

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS

INVERSÃO CONJUNTA DE DADOS GRAVIMÉTRICOS MAGNÉTICOS E RESISTIVO

Tese Apresentada por

CLEOMAR FERNANDES DE SOUZA

como requisito parcial à obtenção do grau em

MESTRE EM CIÊNCIAS

Na área de

GEOFÍSICA

Conferido pelo Curso de Pós-Graduação em

Geociências da

Universidade Federal do Pará

Aprovado: 15/05/86

Comitê de Tese


JOÃO BATISTA CORREA DA SILVA


LOURENILDO WILLTAM BARBOSA LEITE


MARCO POLO PEREIRA DA BOA HORA

ANEXO DE JORNAL DE NOTÍCIAS
SALVADOR, 10 DE SETEMBRO DE 1986

109 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000

me imp ob cionado e fcting a dpor como

ab cionado

T. 267 SOUZA, Cleomar Fernandes de
Inversão conjunta de dados
gravimétricos e resistivos. Be
lém, UFPa-CG, 1986.

Anál de dados e resultados 123 p.

Tese apresentada ao Centro
de Geociências da Universida-
de Federal do Pará, para ob-
ter o grau de Mestre em Ci-
ências na área de Geofísica-

1. Geofísica-Gravimetria ,
2. Gravimetria, 3. Resistivida-
de. I. Universidade Federal do
Pará-Centro de Geociências. II
Título.

S U M Á R I O

DEDICATÓRIA	1
AGRADECIMENTOS	11
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	1v
RESUMO	1
ABSTRACT	2
1 INTRODUÇÃO.....	3
2 O PROBLEMA DIRETO	5
2.1 Campos Anômalos Potenciais.....	5
2.2 Anomalia de Resistividade.....	7
2.2.1 Construção do Arquivo	8
2.2.2 Acesso e Interpolação	15
3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA INVERSO	17
3.1 Obtenção do Estimador dos Mínimos Quadrados.....	17
3.1.1 Um Único Conjunto de Dados.....	17
3.1.2 Múltiplos Conjuntos de Dados	19
3.2 Estimativa dos Erros.....	21
4 ANÁLISE DOS DADOS TEÓRICOS	24
4.1 Efeito de Corpos Rasos	26
4.2 Efeito de Corpo Grande Próximo ao Corpo Principal..	41
4.3 Efeito de Corpo Interferente Grande.....	56
4.4 Efeito de Ruído Gaussiano.....	72
4.5 Efeito Combinado de Ruído Geológico (Corpo Interfe- rente Grande) e Ruído Gaussiano.....	88
5 APLICAÇÕES A DADOS REAIS.....	104
5.1 Little Belt Mountains.....	104
5.1.1 Coleta e Pré-Processamento dos Dados Geofísicos..	106
5.1.2 Interpretação dos Dados Geofísicos.....	106

5.2 Segunda Anomalia Real.....	113
6 CONCLUSÕES.....	118
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	121

DEDICATÓRIA

Dedico a minha esposa Eliana,
minha mãe Lourdes e ao velho
Zuza.

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer às pessoas e entidades que direta e indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho;

Ao Professor Dr. João Batista Corrêa da Silva , orientador desta tese por seus ensinamentos, incentivos, interesse e sugestões durante a elaboração da mesma;

Ao Professor Dr. Lourenildo W. Barbosa Leite e ao Dr. Marco Polo Pereira da Boa Hora, membros da Banca examinadora, pelas sugestões e críticas prestadas durante a leitura deste trabalho;

A diretoria do Centro de Geociências (CG) e Coordenador do Curso de Pós-Graduação pelo apoio prestado para a conclusão do mesmo;

Ao Professor Dr. Luis Rijo, à Alteredo Oliveira Cutrim e Admilson Ribeiro pela contribuição durante as discussões no decorrer da elaboração da tese;

Ao técnico Paulo Magalhães pelo apoio na utilização do laboratório de Computação;

A Cleida pela datilografia deste trabalho;

A bibliotecaria Leila pelas sugestões referentes às citações bibliográficas;

A equipe da biblioteca do CG pelo apoio constante no que se refere ao material bibliográfico;

A Maria da Gloria secretária e Aracilda datilógrafa da Coordenação do Curso de Pós-Graduação, pela gentileza e boa vontade que sempre tiveram para comigo;

Aos professores, alunos e funcionários do CG que direta e indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho;

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) à Fundação de Amparo e Desenvolvimento da

Pesquisa (FADESP) e à Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP) pelo suporte financeiro para a realização deste trabalho.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS	PAG
01 - Prisma bi-dimensional e a indicação de sua localização e de seus parâmetros geométricos.....	6
02 - Variação da resistividade aparente versus a profundidade do topo. Cada curva representa um ponto diferente da pseudoseção.....	10
03 - Variação da resistividade aparente versus a resistividade do corpo. Cada curva representa um ponto diferente da pseudoseção.....	11
04 - Variação da resistividade aparente versus a espessura. Cada curva representa um ponto diferente da pseudoseção.....	12
05 - Variação da resistividade aparente em relação a largura. Cada curva representa um ponto diferente da pseudoseção.....	13
06 - Variação da resistividade aparente em relação ao centro do corpo. Cada curva representa um ponto diferente da pseudoseção.	14
07 - Pseudoseções resolvidas pelo método de elementos finitos (a) e a obtida pela interpolação através do banco de dados (b) para o modelo postulado...	16
08 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso)	27
09 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso)..	28
10 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste	

com ruído geológico (pequeno corpo raso). A espesura do modelo ajustado usando apenas os dados resistivos é 1,8km.....	31
11 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso)...	32
12 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso)...	33
13 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso). A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados resistivos é 1,8km.....	34
14 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso)...	36
15 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso)...	37
16 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso). A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados resistivos é 1,8km.....	38
17 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).	42
18 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).....	43

19	- Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).....	45
20	- Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).....	46
21	- Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).....	48
22	- Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).....	49
23	- Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).....	51
24	- Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).....	52
25	- Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).....	53
26	- Corpo principal à esquerda e corpo interferente grande fora do perfil.....	57
27	- Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferen-	

	te grande fora do perfil).....	58
28	- Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil).....	59
29	- Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil). A espessura do modelo ajustado usando a inversão conjunta é 1,65km.....	62
30	- Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil). As espessuras dos modelos ajustados usando apenas os dados resistivos e a inversão conjunta são iguais respectivamente a 4km e 1,65km.....	63
31	- Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil).....	64
32	- Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil). A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados resistivos é 4km.....	66
33	- Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil).....	67
34	- Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil).....	68

35	- Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil). A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados resistivos é 4km.....	69
36	- Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.....	73
37	- Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.....	75
38	- Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.....	78
39	- Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.....	80
40	- Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.....	81
41	- Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.....	82
42	- Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.....	83
43	- Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.....	84
44	- Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.....	85

45	- Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano.....	90
46	- Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano.....	91
47	- Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano.....	93
48	- Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano. A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados resistivos é 7,2km.....	94
49	- Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano.	96
50	- Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano. A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados resistivos é 7,2km.....	97
51	- Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano. A espessura usando apenas a inversão conjunta é 1,5km.....	98
52	- Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano. A espessura do modelo ajustado usando a inversão conjunta é 1,5km.....	99
53	- Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com	

	ruído geológico e Gaussiano. As espessuras dos modelos ajustados usando apenas os dados resistivos e a inversão conjunta são iguais respectivamente a 7,2km e 1,5km.....	100
54	- Mapa geológico da área Little Belt Mountains, Montana, segundo Kleinkopf et al., 1972.....	105
55	- Mapa aeromagnético da área Little Belt Mountains, Montana. Intervalo de contorno é de 100 mT.....	107
56	- Mapa gravimétrico da área Little Belt Mountains, Montana. Intervalo de contorno é de 80 U.G.....	108
57	- Anomalias gravimétricas observada e ajustadas (acima) e modelos ajustados (abaixo) para a área de Little Belt Mountains, Montana. A origem corresponde ao ponto A da figura 56.....	110
58	- Anomalias magnéticas observada e ajustadas (acima) e modelos ajustados (abaixo) para a área de Little Belt Mountains, Montana. A origem corresponde ao ponto A da figura 55.....	111
59	- Anomalias gravimétricas observada e ajustadas (acima) e modelos ajustados (abaixo) para a segunda anomalia real.....	115
60	- Anomalias magnéticas observada e ajustadas (acima) e modelos ajustados (abaixo) para a segunda anomalia real. A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados magnéticos é de 3,8km.....	116

T A B E L A S

1	- Intervalos de valores estimados dos parâmetros para cada inversão, quando o ruído geológico é um pequeno corpo raso.....	30
2	- Resultados das inversões conjuntas e isolados para o caso do ruído geológico ser um corpo <u>ra</u> so dentro do perfil.....	40
3	- Intervalos de valores estimados dos parâmetros para cada inversão, quando o ruído geológico é um corpo grande próximo ao corpo principal....	47
4	- Resultados das inversões conjuntas e isolados para o caso do ruído geológico ser um corpo grande próximo ao corpo principal.....	56
5	- Intervalos de valores estimados dos parâmetros para cada inversão, quando o ruído geológico é um corpo interferente fora do perfil.....	61
6	- Resultados das inversões conjuntas e isoladas para o caso do ruído geológico ser um corpo interferente fora do perfil.....	71
7	- Valor estimado e desvio padrão de cada parâmetro para o teste de ruído Gaussiano.....	76
8	- Intervalos de valores estimados dos parâmetros para cada inversão, quando o ruído é Gaussiano.	77
9	- Resultados das inversões conjuntas e isolados para o teste de ruído Gaussiano.....	87
10	- Intervalos de valores estimados dos parâmetros para cada inversão, quando os dados contêm ruído geológico é Gaussiano.....	92
11	- Resultados das inversões conjuntas e isolados quando os dados contêm ruído geológico e Gausse	

	siano.....	102
12	- Resultados da inversão conjunta e das inversões isoladas para a anomalia real da área de Little Belt Mountains.....	112
13	- Resultados obtidos pela inversão conjunta e inversões isoladas para a segunda anomalia real	117

R E S U M O

Apesar das grandes vantagens decorrentes das interpretação conjunta de dados geofísicos, a aplicação da inversão simultânea destes dados tem sido pouco estudada, principalmente a nível de simulação. Este trabalho foi desenvolvido com intuito de cobrir parte desta deficiência.

Neste trabalho, foi utilizado o método dos mínimos quadrados para comparar os resultados obtidos a partir de: a) inversão dos grupos de dados gravimétricos, magnéticos e resistivos tomados separadamente; b) inversão simultânea destes grupos de dados combinados dois a dois; c) inversão simultânea dos três grupos de dados. O trabalho é desenvolvido a partir de dados teóricos onde são simuladas diversas situações geológicas. A comparação dos resultados é efetuada a partir das estimativas dos parâmetros obtidos por cada inversão, pelos desvios padrões de cada parâmetro (inversão gravimetria-magnetometria para o ruído Gaussianole pela redução da ambiguidade, manifestada pela dependência das estimativas em relação a aproximação inicial dos parâmetros.

Na maioria dos casos estudados as inversões conjuntas dos dados combinados dois a dois apresentam resultados bem superiores àqueles obtidos usando-se apenas um dos grupos de dados isoladamente, seja nas estimativas dos parâmetros, seja na redução da ambiguidade. Por sua vez, a inversão conjunta dos três grupos de dados apresentam resultados semelhantes às inversões dos grupos de dados combinados dois a dois, contudo em alguns casos a inversão conjunta dos três grupos de dados é a única totalmente independente da aproximação inicial.

Dados gravimétricos e magnéticos de duas anomalias reais foram invertidos, produzindo sempre curvas estimadas bem ajustadas aos valores observados.

ABSTRACT

Despite its advantages, the application of joint inversion to real data is not a current practice. One of the difficulties involving joint interpretation of geophysical data is the lack of systematic studies designed to assess its performance in a variety of simulated geological settings. This thesis is a contribution to this kind of study.

This thesis compares the inversion of three sets of geophysical data: gravity, magnetic, and resistivity. The standard inversions of each set are compared with the 3 possible joint inversions of two sets of data, and also with the joint inversion involving the three sets. The comparison is performed using synthetic data produced by a two-dimensional rectangular prism with finite thickness, and the least squares method is employed in the solution of the standard nonlinear problem of determining the prism parameters. The criteria adopted for the comparison were the parameter estimates themselves, the parameter standard deviations (for gravity and magnetic inversion of noise corrupted data), and also the reduction of ambiguity detected by the dependence of the parameter estimates on the initial guess.

We found that, in general, the joint inversion using two sets of data produces better results than the inversion of each individual set. On the other hand, the results of the joint inversion employing all three sets are similar to the results of the joint inversions using two sets of data. In some cases, however, the joint inversion using all three sets is the only one virtually independent of the initial guess.

Applications to real anomalies are presented.

1 INTRODUÇÃO

Vários autores têm exaltado a importância da integração dos métodos geofísicos. Nettleton (1976) e Telford et al. (1976) relatam o caráter sinérgico da integração conjunta, isto é, o emprego simultâneo de três métodos, por exemplo, produz mais informações que a soma dos três métodos produziriam se aplicados separadamente. Ward et al (1977) denota a importância do uso de vários métodos para reduzir a ambigüidade na interpretação.

Contudo, até agora poucos trabalhos foram publicados na área de inversão conjunta de vários métodos geofísicos devido a algumas dificuldades: Primeiro, dados anômalos de dois métodos diferentes podem não provir de uma mesma fonte. Segundo, há problemas numéricos devido às diferentes escalas e unidades em que se apresentam os diversos dados anômalos. Terceiro, o levantamento geofísico envolvendo vários métodos torna-se dispendioso. Finalmente, a inversão conjunta de dados geofísicos ainda não foi, extensivamente estudada a nível de simulação para se ter uma idéia de sua eficiência e de suas limitações.

Nas últimas décadas vários métodos têm sido sugeridos para resolver o problema inverso de dados de campos potenciais ou resistivos. Com aplicação aos campos potenciais podemos citar: Hall (1958), Vogel (1964), Al Chalabi (1972), Parker e Huestis (1974), Pedersen (1977 e 1979) e Bhattacharya (1980). Quanto à interpretação de dados eletroresistivos podemos citar: Inman et al (1973), Inman (1975), Rijo et al (1977), Pelton et al (1978) e Petrick et al (1981). Hoversten (1982) apresentou um estudo comparativo de vários trabalhos que utilizaram os mínimos quadrados para interpretar dados resistivos.

Todos esses trabalhos têm empregado um único tipo de dados para inversão. Na área da interpretação conjunta de dados geofísicos a quantidade de trabalhos publicados tem sido bem menor. Garland (1951) usou a combinação dos campos anômalos magnéticos e gravimétricos através da equação de Poisson para encontrar a razão entre os contrastes de susceptibilidade e de densidade. Trabalho semelhante desenvolveram Kanasewich e Argarwal

(1970) para encontrar a mesma razão usando a transformada de Fourier. Bott e Ingles (1972) resolveram um problema linear para obter a mesma razão e a direção do vetor magnetização utilizando métodos matriciais. Vozoff e Jupp (1975) empregaram medidas de resistividade e magnetotelúrico para a inversão conjunta de dados usando um modelo uni-dimensional de três camadas. Petrick et al (1977) desenvolveram trabalho semelhante para o mesmo modelo aplicando-o a dados de resistividade da África do Sul. Kalinina (1976) descreveu a inversão conjunta de dados gravimétricos e magnéticos utilizando máxima-verossimilhança. Menichetti e Guillen (1983) utilizando o inverso generalizado em um processo iterativo gráfico inverteram simultaneamente dados magnéticos e gravimétricos para determinar os parâmetros geométricos e a posição do corpo. Serpa e Cook (1984) utilizando o método dos mínimos quadrados inverteram conjuntamente dados magnéticos e gravimétricos para modelar a subsuperfície partindo de informações a priori sobre as propriedades físicas das rochas. Rigoti (1985) analisou, a partir de dados sintéticos, a redução de ambigüidade na solução do problema inverso conjunto para fontes unidimensionais empregando dados de resistividade, polarização induzida e magnetotelúrico.

O objetivo deste trabalho é fazer uma avaliação semi-quantitativa da inversão conjunta de três métodos geofísicos: gravimétrico, magnético e resistivo. Para tanto, uma comparação é feita usando-se dados sintéticos de cada método em separado, suas combinações dois a dois e os três simultaneamente para várias situações geológicas simuladas. O modelo básico usado é o prisma bi-dimensional (2D) vertical finito em espessura, e a inversão é feita empregando-se o método dos mínimos quadrados.

A análise é efetuada para as seguintes situações: dados com ruído Gaussiano, dados com ruído geológico (pequenos corpos rasos, corpos próximos ao corpo principal e corpos interferentes circunvizinhos do corpo estudado) e ruído geológico adicionado ao ruído Gaussiano.

A inversão conjunta de dados gravimétricos e magnéticos é aplicado a duas anomalias reais dos Estados Unidos da América.

2 O PROBLEMA DIRETO

O estudo dos problemas diretos para o cálculo dos campos ajustados será dividido em duas partes. A primeira tratará dos campos potenciais, cujas expressões para o prisma finito são dados de forma fechada e facilmente avaliadas no computador. A segunda parte estudará o problema resistivo através da solução por técnicas numéricas (elementos finitos) e do armazenamento de um banco de dados contendo os valores de resistividade aparente para várias combinações de faixas de valores esperados dos parâmetros. Reduz-se assim o problema direto a uma simples interpolação dos valores previamente armazenados.

