

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS - GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**INVERSÃO QUADRÁTICA DE DADOS DE AVO USANDO ALGORITMO DE
MARQUARDT**

ANA CRISTINA MARQUES MENDES



**Belém - Pará
2004**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS - GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

**INVERSÃO QUADRÁTICA DE DADOS DE AVO USANDO ALGORITMO DE
MARQUARDT**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO APRESENTADA POR

ANA CRISTINA MARQUES MENDES

COMO REQUISITO DA OBTENÇÃO DE GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS
EXATAS E DA NATUREZA NA ÁREA DE GEOFÍSICA

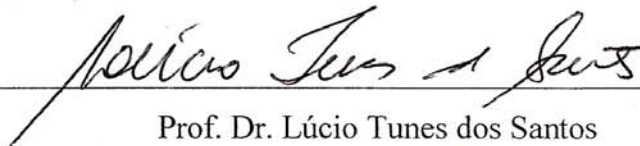
Data da aprovação: 12/11/2004

Nota: 85% (EXCELENTE)

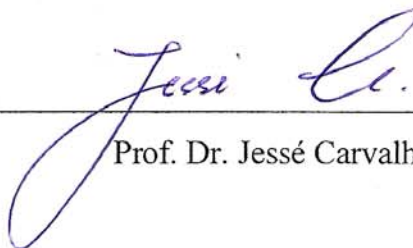
COMITÊ DA DISSERTAÇÃO:



Prof. Dr. João dos Santos Protázio (Orientador)



Prof. Dr. Lúcio Tunes dos Santos



Prof. Dr. Jessé Carvalho Costa

Belém - 2004

**Aos meus pais Urbano Conceição
Mendes e Maria Raimunda M.
Mendes, meus irmãos e meu
afilhado Filipe Mendes de Souza.**

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter inspirado meus conhecimentos intelectuais e me fortalecido nos momentos de desespero e ansiedade para desenvolver esta dissertação.

Aos professores João dos Santos Protázio, meu orientador e German Garabito, meu co-orientador, que muito me auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho.

Ao corpo docente da Geofísica que, com experiência e conhecimento, me permitiu todo o entendimento acerca de temas relacionados com a exploração de HC.

À secretária Benildes Lopes Lima que sempre esteve presente para me esclarecer quaisquer dúvidas relacionadas ao Curso de Pós-Graduação em Geofísica e, muitas vezes, a questões pessoais.

Aos professores Jessé Carvalho Costa e Lúcio Tunes dos Santos, por suas participações na Banca Examinadora.

Ao companheirismo e amizade dos colegas Manuel de Jesus, Marcos Costa, Adevaldo e Francisco de Assis pelas discussões desenvolvidas ao longo do Curso.

Ao grande colega Carlos Sarmiento, que sempre se dispôs a me ajudar nas maiores dificuldades do Curso.

Em especial, a meu pai Urbano Conceição Mendes (in memoriam), que foi uma pessoa que sempre me instruiu com seus hábitos honestos, inteligentes e serenos; à minha mãe Maria Raimunda Marques Mendes que sempre apoiou e incentivou na minha formação intelectual; aos meus irmãos Rosa, Ângela, Rita, Ricardo, Conceição, Augusta, Elielson e a meu sobrinho afilhado Filipe Mendes de Souza, pela compreensão às minhas ausências e irritações durante o Curso.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	i
AGRADECIMENTOS.....	ii
LISTAS DE ILUSTRAÇÕES	v
RESUMO.....	1
ABSTRACT.....	2
1- INTRODUÇÃO.....	3
2 - EQUAÇÕES DE KNOTT-ZÖEPFRITZ.....	6
2.1 - EQUAÇÕES DE KNOTT-ZÖEPFRITZ EM FUNÇÃO DOS CONTRASTES ELÁSTICOS PARAMETRIZADOS.....	6
2.2 – APROXIMAÇÕES QUADRÁTICAS	9
3 – APROXIMAÇÕES LINEARES E QUADRÁTICAS DAS AMPLITUDES REFLETIDA R_{pp} E CONVERTIDA R_{sp}.....	12
3.1 – MODELO A	12
3.2 – MODELOS B E C.....	13
3.3 – ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	21
4- ESTABILIDADE E CONDICIONAMENTO DOS MODELOS.....	23
4.1 – FUNÇÃO OBJETIVO	23
4.2 – REGIÃO DE CONDICIONAMENTO	24
4.3 – ANÁLISE DOS RESULTADOS	34

5 – INVERSÃO QUADRÁTICA DE DADOS DE AVO USANDO ALGORITMO DE MARQUARDT	36
5.1 – FORMULAÇÃO NUMÉRICA DO ALGORITMO DE LEVENBERG-MARQUARDT	36
5.2– ALGORITMO DE LEVENBERG-MARQUARDT.....	37
5.3 – ANÁLISES DOS RESULTADOS.....	46
6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	52

LISTAS DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS

Figura 2.1	Modelo Esquemático para o Espalhamento de uma onda P	7
Figura 3.1	Modelo Geológico A.....	13
Figura 3.2	Modelo Geológico B	13
Figura 3.3	Modelo Geológico C	14
Figura 3.4	Resultado das Amplitudes refletidas R_{pp} exata, linear e quadrática para o modelo A em função do ângulo de incidência.....	15
Figura 3.5	Resultado das Amplitudes convertidas R_{sp} exata, linear e quadrática para o modelo A em função do ângulo de incidência.....	16
Figura 3.6	Resultado das Amplitudes refletidas R_{pp} exata, linear e quadrática para o modelo B em função do ângulo de incidência.....	17
Figura 3.7	Resultado das Amplitudes Convertidas R_{sp} exata, linear e quadrática para o modelo B em função do ângulo de incidência.....	18
Figura 3.8	Resultado das Amplitudes refletidas R_{pp} exata, linear e quadrática para o modelo C em função do ângulo de incidência.....	19
Figura 3.9	Resultado das Amplitudes convertidas R_{sp} exata, linear e quadrática para o modelo C em função do ângulo de incidência.....	20
Figura 4.1	Curvas de contornos do coeficiente de reflexão dos três modelos, combinando os parâmetros $\overline{\delta\alpha}$ x $\overline{\delta Z}$	25

Figura 4.2	Curvas de contornos do coeficiente de reflexão dos três modelos, combinando os parâmetros $\overline{\delta\mu}$ x $\overline{\delta Z}$	26
Figura 4.3	Curvas de contornos do coeficiente de reflexão dos três modelos, combinando os parâmetros $\overline{\delta\alpha}$ x $\overline{\delta\mu}$	27
Figura 4.4	Curvas de contornos do coeficiente de conversão dos três modelos, combinando os parâmetros $\overline{\delta\alpha}$ x $\overline{\delta Z}$	28
Figura 4.5	Curvas de contornos do coeficiente de conversão dos três modelos, combinando os parâmetros $\overline{\delta\mu}$ x $\overline{\delta Z}$	29
Figura 4.6	Curvas de contornos do coeficiente de conversão dos três modelos, combinando os parâmetros $\overline{\delta\mu}$ x $\overline{\delta\alpha}$	30
Figura 4.7	Curvas de contornos da combinação dos coeficientes de reflexão e conversão dos três modelos, combinando os parâmetros $\overline{\delta Z}$ x $\overline{\delta\alpha}$	31
Figura 4.8	Curvas de contornos da combinação dos coeficientes de reflexão e conversão dos três modelos, combinando os parâmetros $\overline{\delta\mu}$ x $\overline{\delta Z}$	32
Figura 4.9	Curvas de contornos da combinação dos coeficientes de reflexão e conversão dos três modelos, combinando os parâmetros $\overline{\delta\mu}$ x $\overline{\delta\alpha}$	33
Figuras 5.1	Inversão do coeficiente de reflexão R_{pp} do modelo A sem e com contaminação de 5% de ruído	40

Figuras 5.2	Inversão do coeficiente de reflexão R_{pp} do modelo B sem e com contaminação de 5% de ruído	41
Figuras 5.3	Inversão do coeficiente de reflexão R_{pp} do modelo C sem e com contaminação de 5% de ruído	42
Figuras 5.4	Inversão do coeficiente de conversão R_{sp} do modelo A sem e com contaminação de 5% de ruído	43
Figuras 5.5	Inversão do coeficiente de conversão R_{sp} do modelo B sem e com contaminação de 5% de ruído	44
Figuras 5.6	Inversão do coeficiente de conversão R_{sp} do modelo C sem e com contaminação de 5% de ruído	45

TABELAS

Tabela 3.1	Parâmetros para o cálculo dos coeficientes refletidos e convertidos.....	13
Tabela 3.2	Contrastes médios relativos das densidades e velocidades das ondas.....	15
Tabela 5.1	Parâmetros reais e estimados de R_{pp} do modelo A.....	47
Tabela 5.2	Parâmetros reais e estimados de R_{sp} do modelo A.....	48
Tabela 5.3	Parâmetros reais e estimados de R_{pp} do modelo B.....	48
Tabela 5.4	Parâmetros reais e estimados de R_{sp} do modelo B.....	48
Tabela 5.5	Parâmetros reais e estimados de R_{pp} do modelo C.....	48
Tabela 5.6	Parâmetros reais e estimados de R_{sp} do modelo C.....	49

RESUMO

Neste trabalho são apresentadas expressões exatas e aproximações quadráticas das conhecidas equações de Knott-Zöppritz, que calculam as amplitudes dos coeficientes R_{pp} e R_{sp} em termos dos contrastes médios relativos, bem como é procedida a inversão dos parâmetros de dados de AVO a partir destas aproximações quadráticas. Nesta inversão é utilizado o algoritmo de Levenberg-Marquardt, e são considerados apenas os eventos refletidos R_{pp} e convertidos R_{sp} , não associados.

Nos estudos dos parâmetros físicos dos meios contrastes de impedância ($\overline{\delta z}$), módulo de cisalhamento ($\overline{\delta \mu}$) e velocidade da onda p ($\overline{\delta \alpha}$), verificou-se quais desses parâmetros podem ser invertidos. Os resultados obtidos mostram que o contraste de impedância ($\overline{\delta z}$) é muito bem resolvido estando ele relacionado com o contraste de velocidade da onda p ($\overline{\delta \alpha}$) ou com o contraste de cisalhamento ($\overline{\delta \mu}$), no caso de eventos refletidos considerando modelos de alto, moderado e baixo contrastes. Por outro lado ao se fixar o contraste de impedância e relacionar os outros dois parâmetros em consideração, os resultados mostram que esses são mal resolvidos, ou seja, a região de ambigüidade torna-se muito grande e os parâmetros tornam-se ambíguos e instáveis. No caso do evento convertido e na combinação do evento refletido com o convertido, para os modelos de baixo e moderado contrastes, ($\overline{\delta z}$) é muito bem resolvido, caso que não acontece para modelo de alto contraste.

Diante desses resultados verifica-se que no procedimento de inversão quadrática de dados de AVO, fixado ($\overline{\delta \mu}$), a recuperação dos dois parâmetros variados é muito boa, no caso do evento refletido, e razoavelmente boa no caso do evento convertido, por esse motivo optou-se pela fixação do módulo de cisalhamento.

ABSTRACT

In this work, the exact and quadratic approach expression of Knott-Zöeprtiz are presented, as well as its coefficients, amplitudes, R_{pp} and R_{sp} , respectively, all of them as a function of the relative contrast, as well as the inversion of quadratic parameters of AVO data. In this inversion of the quadratic parameters, we have used the non-linear Levenberg-Marquadt algorithm, considering only converted and reflected events, either in the non-combined form.

In the study of the physical parameters impedance contrast, shear modulus and P wave velocity, we have verified which of those parameters can be effectively inverted. The results have shown that the impedance contrast ($\overline{\delta z}$) is very well solved when it is related with the P wave velocity contrast ($\overline{\delta \alpha}$) or with the shear contrast ($\overline{\delta \mu}$), considering reflected events in the case of high, moderate and low model contrasts. On the other hand, when the impedance contrast is fixed and the two other parameters in consideration are related, the results show that these parameters are bad solved, e.g., the ambiguity region becomes large and the parameters become ambiguous and unstable. In the case of a converted event and in the combination of converted and reflected events, considering low and moderate contrast models ($\overline{\delta z}$) is well solved, which is not the case when we consider a high contrast model.

1 - INTRODUÇÃO

Os métodos sísmicos são considerados os mais importantes em termos da quantidade de pessoas e gastos envolvidos. Eles são ainda os que apresentam o maior volume de trabalhos publicados dentre todos os métodos geofísicos. Isto se deve ao fato de ser eles os principais métodos utilizados na pesquisa de hidrocarbonetos, em particular, do petróleo.

O principal uso da exploração sísmica é na procura de petróleo. A localização de poços raramente é feita sem as informações da sísmica. Os métodos sísmicos são ainda empregada em menor quantidade na pesquisa de água subterrânea e na engenharia civil e, também, na determinação da profundidade de embasamento de rochas. As aplicações dos métodos sísmicos se baseiam nos estudos das ondas elásticas que se propagam com velocidades diferentes nos diversos tipos de rochas. Quando as ondas elásticas se propagam através de meios elásticos, elas sofrem reflexões e refrações nas interfaces de separação das rochas. Estas informações são registradas e, posteriormente, processadas visando obter informações macro-estruturais da subsuperfícies.

Existem varias técnicas sísmicas capazes de auxiliar no procedimento da exploração de hidrocarboneto (HC). Uma das mais importantes e populares é a técnica de AVO (amplitude versus afastamento), que estuda a variação da amplitude em termos do afastamento fonte-receptor e que tem sido usada extensivamente como discriminador litológico e de conteúdo de fluido (Ostrander, 1984). Na indústria de hidrocarbonetos, a AVO notabiliza-se, também, por sua potencialidade na solução de problemas de monitoramento e delineamento de poços em regiões produtoras de HC (Wu, 2000).

A descoberta de que a presença de gás produz, em geral, altas amplitudes, conhecidas como “bright spot”, deu-se por volta de 1960 e Ostrander (1984), em seu trabalho pioneiro, mostrou como utilizar o “bright spot” para prospectar HC através de dados sísmicos de AVO. O seu uso, como indicador direto de HC, está associado às diferentes respostas da velocidade de onda p em presença de gás em rochas porosas. Isto não afeta a velocidade da onda s mas reduz a velocidade da onda p. Assim sendo, a análise de AVO constitui um recurso muito útil em presença de respostas sísmicas anômalas.

As amplitudes dos coeficientes das ondas espalhadas através de interfaces planas que separam meios elásticos são dadas pelas equações de Knott-Zöppritz (Shoenberg & Protázio, 1992) e são bastante intrincadas, tornando bastante difícil a análise de AVO em termos dos parâmetros sísmicos. O uso de aproximações convenientes torna-se, portanto, necessário e uma vasta literatura sobre o assunto é apresentada em Castagna (1993), com ênfase para as aproximações lineares. Entretanto, as limitações apresentadas por tais linearizações sugerem o uso de aproximações quadráticas, que se mostram mais precisas do que as aproximações lineares, segundo Wang (1999).

Recentemente, Santos (2002) apresentou aproximações lineares e quadráticas dos coeficientes da onda refletida R_{pp} e de sua convertida R_{sp} em termos dos contrastes relativos da impedância ($\overline{\delta z}$), da velocidade da onda p ($\overline{\delta \alpha}$) e do módulo de cisalhamento ($\overline{\delta \mu}$), e aplicou o método de inversão linear a partir das aproximações lineares, visando estimar os parâmetros físicos dos meios. Foram feitas análises de sensibilidade e de ambigüidade utilizando-se, para isto, o método SVD e as curvas de contorno das funções objetivo, respectivamente. As conclusões resultantes dizem que os coeficientes R_{pp} e R_{sp} das aproximações linearizadas, quando associadas, produzem inversões muito mais estáveis do que nos casos em que as aproximações são não associadas. Entretanto, apesar de mais estável, o caso associado permitiu a estimativa de no máximo dois dos parâmetros físicos dos meios. Tais resultados sugerem, portanto, a inversão dos parâmetros dos coeficientes refletidos R_{pp} e convertidos R_{sp} baseada no uso das aproximações quadráticas.

O objetivo deste trabalho é:

- a) A partir das equações exatas de Knott-Zöppritz, representadas em função dos contrastes relativos dos parâmetros físico do modelo, obter representações linearizadas e quadráticas dessas equações em termos destes contrastes, analisando sua precisão, com ênfase para o caso das aproximações quadráticas;
- b) Proceder à inversão quadrática dos contrastes físicos do modelo usando o algoritmo de Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1963). Nestes experimentos o parâmetro $\overline{\delta \mu}$ é fixo a partir da utilização dos coeficientes R_{pp} e R_{sp} das aproximações nas formas não

associadas. Mapas de contorno, a partir da fixação de cada um dos três parâmetros, são apresentados visando informações sobre o nível de ambigüidade das inversões procedidas.

- c) A partir dos resultados dos parâmetros físicos dos modelos invertidos fazer comparação dos limites de precisões referente aos parâmetros observados.

Este trabalho é desenvolvido em cinco capítulos. No segundo capítulo são obtidas as amplitudes exatas das ondas refletida e convertida, bem como suas aproximações linear e quadrática, em função dos contrastes relativos dos parâmetros físicos dos meios. São feitas comparações visando estabelecer os limites de precisões dessas aproximações com as soluções exatas. No terceiro capítulo tem-se a aplicação dessas aproximações em três modelos, A, B e C, considerando-se baixo, moderado e alto contrastes elásticos, respectivamente. Nessas representações são usados experimentos a partir de dados sintéticos retirados de Castagna (1993) e Castagna & Smith (1994). No quarto capítulo são apresentadas curvas de contorno visando à análise do nível de ambigüidade e o estudo do comportamento dos parâmetros antes de invertê-los. No quinto capítulo são procedidas as inversões quadráticas dos dados sintéticos de AVO, usando-se o algoritmo de Levenberg– Marquardt. Finalmente, na sexta seção, são feitas as considerações finais dos resultados obtidos.

2 – EQUAÇÕES DE KNOTT-ZÖEPPRITZ

Knott (1899) e Zöeppritz (1919), considerando a continuidade dos campos de deslocamento e de tração na interface plana entre dois meios elásticos, isotrópicos e homogêneos, obtiveram as amplitudes das ondas refletidas e transmitidas em função do ângulo de incidência e de suas propriedades físicas (densidade, velocidades das ondas compressional e cisalhante). Entretanto, tais equações são extremamente complexas, não possibilitando uma clara interpretação da dependência das amplitudes das ondas espalhadas em termos dos parâmetros físicos. Como um dos objetivos do trabalho consiste na obtenção de expressões aproximadas destes coeficientes em termos dos contrastes dos parâmetros físicos para procedimentos de inversão, esta seção trata da representação das equações de Knott-Zöeppritz exatas em termos destes contrastes bem como de suas aproximações linearizada e quadrática. Exemplos sintéticos visando estabelecer a precisão e os limites de validade destas aproximações são apresentados, considerando-se modelos com baixo, moderado e alto contrastes.

