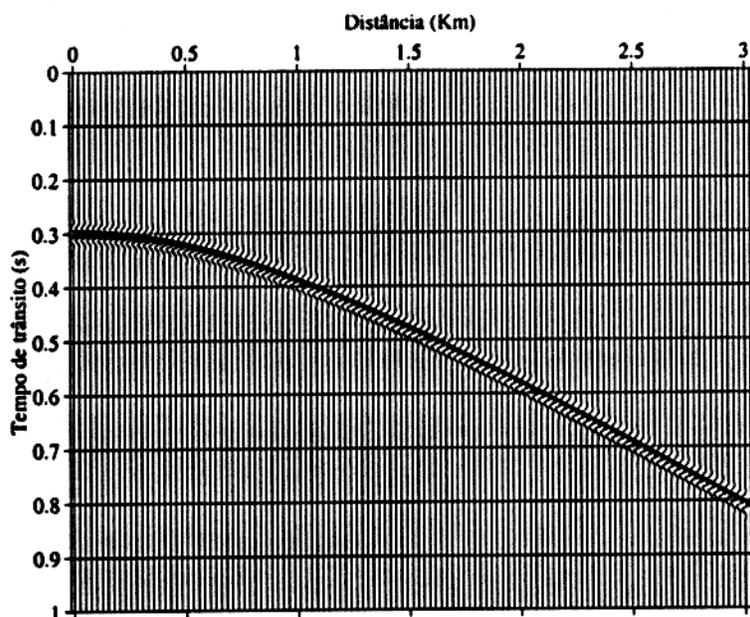


Figura 4.9 - Dados sintéticos normalizados. A normalização foi feita para permitir melhor visualização do efeito de alongamento do sinal verificado na migração em profundidade desta seção.

afastamento nulo), sendo a concordância muito boa.

4.3.3 Coeficientes de reflexão complexos

Foram gerados dados sintéticos com um modelo de duas camadas separadas por uma interface curva, sendo 5 Km/s e 10 Km/s as velocidades da onda P nas camadas superior e inferior, respectivamente. Os dados foram obtidos na configuração de fonte comum com a fonte e os receptores posicionados de tal modo que tem-se reflexões pós-críticas (coeficiente de reflexão complexo). O modelo, juntamente com a trajetória dos raios e a seção sísmica sintética são apresentados na Figura 4.11. A fonte está localizada em 0,1 Km na superfície, os receptores estão localizados a partir de 1 Km com espaçamento de 0,05 Km. O intervalo de amostragem de cada traço é de 1 ms, e o sinal fonte utilizado é uma função Gabor com frequência dominante de 50 Hz. Os dados foram migrados na profundidade na zona $1\text{Km} \leq x \leq 3,1\text{km}$ e $1,7\text{Km} \leq z \leq 2,4\text{Km}$ usando um modelo de velocidade constante de 5 Km/s com $\Delta x = 0,021\text{Km}$, $\Delta z = 0,006\text{Km}$. As seções migradas (partes real e imaginária) são apresentadas na Figura 4.12. Na Figura 4.13 é feita a comparação entre o coeficiente de reflexão teórico e o obtido a partir das amplitudes da seção migrada. Verifica-se que o algoritmo de migração com amplitude verdadeira implementado permite obter coeficientes

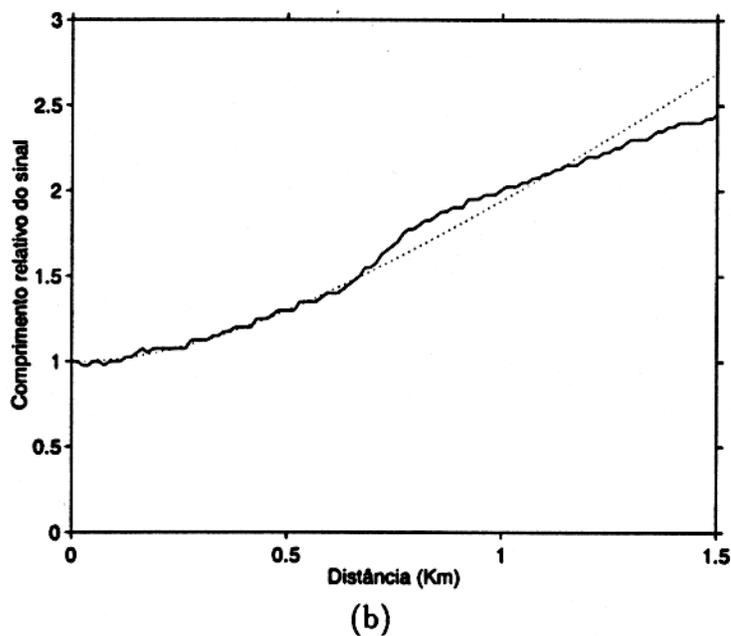
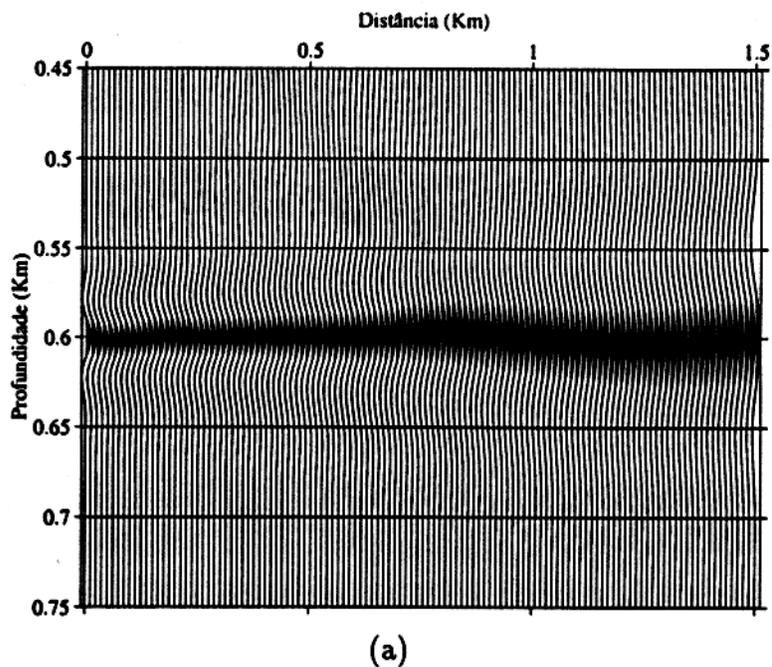
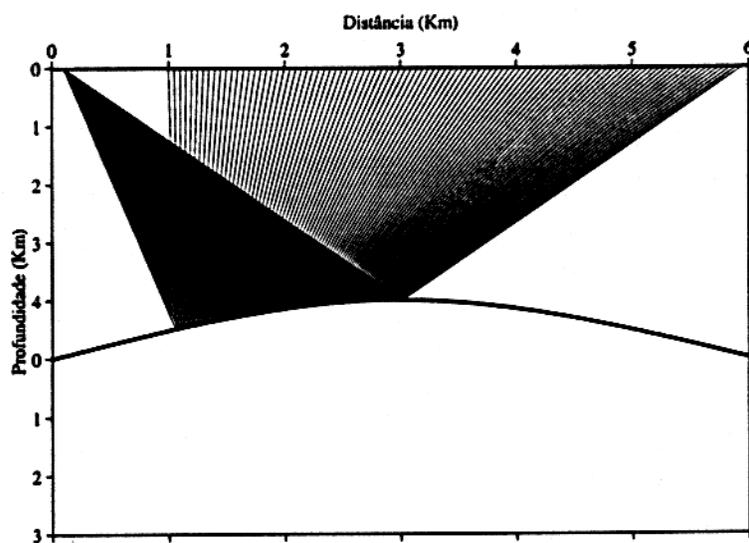
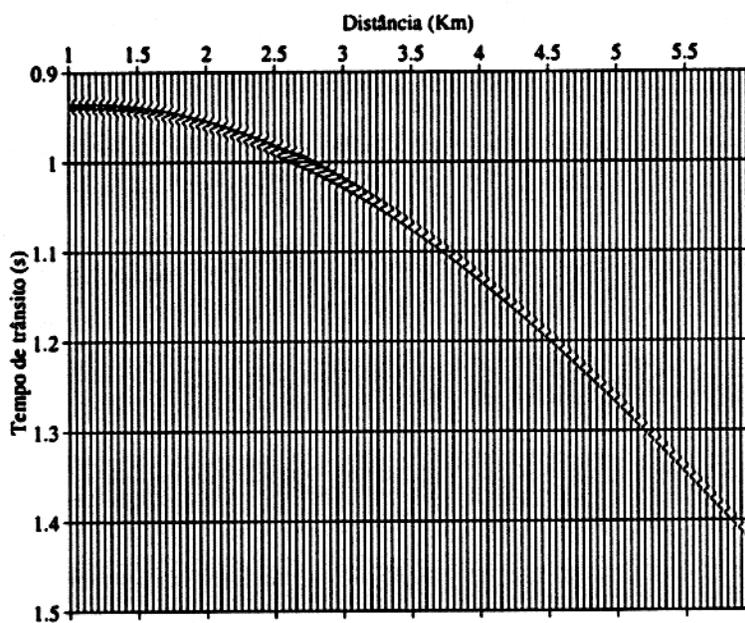


Figura 4.10 - (a) Seção migrada na profundidade. Cada traço está normalizado pelo seu valor máximo, de modo a permitir melhor visualização do efeito de alongamento do pulso. (b) Comparação entre o comprimento do pulso determinado a partir da seção migrada da Figura 4.10(a) e o resultado predito pela teoria.

