



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA**

SUZAN SOUSA DE VASCONCELOS

**MAPEAMENTO DE MAGNETIZAÇÃO APARENTE
USANDO REGULARIZAÇÃO ENTRÓPICA**

Belém

2007

SUZAN SOUSA DE VASCONCELOS

**MAPEAMENTO DE MAGNETIZAÇÃO APARENTE
USANDO REGULARIZAÇÃO ENTRÓPICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará – UFPA, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Mestre em Geofísica.

Área de concentração: Métodos Gravimétricos e Magnéticos.

Orientador: Prof. Dr. João Batista Corrêa da Silva

Belém

2007

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação(CIP)
Biblioteca Geól. Rdº Montenegro G. de Montalvão

V331m Vasconcelos, Suzan Sousa de
Mapeamento de magnetização aparente usando
regularização entrópica / Suzan Sousa de Vasconcelos;
Orientador, João Batista Corrêa da Silva – 2007
117 f. : il.
Dissertação (Mestrado em Geofísica) – Curso de Pós-
Graduação em Geofísica, Instituto de Geociências,
Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

1. Inversão. 2. Mapeamento de magnetização aparente.
3. Regularização entrópica. 4. Suavidade. I. Universidade
Federal do Pará. II. Silva, João Batista Corrêa da, Orient. III.
Título.

CDD 20º ed.: 511.33

SUZAN SOUSA DE VASCONCELOS

MAPEAMENTO DE MAGNETIZAÇÃO APARENTE
USANDO REGULARIZAÇÃO ENTRÓPICA

Dissertação de Mestrado
apresentada ao Programa de Pós-
Graduação em Geofísica da
Universidade Federal do Pará –
UFPA, em cumprimento às
exigências para obtenção do grau
de Mestre em Geofísica.
Área de concentração: Métodos
Gravimétricos e Magnéticos.
Orientador: Prof. Dr. João Batista
Corrêa da Silva

Data de aprovação: ____/____/____

Banca examinadora:

Dr. João Batista Corrêa da Silva – UFPA - Orientador

Dra. Valéria Cristina Ferreira Barbosa - ON - Membro

Dr. Carlos Alberto Mendonça IAG –USP – Membro

RESUMO

Apresentamos um novo método de mapeamento de magnetização aparente no plano horizontal que combina a minimização da entropia de primeira ordem com a maximização da entropia de ordem zero dos contrastes de magnetização estimados. O modelo interpretativo é uma malha de prismas verticais justapostos ao longo de ambas as direções horizontais. Presumimos que o topo e a base das fontes magnéticas são planos e horizontais e estimamos os contrastes de magnetização dos prismas. A minimização da entropia de primeira ordem favorece soluções de bordas abruptas e a maximização da entropia de ordem zero evita a tendência de a fonte estimada ser um único prisma. Desta forma, uma combinação judiciosa de ambos os vínculos pode levar a soluções caracterizadas por regiões de contraste de magnetização virtualmente constantes separadas por descontinuidades abruptas. Aplicamos este método a dados sintéticos produzidos por intrusões simuladas em sedimentos e que apresentam topo e base planos e horizontais. Comparando nossos resultados com aqueles obtidos pelo vínculo da suavidade, mostramos que ambos os métodos produzem uma boa e equivalente localização do centro das fontes. Todavia, a regularização entrópica delinea as bordas do corpo com maior detalhe. Ambos os vínculos (suavidade e regularização entrópica) foram aplicados a uma anomalia real sobre um escarnito magnético em Butte Valley, Nevada, Estados Unidos. A regularização entrópica produziu uma estimativa da distribuição de magnetização com bordas mais abruptas, menor volume e maiores valores de magnetização aparente comparados àqueles produzidos pelo vínculo da suavidade.

Palavras-chave: Inversão. Mapeamento de magnetização aparente. Regularização entrópica. Suavidade.

ABSTRACT

We present a new apparent-magnetization mapping method on the horizontal plane that combines the minimization of the first-order entropy with the maximization of the zeroth-order entropy of the estimated magnetization contrasts. The interpretation model is a grid of vertical, juxtaposed prisms in both horizontal directions. We assume that the top and the bottom of the magnetic sources are flat and horizontal and estimate the prisms' magnetization contrasts. The minimization of the first-order entropy favors solutions presenting sharp borders, and the maximization of the zeroth-order entropy prevents the tendency of the source estimate to become a single prism. Thus, a judicious combination of both constraints may lead to solutions characterized by regions with virtually constant estimated magnetization contrasts separated by sharp discontinuities. We apply our method to synthetic data from simulated intrusive bodies in sediments that present flat and horizontal tops. By comparing our results with those obtained with the smoothness constraint, we show that both methods produce good and equivalent locations of the sources' central positions. However, the entropic regularization delineates the boundaries of the bodies with greater detail. Both the proposed and the smoothness constraints are applied to a real anomaly over a magnetic skarn in Butte Valley, Nevada, USA. The entropic regularization produced an estimated magnetization distribution with sharper boundaries, smaller volume, and higher apparent magnetization as compared with the results produced by the smoothness constraint.

Keywords: Inversion. Apparent-magnetization mapping. Entropic regularization. Smoothness.

LISTA DE FIGURAS

- FIGURA 01- Fontes magnéticas, disposição das observações e modelo interpretativo consistindo de um conjunto de prismas 3D retangulares, justapostos e com topo e base planos e horizontais.....34
- FIGURA 02- (a) Mapeamento esquemático de distribuição espacial de magnetização aparente com alto valor de $Q_1(\mathbf{p})$ e alto valor de $Q_0(\mathbf{p})$. (b) Mapeamento esquemático de distribuição espacial de magnetização aparente com valor baixo para $Q_1(\mathbf{p})$ e $Q_0(\mathbf{p})$ baixo. (c) Mapeamento esquemático de distribuição espacial de magnetização aparente com valor baixo para $Q_1(\mathbf{p})$ e $Q_0(\mathbf{p})$ é mínimo.....35
- FIGURA 03- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 2 km. (a) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 10 nT.....45
- FIGURA 04- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 2 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu= 0,02$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 50$ e $\gamma_0= 0,0$45
- FIGURA 05- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 2 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.45
- FIGURA 06- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 2 km. Anomalia de campo total (linha verde) e Ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 10 nT.....46

FIGURA 07- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 2 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 130$ e $\gamma_0= 2,0$46

FIGURA 08- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 2 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....46

FIGURA 09- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 3 km. (a) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....47

FIGURA 10- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu= 0,05$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 40$ e $\gamma_0= 0,0$47

FIGURA 11- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....47

FIGURA 12- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 3 km. Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....48

FIGURA 13- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 3 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 130$ e $\gamma_0= 2,0$48

FIGURA 14- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.48

FIGURA 15- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 4 km. (a) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....49

FIGURA 16- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 4 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu= 0,06$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 40$ e $\gamma_0= 0,0$49

FIGURA 17- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 4 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....49

FIGURA 18- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 4 km. Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....50

FIGURA 19- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 4 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 350$ e $\gamma_0= 2,0$50

FIGURA 20- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 4 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....50

FIGURA 21- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 5 km. (a) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....51

FIGURA 22- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 5 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu= 0,07$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 40$ e $\gamma_0= 0,0$51

FIGURA 23- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 5 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....51

FIGURA 24- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 5 km. Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de 5 nT.....52

FIGURA 25- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 5 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 400$ e $\gamma_0= 1,5$52

FIGURA 26- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 5 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....52

FIGURA 27- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 6 km. (a) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 2 nT.....53

FIGURA 28- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 6 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu= 0,08$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 55$ e $\gamma_0= 0,0$53

FIGURA 29- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 6 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....53

FIGURA 30- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 6 km. Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 2 nT.....54

FIGURA 31- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 6 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 500$ e $\gamma_0= 2,1$54

FIGURA 32- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 6 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....54

FIGURA 33- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 7 km. (a) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 2 nT.....55

FIGURA 34- Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 7 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu= 0,09$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 60$ e $\gamma_0= 0,0$55

FIGURA 35- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 7 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....55

FIGURA 36- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 7 km. Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada(linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 2 nT.....56

FIGURA 37- Corpo alongado com espessuras de 3 km e profundidades topo em 7 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 30$ e $\gamma_0= 16$56

FIGURA 38- Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 7 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....56

FIGURA 39- Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 8 km. (a) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 1 nT.....57

FIGURA 40- Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 8 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu= 0,1$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 65$ e $\gamma_0= 0,0$57

FIGURA 41- Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 8 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....57

FIGURA 42- Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 8 km. Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 1 nT.....58

FIGURA 43- Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 8 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 5$58

FIGURA 44- Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 8 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....58

FIGURA 45- Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 9 km. (a) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 1 nT.....59

FIGURA 46- Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 9 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,15$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 70$ e $\gamma_0 = 0,0$59

FIGURA 47- Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 9 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....59

FIGURA 48- Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 9 km. Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 1 nT.....60

FIGURA 49– Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 9 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 90$ e $\gamma_0= 5$60

FIGURA 50- Corpo alongado, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 9 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....60

FIGURA 51- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 2 km. (a) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 10 nT..... 68

FIGURA 52- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 2 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu= 0,05$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 250$ e $\gamma_0= 2,0$68

FIGURA 53- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 2 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....68

FIGURA 54- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 3 km. (a) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....69

FIGURA 55- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,08$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 250$ e $\gamma_0 = 2,0$69

FIGURA 56- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....69

FIGURA 57 Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 4 km. (a) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno 5 nT.....70

FIGURA 58- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 4 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,02$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 251$ e $\gamma_0 = 2,0$70

FIGURA 59- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 4 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....70

FIGURA 60- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 5 km. (a) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....71

FIGURA 61- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 5 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 1,0$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 351$ e $\gamma_0 = 2,4$71

FIGURA 62- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 5 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....71

FIGURA 63- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 6 km. (a) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalia de campo total (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 2 nT.....72

FIGURA 64- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 6 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 1,05$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 450$ e $\gamma_0 = 3,0$72

FIGURA 65- Corpo isométrico, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 6 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....72

FIGURA 66- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades do topo em 1 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 20 nT.....79

FIGURA 67- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades do topo em 1 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu= 0,03$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 35$ e $\gamma_0= 1,0$79

FIGURA 68- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades do topo em 1 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....79

FIGURA 69- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades do topo em 2 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 10 nT.....80

FIGURA 70- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades do topo em 2 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu= 0,05$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 300$ e $\gamma_0= 1,5$80

FIGURA 71- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades do topo em 2 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....80

FIGURA 72- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....81

FIGURA 73- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu= 0,06$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 290$ e $\gamma_0= 2,0$81

FIGURA 74- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....81

FIGURA 75- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades do topo em 4 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....82

FIGURA 76- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades do topo em 4 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu= 0,07$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 250$ e $\gamma_0= 2,0$82

FIGURA 77- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades do topo em 4 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....82

FIGURA 78- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades do topo em 5 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....83

FIGURA 79- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 5 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,08$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 3,0$83

FIGURA 80- Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades topo em 5 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....83

FIGURA 81- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....88

FIGURA 82- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 30$ e $\gamma_0 = 2,0$88

FIGURA 83- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 30$ e $\gamma_0 = 2,0$88

FIGURA 84- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....89

FIGURA 85- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 3,0$89

FIGURA 86- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 3,0$89

FIGURA 87- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....90

FIGURA 88- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 50$ e $\gamma_0 = 2,0$90

FIGURA 89- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 50$ e $\gamma_0 = 2,0$90

FIGURA 90- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....91

FIGURA 91- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 3,0$91

FIGURA 92- Corpo isométrico, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....91

FIGURA 93- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....96

FIGURA 94- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 100$ e $\gamma_0 = 2,0$96

FIGURA 95- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....96

FIGURA 96- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....97

FIGURA 97- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 100$ e $\gamma_0 = 2,0$97

FIGURA 98- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 100$ e $\gamma_0 = 2,0$97

FIGURA 99- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....98

FIGURA 100- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 100$ e $\gamma_0 = 2,0$98

FIGURA 101- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 100$ e $\gamma_0 = 2,0$98

FIGURA 102- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.....99

FIGURA 103- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 50$ e $\gamma_0 = 2,0$99

FIGURA 104- Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....99

FIGURA 105- Escarnito. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 50 nT..... 101

FIGURA 106- Escarnito. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica.....101

FIGURA 107- Escarnito. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....101

FIGURA 108- Butte Valley. (a) Anomalia de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 50 nT..... 104

FIGURA 109- Butte Valley. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 10$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 3385$ e $\gamma_0 = 100$ 104

FIGURA 110- Butte Valley. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações.....104

FIGURA 111- Representação esquemática de um exoescarnito em que o contato com a encaixante não apresenta forma circular. Neste caso a distribuição espacial de minerais magnéticos pode ser aproximadamente uniforme no plano horizontal.....105

FIGURA 112- Representação esquemática de um endoescarnito em que os minerais magnéticos penetraram a rocha encaixante de forma irregular. Neste caso a distribuição espacial de minerais magnéticos é mais uniforme e não tem a forma anelar.....106

FIGURA 113- Representação esquemática de um endoescarnito em que os minerais magnéticos penetraram a rocha encaixante na forma de veios e stockworks.....106

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
2	METODOLOGIA	28
2.1	SIGNIFICADOS FÍSICO E GEOLÓGICO DA REGULARIZAÇÃO ENTRÓPICA	33
2.2	CRITÉRIO DE PARADA	33
3	APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS	36
3.1	CORPO ALONGADO	36
3.1.1	Considerações e Discussões	36
3.1.2	Corpo com topo em 2 km	36
3.1.3	Corpo com topo em 3 km	37
3.1.4	Corpo com topo em 4 km	38
3.1.5	Corpo com topo em 5 km	40
3.1.6	Corpo com topo em 6 km	41
3.1.7	Corpo com topo em 7 km	42
3.1.8	Corpo com topo em 8 km	43
3.1.9	Corpo com topo em 9 km	44
3.2	CORPO ISOMÉTRICO	64
3.2.1	Considerações e Discussões	64
3.2.2	Corpo com topo em 2 km	65
3.2.3	Corpo com topo em 3 km	65
3.2.4	Corpo com topo em 4 km	65
3.2.5	Corpo com topo em 5 km	66
3.2.6	Corpo com topo em 6 km	67
3.3	CORPOS PRODUZINDO ANOMALIAS INTERFERENTES	74
3.3.1	Considerações e Discussões	74
3.3.2	Corpos com topos em 1 km	74
3.3.3	Corpos com topos em 2 km	75
3.3.4	Corpos com topos em 3 km	76
3.3.5	Corpos com topos em 4 km	77
3.3.6	Corpos com topos em 5 km	78

3.4	SENSIBILIDADE À INCLINAÇÃO E À DECLINAÇÃO ERRADAS.....	85
3.4.1	Sensibilidade à inclinação errada.....	85
3.4.1.1	Considerações gerais.....	85
3.4.1.2	Inclinação verdadeira 80° e inclinação presumida 70°.....	85
3.4.1.3	Inclinação verdadeira 60° e inclinação presumida 50°.....	86
3.4.1.4	Inclinação verdadeira 40° e inclinação presumida 30°.....	87
3.4.1.5	Inclinação verdadeira 20° e inclinação presumida 10°.....	87
3.4.2	Sensibilidade à declinação errada.....	93
3.4.2.1	Considerações gerais.....	93
3.4.2.2	Inclinação 80°, declinação correta 0° e declinação presumida 10°.....	93
3.4.2.3	Inclinação 60°, declinação correta 0° e declinação presumida 10°.....	94
3.4.2.4	Inclinação 40°, declinação correta 0° e declinação presumida 10°.....	95
3.4.2.5	Inclinação 20°, declinação correta 0° e declinação presumida 10°.....	96
3.5	ESCARNITO.....	101
4	APLICAÇÃO A DADOS REAIS.....	104
5	CONCLUSÕES.....	109
	REFERÊNCIAS.....	111
	APÊNDICE.....	112
	APÊNDICE A: MÁXIMO E MÍNIMO DA ENTROPIA DE ORDEM ZERO.....	113

1 INTRODUÇÃO

O mapeamento geológico é um processo de obtenção e organização de informações importantes que servem de base para o estudo da subsuperfície terrestre na definição da distribuição espacial das diferentes unidades e estruturas geológicas. O mapa geológico, produto deste processo, viabiliza a elaboração de um modelo de evolução geológica para a área em estudo. Classicamente o mapeamento geológico é realizado, através da análise de fotos aéreas, da coleta de amostras de rocha e de medições *in loco* e no laboratório. A vantagem do mapeamento geológico tradicional é a confiabilidade das observações, uma vez que o acesso às informações é direto. No entanto, estas observações são restritas à superfície terrestre e à existência de afloramentos. A necessidade de obtenção de informações sobre a subsuperfície, por sua vez, propulsionou o desenvolvimento de ferramentas auxiliares ao mapeamento geológico através de métodos de obtenção indireta de informação (BISHOP, 1960).

Entre os métodos indiretos usados como ferramentas auxiliares no mapeamento geológico, destacam-se os métodos geofísicos, particularmente os métodos elétricos e eletromagnéticos (e.g. BERNSTONE; DAHLIN, 1996; HUANG; FRASER, 2002), o método gravimétrico, através do mapa de sinal analítico (MARSON; KLINGELE, 1993) ou do mapeamento de densidade aparente (GUPTA ; GRANT, 1985; GRANSER; MEURERS; STEINHAUSER, 1989; KEATING, 1992; SILVA et al., 2007) e o método magnético através do mapa de sinal analítico (DEBEGLIA; CORPEL, 1997) ou do mapeamento de magnetização aparente (SILVA; HOHMANN, 1984; MEDEIROS ; SILVA, 1996). No caso do sinal analítico usando o método magnético, o objetivo é mapear os contatos entre fontes magnéticas usando apenas transformações da anomalia de campo total, enquanto o mapeamento de susceptibilidade ou magnetização aparente a partir da anomalia magnética observada apresenta o mesmo objetivo, mas necessita as premissas que as fontes magnéticas apresentam topo e base planos e horizontais e limites laterais verticais. Presume-se ainda que as profundidades do topo e da base são as mesmas para todas as fontes e conhecidas pelo intérprete. Finalmente, supõe-se que a direção de magnetização seja constante e conhecida para todas as fontes.

O mapeamento de magnetização acima definido é um problema mal-posto porque sua solução é instável (SILVA; HOHMANN, 1984). Surge então a dificuldade de encontrar uma solução que seja única e estável, pois somente a anomalia magnética é insuficiente para alcançar esse resultado satisfatoriamente, fazendo-se necessária a introdução de informações geológicas a priori, que funcionam como estabilizadores matemáticos.

O estabilizador escolhido interfere na solução, tornando-a viciada no sentido de favorecer estimativas de distribuições espaciais de magnetização que apresentem atributos físico-geológicos em consonância com a informação a priori incorporada. Tradicionalmente, a estabilização da solução do problema do mapeamento de susceptibilidade magnética ou de magnetização tem sido feita através da Teoria da Regularização de Tikhonov. Por exemplo, Silva e Hohmann (1984) e Medeiros e Silva (1996) empregaram os funcionais estabilizadores de Tikhonov de ordens zero e um, respectivamente. Estes funcionais, impõem um certo grau de suavidade à solução estimada, estabilizando-a às custas da degradação da resolução das estimativas da propriedade física das fontes.

Campos Velho e Ramos (1997) e Ramos et al. (1999), introduziram o conceito de regularização entrópica, que combina a minimização da medida de entropia de ordem um com a maximização da entropia de ordem zero do vetor de parâmetros. Estes autores aplicaram este estabilizador (conhecido como regularização entrópica) na inversão de dados magnetotélúricos. Silva et al. (2007) aplicaram o estabilizador da regularização entrópica ao mapeamento de densidade aparente, obtendo substancial melhora na definição de contatos abruptos entre fontes gravimétricas e na caracterização da homogeneidade destas fontes.

O objetivo deste trabalho é aplicar a regularização entrópica ao mapeamento de magnetização aparente e comparar os resultados com aqueles obtidos pelo estabilizador da suavidade global. O modelo interpretativo consiste de uma malha de prismas verticais, 3D, justapostos nas direções horizontais x e y . Presume-se que todos os prismas tenham seus topos situados a uma mesma profundidade conhecida. Da mesma forma, as bases de todos os prismas apresentam profundidade constante e conhecida. Presume-se ainda que as inclinações e as declinações da magnetização das fontes anômalas sejam conhecidas a priori. O mapeamento de magnetização aparente consiste em estimar o módulo do vetor magnetização de cada prisma da malha a partir das observações

da anomalia de campo total. Se as fontes verdadeiras apresentarem topo e base planos e bordas verticais, e, se a informação a priori sobre as profundidades do topo e base e sobre as inclinações e declinações de magnetização foram corretas, o método produz um mapa das fontes anômalas no plano horizontal.

Testes realizados em dados sintéticos comprovaram que o método proposto leva a uma melhor definição dos contatos entre as fontes magnéticas anômalas em comparação com as estimativas obtidas pelo estabilizador da suavidade global produzindo excelentes estimativas das projeções horizontais das fontes, mesmo no caso de corpos com extensão de 5 km por 7 km, nas direções x e y , respectivamente, separadas por uma distância de 3 km. O método foi também aplicado à anomalia de campo total de Butte Valley, Nevada, USA, causada pela presença de um escarnito localizado na borda sul de um corpo intrusivo (SILVA; HOHMANN, 1984). Os resultados mostraram que a estimativa baseada na regularização entrópica apresenta bordas melhor definidas em relação às estimativas obtidas com a suavidade global.

2 METODOLOGIA

Considere um conjunto de fontes magnéticas homogêneas tendo topo e base planos e horizontais e profundidades conhecidas (Figura 1). A inclinação e a declinação das fontes magnéticas são supostamente conhecidas. Aproximamos estas fontes por um modelo interpretativo consistindo de uma malha de prismas verticais 3D justapostos, referidos a um sistema de coordenadas cartesianas com o eixo x na direção N-S. Presumimos que cada prisma tem magnetização constante em módulo, podendo variar de um prisma para outro, e que seus topos e bases coincidem com os topos e bases das fontes magnéticas (Figura 1).

A partir do vetor N -dimensional $\mathbf{m}^0(p) \equiv [m_1^0, \dots, m_N^0]^T$ de observações da anomalia de campo total, estimaremos o vetor M -dimensional $\mathbf{p} \equiv [p_1, \dots, p_M]^T$ de contrastes de magnetização de cada prisma do modelo interpretativo. Se a informação contida em \mathbf{m}^0 fosse suficiente para estimar o vetor de parâmetros \mathbf{p} , este poderia ser estimado minimizando

$$\|\mathbf{m}^0 - \mathbf{m}(\mathbf{p})\|^2, \quad (1)$$

em que $\|\cdot\|$ é a norma Euclideana e $\mathbf{m}(\mathbf{p})$ é um vetor N -dimensional contendo a anomalia magnética produzida pelo modelo interpretativo, consistindo de uma malha de prismas. A anomalia de cada prisma 3D do modelo interpretativo é computada através do método de Blakely (1995). A minimização do funcional (1), entretanto, não pode ser usada para estimar \mathbf{p} porque este é um problema mal-posto cujas soluções são instáveis, sendo, portanto, necessário estabilizá-las através da introdução de informação a priori. Tradicionalmente, a informação a priori incorporada na maioria dos problemas geofísicos tem sido a suavidade global, que, no caso do mapeamento da distribuição espacial de magnetização, consiste em impor que a estimativa de cada parâmetro \hat{p}_i (contraste de magnetização do i -ésimo prisma do modelo interpretativo) esteja o mais próximo possível das estimativas do contraste de magnetização de células vizinhas na direção x e y . Matematicamente, a incorporação desta informação é expressa como

$$\min_{\mathbf{p}} \|\mathbf{R}\mathbf{p}\|_2^2 \quad (2)$$

sujeito a

$$\|\mathbf{m}^0 - \mathbf{m}(\mathbf{p})\|^2 = \delta, \quad (3)$$

em que δ é o erro médio quadrático das realizações da variável aleatória que contamina as observações e \mathbf{R} é a matriz representando o operador de diferenças finitas de primeira ordem, cujas linhas apresentam apenas dois valores não nulos (1 e -1) nas colunas associadas aos parâmetros adjacentes \hat{p}_i e \hat{p}_j . Este problema é resolvido pela minimização do funcional

$$\rho(\mathbf{p}) = \|\mathbf{m}^0 - \mathbf{m}(\mathbf{p})\|_2^2 + \mu \|\mathbf{R}\mathbf{p}\|_2^2, \quad (4)$$

em que μ é um escalar não negativo escolhido de acordo com o critério discutido adiante.

Neste trabalho, ao invés da suavidade global, empregamos a regularização entrópica para estabilizar as soluções (CAMPOS VELHO; RAMOS, 1997; RAMOS et al., 1999), que combina a minimização da medida de entropia de ordem um com a maximização da medida de entropia de ordem zero do vetor \mathbf{p} , formulada matematicamente como

$$\text{maximize } [Q_0(\mathbf{p})/Q_{0\max}] \text{ e minimize } [Q_1(\mathbf{p})/Q_{1\max}], \quad (5)$$

sujeito ao vínculo expresso na equação (3), em que $Q_{0\max}$ e $Q_{1\max}$ são constantes de normalização,

$$Q_\alpha(\mathbf{p}) = -\sum_{k=1}^L S_k \log(S_k), \quad \alpha = 0 \text{ ou } 1, \quad (6)$$

são medidas de entropia de ordem zero se $\alpha=0$ e de ordem um se $\alpha=1$, com

$$S_k = r_k / \sum_{i=1}^L r_i, \quad (7)$$

e

$$r_k = \begin{cases} \hat{p}_k + \varepsilon & \text{se } \alpha=0 \\ |\hat{p}_{k+1} - \hat{p}_k| + \varepsilon & \text{se } \alpha=1. \end{cases} \quad (8)$$

O inteiro L é igual ao número M de parâmetros a serem estimados se $\alpha=0$ ou igual a $M-1$ se $\alpha=1$, e ε é uma constante positiva da ordem de 10^{-8} , que garante que os valores de S_k , dados na equação (7) serão sempre definidos.

O problema de otimização vinculada definido pela condição (5) sujeita ao vínculo da equação (3) é resolvido minimizando o funcional

$$\tau(\mathbf{p}) = \left\| m^0 - m(\mathbf{p}) \right\|^2 - \gamma_0 Q_0(\mathbf{p}) / Q_{0\max} + \gamma_1 Q_1(\mathbf{p}) / Q_{1\max}, \quad (9)$$

em que γ_0 e γ_1 são números positivos referidos como parâmetros de regularização.

O funcional $\tau(\mathbf{p})$ é não linear em \mathbf{p} e sua minimização é feita através do método de Quasi-Newton (GILL; MURRAY; WRIGHT, 1981) usando a implementação BFGS para a atualização da matriz Hessiana em cada iteração.

2.1 SIGNIFICADOS FÍSICO E GEOLÓGICO DA REGULARIZAÇÃO ENTRÓPICA

O funcional $Q_0(\mathbf{p})$ é mais simples de ser entendido que o funcional $Q_1(\mathbf{p})$. O máximo e o mínimo de $Q_0(\mathbf{p})$ ocorrem, respectivamente, quando todos os S_k são iguais e quando somente um dos S_k é diferente de zero, ou seja, quando todos os prismas do modelo interpretativo apresentam a mesma estimativa de contraste de magnetização e quando todos os prismas, à exceção de um, apresentam estimativas de contraste de magnetização iguais a zero (Apêndice A).

Para compreendermos o comportamento do funcional $Q_1(\mathbf{p})$, combinaremos as equações (6)-(8), obtendo:

$$Q_1(\mathbf{p}) = - \sum_{k=1}^{M-1} \left[\frac{|\hat{p}_{k+1} - \hat{p}_k|}{\sum_{i=1}^{M-1} |\hat{p}_{i+1} - \hat{p}_i|} \right] \log(S_k). \quad (10)$$

Presumindo que a diferença não nula $|\hat{p}_{k+1} - \hat{p}_k|$ seja aproximadamente constante e igual a c , teremos

$$Q_1(\mathbf{p}) \approx - \sum_1^D \frac{c}{Dc} \log\left(\frac{c}{Dc}\right) = \log(D), \quad (11)$$

sendo D o número de prismas adjacentes para as quais $|\hat{P}_{k+1} - \hat{P}_k| \neq 0$, o que corresponde ao número de descontinuidades entre estimativas de prismas adjacentes. Desse modo, segundo a equação (11), a minimização de $Q_1(\mathbf{p})$ implica a minimização do número de descontinuidades nas estimativas dos contrastes de magnetização dos prismas do modelo interpretativo. Esta propriedade de $Q_1(\mathbf{p})$ indica que a sua minimização implica também a minimização de $Q_0(\mathbf{p})$, conforme ilustrado na Figuras 2a-c. Estas figuras mostram mapeamentos esquemáticos de distribuições 2D de magnetização aparente. A distribuição D1 (Figura 2a) apresenta altos valores de $Q_1(\mathbf{p})$ (muitas descontinuidades) e altos valores de $Q_0(\mathbf{p})$ (Figura 2d). As distribuições D2 e D3 apresentam valores baixos e muito próximos para $Q_1(\mathbf{p})$ (poucas descontinuidades), mas valores substancialmente diferentes para $Q_0(\mathbf{p})$ (Figura 2d), já que a distribuição D2 apresenta ainda muitos valores de magnetização aparente diferentes de zero, ao passo que a distribuição D3 apresenta apenas um valor de magnetização aparente diferente de zero (caso em que $Q_0(\mathbf{p})$ atinge o mínimo global). Conforme indicado pela Figura 2d, a medida de entropia de ordem zero tende a diminuir ao longo das iterações, mesmo que apenas a medida de ordem um esteja sendo minimizada, havendo, portanto, o perigo de se estimar uma distribuição contendo uma região anômala com dimensão horizontal muito menor (distribuição D3) que a esperada, geologicamente (distribuição D2).

No caso de fontes rasas, com resposta magnética bem definida, o valor de $Q_0(\mathbf{p})$ é impedido de baixar além de um valor mínimo devido à alta resolução das observações. No caso de fontes profundas, o sinal magnético tem menor poder de resolução para distinguir entre as distribuições D2 e D3, de modo que $Q_0(\mathbf{p})$ pode vir a ser minimizado além do necessário, favorecendo soluções próximas a B3. Nesse caso, sabendo-se que a distribuição D3 não é geologicamente plausível, tanto pela pequena dimensão horizontal, como pelo valor não realístico do contraste de magnetização estimado, pode-se viciar a estimativa das magnetizações na direção de distribuições mais extensas, como a distribuição D2, "maximizando" $Q_0(\mathbf{p})$ através da atribuição de valores não nulos a γ_0 . Este procedimento impede que $Q_0(\mathbf{p})$ assumam valores excessivamente baixos, e força a sua estabilização em patamares

realísticos. A “maximização” de $Q_0(p)$, na realidade, é apenas uma maneira de impedir a sua excessiva minimização.

Desse modo, a análise acima sugere a existência de faixas de profundidade caracterizadas pelo comportamento distinto das soluções estabilizadas com a suavidade global e com a regularização entrópica. A primeira faixa abriga fontes muito rasas, cujo sinal magnético tem resolução suficiente para produzir soluções estáveis. Conseqüentemente, todos parâmetros de regularização são muito pequenos e as soluções da suavidade global e da regularização entrópica são virtualmente idênticas à solução verdadeira. A segunda faixa contém fontes rasas cujo sinal é mais fraco que o das fontes situadas na primeira faixa. A suavidade global não consegue recuperar perfeitamente os limites das fontes, mas a regularização entrópica produz excelentes estimativas, não havendo necessidade de fazer $\gamma_0 \neq 0$ porque o sinal ainda é suficientemente forte para impedir a minimização extrema da entropia de ordem zero. A minimização de $Q_1(\mathbf{p})$, nesta faixa é, portanto, suficiente. Na terceira faixa, situada em um nível intermediário de profundidade, a resposta magnética é ainda mais fraca, não conseguindo impedir a minimização excessiva de $Q_0(\mathbf{p})$, sendo esta minimização impedida apenas com a introdução da “maximização” da entropia de ordem zero. Nesta faixa, usa-se $\gamma_0 \neq 0$ e $\gamma_1 \neq 0$. A suavidade global produz resultados muito pobres, enquanto a regularização entrópica ainda recupera muito bem os limites das fontes. Na quarta faixa, situada em níveis muito profundos, as fontes magnéticas produzem um sinal extremamente fraco, não sendo possível reconstituir as distribuições de magnetização, quer pela suavidade global, quer pela regularização entrópica, mesmo com $\gamma_0 \neq 0$ e $\gamma_1 \neq 0$.

Assim, ressaltamos que, na regularização entrópica voltada a estimar distribuições descontínuas de magnetização aparente, a maximização da entropia de ordem zero ou é desnecessária ou é introduzida apenas para evitar a sua minimização excessiva, não levando a um valor máximo de fato de $Q_0(\mathbf{p})$. Ressaltamos ainda que, o uso de $\gamma_0 \neq 0$, na primeira e segunda faixas de profundidades discutida acima, não é necessário, mas não compromete em nada a qualidade das soluções.

O parâmetro μ é escolhido como o menor valor positivo que estabiliza a solução. Para determinar se uma solução é estável, contaminamos as observações

com diferentes seqüências de ruído pseudo-aleatório e, para cada seqüência, uma estimativa do vetor \mathbf{p} é obtida. A solução é considerada estável se todas as estimativas estiverem próximas entre si segundo um critério estabelecido pelo intérprete. O parâmetro γ_1 deve ser escolhido como o maior valor positivo que não produza um número de descontinuidades maior que aquele esperado para as fontes verdadeiras. Ao parâmetro γ_0 deve ser tentativamente assinalado um valor baixo (pode mesmo ser nulo). No entanto, se as fontes estimadas apresentarem dimensões horizontais substancialmente menores que aquelas esperadas para as fontes verdadeiras, o valor de γ_0 deve ser aumentado.

2.2 CRITÉRIO DE PARADA

O processo iterativo é interrompido de acordo com o critério descrito a seguir. Considere a distribuição da medida de entropia de primeira ordem, $Q_1(\mathbf{p})$, ao longo das iterações. Definimos uma medida da razão normalizada da redução de $Q_1(\mathbf{p})$ na iteração $k-1$ como $\text{grad}_{k-1}^{(1)} = \left(\frac{|Q_{k-1} - Q_k|}{Q_{k-1}} \right)$. Se $\text{grad}_{k-1}^{(1)}$ for menor do que 0,005 por cinco iterações consecutivas, presumimos que a distribuição de $Q_1(\mathbf{p})$ ao longo das iterações está convergindo para um nível aproximadamente constante e conseqüentemente o processo iterativo é interrompido.