2.1 - EQUAÇÃO KNOTT-ZÖEPPRITZ EM FUNÇÃO DOS CONTRASTES ELÁSTICOS PARAMETRIZADOS

Sejam dois meios com velocidades de onda p (compressional) α_i e de onda s (cisalhante) β_i e densidade ρ_i , com o sub-índice i representando os meios incidente ($i = 1$) e subjacente ($i = 2$). Considerem-se, além disso, dois semi - planos elásticos, isotrópicos e homogêneos, separados pelo plano horizontal $x_3 = 0$, com o eixo x_3 tomado positivo para baixo e com a propagação de ondas no plano vertical $x_1 - x_3$. A Figura 2.1 abaixo ilustra, de forma esquemática, o modelo a ser considerado neste trabalho.

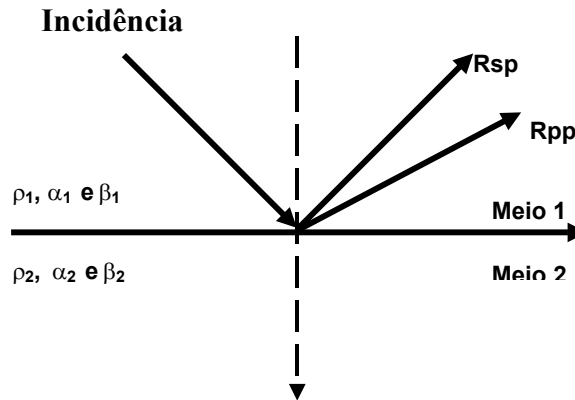


Figura 2.1 - Espalhamento de uma onda p incidente em que Rpp e Rsp são as amplitudes das ondas refletida e convertida, respectivamente e ρ_k, α_k e β_k , os parâmetros físicos dos meios $k = 1$ (incidente) e $k = 2$ (subjacente).

Considere-se o meio incidente (1) como o semi-plano $x_3 < 0$ e o meio subjacente (2) como o semi - plano $x_3 > 0$. Para a obtenção das equações de Knott-Zöppritz em função dos contrastes médios relativos dos parâmetros físicos dos meios, é necessário estabelecer parametrizações dos parâmetros físicos em termos destes contrastes. Para isto, sejam:

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_2 + \rho_1}{2}, \quad \bar{\alpha} = \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2} \quad \text{e} \quad \bar{\beta} = \frac{\beta_2 + \beta_1}{2}. \quad (2.1)$$

As médias aritméticas das densidades e das velocidades das ondas p e s, respectivamente.

$$\delta\rho = \frac{\rho_2 - \rho_1}{2}, \quad \delta\alpha = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \quad \text{e} \quad \delta\beta = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2}. \quad (2.2)$$

Os contrastes médios das densidades e das velocidades das ondas p e s, respectivamente. Os contrastes médios relativos das densidades e das velocidades das ondas p e s são, então, definidos por:

$$\frac{\delta\rho}{\bar{\rho}}, \quad \frac{\delta\alpha}{\bar{\alpha}} \quad \text{e} \quad \frac{\delta\beta}{\bar{\beta}}. \quad (2.3)$$

Os contrastes médios da impedância e do módulo de cisalhamento são definidos como:

$$\overline{\delta Z} = \overline{\delta \rho} + \overline{\delta \alpha}, \quad \overline{\delta \mu} = \overline{\delta \rho} + 2\overline{\delta \beta}, \quad (2.4)$$

e suas relações com os parâmetros físicos dos meios incidente e subjacente são dadas por:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \overline{\rho}(1 - \overline{\delta Z} + \overline{\delta \alpha}), & \rho_2 &= \overline{\rho}(1 + \overline{\delta Z} - \overline{\delta \alpha}) \\ \alpha_1 &= \overline{\alpha}(1 - \overline{\delta \alpha}), & \alpha_2 &= \overline{\alpha}(1 + \overline{\delta \alpha}) \\ \beta_1 &= \frac{1}{2}\overline{\beta}(2 + \overline{\delta Z} - \overline{\delta \alpha} - \overline{\delta \mu}), & \beta_2 &= \frac{1}{2}\overline{\beta}(2 - \overline{\delta Z} + \overline{\delta \alpha} + \overline{\delta \mu}). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Outros parâmetros importantes são:

i) Relação V_s/V_p dada por $\kappa = \frac{\overline{\beta}}{\overline{\alpha}}$.

ii) A vagarosidade s , definido de acordo com a lei de Snell:

$$s = \frac{\text{sen } \theta_1}{\alpha_1} = \frac{\text{sen } \theta_2}{\alpha_2}, \quad (2.6)$$

sendo θ_1 e θ_2 os ângulos de reflexão (igual ao de incidência) e sua convertida, respectivamente.

iii) Os cossenos dos ângulos incidente, refletido e convertido, definidos como:

$$\begin{aligned} q_{3p1} &= \sqrt{1 - \alpha_1^2 s^2} \\ q_{3p2} &= \sqrt{1 - \alpha_2^2 s^2} \\ q_{3s1} &= \sqrt{1 - k^2 \beta_1^2 s^2} \\ q_{3s2} &= \sqrt{1 - k^2 \beta_2^2 s^2}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Os termos acima definidos são substituídos nos coeficientes a seguir, para a obtenção das amplitudes refletida R_{pp} e convertida R_{sp} :

$$A_0 = \rho_2 \alpha_2 (\rho_2 \beta_2 q_{3s1} + \rho_1 \beta_1 q_{3s2}) q_{3p1},$$

$$\begin{aligned}
A_2 &= 4Gq_{3p1}q_{3s1}(Gq_{3p2}q_{3s2} - \rho_2\alpha_2\beta_2), \\
A_4 &= 4G^2\alpha_2\beta_2q_{3p1}q_{3s1}, \\
B_0 &= \rho_1\alpha_1(\rho_2\beta_2q_{3s1} + \rho_1\beta_1q_{3s2})q_{3p2}, \\
B_2 &= \alpha_1\beta_1[4\rho_1Gq_{3p2}q_{3s2} + (\rho_2 - \rho_1)^2\alpha_2\beta_2], \\
B_4 &= 4G\alpha_1\beta_1[Gq_{3p2}q_{3s2} - (\rho_2 - \rho_1)\alpha_2\beta_2], \\
B_6 &= 4G^2\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2, \\
D_0 &= -[\rho_2(\rho_2 - \rho_1)\alpha_2\beta_2 + 2\rho_1Gq_{3p2}q_{3s2}], \\
D_2 &= 2G[(2\rho_2 - \rho_1)\alpha_2\beta_2 - 2Gq_{3p2}q_{3s2}], \\
D_4 &= -4G^2\alpha_2\beta_2,
\end{aligned} \tag{2.8}$$

onde

$$G = \rho_2\beta_2^2 - \rho_1\beta_1^2 \equiv \mu_2 - \mu_1. \tag{2.9}$$

Definindo-se

$$\begin{aligned}
x &= A_0 + (A_2 + A_4s^2)s^2 \\
y &= B_0 + [(B_2 + (B_4 + B_6s^2))s^2]s^2, \\
z &= D_0 + (D_2 + D_4s^2)s^2
\end{aligned} \tag{2.10}$$

obtêm-se os coeficientes das amplitudes refletida Rpp e convertida Rsp como sendo:

$$R_{pp} = \frac{x - y}{x + y} \tag{2.11}$$

$$R_{sp} = \frac{2\alpha_1 s q_3 p_1 z}{x + y} . \quad (2.12)$$

2.2 - APROXIMAÇÕES QUADRÁTICAS

As aproximações quadráticas das amplitudes R_{pp} e R_{sp} são calculadas a partir das suas expansões de Taylor em torno de $\overline{\delta Z} = 0$, $\overline{\delta\alpha} = 0$ e $\overline{\delta\mu} = 0$ e têm validade apenas para incidências sub-normais e pequenos contrastes relativos dos parâmetros. Wang (1999) apresentou trabalho obtendo aproximações quadráticas para as amplitudes das ondas refletida R_{pp} e transmitida T_{pp} , utilizando o que ele chama de expansão pseudo-quadrática em termos do parâmetro do raio s . Nas condições propostas, as aproximações apresentam as formas:

$$R_{pp}(\theta) \cong m(\theta)^t \delta p + \delta p^t M(\theta) \delta p \quad (2.13)$$

$$R_{sp}(\theta) \cong q(\theta)^t \delta p + \delta p^t Q(\theta) \delta p \quad (2.14)$$

sendo $m(\theta)$ e $q(\theta)$ vetores e $M(\theta)$ e $Q(\theta)$ matrizes que carregam informações sobre a geometria de aquisição dos dados para cada ângulo de incidência θ e $\delta p = (\delta Z, \delta\alpha, \delta\mu)^t$ o vetor dos parâmetros a serem estimados. Os vetores e as matrizes acima definidos são dados por:

$$m(\theta) = [1 \quad \text{sen}^2(\theta) \quad -4\kappa^2 \text{sen}^2(\theta)]^t, \quad (2.15)$$

$$q(\theta) = [-1 \quad 1 \quad -2\kappa]^t \text{sen}(\theta) + \left[\frac{-\kappa^2}{2} \quad \frac{\kappa^2}{2} \quad \kappa(1+2\kappa) \right]^t \text{sen}^3(\theta), \quad (2.16)$$

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} -\kappa & \kappa & 0 \\ 0 & 2-\kappa & -4\kappa^2 \\ 0 & 0 & 4\kappa^3 \end{bmatrix} \text{sen}^2(\theta), \quad (2.17)$$

$$Q(\theta) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{4(1-4\kappa\kappa)} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4(1-4\kappa\kappa)} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{sen}(\theta) + \begin{bmatrix} -\frac{\kappa^2}{4} & -\frac{1}{2(1+\kappa^2)} & -\frac{\kappa}{8(4-19\kappa+4\kappa^2)} \\ 0 & \frac{1}{4(4+5\kappa^2)} & \frac{\kappa}{8(12+5\kappa+4\kappa^2)} \\ 0 & 0 & \kappa^2(1-7\kappa\kappa) \end{bmatrix} \text{sen}^3(\theta). \quad (2.18)$$

Ignorando os termos $\delta p^t M(\theta) \delta p$ e $\delta p^t Q(\theta) \delta p$ nas expressões (2.13) e (2.14), obtém-se aproximações lineares das amplitudes R_{pp} e R_{sp} dadas por:

$$R_{pp}(\theta) \cong m(\theta)^t \delta p \quad (2.19)$$

$$R_{sp}(\theta) \cong q(\theta)^t \delta p. \quad (2.20)$$

As expressões (2.13), (2.14), (2.19) e (2.20) são equivalentes àquelas publicadas em Bortfeld (1961), Richard e Frasier (1976) e Aki & Richard (1980).

Para uma comparação das precisões entre as aproximações lineares e quadráticas, são calculados os seus respectivos erros relativos percentuais. Estatisticamente, o erro percentual relativo é definido como:

$$e_{\max} = \left| \frac{R_{\text{obs}} - R_{\text{est}}}{R_{\text{obs}}} \right| \times 100\% \quad (2.22)$$

sendo R_{obs} a amplitude observada exata e R_{est} a amplitude da aproximação linear ou quadrática.

3 - APROXIMAÇÕES LINEARES E QUADRÁTICAS DAS AMPLITUDES REFLETIDAS R_{pp} E CONVERTIDAS R_{sp} .

São estudados três modelos geológicos A, B e C, que são ilustrados na Tabela 3.1. O modelo A foi retirado do tutorial de Castagna (1993) e os modelos B e C foram retirados de Castagna & Smith (1994).

Tabela 3.1: Parâmetros para duas camadas litológicas dos modelos A, B e C utilizados no cálculo dos coeficientes das amplitudes refletida e convertida.

Modelos	Litologia	ρ (g/cm ³)	α (m/s)	β (m/s)
A	Folhelho	2,06	2743	1394
	Arenito com domo de sal	2,04	2835	1762
B	Folhelho	2,27	2380	940
	Arenito com gás	2,06	2250	1300
C	Folhelho	1,90	2310	940
	Arenito com gás	2,09	3040	1920

3.1 - MODELO A

O modelo A ocorre em regiões com presença de intrusões de domo de sal em arenito. Essa situação tem grande importância no estudo litológico da possível presença de HC, pois constitui uma provável condição para acúmulo de HC nas laterais do domo de sal (ver Figura 3.1).

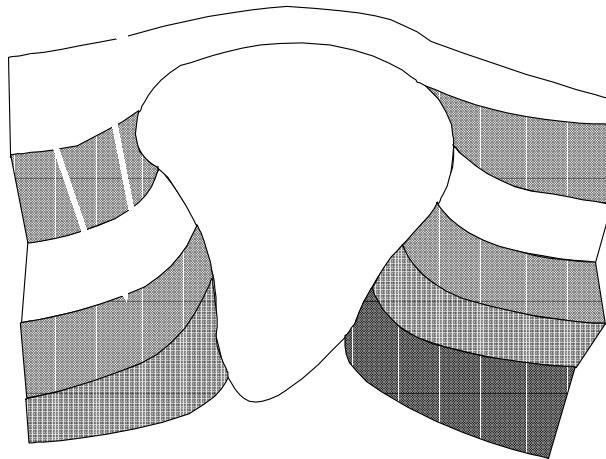


Figura 3.1: Ilustração de ambiente adequado à acumulação de petróleo. Ocorre em regiões sujeitas a intrusões de domos de sal em folhelhos e arenitos.

3.2 - MODELOS B E C

Os modelos B e C representam dois tipos de rochas muito comuns separadas por interface: folhelho e arenito com presença de gás. Esses modelos são estruturas geológicas muito comuns e adequadas à acumulação de HC e ocorrem em regiões sujeitas à compressões horizontais e são ilustradas nas Figuras 3.2. e 3.3

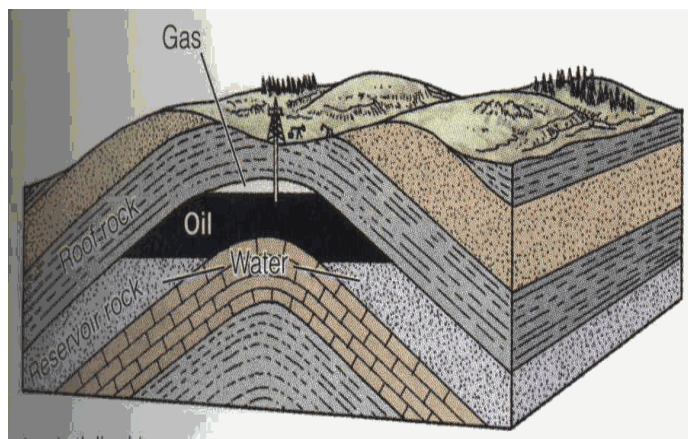


Figura 3.2: Representação esquemática de ambientes litológicos adequados à acumulação de hidrocarbonetos.

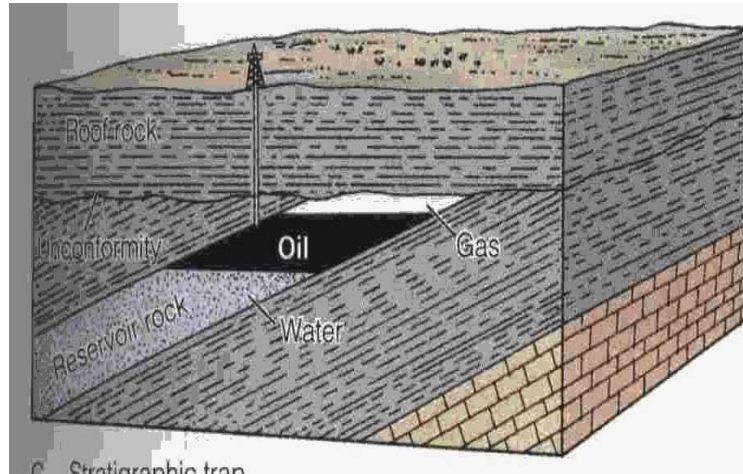


Figura 3.3: Outra representação esquemática de ambientes litológicos adequados à acumulação de hidrocarbonetos.

Os modelos A, B e C apresentam baixo, moderado e alto contrastes e são apresentados na Tabela 3.2:

Tabela 3.2: Contrastes médios relativos da densidade e velocidades das ondas P e S .

Modelo	Contraste	$\delta\rho$	$\delta\alpha$	$\delta\beta$
A	Baixo	-0,0049	0,0165	0,1166
B	Moderado	-0,0485	-0,0281	0,1607
C	Alto	0,0476	0,1364	0,3420

As Figuras 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8 e 3.9 abaixo comparam as precisões das aproximações linear e quadrática em função dos ângulos de incidência.

MODELO A

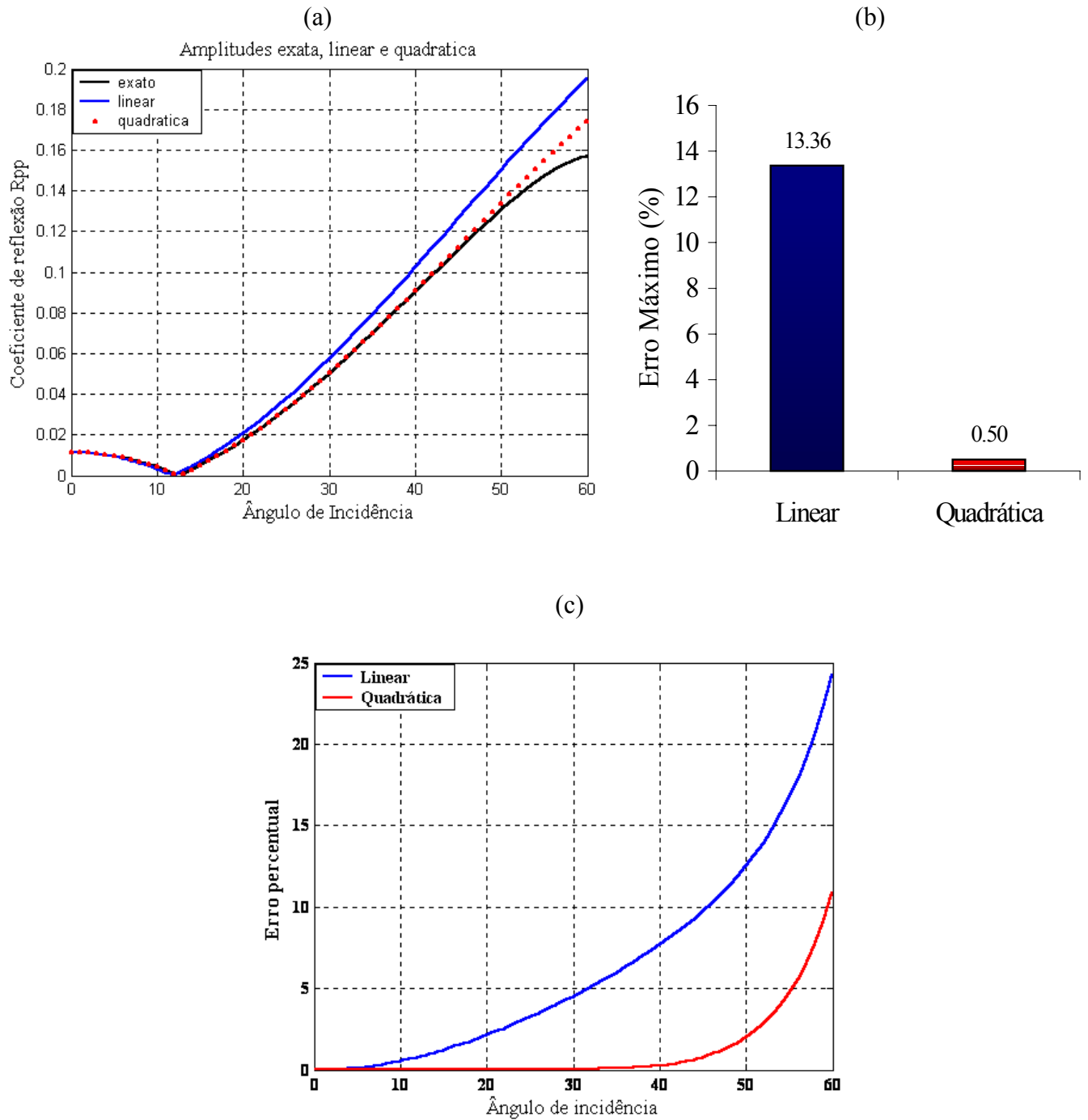


Figura 3.4: (a) Amplitudes exata, linear e quadrática de Rpp, indicadas pelas linhas preta, azul e vermelha, respectivamente; (b): Erro máximo obtido nas aproximações linear e quadrática; (c): Comportamento do erro obtido nas aproximações linear e quadrática.