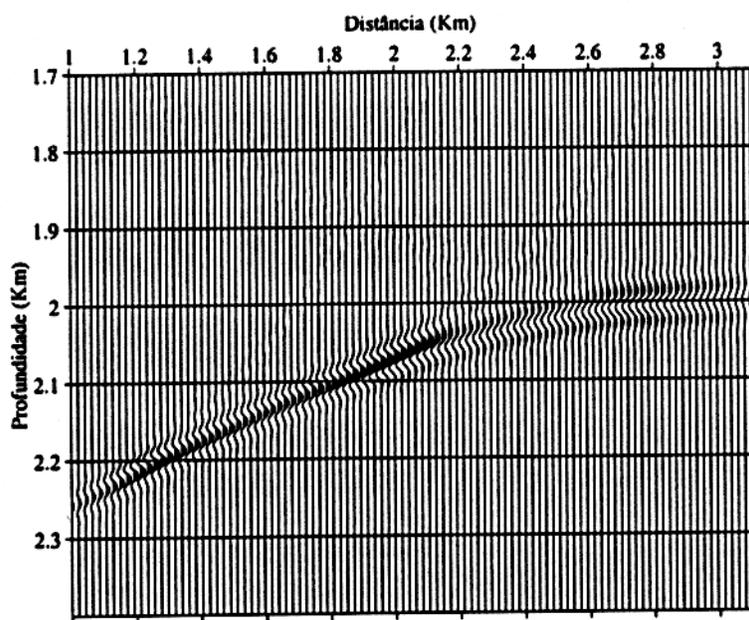


(a)

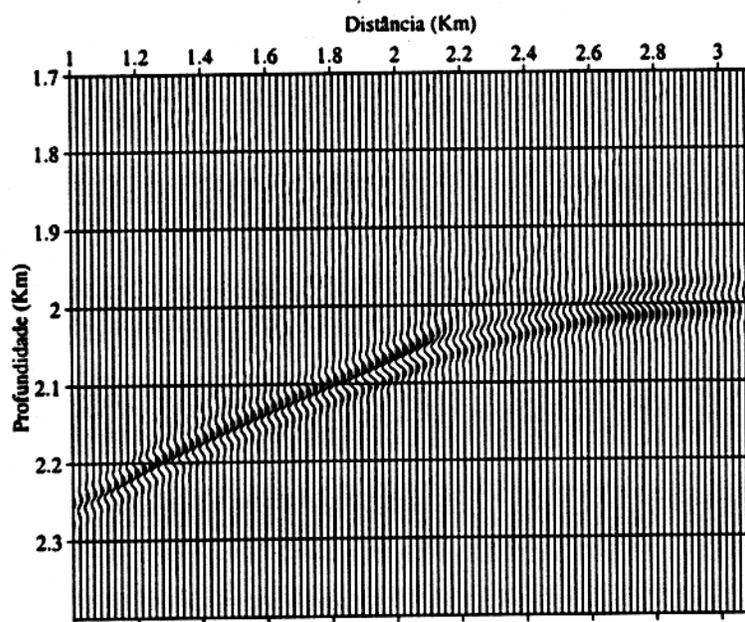


(b)

Figura 4.11 - Modelamento sísmico usando o pacote SEIS88 (Červený & Pšencík, 1988). (a) Modelo sísmico composto de duas camadas separadas por uma interface curva. A velocidade da onda P nas camadas superior e inferior é de 5 Km/s e 10 Km/s respectivamente. Foram traçados raios na configuração de fonte comum, sendo o sismograma sintético resultante mostrado em (b).



(a)



(b)

Figura 4.12 - Seções migradas no domínio da profundidade. (a) Parte real. (b) Parte imaginária.

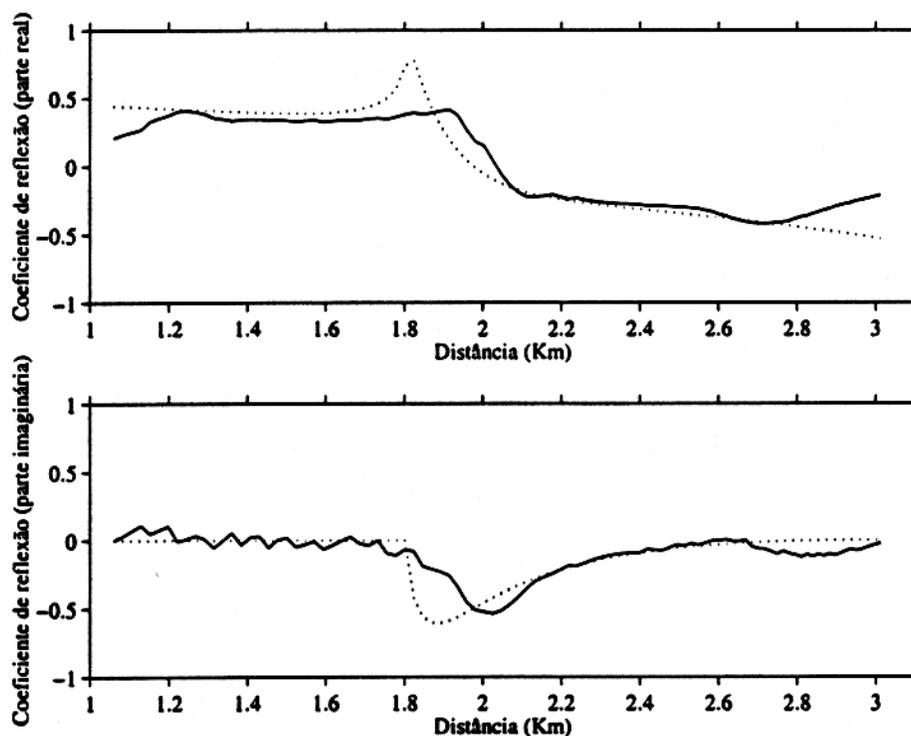


Figura 4.13 - Coeficientes de reflexão. Linha cheia: obtido a partir das seções migradas com amplitude verdadeira. Linha pontilhada: valor exato.

de reflexão complexos. Observa-se um erro maior nos dois extremos da curva. Isto se deve ao truncamento da curva de difração nestas regiões.

4.3.4 Dados de afastamento nulo

O algoritmo pode ser aplicado a todas as configurações de processamento sísmico apresentadas na seção 3.3.5. Nesta seção serão analisados resultados obtidos com a aplicação do algoritmo a dados de afastamento nulo. Deve-se ressaltar que todo o pré-processamento dos dados deve tratar cuidadosamente a amplitude das reflexões sísmica de modo que a migração com amplitude verdadeira tenha um resultado correto.

Os dados foram obtidos a partir de modelamento sísmico com uma versão modificada do pacote SEIS88 (Červený & Pšenčík, 1988). O modelo consiste de duas camadas com velocidades constantes de 2,5 e 3,0 Km/s, respectivamente, separadas por uma interface curva. Foram traçados 49 raios na configuração de afastamento nulo com afastamento de 25 m entre os pares fonte-receptor. Como pulso da fonte foi novamente utilizada a função

Gabor com frequência dominante de 50 Hz. Na obtenção dos dados, foi tomado um cuidado especial para evitar cáusticas, cujo tratamento ainda não foi introduzido no programa de migração utilizado. O modelo com as trajetórias dos raios e os dados sintéticos obtidos são apresentados na Figura 4.14.

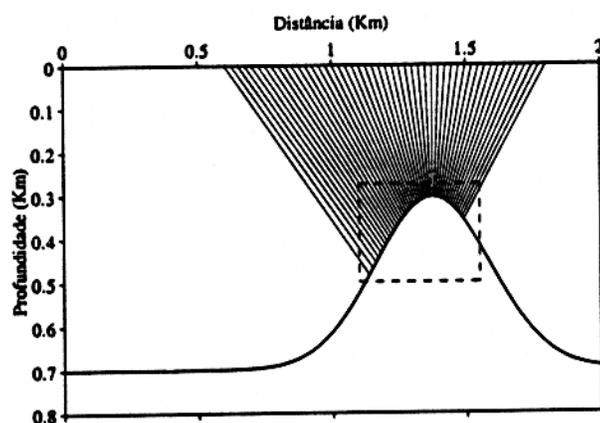
Os dados da Figura 4.14 foram migrados na profundidade usando um macromodelo de velocidade constante de 2,5 Km/s, na zona alvo $1,1 \leq x \leq 1,55$ Km, $0,275 \leq z \leq 0,5$ Km com $\Delta x = 0,003$ Km e $\Delta z = 0,009375$ Km. O resultado da migração é apresentado na Figura 4.15, sendo apresentada somente a parte real do resultado, pois o coeficiente de reflexão é um número real para dados nesta configuração.