O modelo interpretativo adotado em todos os casos é o de uma fonte prismática vertical bi-dimensional, com topo horizontal, de espessura finita e tendo secção plana retangular. A figura 1 representa este modelo referido a um sistema de coordenadas cartesianas, com abscissa do centro x_0 , largura w_x profundidade do topo P_T e espessura w_z . O corpo é infinito na direção paralela ao eixo y , sendo o eixo z positivo para baixo. O perfil é paralelo à direção do eixo x .

2.1 Campos Anômalos Potenciais

A intensidade do campo anômalo gravimétrico é dado por (Telford et al, 1976):

$$\begin{aligned}
 G(x) = & 2 \cdot \gamma \cdot \sigma \left[X_2 \cdot \log \left\{ \frac{(w_z + P_T)^2 + X_2^2}{P_T^2 + X_2^2} \cdot \frac{P_T^2 + (X_2 - w_x)^2}{(w_x + P_T)^2 + (X_2 - w_x)^2} \right\} + \frac{w_x}{2} \right. \\
 & \cdot \log \left\{ \frac{(w_z + P_T)^2 + (X_2 - w_x)^2}{P_T^2 + (X_2 - w_x)^2} \right\} - \\
 & - w_z \cdot \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{X_2 - w_z}{w_x + P_T} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{X_2}{P_T + w_z} \right) \right\} + P_T \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{X_2 - w_x}{P_T} \right) - \right. \\
 & \left. \left. - \tan^{-1} \left(\frac{X_2}{P_T} \right) \right\} \right], \quad (1)
 \end{aligned}$$

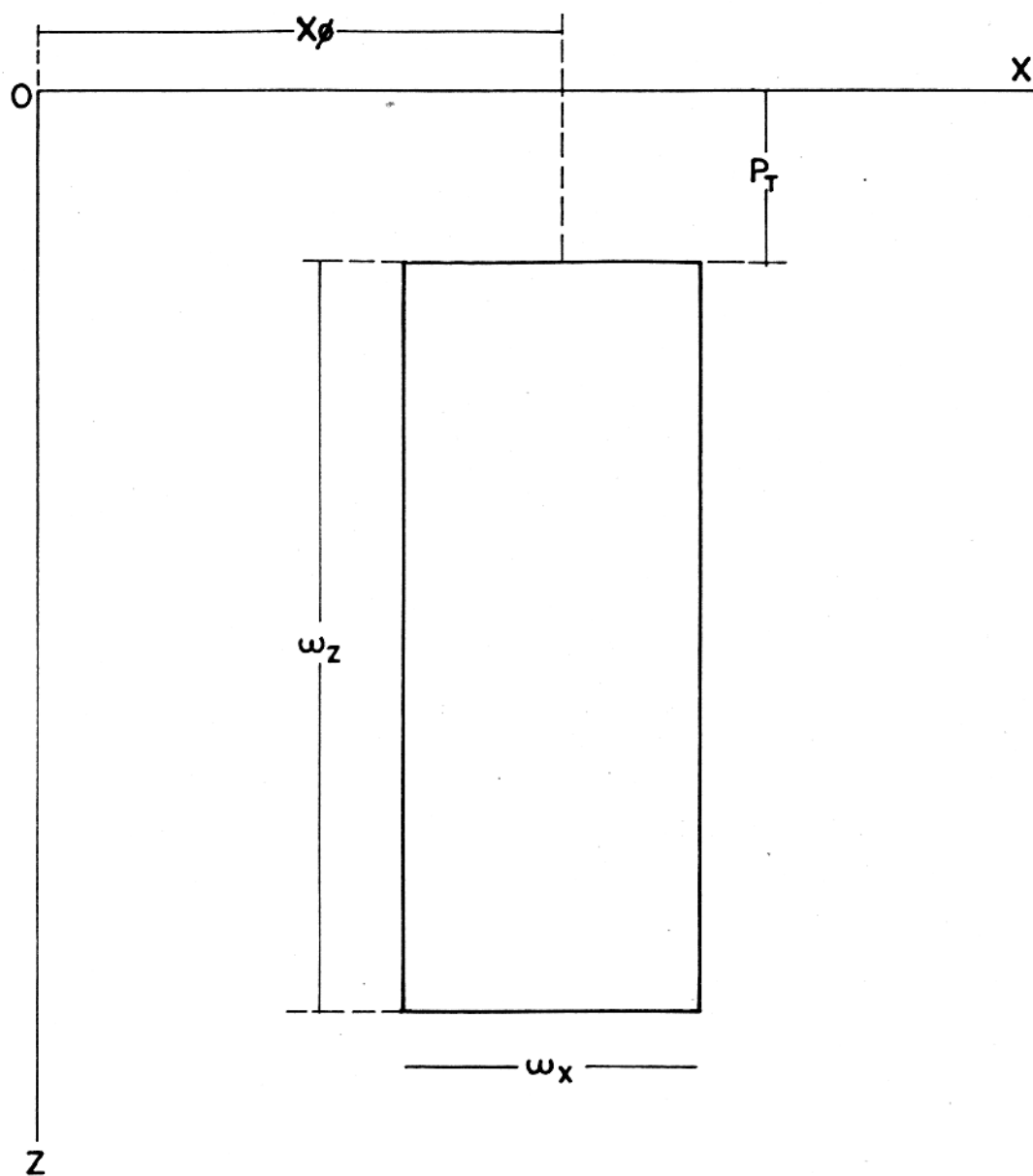


FIG. 01 - Prisma bi-dimensional e a indicação de sua localização e de seus parâmetros geométricos.

onde γ é a constante gravitacional, ρ é o contraste de densidade entre o corpo e o meio que o circunda e $X_2 = X - X_0$.

Para o caso do campo anômalo magnético os dados teóricos de um prisma de espessura finita é obtido a partir da subtração de dois prismas de espessura infinita, cuja equação é dada por [McGrath e Hood, 1970]:

$$F(X) = \rho \cdot \frac{\sin(I_c) \cdot \sin(I_t)}{\sin(D_c) \cdot \sin(D_t)} \left\{ 2 \cdot \sin \alpha \left[\tan^{-1} \frac{(X_2 + W_x/2)}{P_T} - \tan^{-1} \frac{(X_2 - W_x/2)}{P_T} \right] - \cos \alpha \cdot \log \left[\frac{(X_2 + W_x/2)^2 + P_T^2}{(X_2 - W_x/2)^2 + P_T^2} \right] \right\}, \quad (2)$$

onde: I_t = inclinação do campo geomagnético,

D_t = inclinação da componente do campo geomagnético no plano XZ,

I_c = inclinação do vetor magnetização,

D_c = inclinação da componente do vetor magnetização no plano XZ,

P = módulo do vetor magnetização,

$\alpha = D_t + D_c - 90^\circ$, e

$X_2 = X - X_0$

2.2 Anomalia de Resistividade

As medidas de resistividade aparente resultantes de um modelo bi-dimensional são normalmente resolvidos através de técnicas numéricas, como equação integral [Hohmana, 1975], método da superfície de transmissão [Madden, 1971] e o método de elementos finitos [Coggon, 1971].

O método utilizado neste trabalho é o dos elementos finitos, o qual foi empregado para obter valores de resistividade aparente para uma fonte prismática bi-dimensional em questão por Rijo et al [1977]. Por se tratar de uma técnica numérica é preciso que o método escolhido seja testado para verificar os seus resultados. Pelton et al [1978] compararam este algoritmo

com o algoritmo de superfície de transmissão para a mesma fonte, sendo que os resultados concordaram com erros máximos de apenas 7%.

Depois de escolhido o método para resolver o problema direto, a questão é tornar a sua utilização eficiente na aplicação do problema inverso. Para se resolver o problema inverso pelo método dos mínimos quadrados é preciso que se disponha de um algoritmo que calcule de modo eficiente os dados teóricos a partir do vetor de parâmetros, e alguma maneira de avaliar as derivadas da função representativa do modelo em relação a cada parâmetro. Contudo, isto é difícil quando se quer resolver o problema resistivo 2-D.

Para contornar estes problemas implementamos um sistema de armazenamento de um banco de dados, semelhante ao desenvolvido por Pelton et al (1978). A implementação consiste em selecionar, para cada parâmetro, determinados valores e a partir das combinações destes valores gerar os vários conjuntos de dados de resistividades aparentes que serão armazenados em um único arquivo. Qualquer conjunto de dados que seja proveniente de uma combinação de parâmetros que não foi selecionada, poderá ser recuperado a partir da interpolação dos valores previamente selecionados.

A descrição do banco de dados será dividida em duas partes: a primeira relacionada com o armazenamento e a segunda com a utilização do mesmo.

2.2.1 Construção do Arquivo

Inicialmente analisamos o comportamento gráfico da resistividade aparente em função de cada parâmetro do modelo, com o seguinte procedimento: Primeiro, seleciona-se um determinado parâmetro o qual é permitido variar, mantendo-se todos os outros fixos. Em segundo, plota-se o gráfico da resistividade aparente contra o parâmetro para um intervalo de valores que seja suficientemente grande para modelar todas as situações que possam ocorrer no processo de inversão. Para se ter uma melhor

idéia da dependência da resistividade aparente com relação a cada parâmetro escolhemos quatro diferentes pontos da pseudoseção de maneira que para cada parâmetro encontramos quatro curvas de variação da resistividade aparente (Pelton et al, 1978). Finalmente, em cada gráfico foi feita uma análise das variações das curvas, de maneira a escolhermos quais os valores dos parâmetros que permitiriam, a partir de uma interpolação linear, a obtenção de valores intermediários da resistividade aparente com precisão satisfatória.

Este procedimento foi implementado para os parâmetros resistividade do corpo, espessura, largura, profundidade do topo e posição do centro do corpo. As figuras 2,3 e 4 mostram a variação da resistividade aparente versus a profundidade do topo, resistividade do corpo e espessura respectivamente. Como se observa, as curvas apresentam comportamento suave necessitando portanto, um número relativamente pequeno de valores de parâmetros (4 a 6). Já com relação à largura e posição do centro do corpo a resistividade aparente apresenta maiores distorções sendo por isso necessária a seleção de um maior nº de valores (7 a 11) para se obter uma boa interpolação, mostram respectivamente as figuras 5 e 6. O gráfico da resistividade aparente versus a posição do centro é simétrico em relação à posição 550m (figura 6), por isso estão marcados apenas 6 pontos entre os 11 escolhidos.

Depois de gerados os dados de resistividade aparente tomaram-se os logaritmos dos mesmos, porque a interpolação no espaço logarítmico é mais suave e mais precisa. Outra vantagem de se trabalhar com os logaritmos da resistividade aparente é que o parâmetro resistividade da rocha encaixante é facilmente modificado por simples adição de uma constante ao valor com que o arquivo foi gerado (Pelton et al, 1978).

Depois de escolhidos os valores dos parâmetros para o armazenamento do banco, todas as possíveis combinações dos mesmos foram obtidas e, através do programa de elementos finitos, os vários conjuntos de dados teóricos de logaritmos de resistividade aparente foram computados constituindo assim o banco de da-

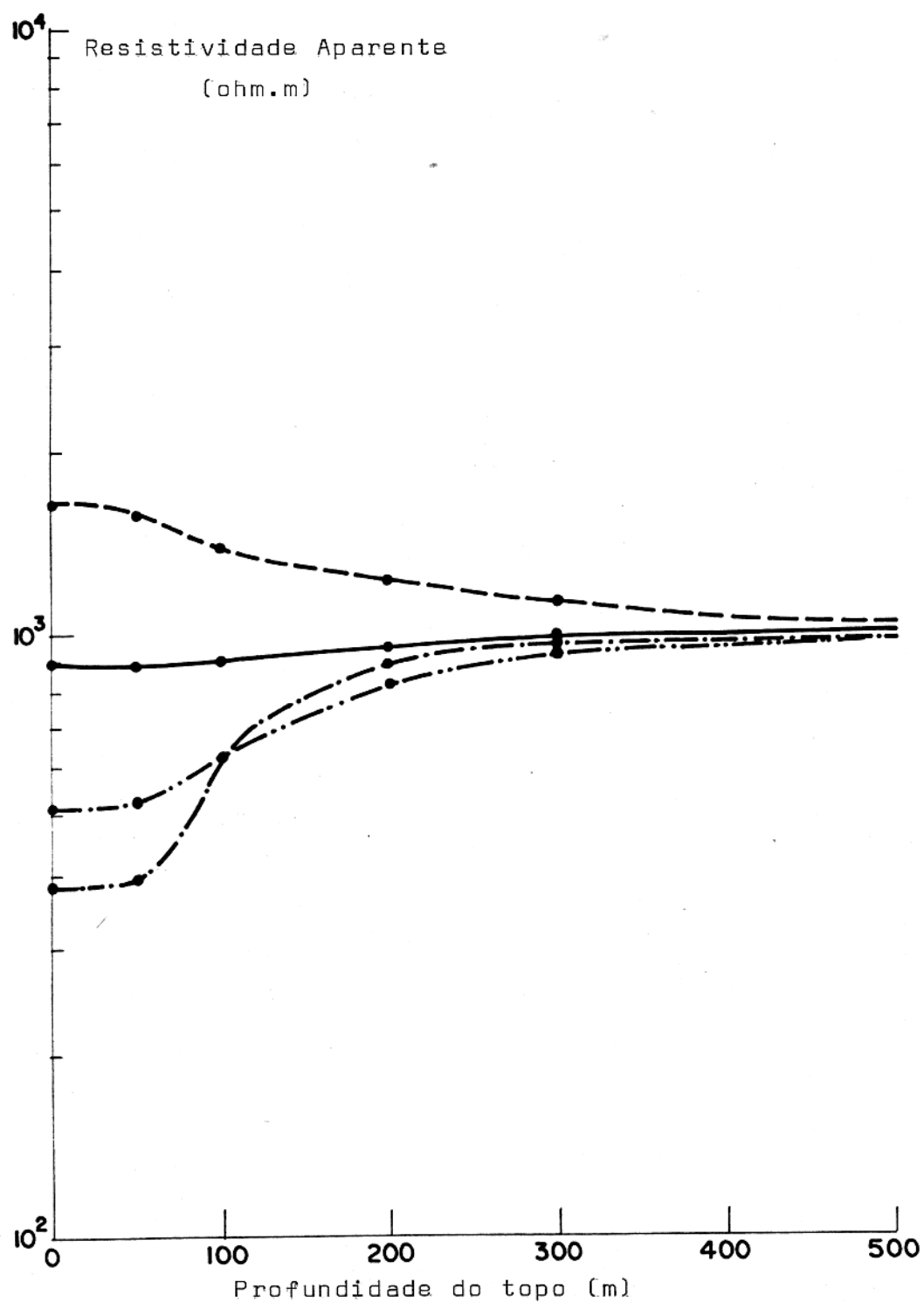


FIG. 02 - Variação da resistividade aparente versus a profundidade do topo. Cada curva representa um ponto diferente da pseudoseção.

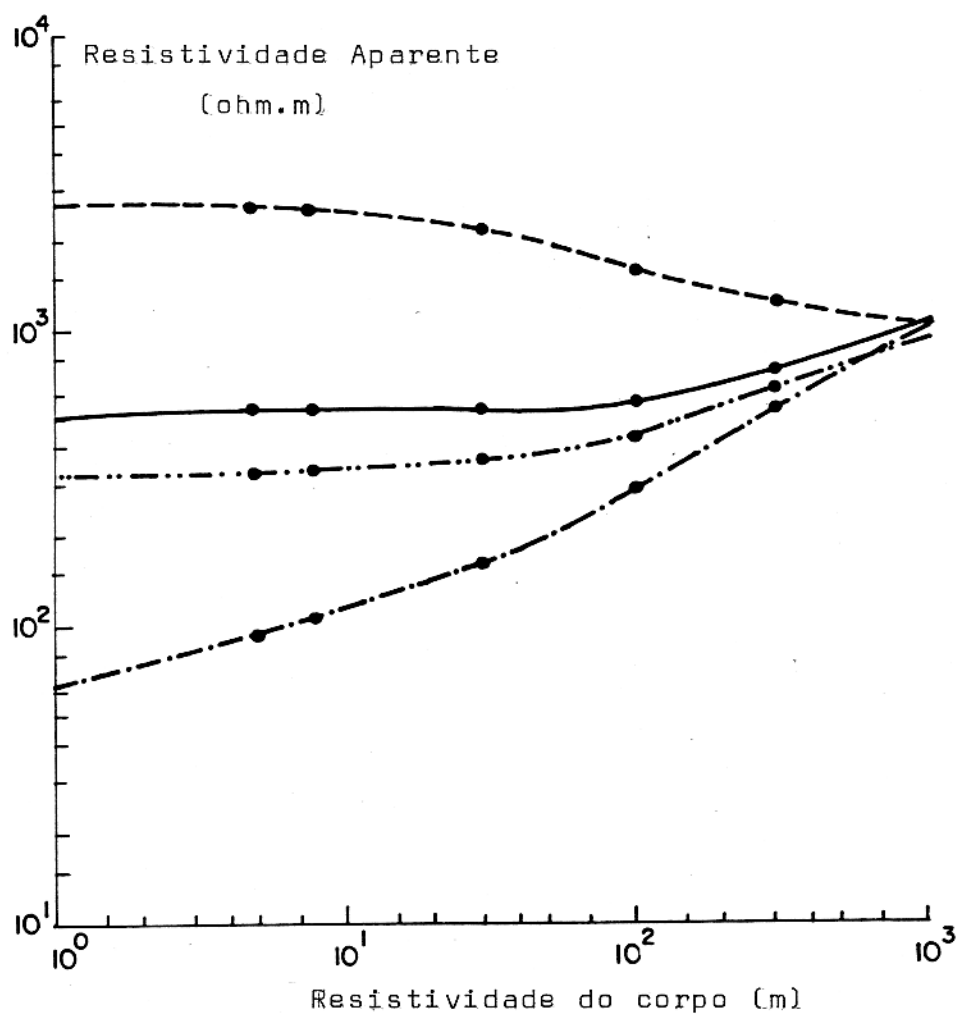


FIG. 03 - Variação da resistividade aparente versus a resistividade do corpo. Cada curva representa um ponto diferente da pseudoseção.