MODELO A

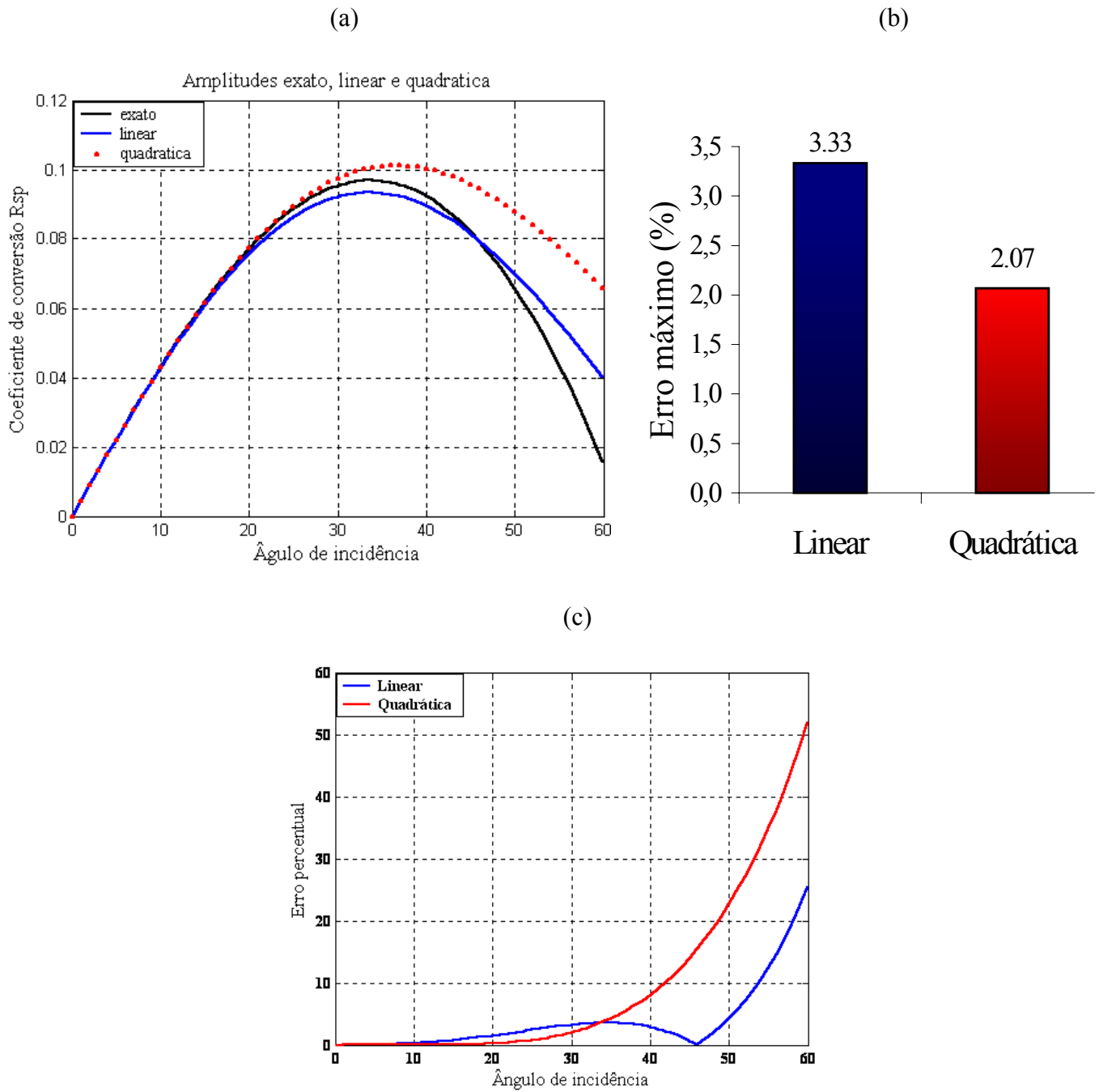


Figura 3.5: (a): Amplitudes exata, linear e quadrática de R_{sp} , indicadas pelas linhas preta, azul e vermelha, respectivamente; (b): Erro máximo obtido nas aproximações linear e quadrática; (c): Comportamento do erro obtido nas aproximações linear e quadrática.

MODELO B

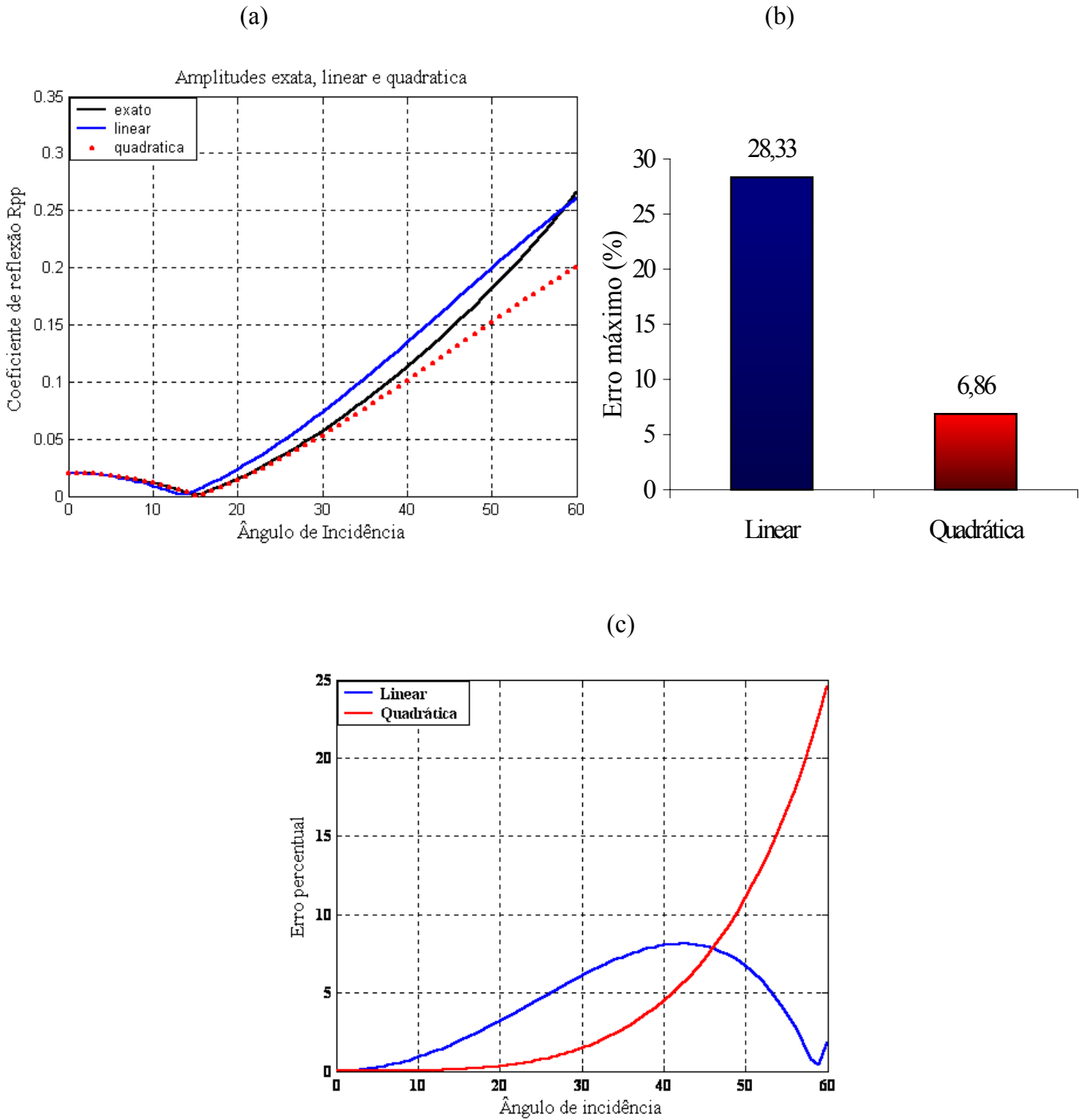


Figura 3.6: (a): Amplitudes exata, linear e quadrática de R_{pp} , indicadas pelas linhas preta, azul e vermelha, respectivamente; (b): Erro máximo obtido nas aproximações linear e quadrática; (c):

MODELO B

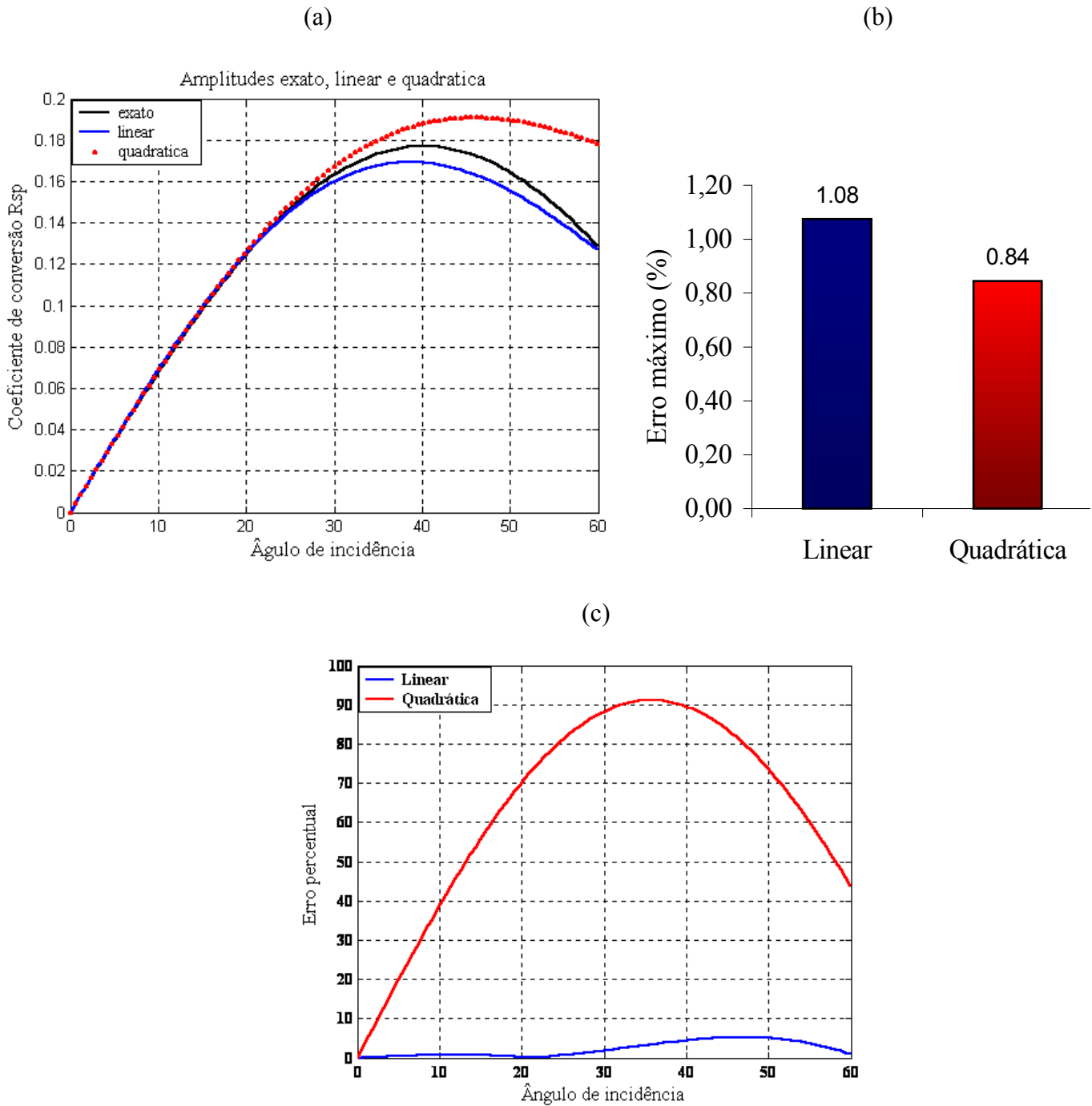


Figura 3.7: (a): Amplitudes exata, linear e quadrática de Rsp, indicadas pelas linhas preta, azul e vermelha, respectivamente; (b): Erro máximo obtido nas aproximações linear e quadrática; (c): comportamento, e o erro obtido nas aproximações linear e quadrática.

MODELO C

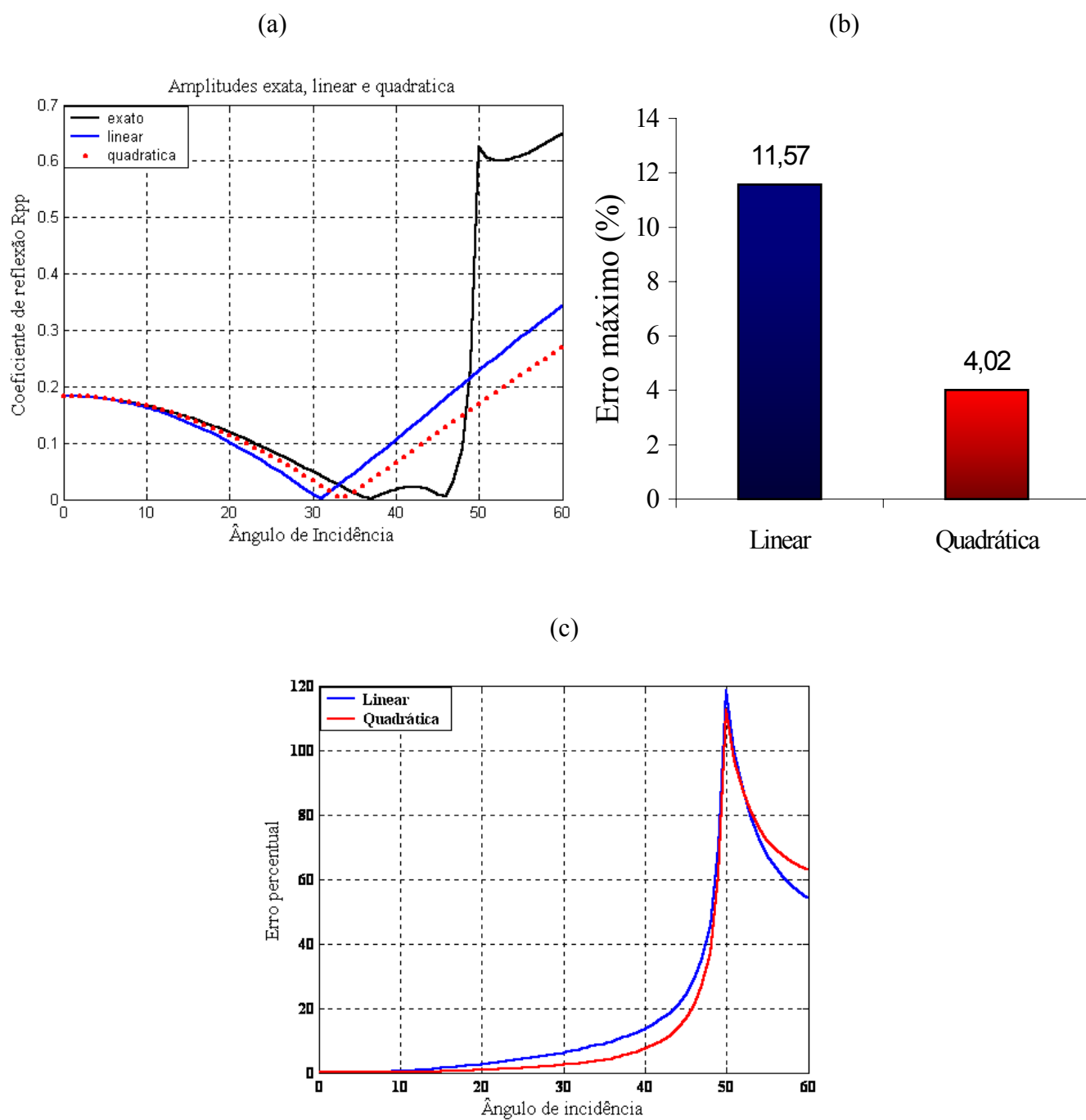


Figura 3.8: (a): Amplitudes exata, linear e quadrática de R_{pp} , indicadas pelas linhas preta, azul e vermelha, respectivamente; (b): Erro máximo obtido nas aproximações linear e quadrática; (c): Comportamento do erro obtido nas aproximações linear e quadrática.