Retirando a amplitude da seção migrada da Figura 4.15 na posição exata dos pontos de reflexão, obtêm-se uma estimativa do coeficiente de reflexão (linha cheia na Figura 4.16) que é comparado com o valor exato do coeficiente de reflexão (linha pontilhada na Figura 4.16). Verifica-se que a concordância entre os valores obtidos a partir da migração com amplitude verdadeira e o valor exato do coeficiente de reflexão é muito boa na região central da Figura 4.16, havendo maiores disparidades nas bordas pelo mesmo motivo já discutido nos exemplos anteriores.

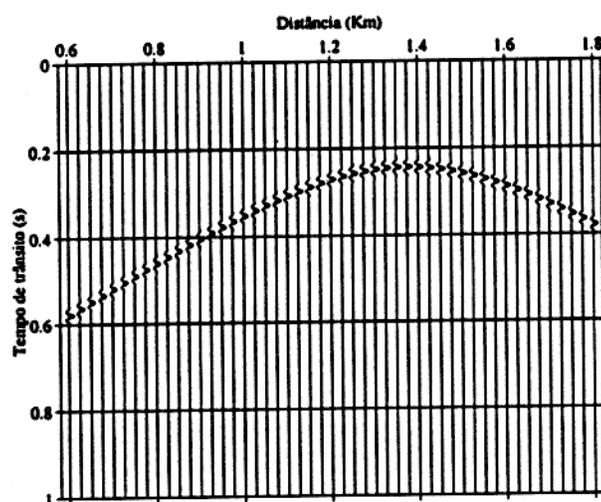
4.3.5 Dados com ruído

Para a análise da influência do ruído no resultado da migração com amplitude verdadeira foi adicionado ruído aos dados apresentados na Figura 4.1 da seção 4.3.1. Foi adicionado ruído com distribuição uniforme de tal modo que sua amplitude máxima não ultrapassasse em 20% a amplitude máxima dos dados. Os dados de entrada com ruído para a migração são apresentados na Figura 4.17.

Os dados da Figura 4.17 foram migrados no domínio da profundidade na mesma zona alvo e usando os mesmos parâmetros descritos na seção 4.3.1. As seções migradas (partes real e imaginária) são apresentadas na Figura 4.18. Observa-se na Figura 4.18 que a posição do refletor é localizada corretamente. O próximo passo foi retirar as amplitudes da seção sísmica migrada exatamente na posição dos pontos de reflexão, conforme é apresentado na Figura 4.19 (linha cheia) onde é comparado com o valor exato do coeficiente de reflexão (linha tracejada). Verifica-se assim, que mesmo na presença de ruído, a estimativa do coeficiente de reflexão variando com o ângulo de reflexão obtida a partir do algoritmo de migração com amplitude verdadeira apresentado neste trabalho é muito boa.



(a)



(b)

Figura 4.14 - (a) Modelo com duas camadas com velocidades de 2,5 Km/s e 3,0 Km/s, respectivamente, separadas por uma interface curva. Raios traçados a partir de 49 pares fonte-receptor na configuração de afastamento nulo com afastamento de 25 m entre cada par fonte-receptor, Sem considerar cáusticas. A figura não está em escala, há exagero na vertical. (b) Sismograma sintético, onde foi utilizada como fonte a função Gabor com frequência dominante de 50 Hz. Os traços possuem intervalo de amostragem de 2 mS.

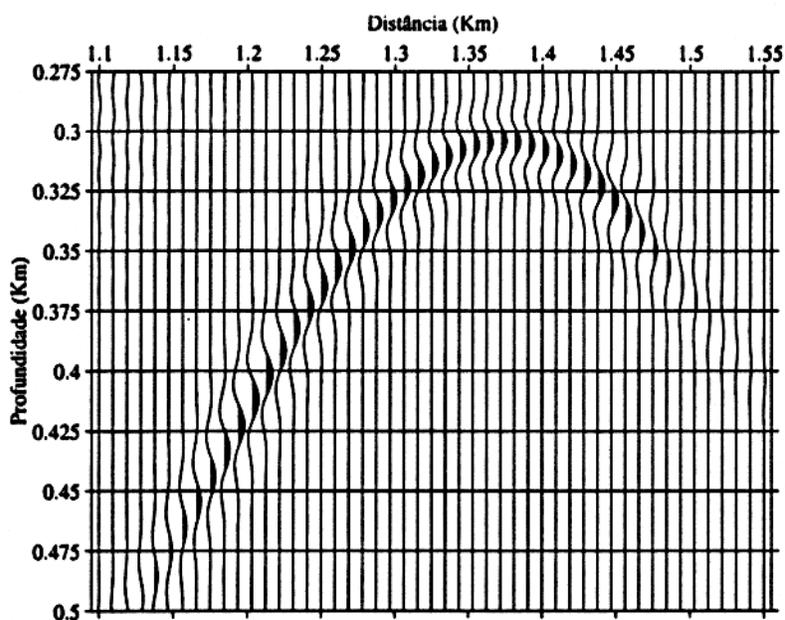


Figura 4.15 - Seção migrada no domínio da profundidade.

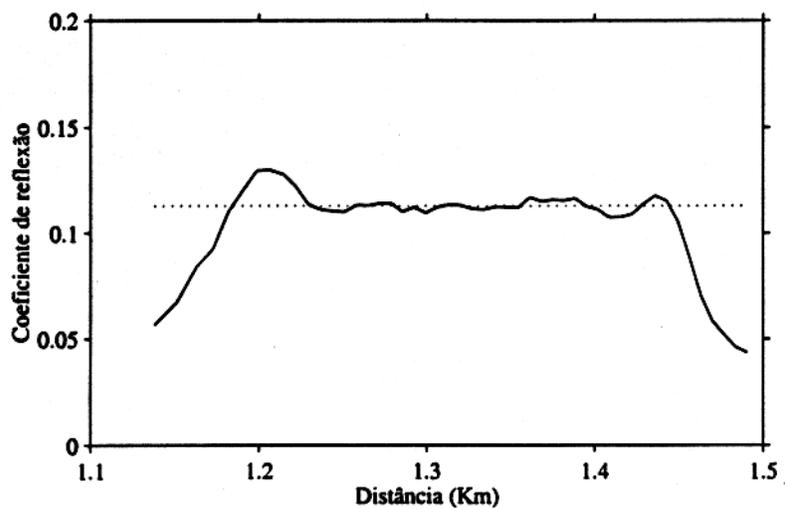


Figura 4.16 - Coeficientes de reflexão. Linha cheia: obtido a partir da seção migrada com amplitude verdadeira. Linha pontilhada: valor exato.

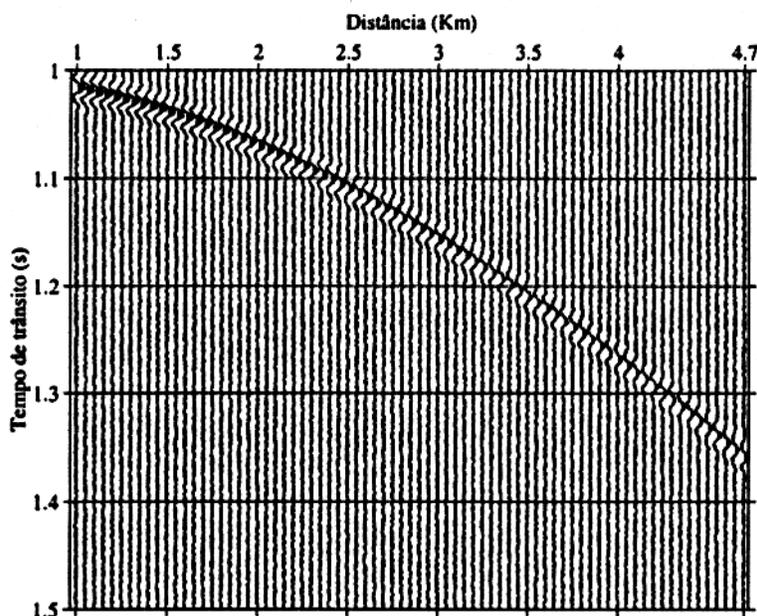
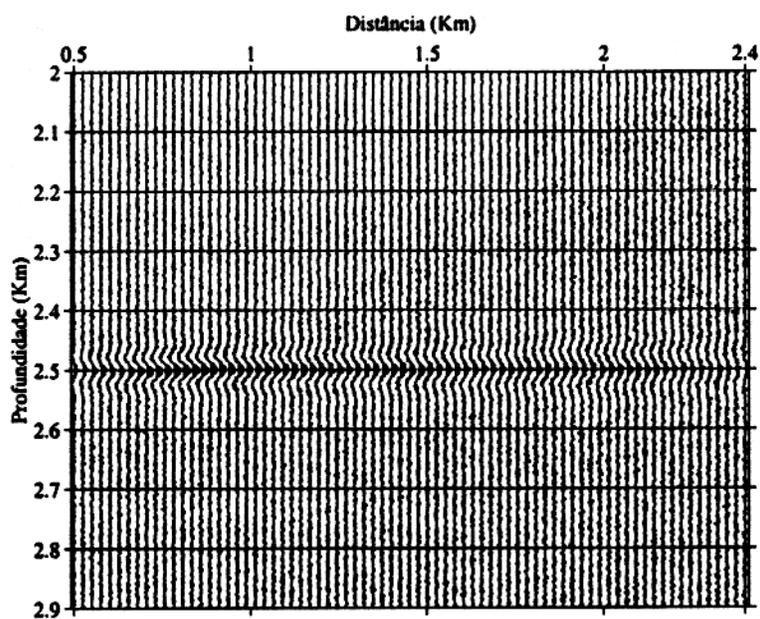