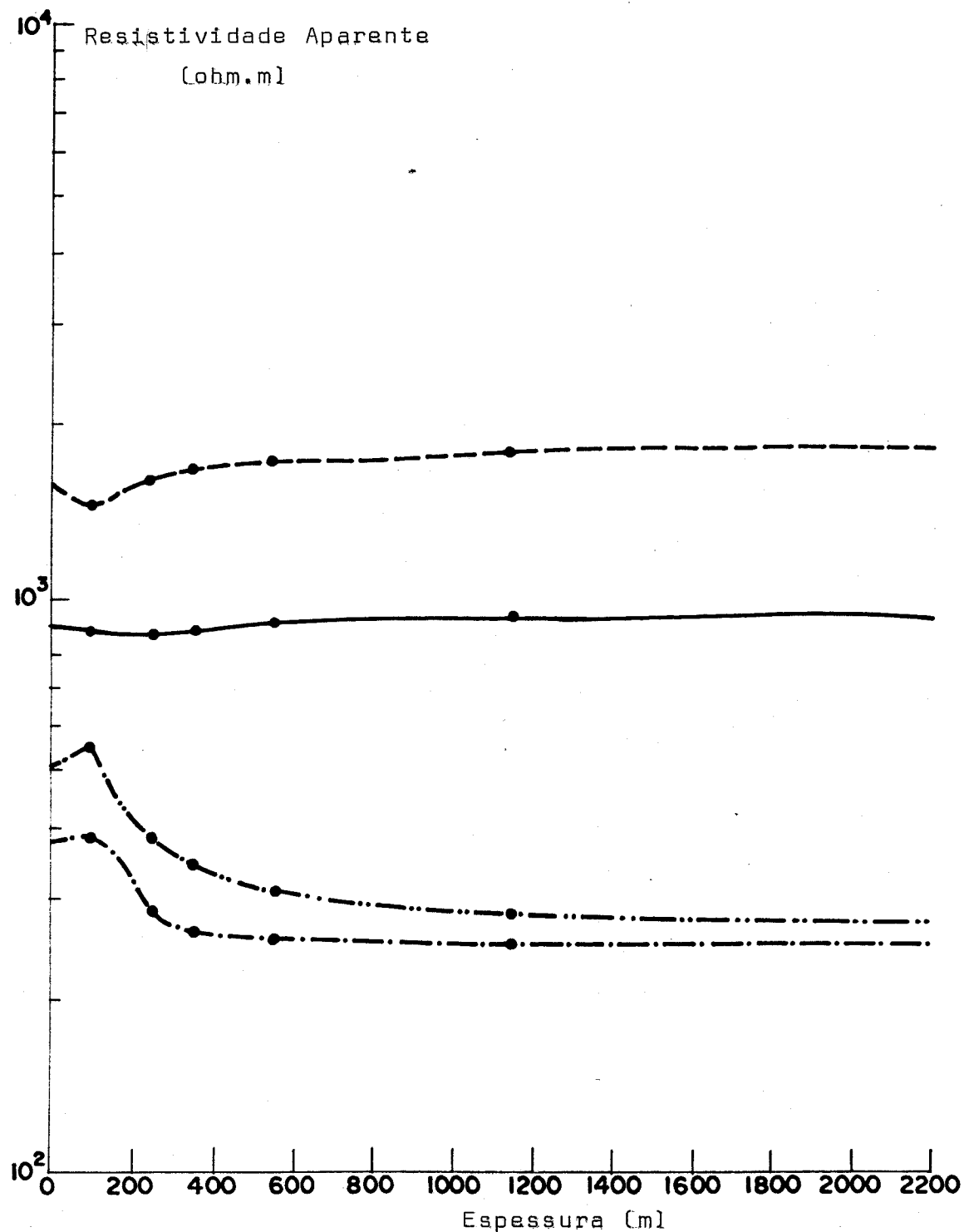


FIG. 04 - Variação da resistividade aparente versus a espessura. Cada curva representa um ponto diferente da pseudoseção.

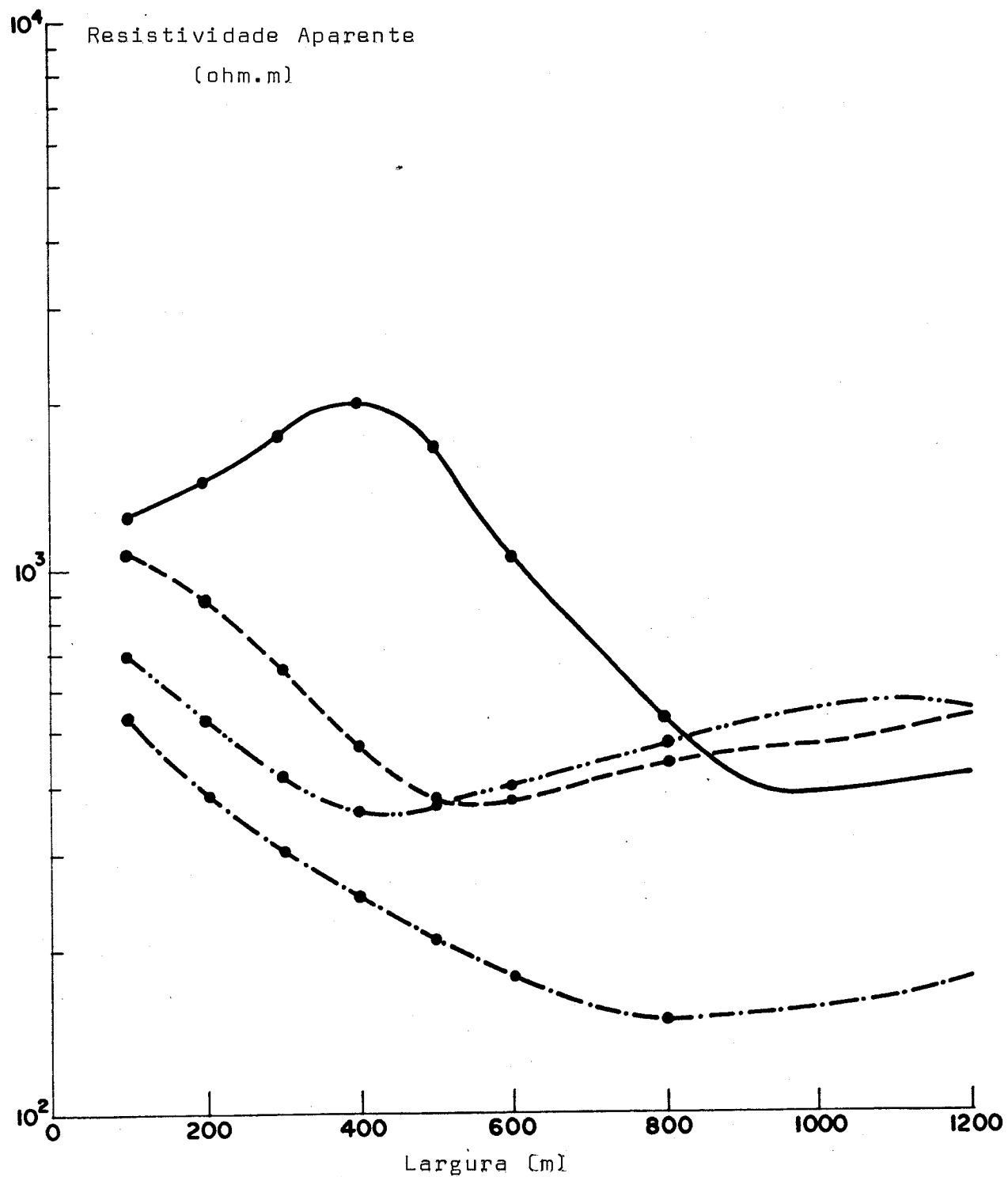


FIG. 05 - Variação da resistividade aparente em relação a largura. Cada curva representa um ponto diferente da pseudoseção.

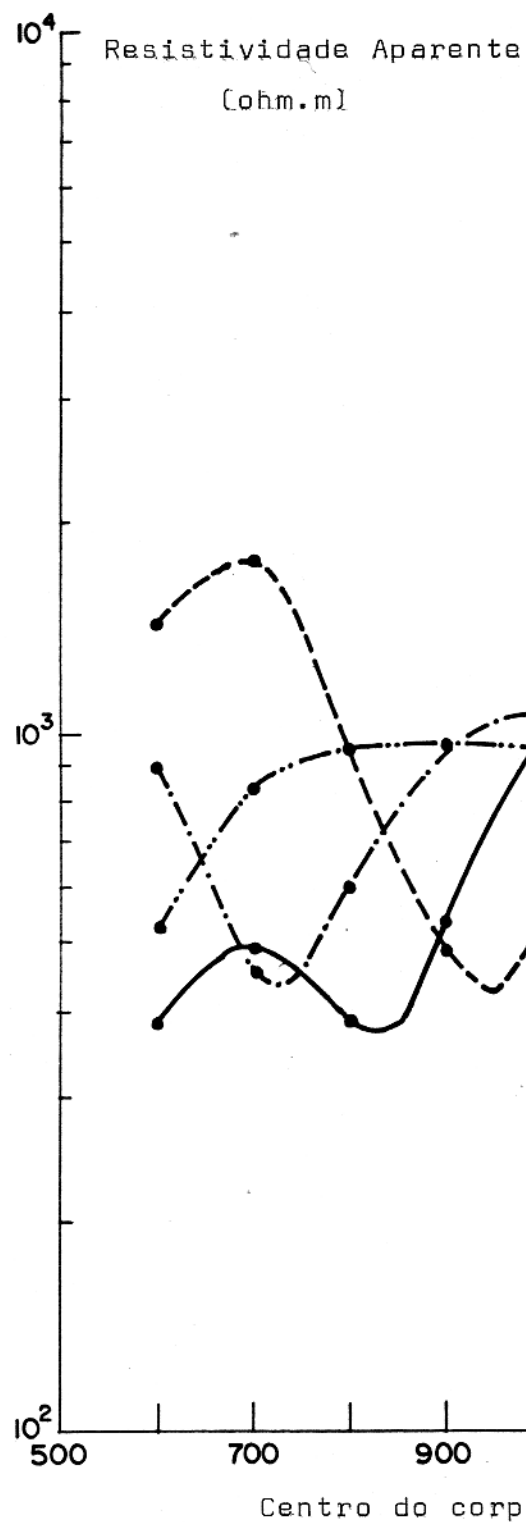


FIG. 06 - Variação da resistividade aparente em relação ao centro do corpo. Cada curva representa um ponto diferente da pseudoseção.

dos. Todos esses conjuntos de dados são armazenados em um único arquivo. O tempo total de armazenamento do banco de dados foi de 30 horas CPU utilizando o computador DEC-SYSTEM 1091 da UFFa.

2.2.2 Acesso e Interpolação

O modo de acesso aos registros do arquivo do banco de dados é aleatório. Isto porque desse modo se pode alcançar qualquer registro sem antes ter que passar pelos registros anteriores (acesso sequencial).

Para se localizar qual o registro desejado utilizamos um apontador que de acordo com os valores dos parâmetros que se desejam interpolar localiza o valor lógico da posição do registro dentro do arquivo.

Para cada conjunto de parâmetros, a partir dos quais se desejam os valores da resistividade aparente, são feitas cinco interpolações visto que a resistividade da terra não é interpolada. Para evitar que a interpolação aumente a propagação do erro numérico, primeiro se faz a interpolação dos parâmetros que apresentam curvas de variações de resistividade aparente mais suaves, pois estas interpolações serão efetuadas mais frequentemente. Pela ordem de interpolação das curvas que se apresentam mais suaves para os menos suaves tem-se a resistividade do corpo, a espessura, a profundidade do topo, a largura e a posição do centro do corpo.

Este procedimento torna a avaliação do problema direto resistivo -2D em torno de 20 vezes mais rápido do que se ele fosse resolvido pelo método de elementos finitos, permitindo também que as derivadas dos dados teóricos em relação a cada parâmetro sejam avaliados por diferenças finitas com o uso da sub-rotina FDERIV (Bevington, 1969).

A figura 7 mostra a comparação entre uma pseudoseção resolvida pelo método de elementos finitos e outra pseudoseção obtida pela interpolação através do banco de dados. O erro envolvido é menor que 5%.

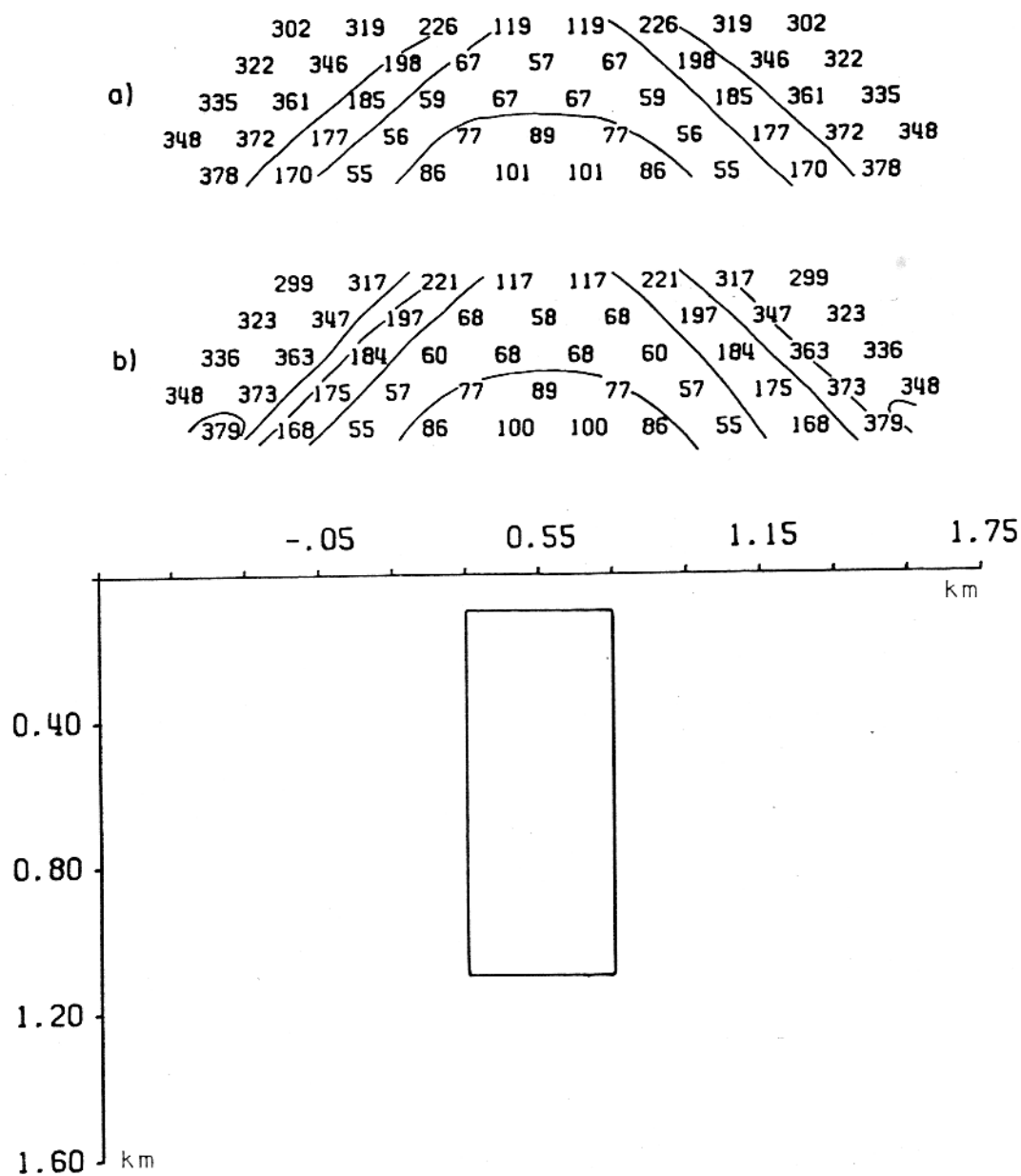


FIG. 12- Pseudoseção resolvida pelo método de elementos finitos (a) e a obtida pela interpolação através do banco de dados (b) para o modelo postulado.

3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

3.1 Obtenção do Estimador dos Mínimos Quadrados

3.1.1 Um Único Conjunto de Dados

A partir de um vetor de N observações de um campo anômalo $\bar{g}^0$, queremos encontrar o vetor de M parâmetros $\bar{p}$ tal que a função objeto

$$\chi^2 = ||\bar{g}^0(\bar{x}) - \bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p})||^2 = [\bar{g}^0(\bar{x}) - \bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p})]^T [\bar{g}^0(\bar{x}) - \bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p})] \quad (3)$$

seja minimizada. Onde $\bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p})$ é uma função contínua em $\bar{x}$, exprimindo a anomalia gravimétrica, magnética ou de resistividade devida a um modelo interpretativo definido de maneira única pelo vetor $\bar{p}$; $\bar{x}$ é o vetor contendo as posições das observações e a quantidade χ^2 é o qui-quadrado reduzido. O vetor $\bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p})$ contém os valores do campo anômalo, avaliados nas posições correspondentes às observações, sendo portanto função contínua de cada elemento de $\bar{p}$.