MODELO C

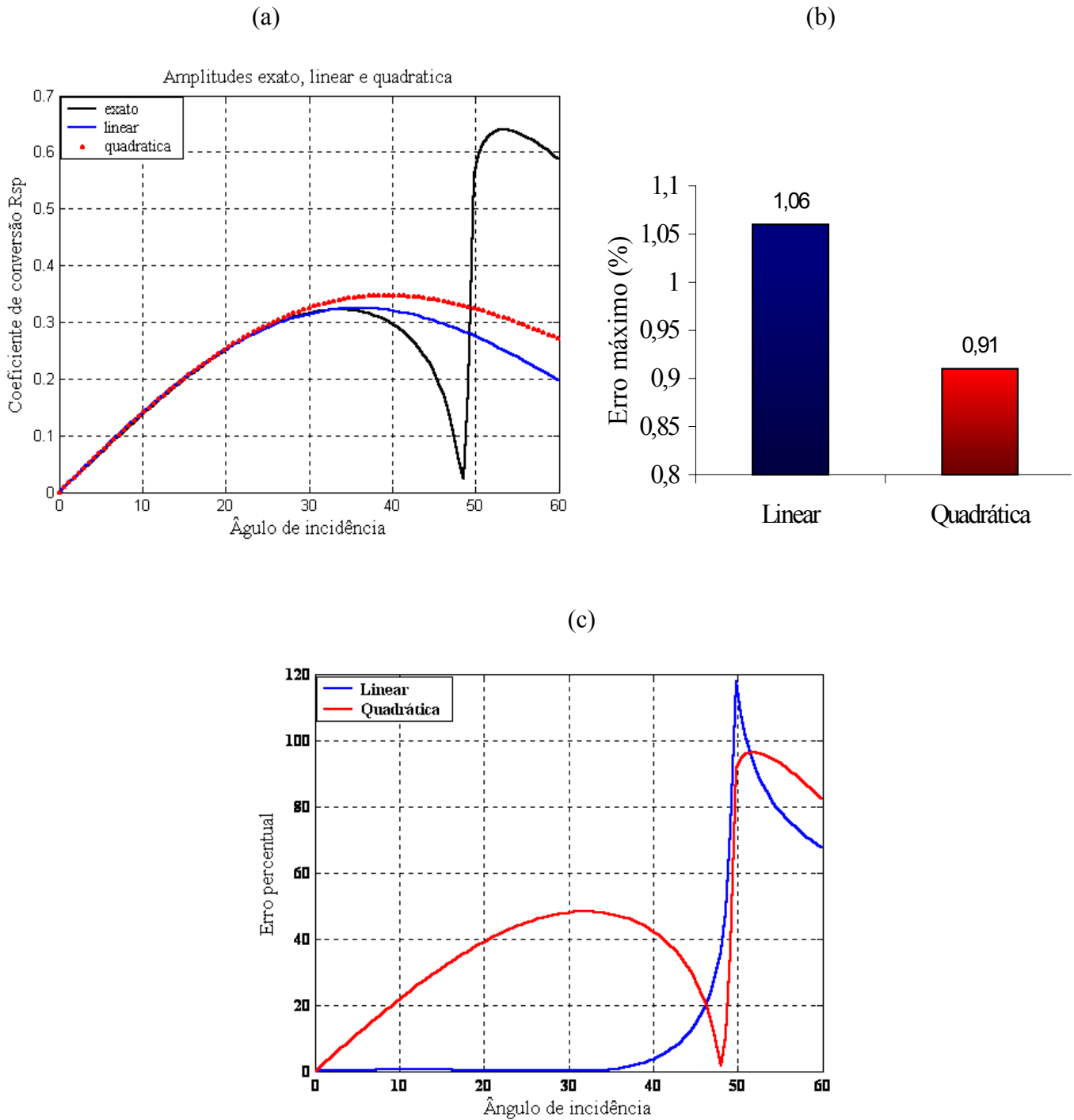


Figura 3.9: (a): Amplitudes exata, linear e quadrática de R_{sp} , indicadas pelas linhas preta, azul e vermelha, respectivamente; (b): Erro máximo obtido nas aproximações linear e quadrática; (c): Comportamento do erro obtido nas aproximações linear e quadrática.

3.3- ANÁLISE DOS RESULTADOS

As Figuras 3.4 a 3.9 ilustram o desempenho dos coeficientes refletido e convertido R_{pp} e R_{sp} nos casos exato, linear e quadrático, respectivamente, e estão configuradas no intervalo angular $[0^\circ, 60^\circ]$.

A Figura 3.4 (a) ilustra o comportamento do modelo A (baixo contraste) com relação às amplitudes do coeficiente R_{pp} e mostra que, neste caso, a aproximação linear compete com a aproximação quadrática, no intervalo $[0^\circ, 13^\circ]$; a partir daí, observa-se uma maior precisão da aproximação quadrática no intervalo angular $[0^\circ, 40^\circ]$. A Figura 3.4 (b) do erro máximo relativo confirma esta conclusão apresentando um valor de 0,5 % para o caso quadrático e 13,35 % para o linear. Com relação às amplitudes do coeficiente R_{sp} , a Figura 3.5 (a) mostra um comportamento competitivo entre as duas aproximações no intervalo $[0^\circ, 15^\circ]$, mas com um comportamento ligeiramente mais preciso do caso quadrático no intervalo $[0^\circ, 30^\circ]$. A Figura 3.5 (b) do erro máximo relativo também confirma a conclusão apresentando um valor de 2,07 % para o caso quadrático e 3,33 % para o linear.

A Figura 3.6 (a) ilustra o comportamento do modelo B (contraste moderado) com relação às amplitudes do coeficiente R_{pp} e mostra que, neste caso, a aproximação linear compete com a aproximação quadrática, no intervalo $[0^\circ, 13^\circ]$; a partir daí, observa-se uma maior precisão da aproximação quadrática no intervalo angular $[0^\circ, 30^\circ]$. A Figura 3.6 (b), do erro máximo relativo, confirma esta conclusão apresentando um valor de 6,86 % para o caso quadrático e 28,33 % para o linear. Com relação às amplitudes do coeficiente R_{sp} , a Figura 3.7 (a) mostra um comportamento bem competitivo entre as duas aproximações no intervalo $[0^\circ, 30^\circ]$, e a Figura 3.7 (b), do erro máximo relativo, confirma a conclusão apresentando um valor de 0,84 % para o caso quadrático e 1,04 % para o linear.

A Figura 3.8 (a) ilustra o comportamento do modelo C (alto contraste) com relação às amplitudes do coeficiente R_{pp} e mostra que, neste caso, a aproximação linear compete com a aproximação quadrática, no intervalo $[0^\circ, 8^\circ]$; a partir daí, observa-se uma maior precisão da aproximação quadrática no intervalo angular $[0^\circ, 30^\circ]$. A Figura 3.8 (b), do erro máximo relativo, confirma esta conclusão apresentando um valor de 4,02 % para o caso quadrático e 11,57 % para o linear. Com relação às amplitudes do coeficiente R_{sp} , a Figura 3.9 (a) mostra um

comportamento amplamente competitivo entre as duas aproximações no intervalo $[0^\circ, 30^\circ]$, e a Figura 3.9 (b), do erro máximo relativo, confirma a conclusão apresentando um valor de 0,91 % para o caso quadrático e 1,06 % para o linear.

As Figuras 3.4 a 3.9 (c) sintetizam bem os resultados discutidos acima e permitem vislumbrar, em todos os casos, um melhor desempenho das aproximações quadráticas, em confronto com as aproximações lineares, dentro do intervalo $[0^\circ, 30^\circ]$. Em vista disto, o intervalo $[0^\circ, 40^\circ]$ foi escolhido para a aplicação dos procedimentos de inversão quadrática.

4 - ESTABILIDADE E CONDICIONAMENTO DOS MODELOS

As análises de estabilidade e condicionamento são procedimentos realizados antes da inversão dos parâmetros, e auxiliam na interpretação dos dados sísmicos. Nesta seção são apresentados mapas de contornos para se estudar o condicionamento dos modelos para os casos de baixo, moderado e alto contrastes. Esses problemas são caracterizados por poucas informações, por soluções mal condicionadas ou até mesmo por deficiência de informações dos parâmetros a serem analisados.

4.1 - FUNÇÃO OBJETIVO

Neste trabalho, o ajuste quadrático é procedido utilizando-se dados obtidos sinteticamente a partir das equações exatas de Knott-Zöppritz (2.12) e (2.13). Estes dados serão tomados com e sem ruídos e, a partir das aproximações quadráticas definidas em (2.14) e (2.15), o problema consiste em minimizar os funcionais:

$$\phi_{pp}(\delta p) = \sum_{j=1}^{N_{\text{obs}}} \left(R_{pp}^{\text{obs}}(\theta_k) - R_{pp}^{\text{mod}}(\theta_k) \right)^2 \quad (4.1)$$

$$\phi_{sp}(\delta p) = \sum_{j=1}^{N_{\text{obs}}} \left(R_{sp}^{\text{obs}}(\theta_k) - R_{sp}^{\text{mod}}(\theta_k) \right)^2 \quad (4.2)$$

sendo R_{pp}^{obs} e R_{sp}^{obs} as amplitudes de ondas refletida e convertida obtidas sinteticamente, e R_{pp}^{mod} e R_{sp}^{mod} as amplitudes modeladas a partir das aproximações quadráticas.

Assim, as expressões (4.1) e (4.2) a serem minimizadas são explicitadas por:

$$\phi_{pp}(\delta p) = \sum_{j=1}^{N_{\text{obs}}} \left(R_{pp}^{\text{obs}}(\theta_k) - m(\theta_k)^t \delta p - \delta p^t M(\theta_k) \delta p \right)^2 \quad (4.3)$$

$$\phi_{sp}(\delta p) = \sum_{j=1}^{N_{\text{obs}}} \left(R_{sp}^{\text{obs}}(\theta_k) - q(\theta_k)^t \delta p - \delta p^t Q(\theta_k) \delta p \right)^2 \quad (4.4)$$

Neste trabalho, a estimativa dos parâmetros físicos é feita utilizando-se (4.3) e (4.4) separadamente. Entretanto, pode-se combinar estas duas expressões para a estimativa desses parâmetros. Santos (2002) aplicou este procedimento no caso das aproximações lineares, e mostrou que o mesmo melhorou bastante a performance da inversão. No caso presente, a inversão combinada consiste em minimizar o funcional:

$$\tilde{\phi}(\delta p) = \phi_{pp}(\delta p) + \lambda \phi_{sp}(\delta p) \quad (4.5)$$

sendo λ um parâmetro positivo arbitrário que controla um maior ou menor nível de informações dos dados de Rsp. Neste trabalho serão usados apenas os casos Rpp e Rsp nas suas forma dissociadas.

4.2 - REGIÃO DE CONDICIONAMENTO

As figuras abaixo descrevem as regiões de condicionamento das funções objetivo definidas em (4.3) e (4.4). Como tais funções dependem de três parâmetros físicos, a obtenção das curvas de contorno abaixo é feita pela fixação de um dos parâmetros considerando que a região de domínio é $R = [-1, 1] \times [-1, 1]$ e $\lambda = 1$.

CURVAS DE NÍVEIS ϕ_{pp} (Fixando $\overline{\delta\mu}$)

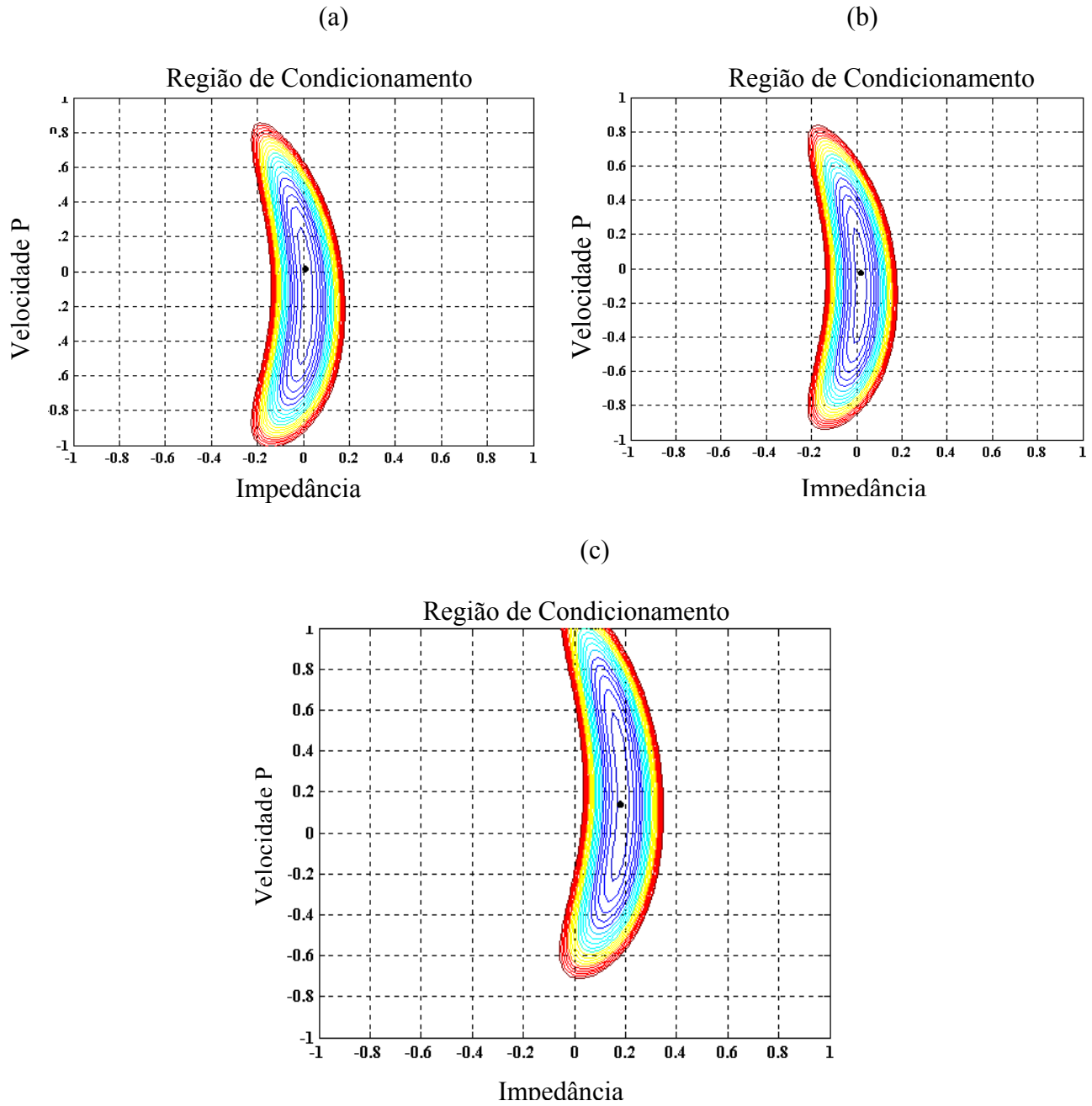


Figura 4.1: Curvas de contornos obtidas a partir da função objetivo ϕ_{pp} , combinando os parâmetros $\overline{\delta\alpha}$ e $\overline{\delta Z}$ dos modelos A, B e C, respectivamente.

CURVAS DE NÍVEIS ϕ_{pp} (Fixando $\overline{\delta\alpha}$)

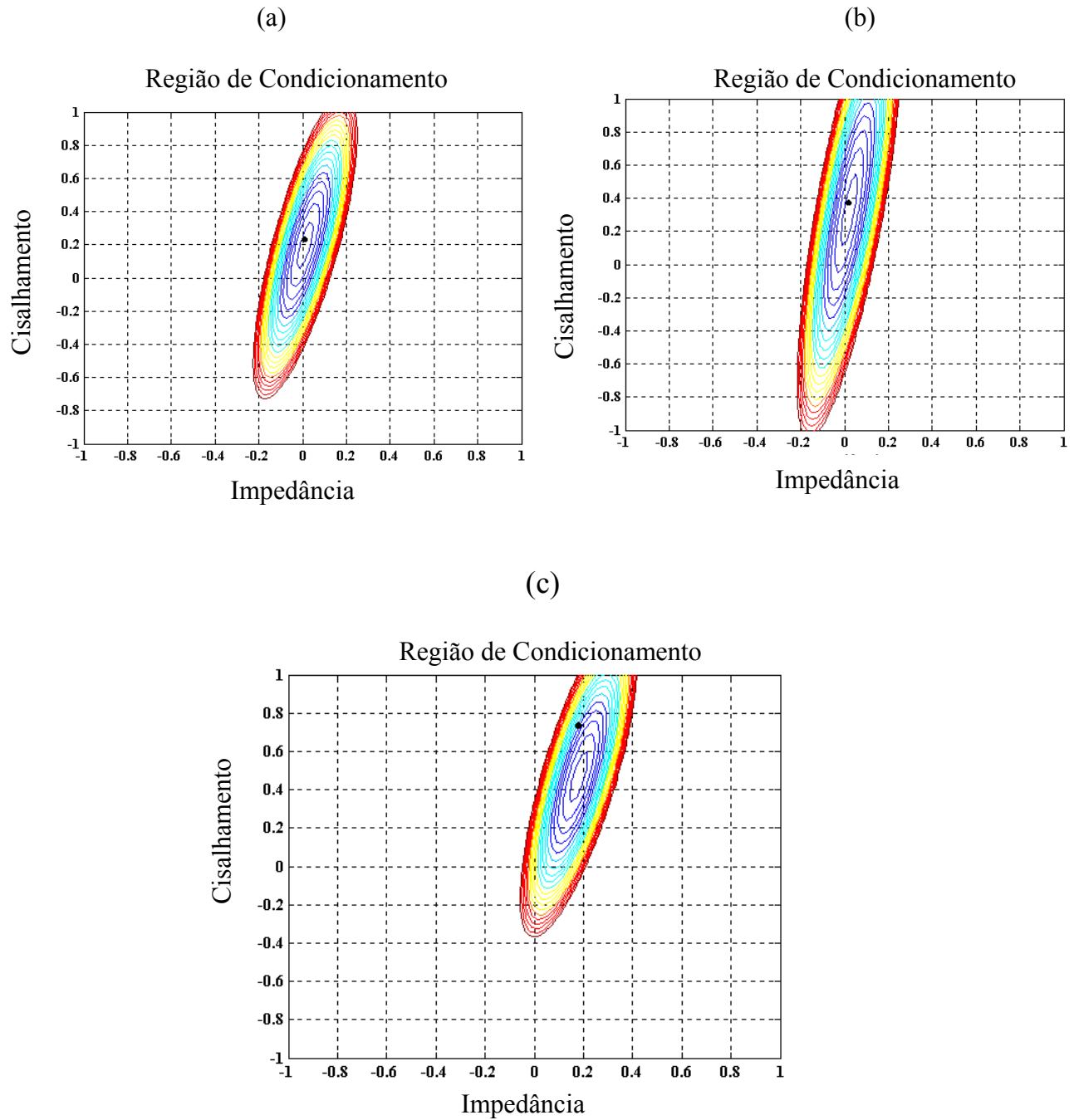


Figura 4.2: Curvas de contornos obtidas a partir da função objetivo ϕ_{pp} , combinando os parâmetros $\overline{\delta\mu}$ e $\overline{\delta Z}$ dos modelos A, B e C, respectivamente.