Figura 4.17 - Dados com ruído. O ruído foi adicionado de tal modo que a amplitude máxima do ruído não ultrapassa em 20 % a amplitude máxima dos dados.

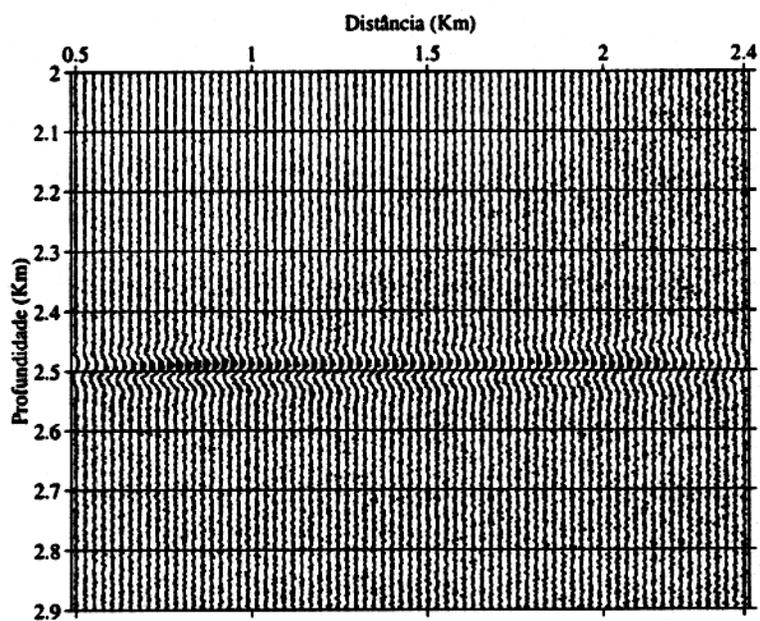
4.3.6 Empilhamento múltiplo

O empilhamento múltiplo permite que, durante o processo de empilhamento de difrações, sem grande esforço computacional adicional, sejam determinados atributos dos pontos de reflexão, como por exemplo o ângulo de reflexão, que foi determinado neste teste. Isto permitirá que seja feita uma análise da variação da amplitude com o ângulo de incidência (AVA).

Inicialmente o empilhamento múltiplo foi utilizado para a obtenção da posição do receptor correspondente aos dados de reflexões sísmicas apresentados na Figura 4.1. Para isso foram realizados dois empilhamentos de difração usando os mesmos parâmetros para a migração da seção 4.3.1: o primeiro empilhamento foi realizado com a função peso $w(\xi, M) = 1$ e o segundo empilhamento de difrações com $w(\xi, M) = x$, isto é, a posição do receptor G associado a cada raio que parte de um ponto difrator M, de modo que dividindo-se o resultado do segundo empilhamento pelo primeiro, nos pontos críticos (sobre o refletor), obtêm-se a posição do receptor correspondente a esse ponto de reflexão, conforme a Figura 4.20. Verifica-se nessa figura que a concordância entre os valores estimados e exatos é muito boa, mesmo nas bordas, mostrando que o empilhamento múltiplo não sofre o efeito de abertura com a mesma intensidade que a migração com amplitude verdadeira.



(a)



(b)

Figura 4.18 - Dados migrados no domínio da profundidade. (a) Parte real. (b) Parte imaginária.

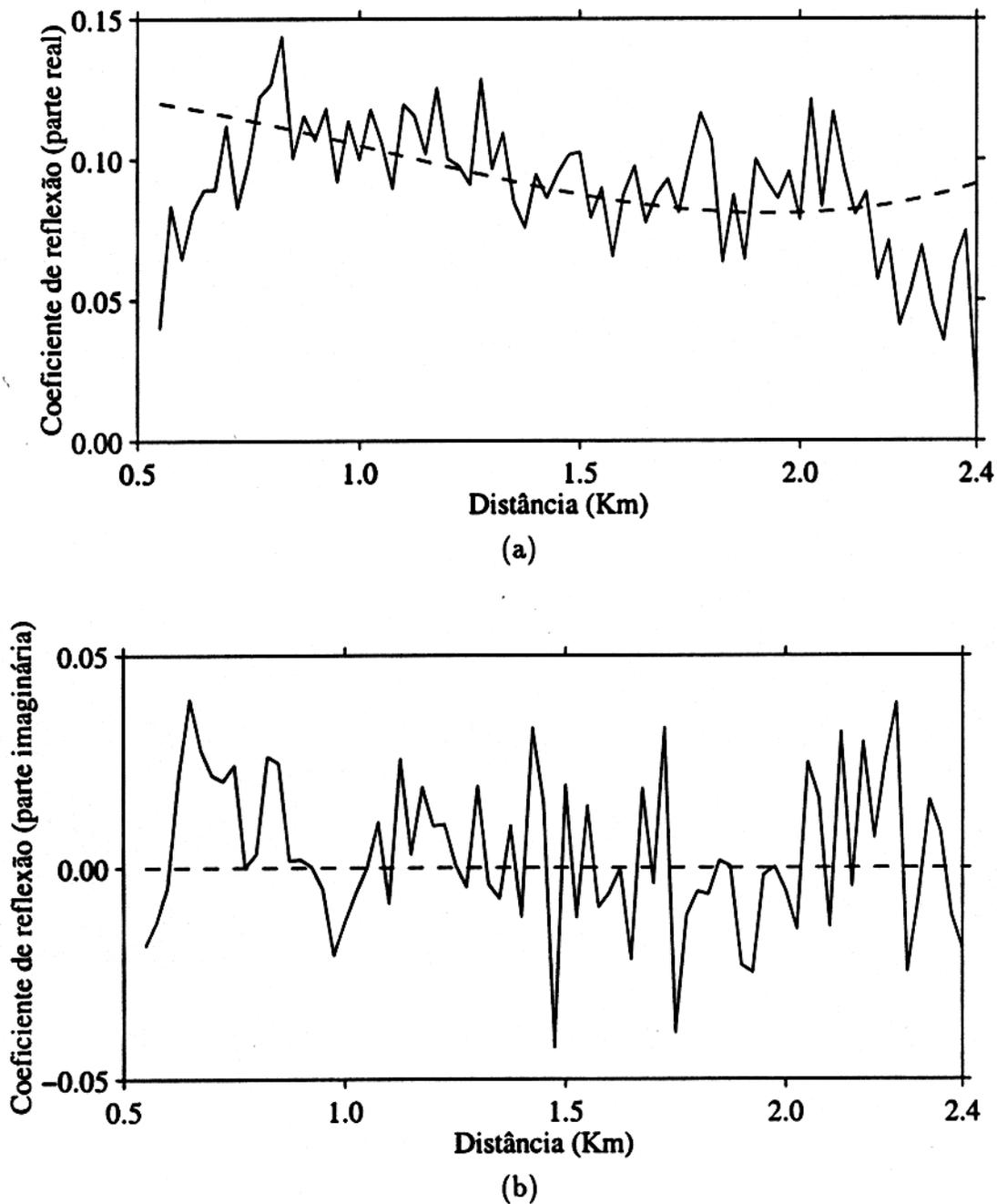


Figura 4.19 - Coeficientes de reflexão. Linha cheia: valores obtidos a partir da migração com amplitude verdadeira. Linha tracejada: valor exato. (a) Parte real. (b) Parte imaginária.