Para minimizar a quantidade χ^2 , tomamos sua derivada em relação a cada componente do vetor $\bar{p}$ e igualamos a zero em $\bar{p} = \hat{\bar{p}}$ (equações normais).

$$\nabla \bar{p} \left\{ [\bar{g}^0(\bar{x}) - \bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p})]^T [\bar{g}^0(\bar{x}) - \bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p})] \right\} = \bar{A}^T(\hat{\bar{p}}) [\bar{g}^0 - \bar{g}^c(\bar{x}, \hat{\bar{p}})] = \bar{0}, \quad (4)$$

onde

$$\nabla \bar{p} = \left[\frac{\partial}{\partial p_1}, \frac{\partial}{\partial p_2}, \dots, \frac{\partial}{\partial p_m} \right]^T, \text{ e } \bar{A}^T(\hat{\bar{p}})$$

é a transposta da matriz sensibilidade, cujos elementos são definidos por

$$a_{ij} = \frac{\partial g^c(x, \bar{p})}{\partial p_j} \bigg|_{\substack{x = x_i \\ p_j = \hat{p}_j}} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, N \\ j = 1, \dots, M \end{matrix} \quad (5)$$

Se o problema for linear o modelo $\bar{g}^c$ pode ser descrito pela equa

ção

$$\bar{A} \bar{p} = \bar{g}^c,$$

(6)

onde a matriz $\bar{A}$ não será função de $\bar{p}$, tal que obtem-se a solução padrão para os mínimos quadrados. Entretanto, no nosso caso, o problema é não linear, isto é, o estimador $\hat{p}$ parece implicitamente em $\bar{A}$ e $\bar{g}^c$ na equação (4), dificultando assim a procura da solução $\hat{p}$. Partindo de uma estimativa inicial $\hat{p}^0$ de $\hat{p}$ e supondo que $\bar{g}^c$ tenha as derivadas contínuas em relação a $\bar{p}$, pode-se linearizar a função $\bar{g}^c(\bar{p})$ no ponto $\hat{p}^0$ pela expansão da mesma em série de Taylor, e considerando apenas os termos de ordem zero e um, a equação (4) torna-se

$$\bar{A}^T(\hat{p}^0) [\bar{g}^0 - \bar{g}^c(\hat{p}^0) - \bar{A}(\hat{p}^0)(\hat{p} - \hat{p}^0)] = \bar{0}. \quad (7)$$

supondo que $\bar{g}^c$ é aproximadamente linear em relação a $\bar{p}$ na região em torno da solução de (4) é que esta região contém a aproximação $\hat{p}^0$, então o valor de $\hat{p}$, obtido pela equação (7) é uma melhor aproximação da solução de (4) que a aproximação inicial $\hat{p}^0$. Assim a solução do problema pode ser obtida através de um processo iterativo, obtendo-se assim na i-ésima iteração a solução de

$$\bar{A}^T(\hat{p}^{(i)}) [\bar{g}^0 - \bar{g}^c(\hat{p}^{(i)}) - \bar{A}(\hat{p}^{(i)})(\hat{p}^{(i+1)} - \hat{p}^{(i)})] = \bar{0},$$

ou

$$\bar{A}^{(i)T} \bar{A}^{(i)} \Delta \hat{p}^{(i)} = \bar{A}^{(i)T} \Delta \bar{g}^{(i)}, \quad (8)$$

onde

$$\Delta \hat{p}^{(i)} = \hat{p}^{(i+1)} - \hat{p}^{(i)}$$

e

$$\Delta \bar{g}^{(i)} = \bar{g}^0 - \bar{g}^c(\hat{p}^{(i)}).$$

Para efeito de simplicidade eliminaremos o índice i do processo iterativo nas descrições a seguir. Assim a equação (8) fornece a solução dos mínimos quadrados em cada iteração:

$$\hat{\Delta p} = (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T \Delta g \quad (9)$$

Como na inversão de dados de campo potencial e resistivos a matriz $\bar{A}^T \bar{A}$ é em geral mal condicionada, o problema torna-se instável na presença de ruído. Para estabilizar o problema, emprega-se uma modificação da equação (9) (Hoerl e Kennard, 1970 a,b; Marquardt, 1963).

$$\hat{\Delta p} = \bar{D} (\bar{D} \bar{A}^T \bar{A} \bar{D} + \lambda \bar{I})^{-1} \bar{D} \bar{A}^T \Delta g, \quad (10)$$

onde λ é um escalar positivo, $\bar{I}$ é a matriz identidade e $\bar{D}$ é uma matriz diagonal com elementos

$$d_{ii} = \frac{1}{\left(\sum_{j=1}^N a_{ji}^2 \right)^{1/2}}.$$

3.1.2 Múltiplos Conjuntos de Dados

Sejam $\bar{g}^0$ e $\bar{f}^0$ os dois conjuntos de campos anômalos contendo N_g e N_f observações respectivamente e $\bar{p}_g$ e $\bar{p}_f$ os vetores de M_g e M_f parâmetros dos modelos $g^0(x, \bar{p}_g)$ e $f^0(X, \bar{p}_f)$ que determinam os dois campos. Os vetores de parâmetros podem ser divididos em

$$\bar{p}_g = \begin{bmatrix} \bar{q} \\ \bar{r} \end{bmatrix} \begin{matrix} M_c \\ M_r \end{matrix} \quad \text{e} \quad \bar{p}_f = \begin{bmatrix} \bar{q} \\ \bar{s} \end{bmatrix} \begin{matrix} M_c \\ M_s \end{matrix},$$

onde $\bar{q}$ é o vetor de parâmetros comuns aos vetores $\bar{p}_g$ e $\bar{p}_f$, $\bar{r}$ e $\bar{s}$ são os vetores dos parâmetros que pertencem somente aos vetores $\bar{p}_g$ e $\bar{p}_f$ respectivamente. O problema agora é resolver simultaneamente as equações análogas à equação (6), para o caso linear

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_g & \bar{A}_r \end{bmatrix} \bar{p}_g = \bar{g}^0$$

e

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_f & \bar{A}_s \end{bmatrix} \bar{p}_f = \bar{f}^0,$$

onde $\bar{A}_g$ tem elementos

$$a_{ij} = \frac{\partial g^c(x, \bar{p}_g)}{\partial q_j} \Big|_{x=x_i}, \quad \begin{cases} i=1,2,\dots,N_g \\ j=1,2,\dots,M_g \end{cases}$$

$\bar{A}_f$ tem elementos

$$b_{ij} = \frac{\partial f^c(x, \bar{p}_f)}{\partial q_j} \Big|_{x=x_i}, \quad \begin{cases} i=1,2,\dots,N_f \\ j=1,2,\dots,M_g \end{cases}$$

$\bar{A}_r$ tem elementos

$$c_{ij} = \frac{\partial g^c(x, \bar{p}_g)}{\partial r_j} \Big|_{x=x_i} \quad e \quad \begin{cases} i=1,2,\dots,N_g \\ j=1,2,\dots,M_r \end{cases}$$

$\bar{A}_s$ tem elementos

$$d_{ij} = \frac{\partial f^c(x, \bar{p}_f)}{\partial s_j} \Big|_{x=x_i} \quad . \quad \begin{cases} i=1,2,\dots,N_f \\ j=1,2,\dots,M_s \end{cases}$$

As duas equações acima podem ser agrupadas numa única equação.

$$\bar{A}\bar{p} = \bar{m}, \quad (12)$$

onde o novo vetor de parâmetros $\bar{p}$ é dado por

$$\bar{p} = \begin{bmatrix} \bar{q} \\ \bar{r} \\ \bar{s} \end{bmatrix}, \quad \bar{m} = \begin{bmatrix} \bar{g}^c \\ \bar{f}^c \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{A}_g & \bar{A}_f & \bar{O}_g \\ \bar{A}_f & \bar{O}_f & \bar{A}_s \end{bmatrix}$$

e $\bar{O}_f$ e $\bar{O}_g$ são matrizes nulas com dimensões $N_f \times M_r$ e $N_g \times M_s$ respectivamente.

Linearizando a equação (12) em torno do ponto $\hat{p}^0$ como já descrito para o caso de um único conjunto de dados chegamos a uma equação semelhante à equação (9).

$$\Delta \bar{p} = \bar{C} \bar{A}^T \bar{A}^{-1} \bar{A}^T \Delta \bar{m},$$

onde

$$\Delta \hat{m} = \begin{bmatrix} \hat{g}^0 - \hat{g}^c & \hat{p}^0 \\ \hat{f}^0 - \hat{f}^c & \hat{p}^0 \end{bmatrix}$$

e

$$\Delta \hat{p} = \begin{bmatrix} \hat{p} - \hat{p}^0 \end{bmatrix}.$$

O procedimento de resolução segue os mesmos passos já discutidos anteriormente para apenas um conjunto de dados.

Caso haja mais conjuntos de dados a resolução é feita de maneira semelhante aumentando apenas o n° de observações e o n° de parâmetros.

3.2 Estimativa dos Erros

A obtenção das estimativas é apenas parte do processo de inversão. É necessário ainda uma maneira de se avaliar a eficiência das estimativas obtidas. Muitas destas medidas são baseadas na matriz de covariância dos parâmetros, que será obtida nesta secção.

A solução dos mínimos quadrados como já foi descrito é dado pela equação

$$\hat{p} = (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T \bar{Y}^0.$$

Para avaliação da eficiência das estimativas supomos as seguintes hipóteses: modelo interpretativo correto, erros aditivos, com esperança igual a zero, variáveis independentes (X_i) e parâmetros ($\hat{p}$) determinísticos.

Empregando a hipótese de erros aditivos, as observações $\bar{Y}^0$ podem ser expressas como $\bar{A}\bar{p} + \bar{\varepsilon}$ e a solução dos mínimos quadrados pode ser reescrita na forma

$$\hat{p} = (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T (\bar{A}\bar{p} + \bar{\varepsilon}), \quad (13)$$

onde $\bar{\varepsilon}$ é o vetor que contém os ruídos aditivos em cada observa -

ção.

Simplificando a equação (13) obtém-se

$$\hat{\bar{p}} = \bar{p} + (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T \bar{\epsilon}.$$

Tomando o valor esperado da equação acima

$$E(\hat{\bar{p}}) = E \left\{ \bar{p} + (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T \bar{\epsilon} \right\},$$

como os parâmetros e as variáveis independentes não são aleatórias, por hipótese, $E\{\bar{p}\} = \bar{p}$ e

$$E \left\{ (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T \bar{\epsilon} \right\} = (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T E(\bar{\epsilon}), \text{ portanto,}$$

$$E(\hat{\bar{p}}) = \bar{p} + (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T E(\bar{\epsilon}).$$

Como a esperança de $\bar{\epsilon}$ é nula por hipótese, chegamos finalmente a

$$E(\hat{\bar{p}}) = \bar{p},$$

ou seja, o estimador dos parâmetros é não tendencioso.

A matriz de covariância do vetor de parâmetros $\hat{\bar{p}}$ é dada por

$$\text{Cov}(\hat{\bar{p}}) = E \left\{ \left[\hat{\bar{p}} - E\{\hat{\bar{p}}\} \right] \left[\hat{\bar{p}} - E\{\hat{\bar{p}}\} \right]^T \right\}.$$

Substituindo na equação acima o vetor de parâmetros $\hat{\bar{p}}$ dado pela equação (13).

$$\text{Cov}(\hat{\bar{p}}) = E \left\{ \left[\bar{p} + (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T \bar{\epsilon} - \bar{p} \right] \left[\bar{p} + (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T \bar{\epsilon} - \bar{p} \right]^T \right\}. \quad (14)$$

Simplificando e tomando a transposta do segundo termo obtém-se

$$\text{Cov}(\hat{\bar{p}}) = E \left\{ (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T \bar{\epsilon} \bar{\epsilon}^T \bar{A} (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \right\}, \quad (15)$$

ou
$$\text{Cov}(\hat{\bar{p}}) = (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T E(\bar{\epsilon} \bar{\epsilon}^T) \bar{A} (\bar{A}^T \bar{A})^{-1},$$

ou
$$\text{Cov}(\hat{\bar{p}}) = (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T \phi \bar{A} (\bar{A}^T \bar{A})^{-1}, \quad (16)$$

onde $\bar{\phi}$ é a matriz covariância dos erros aditivos.

No caso de inversão conjunta gravimetria-magnetometria, presume-se que os erros das observações gravimétricas não sejam correlacionados aos das observações magnéticas de modo que a matriz de covariância total tem a estrutura:

$$\bar{\phi} = \begin{bmatrix} \bar{\phi}_g & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{\phi}_m \end{bmatrix}, \text{ onde } \bar{\phi}_g \text{ e } \bar{\phi}_m \text{ são as matrizes de cor-}$$

relação dos dados gravimétricos e magnéticos respectivamente, e $\bar{0}$ é a matriz nula.

4 ANÁLISE DE DADOS TEÓRICOS

Os dados dos campos anômalos gravimétricos e magnéticos e de resistividade aparente nos testes teóricos são calculados respectivamente através das equações (1) e (2) e pela interpolação do banco de dados de valores de resistividade aparente.

O problema não linear, definido pela minimização da equação 3, é resolvido pelo método de Gauss-Newton, que na i-ésima iteração fornece a solução da equação 8. Para resolver o problema inverso utilizamos a subrotina CURFIT (Bevington, 1969).

Foram realizados testes perturbando-se as "observações" devidas a um único prisma por ruído Gaussiano, pela resposta devido a corpos interferentes (ruído geológico) e por ambos. A inversão é efetuada postulando-se um único prisma como modelo interpretativo.

Em todos os testes teóricos usamos 24 "observações" magnéticas, 24 "observações gravimétricas e 48 "observações" resistivas, com o espaçamento entre as "observações" dos campos potenciais de 50m. Para os dados resistivos o vetor de "observações" é tomado da esquerda para a direita e de cima para baixo na pseudoseção (Figura 7), com o espaçamento de 200m entre os eletrodos de corrente e os de potencial. O modelo postulado apresenta os seguintes parâmetros verdadeiros: profundidade do topo 100m, espessura 1000 m, largura 400m, posição do centro do corpo 550m (o perfil tem origem no zero), resistividade do corpo 20 Ω .m, resistividade do meio circunjacente 300 Ω .m, módulo do vetor magnetização 200 A/m, inclinação 60° , azimute em relação ao eixo Y 10° e contraste de densidade 300 kg/m³.

Nos testes com ruído Gaussiano, os processos iterativos são interrompidos na iteração em que o qui-quadrado reduzido cai abaixo da variância do ruído. Nos demais testes o critério de interrupção do processo ocorre na i-ésima iteração em que os qui-quadrados reduzidos satisfazem a equação

$$\frac{X_i^2 - X_{i-1}^2}{X_i} < 0,05$$

onde X_i é o valor do qui-quadrado na i -ésima iteração.

A avaliação dos resultados obtidos é feita através da comparação entre os parâmetros estimados e os parâmetros verdadeiros, pelos desvios padrões dos parâmetros dados pela equação (16) (quando o ruído é Gaussiano) e pelo grau de dependência dos parâmetros estimados em relação às aproximações iniciais dos parâmetros. Esta última avaliação fornece uma idéia da ambiguidade dos resultados obtidos. Assim, quanto mais dependente da aproximação inicial forem as estimativas dos parâmetros, maior será a ambiguidade e vice-versa.

Para cada um dos testes realizados, utilizamos várias aproximações iniciais obtendo portanto várias estimativas.. As aproximações iniciais dos parâmetros estão contidas no hiper-paralelepípedo com arestas dados por: profundidade do topo (50m a 250m), espessura (500 a 2500 m), largura (100m a 800m), posição (400m a 750m), contraste de densidade (100 kg/m³ a 500 kg/m³), resistividade do corpo (5 ohm.m a 50 ohm.m), resistividade da rocha encaixante (100 ohm.m a 800 ohm.m), módulo do vetor magnetização (50x10⁻² A/m a 400x10⁻² A/m), inclinação do vetor magnetização (40° a 70°) e azimute do vetor magnetização (0° a 20°). Na descrição a seguir, entretanto apresentamos apenas a estimativa que melhor descreve o comportamento geral de todas as estimativas obtidas no teste em questão.

Um aspecto importante no uso da inversão conjunta é o emprego de uma matriz de pesos para amenizar as diferentes incertezas entre os diferentes tipos de dados (Petrick et al, 1977; Rigoti, 1985). Um estudo neste sentido foi desenvolvido nos diversos testes aqui realizados melhorando sensivelmente os resultados. Entretanto, os pesos da matriz são dependentes do tipo de ruído presente nos dados e não foi possível estabelecer critérios objetivos para a determinação destes pesos. Devido a essa dificuldade empregamos apenas os pesos necessários para que os valores numéricos dos diferentes grupos de dados tivessem a

mesma ordem de grandeza. Para isso, os dados gravimétricos, magnéticos e resistivos foram invertidos respectivamente com unidades 10^{-5} gal, gammas e ohm.m.

A matriz de covariância dos parâmetros é calculada apenas para o caso de ruído Gaussiano aditivo (gravimetria e magnetometria) cuja expressão é dada pela equação 16.