CURVAS DE NÍVEIS ϕ_{pp} (Fixando $\overline{\delta Z}$)

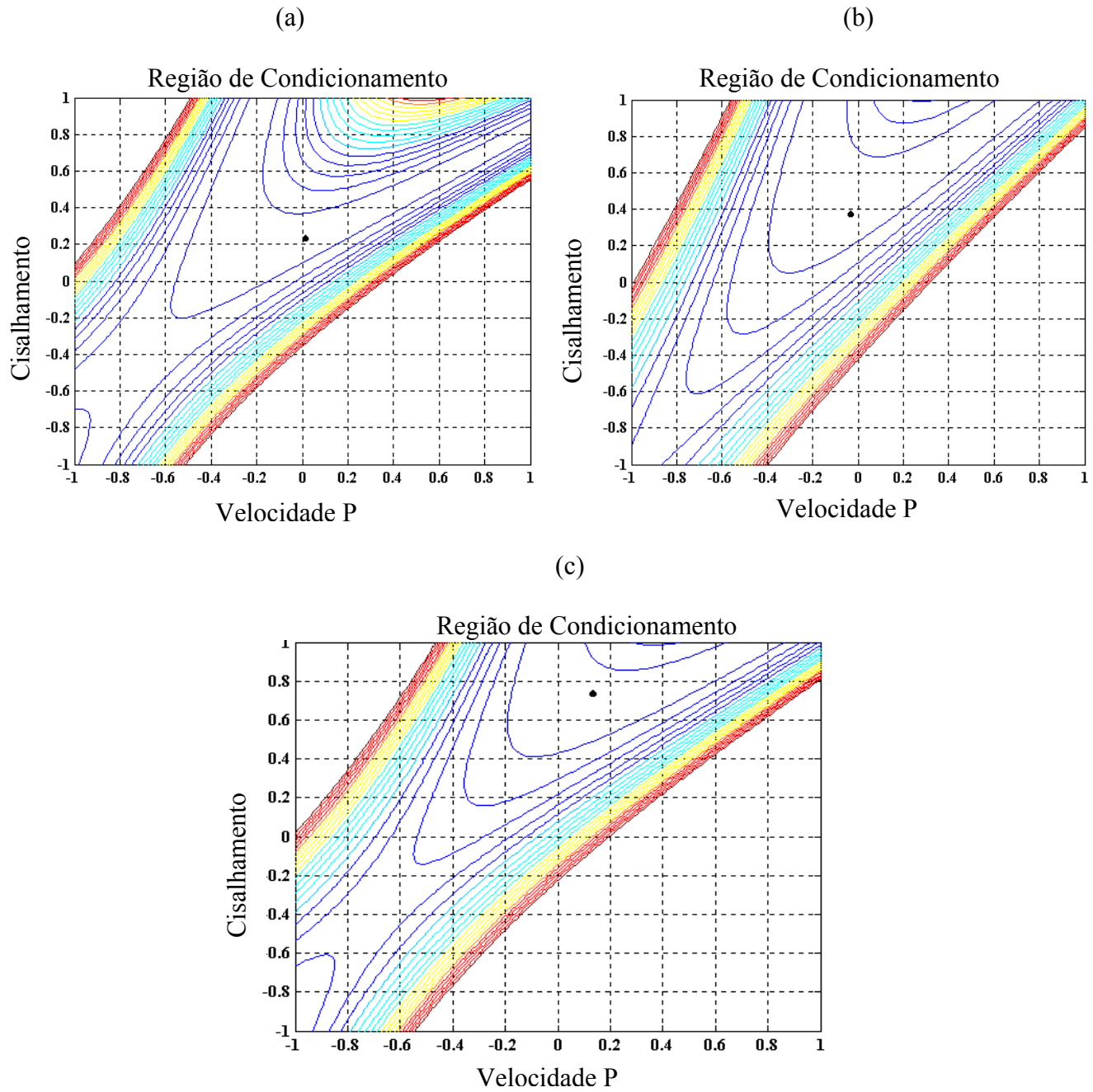


Figura 4.3: Curvas de contornos obtidas a partir da função objetivo ϕ_{pp} , combinando os parâmetros $\overline{\delta\mu}$ e $\overline{\delta\alpha}$ dos modelos A, B e C, respectivamente.

CURVAS DE NÍVEIS ϕ_{sp} (Fixando $\overline{\delta \mu}$)

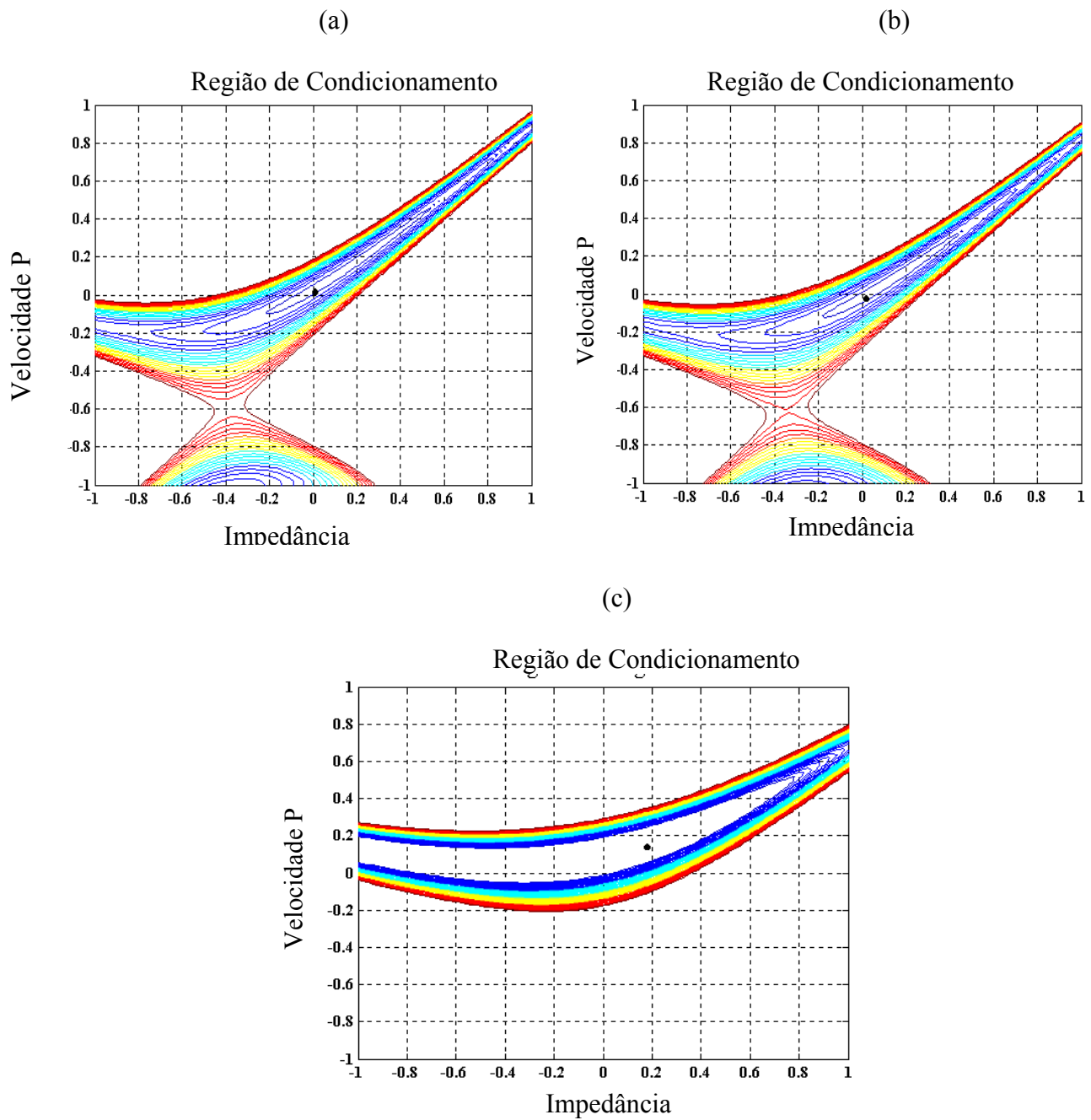


Figura 4.4 Curvas de contornos obtidas a partir da função objetivo ϕ_{sp} , combinando os parâmetros $\overline{\delta \alpha}$ e $\overline{\delta Z}$ dos modelos A, B e C, respectivamente.

CURVAS DE NÍVEIS ϕ_{sp} (Fixando $\overline{\delta\alpha}$)

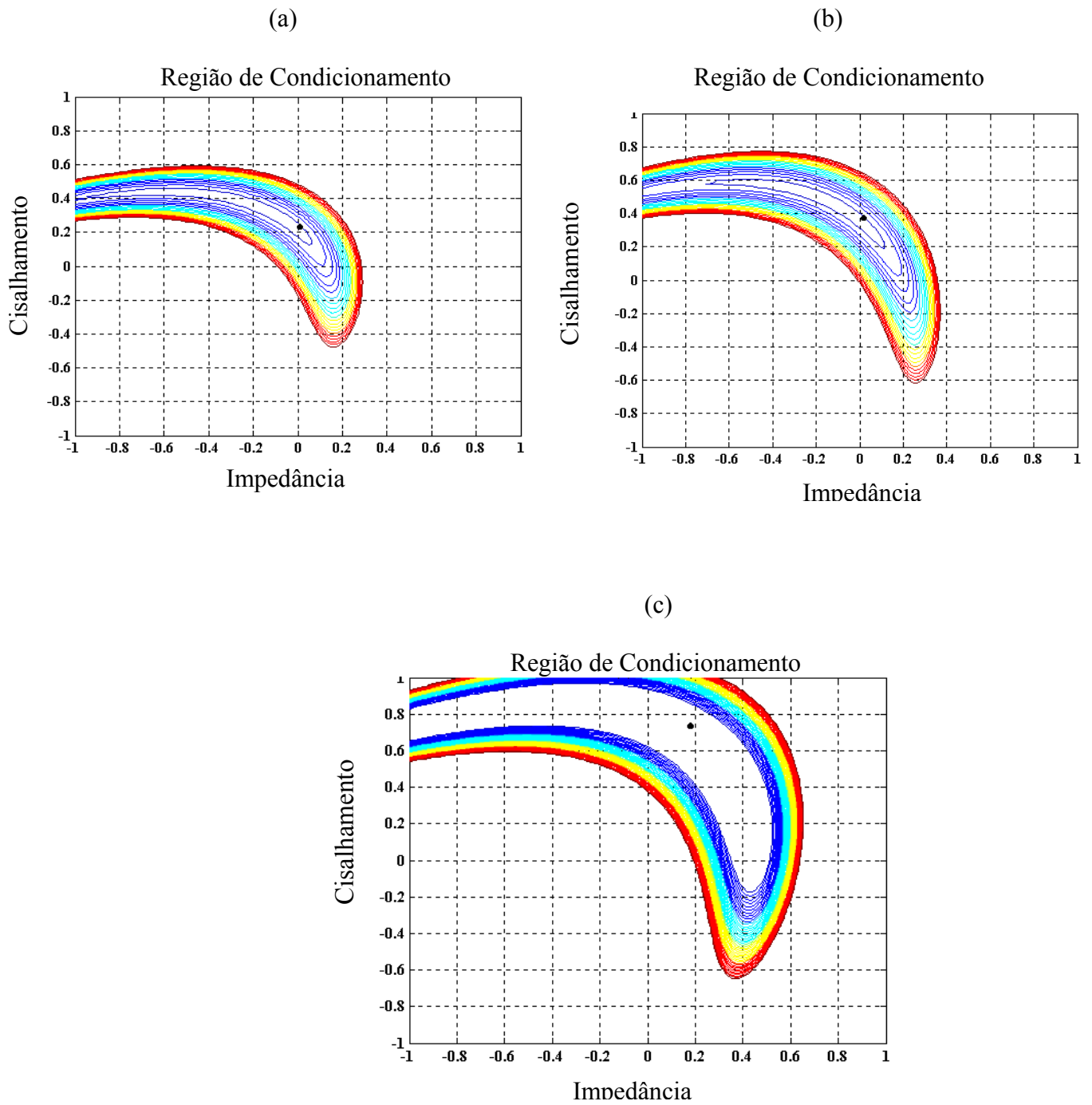
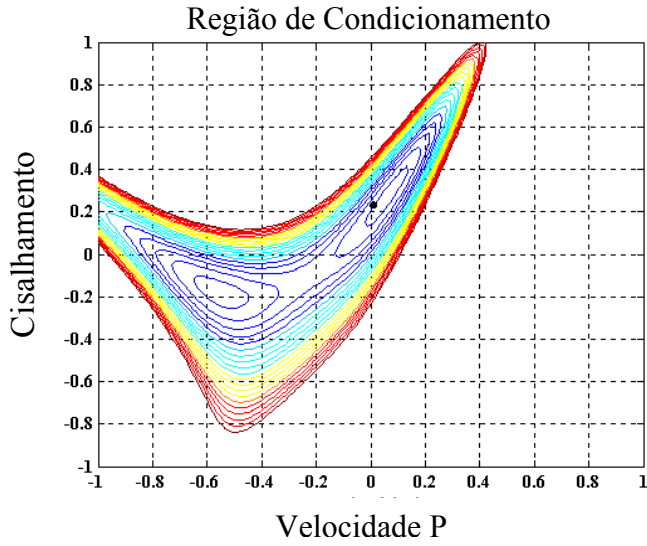


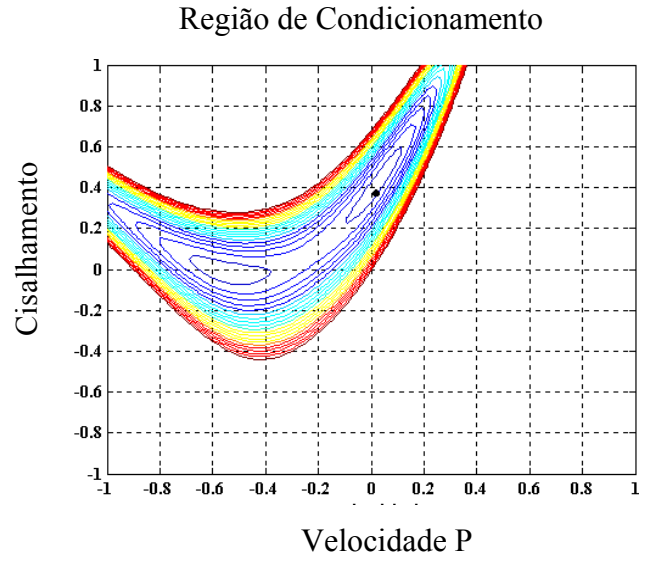
Figura 4.5 Curvas de contornos obtidas a partir da função objetivo ϕ_{sp} , combinando os parâmetros $\overline{\delta\mu}$ e $\overline{\delta Z}$ dos modelos A, B e C, respectivamente.

CURVAS DE NÍVEIS ϕ_{sp} (Fixando $\overline{\delta Z}$)

(a)



(b)



(c)

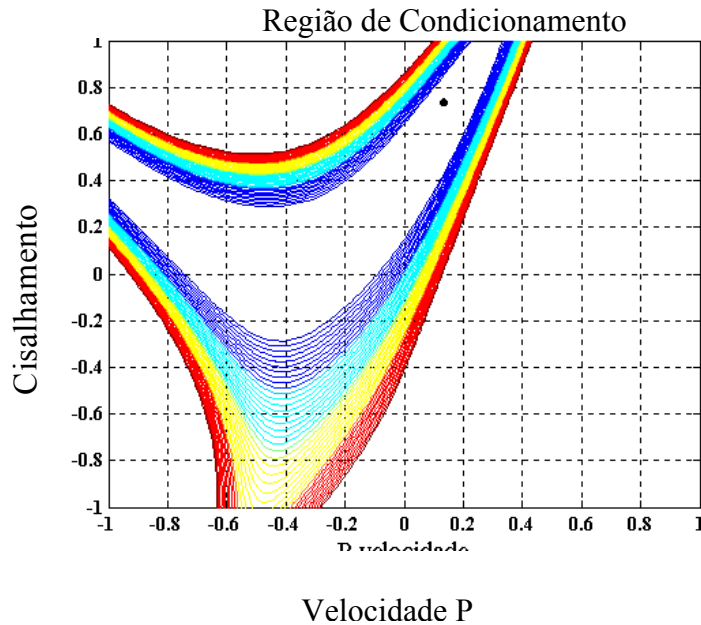
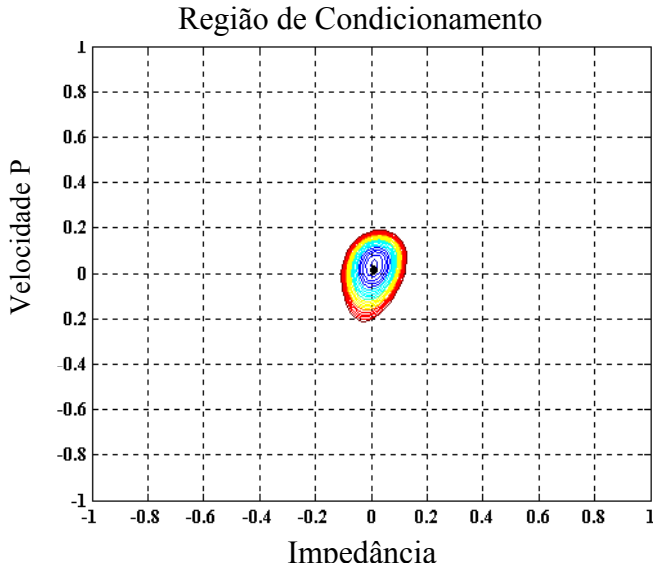


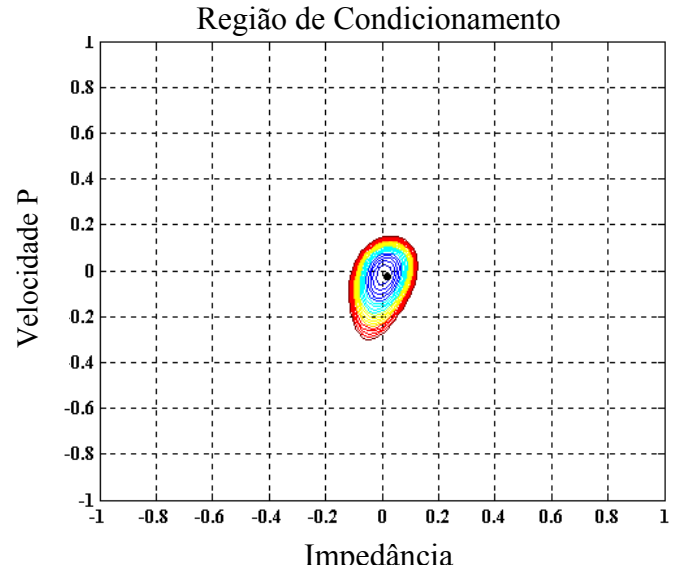
Figura 4.6: Curvas de contornos obtidas a partir da função objetivo ϕ_{sp} , combinando os parâmetros, $\overline{\delta\mu}$ e $\overline{\delta\alpha}$ dos modelos A, B e C respectivamente.