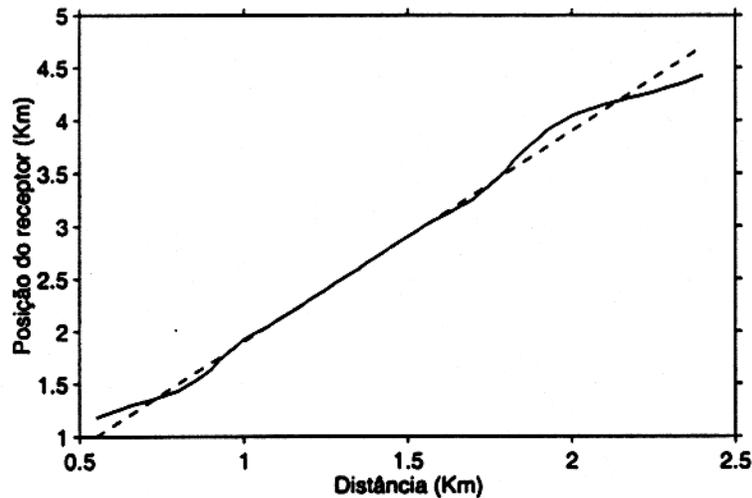


Figura 4.20 - Linha cheia: posição do receptor em função da abscissa do ponto refletor obtido a partir do empilhamento duplo. Linha tracejada: valor exato.

Em seguida, foi realizado outro empilhamento de difrações usando a função peso $w(\xi, M) = \cos \theta$, onde θ é metade do ângulo entre os raios SM e MG conforme a seção 3.4, de modo que, dividindo-se o resultado deste empilhamento pelo empilhamento com peso unitário, nos pontos críticos (sobre o refletor), obtêm-se o cosseno do ângulo de reflexão, ou então o ângulo de reflexão, conforme a Figura 4.21. Verifica-se nessa figura que a concordância entre os valores estimados e exatos do ângulo de reflexão é muito boa, mesmo nas bordas.

O resultado da Figura 4.20 pode ser combinado com a estimativa do coeficiente de reflexão para os mesmos dados obtida na seção 4.3.1 (Figura 4.7), o que permite o traçado da curva da variação do coeficiente de reflexão com o ângulo de reflexão (Figura 4.22), sendo que o valor estimado coincide com o valor exato desta curva, exceto nas bordas onde sofre forte efeito da abertura da migração com amplitude verdadeira.

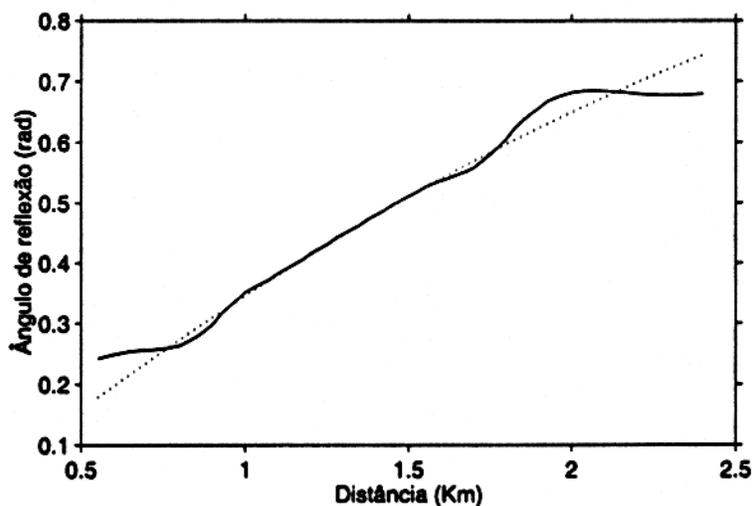


Figura 4.21 - Linha cheia: ângulo de reflexão em função da abscissa do ponto refletor obtido a partir do empilhamento duplo. Linha pontilhada: valor exato do ângulo de reflexão.

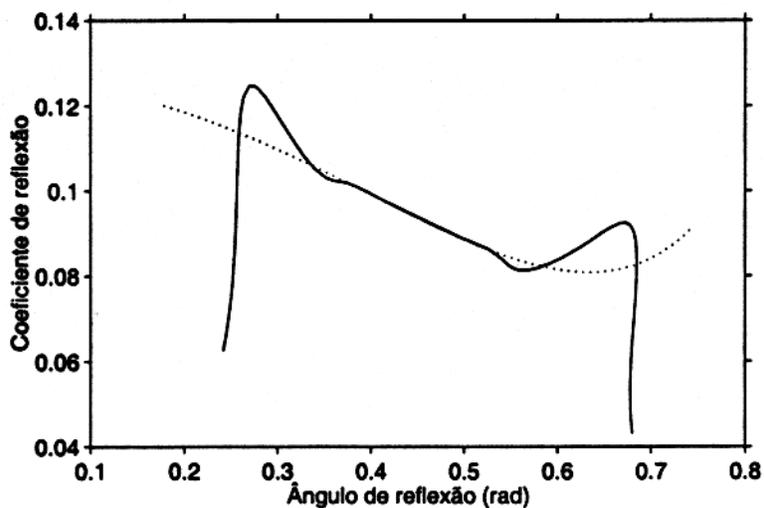


Figura 4.22 - Linha cheia: coeficiente de reflexão em função do ângulo de reflexão obtido a partir do empilhamento duplo juntamente com a migração com amplitude verdadeira. Linha pontilhada: valor exato.

5 - MIGRAÇÃO COM AMPLITUDE VERDADEIRA 2,5-D

A integral de migração com amplitude verdadeira de dados 3-D é dada por (Schleicher et al, 1993)

$$V(M, t) = -\frac{1}{2\pi} \iint_A d\xi_1 d\xi_2 w(\xi, M) \dot{U}(\xi, t + \tau_D(\xi, M)), \quad (5.1)$$

onde A é a abertura da migração, $\dot{U} = \frac{dU}{dt}$, $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ é um vetor de parâmetros que identifica um par fonte-receptor na superfície e $w(\xi, M)$ é a função peso, cujo valor no ponto de fase estacionária ξ^* é dado por

$$w(\xi^*, M) = \mathcal{L}_3 \sqrt{|\det \mathbf{H}_F|} \exp \left[\frac{i\pi}{2} \left(1 - \frac{\text{Sgn} \mathbf{H}_F}{2} \right) \right], \quad (5.2)$$

onde \mathbf{H}_F é a matriz Hessiana, isto é, a matriz de segundas derivadas de

$$\tau_F(\xi, M) = \tau_D(\xi, M) - \tau_R(\xi)$$

avaliadas em $\xi = \xi^*$ e $\text{Sgn}(\mathbf{H}_F) = \text{sgn}(\lambda_1) + \text{sgn}(\lambda_2)$ onde λ_1 e λ_2 são os autovalores reais não nulos da matriz simétrica \mathbf{H}_F . \mathcal{L}_3 é o espalhamento geométrico normalizado para uma fonte pontual 3D.

5.1 MODELO SÍSMICO 2,5-D

Considerando um modelo 2,5-D, um sistema de coordenadas Cartesianas geral (x_1, x_2, x_3) é convenientemente posicionado de tal modo que tem-se a segunda componente x_2 na direção em que não há variação das propriedades físicas do modelo; os outros eixos x_1 e x_3 são fixados definindo um plano de simetria do modelo de subsuperfície, com a linha sísmica na superfície da terra, considerada plana, na direção do eixo x_1 . Bleistein (1986) mostra que os raios que partem no plano $x_1 x_3$ permanecem neste plano. Isto significa que o traçado de raios neste tipo de modelo é um problema 2-D. Exceto pelo fator de espalhamento geométrico, o problema é essencialmente 2-D.

O espalhamento geométrico para uma fonte pontual 3-D em um meio 2,5-D pode ser decomposto em contribuições no plano e fora do plano. Esta decomposição é escrita como

(Beistein, 1986)

$$\mathcal{L}_{2,5} = \mathcal{L} \sqrt{\sigma_s + \sigma_g}, \quad (5.3)$$

onde \mathcal{L} é simplesmente o fator de espalhamento geométrico 2-D no plano para uma fonte linha e o fator $\sqrt{\sigma_s + \sigma_g}$ corresponde ao espalhamento geométrico fora do plano e

$$\sigma_s = \int_S^R v(l) dl, \quad (5.4)$$

$$\sigma_g = \int_R^G v(l) dl, \quad (5.5)$$

são parâmetros calculados ao longo dos raios SR e RG , $v(l)$ é a velocidade do meio e l é o comprimento de arco do raio.