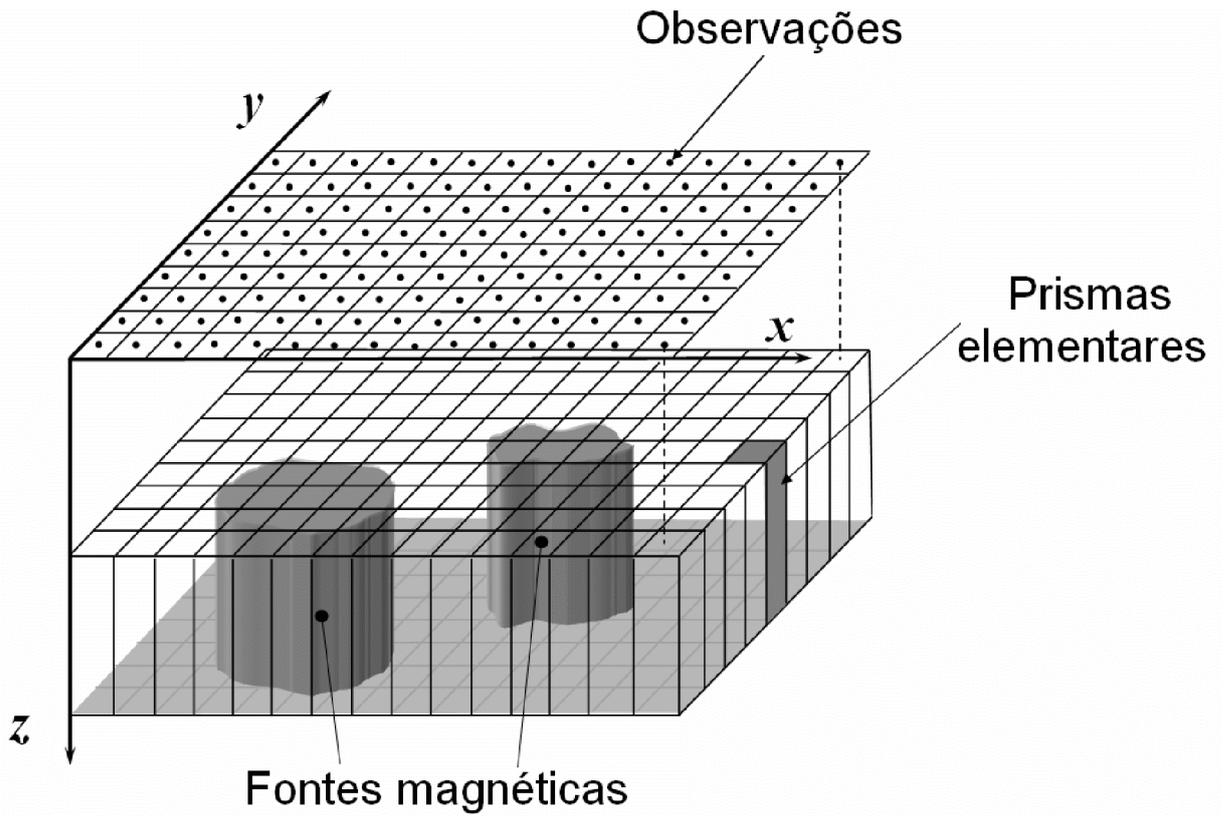


Fig. 1 - Fontes magnéticas, disposição das observações e modelo interpretativo consistindo de um conjunto de prismas 3D retangulares, justapostos e com topo e base planos e horizontais.

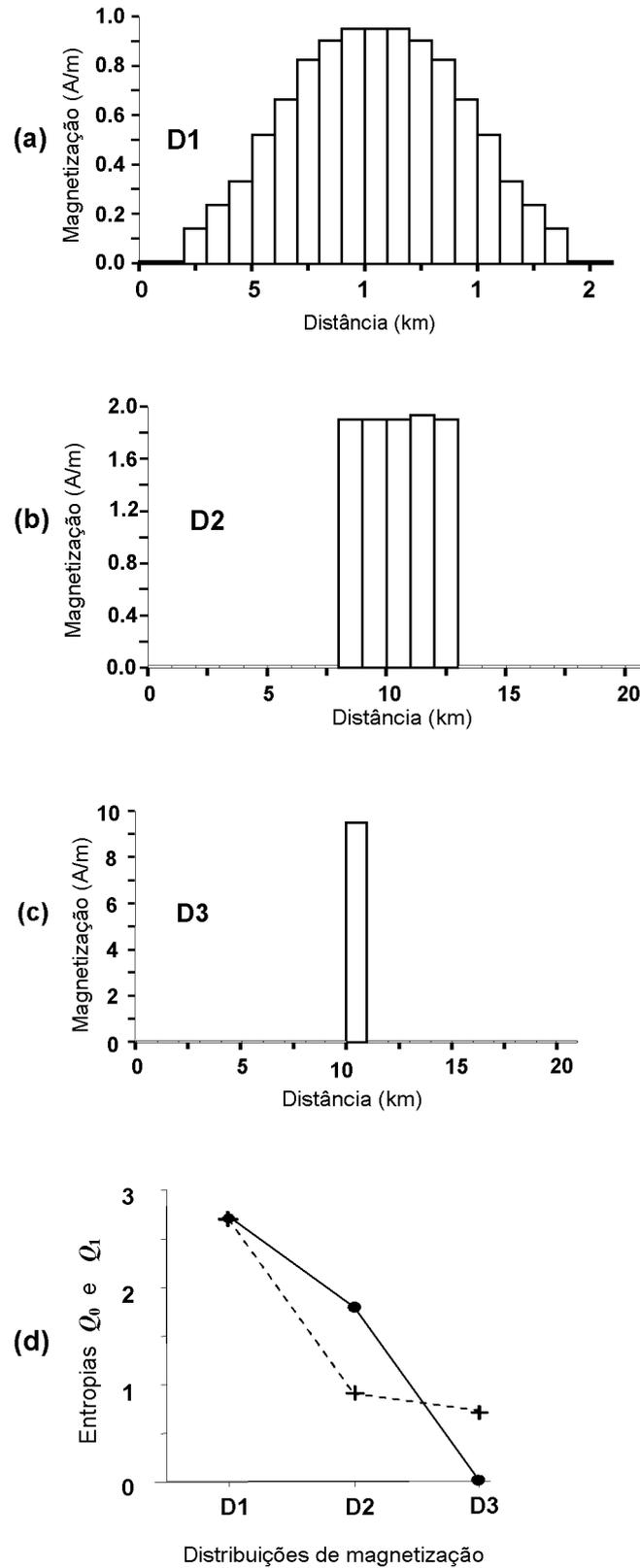


Fig.2: (a) Distribuições esquemáticas de magnetização apresentando: (a) altos valores de $Q_1(\mathbf{p})$ e $Q_0(\mathbf{p})$; (b) valores baixos para $Q_1(\mathbf{p})$ e altos para $Q_0(\mathbf{p})$; e (c) valores baixos tanto para $Q_1(\mathbf{p})$ como para $Q_0(\mathbf{p})$. (d) Valores de $Q_1(\mathbf{p})$ (cruzes) e $Q_0(\mathbf{p})$ (pontos), para as distribuições D1, D2 e D3.

3 APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS

Nesta seção comparamos os resultados do mapeamento de magnetização usando a regularização entrópica com aqueles produzidos pela suavidade global. As fontes verdadeiras têm magnetização induzida com intensidade de 1 A/m. O método funciona para qualquer inclinação e declinação, uma vez que ambas devem ser conhecidas do intérprete. As anomalias sintéticas são contaminadas por ruído pseudo-aleatório Gaussiano de média nula e desvio padrão de 0,5 nT. O modelo interpretativo consiste de uma malha de prismas elementares com dimensões de 1 km nas direções N-S e E-W, com topo e base coincidindo com o topo e a base dos corpos verdadeiros. Os testes a seguir simulam intrusões de rochas intermediárias ou máficas em sedimentos ou metassedimentos. Por simplicidade, todas as fontes verdadeiras são magnetizadas por indução.

3.1 CORPO ALONGADO

3.1.1 Considerações gerais

Em todos os testes desta seção, empregamos fontes verdadeiras consistindo de prismas com dimensões de 6 km e 8 km nas direções x (N-S) e y (E-W), respectivamente e espessura de 3 km. As fontes verdadeiras têm magnetização induzida com intensidade de 1 A/m, inclinação de 90° e declinação de 0° . O modelo interpretativo consiste de uma malha de 20 x 20 prismas com dimensões de 1 km nas direções N-S e E-W com topo e base coincidindo com o topo e a base dos corpos verdadeiros e inclinação e declinação iguais à inclinação e declinação das fontes verdadeiras .

3.1.2 Corpo com topo em 2 km

As Figuras 3, 3b e 6 mostram em linhas verdes a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 4a, 4b e 7 em linha branca. O topo e a base do corpo estão situados a 2 km e 5 km, respectivamente. As Figuras 4a, 4b e 7 mostram em perspectiva e em curvas de

contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores da suavidade global com $\mu = 0,02$, da regularização entrópica com $\gamma_1=50$ e $\gamma_0=0$ e da regularização entrópica com $\gamma_1=130$ e $\gamma_0=2$, respectivamente.

A inversão usando a suavidade global (Figura 4a), localiza a fonte verdadeira no plano $x-y$ e delinea com precisão as bordas do corpo, apresentando uma pequena oscilação no topo da fonte. Na regularização entrópica, em que $\gamma_0=0$, também há um delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$. A regularização entrópica, neste caso, (Figura 4b) produz bordas abruptas na distribuição da magnetização aparente e um patamar bem definido, ressaltando a homogeneidade da fonte verdadeira, o que pode, da mesma maneira, ser observado na regularização entrópica em que $\gamma_0 \neq 0$ (Figura 7). É notada uma semelhança nos resultados obtidos para regularização entrópica com $\gamma_0=0$ e com $\gamma_0 \neq 0$ no delineamento da fonte verdadeira e na formação de regiões planas acima da fonte e no restante da área. As Figuras 3a, 3b e 6 mostram, em linhas pretas tracejadas, as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global, regularização entrópica com $\gamma_0=0$ e regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, respectivamente. As Figuras 5a e 5b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimada via regularização entrópica com $\gamma_0=0$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 130. Nas Figuras 8a e 8b, respectivamente, estão os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimada por meio da regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, indicando a convergência do processo iterativo a partir da iteração 80, aproximadamente. Observa-se que a minimização dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimada via regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$ converge mais rapidamente que aquela com $\gamma_0=0$.

3.1.3 Corpo com topo em 3 km

As Figuras 9a, 9b e 12 mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 10a, 10b e 13 em linha branca. O topo e a base do corpo estão situados a 3 km e 6 km,

respectivamente. As Figuras 10a, 10b e 13 mostram em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,05$, da regularização entrópica com $\gamma_1=40$ e $\gamma_0=0$ e da regularização entrópica com $\gamma_1=130$ e $\gamma_0=2$, nesta ordem.

A inversão usando a suavidade global (Figura 10a) localiza a fonte verdadeira no plano $x-y$, porém, não delinea com precisão as bordas do corpo. Valores negativos de magnetização aparente ocorrem ao longo das bordas do corpo. As regularizações entrópicas com $\gamma_0=0$ (Figura 10b) e $\gamma_0 \neq 0$ (Figura 13), entretanto, produzem uma sensível melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. As bordas apresentam-se mais abruptas na distribuição da magnetização aparente e o patamar acima do corpo torna-se melhor definido ressaltando a homogeneidade da fonte verdadeira. Os valores negativos ao redor do corpo são de menor amplitude e menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 9a, 9b e 12 mostram em linhas pretas tracejadas as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global, regularização entrópica com $\gamma_0=0$ e regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, respectivamente. As Figuras 11a e 11b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimadas via regularização entrópica com $\gamma_0=0$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 130. Nas Figuras 14a e 14b, respectivamente, estão os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimada via regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 100. Uma importante diferença observada entre o uso da regularização entrópica com $\gamma_0=0$ e o uso da regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, é a convergência mais rápida dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ apresentada pela segunda.

3.1.4 Corpo com topo em 4 km

As Figuras 15a,15b e 19 mostram em linhas verdes a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 16a, 16b e 19 em linha branca. O topo e a base do corpo estão situados a 4 km e 7 km,

respectivamente. As Figuras 16a, 16b e 19 mostram em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores da suavidade global com $\mu = 0,06$, da regularização entrópica com $\gamma_1 = 40$ e $\gamma_0 = 0$ e da regularização entrópica com $\gamma_1 = 350$ e $\gamma_0 = 2$, respectivamente.

Apesar de localizar a fonte verdadeira no plano $x-y$, a inversão usando a suavidade global (Figura 16a), não delineaia perfeitamente as bordas do corpo. Além disso, surgem valores negativos espúrios de magnetização aparente ao longo das bordas do corpo. Por outro lado, na Figura 16b a regularização entrópica com $\gamma_0 = 0$ e na Figura 19 a regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, produzem uma sensível melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. As regularizações entrópicas (Figuras 16b e 19) produzem bordas mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, bem como um patamar melhor definido ressaltando a homogeneidade da fonte verdadeira. Os valores espúrios negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor amplitude e menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 15a, 15b e 18 mostram em linhas pretas tracejadas as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global, regularização entrópica com $\gamma_0 = 0$ e regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, respectivamente. As Figuras 17a e 17b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimadas via regularização entrópica com $\gamma_0 = 0$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 130. Nas Figuras 20a e 20b, respectivamente, estão os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimada via regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 80. Uma observação relevante é o fato da convergência dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ ser mais rápida na regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$ que na regularização entrópica com $\gamma_0 = 0$.

3.1.5 Corpo com topo em 5 km

As Figuras 21a, 21b e 24 mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 22a, 22b e 25 em linha branca. O topo e a base do corpo estão situados a 5 km e 8 km, respectivamente. As Figuras 22a, 22b e 25 mostram em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores da suavidade global com $\mu = 0,07$, da regularização entrópica com $\gamma_1=40$ e $\gamma_0=0$ e da regularização entrópica com $\gamma_1=400$ e $\gamma_0=1,5$, respectivamente.

Apesar de localizar a fonte verdadeira no plano $x-y$, a inversão usando a suavidade global (Figura 22a) não delinea com precisão as bordas do corpo. A intensidade de magnetização é ligeiramente superestimada próximo ao centro do corpo e subestimada no restante da área. Adicionalmente, valores negativos espúrios de magnetização aparente ocorrem ao longo das bordas do corpo. Por outro lado, a regularização entrópica produz uma sensível melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica com $\gamma_0=0$ (Figura 22b), assim como a regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$ (Figura 25), produzem bordas mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, bem como um patamar melhor definido ressaltando a homogeneidade da fonte verdadeira. Os valores espúrios negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor amplitude e menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 21a, 21b e 24 mostram em linhas pretas tracejadas as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global, regularização entrópica com $\gamma_0=0$ e regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, respectivamente. As Figuras 23a e 23b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimada via regularização entrópica com $\gamma_0=0$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 100. Nas Figuras 26a e 26b, respectivamente, estão os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimada via regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 50. Observa-se que a convergência dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ é mais

rápida na regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$ que na regularização entrópica com $\gamma_0 = 0$.

3.1.6 Corpo com topo em 6 km

As Figuras 27a, 27b e 30 mostram em linhas verdes a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 28a, 28b e 31 em linha branca. O topo e a base do corpo estão situados a 6 km e 9 km, respectivamente. As Figuras 28a, 28b e 31 mostram em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,08$, da regularização entrópica com $\gamma_1 = 55$ e $\gamma_0 = 0$ e da regularização entrópica com $\gamma_1 = 500$ e $\gamma_0 = 2,1$, respectivamente.

Apesar de localizar a fonte verdadeira no plano x - y , a inversão usando a suavidade global (Figura 28a) não delinea com precisão as bordas do corpo. A intensidade de magnetização é superestimada no centro do corpo e subestimada próximo às bordas, que se apresentam suaves. Adicionalmente, valores negativos espúrios de magnetização aparente ocorrem ao longo das bordas do corpo. Por outro lado, a regularização entrópica produz uma sensível melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano x - y em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica com $\gamma_0 = 0$ (Figura 28b) produz uma melhoria na delimitação da borda em relação à suavidade global (Figura 28a). A regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$ (Figura 31) produz bordas mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, bem como um patamar melhor definido ressaltando a homogeneidade da fonte verdadeira em relação à regularização entrópica com $\gamma_0 = 0$ (Figura 28b). Em ambos os experimentos com regularização entrópica: o da Figura 28b no qual $\gamma_0 = 0$ e o da Figura 31 em que $\gamma_0 \neq 0$, os valores espúrios negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor amplitude e menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 27a, 27b e 30 mostram em linhas pretas tracejadas as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global, regularização entrópica com $\gamma_0 = 0$ e regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, respectivamente. As Figuras 29a e 29b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais

$Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimada via regularização entrópica com $\gamma_0=0$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 40. Nas Figuras 32a e 32b, respectivamente, estão os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimada via regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 40.

3.1.7 Corpo com topo em 7 km

As Figuras 33a, 33b e 36 mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 34a, 34b e 37 em linha branca. O topo e a base do corpo estão situados a 7 km e 10 km, respectivamente. As Figuras 34a, 34b e 37 mostram em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,09$, da regularização entrópica com $\gamma_1=60$ e $\gamma_0=0$ e da regularização entrópica com $\gamma_1=30$ e $\gamma_0=16$, respectivamente.

Apesar de localizar a fonte verdadeira no plano $x-y$, a inversão usando a suavidade global (Figura 34a) não delinea com precisão as bordas do corpo. A intensidade de magnetização é superestimada no centro do corpo e subestimada, nas bordas, que se apresentam suaves. Na Figura 34b nota-se que a regularização entrópica com $\gamma_0=0$ não produz um bom resultado pois não delinea a fonte, mostrando a limitação do método com o aumento da profundidade e a necessidade do uso de um valor diferente de zero para γ_0 . A regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, por sua vez, produz uma sensível melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, por sua vez, produz bordas abruptas na distribuição da magnetização aparente e um patamar bem definido ressaltando a homogeneidade da fonte verdadeira, embora as bordas na direção x (N-S) não estejam bem localizadas, produzindo uma fonte estimada mais estreita que a verdadeira nessa direção. Os valores espúrios negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor amplitude e menor extensão horizontal na

regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$ que na suavidade global. As Figuras 33a, 33b e 36 mostram em linhas pretas tracejadas as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global, regularização entrópica com $\gamma_0=0$ e regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, respectivamente. As Figuras 35a e 35b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimadas via regularização entrópica com $\gamma_0=0$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 60. Nas Figuras 38a e 38b, respectivamente, estão os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimadas via regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 40.

3.1.8 Corpo com topo em 8 km

As Figuras 39a, 39b e 42 mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada na Figura 40a, 40b e 43 em linha branca. O topo e a base do corpo estão situados a 8 km e 11 km, respectivamente. As Figuras 40a, 40b e 43 mostram em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores da suavidade global com $\mu = 0,1$, da regularização entrópica com $\gamma_1=65$ e $\gamma_0=0$ e da regularização entrópica com $\gamma_1=20$ e $\gamma_0=5$, respectivamente.

A suavidade global (Figura 40a) localiza a fonte verdadeira no plano x - y , mas, não delinea com precisão as bordas do corpo. A intensidade de magnetização é superestimada no centro do corpo e subestimada nas bordas, que se apresentam extremamente suaves. Valores negativos de magnetização aparente surgem ao longo das bordas do corpo. Por outro lado, a regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$ (Figura 43) produz uma sensível melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano x - y em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global, produzindo bordas melhor delimitadas na distribuição da magnetização aparente e um patamar melhor definido. Além disso, os valores de magnetização negativa ao redor do corpo são de menor amplitude e menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. A regularização entrópica com $\gamma_0=0$, por

sua vez, não produziu uma solução aceitável (Figura 40b). Nas Figuras 39a, 39b e 42 as linhas pretas tracejadas mostram as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global, regularização entrópica com $\gamma_0=0$ e regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$, nesta ordem. As Figuras 41a e 41b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimada via regularização entrópica com $\gamma_0=0$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 130. Nas Figuras 44a e 44b, respectivamente, estão os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimada via regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$. O processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 40.

3.1.9 Corpo com topo em 9 km

As Figuras 45a, 45b e 48 mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 46a, 46b e 49 em linha branca. O topo e a base do corpo estão situados a 9 km e 12 km, respectivamente. As Figuras 46a, 46b e 49 mostram em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,15$, da regularização entrópica com $\gamma_1=70$ e $\gamma_0=0$ e da regularização entrópica com $\gamma_1=90$ e $\gamma_0=5$, respectivamente.

Apesar de localizar a fonte verdadeira no plano $x-y$, a inversão usando a suavidade global (Figura 46a) não delinea com precisão as bordas do corpo. A intensidade de magnetização é subestimada na maior parte da área, apresentando bordas extremamente suaves. A regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$ (Figura 49) também não produz um delineamento preciso da fonte verdadeira no plano $x-y$ e a regularização entrópica com $\gamma_0=0$ não produz uma solução aceitável. As Figuras 45a, 45b e 48, nesta ordem, mostram em linhas pretas tracejadas as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global, regularização entrópica com $\gamma_0=0$ e regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$. As Figuras 47a e 47b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimada via regularização entrópica com $\gamma_0=0$, indicando que o processo

iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 60. Nas Figuras 50a e 50b, respectivamente, estão os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$ produzidos pela solução estimada via regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$. O processo iterativo convergiu antes da iteração 10.

Topo em 2 km

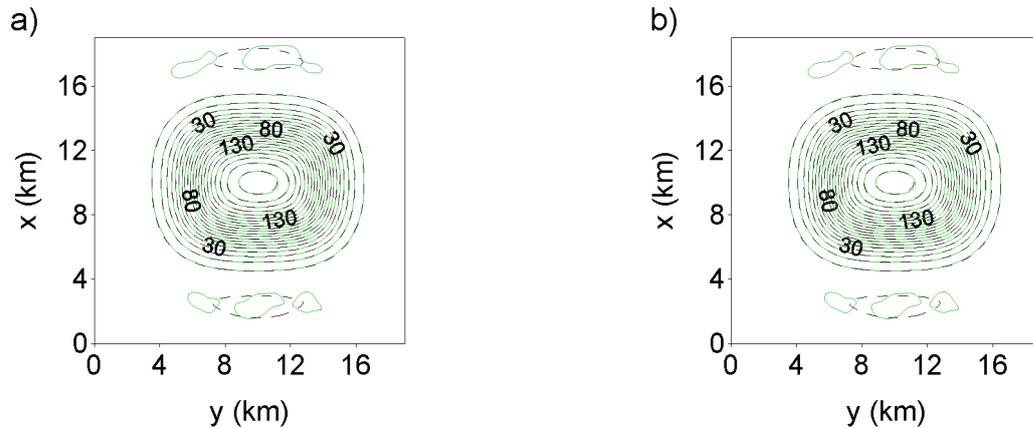


Fig. 3 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 2 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1=50$ e $\gamma_0=0,0$. Intervalo de contorno de 10 nT.

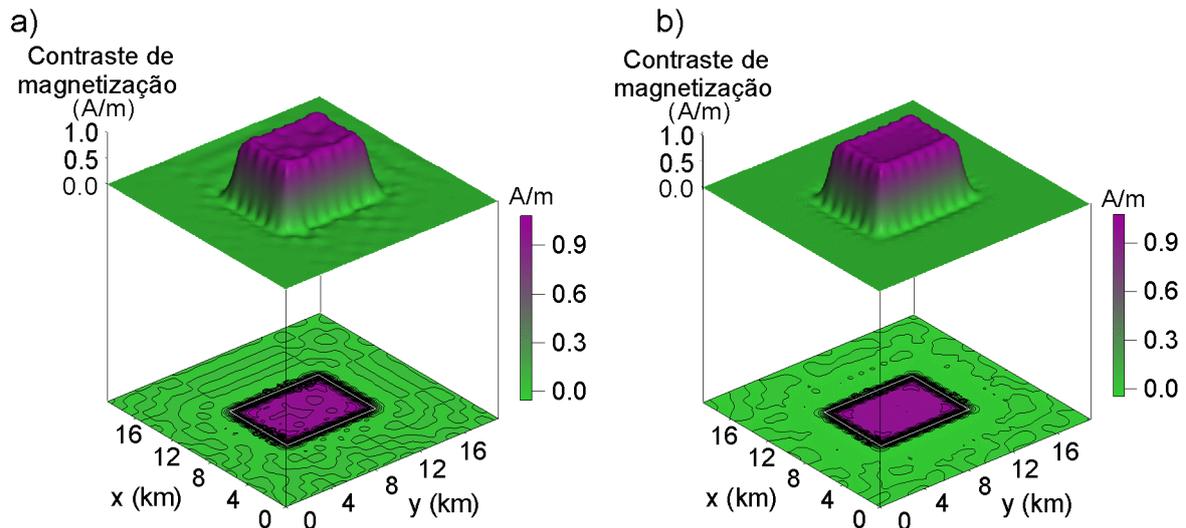


Fig. 4 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 2 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu=0,02$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1=50$ e $\gamma_0=0,0$.

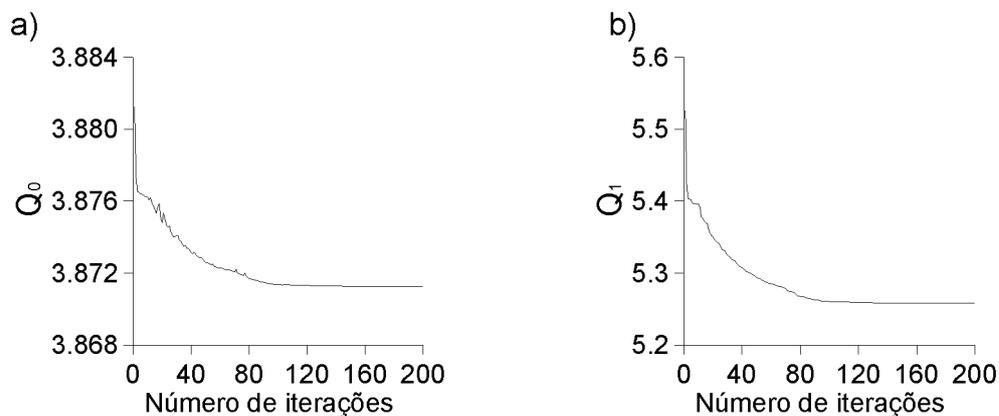


Fig. 5 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 2 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1=50$ e $\gamma_0=0,0$.

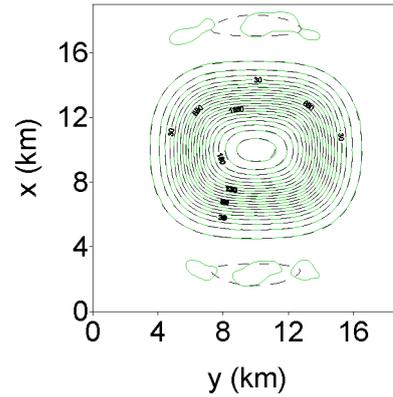


Fig. 6 –Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 2 km. Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1=130$ e $\gamma_0=2,0$. Intervalo de contorno de 10 nT.

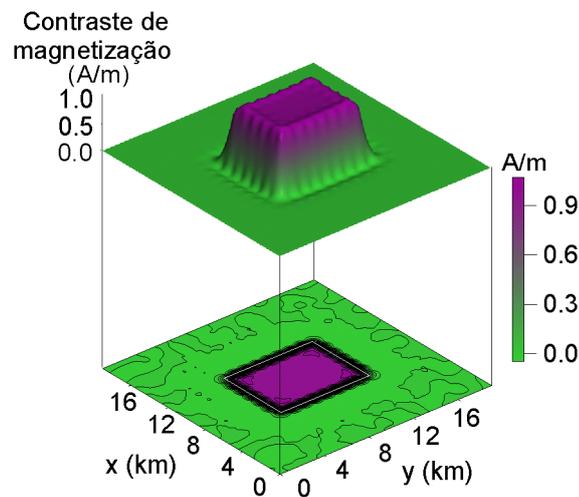


Fig. 7 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 2 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1=130$ e $\gamma_0=2,0$.

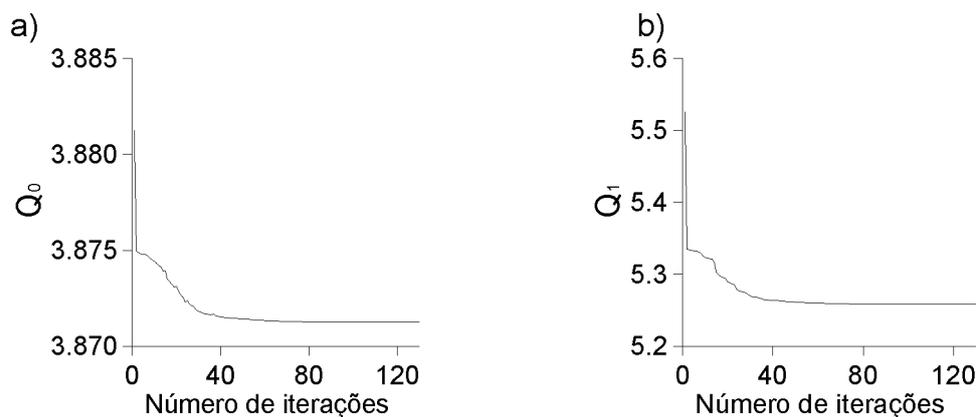


Fig. 8 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 2 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1=130$ e $\gamma_0=2,0$.

Topo em 3 km

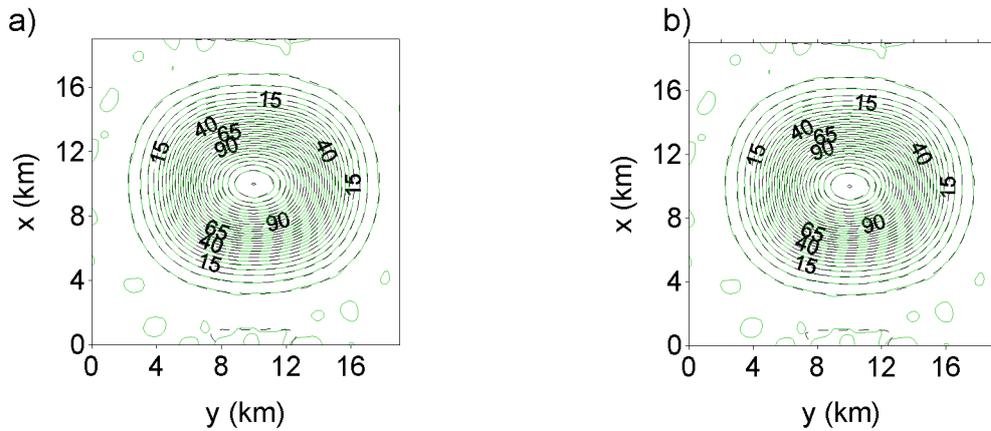


Fig. 9 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1 = 40$ e $\gamma_0 = 0,0$. Intervalo de contorno de 5 nT.

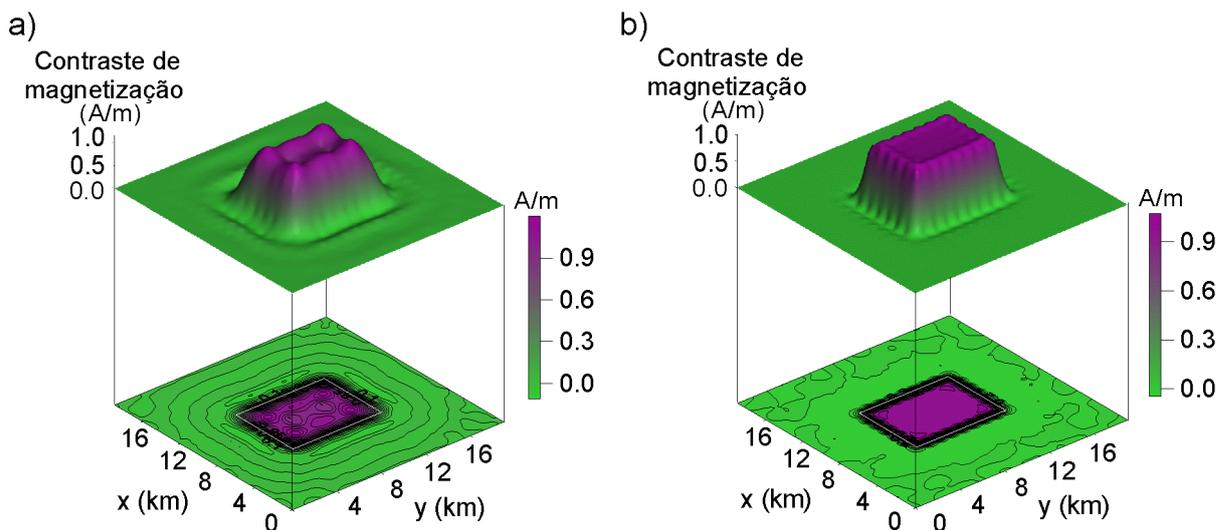


Fig. 10 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,05$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 40$ e $\gamma_0 = 0,0$.

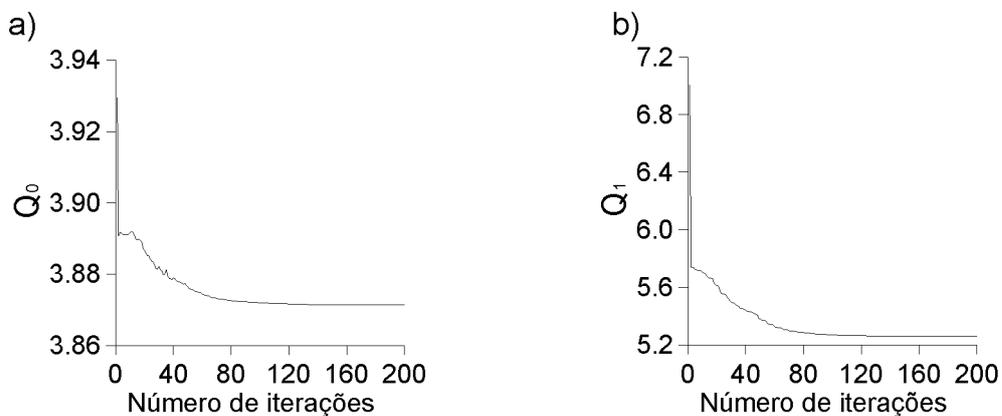


Fig. 11 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 40$ e $\gamma_0 = 0,0$.

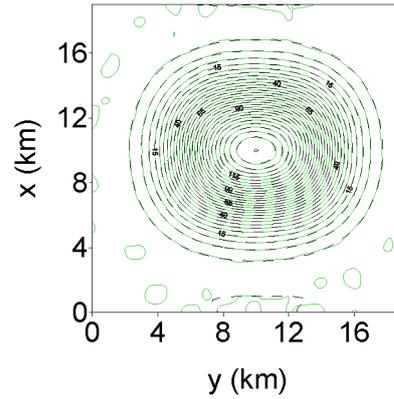


Fig. 12 –Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1= 130$ e $\gamma_0= 2,0$. Intervalo de contorno de 5 nT.