4.1 Efeito de Corpos Rasos

Este tipo de ruído geológico foi simulado pela presença de um pequeno corpo prismático raso com as seguintes dimensões: largura 200m, espessura 80m, profundidade do topo 15m, posição 750m, inclinação magnética 60° e azimuth do vetor magnetização em relação ao eixo y 10° . Os contrastes de propriedade física entre o corpo e a rocha encaixante são; 350 kg/m^3 para a densidade, $1,4 \text{ A/m}$ para o módulo da magnetização (meio circundante com susceptibilidade nula); a resistividade do corpo é de $20 \text{ } \Omega \cdot \text{m}$. a resistividade da rocha encaixante de $300 \text{ } \Omega \cdot \text{m}$.

A Figura 8 mostra a comparação entre a geometria e a posição do modelo real e as estimadas pela inversão dos dados gravimétricos e magnéticos. Observa-se que, usando-se apenas os dados gravimétricos as estimativas obtidas são pobres, ao passo que, a inversão conjunta apresenta sensível melhora, com pequenas distorções na largura, posição do centro do corpo e profundidade do topo.

A Figura 9 mostra os resultados obtidos através da inversão de dados magnéticos e pela inversão conjunta dos dados magnéticos e gravimétricos. O modelo ajustado usando apenas os dados magnéticos é muito diferente do modelo real. A inversão conjunta por sua vez produz estimativas mais próxima do modelo real.

As Figuras 8 e 9 mostram que na presença de ruído geológico produzido por um corpo raso, a inversão conjunta dos dados gravimétricos e magnéticos apresenta estimativas bem superiores às estimativas produzidas por cada grupo de dados isoladamente. Além disso, tais estimativas são virtualmente independentes.

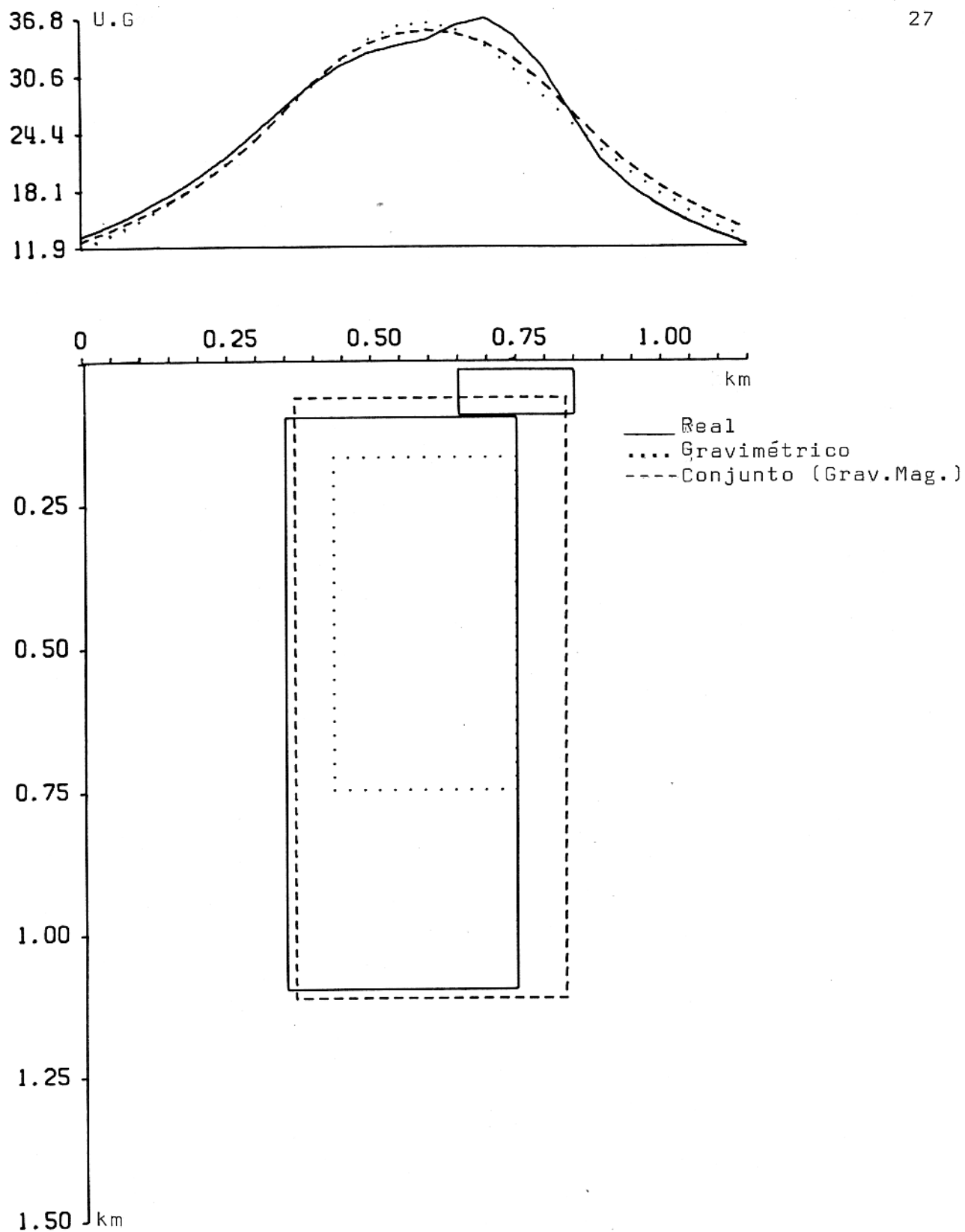


FIG. 8 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso).

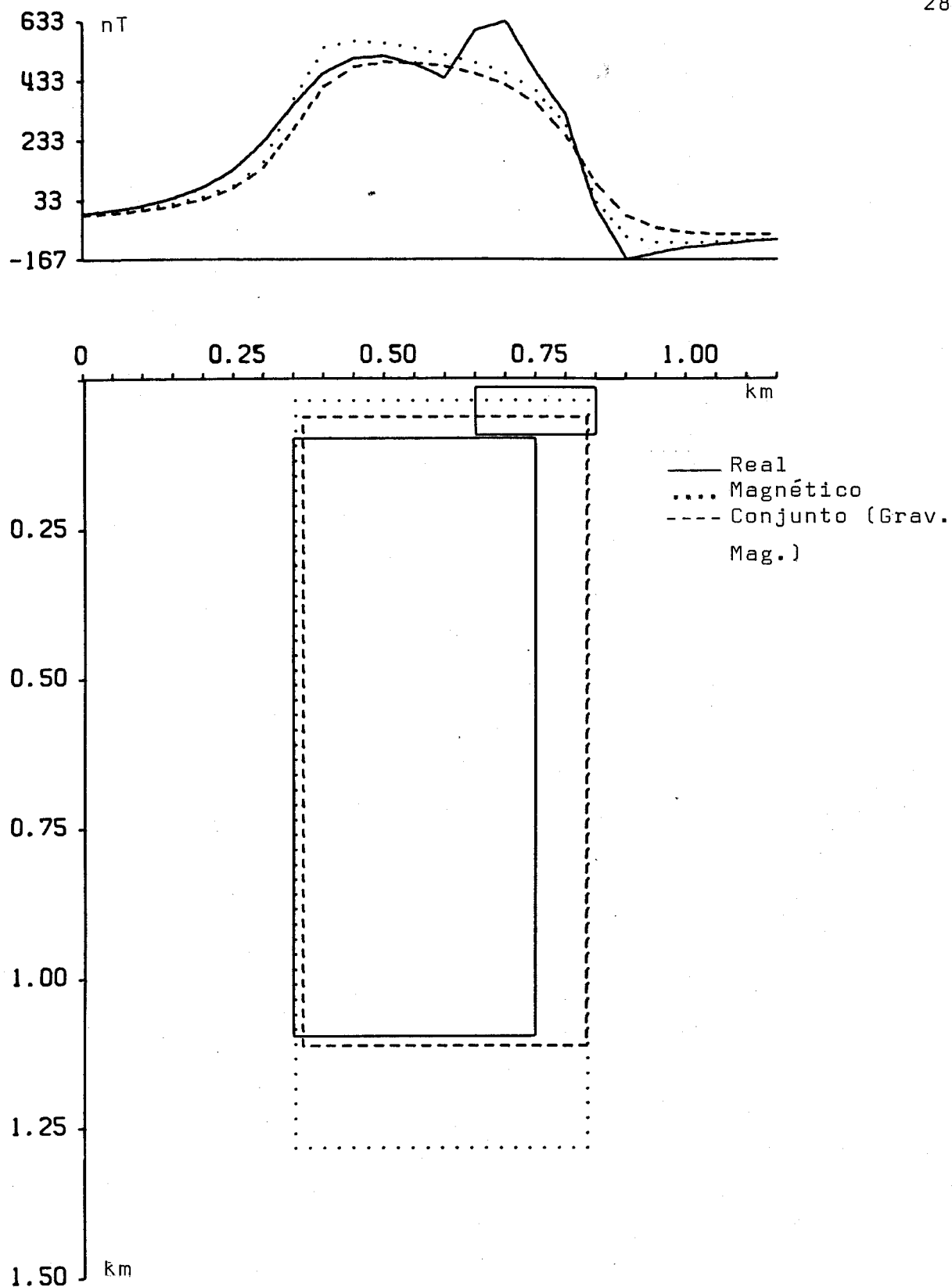


FIG. 9 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo rasol).

tes da aproximação inicial para os parâmetros, o que não ocorre com a inversão de cada grupo de dados separadamente (Tabela 1).

A comparação entre a geometria e a posição do modelo real, as estimadas pela inversão de dados resistivos e pela inversão conjunta dos dados gravimétricos e resistivos é mostrada na figura 10. A inversão dos dados resistivos apresenta uma solução pobre, com maiores distorções na largura e na espessura. A inversão conjunta dos dados gravimétricos e resistivos a apresenta solução semelhante à produzida pelos dados resistivos, com exceção da espessura do corpo, que está melhor resolvida.

A Figura 11 compara os resultados obtidos através da inversão dos dados gravimétricos com aqueles obtidos pela inversão conjunta dos dados gravimétricos e resistivos. A inversão usando apenas os dados gravimétricos apresenta um modelo estimado longe do modelo real enquanto o resultado obtido pela inversão conjunta apresenta-se bem superior àquela alcançado usando apenas os dados gravimétricos.

Quando o ruído geológico é produzido por um corpo raso, a inversão simultânea dos dados gravimétricos e resistivos é superior à inversão usando apenas os dados gravimétricos, e mais próxima à inversão usando apenas os dados resistivos. Entretanto, a inversão de dados resistivos (bem como de dados gravimétricos) é dependente da aproximação inicial, o que não acontece com a inversão conjunta, que apresenta estimativas praticamente independentes das aproximações iniciais (Tabela 1).

Os resultados obtidos através da inversão de dados magnéticos e a inversão simultânea de dados resistivos e magnéticos são mostrados na Figura 12. A inversão de dados magnéticos apresenta solução longe do modelo real, enquanto a inversão conjunta apresenta valores bem mais próximos dos verdadeiros, apresentando uma pequena distorção na profundidade do topo e na largura.

A Figura 13 mostra os resultados obtidos usando a inversão dos dados resistivos e a inversão conjunta dos dados magnéticos e resistivos. A inversão conjunta apresenta estimativa s

TABELA - 1 - Intervalos de valores estimados dos parâmetros para cada inversão, quando o ruído geológico é um pequeno corpo raso.

CONJUNTO DE DADOS USADOS NA INVERSÃO	P A R Â M E T R O S									
	Contr.de den- sidade	Profund. do topo	Espessura	Largura	Posição	Resist. do corpo	Resist. da rocha encaixante	Mód. do vetor magnetização	Inclin.do Azimute vetor mag do vetor netização magneti- zação.	
	(kg/m ³)	(m)	(m)	(m)	(m)	(ohm.m)	(ohm.m)	(10 ⁻² A/m)	(graus)	(graus)
Gravimétrico	204-1700	10-280	250-2200	250-500	585-595	-	-	-	-	-
Magnético	-	35-55	800-1400	475-515	585-595	-	-	132-210	37-71	7-66
Resistivo	-	50-75	400-1900	400-500	560-580	30-37	298-303	-	-	-
Grav.e Magnético	230-400	50-65	1000-1200	485-505	590-600	-	-	160-220	36-51	6-26
Grav.e Resistivo	268-272	65-75	900-950	470-475	560-565	26-27	298-299	-	-	-
Mag.e Resistivo	-	60-65	950*	485*	565*	31-32	303*	150-220	40-52	1-20
Grav., Mag.e Resistivo	260*	50*	925*	495*	565*	34*	304*	198-202	45-57	1-2
Aproximações iniciais	100-500	50-250	500-2500	100-800	400-750	5-50	100-800	50-400	40-70	0-20

* Intervalo insignificante comparado com o valor tabelado

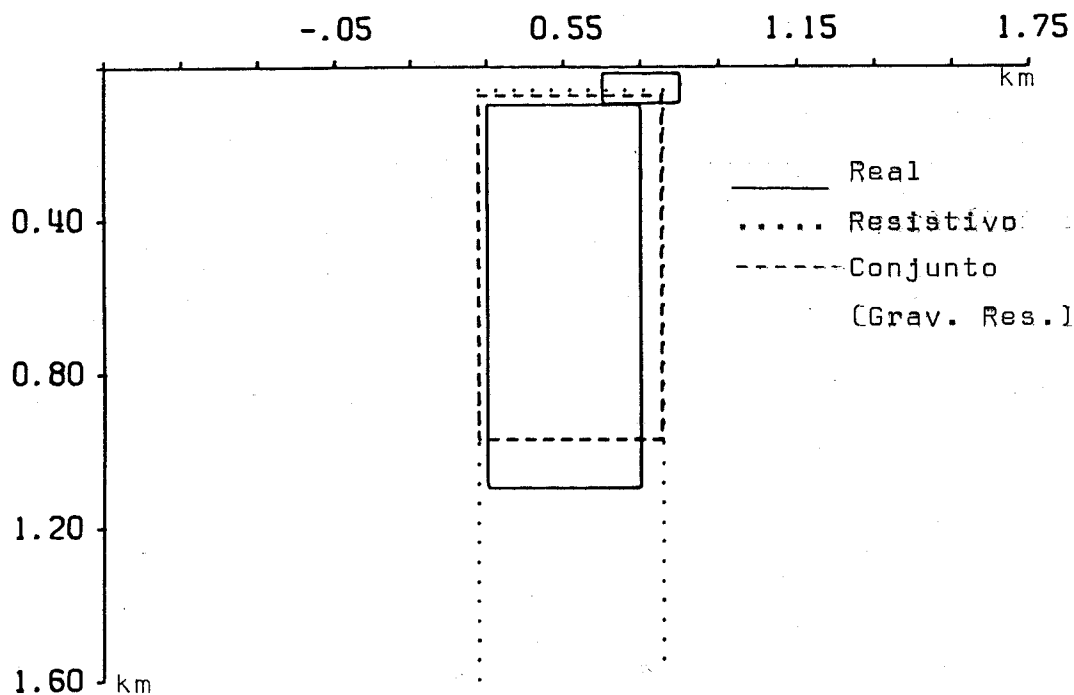
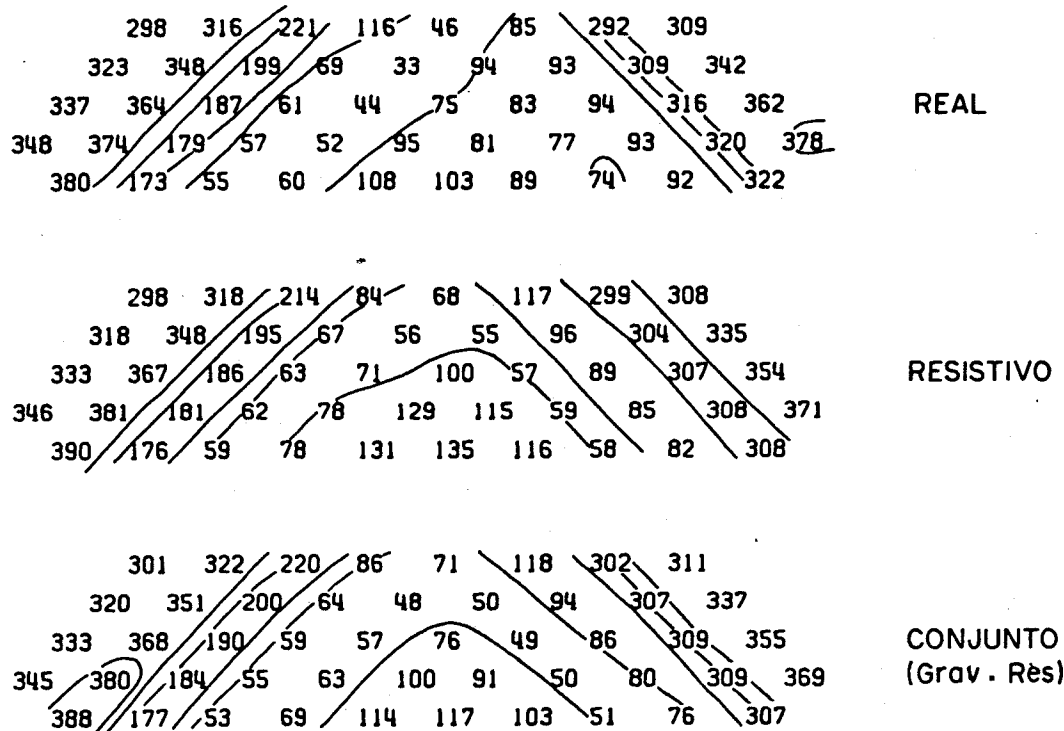


FIG. 10 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo rasol). A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados resistivos é 1,8km.