5.2 TEORIA DA MIGRAÇÃO COM AMPLITUDE VERDADEIRA 2,5-D

Passando a expressão (5.1) para o domínio da frequência

$$\hat{V}(M, \omega) = -\frac{i\omega}{2\pi} \iint_A d\xi_1 d\xi_2 w(\xi, M) \hat{U}(\xi, \omega) e^{i\omega\tau_D(\xi, M)}. \quad (5.6)$$

De modo a especializar a fórmula 3-D (5.6) para a geometria 2,5-D considera-se a abertura da migração A como uma *tira* infinita na coordenada ξ_2 com a coordenada ξ_1 limitada ao intervalo $a_1 \leq \xi_1 \leq a_2$ (Martins et al., 1997)

$$\hat{V}(M, \omega) = -\frac{i\omega}{2\pi} \int_{a_1}^{a_2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_2 d\xi_1 w(\xi, M) \hat{U}(\xi, \omega) e^{i\omega\tau_D(\xi, M)}. \quad (5.7)$$

A integral em ξ_2 é resolvida assintoticamente pelo método da fase estacionária (Bleistein, 1984). A condição de fase estacionária, de acordo com Bleistein et al. (1987), é dada por

$$\frac{\partial \tau_D(\xi, M)}{\partial \xi_2} = \left(\frac{1}{\sigma_s} + \frac{1}{\sigma_g} \right) \xi_2 = 0, \quad (5.8)$$

o que significa que a fase $\tau_D(\xi, M)$ do integrando em (5.7) tem um ponto estacionário em $\xi_2 = 0$. Para a aplicação do método da fase estacionária, os seguintes resultados também são necessários:

$$\left. \frac{\partial^2 \tau_D(\xi, M)}{\partial \xi_2^2} \right|_{(\xi_1, 0, M)} = \frac{1}{\sigma_s} + \frac{1}{\sigma_g}, \quad (5.9)$$

$$\text{sgn} \left[\left. \frac{\partial^2 \tau_D(\xi, M)}{\partial \xi_2^2} \right|_{(\xi_1, 0, M)} \right] = +1, \quad (5.10)$$

de modo que

$$V(M, \omega) \approx \sqrt{\frac{-i\omega}{2\pi}} \int_{a_1}^{a_2} d\xi_1 w(\xi_1, 0, M) \left(\frac{1}{\sigma_s} + \frac{1}{\sigma_g} \right)^{-\frac{1}{2}} \hat{U}(\xi_1, 0, \omega) e^{i\omega\tau_D(\xi_1, 0, M)}, \quad (5.11)$$

o que permite escrever a integral de migração 2,5-D como

$$\hat{V}(M, \omega) = \sqrt{\frac{-i\omega}{2\pi}} \int_{a_1}^{a_2} d\xi w_{2,5}(\xi, M) \hat{U}(\xi, \omega) e^{i\omega\tau_D(\xi, M)}. \quad (5.12)$$

que corresponde, no domínio do tempo, a

$$V(M, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{a_1}^{a_2} d\xi w_{2,5}(\xi, M) \partial_{i-}^{1/2} U(\xi, t + \tau_D(\xi, M)), \quad (5.13)$$

onde $\partial_{i-}^{1/2}$ é o operador derivada de meio tempo anti-causal.

Nas equações (5.12) e (5.13) está sendo utilizada a seguinte notação simplificada: $U(\xi_1, 0, t) = U(\xi, t)$ e $\tau_D(\xi_1, 0, M) = \tau_D(\xi, M)$. A função peso 2,5-D é dada por

$$w_{2,5}(\xi, M) = w(\xi_1, 0, M) \left(\frac{1}{\sigma_s} + \frac{1}{\sigma_g} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (5.14)$$

5.2.1 Função peso 2,5-D

De acordo com as equações (5.2) e (5.14) a função peso 2,5-D, no ponto $(\xi_1^*, 0)$ é dada por

$$w_{2,5}(\xi^*, M) = \mathcal{L}_{2,5} \sqrt{|\det(\mathbf{H}_F)_{2,5}|} \left(\frac{1}{\sigma_s} + \frac{1}{\sigma_g} \right)^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ \frac{i\pi}{2} \left(1 - \frac{\text{Sgn}(\mathbf{H}_F)_{2,5}}{2} \right) \right\}. \quad (5.15)$$

A matriz Hessiana \mathbf{H}_F em 2,5-D será dada por

$$(\mathbf{H}_F)_{2,5} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \tau_F}{\partial \xi_1^2} \Big|_{(\xi_1^*, 0, M)} & 0 \\ 0 & \frac{\partial^2 \tau_F}{\partial \xi_2^2} \Big|_{(\xi_1^*, 0, M)} \end{bmatrix}, \quad (5.16)$$

de modo que

$$\det(\mathbf{H}_F)_{2,5} = H_F \times \left(\frac{1}{\sigma_s} + \frac{1}{\sigma_g} \right), \quad (5.17)$$

onde $H_F = \frac{\partial^2 \tau_F}{\partial \xi_1^2} \Big|_{(\xi_1^*, 0, M)}$, conforme notação utilizada no capítulo 3. Verifica-se também que

$$\text{Sgn}(\mathbf{H}_F)_{2,5} = 1 + \text{sgn}(H_F), \quad (5.18)$$

de modo que

$$w_{2,5}(\xi^*, M) = \sqrt{\sigma_s + \sigma_g} \mathcal{L} \sqrt{|H_F|} \exp \left[\frac{i\pi}{4} (1 - \text{sgn}(H_F)) \right] \quad (5.19)$$

que corresponde à função peso 2-D multiplicada pelo fator $\sqrt{\sigma_s + \sigma_g}$ que é o espalhamento geométrico fora do plano. Para a obtenção de (5.19) foi utilizada a expressão (5.3) para o espalhamento geométrico 2,5-D.

A equação (5.19) juntamente com os resultados da seção 3.3.5 do capítulo 3 permitem apresentar a forma da função peso 2,5-D nas principais configurações de processamento:

1. Afastamento Nulo: Neste caso $\sigma_s = \sigma_g = \sigma_o$ de modo que

$$w_{2,5}(\xi, M) = 2\sqrt{2\sigma_o} \frac{\cos \alpha_o}{v_o} e^{-i\pi\kappa_o}, \quad (5.20)$$

2. Afastamento Comum:

$$w_{2,5}(\xi, M) = \sqrt{\sigma_s + \sigma_g} \frac{\sqrt{\cos \alpha_S \cos \alpha_G} |N_{SM} + N_{GM}|}{v_S |N_{SM} N_{GM}|^{\frac{1}{2}}} e^{-i\frac{\pi}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)}. \quad (5.21)$$

3. Fonte Comum:

$$w_{2,5}(\xi, M) = \sqrt{\sigma_s + \sigma_g} \frac{\cos \alpha_G}{v_G} \frac{|\mathcal{L}_{S_oM}|}{|\mathcal{L}_{GM}|} e^{-i\frac{\pi}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)}. \quad (5.22)$$

4. Receptor Comum:

$$w_{2,5}(\xi, M) = \sqrt{\sigma_s + \sigma_g} \frac{v_{G_o} \cos \alpha_S}{v_S^2} \frac{|\mathcal{L}_{G_oM}|}{|\mathcal{L}_{SM}|} e^{-i\frac{\pi}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)}. \quad (5.23)$$

5.3 TESTE COM DADOS SINTÉTICOS

Para testar a migração com amplitude verdadeira aplicada a dados 2,5-D foram utilizados dados sintéticos obtidos a partir de modelamento sísmico pela teoria do raio usando o pacote SEIS88 (Červený & Pšencík, 1988). O modelo utilizado na geração dos dados sintéticos é o mesmo utilizado na seção 4.3.1. Os dados foram registrados na mesma configuração, sendo a única modificação a utilização do espalhamento geométrico de uma fonte pontual 3-D no modelamento. Aos dados sintéticos obtidos foi adicionado ruído branco cuja amplitude máxima não ultrapassa em 20% a amplitude máxima dos dados, sendo a seção sísmica com ruído apresentada na figura Figura 5.1.