CURVAS DE NÍVEIS $\tilde{\phi}$ (Fixando $\overline{\delta \mu}$)

(a)



(b)



(c)

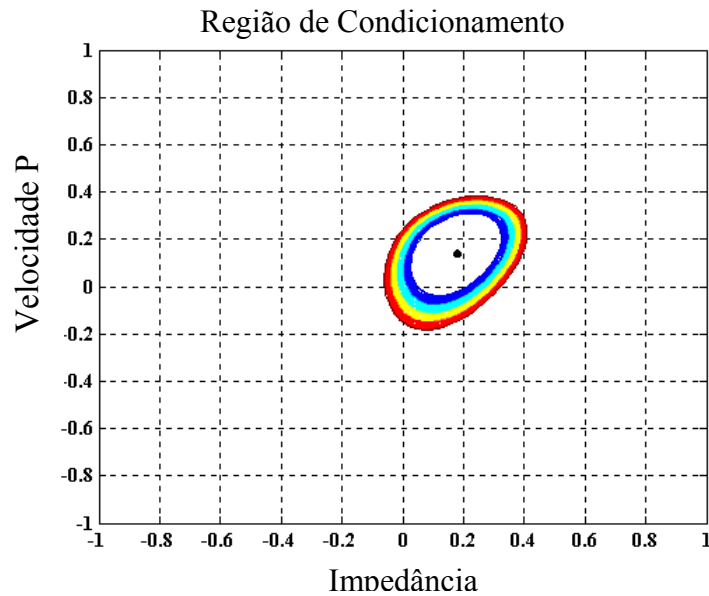
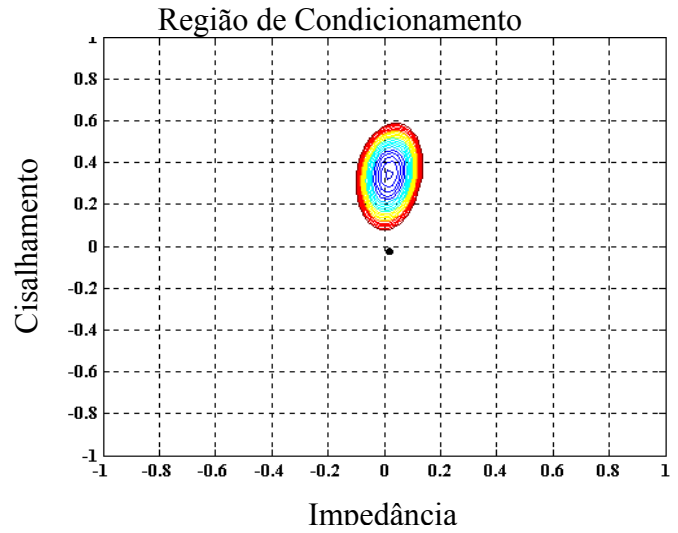
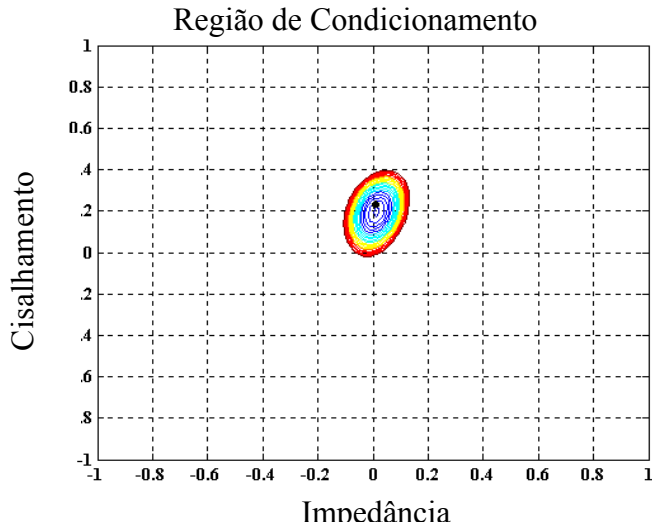


Figura 4.7 Curvas de contornos obtidas a partir da função objetivo $\tilde{\phi}$, combinando os parâmetros $\overline{\delta \alpha}$ e $\overline{\delta Z}$ dos modelos A, B e C, respectivamente.

CURVAS DE NÍVEIS $\tilde{\phi}$ (Fixando $\overline{\delta\alpha}$)

(a)

(b)



(c)

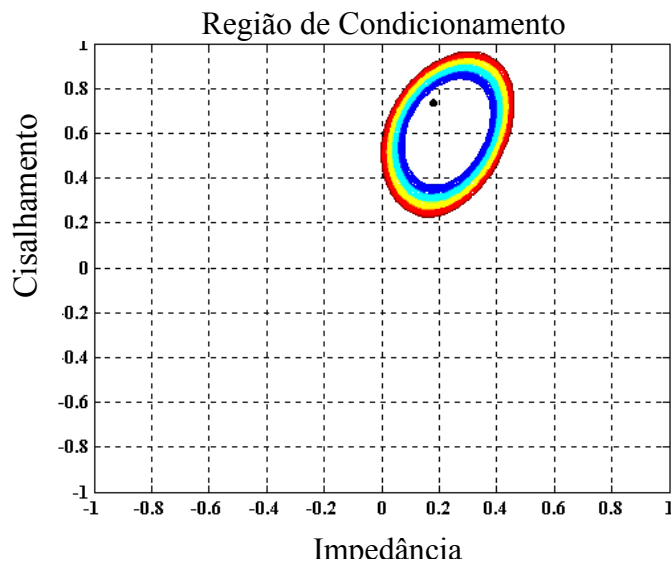


Figura 4.8: Curvas de contornos obtidas a partir da função objetivo $\tilde{\phi}$, combinando os parâmetros $\overline{\delta\mu}$ e $\overline{\delta Z}$ dos modelos A, B e C, respectivamente.

CURVAS DE NÍVEIS $\tilde{\phi}$ (Fixando $\overline{\delta Z}$)

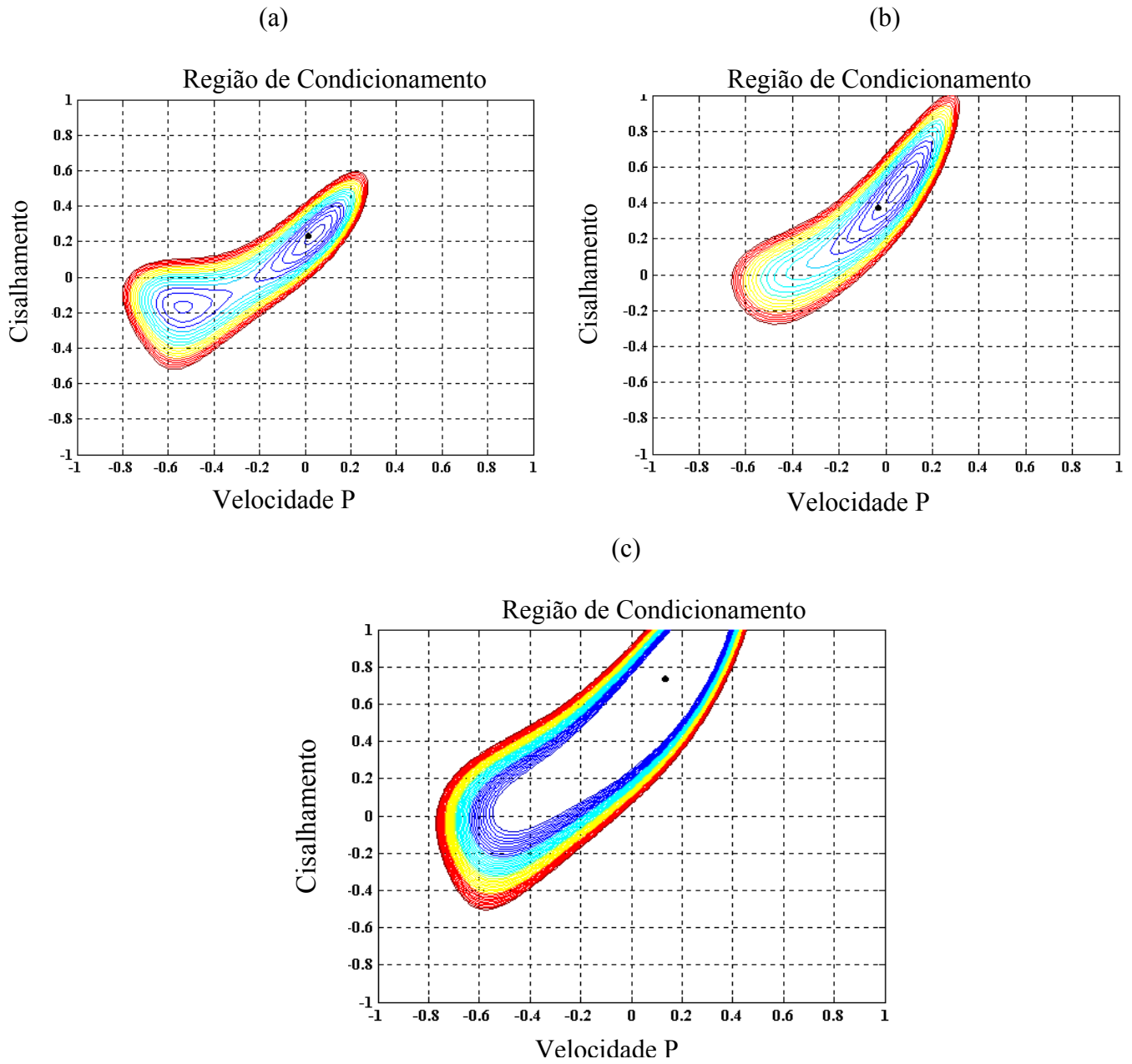


Figura 4.9: Curvas de contornos obtidas a partir da função objetivo $\tilde{\phi}$, combinando os parâmetros $\overline{\delta\mu}$ e $\overline{\delta Z}$ dos modelos A, B e C, respectivamente.

4.3 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

As Figuras 4.1 a 4.3 descrevem as curvas de contornos dos modelos A, B e C para os eventos refletidos Rpp, respectivamente. As Figuras 4.1 (a), (b) e (c) mostram que, para $\overline{\delta\mu}$ fixo, os parâmetros $\overline{\delta Z}$ e $\overline{\delta\alpha}$ podem ser muito bem resolvidos no procedimento de inversão, independentemente do modelo utilizado. No caso do parâmetro $\overline{\delta\alpha}$ fixo, as Figuras 4.2 (a) e (b) mostram que os parâmetros $\overline{\delta Z}$ e $\overline{\delta\mu}$ podem ser muito bem resolvidos para os modelos A e B, o que já não acontece com o modelo C, conforme a Figura 4.2 (c). No caso do parâmetro $\overline{\delta Z}$ fixo, observa-se que os parâmetros $\overline{\delta\alpha}$ e $\overline{\delta\mu}$ são definitivamente mal resolvidos, conforme as Figuras 4.3 (a), (b) e (c).

As Figuras 4.4 a 4.6 descrevem as curvas de contorno dos modelos A, B e C para os eventos convertidos Rsp, respectivamente. Considerando-se $\overline{\delta\mu}$ fixo, as Figuras 4.4 (a) e (b) mostram, ainda, boa resolubilidade dos parâmetros $\overline{\delta Z}$ e $\overline{\delta\alpha}$, no caso dos modelos A e B, fato que não ocorre no modelo C, conforme a Figura 4.4 (c). Considerando-se agora $\overline{\delta\alpha}$ fixo, observa-se um comportamento análogo ao caso anterior, com relação à resolubilidade dos parâmetros $\overline{\delta Z}$ e $\overline{\delta\mu}$, conforme mostra as Figuras 4.5 (a), (b) e (c). No caso em que $\overline{\delta Z}$ é fixo, observa-se que os parâmetros $\overline{\delta\alpha}$ e $\overline{\delta\mu}$ comportam-se de forma razoavelmente estável, mas apresentando alguma ambigüidade, no caso dos modelos A e B, segundo as Figuras 3.6 (a) e (b). No caso do modelo C, os parâmetros em questão mostram-se completamente instáveis.

Finalmente, as Figuras 4.7 a 4.9 descrevem as curvas de contorno dos modelos A, B e C para os eventos combinados Rpp e Rsp. Observa-se, a partir das figuras, que os modelos A e B determinam comportamentos significativamente estáveis em todas as circunstâncias, fato que não acontece nos caso do modelo C. Isto sugere que a combinação das informações dos dados de eventos Rpp e Rsp permite uma inversão quadrática extremamente estável, considerando-se meios com contrastes que vão de baixo a moderado. Apesar desta conclusão, este trabalho irá considerar apenas os casos de eventos Rpp e Rsp não combinados, visando mostrar que mesmo nestas circunstâncias os resultados se apresentam bem melhores que no caso linear combinado.

As curvas de níveis apresentadas neste capítulo permitem uma boa idéia do comportamento dos contrastes dos parâmetros físicos dos meios com relação às suas estabilidade e condicionamento. Considerando-se os coeficientes de reflexão R_{pp} e de conversão R_{sp} não combinados, nota-se que os parâmetros $\overline{\delta Z}$ e $\overline{\delta \alpha}$ apresentam-se extremamente estáveis, fixado o parâmetro $\overline{\delta \mu}$, principalmente para modelos com baixo e moderado contrastes. A opção de inversão, neste trabalho, considerando-se tais circunstâncias foi determinada exatamente por este comportamento. No caso da associação desses coeficientes, as regiões de condicionamento obtidas mostram uma maior robustez na estabilidade dos parâmetros $\overline{\delta Z}$ e $\overline{\delta \alpha}$, sugerindo a possibilidade de se obter excelentes estimativas destes parâmetros, usando-se esta versão no processo de inversão.

5- INVERSÃO QUADRÁTICA DE DADOS DE AVO USANDO O ALGORITMO DE LEVENBERG-MARQUARDT

As estimativas dos contrastes médios das velocidades e da densidade de ondas sísmicas p e s registradas em superfície têm consumido grande parte do interesse das investigações sísmológicas (Demirbarg & Çoruh, 1988). Particularmente, a inversão desses contrastes a partir de dados de AVO é um procedimento indispensável para estimar esses parâmetros, tanto pela sua grande potencialidade como discriminador litológico quanto como diagnóstico do conteúdo de saturação de fluido da formação (Regueiro & Pena, 1996; Castagna, 2001).

Nesta seção é apresentado o algoritmo de Levenberg-Marquardt, utilizado para estimar os contrastes médios relativos dos modelos A, B e C descritos e estudados na seção anterior. Os dados sintéticos obtidos a partir das equações de Knott-Zöeppritz são analisados sem e com contaminação de ruído de no máximo 5%.

5.1- FORMULAÇÃO NUMÉRICA DO ALGORITMO DE LEVENBERG-MARQUARDT

O problema de inversão quadrática dos parâmetros consiste na minimização dos funcionais ϕ_{pp} e ϕ_{sp} definidos em (4.1) e (4.2), respectivamente, e considerando-se apenas o casos dissociados.

Retomando as expressões dos funcionais, temos:

$$\phi_{pp}(\delta p) = \sum_{j=1}^{N_{obs}} \left(R_{pp}^{obs}(\theta_k) - m(\theta_k)^t \delta p - \delta p^t M(\theta_k) \delta p \right)^2 \quad (5.1)$$

$$\phi_{sp}(\delta p) = \sum_{j=1}^{N_{obs}} \left(R_{sp}^{obs}(\theta_k) - q(\theta_k)^t \delta p - \delta p^t Q(\theta_k) \delta p \right)^2 \quad (5.2)$$

O cálculo de δp^* que minimiza os funcionais ϕ_{pp} e ϕ_{sp} é equivalente a resolver as equações $\nabla \phi_{pp}(\delta p^*) = 0$ e $\nabla \phi_{sp}(\delta p^*) = 0$. Entretanto, a obtenção destas raízes não pode, em

geral, ser obtida analiticamente, exigindo, portanto, as aplicações de técnicas numéricas para obtê-las. Dentre estas técnicas, o método de Newton surge como um dos mais promissores e eficientes, desde que os funcionais satisfaçam as condições necessárias para a aplicação do método. A idéia do método de Newton pode ser entendida a partir do seguinte algoritmo:

i) Escolhe-se δp_0 inicial

ii) Resolve-se o sistema $\nabla^2 \phi_\xi(\delta p_k) \Delta p_k = -\nabla \phi_\xi(\delta p_k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$

iii) Atualiza-se o valor de δp_k calculando $\delta p_{k+1} = \delta p_k + \Delta p_k$.

iv) O processo é interrompido quando $\|\nabla \phi_\xi(\delta p_{k+1})\| < \varepsilon$.

No algoritmo acima, $\xi = pp$ ou sp e ε corresponde a uma tolerância previamente definida.

O método de Newton normalmente deveria convergir para a solução final δp^* , desde que houvesse uma escolha adequada da estimativa inicial δp_0 . Entretanto o algoritmo pode falhar nas seguintes possíveis circunstâncias:

i) A convergência para uma solução não é garantida, por conta do caráter local do método.

ii) A matriz hessiana $\nabla^2 \phi_\xi(\delta p_k)$, em geral, pode apresentar problemas de mal condicionamento, podendo conduzir a singularidades ou a resultados divergentes.

iii) Como somente uma solução é encontrada, mantida a condição inicial, nenhuma informação pode ser obtida das eventuais soluções não detectadas, e também não há informação se a solução obtida corresponde ao mínimo global ou não.

Devido às limitações desse algoritmo optou-se para o uso do algoritmo de Levenberg-Marquardt.

5.2 – ALGORITMO DE LEVENBERG-MARQUARDT

Como referido acima, uma das principais limitações do método de Newton envolve o comportamento da matriz hessiana $\nabla^2\phi_{\xi}(\delta p_k)$, principalmente com relação ao item iii). Diante disto, torna-se essencial se adotar uma estratégia alternativa quando ocorrer um mal-condicionamento extremo. Neste caso, o algoritmo de Levenberg-Marquardt surge como um algoritmo bastante robusto e muito usual em caso de ajustes não lineares. Esse algoritmo se encarrega de modificar e inverter a matriz hessiana de forma a evitar o mal-condicionamento; essa modificação é feita a partir da alteração apenas das componentes a_{ii} da diagonal principal de $\nabla^2\phi_{\xi}(\delta p_k)$, resultando em componentes modificadas $a'_{ii} = a_{ii} + \mu$. Algumas implementações realizam esta modificação na forma $a'_{ii} = a_{ii}(I + \mu)$, porém com efeitos similares.

A escolha do parâmetro μ deve ser bastante criteriosa, caso contrário o algoritmo não terá uma convergência garantida. As possíveis condições na escolha de μ são:

- i) Se μ for muito grande, a matriz hessiana modificada torna-se dominante em relação a matriz hessiana original. Assim sendo o procedimento de minimização segue uma trajetória em zig-zag, caso o ponto inicial esteja localizado próximo ao mínimo. As iterações tornam-se muito lentas, em virtude do elevado número de passos requeridos. Caso contrário, se o ponto inicial escolhido estiver distante do mínimo as iterações serão bem mais rápidas, com um número menor de passos. Isto, porém, irá depender da escolha apropriada de μ para obter melhores resultados.
- ii) Se μ for muito pequeno, as direções de busca são similares às do método de Newton.

O parâmetro μ deve ser escolhido de forma a evitar essas duas situações citadas acima, e esse valor precisa ser relacionado com a magnitude (módulo) da matriz hessiana, uma medida provida pelo traço dessa matriz que é dada:

$$\text{tr}\left(\nabla^2\phi_{\xi}(\delta p_k)\right) = \sum \lambda_i = \sum \left(\nabla^2\phi_{\xi}(\delta p_k)\right)_{ii} . \quad (5.3)$$

sendo cada λ_i o auto-valor de $\left(\nabla^2\phi_{\xi}(\delta p_k)\right)_{ii}$. Em geral, μ apresenta valores da ordem de 10^{-4} .

O valor do parâmetro μ pode ser alterado a cada iteração, de forma a obter uma redução do valor da função objetivo $\phi_{\xi}(\delta p_k)$, ou seja: em cada iteração k ; $\phi_{\xi}(\delta p_k)$ é avaliado.