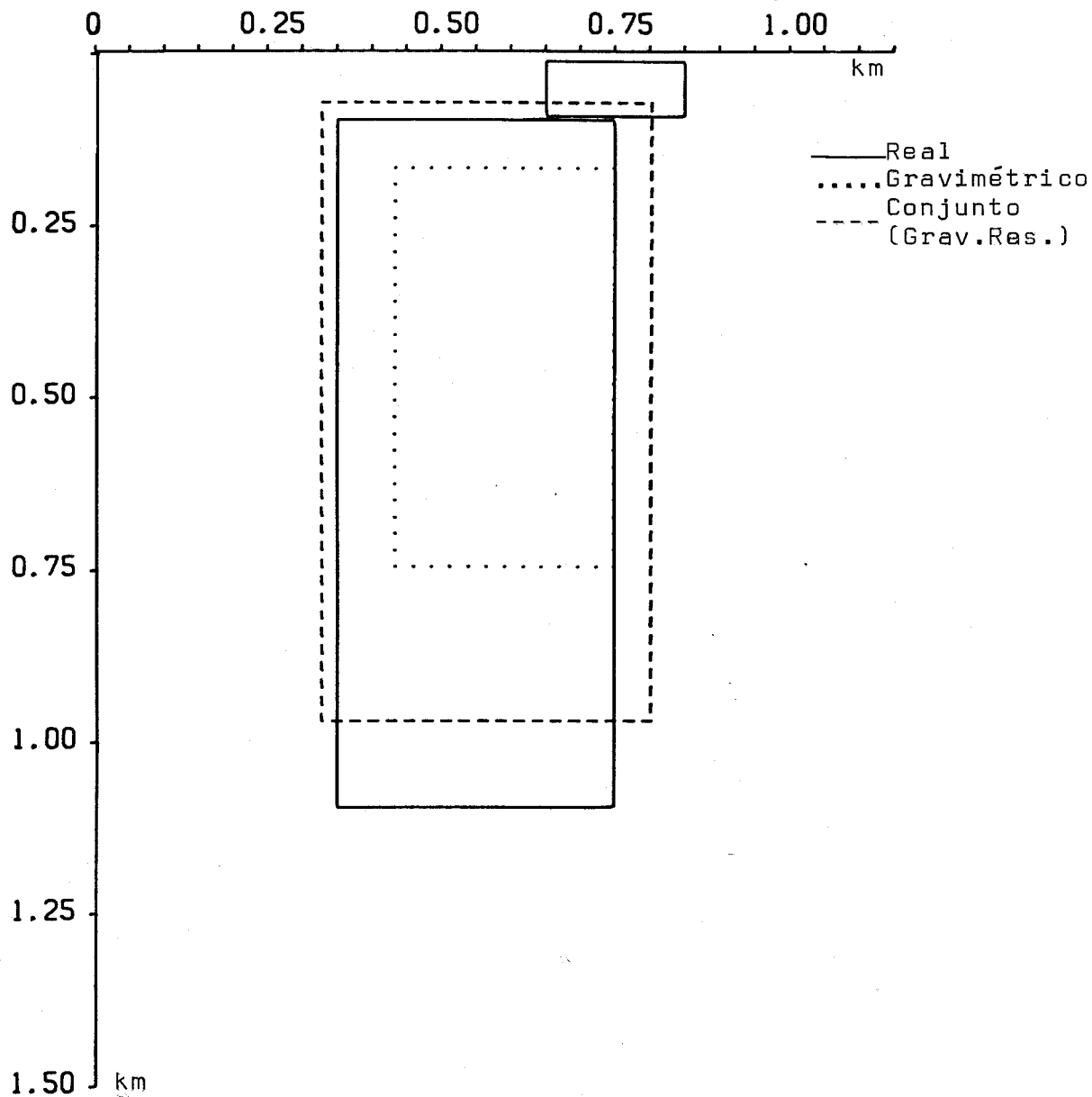
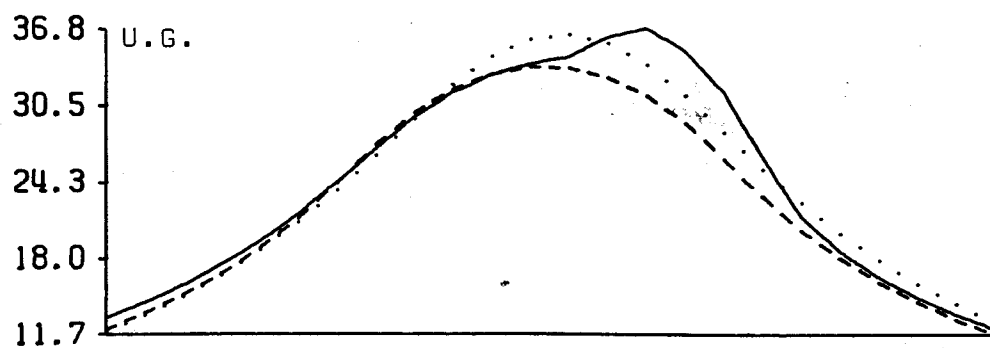
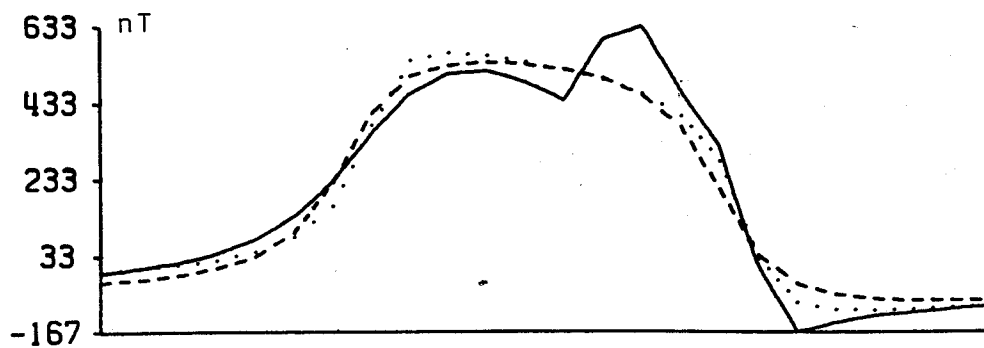


FIG. 11 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo rasol).



33

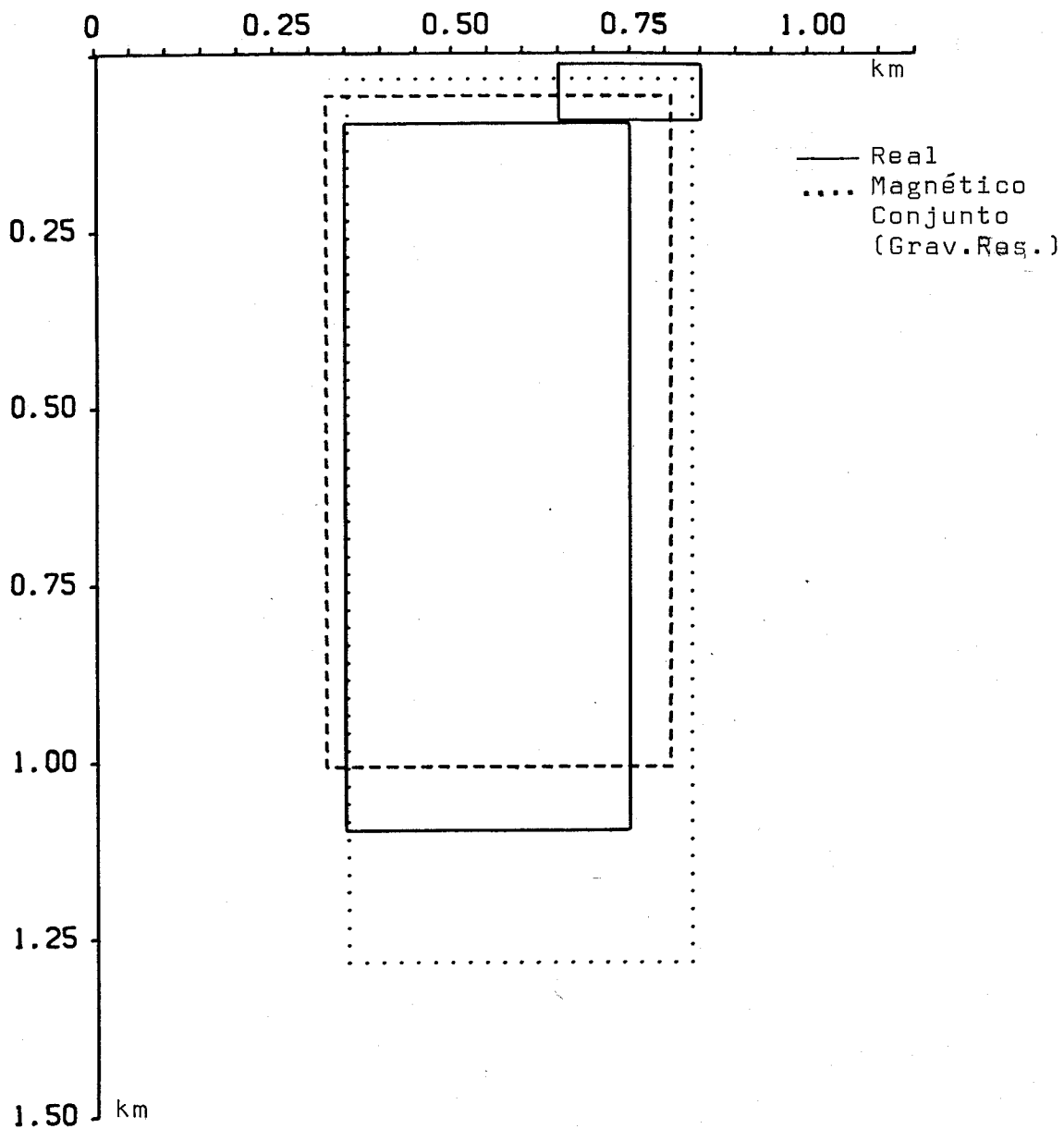
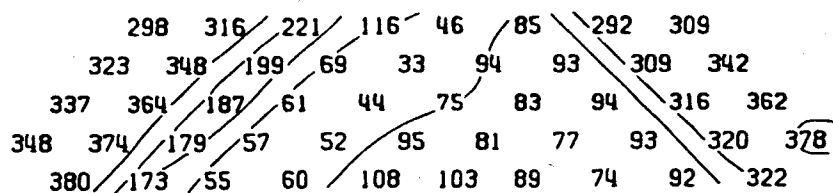
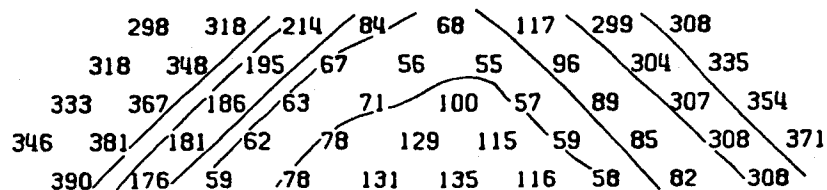


FIG. 12 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo resal).



REAL



RESISTIVO

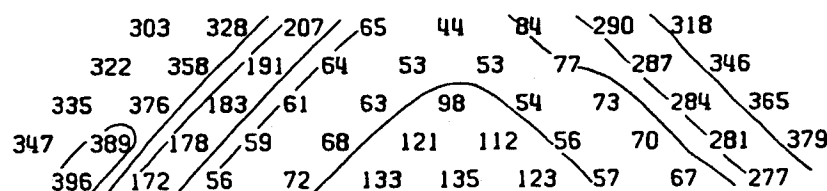
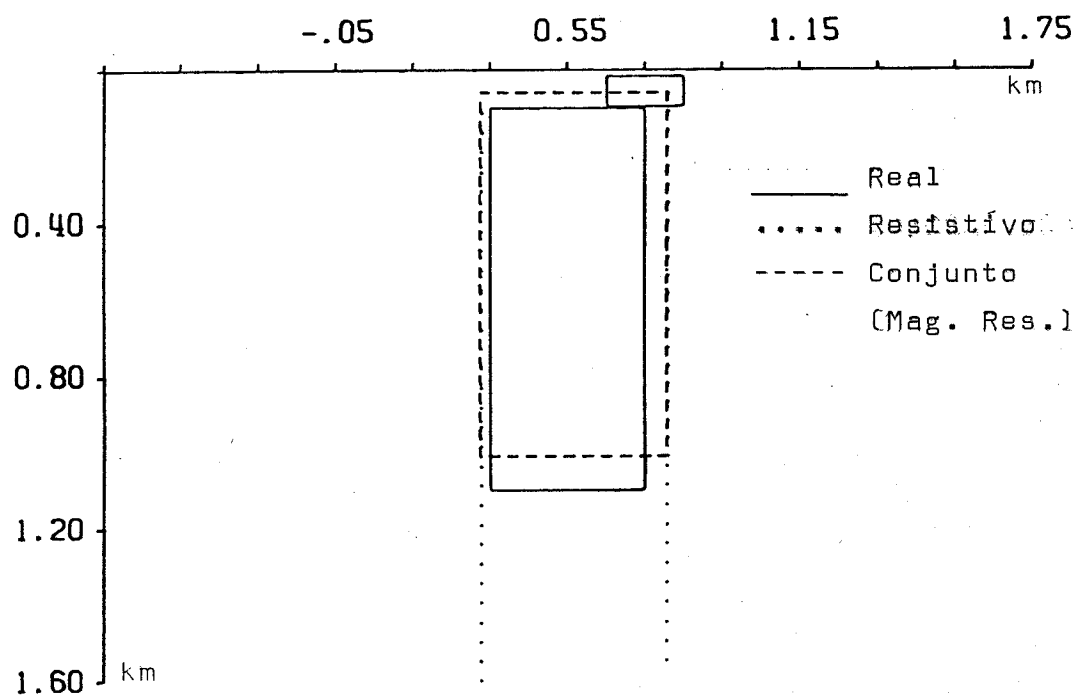
CONJUNTO
(Mag. Res)

FIG. 13 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo rasol). A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados resistivos é 1,8km.

melhante à inversão usando apenas os dados resistivos, com exceção da espessura do corpo que apresenta melhor resolução.

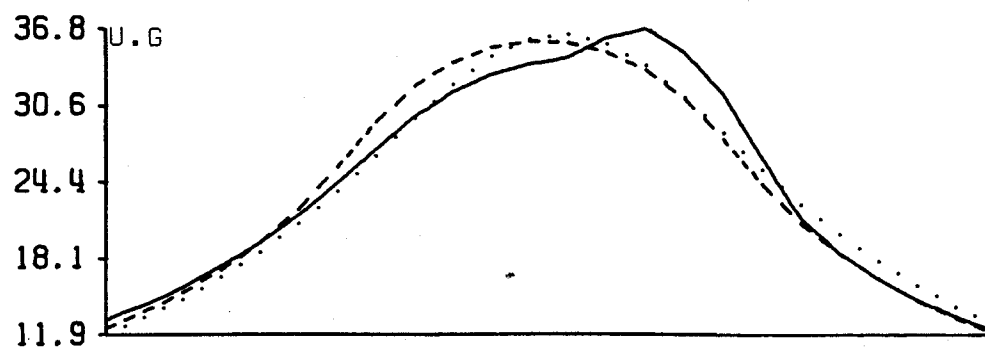
Os resultados ilustrados na Figura 12 e 13 mostram que a inversão conjunta (magnetometria e resistividade) apresenta resultados que acompanham a inversão de dados resistivos, sendo contudo, bem superiores aos da inversão de dados magnéticos. As inversões usando apenas um dos conjuntos de dados são dependentes da aproximação inicial como já descritos anteriormente ao passo que a inversão conjunta apresenta dependência da aproximação inicial apenas nos parâmetros do vetor magnetização (Tabela 11).

As Figuras 14, 15 e 16 mostram as inversões isoladas dos dados gravimétricos, magnéticos e resistivos, respectivamente, juntamente com a estimativa produzida pela inversão conjunta dos três conjuntos de dados. A partir das figuras 14 e 15 observa-se que a estimativa da inversão conjunta é bem superior à inversão usando ou os dados gravimétricos ou os dados magnéticos isoladamente. Entretanto, a inversão conjunta apresenta resultados semelhantes a aqueles obtidos usando apenas os dados resistivos, com exceção de uma sensível melhora na espessura, como ilustra a figura 16.

A estimativa obtida através da inversão conjunta dos três grupos de dados (Figura 14) é semelhante àquela obtida a partir das inversões conjuntas dos dados combinados dois a dois (Figuras 8, 10 e 12).

A inversão simultânea dos três conjuntos de dados apresenta, solução totalmente independente da aproximação inicial, inclusive para os parâmetros que definem o vetor magnetização do corpo (Tabela 11).