Os dados da Figura 5.1 foram migrados no domínio da profundidade utilizando os mesmos parâmetros da migração de dados 2-D realizada na seção 4.3.1, sendo o resultado apresentado

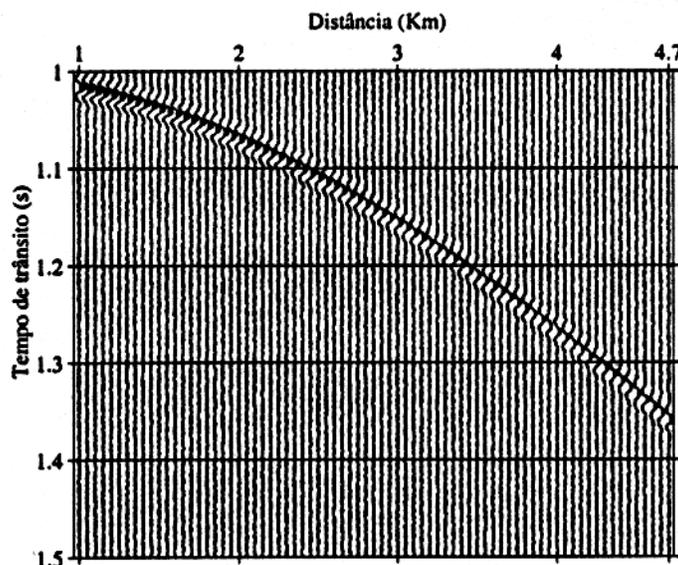


Figura 5.1 - Dados 2,5-D com ruído. O ruído foi adicionado de tal modo que sua amplitude máxima não ultrapassa em 20% a amplitude dos dados.

na Figura 5.2, onde tem-se a parte real e a parte imaginária dos dados migrados. Observa-se que o refletor foi posicionado corretamente, e, a partir da retirada da amplitude das seções migradas foi possível obter a estimativa dos coeficientes de reflexão apresentada na Figura 5.3, onde verifica-se, pela comparação com o valor exato do coeficiente de reflexão dado pelas linhas tracejadas, que as partes real e imaginária do coeficiente de reflexão foram obtidas corretamente para dados 2,5-D, mesmo com a presença de ruído.

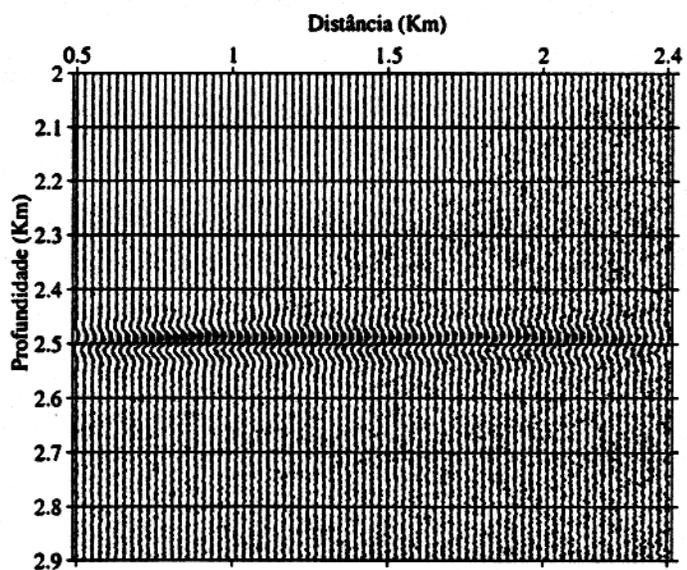
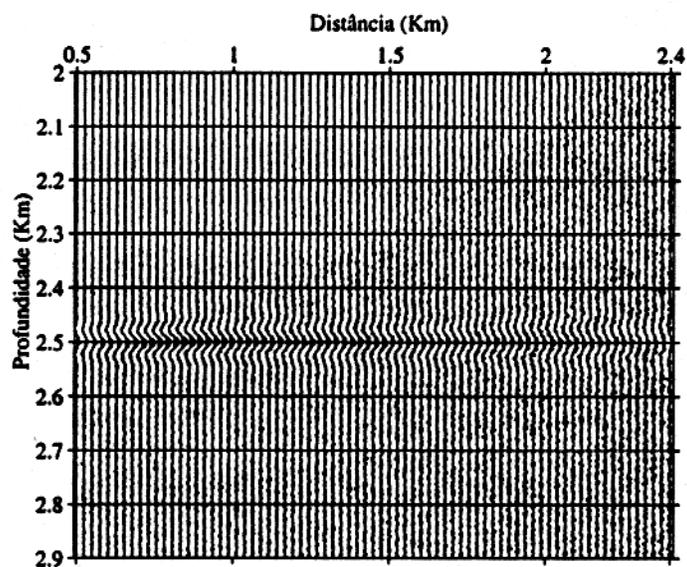
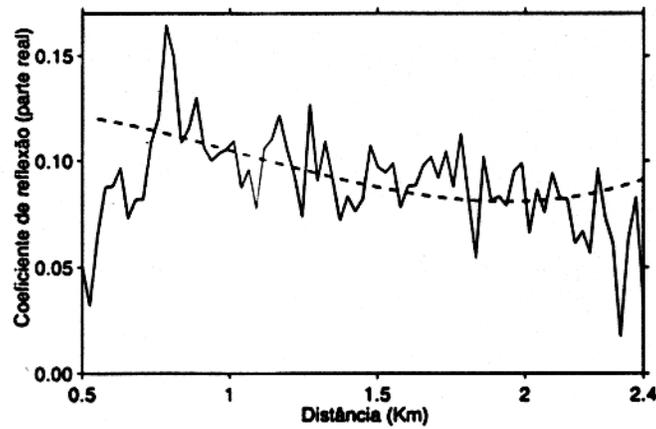
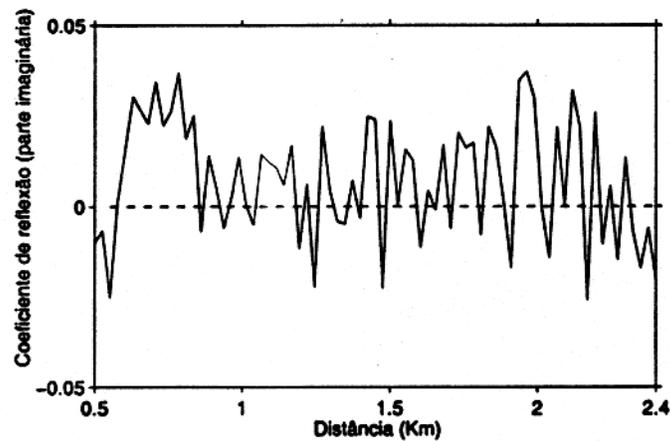


Figura 5.2 - Seções migradas. (a) Parte real. (b) Parte imaginária.



(a)



(b)

Figura 5.3 - (a) Parte real do coeficiente de reflexão. A linha cheia corresponde às amplitudes retiradas da seção migrada com amplitude verdadeira (Figura 5.2a) e a linha tracejada é o valor exato do coeficiente de reflexão. (b) O mesmo que em (a), só que para a parte imaginária do coeficiente de reflexão.

6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste trabalho apresentou-se uma teoria para a migração de dados sísmicos 2-D e 2,5-D de afastamento qualquer. Com base nessa teoria e foi desenvolvido um algoritmo com as seguintes características principais:

- a) O desenvolvimento teórico foi inteiramente fundamentado na teoria do raio;
- b) O fator de espalhamento geométrico é corrigido durante o processo de empilhamento de difrações modificado, resultando em uma seção migrada com amplitude verdadeira;
- c) O resultado da migração é igual ao pulso da fonte distorcido multiplicado pelo coeficiente de reflexão e pela fator de perdas por transmissão (que também pode ser eliminado caso se disponha de um macromodelo de densidades). A distorção do pulso durante a migração em profundidade foi matematicamente explicada na seção 3.3.6;
- d) O algoritmo também permite, sem grande esforço computacional adicional, obter outras grandezas relacionadas aos pontos de reflexão, bastando para tanto que a grandeza possa ser inteiramente expressa em termos dos dois ramos do raio SR e RG ;

O método foi aplicado a dados sintéticos 2-D e 2,5-D nas configurações de fonte comum e afastamento nulo e os resultados confirmaram a remoção do espalhamento geométrico dos dados durante o processo de empilhamento de difrações modificado mesmo na presença de ruído, mostrando a estabilidade do algoritmo. O algoritmo permite a obtenção de estimativas dos coeficientes de reflexão complexos, quando dispõe-se de reflexões pós-críticas. Para efeito de comparação, foram retiradas as amplitudes das seções migradas (parte real e parte imaginária) exatamente sobre o refletor, verificando-se concordância muito boa entre os valores calculados e exatos do coeficiente de reflexão, havendo maiores diferenças nas bordas devido à abertura da migração.

Testes adicionais foram realizados para analisar a forma do pulso na seção migrada, mostrando o efeito de alongamento do pulso conforme previsto pela teoria apresentada no capítulo 3.

O empilhamento múltiplo foi utilizado na determinação da posição do receptor e na determinação do ângulo de reflexão correspondentes aos pontos de reflexão, o que permitiu,

juntamente com o resultado da migração com amplitude verdadeira, uma estimativa da variação do coeficiente de reflexão com o ângulo de reflexão (AVA), sendo que a curva obtida é muito próxima da curva exata, havendo maior diferença nas bordas devido, novamente, a problemas de abertura do operador de migração.

Sugere-se a utilização do método na análise da variação da amplitude com o afastamento (AVO) ou variação da amplitude com o ângulo de reflexão (AVA), para a qual pode ser utilizado o empilhamento múltiplo para a determinação do ângulo de reflexão (Tygel et al, 1993). O empilhamento múltiplo poderá, também, ser utilizado na determinação de outros atributos relacionados aos pontos de reflexão além dos sugeridos e usados neste trabalho.