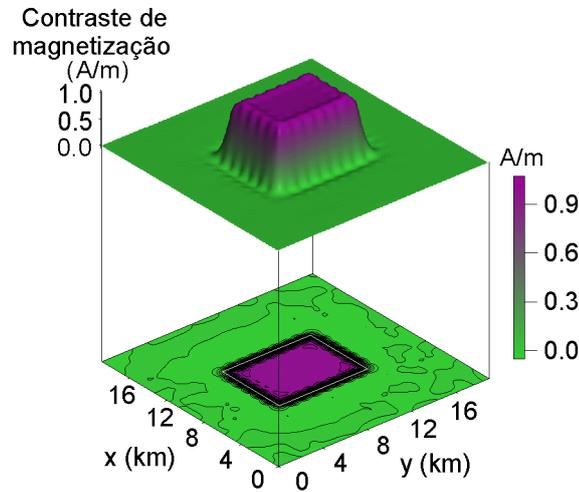


Fig. 13 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 130$ e $\gamma_0= 2,0$.

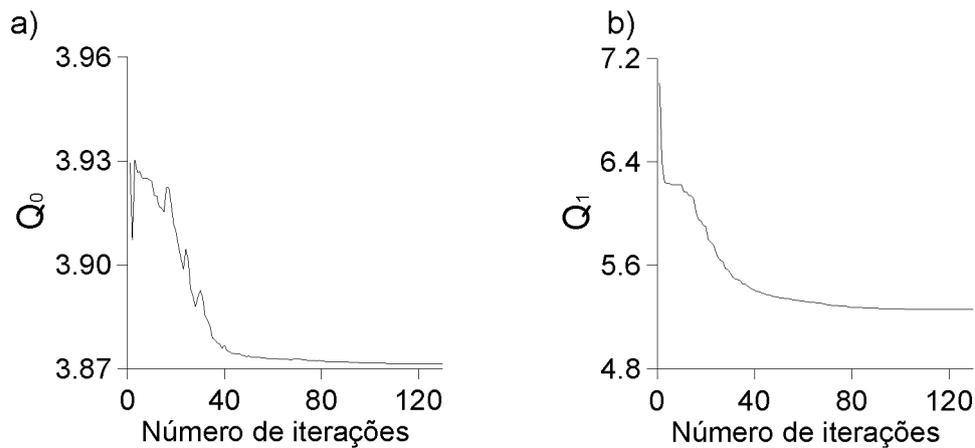


Fig. 14 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1= 130$ e $\gamma_0= 2,0$.

Topo em 4 km

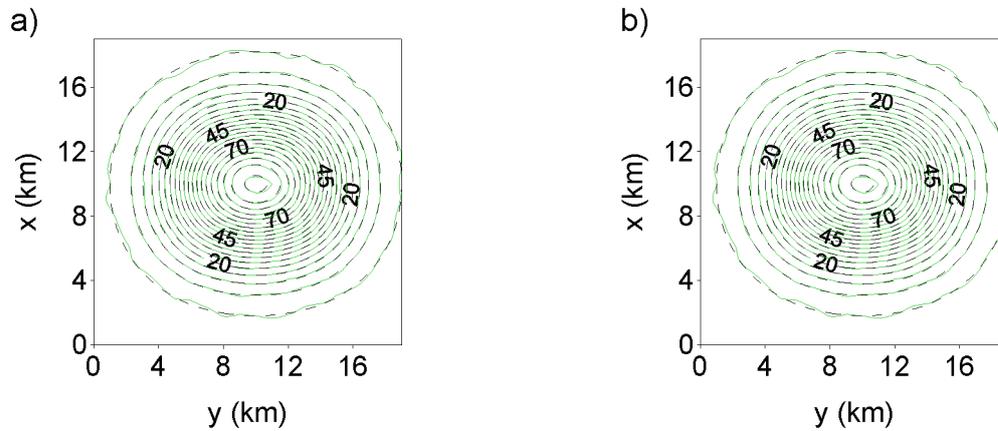


Fig. 15 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 4 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1=40$ e $\gamma_0=0,0$. Intervalo de contorno de 5 nT.

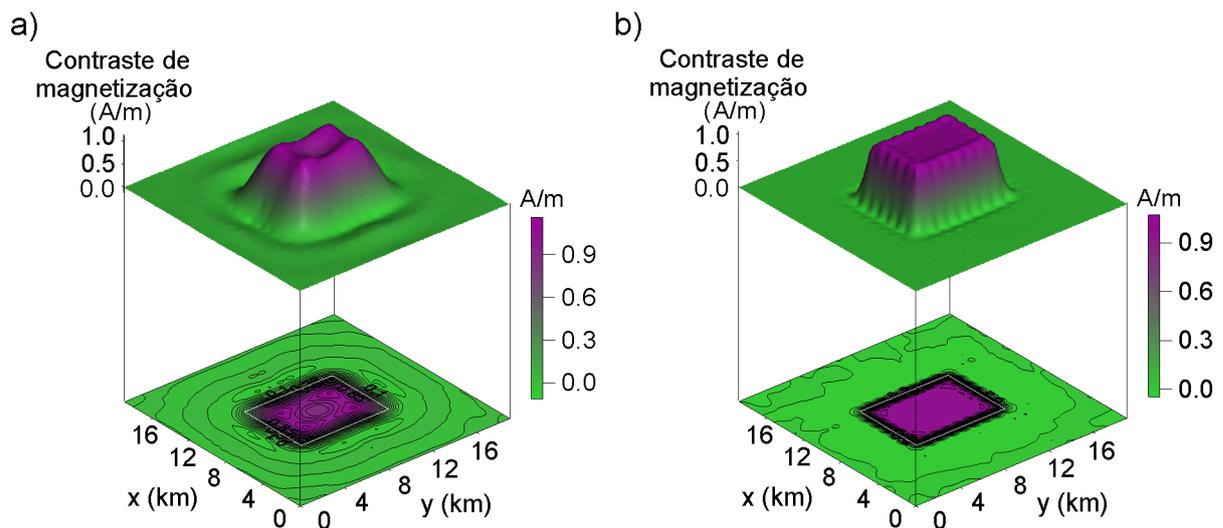


Fig. 16 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 4 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu=0,06$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1=40$ e $\gamma_0=0,0$.

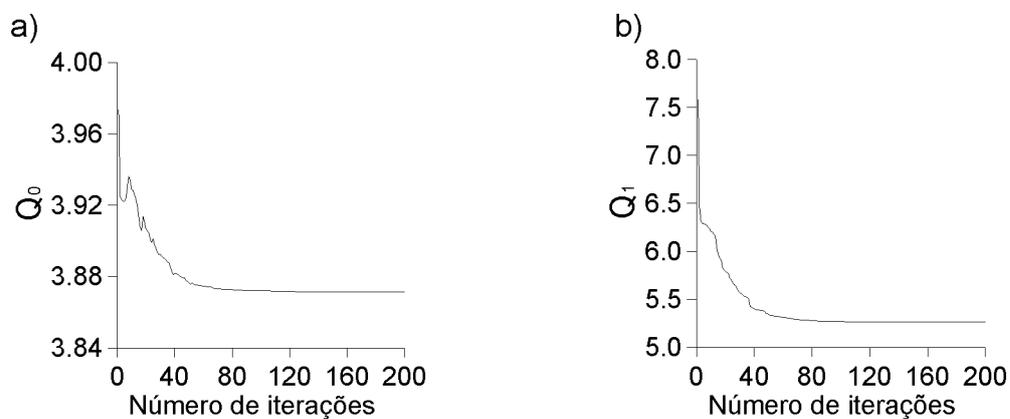


Fig. 17 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 4 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1=40$ e $\gamma_0=0,0$.

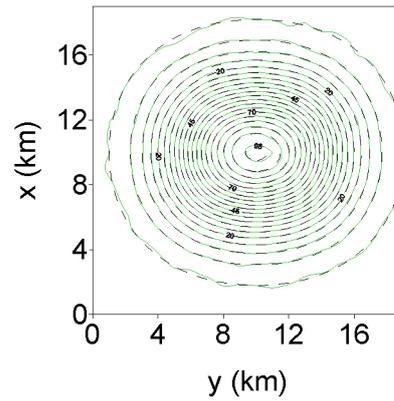


Fig.18 –Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 4 km. Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1= 350$ e $\gamma_0= 2,0$. Intervalo de contorno de 5 nT.

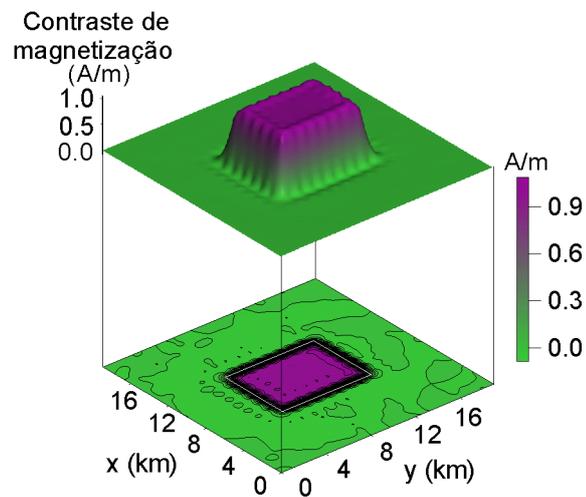


Fig. 19 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 4 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 350$ e $\gamma_0= 2,0$.

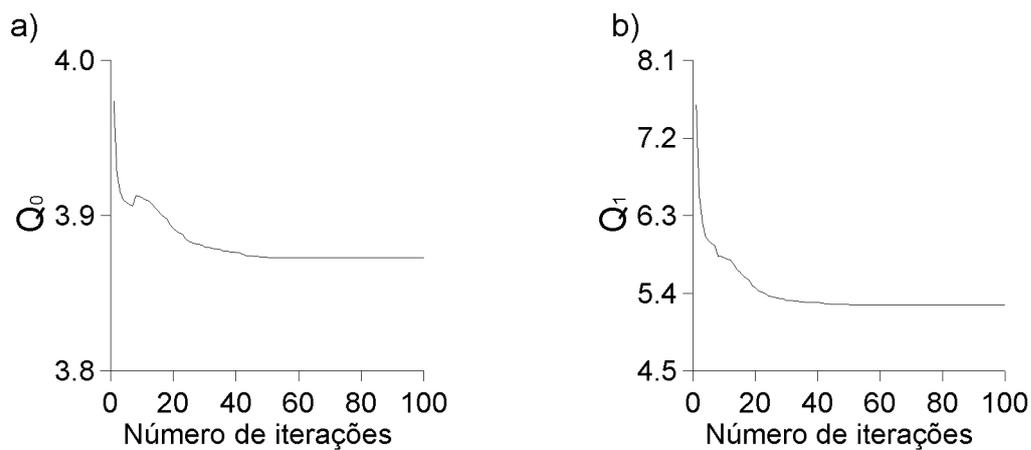


Fig. 20 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 4 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1= 350$ e $\gamma_0= 2,0$.

Topo em 5 km

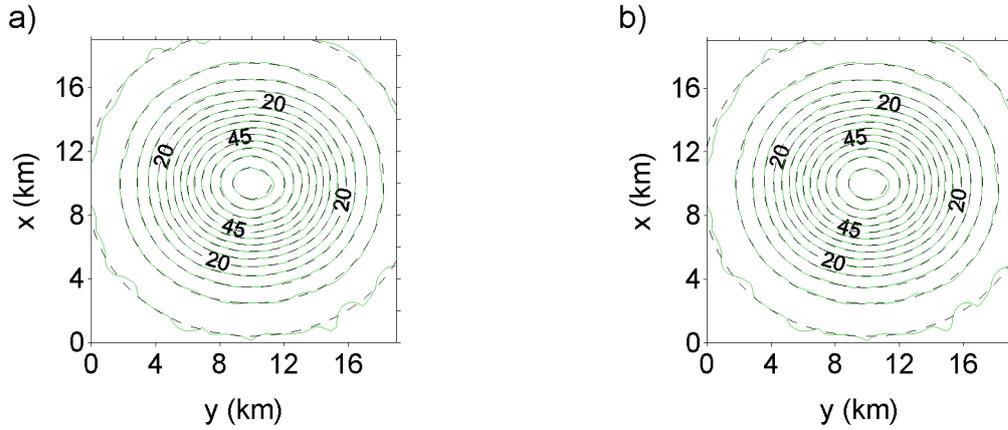


Fig. 21 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 5 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1=40$ e $\gamma_0=0,0$. Intervalo de contorno de 5 nT.

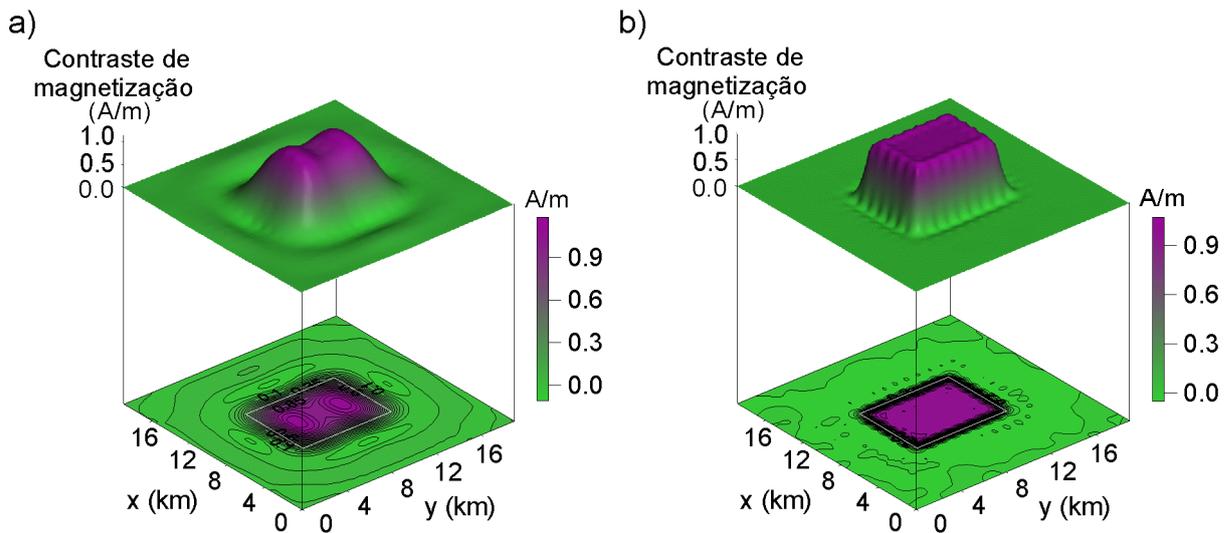


Fig. 22 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 5 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu=0,07$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1=40$ e $\gamma_0=0,0$.

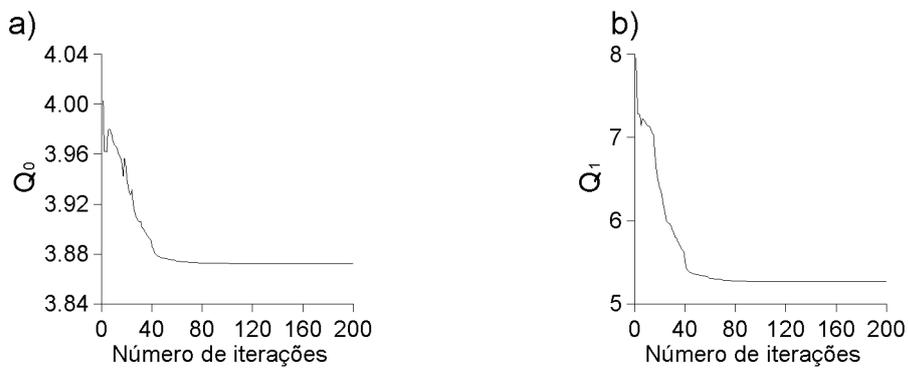


Fig. 23 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 5 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1=40$ e $\gamma_0=0,0$.

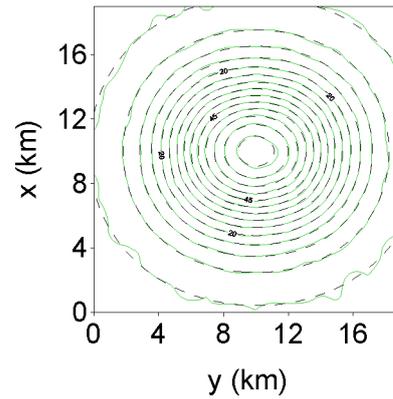


Fig. 24 –Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 5 km. Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1= 400$ e $\gamma_0= 1,5$. Intervalo de contorno de 5 nT.

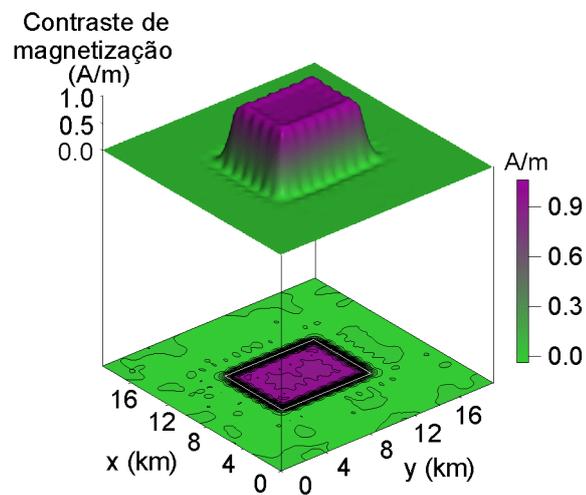


Fig. 25 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 5 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 400$ e $\gamma_0= 1,5$.

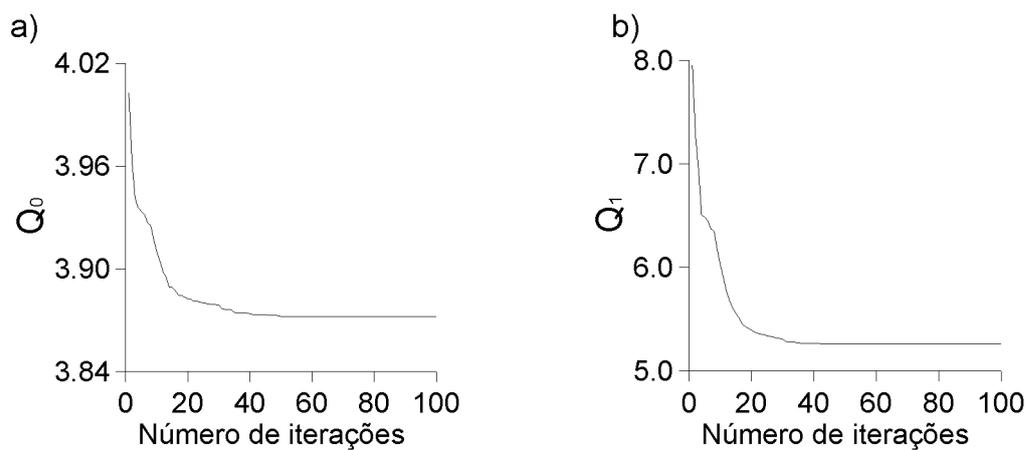


Fig. 26 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 5 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1= 400$ e $\gamma_0= 1,5$.

Topo em 6 km

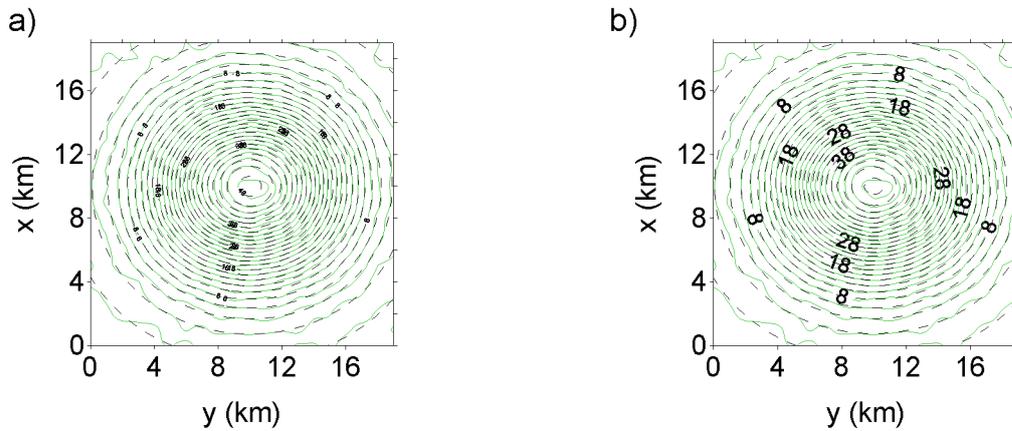


Fig. 27 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 6 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1=55$ e $\gamma_0=0,0$. Intervalo de contorno de 2 nT.

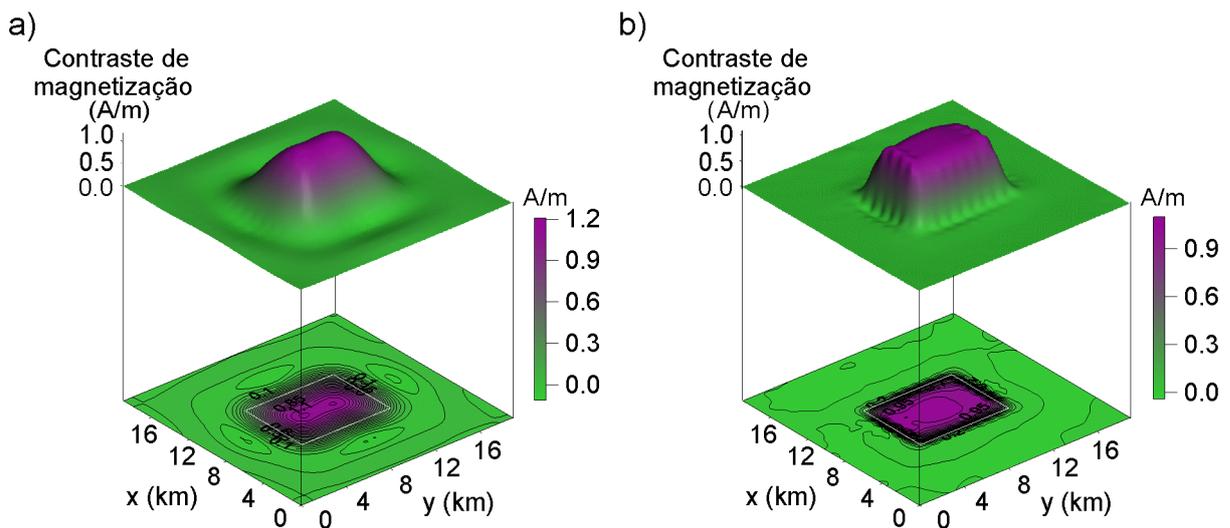


Fig. 28 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 6 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu=0,08$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1=55$ e $\gamma_0=0,0$.

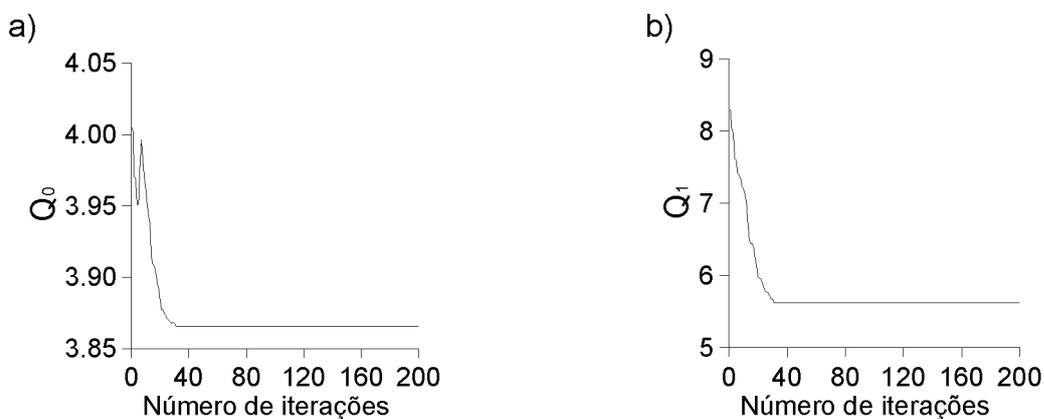


Fig. 29 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 6 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1=55$ e $\gamma_0=0,0$.

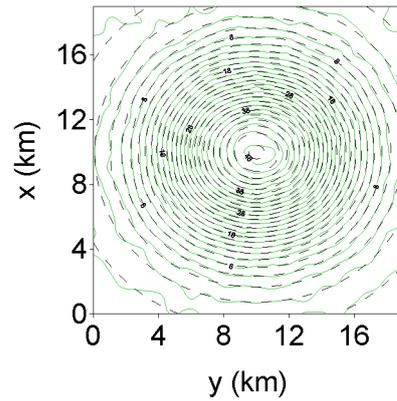


Fig. 30 –Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 6 km. Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1 = 500$ e $\gamma_0 = 2,1$. Intervalo de contorno de 2 nT

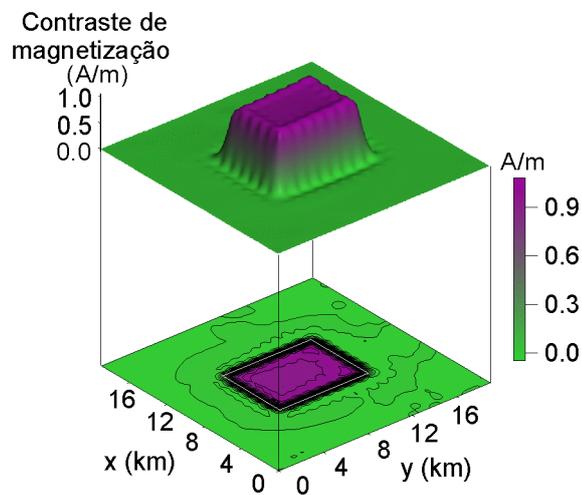


Fig. 31 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 6 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 500$ e $\gamma_0 = 2,1$.

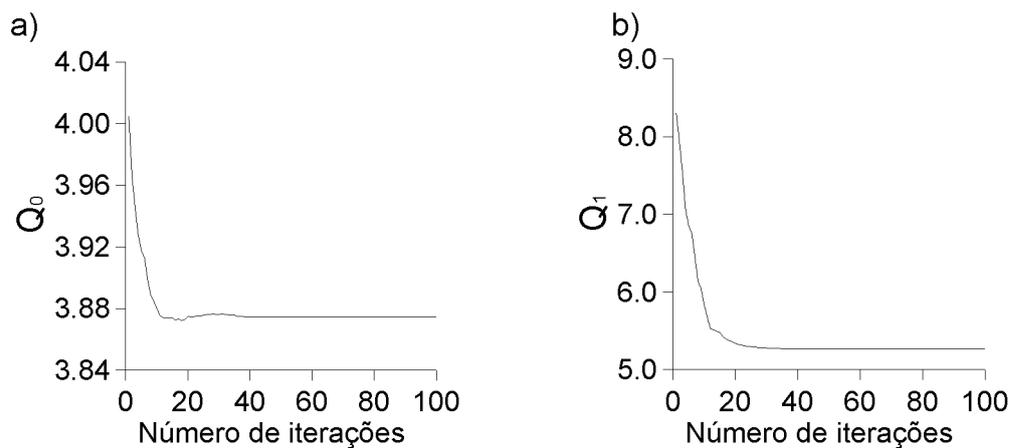


Fig. 32 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 6 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 500$ e $\gamma_0 = 2,1$.

Topo em 7 km

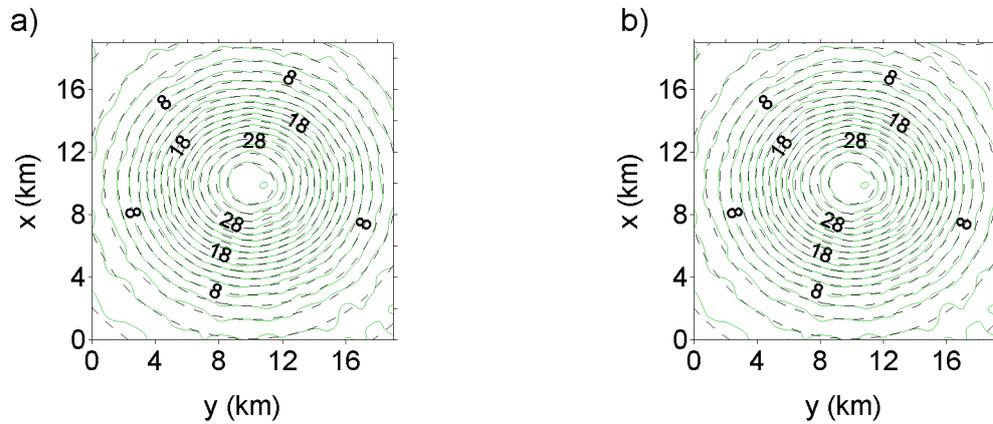


Fig. 33 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 7 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1=60$ e $\gamma_0=0,0$. Intervalo de contorno de 2 nT.

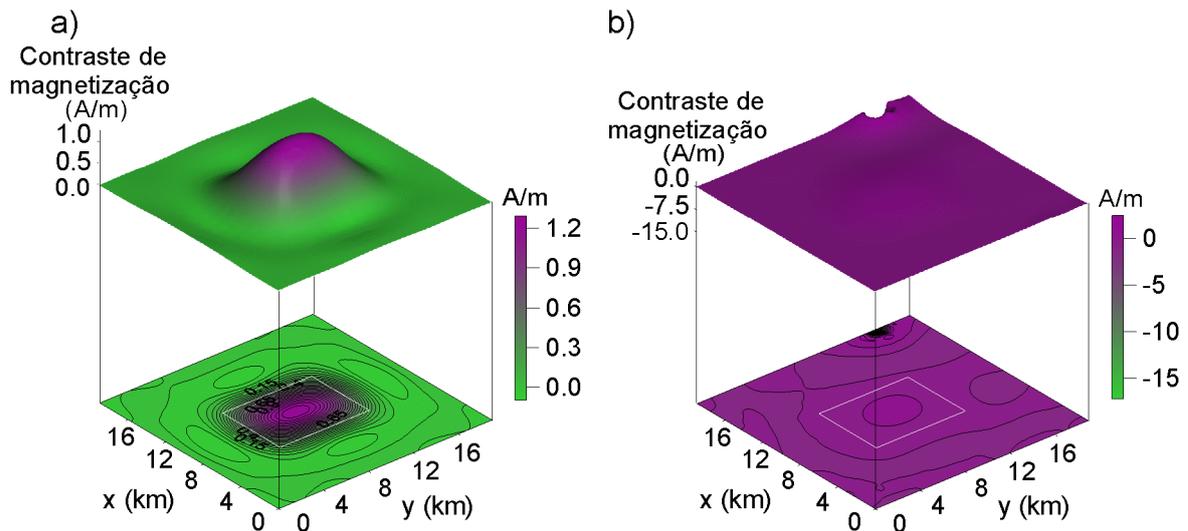


Fig. 34 – Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 7 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu=0,09$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1=60$ e $\gamma_0=0,0$.

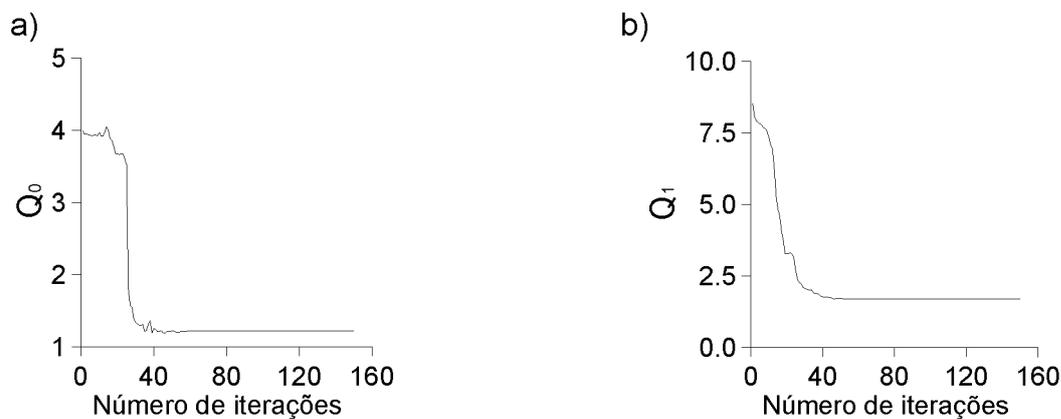


Fig. 35 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade topo em 7 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1=60$ e $\gamma_0=0,0$.

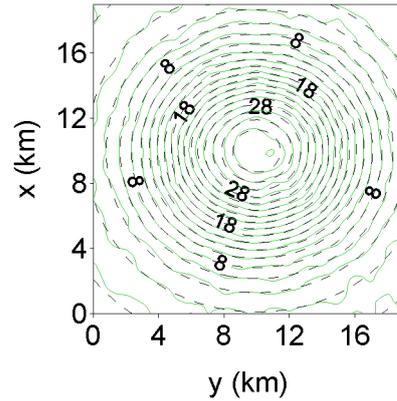


Fig. 36 –Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 7 km. Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1= 30$ e $\gamma_0= 16$. Intervalo de contorno de 2 nT.

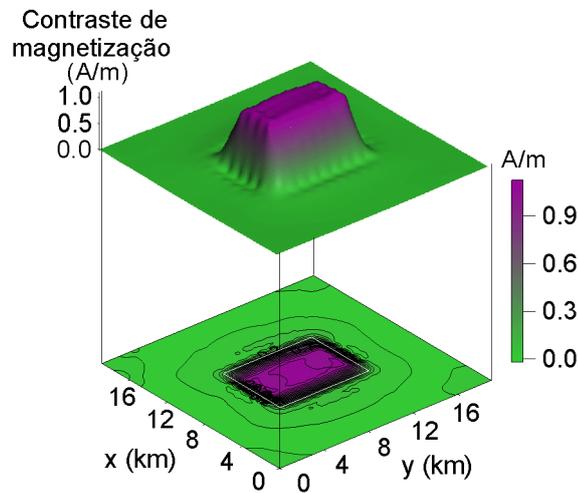


Fig. 37 – Corpo alongado com espessura de 3 km e profundidade do topo em 7 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1= 30$ e $\gamma_0= 16$.

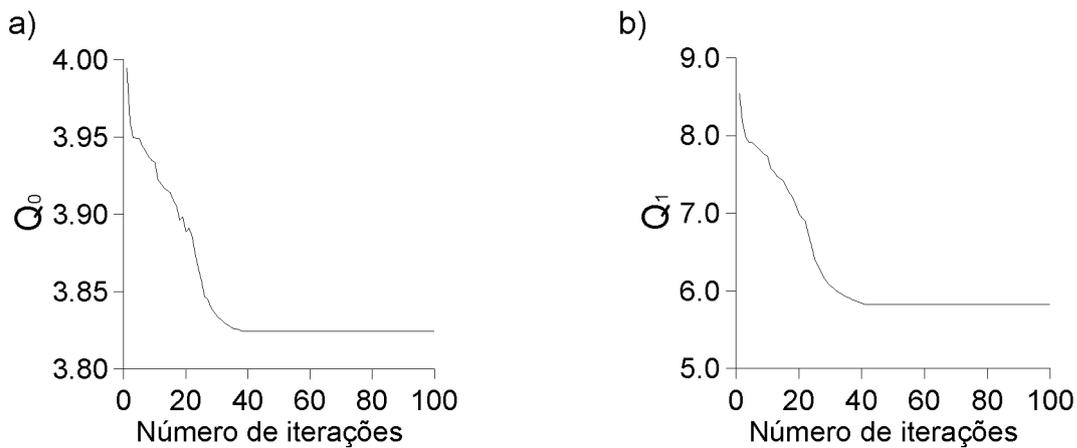


Fig. 38 – Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 7 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1= 30$ e $\gamma_0= 16$.