- i) Caso $\phi_{\xi}(\delta p_k) < \phi_{\xi}(\delta p_{k-1})$, o valor de μ_k é reduzido, e passa-se para a próxima iteração.
- ii) Caso $\phi_{\xi}(\delta p_k) > \phi_{\xi}(\delta p_{k-1})$ o valor de μ_k é aumentado, e $\phi_{\xi}(\delta p_k)$ é novamente avaliado.

O processo é repetido até que a condição $\phi_{\xi}(\delta p_k) < \phi_{\xi}(\delta p_{k-1})$ seja então satisfeita.

As figuras apresentadas a seguir são obtidas a partir da fixação do parâmetro do módulo de cisalhamento ($\overline{\delta\mu}$), variando-se os outros dois. Estas figuras são baseadas nos modelos A, B e C descritas na seção 4, representado como modelos de baixo, moderado e alto contrastes, sem e com contaminação de 5% de ruído.

MODELO A - Rpp

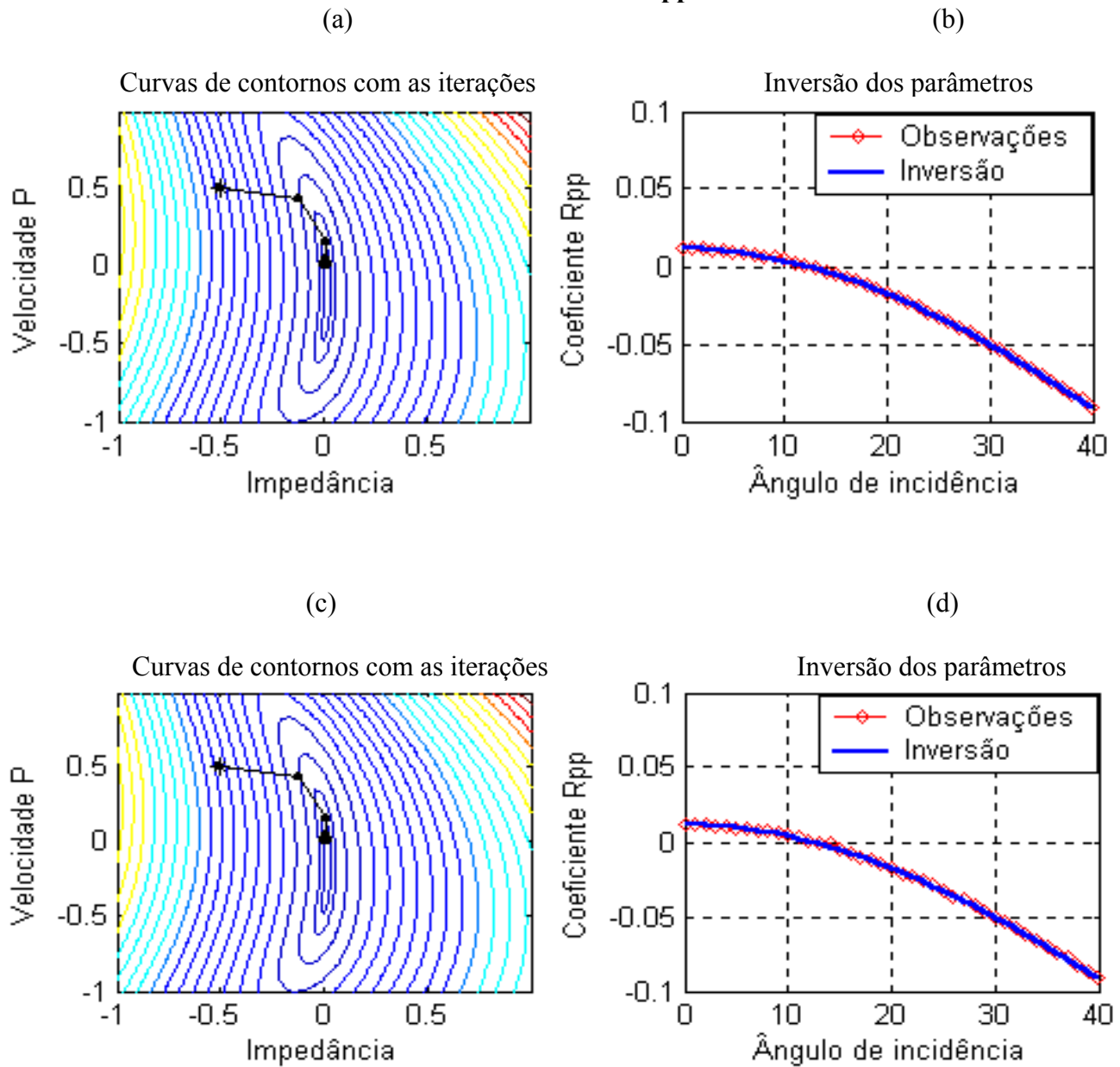


Figura 5.1: (a) e (c): curvas de contornos do modelo A mostrando seus respectivos pontos de iterações; (b) e (d): coeficientes de reflexões quadráticos obtidos a partir dos dados originais e recuperados, representados pelas linhas vermelha e azul, sem e com contaminação de 5% de ruído.

MODELO B - Rpp

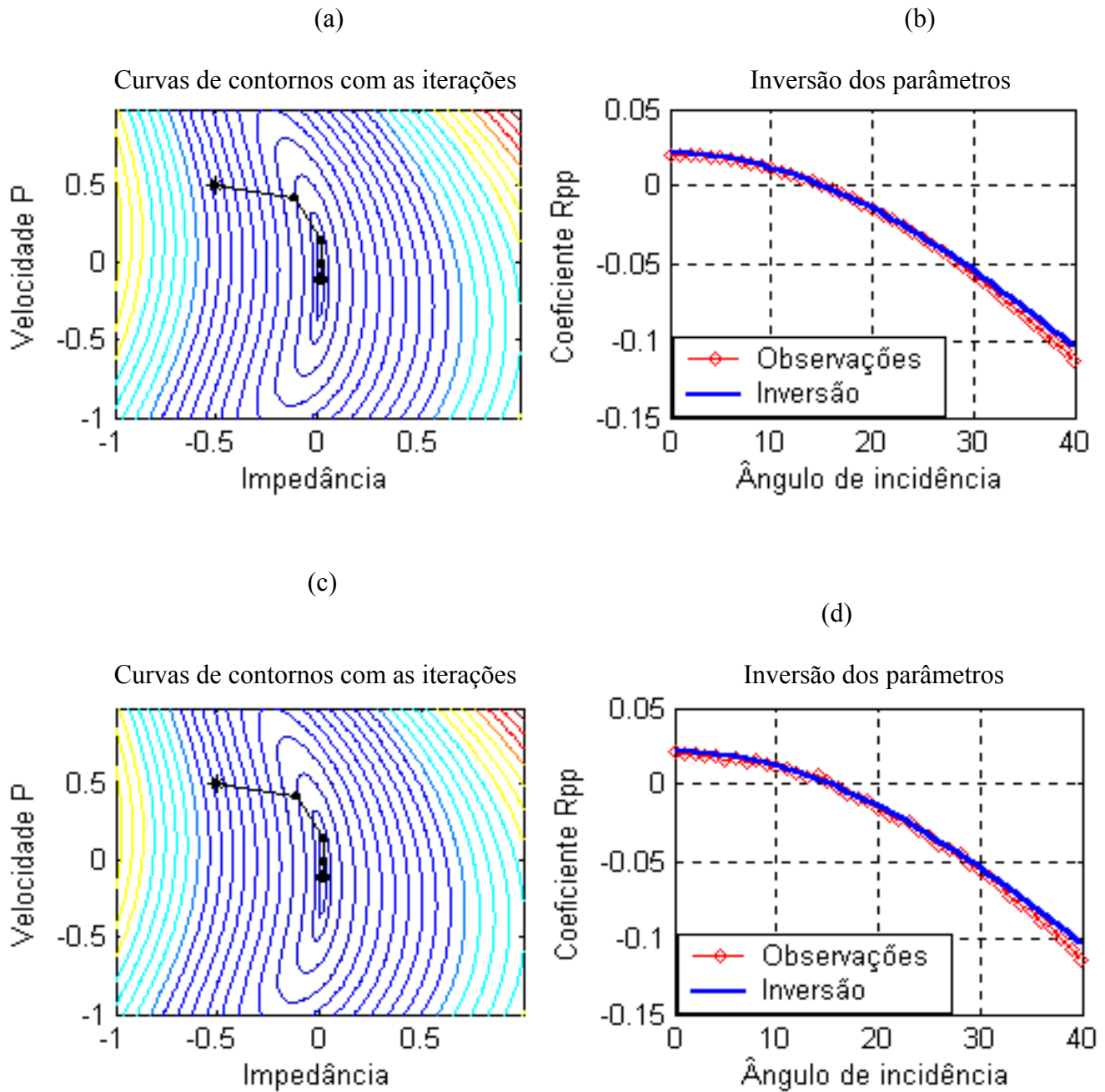


Figura 5.2: (a) e (c): curvas de contornos do modelo B mostrando seus respectivos pontos de iterações; (b) e (d): coeficientes de reflexões quadráticos obtidos a partir dos dados originais e recuperados, representados pelas linhas vermelha e azul, sem e com contaminação de 5% de ruído.

MODELO C - Rpp

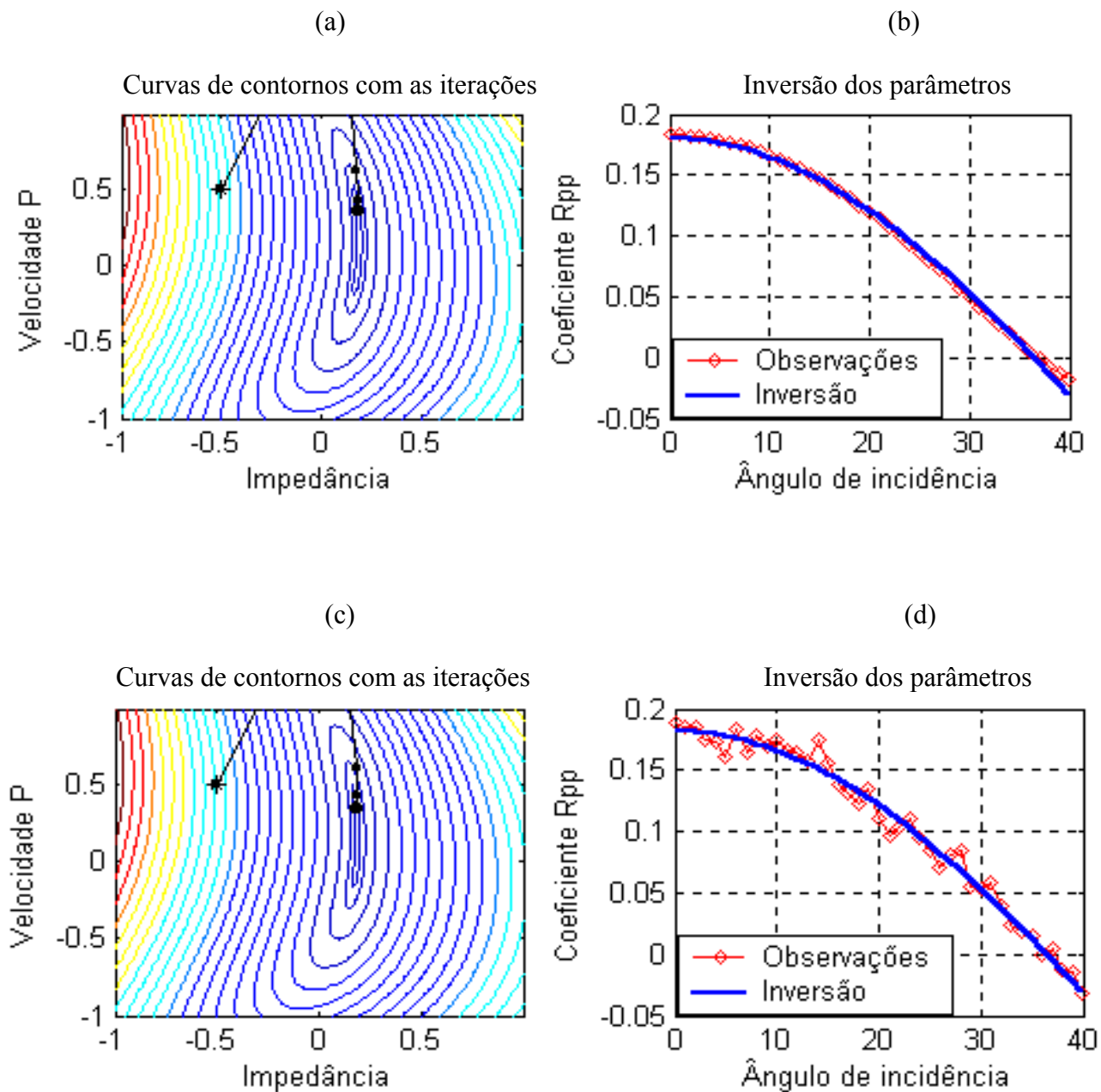


Figure 5.3: (a) e (c): curvas de contornos do modelo C mostrando seus respectivos pontos de iterações; (b) e (d): coeficientes de reflexões quadráticos obtidos a partir dos dados originais e recuperados, representados pelas linhas vermelha e azul, sem e com contaminação de 5% de ruído.

MODELO A - Rsp

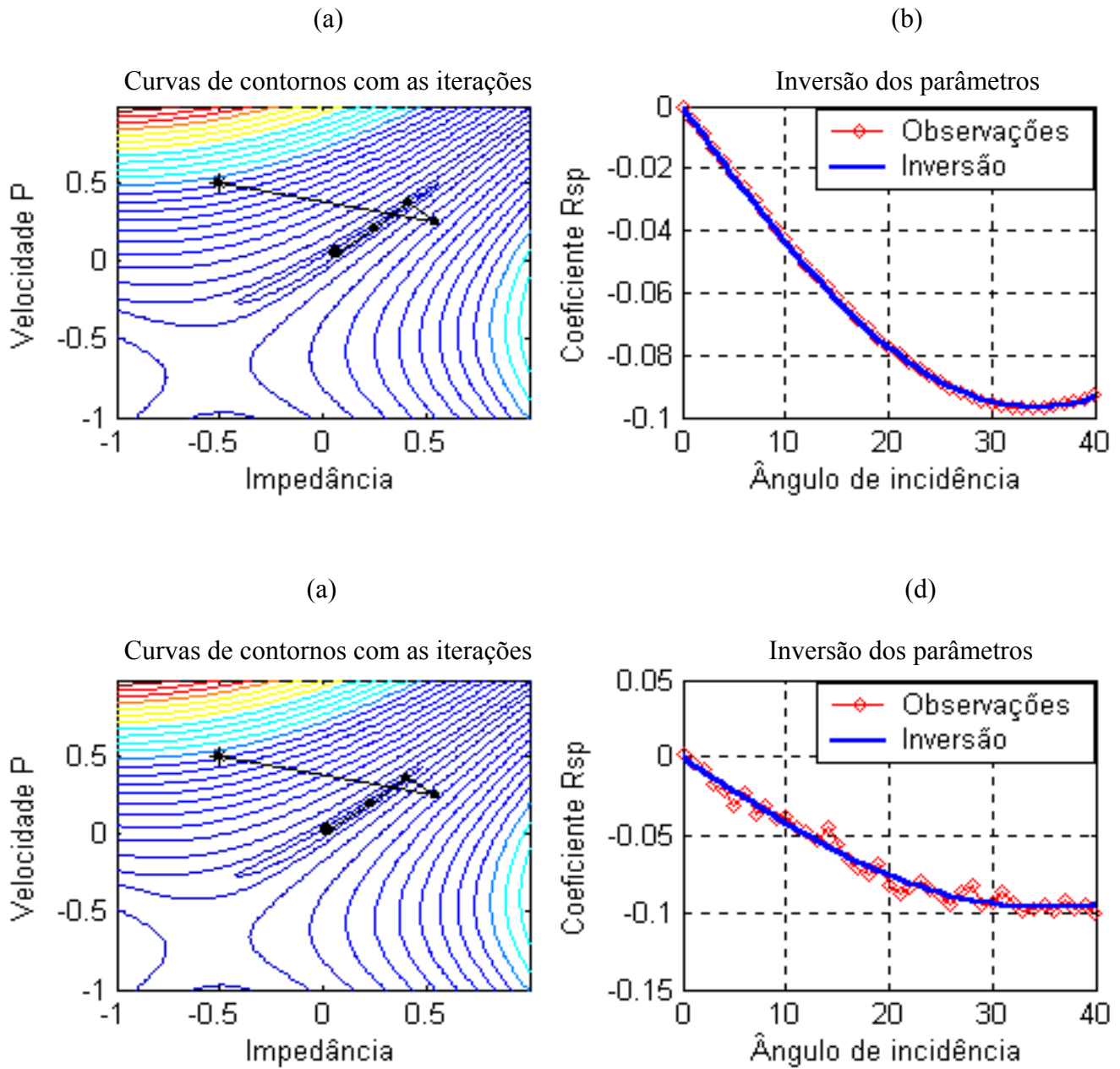


Figure 5 4: (a) e (c): curvas de contornos do modelo A mostrando seus respectivos pontos de iterações; (b) e (d): coeficientes de conversões quadráticos obtidos a partir dos dados originais e recuperados, representados pelas linhas vermelha e azul, sem e com contaminação de 5% de ruído.