Sugere-se também a modificação do programa de migração com amplitude verdadeira para tratar o problema das cáusticas e modelos de velocidade mais complexos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKI, K. & RICHARDS, P.G., 1980. **Quantitative Seismology: Theory and Methods**. San Francisco. W.H. Freeman. v.1.
- BLEISTEIN, N., 1984. **Mathematical methods for wave phenomena**. London. Academic Press.
- BLEISTEIN, N., 1986. Two-and-one-half dimensional in-plane wave propagation. **Geophysical Prospecting**, 34:686-703.
- BLEISTEIN, N., 1987. On the imaging of reflectors in the earth. **Geophysics**, 52:931-942.
- BLEISTEIN, N.; COHEN, J.K.; HAGIN, F.G., 1987. Two and one-half dimensional Born inversion with an arbitrary reference. **Geophysics**, 52:26-36.
- BORTFELD, R., 1989. Geometrical ray theory: Rays and traveltimes in seismic systems (second order approximations of the traveltimes). **Geophysics**, 54:342-349.
- ČERVENÝ, V., 1985. The application of ray tracing to the numerical modeling of seismic wavefields in complex structures. In: DOHR, G. (ed.). **Seismic shear waves. Pt. A: Theory**. London. Geophysical Press. p. 1-124.
- ČERVENÝ, V., 1987. Ray methods for three-dimensional seismic modeling. **Petroleum Industry Course**. Norwegian Institute for Technology.
- ČERVENÝ, V. & PŠENČÍK, I., 1988. **SEIS88, Ray tracing program package**.
- CHAPMAN, C.H. & DRUMMOND, R., 1982. Body-wave seismograms in inhomogeneous media using Maslov asymptotic theory. **Bull. Seism. Soc. Am.**, 72:S277-S317.
- HANITZSCH, C.; SCHLEICHER, J.; HUBRAL, P., 1994. True amplitude migration of 2D synthetic data. **Geophysical Prospecting**, 42:445-462.
- HUBRAL, P.; SCHLEICHER, J.; TYGEL, M., 1992a. Three-dimensional paraxial ray properties - Part I. Basic relations. **J. Seism. Expl.**, 1:265-279.
- HUBRAL, P.; SCHLEICHER, J.; TYGEL, M., 1992b. Three-dimensional paraxial ray properties - Part II. Applications. **J. Seism. Expl.**, 1:347-362.

- HUBRAL, P.; TYGEL, M.; ZIEN, H., 1991. Three-dimensional true-amplitude zero-offset migration. **Geophysics**, 56:18-26.
- KEHO, T.H. & BEYDOUN, W.B., 1988. Paraxial ray Kirchhoff migration. **Geophysics**, 53:1540-1546.
- MARTINS, J.; SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; SANTOS, L., 1997. 2.5-D true-amplitude migration and demigration. **Journal of Seismic Exploration**, 6:159-180.
- O'DOHERTY, R.F. & ANSTEY, N.A., 1971. Reflections on amplitudes. **Geophysical Prospecting**, 19:430-458.
- Popov, M.M. & Psencik, I., 1978. Computation of ray amplitudes in laterally inhomogeneous media with curved interfaces. **Studia geoph. et geod.**, 22:248-258.
- SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HUBRAL, P., 1993. 3-D true-amplitude finite-offset migration. **Geophysics**, 58:1112-1126.
- SCHLEICHER, J.; HUBRAL, P.; TYGEL, M.; JAYA, M. S., 1997. Minimum apertures and Fresnel zones in migration and demigration. **Geophysics**, 62:183-194.
- SHERIFF, R.E., 1975. Factors affecting seismic amplitudes. **Geophysical Prospecting**, 23:125-138.
- SILVA, E. F. P., 1993. **Migração de dados 3-D de afastamento nulo com amplitude verdadeira**. Salvador. Universidade Federal da Bahia. (Tese de Doutorado).
- TYGEL, M.; SCHLEICHER, J.; HUBRAL, P., 1992. Geometrical spreading corrections of offset reflections in a laterally inhomogeneous earth. **Geophysics**, 57:1054-1063.
- TYGEL, M.; SCHLEICHER, J.; HUBRAL, P., 1994. Pulse distortion in depth migration. **Geophysics**, 59:1561-1569.
- TYGEL, M.; SCHLEICHER, J.; HUBRAL, P.; HANITZSCH, C., 1993. Multiple weights in diffraction stack migration. **Geophysics**, 58:1820-1830.
- URSIN, B., 1982. Quadratic wavefront and travelttime approximations in inhomogeneous layered media with curved interfaces. **Geophysics**, 47:1012-1021.
- YILMAZ, O., 1987. **Seismic Data Processing**. Tulsa. S.E.G.

APÊNDICE

APÊNDICE - DECOMPOSIÇÃO DE H_F EM TERMOS DOS DOIS RAMOS DO RAIOS

Neste apêndice é demonstrada a expressão (3.16) que decompõe o fator $H_F = \frac{\partial^2 \tau_F}{\partial \xi^2}$ em termos dos raios SR e RG .

A função $\tau_F(\xi, R) = \tau_F(S', G', R)$ é a diferença entre os tempos de trânsito de Huygens e de reflexão. O tempo de trânsito de reflexão para um raio paraxial $S'G'$, na vizinhança de um raio central SG é dado pela equação (2.23) como (Schleicher et al., 1993)

$$\tau_R(S', G') = \tau_R(S, G) - sps + gpg - sgN_{SG} + \frac{1}{2}s^2 N_S^G + \frac{1}{2}g^2 N_G^S. \quad (\text{A.1})$$

onde $s = S' - S$, $g = G' - G$, $u = \xi' - \xi$, $s = \Gamma_S u$, $g = \Gamma_G u$, de modo que

$$\tau_R(S', G') = \tau_R(S, G) - p_S \Gamma_S u + p_G \Gamma_G u - \frac{1}{2}u^2 [2\Gamma_S \Gamma_G N_{SG} - \Gamma_S^2 N_S^G - \Gamma_G^2 N_G^S] \quad (\text{A.2})$$

O tempo de trânsito de difração, para um ponto difrator R é dado por

$$\tau_D(S', G', R) = \tau(S', R) + \tau(R, G'). \quad (\text{A.3})$$

Para calcular os tempos de trânsito $\tau(S', R)$ e $\tau(R, G')$ são utilizadas as equações (2.26) e (2.27). Inserindo nessas duas equações a condição $r = 0$, chega-se a

$$\tau(\bar{S}, R) = \tau(S, R) - sps + \frac{1}{2}s^2 N_S^R, \quad (\text{A.4})$$

$$\tau(R, \bar{G}) = \tau(R, G) + gpg + \frac{1}{2}g^2 N_G^S. \quad (\text{A.5})$$

Note que $\tau(S, R) + \tau(R, G) = \tau_R(S, G)$, logo

$$\tau_D(\bar{S}, \bar{G}, R) = \tau_R(S, G) - p_S \Gamma_S u + p_G \Gamma_G u + \frac{1}{2}u^2 [\Gamma_S^2 N_S^R + \Gamma_G^2 N_G^R]. \quad (\text{A.6})$$

A função $\tau_F(S', G', R) = \tau_D(S', G', R) - \tau_R(S', G')$ será, então, dada por

$$\tau_F(S', G', R) = \frac{1}{2}u^2 [2\Gamma_S \Gamma_G N_{SG} - \Gamma_S^2 N_S^G - \Gamma_G^2 N_G^S + \Gamma_S^2 N_S^R + \Gamma_G^2 N_G^R], \quad (\text{A.7})$$

que corresponde à expansão em série de Taylor de segunda ordem da função τ_F , de onde se conclui que

$$H_F = \frac{\partial^2 \tau_F}{\partial \xi^2} = 2\Gamma_S \Gamma_G N_{SG} - \Gamma_S^2 N_S^G - \Gamma_G^2 N_G^S + \Gamma_S^2 N_S^R + \Gamma_G^2 N_G^R. \quad (\text{A.8})$$

Utilizando os seguintes resultados de Hubral et al. (1992b)

$$N_S^R - N_S^G = N_{SG} N_{RG}^{-1} N_{RS}, \quad (\text{A.9})$$

$$N_G^R - N_G^S = N_{GS} N_{RS}^{-1} N_{RG}, \quad (\text{A.10})$$

$$N_{SG} = N_{SR} (N_R^S + N_R^G)^{-1} N_{RG}, \quad (\text{A.11})$$

chega-se ao resultado desejado

$$H_F = \frac{(\Gamma_S N_{SR} + \Gamma_G N_{GR})^2}{N_R^S + N_R^G}, \quad (\text{A.12})$$

$$\text{sgn}(H_F) = \text{sgn}(N_R^S + N_R^G). \quad (\text{A.13})$$