Topo em 8 km

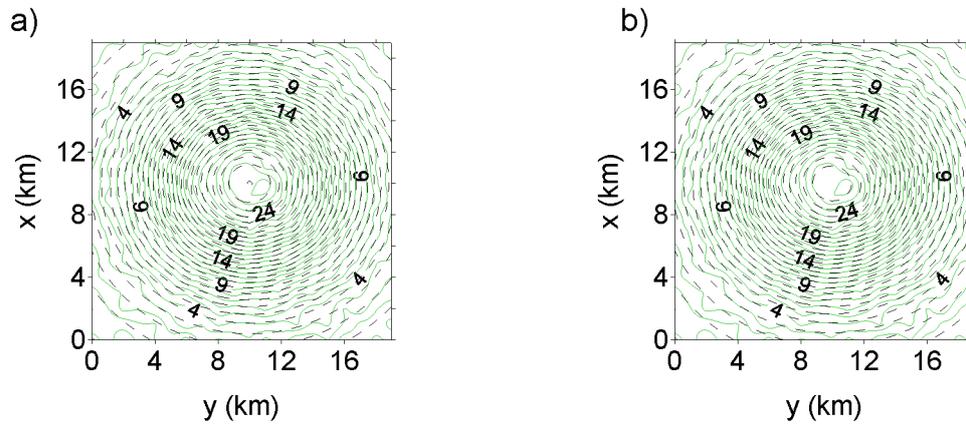


Fig. 39 – Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 8 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1=65$ e $\gamma_0=0,0$. Intervalo de contorno de 1 nT.

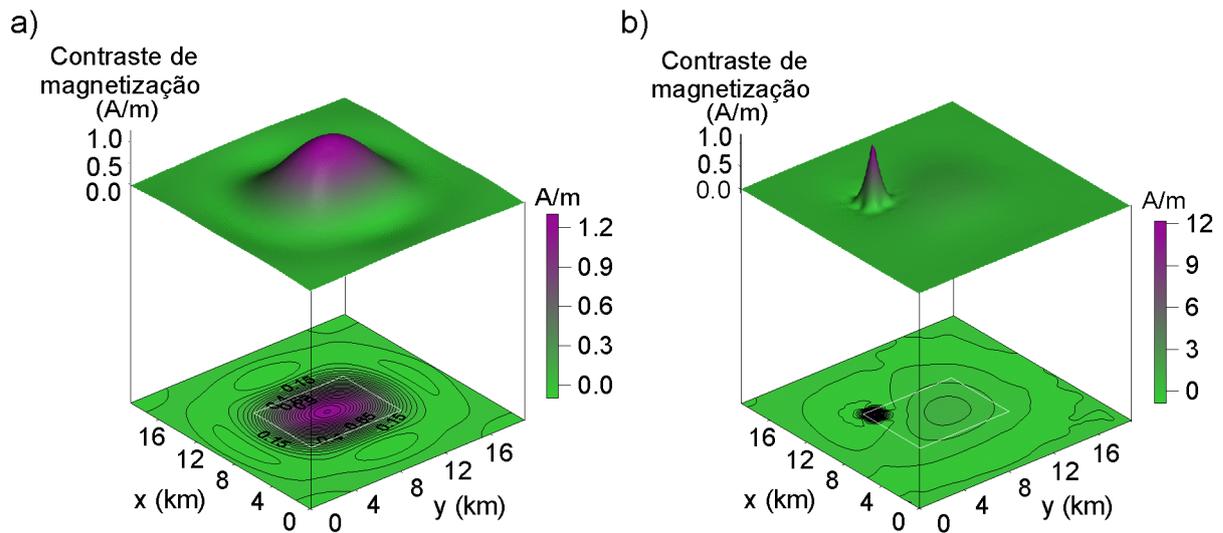


Fig. 40 – Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 8 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu=0,1$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1=65$ e $\gamma_0=0,0$.

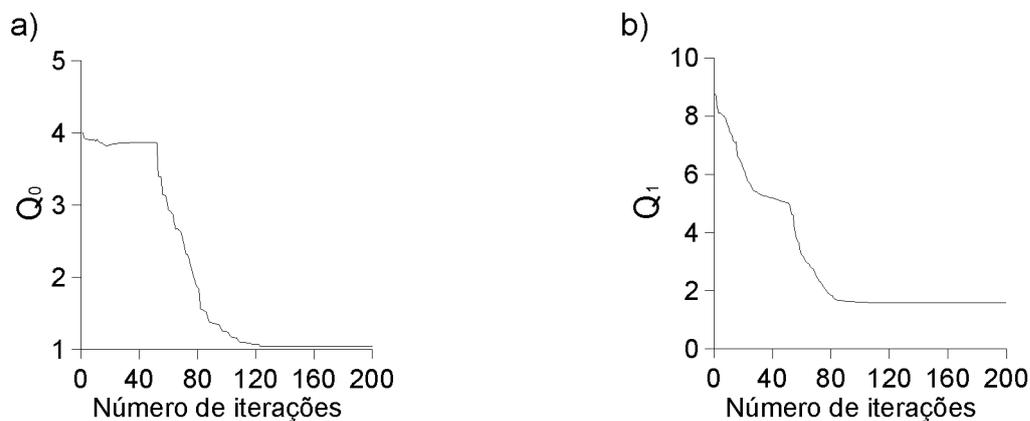


Fig. 41 – Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 8 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1=65$ e $\gamma_0=0,0$.

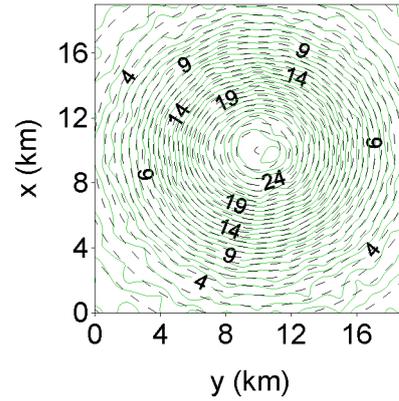


Fig. 42 –Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 8 km. Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 5$. Intervalo de contorno de 1 nT.

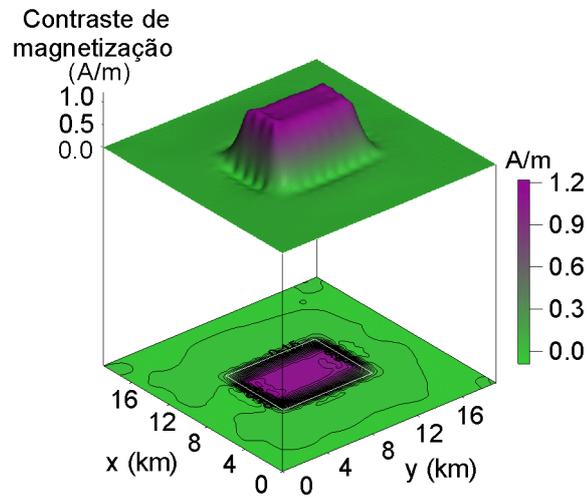


Fig. 43 – Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 8 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 5$.

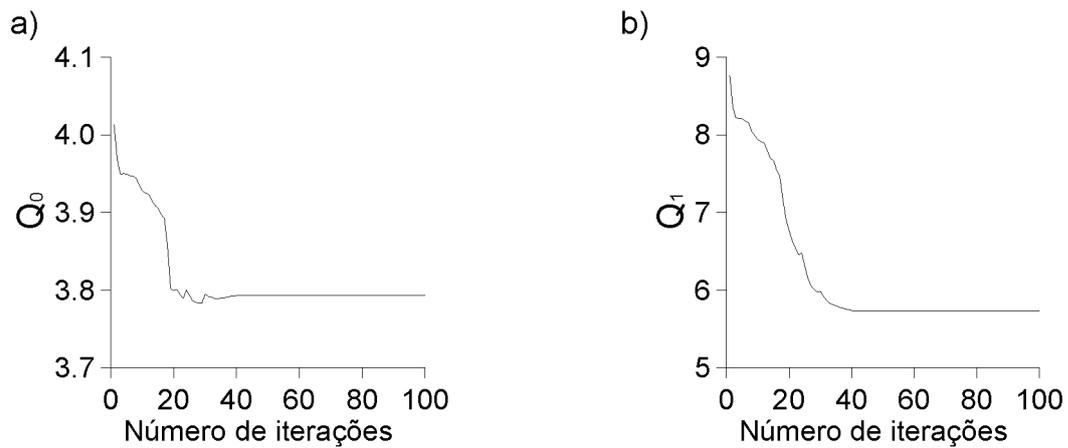


Fig. 44 – Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 8 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 5$.

Topo em 9 km

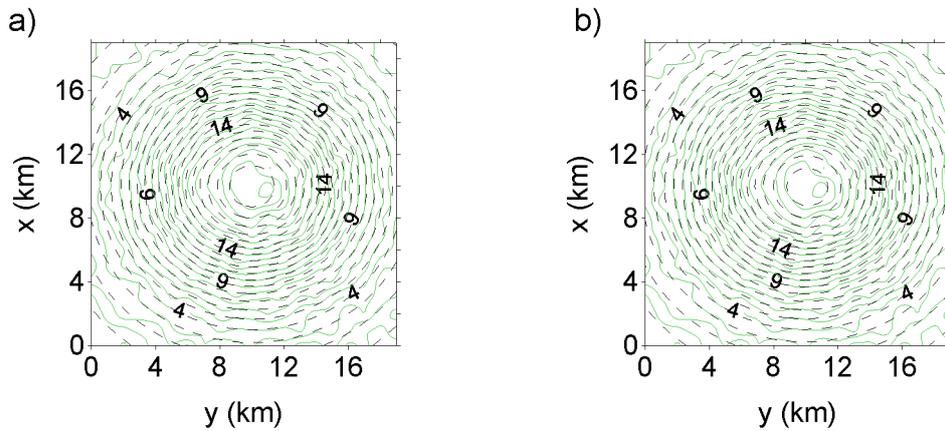


Fig. 45 – Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 9 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1=70$ e $\gamma_0=0,0$. Intervalo de contorno de 1 nT.

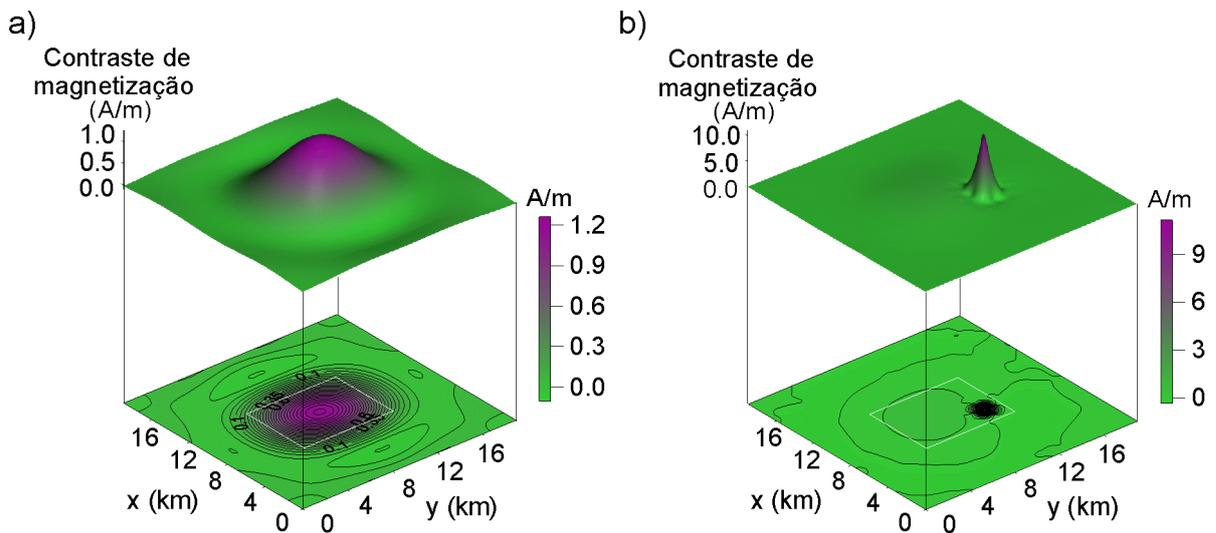


Fig. 46 – Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 9 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu=0,15$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1=70$ e $\gamma_0=0,0$.

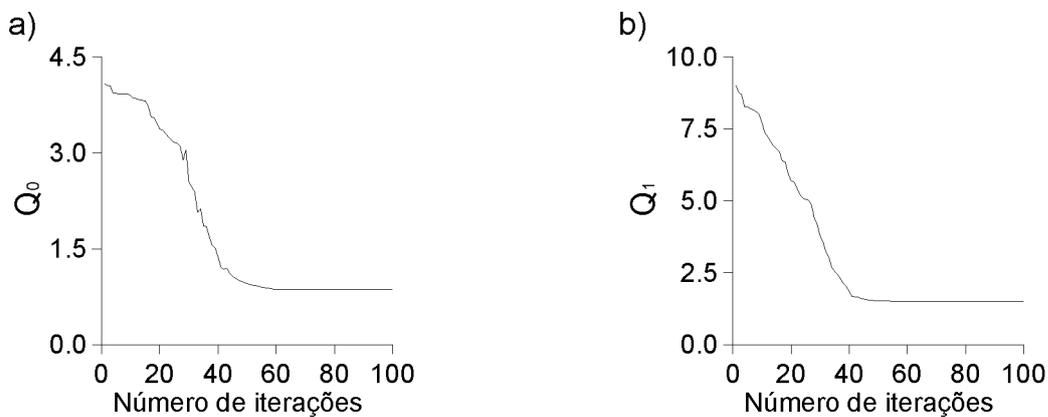


Fig. 47 – Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 9 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1=70$ e $\gamma_0=0,0$.

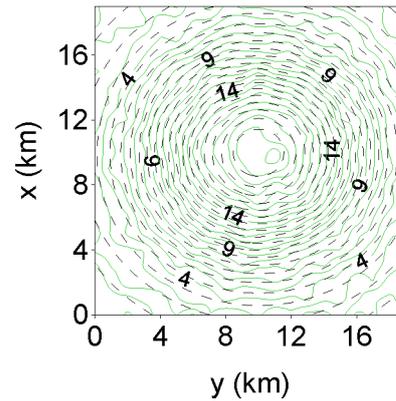


Fig. 48 –Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 9 km. Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica com $\gamma_1=90$ e $\gamma_0=5$. Intervalo de contorno de 1 nT.

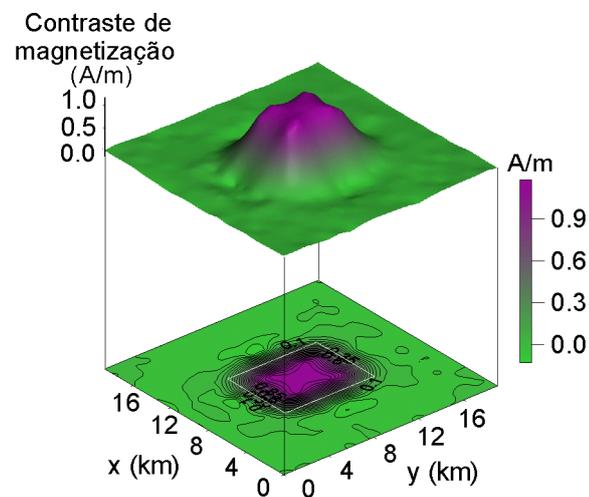


Fig. 49 – Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 9 km. Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1=90$ e $\gamma_0=5$.

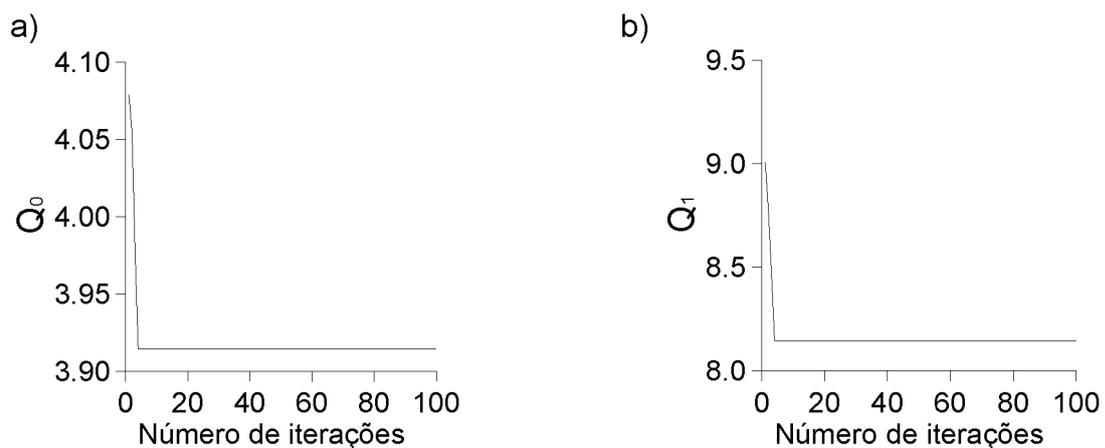
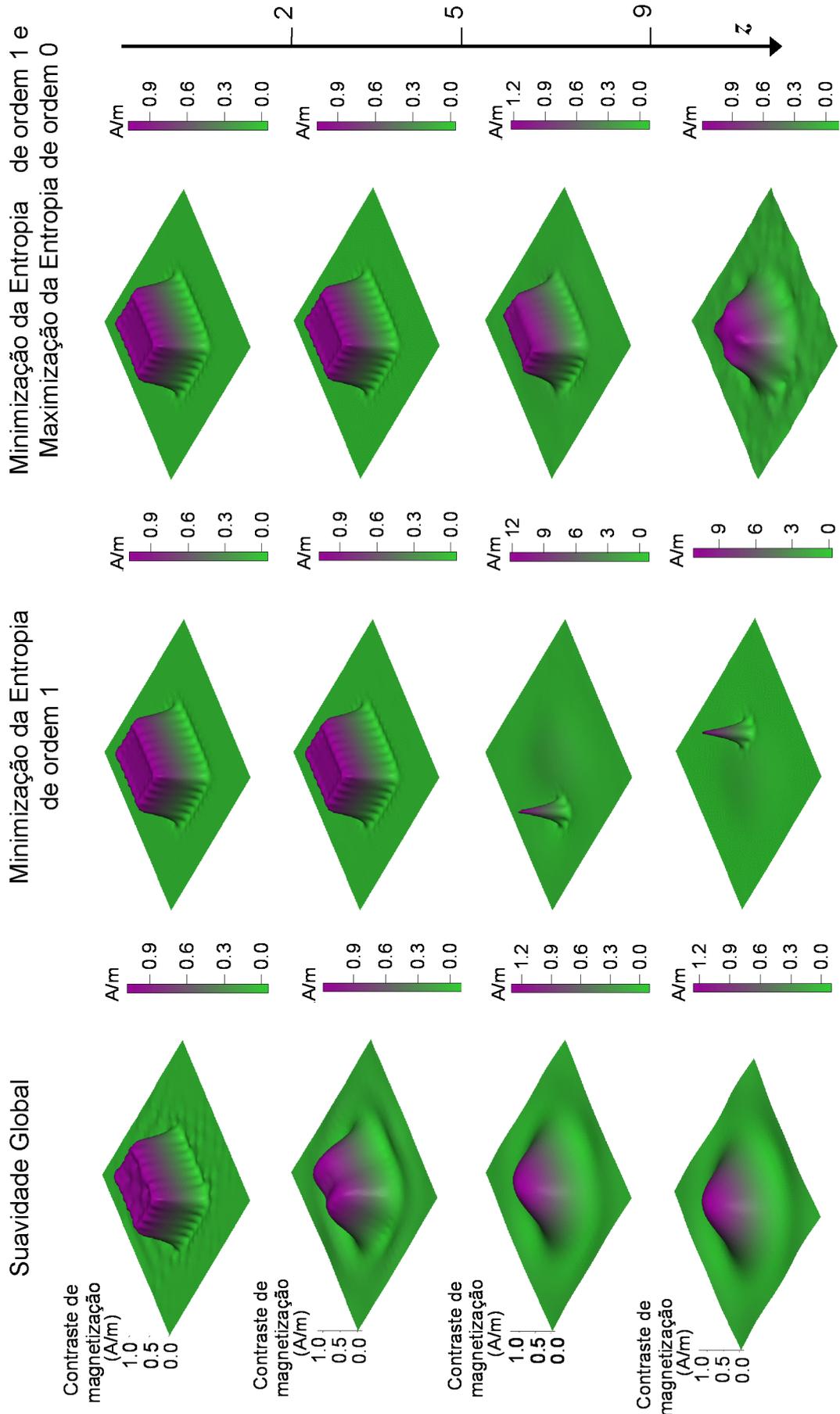


Fig. 50 – Corpo alongado, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 9 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1=90$ e $\gamma_0=5$.

Os testes acima ilustram a existência das quatro faixas de profundidade definidas no capítulo de Metodologia. No caso específico do modelo adotado nos

testes acima, as seguintes faixas de profundidade podem ser aproximadamente definidas. Faixa 1: de 0 km a 2 km, em que tanto a suavidade como a regularização entrópica produzem bons resultados. Faixa 2: de 3 km a 5 km, em que a suavidade não produz bons resultados, mas a regularização entrópica com $\gamma_0=0$ ou $\gamma_0\neq 0$ produz. Faixa 3: de 6 km a 8 km, em que a suavidade e a regularização entrópica com $\gamma_0=0$ não produzem bons resultados, mas a regularização entrópica com $\gamma_0\neq 0$ produz um resultado razoável. Faixa 4: profundidades maiores que 8 km, em que tanto a suavidade como a regularização entrópica (quer com $\gamma_0=0$, quer com $\gamma_0\neq 0$) não produzem bons resultados. O quadro-resumo abaixo ilustra graficamente as características destas quatro faixas de profundidade.



Quadro-resumo mostrando o comportamento distinto das soluções estabilizadas com a Suavidade Global e a Regularização Entrópica em função da profundidade z.

3.2 CORPO ISOMÉTRICO

3.2.1 Considerações gerais

Em todos os testes desta seção, empregamos fontes verdadeiras consistindo de prismas isométricos no plano $x-y$, com dimensões de 6 km nas direções N-S e E-W e magnetização induzida com intensidade de 1 A/m, inclinação de 60° e declinação de 10° . O modelo interpretativo consiste de uma malha de 20 x 20 prismas com dimensões de 1 km nas direções N-S e E-W com topo e base coincidindo com o topo e a base dos corpos verdadeiros e inclinação e declinação iguais à inclinação e declinação das fontes verdadeiras.

3.2.2 Corpo com topo em 2 km

As Figuras 51a e 51b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 52a e 52b em linha branca. O topo e a base do corpo estão situados em 2 km e 5 km, respectivamente. As Figuras 52a e 52b mostram, em perspectiva e em curvas de contorno, os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,01$ e da regularização entrópica com $\gamma_1 = 200$ e $\gamma_0 = 2$, respectivamente.

A inversão usando a suavidade global (Figura 52a) delinea e localiza, no plano $x-y$, as bordas do corpo. Pequenas oscilações são observadas na região que circunda a fonte. A regularização entrópica (Figura 52b) também produz um delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ através de uma distribuição de magnetização aparente sem oscilações, ressaltando a homogeneidade da fonte verdadeira. As Figuras 51a e 51b mostram, em linhas pretas, tracejadas as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global e regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 53a e 53b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 150.

3.2.3 Corpo com topo em 3 km

As Figuras 54a e 54b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 55a e 55b em linha branca. O topo e a base do corpo estão situados em 3 km e 6 km, respectivamente. As Figuras 55a e 55b mostram, em perspectiva e em curvas de contorno, os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,015$ e da regularização entrópica com $\gamma_1=200$ e $\gamma_0=2$, respectivamente.

Na figura 55a percebemos que, apesar de localizar a fonte verdadeira no plano $x-y$, a inversão usando a suavidade global não delinea com precisão as bordas do corpo. Valores negativos espúrios de magnetização aparente ocorrem ao longo das bordas do corpo. Por outro lado, a regularização entrópica produz uma sensível melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica (Figura 55b) produz bordas mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, bem como um patamar melhor definido ressaltando a homogeneidade da fonte verdadeira. Os valores negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 54a e 54b mostram, em linhas pretas tracejadas, as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global e regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 56a e 56b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 60.

3.2.4 Corpo com topo em 4 km

As Figuras 57a e 57b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 58a e 58b em linha branca. O topo e a base do corpo estão situados em 4 km e 7 km, respectivamente. As Figuras 58a e 58b mostram, em perspectiva e em curvas de contorno, os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores:

da suavidade global com $\mu = 0,02$ e da regularização entrópica com $\gamma_1=50$ e $\gamma_0=2$, respectivamente.

Apesar de localizar a fonte verdadeira no plano $x-y$, a inversão usando a suavidade global (Figura 58a) não delinea com precisão as bordas do corpo. Valores negativos espúrios de magnetização aparente ocorrem ao longo das bordas do corpo. A regularização entrópica, por sua vez, produz um delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ melhor que a obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica (Figura 58a) produz bordas abruptas na distribuição da magnetização aparente e um patamar bem definido, ressaltando a homogeneidade da fonte verdadeira. Os valores espúrios negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 57a e 57b mostram, em linha preta tracejada, as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global e regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 59a e 59b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 70.

3.2.5 Corpo com topo em 5 km

As Figuras 60a e 60b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 61a e 61b em linha branca. O topo e a base do corpo estão situados em 5 km e 8 km, respectivamente. As Figuras 61a e 61b mostram, em perspectiva e em curvas de contorno, os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0.025$ e da regularização entrópica com $\gamma_1=30$ e $\gamma_0=2$, nesta ordem.

Apesar de localizar a fonte verdadeira no plano $x-y$, a inversão usando a suavidade global (Figura 61a) não delinea com precisão as bordas do corpo. Adicionalmente, valores negativos espúrios de magnetização aparente ocorrem ao longo das bordas do corpo. Por outro lado, a regularização entrópica produz uma sensível melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica

(Figura 61b) produz bordas mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, bem como um patamar melhor definido ressaltando a homogeneidade da fonte verdadeira. Os valores espúrios negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 60a e 60b mostram, em linhas pretas tracejadas, as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global e regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 62a e 62b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente a partir da iteração 70.

3.2.6 Corpo com topo em 6 km

As Figuras 63a e 63b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 64a e 64b em linha branca. O topo e a base do corpo estão situados em 6 km e 9 km, respectivamente. As Figuras 64a e 64b mostram, nesta ordem, em perspectiva e em curvas de contorno, os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,03$ e da regularização entrópica com $\gamma_1 = 30$ e $\gamma_0 = 14,5$.

A inversão usando a suavidade global (Figura 64a), localiza a fonte verdadeira no plano x - y , porém não delinea com precisão as suas bordas. A intensidade de magnetização é superestimada acima do centro do corpo e subestimada nas demais áreas. É notada a presença de valores negativos de magnetização aparente ao longo das bordas do corpo. Por outro lado, a regularização entrópica produz uma melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano x - y em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica (Figura 64b) produz bordas mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, bem como um patamar melhor definido ressaltando a homogeneidade da fonte verdadeira. Os valores negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 63a e 63b mostram, em linhas pretas tracejadas, as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global e regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 65a e 65b mostram,

respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$. O processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 60.

Topo em 2 km

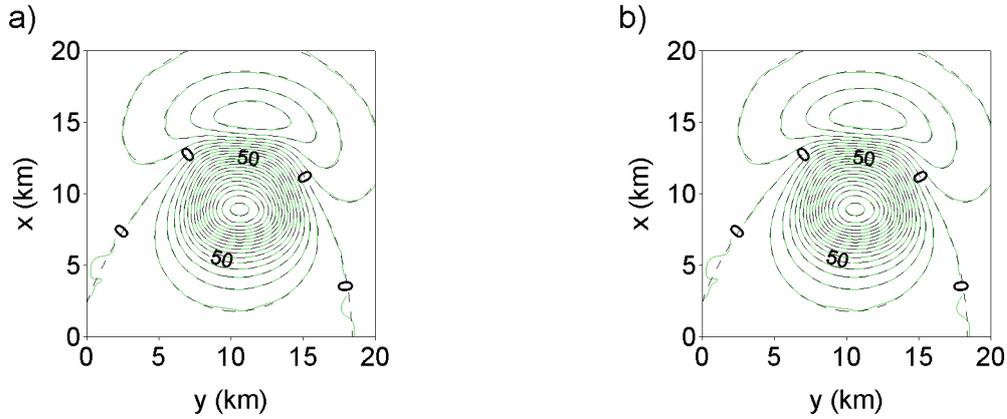


Fig. 51– Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 2 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 10 nT.

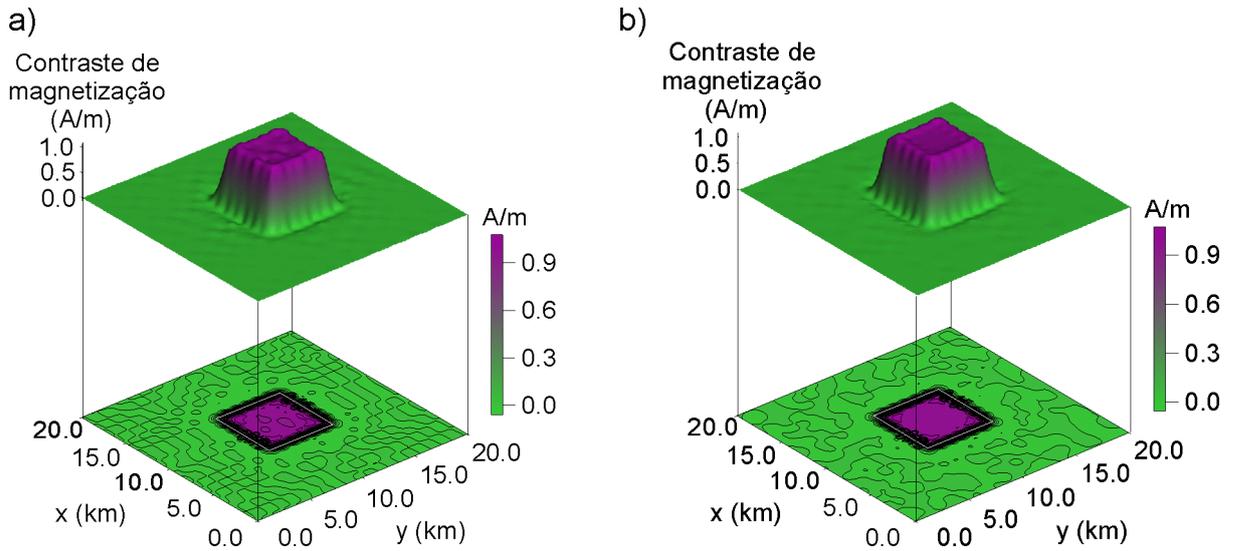


Fig. 52 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 2 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu=0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1=200$ e $\gamma_0=2,0$.

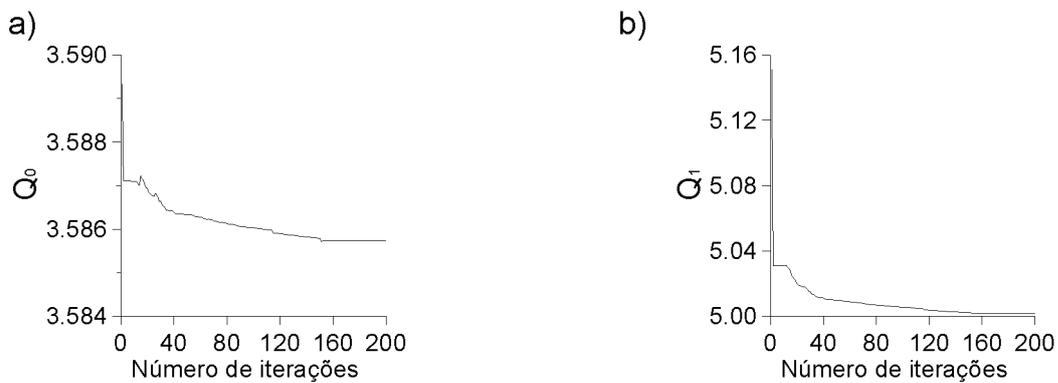


Fig. 53 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 2 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1=200$ e $\gamma_0=2,0$.

Topo em 3 km

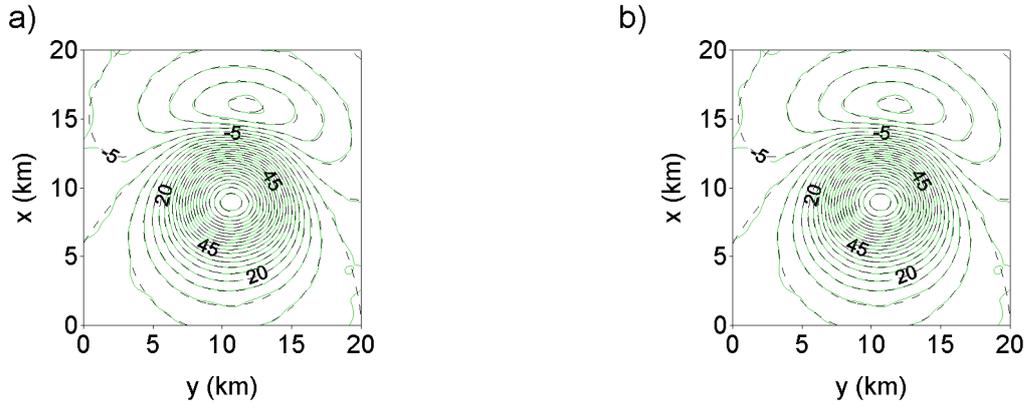


Fig. 54 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.