MODELO B - Rsp

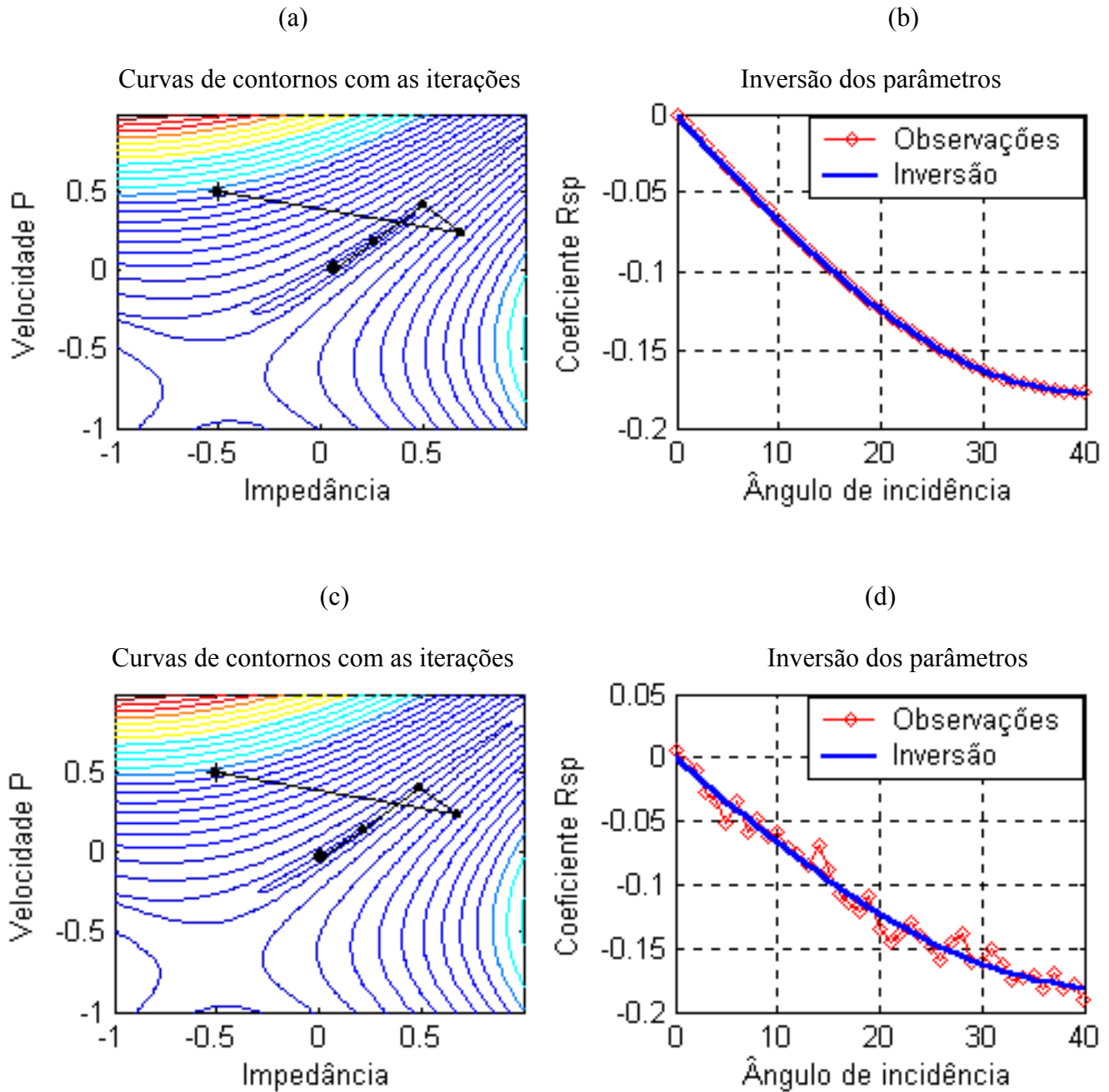


Figura 5.5: (a) e (c): curvas de contornos do modelo B mostrando seus respectivos pontos de iterações; (b) e (d): coeficientes de conversões quadráticos obtidos a partir dos dados originais e recuperados, representados pelas linhas vermelha e azul, sem e com contaminação de 5% de ruído.

MODELO C - Rsp

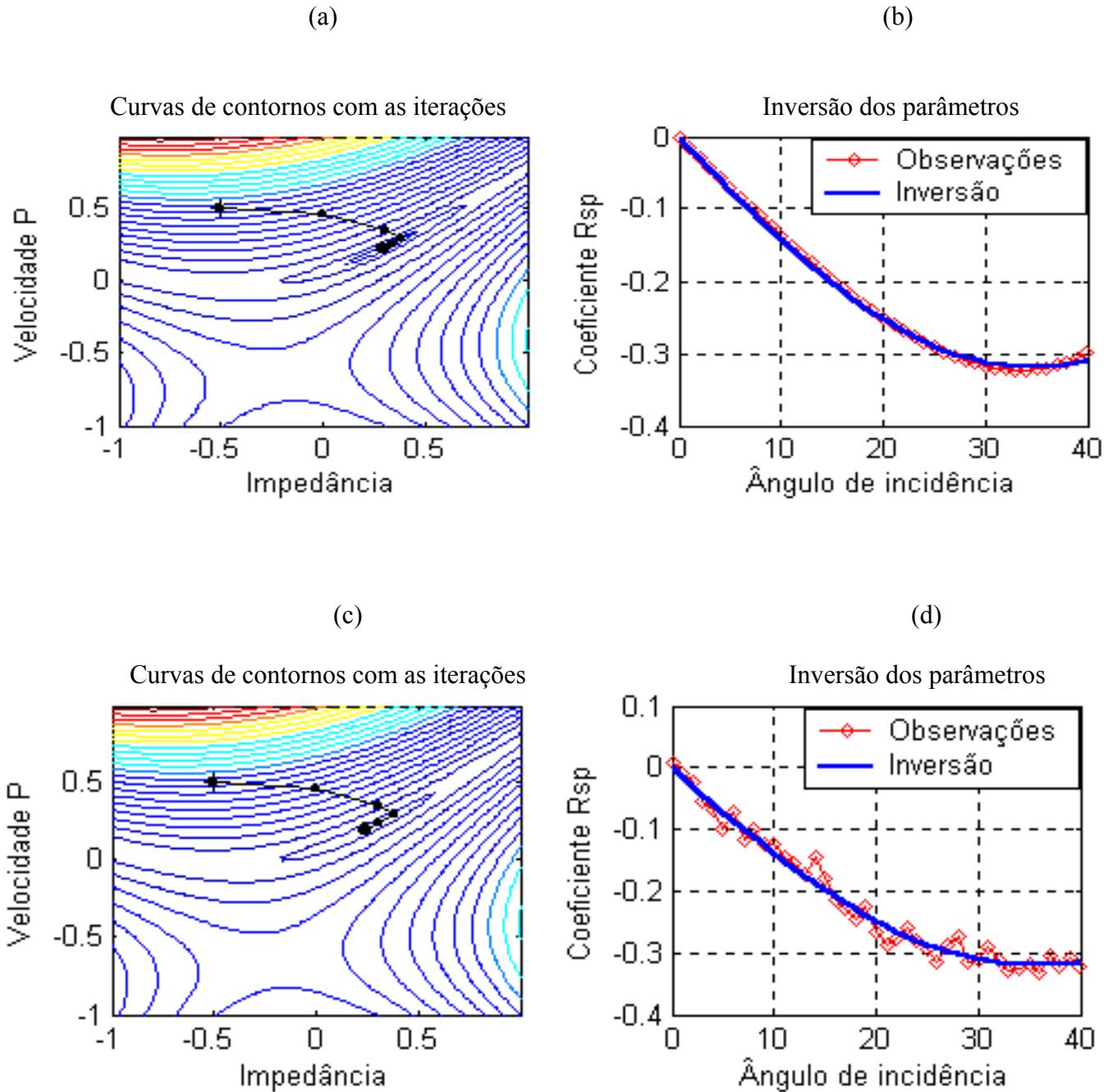


Figura 5.6: (a) e (c): curvas de contornos do modelo C mostrando seus respectivos pontos de iterações; (b) e (d): coeficientes de conversões quadráticos obtidos a partir dos dados originais e recuperados, representados pelas linhas vermelha e azul, sem e com contaminação de 5% de ruído.

5.2 – ANÁLISE DOS RESULTADOS

a) Amplitudes refletidas Rpp

No caso do modelo A, as Figuras 5.1 (a) e (b) ilustram as curvas de contorno, as iterações da inversão e os gráficos comparativos das amplitudes Rpp sem ruído, enquanto as Figuras 5.1 (c) e (d) ilustram os mesmos atributos considerando-se a presença de 5% de ruído. Observa-se que, em ambos os casos, os parâmetros $\delta \bar{Z}$ e $\delta \bar{\alpha}$ são muito bem recuperados, dentro do intervalo angular $[0^\circ 40^\circ]$.

Quanto ao modelo B, as Figuras 5.2 (a) e (b) ilustram as curvas de contorno, as iterações da inversão e os gráficos comparativos das amplitudes Rpp sem ruído, enquanto as Figuras 5.2 (c) e (d) ilustram os mesmos atributos considerando-se a presença de 5% de ruído. Observa-se, em ambos os casos, uma boa recuperação, mas sem a performance apresentado no caso do modelo A.

Finalmente, considerando-se o modelo C, as Figuras 5.3 (a) e (b) ilustram as curvas de contorno, as iterações da inversão e os gráficos comparativos das amplitudes Rpp sem ruído, enquanto as Figuras 5.3 (c) e (d) ilustram os mesmos atributos considerando-se a presença de 5% de ruído. Os parâmetros estimados ficam um pouco distantes dos parâmetros exatos, entretanto, as amplitudes são muito bem recuperadas, refletindo a alto grau de ambigüidade já previstos na seção anterior.

b) Amplitudes convertidas Rsp

No caso do modelo A, as Figuras 5.4 (a) e (b) ilustram as curvas de contorno, as iterações da inversão e os gráficos comparativos das amplitudes Rsp sem ruído, enquanto as Figuras 5.4 (c) e (d) ilustram os mesmos atributos considerando-se a presença de 5% de ruído.

Observa-se que, no caso da amplitude sem ruído, que os parâmetros $\delta \bar{Z}$ e $\delta \bar{\alpha}$ são muito bem recuperados, dentro do intervalo angular $[0^\circ 40^\circ]$, enquanto que no caso da amplitude com ruído não apresenta uma boa recuperação.

Quanto ao modelo B, as Figuras 5.5 (a) e (b) ilustram as curvas de contorno, as iterações da inversão e os gráficos comparativos das amplitudes Rpp sem ruído, enquanto as Figuras 5.5 (c) e (d) ilustram os mesmos atributos considerando-se a presença de 5% de ruído. Observa-se, no caso da amplitude sem ruído, uma boa recuperação, enquanto que a amplitude contaminada com 5% de ruído sofre uma pequena dispersão na amplitude invertida.

Finalmente, considerando-se o modelo C, as Figuras 5.6 (a) e (b) ilustram as curvas de contorno, as iterações da inversão e os gráficos comparativos das amplitudes Rpp sem ruído, enquanto as Figuras 5.6 (c) e (d) ilustram os mesmos atributos considerando-se a presença de 5% de ruído. Os parâmetros estimados ficam um pouco distantes dos parâmetros exatos, entretanto, as amplitudes são bem recuperadas, refletindo, como no caso Rpp, a alto grau de ambigüidade já previsto na seção anterior. Os parâmetros estimados são apresentados e comparados com os seus valores exatos nas Tabelas 5.1 a 5.6.

Dos resultados apresentados, observa-se que o parâmetro $\overline{\delta Z}$ apresenta excelente resolubilidade para os dados de Rpp em todos os modelos estudados. Entretanto, a sua estimativa não apresenta bom desempenho considerando-se dados de Rsp. Quanto ao parâmetro $\overline{\delta \alpha}$, a sua estimativa apresenta um bom desempenho para os dados de Rpp, no caso particular do modelo A. Com relação aos modelos B e C a recuperação desse parâmetro apresenta razoável desvio do valor observado.

Conclui-se, então, que a aplicação do Algoritmo de Levenberg-Marquardt na inversão quadrática dos parâmetros $\overline{\delta Z}$ e $\overline{\delta \alpha}$ apresenta bom desempenho no caso dos eventos refletidos, comportando-se, entretanto, com mais parcimônia no caso de eventos convertidos.

MODELO A

Tabela 5.1: Parâmetros reais e estimados dos coeficientes de reflexões Rpp do modelo A.

Parâmetros	Exato	Estimado
$\overline{\delta Z}$	0.0116	0.0117
$\overline{\delta \alpha}$	0.0165	0.0162
$\overline{\delta \mu}$	0.2283	0.2283

Tabela 5.2: Parâmetros reais e estimados dos coeficientes de conversão Rsp do modelo A.

Parâmetros	Exato	Estimado
$\overline{\delta Z}$	0.0116	0.0260
$\overline{\delta \alpha}$	0.0165	0.0340
$\overline{\delta \mu}$	0.2283	0.2283

MODELO B

Tabela 5.3: Parâmetros reais e estimados dos coeficientes de reflexão Rpp do modelo B.

Parâmetros	Exato	Estimado
$\overline{\delta Z}$	0.0204	0.0217
$\overline{\delta \alpha}$	-0.0281	-0.1080
$\overline{\delta \mu}$	0.3699	0.3699

Tabela 5.4: Parâmetros reais e estimados dos coeficientes de conversão Rsp do modelo B.

Parâmetros	Exato	Estimado
$\overline{\delta Z}$	0.0204	0.0125
$\overline{\delta \alpha}$	-0.0281	-0.0245
$\overline{\delta \mu}$	0.3699	0.3699

MODELO C

Tabela 5.5: Parâmetros reais e estimados dos coeficientes de reflexão Rpp do modelo C.

Parâmetros	Exato	Estimado
$\overline{\delta Z}$	0.1841	0.1818
$\overline{\delta \alpha}$	0.1364	0.3577
$\overline{\delta \mu}$	0.7329	0.7329

Tabela 5.6: Parâmetros reais e estimados dos coeficientes de conversão Rpp do modelo C.

Parâmetros	Exato	Estimado
$\overline{\delta Z}$	0.1841	0.2371
$\overline{\delta \alpha}$	0.1364	0.1948
$\overline{\delta \mu}$	0.7329	0.7329

6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foram apresentadas as equações exatas de Knott-Zöppritz bem como suas aproximações lineares e quadráticas em função dos parâmetros elásticos, e o procedimento de inversão quadrática de dados de AVO usando o Algoritmo de Levenberg-Marquardt. Os experimentos utilizados foram dados sintéticos considerando três níveis de contrastes baixo, moderado e alto, definidos como modelos A, B e C.

Os estudo das aproximações lineares e quadráticas que foram obtidas a partir do truncamento da série de Taylor até a segunda ordem mostraram que nesses resultados as aproximações quadráticas são bem mais precisas do que as aproximações lineares dentro de um intervalo angular de $[0^\circ, 60^\circ]$, fato que levou ao desenvolvimento dos procedimentos de inversão. Entretanto quando se considera um intervalo angular de aproximadamente $[0^\circ, 25^\circ]$ os desempenhos das aproximações lineares e quadráticas são bem similares considerando os modelos estudados A, B e C.

Na análise das curvas de níveis das funções objetivo ϕ_{pp} e ϕ_{sp} foram observados quais dos parâmetros são bem resolvidos para aplicar-se posteriormente o procedimento de inversão. Constatou-se que em caso dos eventos refletidos Rpp quando combinado o parâmetro $\bar{\delta z}$ com $\bar{\delta\alpha}$ ou $\bar{\delta\mu}$ para todos os modelos eles foram bem resolvidos enquanto que ao se combinar $\bar{\delta\alpha}$ e $\bar{\delta\mu}$ a região de condicionamento foi muito grande logo foram considerados mal condicionado e instáveis, nos casos dos eventos convertidos Rsp e na combinação dos dois eventos Rpp e Rsp, nos modelos A e B quando combinado qualquer dois dos três parâmetros o resultado obtido foram surpreendente; pois a região de condicionamento obtida foi bem pequena tornando os parâmetros bem resolvidos.

Finalmente, o procedimento de inversão quadrática usando o algoritmo de Levenberg-Marquardt, mostrou-se bastante robusto na recuperação dos parâmetros $\bar{\delta z}$ e $\bar{\delta\alpha}$, fixado $\bar{\delta\mu}$. Devido esses parâmetros constatarem boas resolubilidade e estabilidade no evento refletido, em todos os modelos estudados, baixo, moderado e alto contrastes. De modo análogo pode-se detectar a boa recuperação desses parâmetros; porém no caso do evento convertido, os

parâmetros $\overline{\delta z}$ e $\overline{\delta \alpha}$ foram bem recuperados apenas para modelos de baixo a moderado contraste.

Esses estudos foram realizados tanto para os modelos originais como para os modelos contaminados com 5% de ruídos. Observou-se que até com dados contaminados os resultados foram bem recuperados, e a iteração procedida pelo algoritmo foi realizada com poucos passos e boas precisões.

O trabalho mostrou que a inversão quadrática dos eventos refletido Rpp e convertido Rsp, não combinados, recuperou muito bem dois parâmetros em casos de modelos de baixo e moderado contraste, e com uma recuperação significativa para modelos de alto contraste, enquanto que a inversão linear não consegue recuperar nem um parâmetro quando os eventos não são combinados e sim quando os eventos são combinados. Dentro desta circunstância, os resultados da inversão quadrática estudada são bem melhores do que da inversão linear. Conseqüentemente, os casos em que os eventos são combinados devem apresentar resultados também muito bons. Análises das curvas de contornos, no caso combinado, confirmou de fato que ao se fixar qualquer dos três parâmetros estudados, considerando o modelo de baixo contraste, eles são muito bem resolvidos, e com boas resolubilidades em todas as outras situações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKI, K. RICHARDS, P.G. 1980. *Quantitative seismology, theory and methods*. San Francisco, W.H. Freeman and Company. v. 1

BORTFELD, R. 1961. *Approxiamtion to the reflection and transmission coefficients of plane longitudinal and transverse wave*: Geophys. Prosp., 9: 485-502

CASTAGNA, J.P. 1993. AVO Analisis – Tutorial and review. In CASTAGNA, J.P. & BACKUS, M. M. (Eds). *Offset – dependent reflectivity – theory and practice in AVO analisis*: Tulsa, SEG. P. 3-35

CASTAGNA, J.P. 2001. *Recent advances in seismic lithologic analisis*. Geophysics, 66: 42-46.

CASTAGNA, P.J. & SMITH, S.W. 1994. *A comparison of AVO the indicators: A modeling study*. Geophysics, 59: 1849-1855.

DEMIRBAG, E., & ÇORUH, C. 1988. *Inversion of Zoeppritz equation and their approxiamtions*: 58 th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophysics., Expanded Abstracts, 1199-1203.

KNOTT, C.G. 1899. *Reflection and Refraction of Elastic Waves With Seismological Application*: Phil. Mag., 48:64-97.

MARQUARDT, D. W., 1963, *An algoritmo for least – squares estimation of nonlinear paramenter*, Geophysical Data Analises:11, 431 – 441

MEJU, M.A. 1994. *Understanding inverse problem theory and practice*. Tulsa, SEG. (Courses notes series, 6)

OSTRANDER, W. J., 1984, *Plane Wave Reflection Coefficients for Gas Sand at Nonnormal Angles of Incidence*. Geophysics, 49:1637-1648.

REGUEIRO, J. & PENA, A. 1996. *AVO in North of Paria, Venezuela: Gás methane versus Condesat Reservoirs*: Geophysics, 61: 937-946.

RICHARDS, P.G. & FRAISER, C.W. 1976. *Scattering of Elastic Waves from Depth-dependent inhomogeneities*: Geophysics, 41:441-458.

SANTOS, D. F., 2002, *Análise das Aproximações R_{PP} e R_{SP} para Meios Isotrópicos*. Dissertação de Mestrado.PA. Belém. CG/UFPa/ Geofísica.

SCHOENBERG, M. & PROTÁZIO, J. P., 1992, *Zöeppritz rationalized and generalized to anisotropy*. Journal of Seismic Exploration. no. 1, p. 125-144.

WANG, Y., 1999, *Approximation to the Zoeppritz equations and their use in AVO analysis*. Geophysics. 64, (6) ; 1920-1927.

WU, Y., 2000, *Estimation of gas saturation using P to S converted waves*. Annual Meeting SEG/Calgary 2000.

ZOPPRITZ, K. 1919. Erdbebenwellen VIII B, *on the Reflection and Propagation of Seismic waves*: Gottinger Nachrichten , I. : 66-84 .