Os resultados descritos acima mostram comparações entre as inversões de cada conjunto de dados em separado, inversões conjuntas dos dados combinados dois a dois e a inversão simultânea dos três grupos de dados baseados apenas na geometria e posição dos modelos estimados em relação ao corpo real. A fim de comparar as diversas inversões com base nas estimativas do con-



36

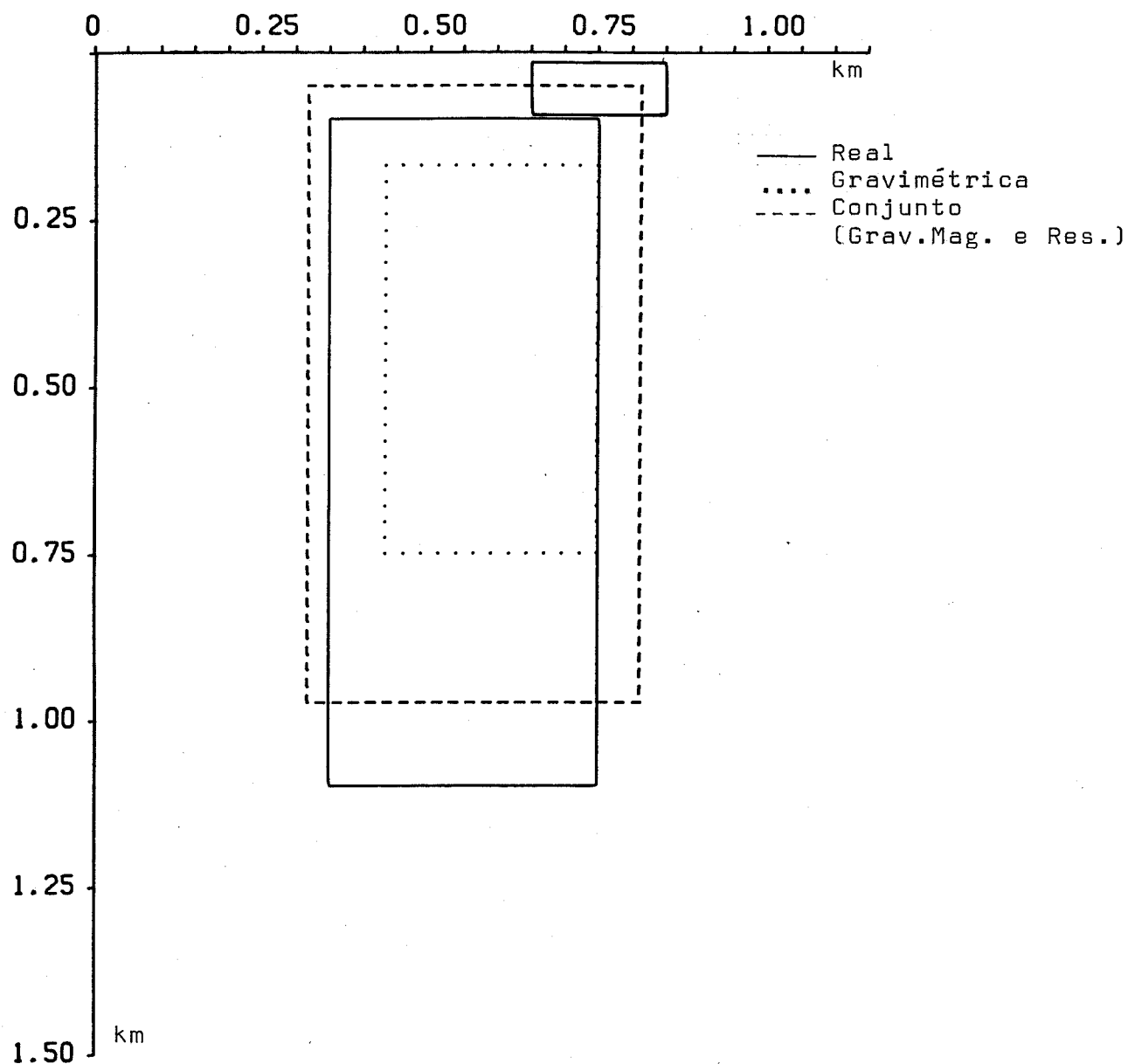


FIG. 14 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo rasol).

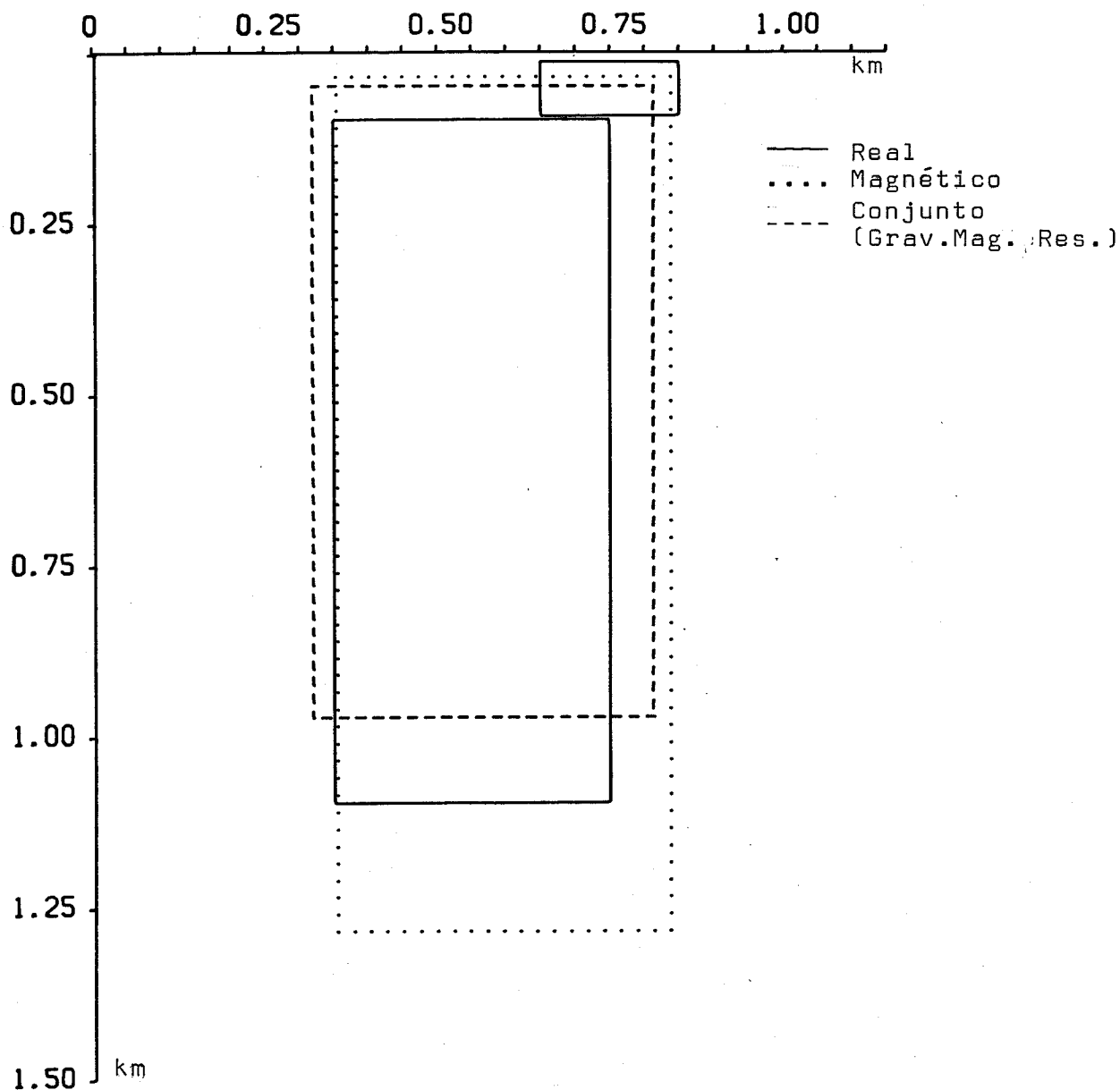
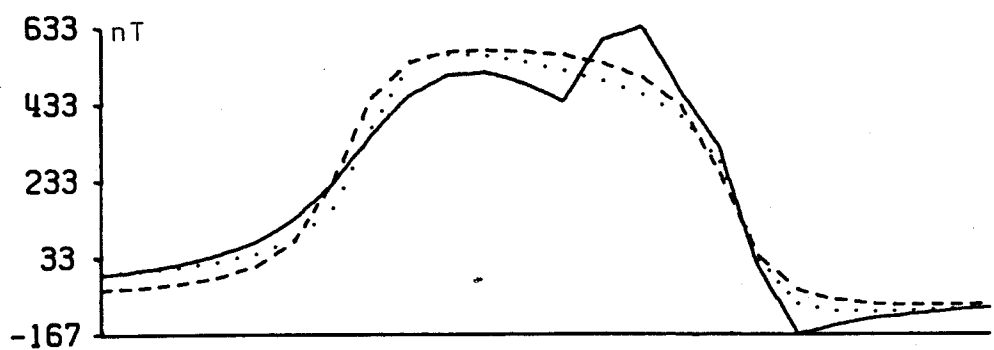


FIG. 15 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo rasol).

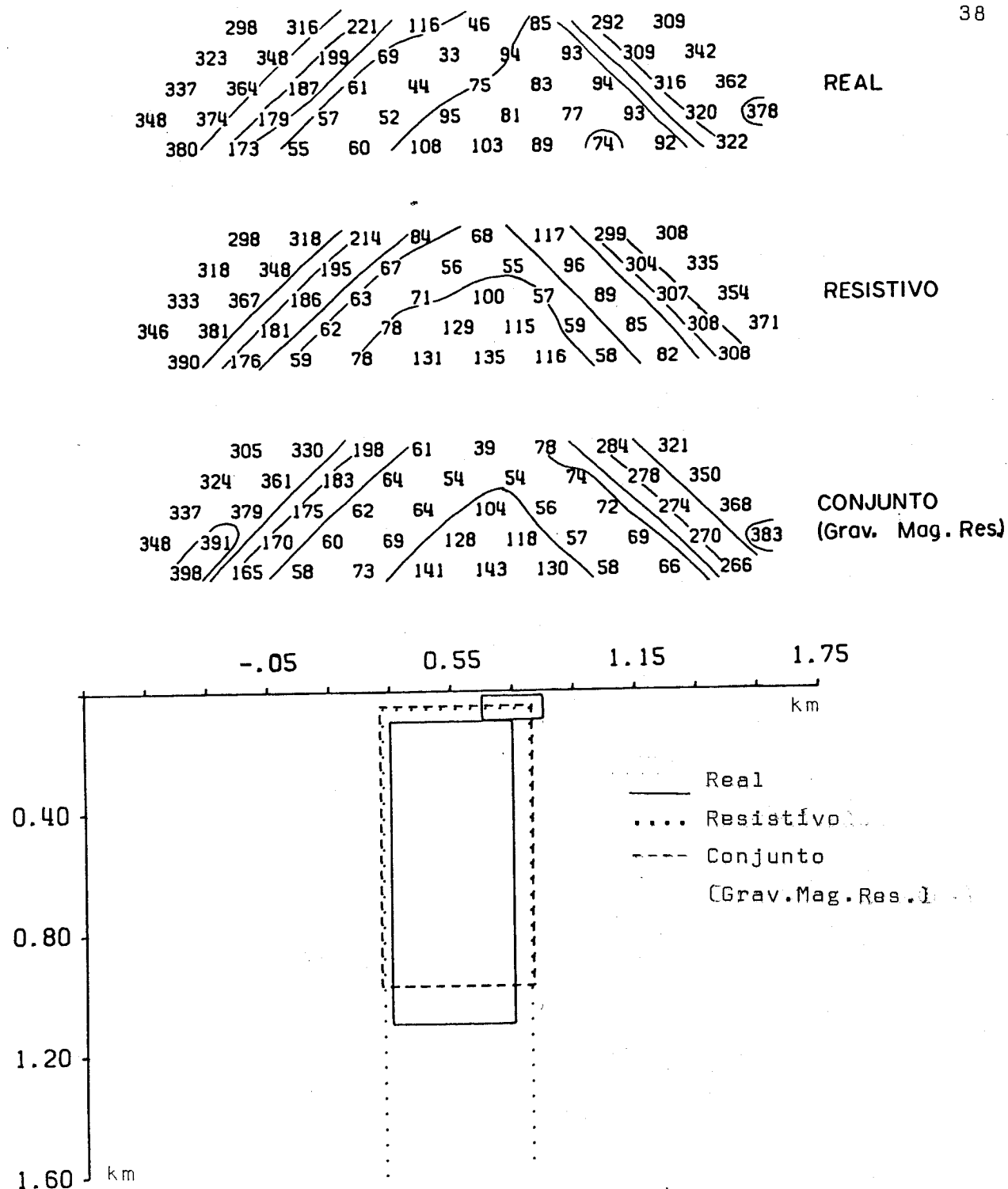


FIG. 16 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelo ajustado e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo rasol). A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados resistivos é 1,8km.

traste de densidade, resistividade do corpo, resistividade da rocha encaixante, módulo, inclinação e azimute do vetor magnetização, estas foram compiladas na Tabela 1.

Pela análise da tabela 2, tanto as inversões conjuntas dois a dois como a inversão conjunta usando os três grupos de dados apresentam em geral resultados superiores às inversões de cada grupo de dados isoladamente, principalmente o contraste de densidade e o módulo do vetor magnetização. Os resultados das inversões conjuntas são semelhantes entre si.

Os resultados mostrados nas figuras 8 a 16 e nas tabelas 1 e 2, que sintetizam os diversos testes realizados para o tipo de ruído geológico em questão, nos permitem tirar as seguintes conclusões:

- a) Para a inversão de cada conjunto de dados em isolado a resistividade é aquela que apresenta melhores resultados e menor dependência da aproximação inicial;
- b) As inversões dos conjuntos de dados combinados dois a dois apresentam resultados bem superiores às inversões isoladas dos dados gravimétricos e magnéticos; contudo as inversões conjuntas gravimetria-resistividade e magnetometria-resistividade apresentam soluções bem semelhantes às obtidas pela inversão dos dados resistivos, com uma sensível melhora apenas na espessura do corpo. As inversões conjuntas apresentam-se quase que independentes da aproximação inicial, o que não acontece com as inversões em separado de cada conjunto de dados;
- c) a inversão simultânea dos três conjuntos de dados apresenta resultado superior à inversão isolada dos dados gravimétricos e magnéticos, mas semelhante à inversão dos dados resistivos isoladamente (com exceção da espessura do corpo) e equivalente às inversões dos conjuntos de dados combinados dois a dois.

Através destas conclusões podemos chegar aos seguintes critérios para quando o ruído geológico é um corpo raso :

- a) deve-se usar a inversão conjunta de dados gravimétricos e magnéticos por esta apresentar resultados superiores aos da in-

TABELA 2 - Resultados das inversões conjuntas e isoladas para o caso de ruído geológico ser um corpo raso dentro do perfil.

CONJUNTO DE DADOS USADOS NA INVER SÃO.	P A R Â M E T R O S					
	Contraste de densidade (kg/m ³)	Resistividade do corpo (ohm.m)	Resistividade da rocha encaixante (ohm.m)	Módulo do ve- tor magnetiza- ção. (10 ⁻² A/m)	Inclinação do vetor magneti- zação. (graus)	Azimute do ve- tor magnetiza- ção. (graus)
Gravimétrico	628	-	-	-	-	-
Magnético	-	-	-	178	44	9.8
Resistivo	-	32	298	-	-	-
Grav. e Magnético	261	-	-	218	36	5
Grav. e Resistivo	269	27	299	-	-	-
Mag.e Resistivo	-	32	303	211	42	2
Grav.Mag. e Resistivo	260	34	304	200	47	1
Parâmetros verdadeiros	300	20	300	200	60	10

versão de cada conjunto de dados em isolado, além do que, ser bem menos dependente da aproximação inicial; b) a inversão conjunta dos dados gravimétricos e resistivos só pode ser justificada pela melhora na espessura do corpo e pela independência da aproximação inicial quando comparada com a inversão isolada dos dados resistivos já que esta é bem superior à inversão dos dados gravimétricos isolados; c) o mesmo critério do item b é válido para a inversão conjunta dos dados resistivos e magnéticos; d) quando se está interessado na redução da ambigüidade (principalmente dos parâmetros que definem o vetor magnetização que são sempre dependentes das aproximações iniciais nas outras inversões), a utilização da inversão simultânea dos três conjuntos de dados é vantajosa.

4.2 Efeito do Corpo Grande Próximo ao Corpo Principal

Este tipo de ruído geológico foi simulado por um corpo prismático com propriedades físicas iguais às do corpo principal e com as seguintes dimensões: largura 100m, espessura 1000m, profundidade do topo 100m, posição do centro do corpo 200m, inclinação magnética 60° e azimuth do vetor magnetização em relação ao eixo y 10° .

A figura 17 mostra o modelo real, o modelo ajustado usando apenas os dados do campo gravimétrico e o ajustado usando os dados do campo gravimétrico e magnético. O modelo ajustado usando-se apenas os dados gravimétricos é muito diferente do modelo real, enquanto o ajuste devido à inversão conjunta (gravimetria - magnetometria) apresenta resultados melhores, apresentando contudo, valores estimados para a largura e posição do corpo distantes dos verdadeiros, o que era de se esperar pela proximidade dos dois corpos.

A figura 18 mostra os resultados obtidos através da inversão dos dados magnéticos e pela inversão conjunta dos dados magnéticos e gravimétricos. A inversão dos dados magnéticos apresenta um modelo estimado distante do modelo real. A inversão conjunta por sua vez produz estimativas mais próximas do modelo real.