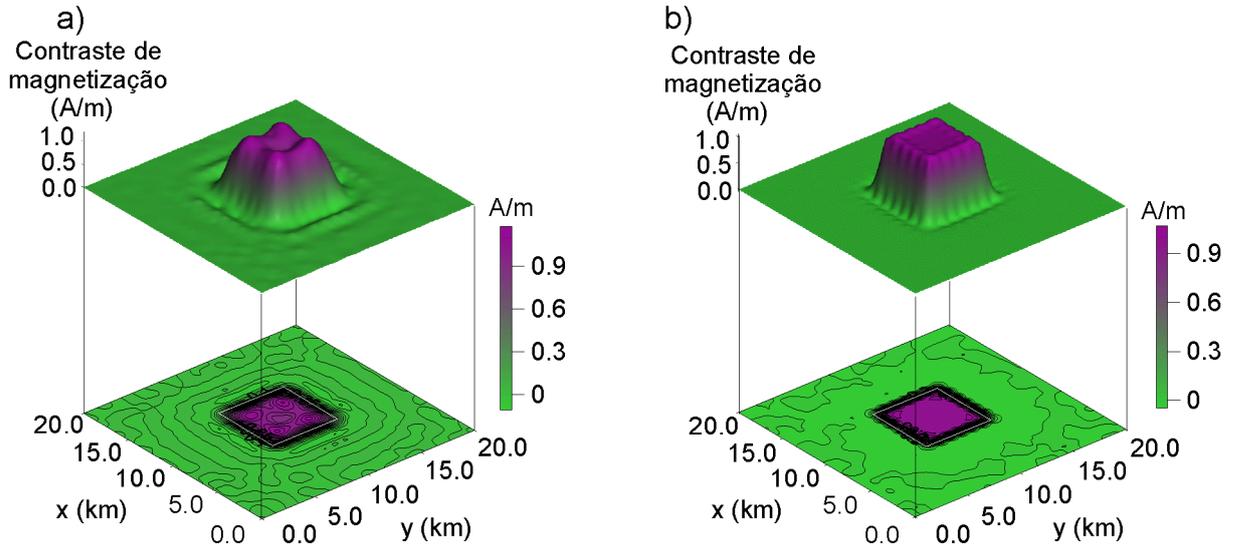


Fig. 55 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,015$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 200$ e $\gamma_0 = 2,0$.

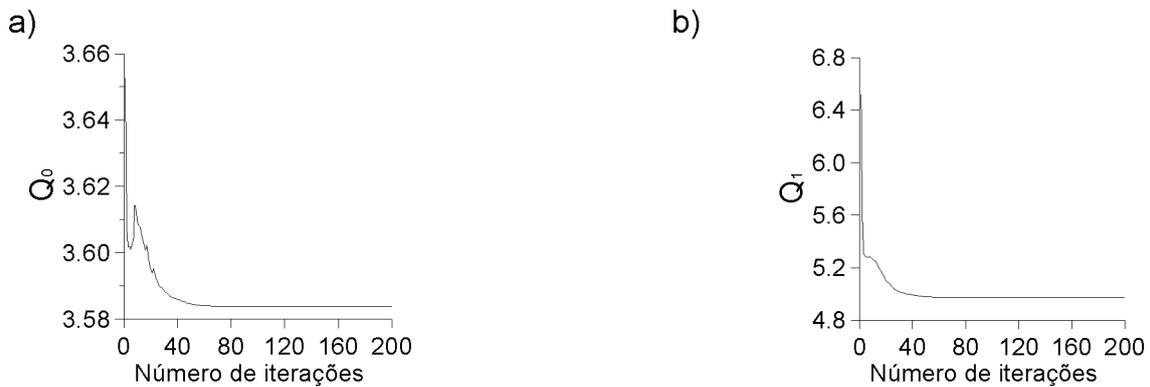


Fig. 56 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 200$ e $\gamma_0 = 2,0$.

Topo em 4 km

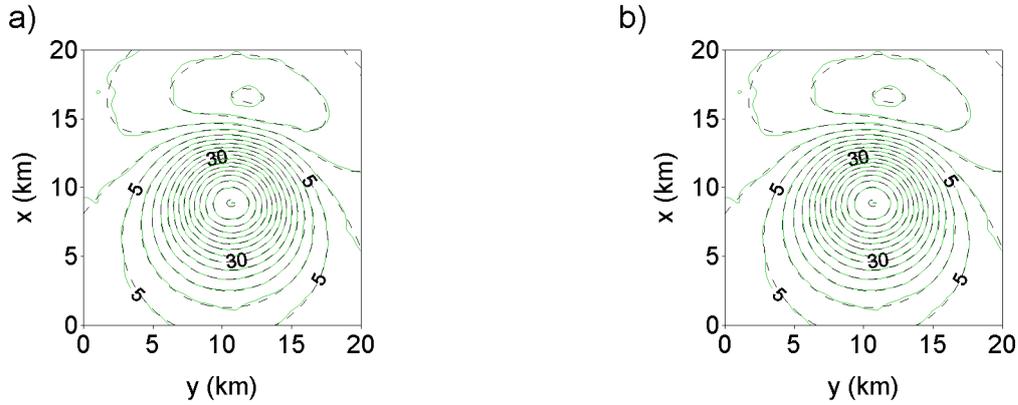


Fig. 57 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 4 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno 5 nT.

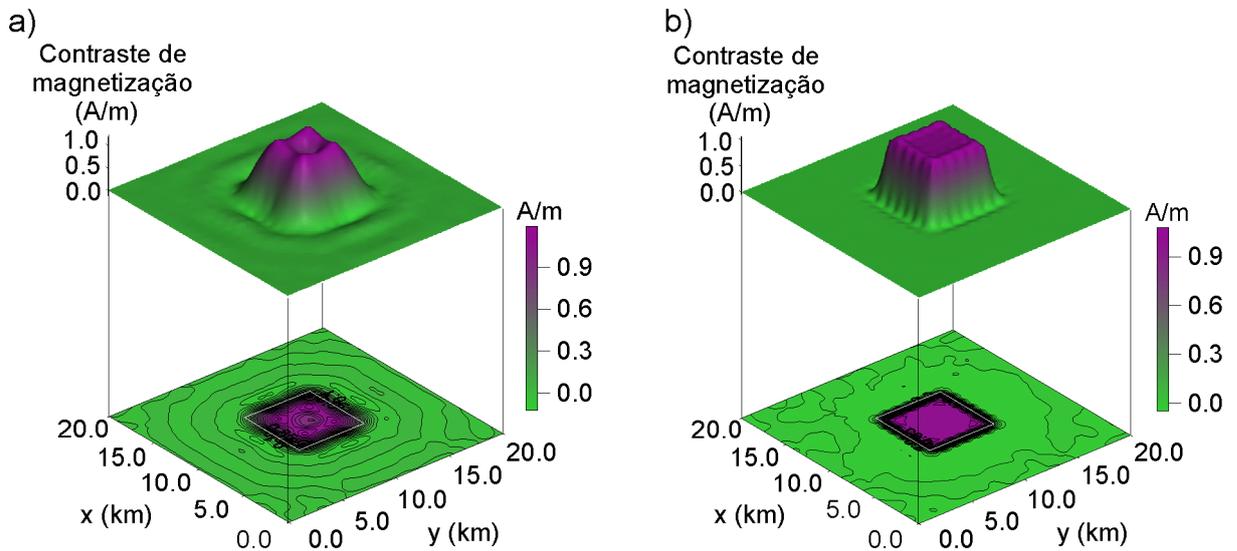


Fig. 58 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 4 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,02$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 50$ e $\gamma_0 = 2,0$.

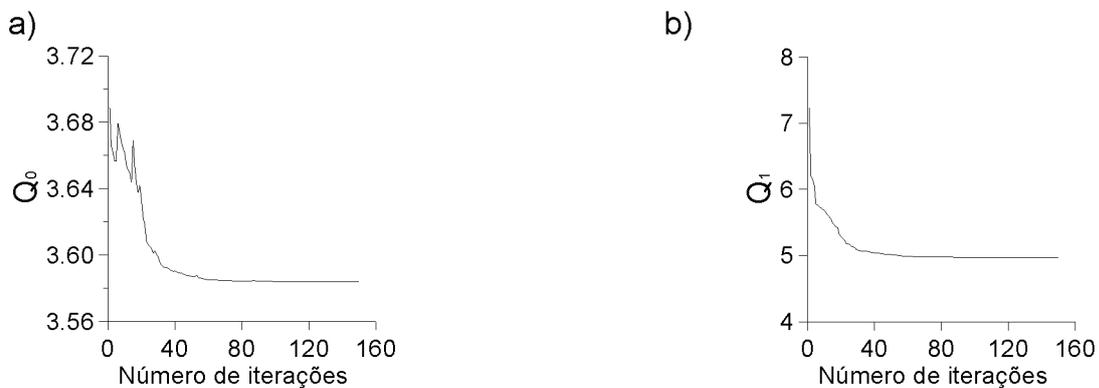


Fig. 59 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 4 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 50$ e $\gamma_0 = 2,0$.

Topo em 5 km

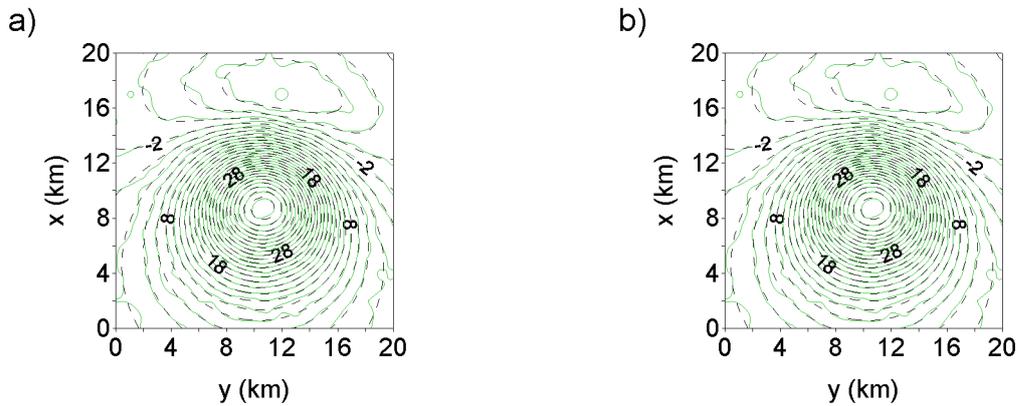


Fig.60 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 5 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.

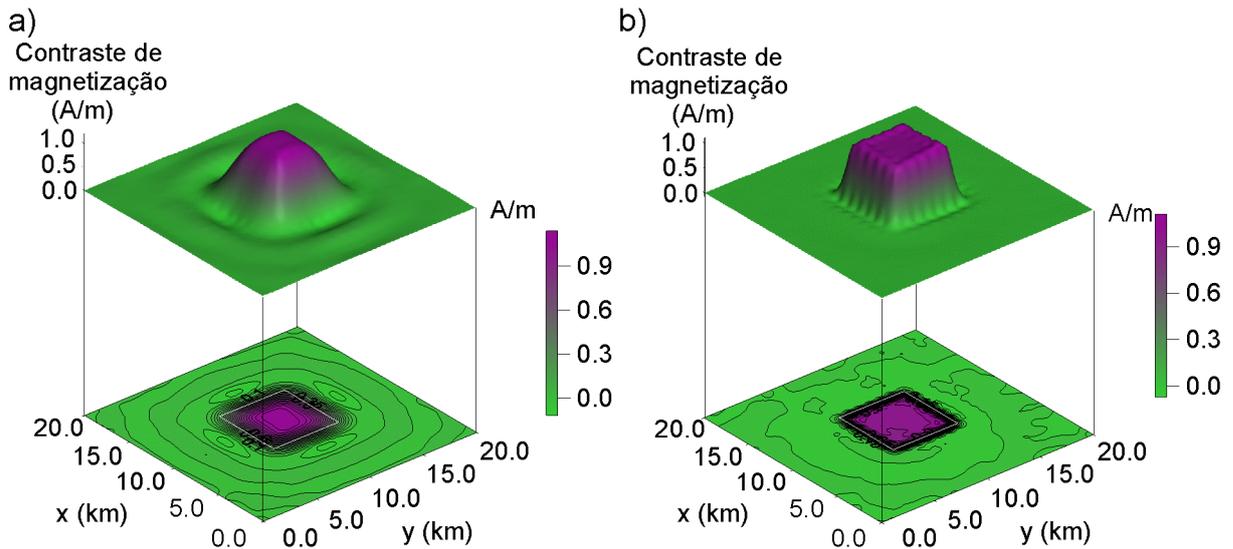


Fig. 61 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 5 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,025$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 30$ e $\gamma_0 = 2,0$.

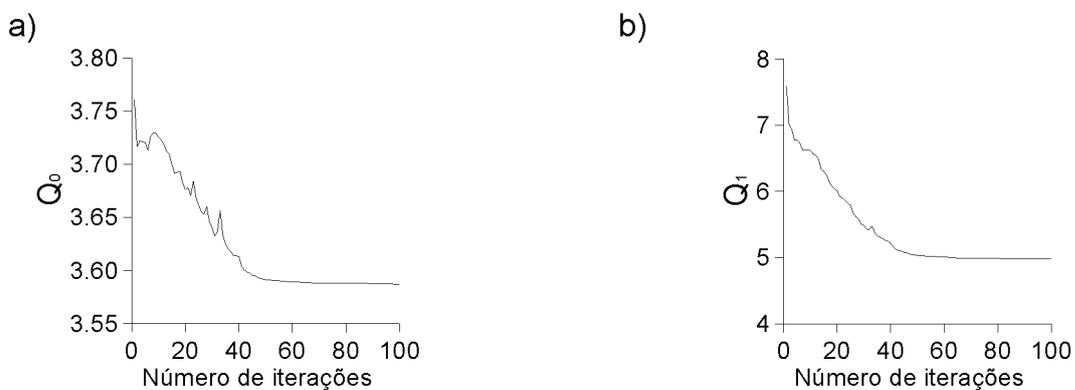


Fig. 62 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 5 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 30$ e $\gamma_0 = 2,0$.

Topo em 6 km

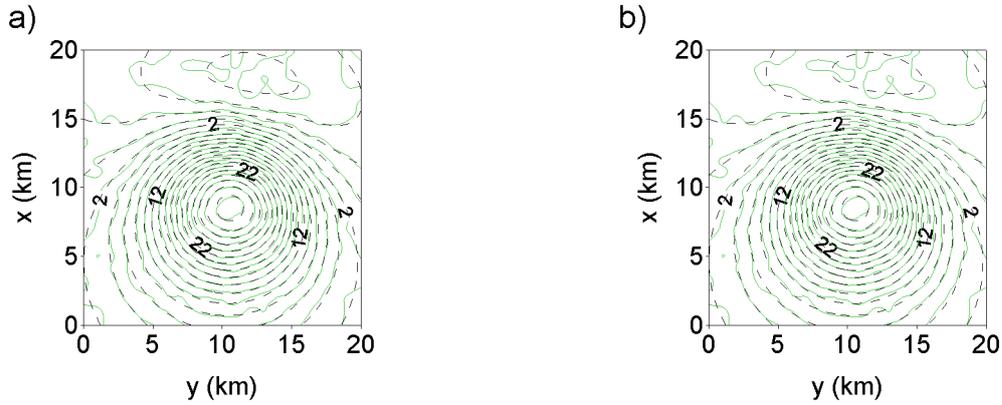


Fig.63 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 6 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 2 nT.

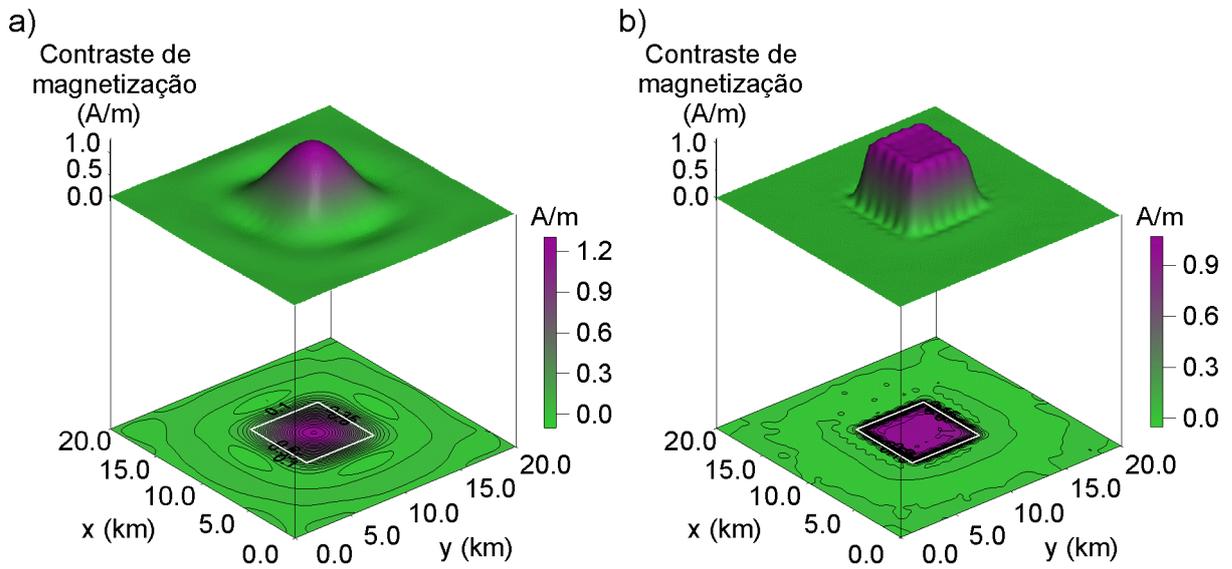


Fig. 64 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 6 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,03$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 30$ e $\gamma_0 = 14,5$.

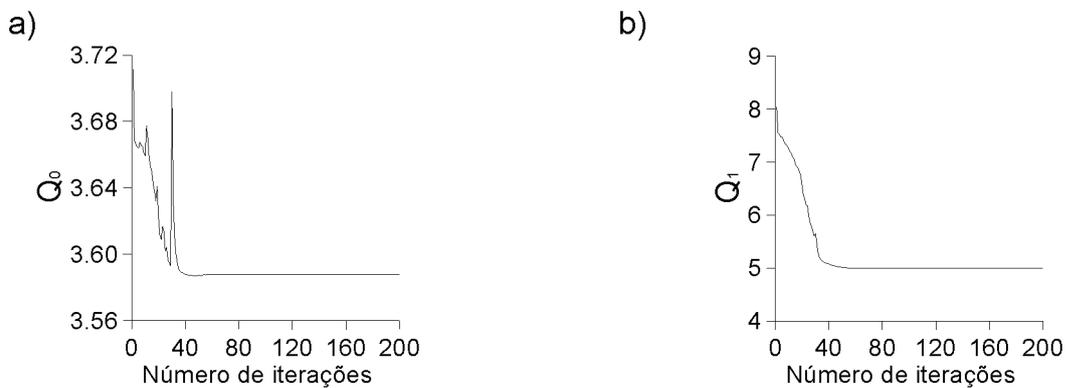


Fig. 65 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 6 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 30$ e $\gamma_0 = 14,5$.

3.3 CORPOS PRODUZINDO ANOMALIAS INTERFERENTES

3.3.1 Considerações gerais

Nesta seção analisaremos a capacidade do método de resolver duas fontes que produzem anomalias fortemente interferentes. Em todos os testes desta seção, empregamos duas fontes verdadeiras consistindo de prismas com dimensões de 7 km e 5 km nas direções x (N-S) e y (E-W), respectivamente e magnetização induzida com intensidade de 1 A/m, inclinação de 90° e declinação de 0° . O modelo interpretativo consiste de uma malha de 22×22 prismas com dimensões de 1 km nas direções N-S e E-W com topo e base coincidindo com o topo e a base dos corpos verdadeiros e inclinação e declinação iguais à inclinação e declinação das fontes verdadeiras.

3.3.2 Corpos com topos em 1 km

As Figuras 66a e 66b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida por dois corpos prismáticos, cujas projeções horizontais são mostradas nas Figuras 67a e 67b em linhas brancas. Estes corpos estão separados por uma distância de 3 km na direção E-W e suas profundidades de topo e base são respectivamente 1 km e 4 km. As Figuras 67a e 67b mostram em perspectiva e em curvas de contorno as estimativas da magnetização aparente produzidas, respectivamente, pela suavidade global com $\mu = 0,03$ e pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 35$ e $\gamma_0 = 1,0$, respectivamente. A suavidade global localiza os corpos magnéticos e delinea com precisão as suas bordas. A magnetização é bem estimada acima dos corpos e no restante da área. Além disso, entre os corpos a magnetização estimada cai a zero, indicando a existência de dois corpos magnéticos não conectados. A regularização entrópica (Figura 67b) também produz um bom delineamento das fontes verdadeiras no plano x - y , mostrando, assim como na suavidade (figura 67a), bordas abruptas na estimativa da distribuição da magnetização aparente e um patamar bem definido, ressaltando a homogeneidade das fontes verdadeiras. Além disso, a presença de uma calha bem definida entre os dois corpos permite individualizá-los, não deixando dúvidas sobre a presença de

dois corpos magnéticos prismáticos. As anomalias ajustadas são mostradas em linhas pretas tracejada nas Figuras 66a e 66b para as soluções da suavidade global e da regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 68a e 68b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$, ao longo das iterações. O processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 5.

Ao compararmos os resultados da distribuição de magnetização aparente obtidos pela suavidade global e pela regularização entrópica, percebemos a equivalência dos resultados do teste.

Em uma seqüência de experimentos que simula o afundamento das fontes magnéticas a intervalos de 1km, preservando todas as outras características da fonte verdadeira e do modelo interpretativo, são mostradas as diferenças crescentes e relevantes na aplicação da regularização entrópica e da suavidade global, decorrentes do aumento da profundidade das fontes magnéticas.

3.3.3 Corpos com topos em 2 km

A anomalia de campo total (linhas verdes nas Figuras 69a e 69b), produzida por dois corpos prismáticos, cujas projeções horizontais são mostradas nas Figuras 70a e 70b em linhas brancas é produzida por fontes com profundidade do topo em 2km e da base em 5km, separadas por uma distância de 3 km na direção E-W. As estimativas da magnetização aparente produzidas, pela suavidade global com $\mu=0,05$ e pela regularização entrópica com $\gamma_1= 300$ e $\gamma_0= 1,5$ são mostradas respectivamente nas Figuras 70a e 70b em perspectiva e em curvas de contorno. A suavidade global localiza aproximadamente os corpos magnéticos, mas não delinea com precisão as suas bordas. A magnetização é superestimada nas bordas dos corpos e subestimada no restante da área. Além disso, entre os corpos a magnetização estimada não cai a zero, indicando a possibilidade de os corpos magnéticos estarem conectados em profundidade. A presença de uma distribuição de magnetização irregular como a da Figura 70a pode também indicar, erroneamente, a existência de um número maior de fontes de menores dimensões e não de apenas dois corpos anômalos ou, ainda, de fontes heterogêneas. Nota-se também a presença de uma região de valores negativos ao redor do corpo. A regularização entrópica (Figura 70b), por outro lado, produz uma sensível melhora no delineamento das fontes verdadeiras no plano $x-y$ em relação ao estabilizador da

suavidade global, evidenciada pela presença de bordas mais abruptas na estimativa da distribuição da magnetização aparente, bem como de um patamar melhor definido, ressaltando a homogeneidade das fontes verdadeiras. Além disso, os limites dos dois corpos, estão mais nítidos e a região de valores negativos espúrios ao redor dos corpos é menor, não deixando dúvidas sobre a presença de apenas dois corpos magnéticos prismáticos. As anomalias ajustadas são mostradas em linhas pretas tracejada nas Figuras 69a e 69b para as soluções da suavidade global e da regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 71a e 71b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$, ao longo das iterações. O processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 120.

3.3.4 Corpos com topos em 3 km

Nas Figuras 72a e 72b as linhas verdes mostram a anomalia de campo total produzida por dois corpos prismáticos, cujas projeções horizontais são mostradas na Figura 73a e 73b em linhas brancas. Estes corpos têm profundidade do topo de 3 km e da base de 6km e estão separados por uma distância de 3 km na direção E-W. As Figuras 73a e 73b mostram em perspectiva e em curvas de contorno as estimativas da magnetização aparente produzidas, respectivamente, pela suavidade global com $\mu=0,06$ e pela regularização entrópica com $\gamma_1=290$ e $\gamma_0=2$, respectivamente. Apesar da suavidade global localizar aproximadamente os corpos magnéticos, ela não delinea as suas bordas com precisão e apresenta ainda, uma distribuição de magnetização irregular (Figura 73a) que pode erroneamente indicar a existência de um número maior de fontes com menores dimensões ou ainda fontes não homogêneas. Além disso, observa-se uma região de valores negativos ao redor do corpo. Por outro lado, a regularização entrópica (Figura 73b) produz uma sensível melhora no delineamento das fontes verdadeiras no plano $x-y$ em relação ao estabilizador da suavidade global e bordas mais abruptas na estimativa da distribuição da magnetização aparente, bem como um patamar melhor definido salientando a homogeneidade das fontes verdadeiras. Além disso, os dois corpos estão bem distinguíveis, e a extensão da região de valores negativos espúrios ao redor dos corpos é menor em comparação com a estimativa da suavidade (Figura 73a). As anomalias ajustadas produzidas pelas soluções da suavidade global e da

regularização entrópica são, respectivamente, mostradas em linhas pretas tracejada nas Figuras 72a e 72b. Os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$, ao longo das iterações são mostrados nas Figuras 74a e 74b, respectivamente. O processo iterativo converge a partir, aproximadamente da iteração 100.

3.3.5 Corpos com topos em 4 km

As Figuras 75a e 75b mostram a anomalia de campo total (linhas verdes) produzida por dois corpos prismáticos. As projeções horizontais das fontes são mostradas, em linhas brancas, nas Figuras 76a e 76b. Estes corpos têm profundidade do topo de 4 km e da base de 7 km e estão separados por uma distância de 3 km na direção E-W. As Figuras 76a e 76b mostram, em perspectiva e em curvas de contorno, as estimativas da magnetização aparente produzidas, respectivamente, pela suavidade global com $\mu=0,07$ e pela regularização entrópica com $\gamma_1=250$ e $\gamma_0=2$, respectivamente. A suavidade global localiza aproximadamente os corpos magnéticos, mas não delinea com precisão as suas bordas. A magnetização é superestimada acima dos centros dos corpos e subestimada no restante da área. Além disso, entre os corpos a magnetização estimada não cai a zero, indicando a possibilidade dos corpos magnéticos estarem conectados. A presença de quatro máximos alongados na direção y (E-W) na Figura 76a pode também indicar, erroneamente, a existência de quatro e não dois corpos anômalos. Nota-se também a presença de uma região de valores negativos espúrios ao redor do corpo. Por outro lado, a regularização entrópica (Figura 76b) produz uma sensível melhora no delineamento das fontes verdadeiras no plano $x-y$ em relação ao estabilizador da suavidade global. A Figura 76b mostra ainda bordas mais abruptas na estimativa da distribuição de magnetização aparente, bem como um patamar melhor definido ressaltando a homogeneidade das fontes verdadeiras. Além disso, há a presença de uma calha bem definida entre os dois corpos, o que permite melhor individualizá-los, bem como a redução da amplitude e da extensão da região de valores negativos espúrios ao redor dos corpos, não deixando dúvidas sobre a presença de apenas dois corpos magnéticos. As anomalias ajustadas são mostradas em linhas pretas tracejada nas Figuras 75a e 75b para as soluções da suavidade global e da regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 77a e 77b

mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$, ao longo das iterações. O processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 80.

3.3.6 Corpos com topos em 5 km

As Figuras 78a e 78b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida por dois corpos prismáticos, cujas projeções horizontais são mostradas nas Figuras 79a e 79b em linhas brancas. Estes corpos estão separados por uma distância de 3 km na direção E-W, com profundidade de topo e profundidade de base em 5 e 8 km, respectivamente. As Figuras 79a e 79b mostram, em perspectiva e em curvas de contorno, as estimativas da magnetização aparente produzidas, respectivamente, pela suavidade global com $\mu=0,08$ e pela regularização entrópica com $\gamma_1=20$ e $\gamma_0=3$, respectivamente. A suavidade global localiza aproximadamente os corpos magnéticos, mas não delinea com precisão as suas bordas. A magnetização é extremamente suavizada, sendo superestimada acima dos centros dos corpos e subestimada no restante da área. Além disso, entre os corpos a magnetização estimada não cai a zero, indicando a possibilidade dos corpos magnéticos estarem conectados. A presença de quatro máximos na Figura 79a, ainda que mal definidos, pode também indicar, erroneamente, a existência de quatro e não dois corpos anômalos. Nota-se também a presença de uma ampla região de valores negativos espúrios ao redor do corpo. Por outro lado, a regularização entrópica (Figura 79b) produz uma sensível melhora no delineamento das fontes verdadeiras no plano $x-y$ em relação ao estabilizador da suavidade global. A Figura 79b mostra ainda bordas mais abruptas na estimativa da distribuição de magnetização aparente, bem como de um patamar melhor definido, ressaltando a homogeneidade das fontes verdadeiras. Além disso, há a presença de uma calha bem definida entre os dois corpos, o que permite melhor individualizá-los. Finalmente, nota-se a redução da amplitude e da extensão da região de valores negativos espúrios ao redor dos corpos, não deixando dúvidas sobre a presença de apenas dois corpos magnéticos prismáticos. As anomalias ajustadas são mostradas em linhas pretas tracejadas nas Figuras 78a e 78b para as soluções da suavidade global e da regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 80a e 80b

mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$, ao longo das iterações. O processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 110.

Topos em 1 km

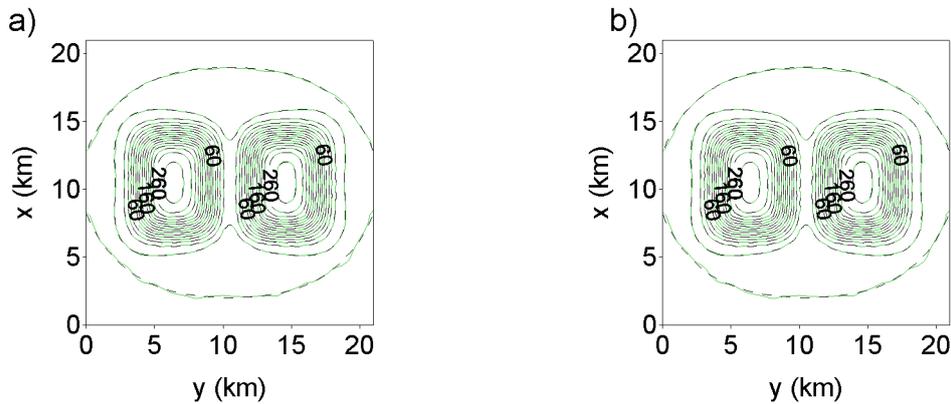


Fig. 66 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 1 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 20 nT.

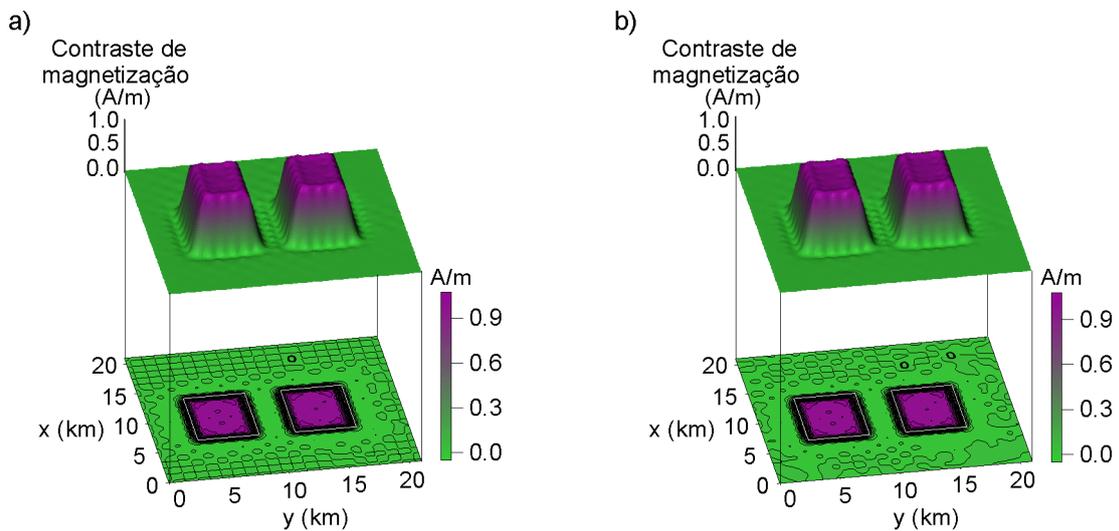


Fig. 67 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 1 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu=0,03$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1=35$ e $\gamma_0=1,0$.

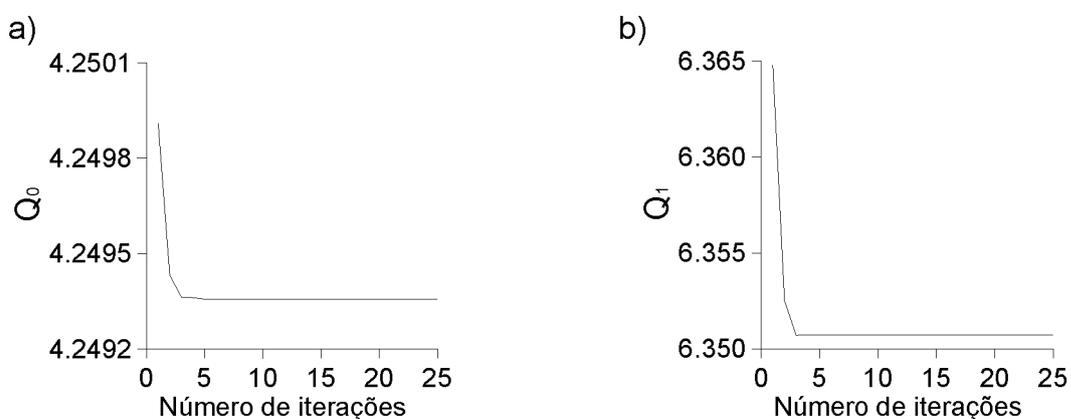


Fig. 68 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 1 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1=35$ e $\gamma_0=1,0$.

Topos em 2 km

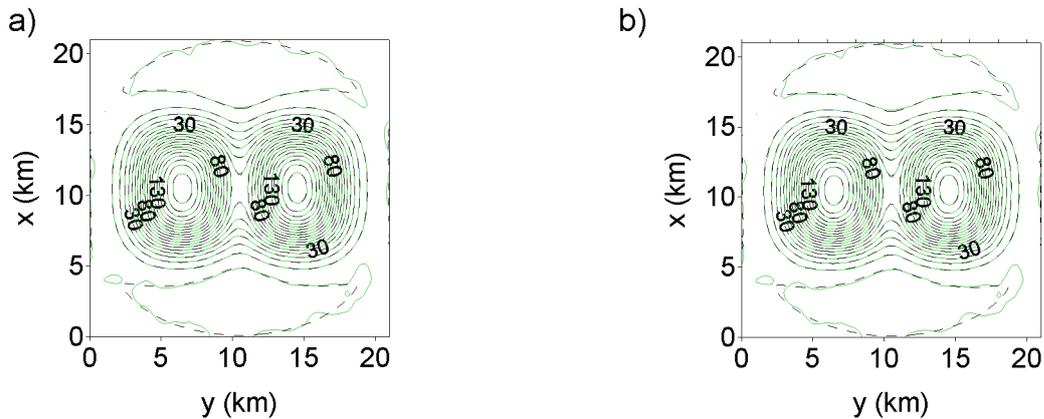


Fig. 69 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 2 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 10 nT.

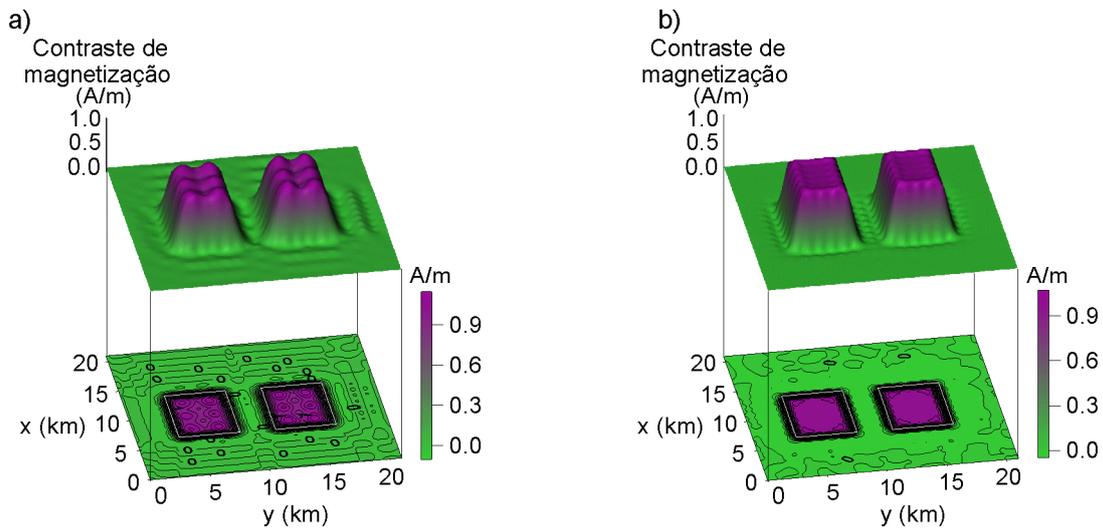


Fig. 70 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 2 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,05$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 300$ e $\gamma_0 = 1,5$.

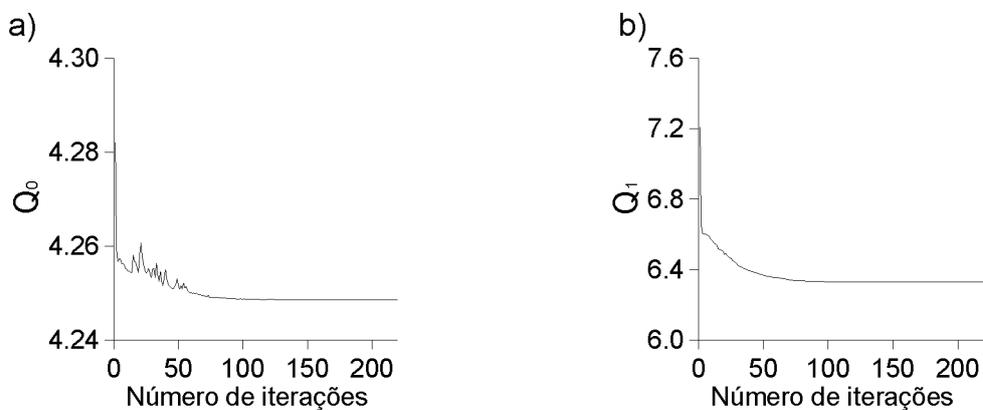


Fig. 71 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 2 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 300$ e $\gamma_0 = 1,5$.

Topos em 3 km

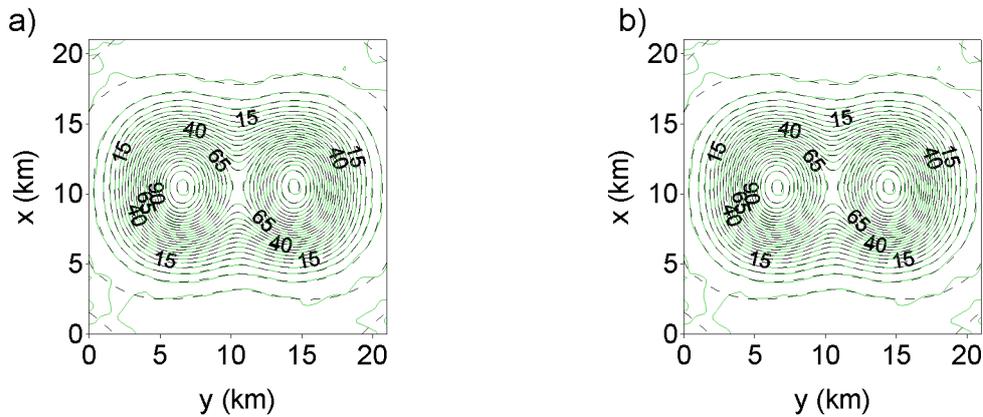


Fig. 72 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.

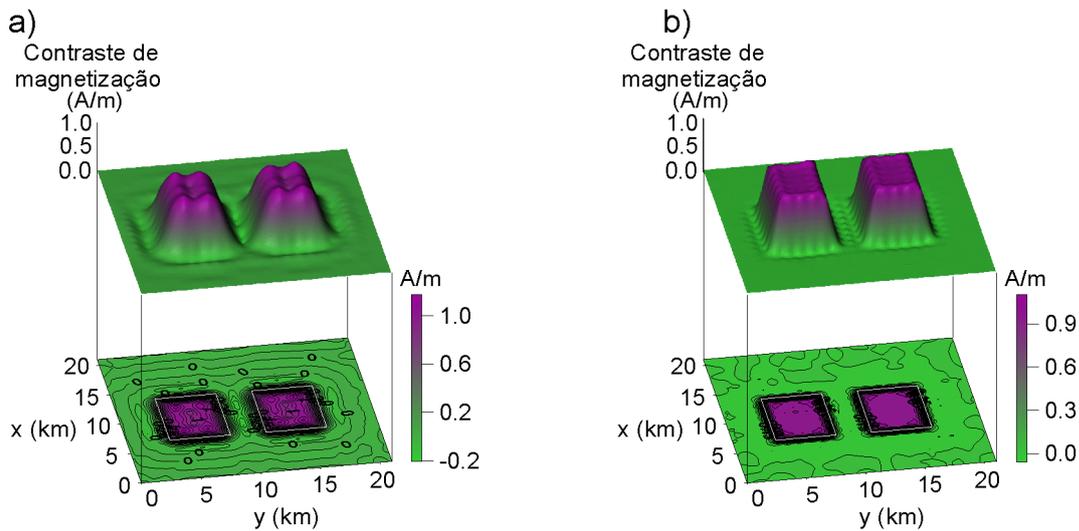


Fig. 73 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu=0,06$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1=290$ e $\gamma_0=2,0$.

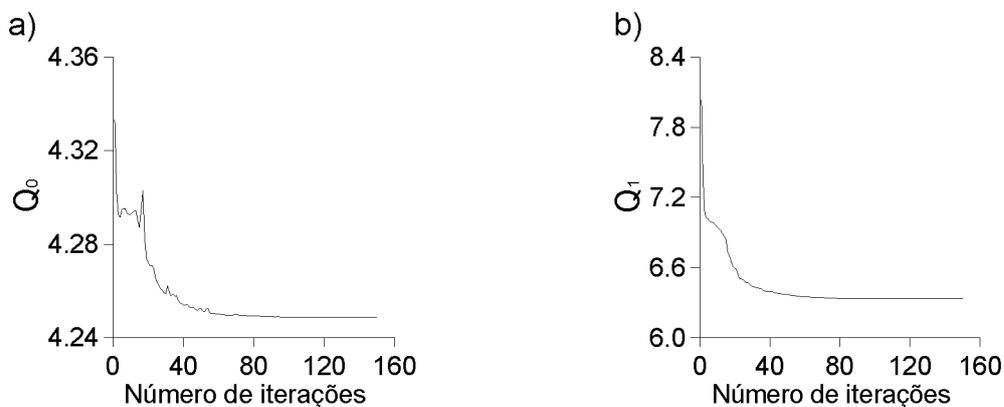


Fig. 74 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1=290$ e $\gamma_0=2,0$.

Topos em 4 km

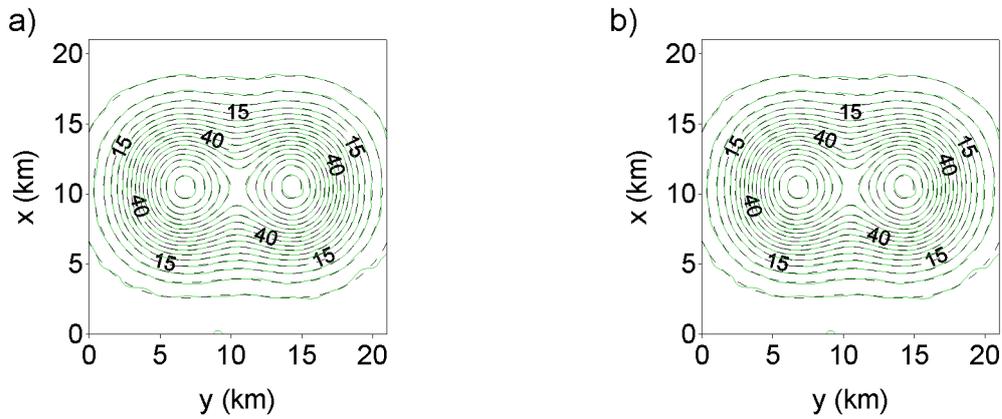


Fig. 75 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 4 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.

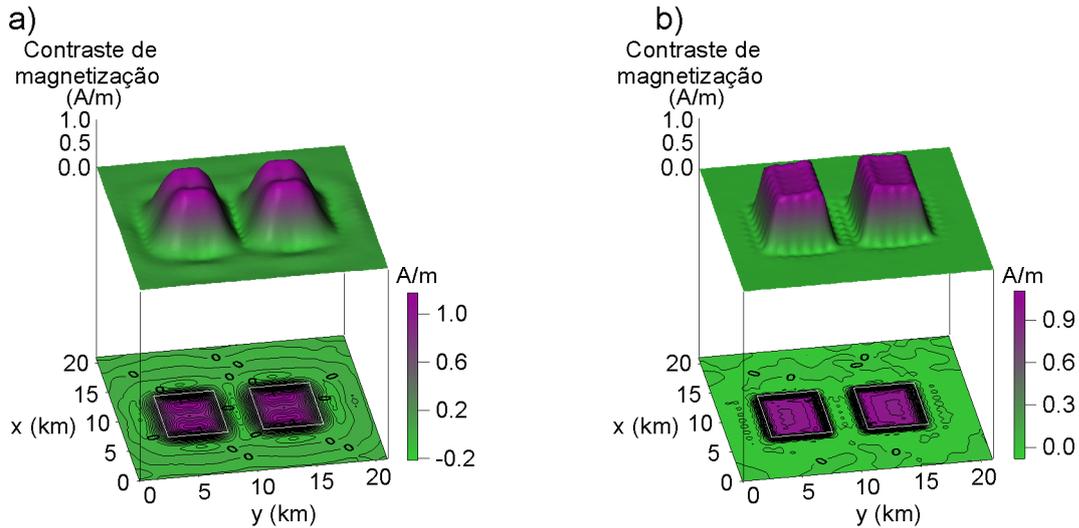


Fig. 76 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 4 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu=0,07$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1=250$ e $\gamma_0=2,0$.

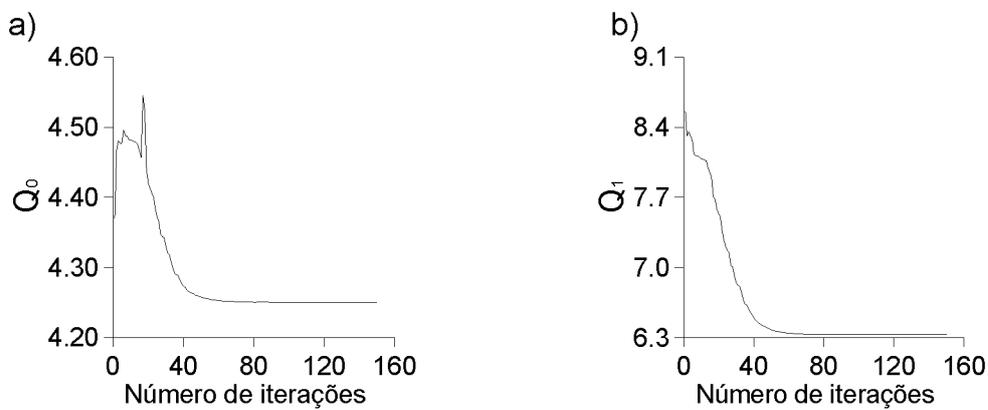


Fig. 77 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 4 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1=250$ e $\gamma_0=2,0$.

Topos em 5 km

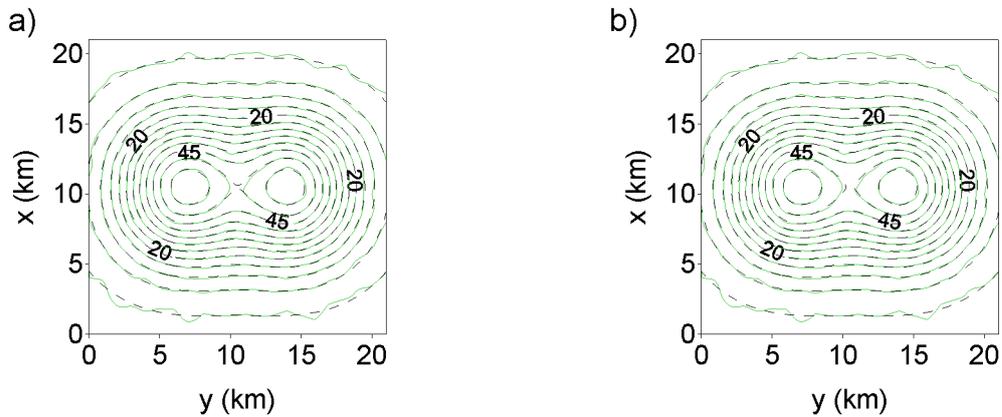


Fig. 78 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 5 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.

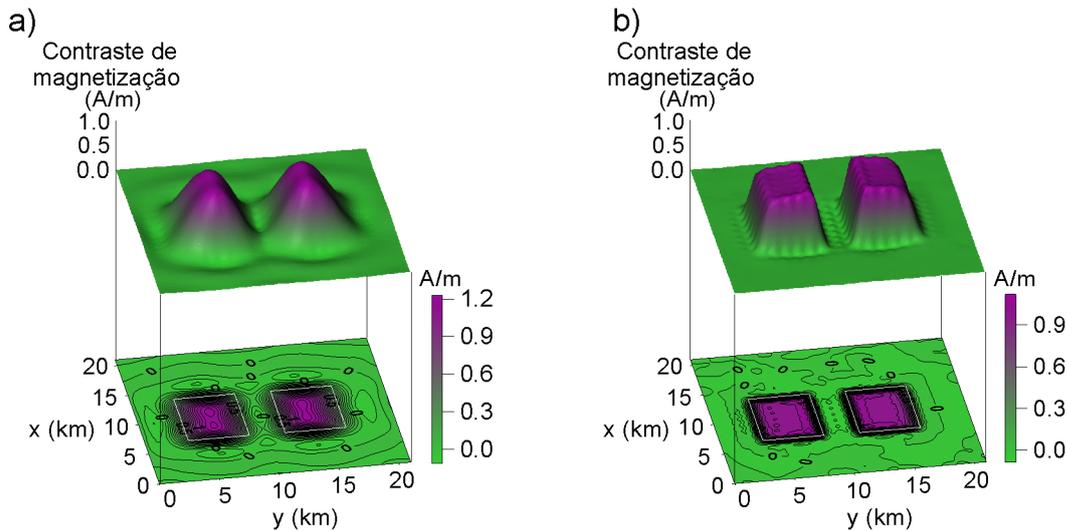


Fig. 79 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 5 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,08$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 3,0$.

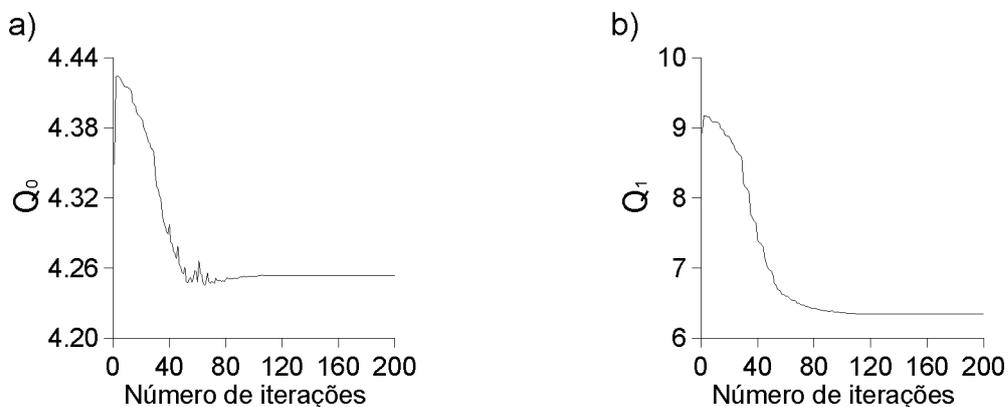


Fig. 80 – Corpos produzindo anomalias interferentes, com espessuras de 3 km e profundidades dos topos em 5 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 3,0$.

3.4 SENSIBILIDADE À INCLINAÇÃO E À DECLINAÇÃO ERRADAS

3.4.1 Sensibilidade à inclinação errada

3.4.1.1 Considerações gerais

Em todos os testes desta seção, empregamos fontes verdadeiras consistindo de prismas isométricos no plano $x-y$, com dimensões de 6 km nas direções N-S e E-W, topo em 3 km e base em 6 km e magnetização induzida com intensidade de 1 A/m e declinação de 0° . O modelo interpretativo consiste de uma malha de 20 x 20 prismas com dimensões de 1 km nas direções N-S e E-W com topo e base coincidindo com o topo e a base dos corpos verdadeiros. Os valores da declinação coincidem com os verdadeiros e os valores da inclinação apresentam um erro de 10° em relação ao verdadeiro .

3.4.1.2 Inclinação verdadeira 80° e inclinação presumida 70°

As Figuras 81a e 81b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 82a e 82b em linha branca. As Figuras 82a e 82b mostram, nesta ordem, em perspectiva e em curvas de contorno, os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,01$ e da regularização entrópica com $\gamma_1=30$ e $\gamma_0=2,0$.

A inversão usando a suavidade global (Figura 82a), localiza a fonte verdadeira no plano $x-y$, porém não delinea com precisão as bordas do corpo. A intensidade de magnetização é superestimada acima do corpo e subestimada nas demais área. É notada a presença de valores negativos de magnetização aparente ao longo das bordas do corpo. Oscilações são observadas acima e fora da fonte. Por outro lado, a regularização entrópica (Figura 82b) produz uma melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica produz bordas mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, bem como um patamar melhor definido (plano, mas não horizontal), ressaltando a homogeneidade da fonte

verdadeira. Os valores negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 81a e 81b mostram, em linhas pretas tracejadas, as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global e regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 83a e 83b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$. O processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 130.

3.4.1.3 Inclinação verdadeira 60° e inclinação presumida 50°

As Figuras 84a e 84b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 85a e 85b em linha branca. As Figuras 85a e 85b mostram, nesta ordem, em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,01$ e da regularização entrópica com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 3,0$.

A inversão usando a suavidade global (Figura 85a) localiza a fonte verdadeira no plano $x-y$, porém não delinea com precisão as bordas do corpo. A intensidade de magnetização é superestimada acima do corpo e subestimada nas demais área. É notada a presença de valores negativos de magnetização aparente ao longo das bordas do corpo. Oscilações são observadas acima e fora da fonte. Por outro lado, a regularização entrópica (Figura 85b) produz uma melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica produz bordas mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, mas a intensidade de magnetização também é superestimada acima da borda norte do corpo. Os valores negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. O patamar de valores de magnetização acima do corpo apresenta-se plano, mas ligeiramente inclinado para o sul. As Figuras 84a e 84b mostram, em linhas pretas tracejadas, as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global e regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 86a e 86b mostram,

respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$. O processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 120.

3.4.1.4 Inclinação verdadeira 40° e inclinação presumida 30°

As Figuras 87a e 87b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 88a e 88b em linha branca. As Figuras 88a e 88b mostram, nesta ordem, em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,01$ e da regularização entrópica com $\gamma_1 = 50$ e $\gamma_0 = 2,0$.

A inversão usando a suavidade global (Figura 88a), localiza a fonte verdadeira no plano $x-y$, porém não delinea com precisão as bordas do corpo. A intensidade de magnetização é superestimada acima do corpo e subestimada nas demais áreas. É notada a presença de valores negativos de magnetização aparente ao longo das bordas do corpo. Oscilações são observadas acima e fora da fonte. Por outro lado, a regularização entrópica (Figura 88b) produz uma melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica produz bordas mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, bem como um patamar melhor definido em relação ao resultado da suavidade, embora apresentando uma depressão acima do centro do corpo. Os valores negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 87a e 87b mostram, em linhas pretas tracejadas, as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global e regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 89a e 89b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$. O processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 35.

3.4.1.5 Inclinação verdadeira 20° e inclinação presumida 10°

As Figuras 90a e 90b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 91a e

91b em linha branca. As Figuras 91a e 91b mostram, nesta ordem, em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,01$ e da regularização entrópica com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 3,0$.

A inversão usando a suavidade global (Figura 91a), localiza a fonte verdadeira no plano $x-y$, porém não delinea com precisão as bordas do corpo. É notada a presença de valores negativos de magnetização aparente ao longo das bordas do corpo. Oscilações são observadas acima e fora da fonte e formações de franjas proeminentes nas extremidades N-S da área de discretização. Por outro lado, a regularização entrópica (Figura 91b) produz uma discreta melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica produz bordas um pouco mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, mantendo-se ainda as franjas proeminentes nas extremidades N-S da área de discretização. Os valores negativos de magnetização estimada ao redor do corpo apresentam uma extensão horizontal um pouco menor quando comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 90a e 90b mostram, em linhas pretas tracejadas, as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global e regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 92a e 92b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$. O processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 15.

Nos testes acima, observamos que a suposição de um valor errado de inclinação é mais crítica em latitudes abaixo de 45° . Neste caso, a solução apresenta oscilações em forma de franjas nas extremidades norte e sul magnéticas da área de discretização, tanto na solução da suavidade como na da entropia. A regularização entrópica apresenta um melhor delineamento das bordas da fonte, mas o patamar pode apresentar depressões acima do centro do corpo, particularmente para magnetizações abaixo de 40° . Além disso, o patamar tornou-se inclinado para o sul magnético.

Inclinação verdadeira 80° e inclinação presumida 70°

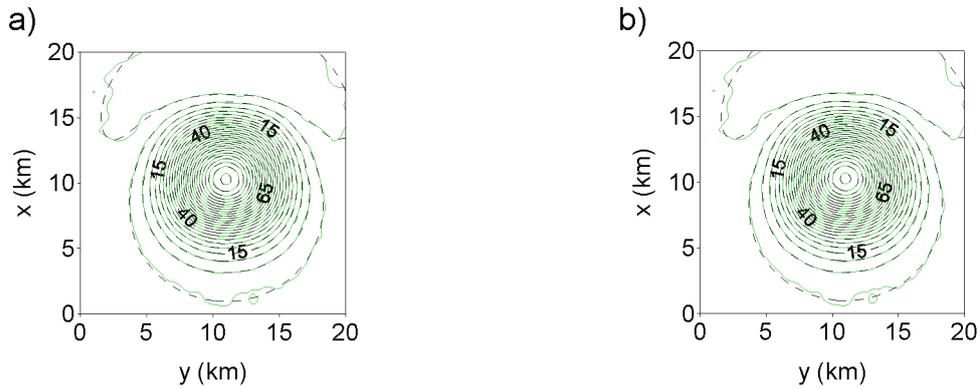


Fig. 81 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.

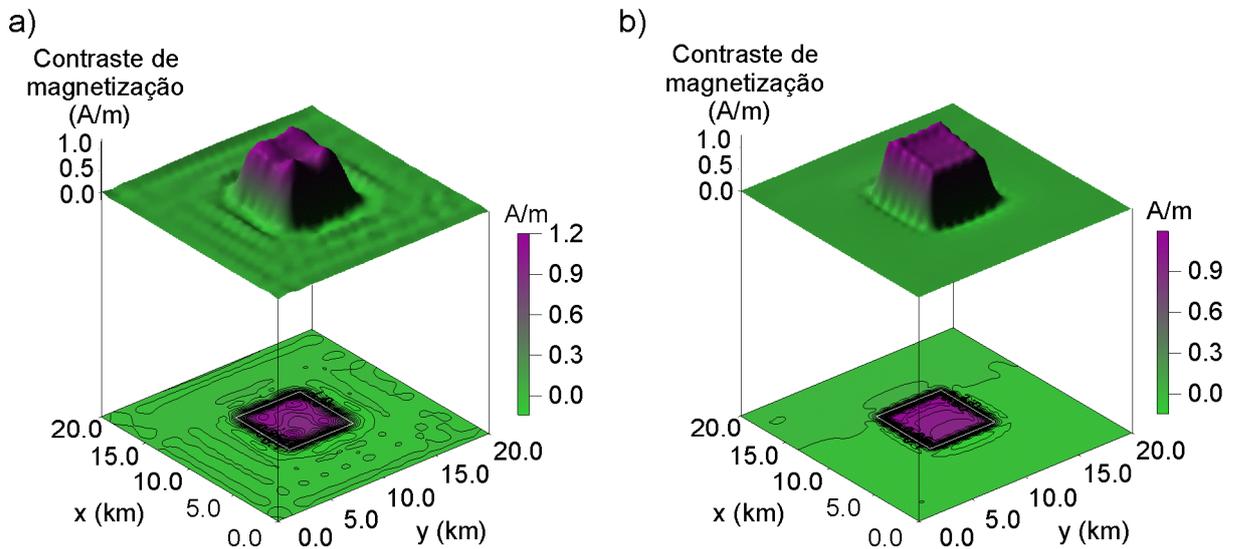


Fig. 82 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 30$ e $\gamma_0 = 2,0$.

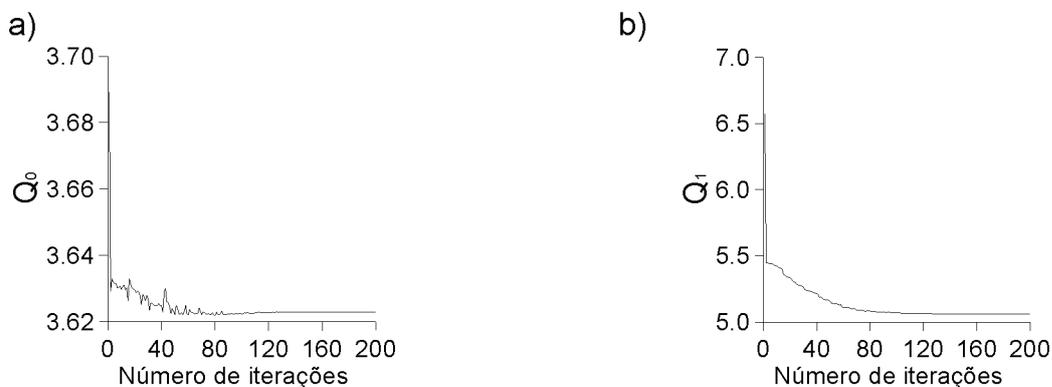


Fig. 83 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 30$ e $\gamma_0 = 2,0$.

Inclinação verdadeira 60° e inclinação presumida 50°

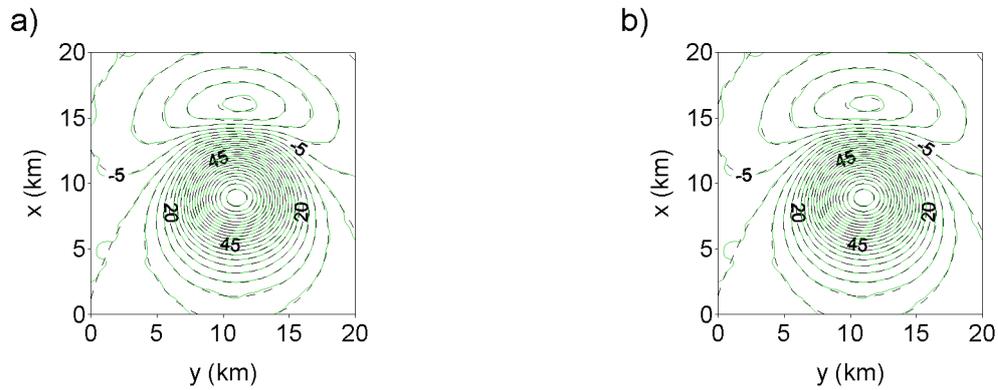


Fig. 84 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.

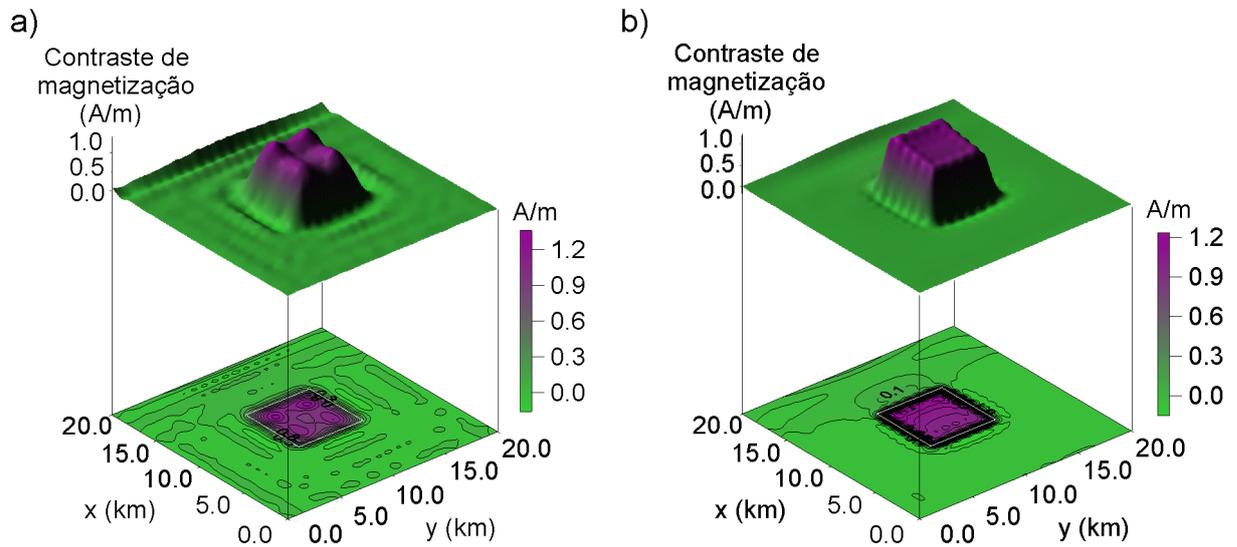


Fig. 85 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 3,0$.

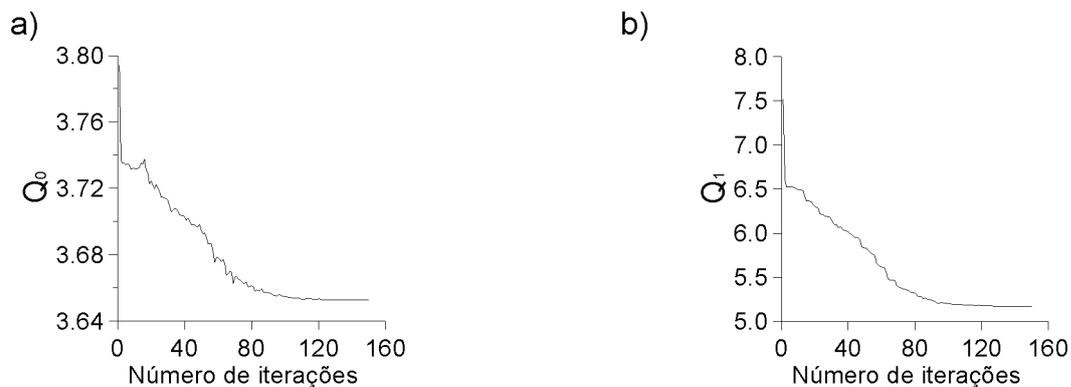


Fig. 86 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 3,0$.

Inclinação verdadeira 40° e inclinação presumida 30°

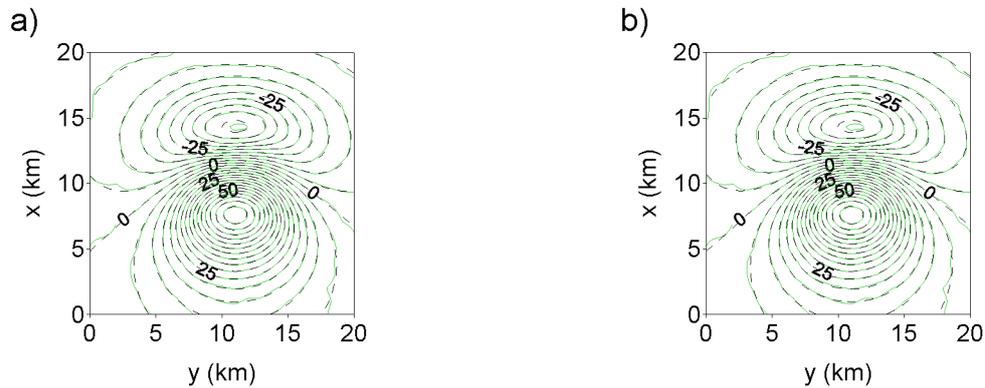


Fig. 87– Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.

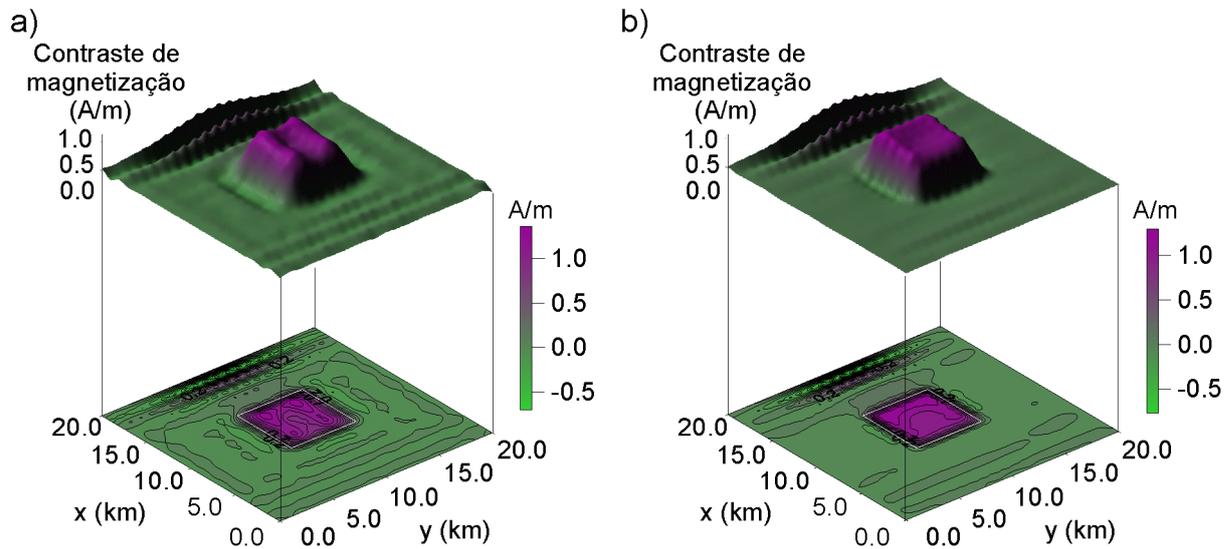


Fig. 88 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 50$ e $\gamma_0 = 2,0$.

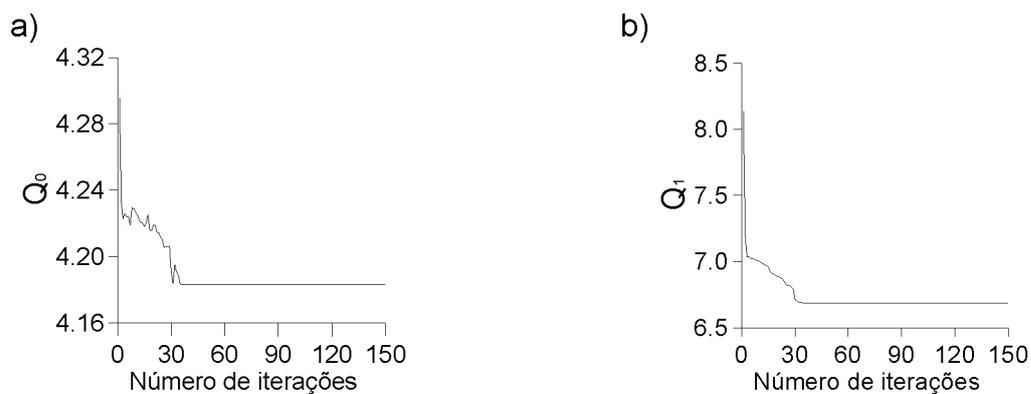


Fig. 89 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 50$ e $\gamma_0 = 2,0$.

Inclinação verdadeira 20° e inclinação presumida 10°

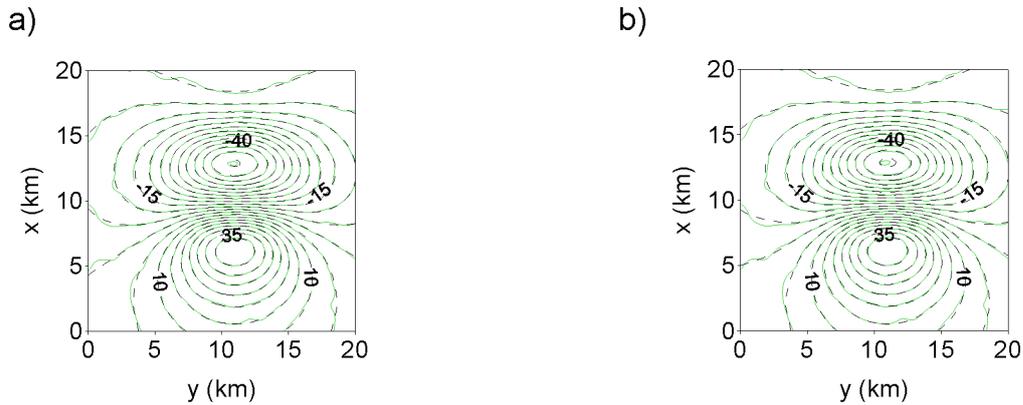


Fig. 90 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.

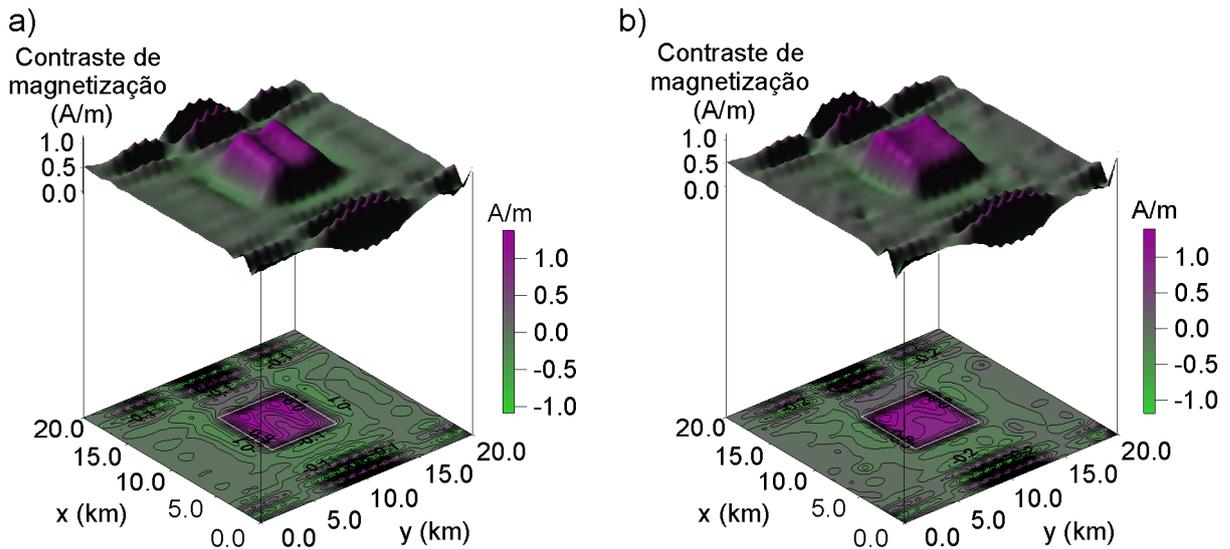


Fig. 91 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 3,0$.

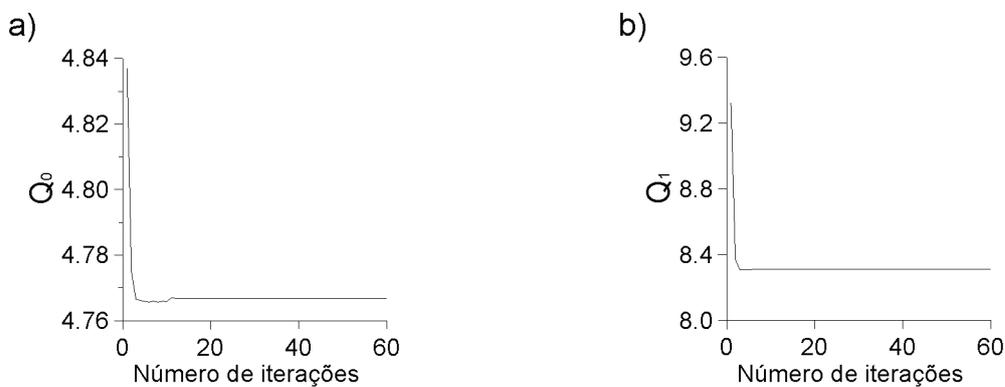


Fig. 92 – Corpo isométrico, com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 20$ e $\gamma_0 = 3,0$.

3.4.2 Sensibilidade à declinação errada

3.4.2.1 Considerações gerais

Em todos os testes desta seção, empregamos fontes verdadeiras consistindo de prismas isométricos no plano $x-y$, com dimensões de 6 km nas direções N-S e E-W, topo em 3km e base em 6 km e magnetização induzida com intensidade de 1 A/m e declinação de 0° . O modelo interpretativo consiste de uma malha de 20 x 20 prismas com dimensões de 1 km nas direções N-S e E-W com topo e base coincidindo com o topo e a base dos corpos verdadeiros. Os valores da declinação são intencionalmente errados, usando-se, no modelo interpretativo o valor igual a 10° , enquanto o valor correto é de 0° . Os valores de inclinação coincidem com os valores reais e variam decrescentemente de 80° a 20° , de 20 em 20 graus para cada seqüência de experimentos.

3.4.2.2 Inclinação 80° , declinação correta 0° e declinação presumida 10°

As Figuras 93a e 93b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 94a e 94b em linha branca. A magnetização é induzida com inclinação igual a 80° . As Figuras 94a e 94b mostram, nesta ordem, em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,01$ e da regularização entrópica com $\gamma_1 = 100$ e $\gamma_0 = 2,0$.

A inversão usando a suavidade global (Figura 94a), localiza a fonte verdadeira no plano $x-y$, porém não delinea com precisão as bordas do corpo. A intensidade de magnetização é superestimada acima do corpo e subestimada nas demais área. É notada a presença de valores negativos de magnetização aparente ao longo das bordas do corpo. Oscilações são observadas acima e fora da fonte. Acima da fonte, a presença de quatro máximos poderia indicar erroneamente a existência de quatro corpos. Por outro lado, a regularização entrópica (Figura 94b) produz uma melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica produz bordas mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, bem como

um patamar melhor definido ressaltando a existência e a homogeneidade de uma única. Os valores negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 93a e 93b mostram, em linhas pretas tracejadas, as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global e regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 95a e 95b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$. O processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 90.

3.4.2.3 Inclinação 60° , declinação correta 0° e declinação presumida 10°

As Figuras 96a e 96b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 97a e 97b em linha branca. As Figuras 97a e 97b mostram, nesta ordem, em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,01$ e da regularização entrópica com $\gamma_1=100$ e $\gamma_0=2,0$.

A inversão usando a suavidade global (Figura 97a), localiza a fonte verdadeira no plano $x-y$, porém não delinea com precisão as bordas do corpo. É notada a presença de valores negativos de magnetização aparente ao longo das bordas do corpo. Oscilações são observadas acima e fora da fonte. Acima da fonte, a presença de quatro máximos poderia indicar erroneamente a existência de quatro corpos. Por outro lado, a regularização entrópica (Figura 97b) produz uma melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica produz bordas mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, bem como um patamar melhor definido (embora apresentando discreta inclinação para o oeste), ressaltando a existência e a homogeneidade de uma única fonte. Os valores negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 96a e 96b mostram, em linhas pretas tracejadas, as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global e regularização entrópica, respectivamente. As

Figuras 98a e 98b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$. O processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 80.

3.4.2.4 Inclinação 40°, declinação correta 0° e declinação presumida 10°

As Figuras 99a e 99b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 100a e 100b em linha branca. As Figuras 100a e 100b mostram, nesta ordem, em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,01$ e da regularização entrópica com $\gamma_1 = 100$ e $\gamma_0 = 2,0$.

A inversão usando a suavidade global (Figura 100a), localiza a fonte verdadeira no plano x - y , porém não delinea com precisão as bordas do corpo. É notada a presença de valores negativos de magnetização aparente ao longo das bordas do corpo. Oscilações são observadas acima e fora da fonte. Acima da fonte, a presença de quatro máximos poderia indicar erroneamente a existência de quatro corpos. Há ainda o surgimento de uma franja alongada na extremidade norte da área de discretização. Por outro lado, a regularização entrópica (Figura 100b) produz uma melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano x - y em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica produz bordas mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, bem como um patamar melhor definido (embora apresentando inclinação para oeste) ressaltando a existência e a homogeneidade de uma única fonte. Adicionalmente, os valores negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global e, diferentemente do resultado da suavidade global, não ocorrem franjas no extremo norte da área de discretização. As Figuras 99a e 99b mostram, em linhas pretas tracejadas, as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global e regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 101a e 101b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$. O processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 90.

3.4.2.5 Inclinação 20°, declinação correta 0° e declinação presumida 10°

As Figuras 102a e 102b mostram, em linhas verdes, a anomalia de campo total produzida pelo corpo cuja projeção horizontal é mostrada nas Figuras 103a e 103b em linha branca. As Figuras 103a e 103b mostram, nesta ordem, em perspectiva e em curvas de contorno os mapas de magnetização aparente produzidos com os estabilizadores: da suavidade global com $\mu = 0,01$ e da regularização entrópica com $\gamma_1 = 50$ e $\gamma_0 = 2,0$.

A inversão usando a suavidade global (Figura 103a), localiza a fonte verdadeira no plano $x-y$, porém não delinea com precisão as bordas do corpo. É notada a presença de valores negativos de magnetização aparente ao longo das bordas do corpo. Oscilações são observadas acima e fora da fonte, bem como o surgimento de franjas proeminentes nas extremidades norte e sul da área de discretização. Por outro lado, a regularização entrópica produz uma melhora no delineamento da fonte verdadeira no plano $x-y$ em relação à estimativa obtida com o estabilizador da suavidade global. A regularização entrópica (Figura 103b), por outro lado, produz bordas ligeiramente mais abruptas na distribuição da magnetização aparente, bem como um patamar um pouco melhor definido (embora apresentando uma depressão acima do centro do corpo), ressaltando a homogeneidade da fonte verdadeira. Assim como na suavidade (Figura 103a) nota-se a presença de franjas proeminentes nas extremidades norte e sul da área de discretização. Os valores negativos de magnetização estimada ao redor do corpo são de menor extensão horizontal comparados ao resultado obtido com a suavidade global. As Figuras 102a e 102b mostram, em linhas pretas tracejadas, as anomalias produzidas pelas soluções estimadas via suavidade global e regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 104a e 104b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$. O processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 30.

Os resultados acima mostram que um erro de 10° na declinação ainda produz bons resultados no mapeamento de magnetização aparente, particularmente para inclinações acima de 30°. Os valores da magnetização não são superestimados acima do corpo, mas o patamar sofre uma discreta inclinação. Próximo a inclinações de 30°, estes patamares sofrem ainda depressões acima do centro da fonte.

Inclinação 80° , declinação correta 0° e declinação presumida 10°

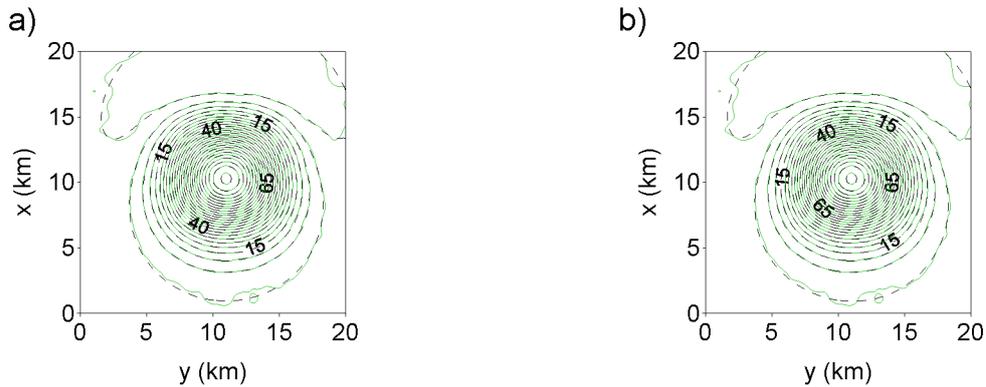


Fig. 93 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.

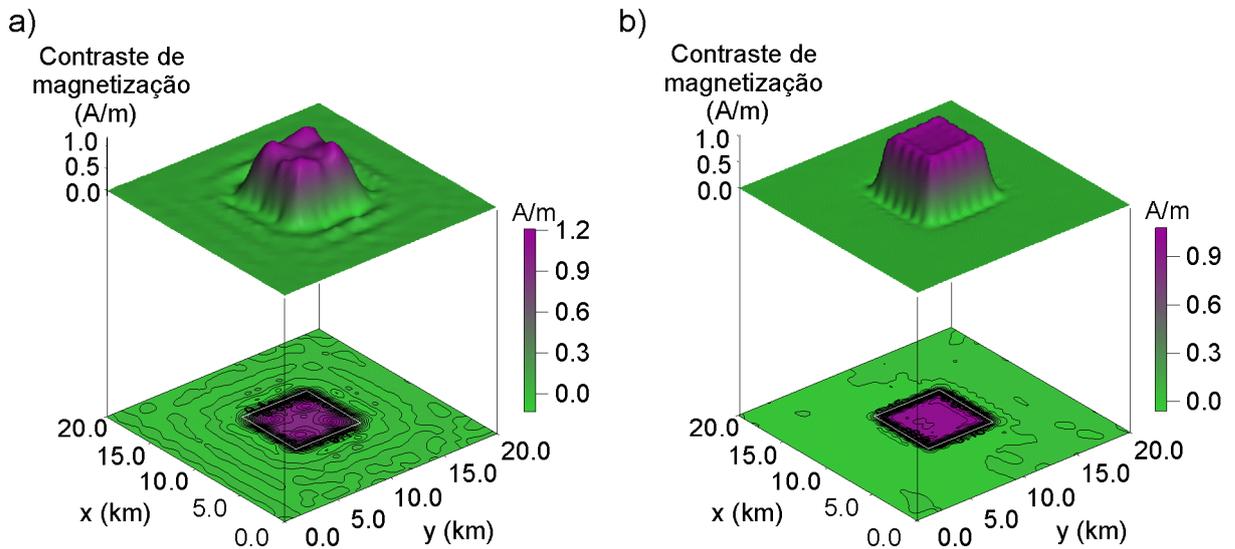


Fig. 94 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 100$ e $\gamma_0 = 2,0$.

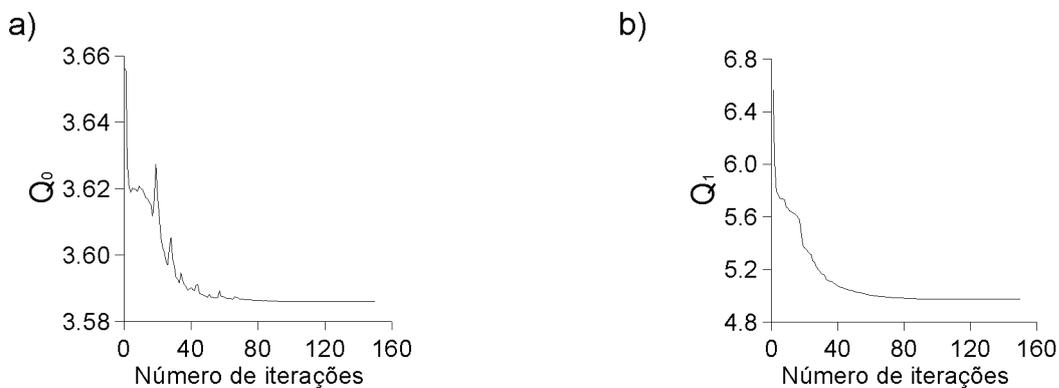


Fig. 95 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 100$ e $\gamma_0 = 2,0$.

Inclinação 60° , declinação correta 0° e declinação presumida 10°

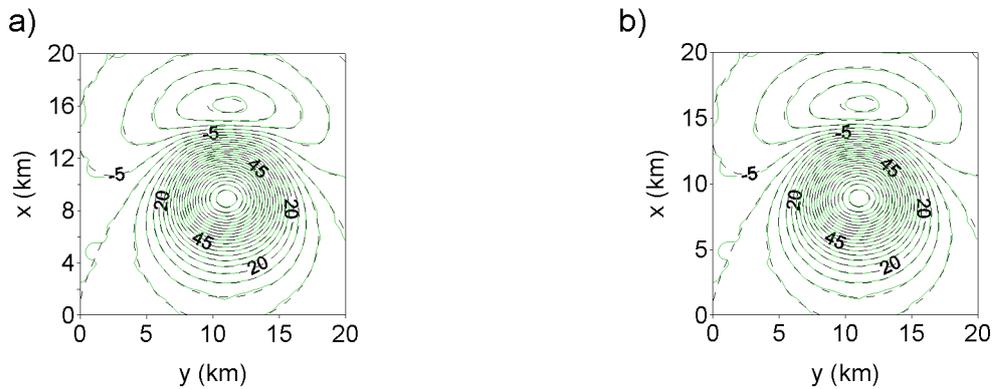


Fig. 96 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.

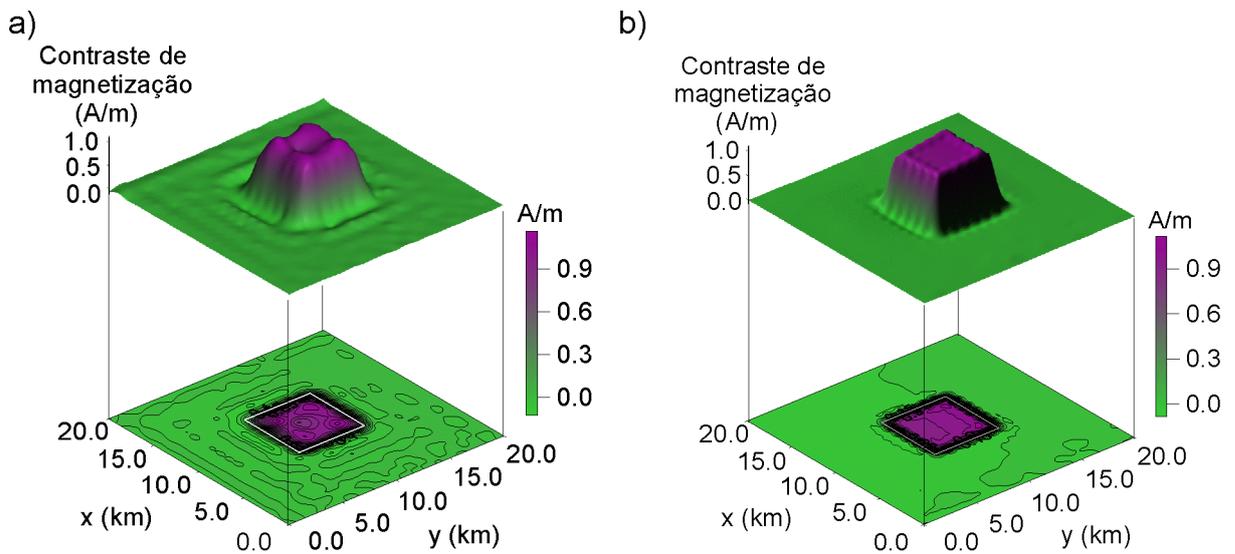


Fig. 97 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 100$ e $\gamma_0 = 2,0$.

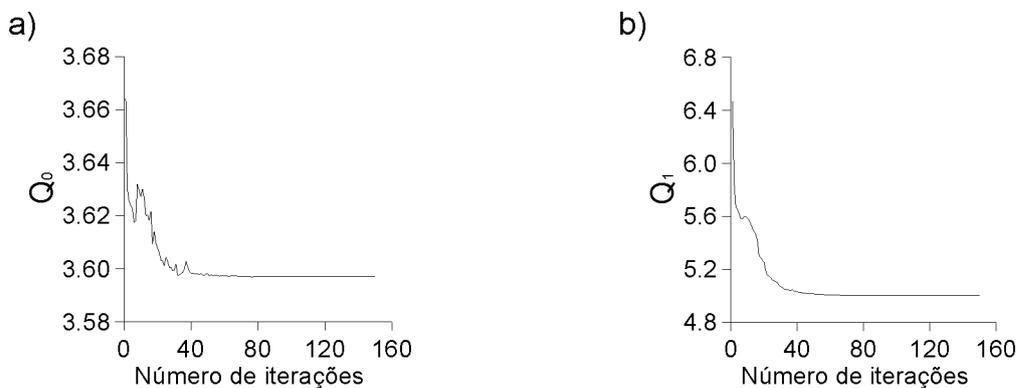


Fig. 98 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 100$ e $\gamma_0 = 2,0$.

Inclinação 40° , declinação correta 0° e declinação presumida 10°

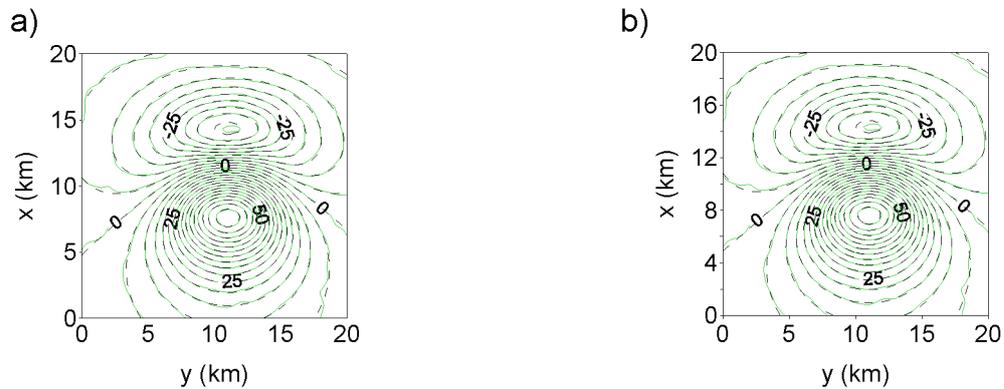


Fig. 99 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.

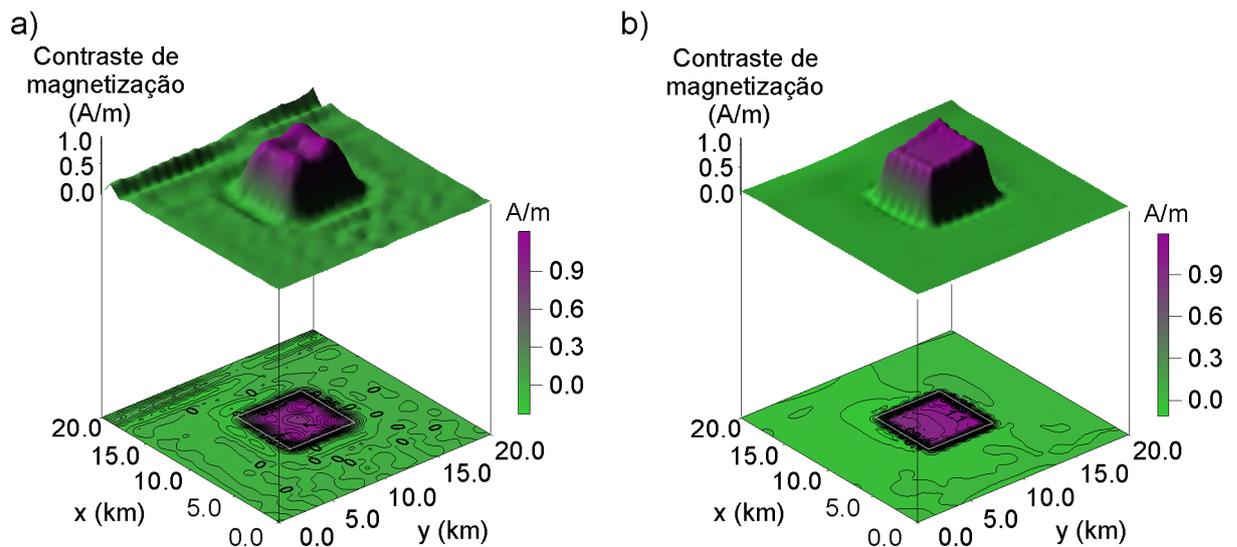


Fig. 100 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 100$ e $\gamma_0 = 2,0$.

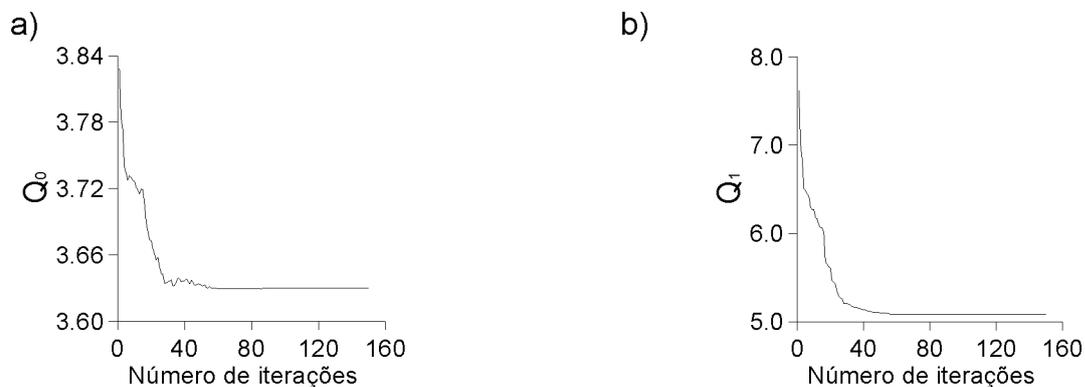


Fig. 101 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 100$ e $\gamma_0 = 2,0$.

Inclinação 20° , declinação correta 0° e declinação presumida 10°

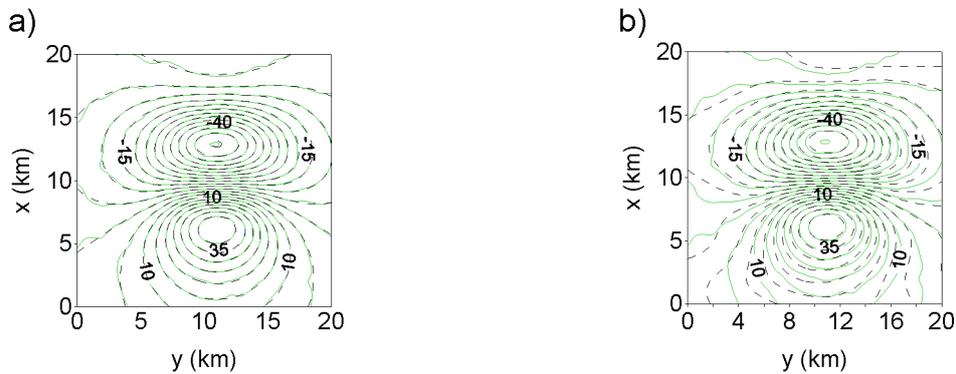


Fig. 102 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 5 nT.

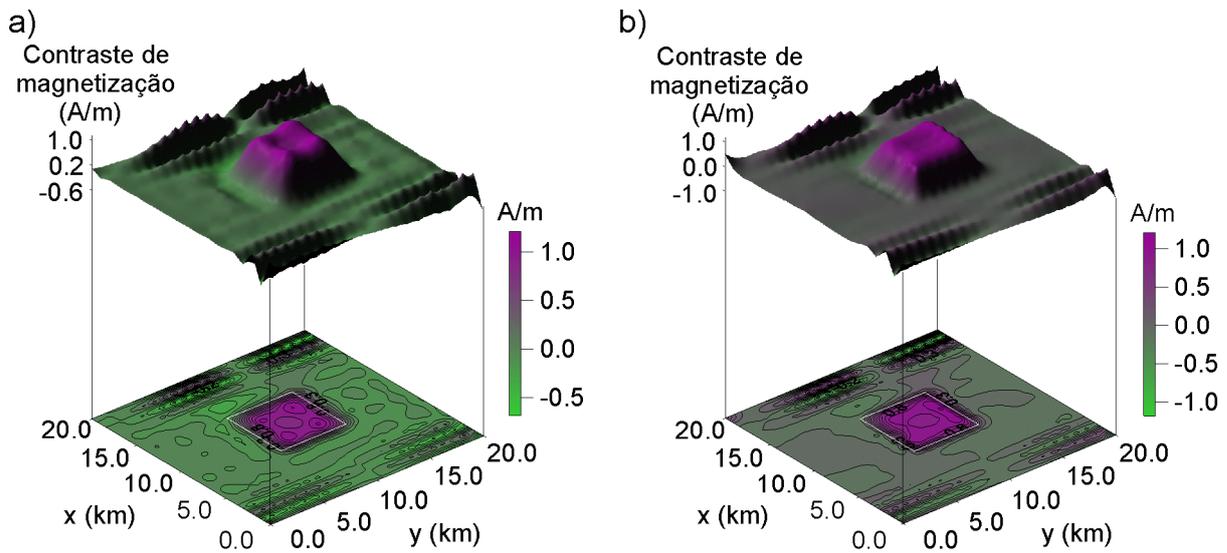


Fig. 103 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 50$ e $\gamma_0 = 2,0$.

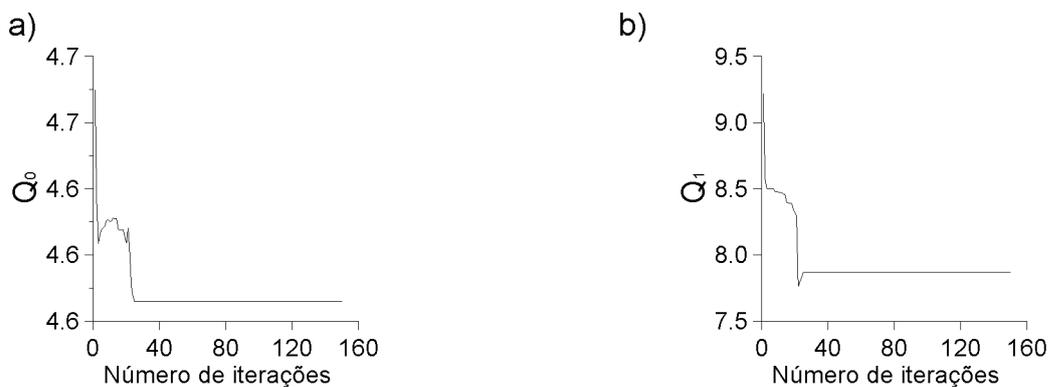


Fig. 104 – Corpo isométrico com espessura de 3 km e profundidade do topo em 3 km. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 50$ e $\gamma_0 = 2,0$.

3.5 ESCARNITO

As Figuras 105a e 105b mostram a anomalia aeromagnética de campo total (linhas verdes) causada pelo corpo com estrutura anelar, cuja seção horizontal é mostrada nas Figuras 106a e 106b. Este corpo simula a concentração de minerais magnetizados, dispostos ao longo do contato de uma rocha intrusiva com uma rocha sedimentar encaixante, simulando um escarnito. A altura de vôo foi de 150 m acima da superfície do terreno. O campo geomagnético apresenta inclinação de $64,75^\circ$ e declinação de $15,2^\circ$. Os minerais magnéticos do escarnito foram modelados com uma magnetização induzida com intensidade de 12 A/m , localizam-se a $0,8 \text{ km}$ abaixo da altura de vôo e apresentam uma espessura de $4,2 \text{ km}$. O modelo interpretativo consiste de uma malha de 16 por 16 prismas distribuídos ao longo das direções N-S e E-W, respectivamente, com topos e bases em $0,8 \text{ km}$ e 5 km , respectivamente e dimensões de $0,24 \text{ km}$ ao longo das direções x e y . As Figuras 106a e 106b mostram vistas, em perspectivas e mapas de contorno, das estimativas da magnetização aparente obtidas, respectivamente, via suavidade global com $\mu = 0,01$ e via regularização entrópica com $\gamma_1 = 15$ e $\gamma_0 = 2$, respectivamente.

Nos resultados das Figuras 106a e 106b, a suavidade global apresenta uma distribuição de magnetização aparente com contorno arredondado no plano horizontal, indicando a falta de resolução na delimitação do contorno correto. Além disso, as bordas do corpo são marcadas por transições suaves da magnetização estimada e ocorre uma extensa região de valores negativos espúrios e de oscilações da magnetização aparente ao redor do corpo. Por outro lado, a regularização entrópica mostra uma magnetização aparente com gradientes mais abruptos nas proximidades das bordas do corpo, permitindo uma melhor delimitação de sua projeção horizontal e do seu contorno prismático no plano horizontal. Além disso, nota-se a marcante redução das oscilações ao redor do corpo, particularmente da extensão da região de valores espúrios negativos ao redor do corpo, bem como da amplitude destes valores negativos. As anomalias ajustadas são mostradas em linhas pretas tracejada nas Figuras 105a e 105b para as soluções da suavidade global e da regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 107a e 107b

mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 230.

Este teste mostra que, para o caso de um escarnito com as características do corpo simulado, o presente método consegue detectar, localizar e delinear a auréola de minerais magnéticos.

Escarnito

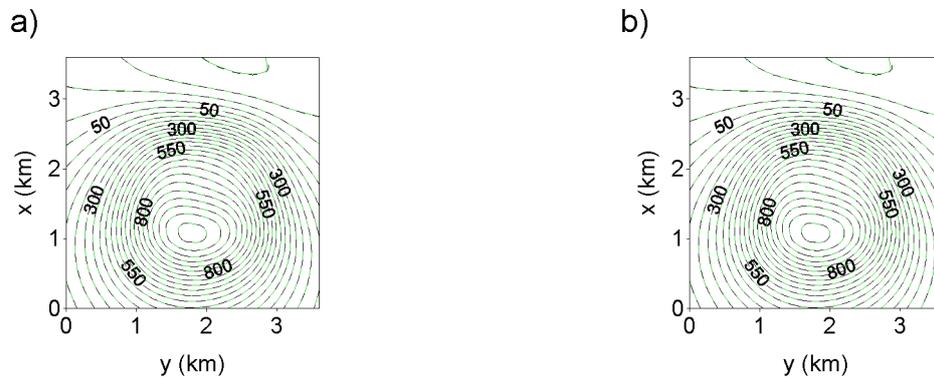


Fig. 105 – Escarnito. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 50 nT.

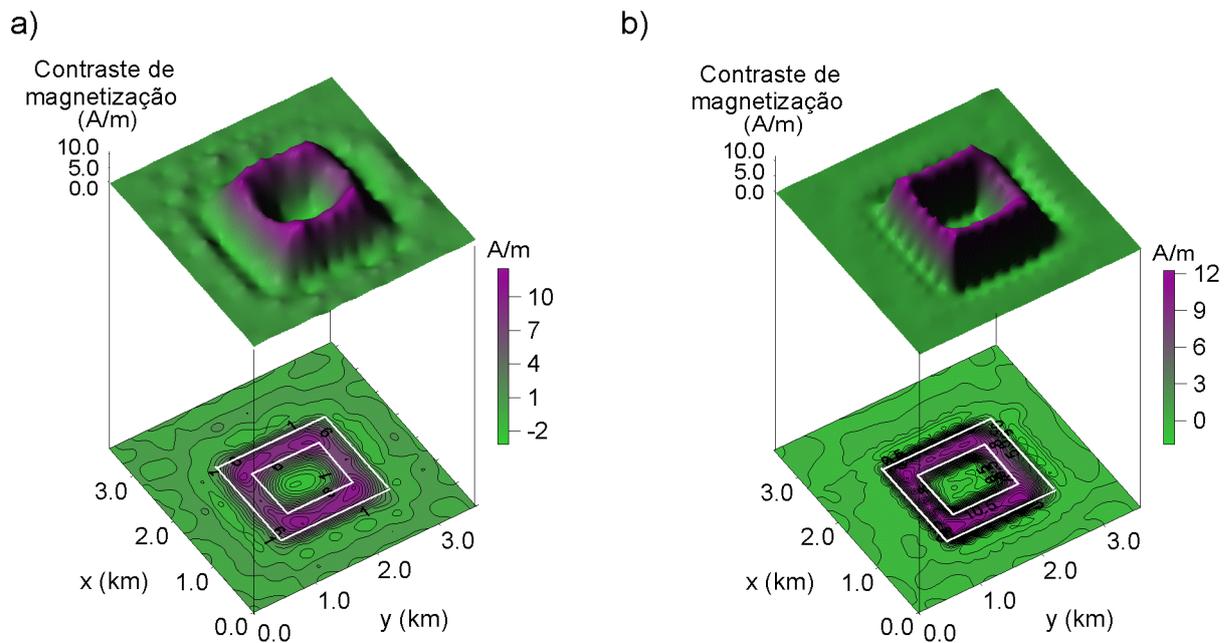


Fig. 106 – Escarnito. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 0,01$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 15$ e $\gamma_0 = 2$.

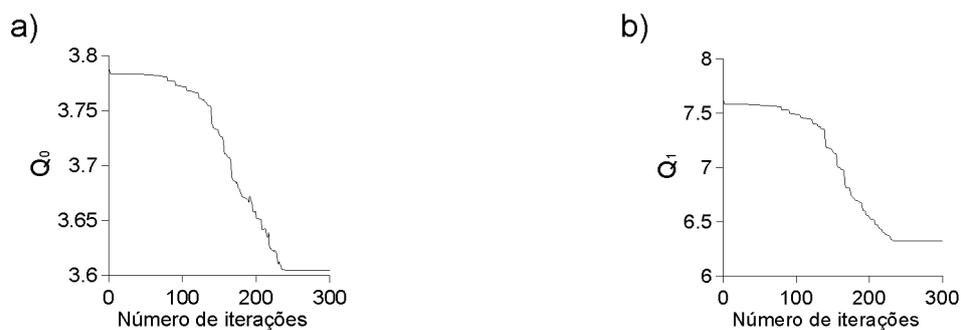


Fig. 107 – Escarnito. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 15$ e $\gamma_0 = 2,0$.

4 APLICAÇÃO A DADOS REAIS

As Figuras 108a e 108b mostram a anomalia aeromagnética de campo total (linhas verdes) sobre o Butte Valley Stock, Nevada (Silva e Hohmann, 1984). A altura de vôo foi de 150 m acima da superfície do terreno. O campo geomagnético apresenta inclinação de $64,75^\circ$ e declinação de $15,2^\circ$. A anomalia é causada por um escarnito formado após a colocação de um stock em rochas sedimentares consistindo principalmente de calcário, arenito e conglomerado. A área foi alvo de prospecções para cobre porfirítico durante as décadas de 60 e 80, que identificaram a existência de mineralizações auríferas associadas a jazidas de cobre. Perfurações profundas indicam que o escarnito apresenta uma susceptibilidade magnética de 0,63 SI e localiza-se a 800 m abaixo da altura de vôo, sob uma cobertura de sedimentos Paleozóicos não magnéticos. A forma da anomalia sugere que a magnetização do escarnito é induzida. A intrusiva é virtualmente não magnética (Silva e Hohmann, 1984).

O modelo interpretativo consiste de uma malha de 22 por 19 prismas distribuídos ao longo das direções N-S e E-W, respectivamente, com topo e base em 0,8 km e 5 km, respectivamente e dimensões de 0,24 km ao longo das direções x e y . As Figuras 109a e 109b mostram vistas, em perspectivas e mapas de contorno, das estimativas da magnetização aparente obtidas, respectivamente, via suavidade global com $\mu = 10$ e via regularização entrópica com $\gamma_1 = 3385$ e $\gamma_0 = 100$, respectivamente.

O resultado da suavidade global (Figura 109a) apresenta uma transição suave de magnetização aparente do centro para as bordas do corpo, não permitindo uma delimitação nítida do contorno do corpo. Além disso, ocorre uma extensa região de valores negativos espúrios de magnetização aparente ao redor do corpo. Por outro lado, a regularização entrópica (Figura 109b) mostra uma magnetização aparente com gradientes mais abruptos nas proximidades das bordas do corpo, permitindo uma melhor delimitação de sua projeção horizontal. Além disso, nota-se a marcante redução da extensão da região de valores espúrios negativos ao redor do corpo. A regularização entrópica, por estimar fontes magnéticas com menor extensão horizontal, produz uma estimativa mais elevada da magnetização (13 A/m)

do que a suavidade (10 A/m). As anomalias ajustadas são mostradas em linhas pretas tracejada nas Figuras 108a e 108b para as soluções da suavidade global e da regularização entrópica, respectivamente. As Figuras 110a e 110b mostram, respectivamente, os comportamentos dos funcionais $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$, indicando que o processo iterativo convergiu aproximadamente na iteração 70.

Butte Valley Stock

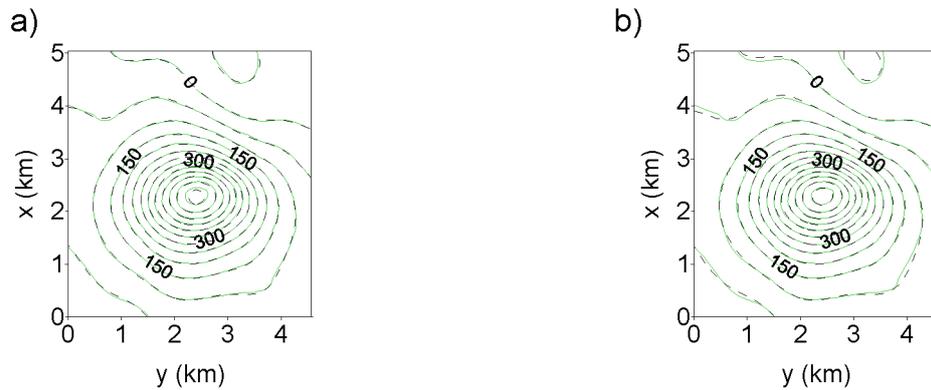


Fig. 108 – Butte Valley. (a) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da suavidade global. (b) Anomalias de campo total observada (linha verde) e ajustada (linha tracejada preta) pela solução da regularização entrópica. Intervalo de contorno de 50 nT.

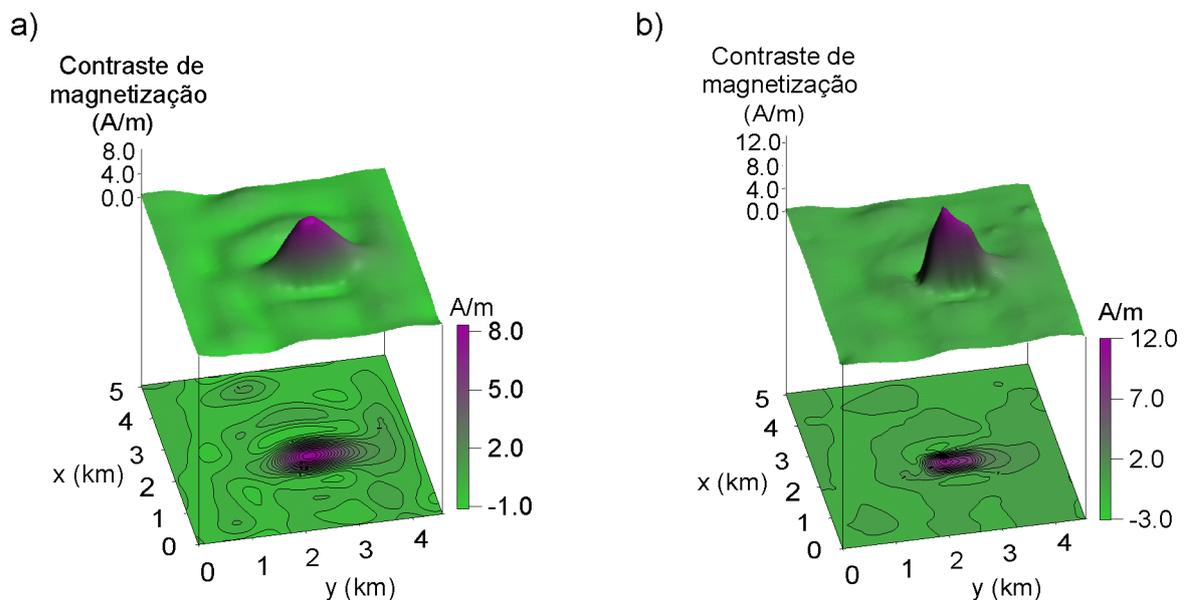


Fig. 109 – Butte Valley. (a) Distribuição de magnetização aparente estimada pela suavidade global com $\mu = 10$. (b) Distribuição de magnetização aparente estimada pela regularização entrópica com $\gamma_1 = 3385$ e $\gamma_0 = 100$.

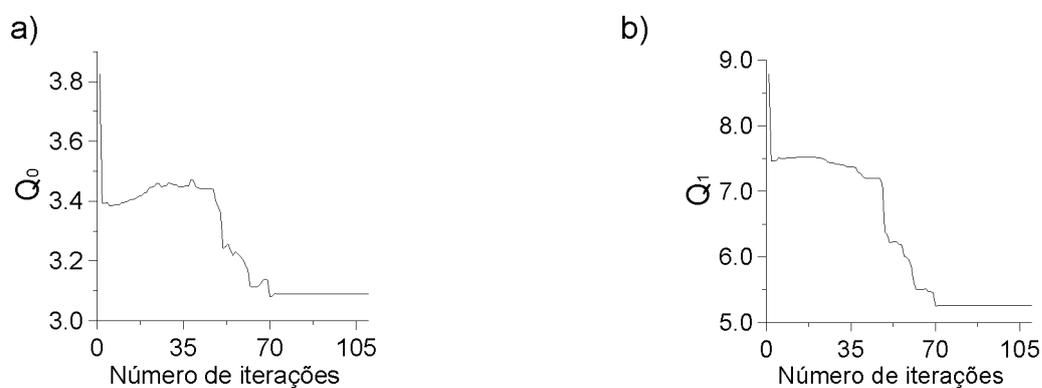


Fig. 110 – Butte Valley. Comportamento das medidas de entropia de ordens zero (a) e um (b) ao longo das iterações com $\gamma_1 = 3385$ e $\gamma_0 = 100$.

Conforme demonstrado na secção 3.5, com dados sintéticos, tanto a suavidade global como a regularização entrópica são capazes de delinear uma estrutura magnética com forma anelar. No entanto, os resultados das Figuras 109a e 109b não evidenciam a presença de uma fonte com esta forma. A possibilidade de a anomalia ser causada pela intrusiva é remota, tendo em vista a informação geológica que sua magnetização é muito baixa (Silva e Hohmann, 1984). Desse modo, temos três possibilidades para explicar os resultados obtidos com o mapeamento de magnetização aparente no stock de Butte Valley. Se o escarnito de Butte Valley for um exoescarnito, então a concentração dos minerais magnéticos ocorrerá próximo ao contato com a rocha intrusiva. Neste caso ou a rocha encaixante não foi erodida ao nível da rocha intrusiva (Figura 111) ou esta penetrou a rocha encaixante de forma irregular (Figura 112), aumentando a área de contato entre as duas rochas e produzindo uma distribuição espacial de minerais magnéticos mais uniforme sem a forma anelar. Alternativamente, se o escarnito é um endoescarnito, o interior da intrusiva pode conter mineralizações na forma de veios e stockworks (Figura 113). Neste caso, a distribuição de minerais magnéticos no plano horizontal também não terá forma anelar.

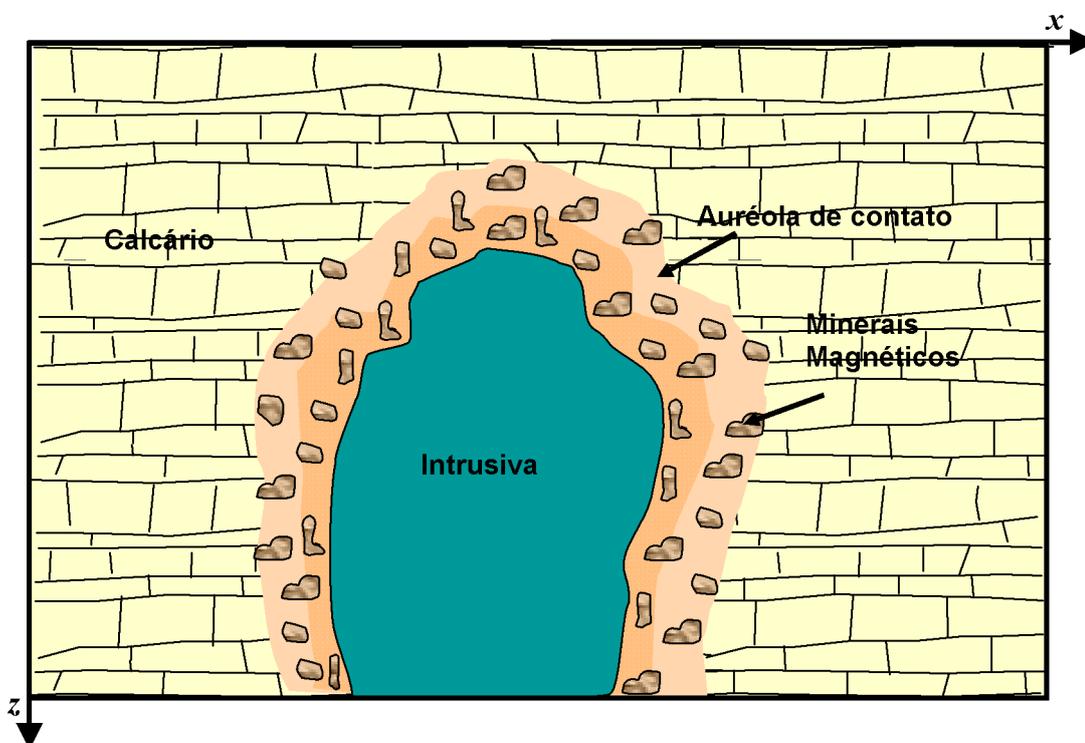


Fig. 111- Representação esquemática de um exoescarnito com o topo preservado da erosão. Neste caso a distribuição espacial de minerais magnéticos pode ser aproximadamente uniforme no plano horizontal e o seu mapeamento não apresentará forma anelar.

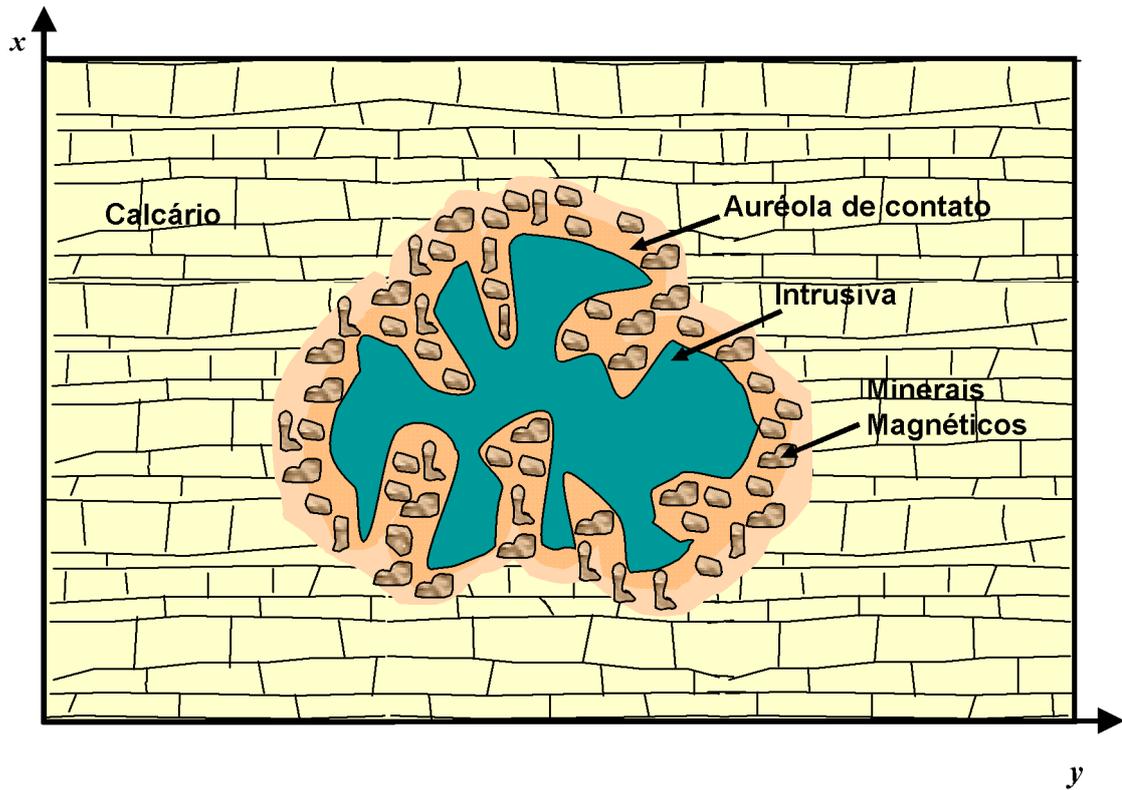


Fig. 112- Representação esquemática de um exoscarnito em que os minerais magnéticos penetraram a rocha encaixante de forma irregular. Neste caso a distribuição espacial de minerais magnéticos pode ser aproximadamente uniforme no plano horizontal e o seu mapeamento não apresentará forma anelar.

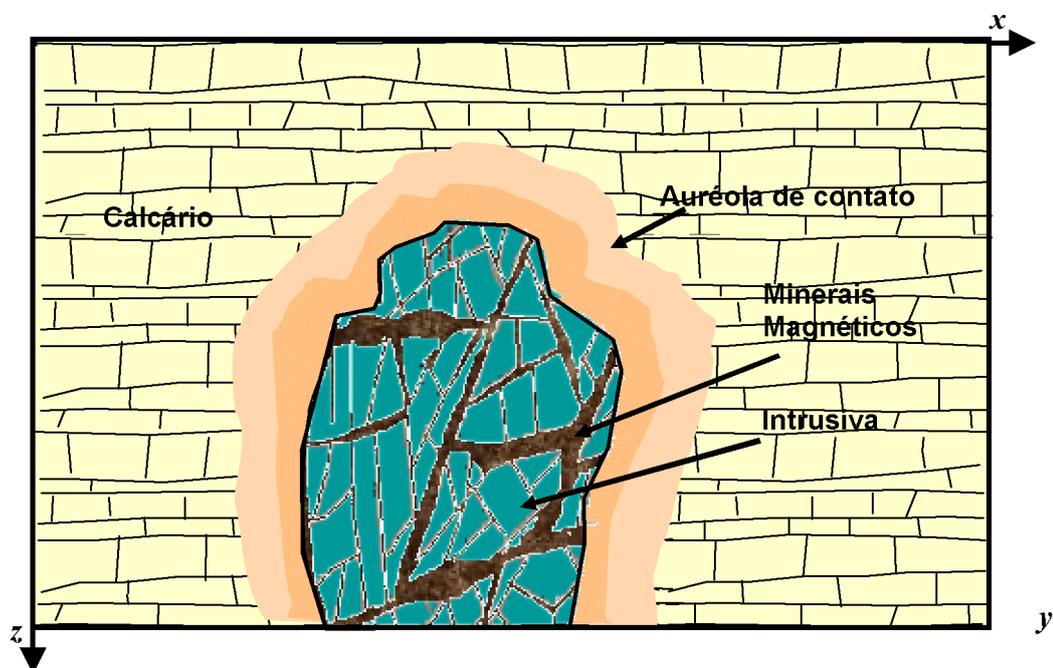


Fig. 113- Representação esquemática de um endoscarnito em que os minerais magnéticos são formados na rocha encaixante em forma de veios e stockworks. O mapeamento dos minerais magnéticos no plano horizontal não produzirá, neste caso, uma forma anelar.

5 CONCLUSÕES

Apresentamos um novo método de mapeamento de magnetização aparente no plano horizontal baseado no estabilizador da regularização entrópica. O método é adequado para interpretação de unidades geológicas em ambientes em que as fontes magnéticas são homogêneas e apresentam bordas abruptas e topo plano. Esta informação a priori é introduzida no problema inverso de duas maneiras: (i) através do modelo interpretativo que consiste de uma malha de prismas verticais 3D justapostos em que a intensidade de magnetização é o parâmetro a ser determinado; (ii) através da estabilização da solução pela combinação da minimização da medida de entropia de ordem um do vetor de parâmetros com a maximização da medida de entropia de ordem zero do vetor de parâmetros. A minimização da entropia de primeira ordem favorece soluções apresentando bordas abruptas e a maximização da entropia de ordem zero evita a tendência de a fonte estimada concentrar-se no entorno de um único prisma. Este estabilizador pode, portanto, levar a soluções caracterizadas por regiões com contrastes de magnetização aparente virtualmente constantes separadas por descontinuidades abruptas.

Através de testes em dados sintéticos, avaliamos o desempenho do método proposto, comparado-o ao método da suavidade global. Os resultados indicaram a presença de quatro faixas de profundidade apresentando comportamentos distintos nas soluções da regularização entrópica e da suavidade global. A primeira faixa abriga fontes rasas, onde tanto a suavidade global quanto a entropia com $\gamma_0=0$ ou $\gamma_0 \neq 0$ funcionam equivalentemente bem, delineando as bordas das fontes e estimando corretamente a magnetização. Na próxima faixa, um pouco mais profunda, a solução da suavidade mostra uma sensível perda de resolução em relação à regularização entrópica, seja com $\gamma_0=0$ ou com $\gamma_0 \neq 0$. Na próxima faixa, que abriga fontes mais profundas ainda, tanto a suavidade como a regularização entrópica com $\gamma_0=0$ apresentam, desempenho deficiente levando a soluções que não delineiam as fontes verdadeiras nem estimam corretamente o valor da magnetização. No entanto, a regularização entrópica com $\gamma_0 \neq 0$ permite a perfeita delimitação da fonte e a correta estimativa da magnetização. A última faixa

abriga fontes muito profundas. Neste caso nenhum dos métodos produz soluções aceitáveis tanto em relação à estimativa da magnetização aparente como ao delineamento das bordas do corpo, uma vez que o limite de resolução dos dados magnéticos foi atingido.

A análise de sensibilidade em relação à orientação presumida para o vetor magnetização mostrou que a sensibilidade à inclinação presumida é maior que a sensibilidade à declinação presumida e que esta sensibilidade à inclinação diminui com o valor presumido para a inclinação, sendo desprezível para inclinações maiores que 70° e tornando-se crítica para valores menores que 20°.

O método foi aplicado à anomalia aeromagnética de campo total sobre o Butte Valley Stock, Nevada, causada por um escarnito formado após a colocação de um stock em rochas sedimentares. Os resultados indicaram a presença de uma fonte com bordas mais abruptas, menor volume e valores de magnetização aparente maiores comparados àqueles produzidos pelo vínculo da suavidade. Comparações com testes sintéticos mostraram que a anomalia de Butte Valley é provavelmente causado por: *i*) um exoescarnito cujo topo foi preservado do efeito da erosão; *ii*) um exoescarnito em que a intrusiva preservou porções não digeridas da encaixante; ou *iii*) um endoescarnito mineralizado por estruturas do tipo stockwork.

As principais restrições do método são o tempo computacional substancialmente maior em relação ao método da suavidade e a alta sensibilidade à inclinação presumida, particularmente para valores abaixo de 20°, sendo esta característica existente também no método da suavidade. Uma inversão em que o modelo interpretativo consiste de uma malha de 20 × 20 prismas e que necessite de 50 iterações para convergir, requer 7 minutos de processamento em um computador com 4 GB de memória RAM e processador de 3,4 GHz.

O método da regularização entrópica pode ser estendido ao mapeamento do embasamento magnético de bacias sedimentares e ao mapeamento da distribuição de magnetização acima da isoterma de Curie em áreas apresentando dimensões regionais ou continentais.

REFERÊNCIAS

BERNSTONE, C.; DAHLIN, T. Electromagnetic and DC resistivity mapping of waste deposits sites: experiences from southern Sweden. In: CONGRESSO DA EUROPEAN ASSOCIATION OF GEOSCIENTISTS & ENGINEERS, 58., 1996, Amsterdam. **Resumos expandidos**. Amsterdam: [s.n], 1996.

BISHOP, M. S. **Subsurface mapping**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1960. 198p.

BLAKELY, R. J. **Potential theory in gravity and magnetic applications**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1995. 441p.

CAMPOS VELHO, H. F.; RAMOS, F.M. Numerical inversion of two-dimensional geoelectric conductivity distributions from eletromagnetic ground data. **Revista Brasileira de Geofísica**, v. 15, p. 133-144, 1997.

DEBEGLIA, N.; CORPEL, J. Automatic 3-D interpretation of potential field data using analytic signal derivatives. **Geophysics**, v. 62, n. 1, p. 87-96, 12, 1997.

GILL, P. E.; MURRAY, W.; WRIGHT, M. H. **Practical optimization**. [S.l.]: Academic Press, 1981.

GRANSER, H.; MEURERS, B.; STEINHAUSER, P. Apparent density mapping and 3D gravity inversion in the eastern Alps. **Geophysical Prospecting**, v. 37, p. 279-292, 1989.

GUPTA, V. K.; GRANT, F. S. Mineral-exploration aspects of gravity and aeromagnetic surveys in the Sudbury-Cobalt area. In: HINZE, W. J. **The utility of regional gravity and magnetic anomaly maps**. Ontario: SEG, 1985. p. 393-412.

HUANG, H.; FRASER, D. C. Dielectric permittivity and resistivity mapping using high-frequency, helicopter-borne EM data. **Geophysics**, v. 67, p. 727-738, 2002.

KEATING, P. Density mapping from gravity data using the Walsh transform. **Geophysics**, v. 57, p. 637-642, 1992.

MARSON, I.; KLINGELE, E. E. Advantages of using the vertical gradient of gravity for 3-D interpretation. **Geophysics**, v. 58, n. 11, p. 1588-1595, 1993.

MEDEIROS, W. E.; SILVA, J. B. C. Geophysical inversion using approximate equality constraints. **Geophysics**, v. 61, p. 1678-1688, 1996.

RAMOS, F. M.; CAMPOS VELHO; H. F. CARVALHO, J. C.; FERREIRA, N. J. Novel approaches on entropic regularization. **Inverse Problems**, v. 15, p. 1139–1148, 1999.

SILVA, J. B. C.; HOHMANN, G. W. Airborne magnetic susceptibility mapping. **Explor. Geophys.** v. 15, p.1-13, 1984.

SILVA, J. B. C.; OLIVEIRA, F. S.; BARBOSA, V. C. F.; CAMPOS VELHO, H. F. Apparent-density mapping using entropic regularization. **Geophysics**, v. 72, p. I51-I60, 2007.

APÊNDICE

APÊNDICE A: MÁXIMO E MÍNIMO DA ENTROPIA DE ORDEM ZERO.

Teorema

Seja uma variável aleatória X com n realizações, $\{x_1, \dots, x_n\}$. Seja $p_X(x_i)$ a probabilidade de ocorrência da realização x_i . Então:

$$\text{a) } H_X \leq \log n$$

$$\text{b) } H_X \geq 0,$$

sendo \log , o logaritmo de base 2.

Demonstração:

$$H_X - \log n = - \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log p_X(x_i) - \log n \quad (\text{A.1})$$

$$H_X - \log n = - \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log p_X(x_i) - \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log n \quad (\text{A.2})$$

$$H_X - \log n = - \sum_{i=1}^n p_X(x_i) (\log p_X(x_i) + \log n) \quad (\text{A.3})$$

$$H_X - \log n = \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log \left(\frac{1}{np_X(x_i)} \right). \quad (\text{A.4})$$

Da desigualdade $\ln a \leq a-1$ e do fato que $\log a = \ln a / \ln 2$, temos:

$$\ln a \leq (a-1) \quad (\text{A.5})$$

$$\ln a / \ln 2 \leq (a-1) / \ln 2 \quad (\text{A.6})$$

$$\log a \leq (a-1) / \ln 2 \quad (\text{A.7})$$

$$\log a \leq (a-1) \ln e / \ln 2 \quad (\text{A.8})$$

$$\log a \leq (a-1) \log e \quad (\text{A.9})$$

Substituindo a equação (A.9) na equação (A.4), resulta:

$$H_X - \log n \leq \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \left(\frac{1}{np_X(x_i)} - 1 \right) \log e \quad (\text{A.10})$$

$$H_X - \log n \leq \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} - \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \right) \log e \quad (\text{A.11})$$

$$H_X - \log n \leq \left(n \frac{1}{n} - 1 \right) \log e \quad (\text{A.12})$$

$$H_X - \log n \leq 0 \quad (\text{A.13})$$

Isto prova que

$$H_X \leq \log n \quad (\text{A.14})$$

Para provar que $H_X \geq 0$, observemos que:

$$\text{a) } \forall i, p_X(x_i) \geq 0; \quad (\text{A.15})$$

e

$$\text{b) } \forall i, -\log p_X(x_i) \geq 0. \quad (\text{A.16})$$

Então,

$$H_X = -\sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log p_X(x_i) \geq 0. \quad (\text{A.17})$$

Máximo da entropia de ordem zero

Seja uma variável aleatória X com realizações $\{x_1, \dots, x_n\}$. Essas realizações ocorrem com probabilidade $p_X(x_i) = 1/n$ para todo i . A entropia de ordem zero envolvendo as realizações de X é

$$H_x = -\sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log p_X(x_i) \quad (\text{A.18})$$

$$H_x = -\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} \quad (\text{A.19})$$

$$H_x = -\left(\frac{1}{n} \log \frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n 1 \quad (\text{A.20})$$

$$H_x = -\left(\frac{1}{n} \log \frac{1}{n}\right) n \quad (\text{A.21})$$

$$H_x = -\log \frac{1}{n} \quad (\text{A.22})$$

$$H_x = \log n \quad (\text{A.23})$$

Comparando as equações (A.14) e (A.23), concluímos que a entropia de ordem zero é máxima para o caso de realizações equiprováveis. Na aplicação desenvolvida neste trabalho, isto ocorre quando as estimativas de todos os parâmetros são iguais.

Mínimo da entropia de ordem zero

Sejam n realizações, $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$, de uma variável aleatória X , em que uma das realizações ocorre com probabilidade um, e todas as demais com probabilidade nula. Conforme mostrado anteriormente, (equação (A.17)):

$$H_x = -\sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log p_X(x_i) \geq 0. \quad (\text{A.24})$$

Substituindo na equação (A.24) os valores de p_X acima pressupostos para as realizações da variável X , a entropia de ordem zero associada a estas n realizações será dada por

$$H_x = -1 \cdot \log 1 = 0, \quad (\text{A.25})$$

o que mostra que, para o caso de apenas uma realização com probabilidade não nula e igual a um, a entropia de ordem zero é mínima.

Na aplicação desenvolvida neste trabalho, isto ocorre quando as estimativas de todos os parâmetros são nulas, exceto uma.