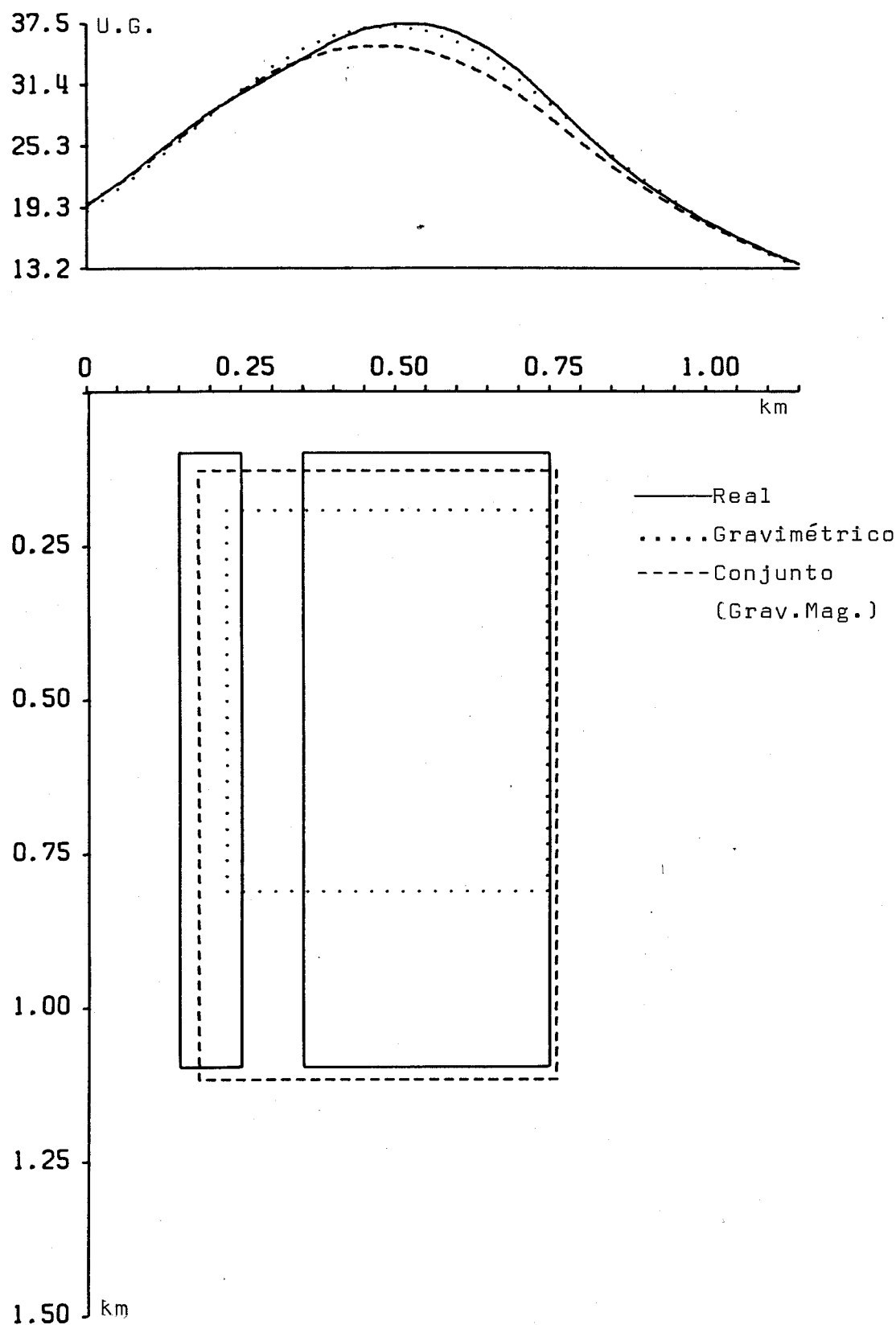


FIG. 17 - Anomalias gravimétricas "observadas" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).

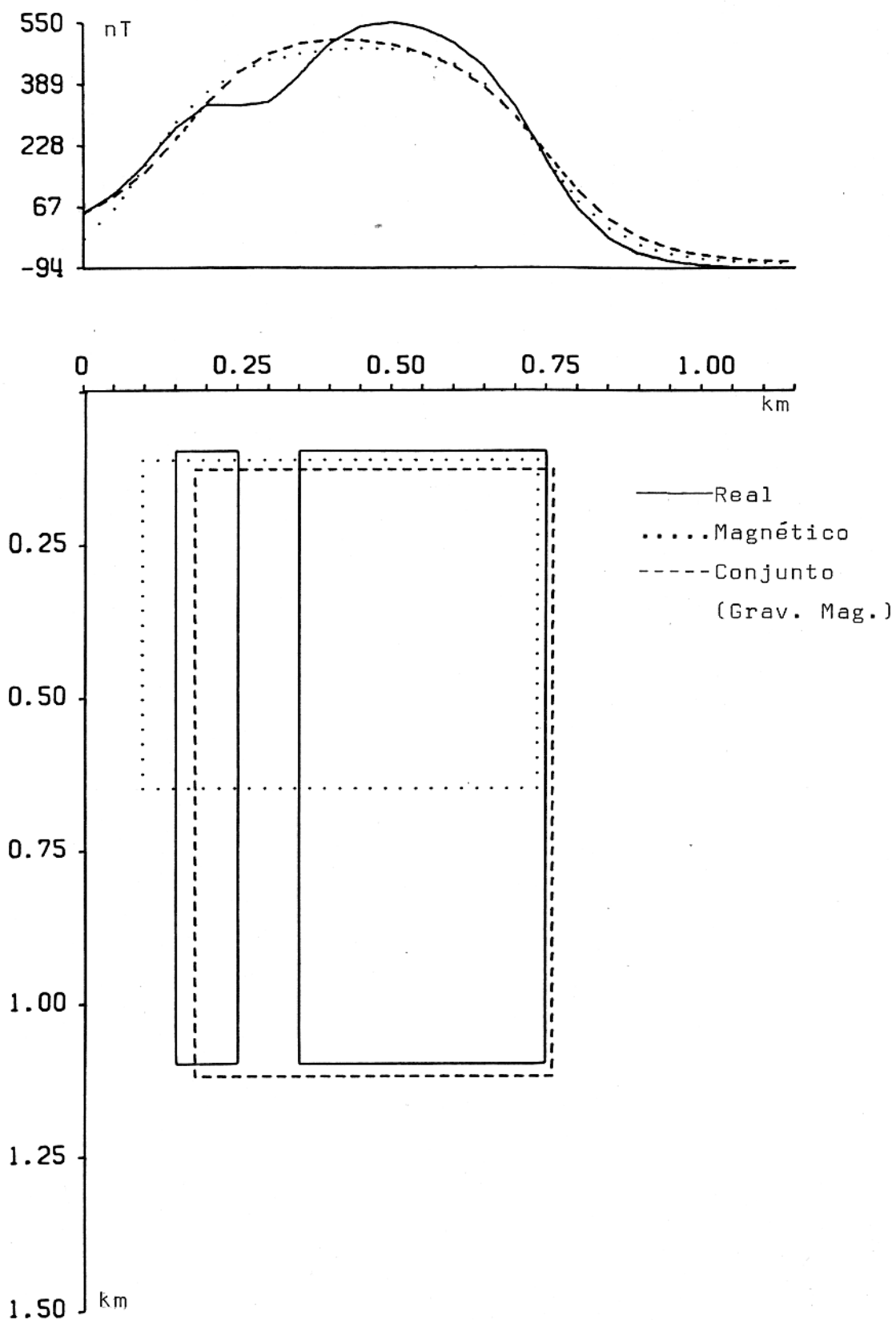


FIG. 18 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).

Os resultados ilustrados nas figuras 17 e 18 mostram que a inversão conjunta gravimetria-magnetometria apresenta resultados superiores àqueles apresentados pela inversão de cada um dos grupos de dados separadamente. Neste caso tanto a inversão conjunta com as inversões dos dados isoladamente são dependentes das aproximações iniciais (tabela 3).

A figura 19 mostra os resultados obtidos pela inversão de dados gravimétricos e pela inversão conjunta de dados gravimétricos e resistivos. A inversão de dados gravimétricos apresenta resultados bastante diferentes dos verdadeiros, enquanto a inversão conjunta apresenta uma sensível melhora nas estimativas, com uma razoável distorção apenas na largura do corpo.

As estimativas obtidas através da inversão conjunta gravimetria-resistividade e da inversão de apenas os dados resistivos são mostrados na Figura 20. A inversão conjunta apresenta resultados superiores àqueles apresentados pela inversão de dados resistivos principalmente na profundidade do topo e espessura.

Pelos resultados ilustrados nas figuras 19 e 20 a inversão conjunta dos dados resistivos e gravimétricos apresenta resultados superiores àqueles obtidos através das inversões de cada conjunto de dados isoladamente. Além disso, a inversão conjunta é independente da aproximação inicial, o que não ocorre com as inversões usando-se apenas um dos conjuntos de dados (Tabela 3).

A comparação entre os resultados obtidos através da inversão conjunta resistividade-magnetometria e da inversão dos dados magnéticos é ilustrada na figura 21. O modelo ajustado usando-se apenas os dados magnéticos é muito diferente do modelo real. A inversão conjunta, no entanto, apresenta resultados mais próximos do modelo real, com exceção da largura e da espessura do corpo.

Os resultados obtidos através da inversão simultânea dos dados resistivos e magnéticos e da inversão dos dados resistivos são mostrados na figura 22. A inversão apresenta resul-

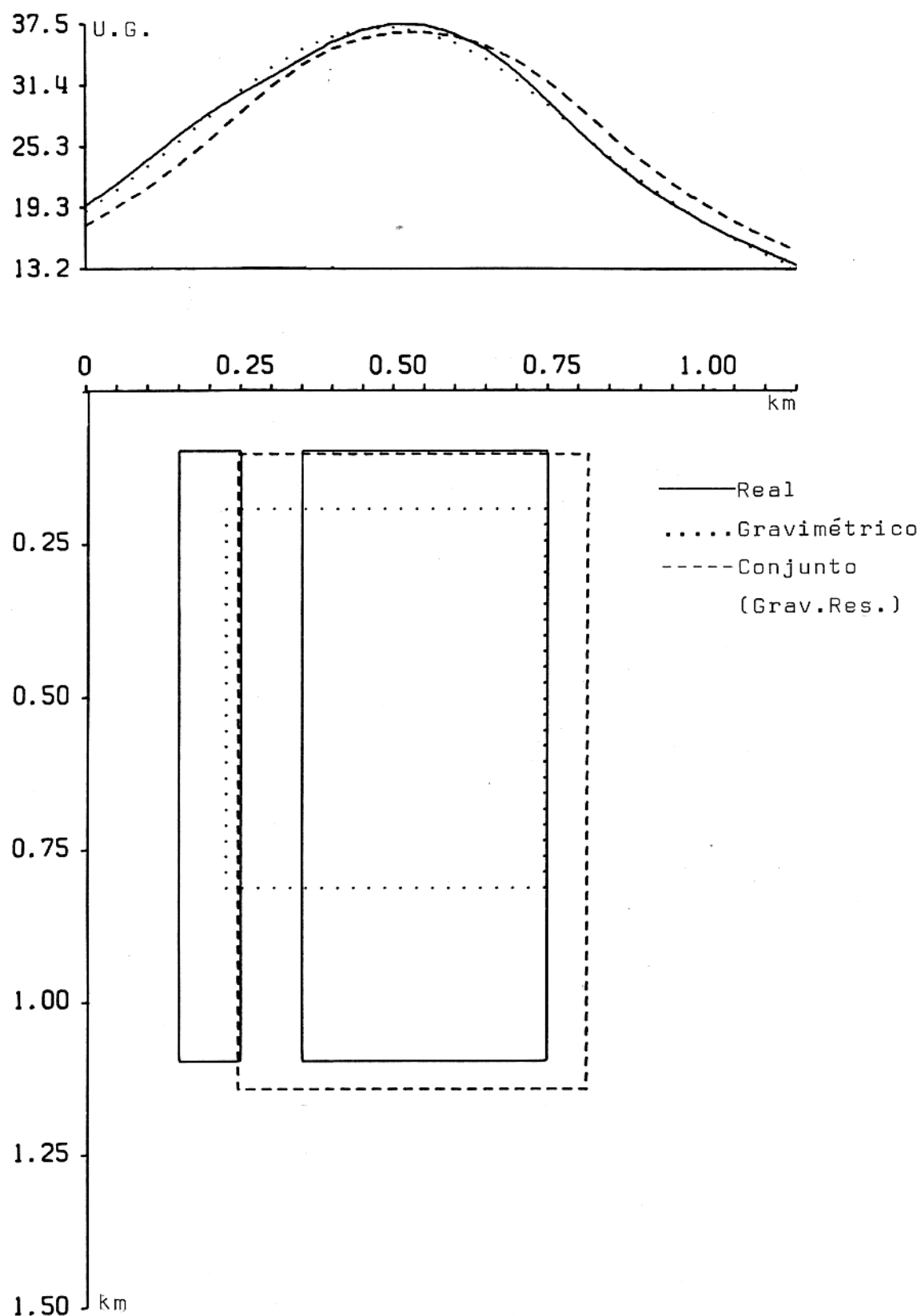
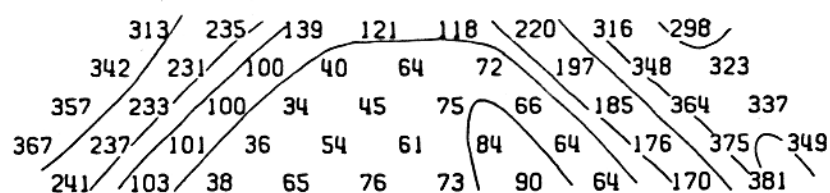
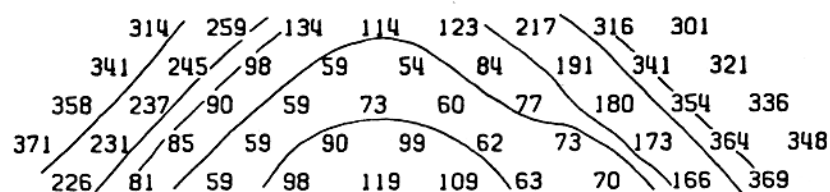


FIG. 19 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas acimal e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).



REAL



RESISTIVO

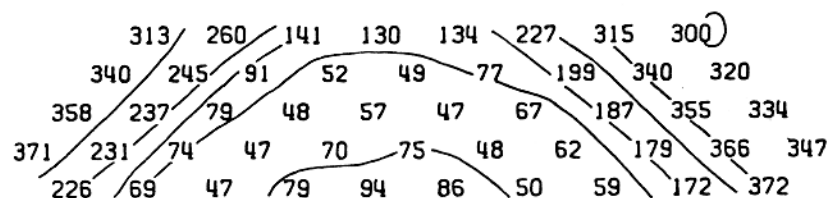
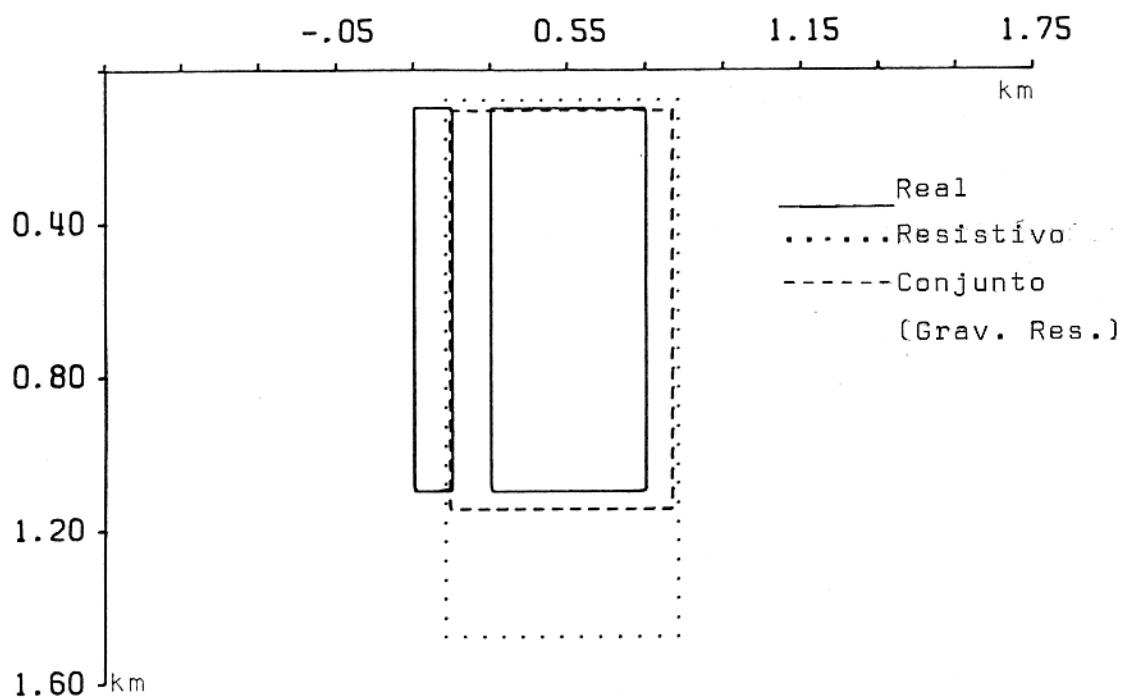
CONJUNTO
(Grav. Res.)

FIG. 2Q - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).

TABELA 3 - Intervalos de valores estimados dos parâmetros para cada inversão, quando o ruído geológico é um corpo grande próximo ao corpo principal.

CONJUNTO DE DADOS USA- DOS NA INVERSÃO	P A R Â M E T R O S									
	Contr.de den- sidade (kg/m ³)	Profund. do topo (m)	Espessura (m)	Largura (m)	Posição (m)	Resist.do corpo (ohm.m)	Resist. da rocha encaixante (ohm.m)	Mód.do vetor magnetização (10 ⁻² A/m)	Inclinação vetor mag netização (graus)	Azimute do vetor mag- netização.
Gravimétrico	212-583	65-270	550-1200	350-590	480-490	-	-	-	-	-
Magnético	-	110-235	160-2200	295-700	325-585	-	-	196-400	40-76	(-15)-66
Resistivo	-	75-90	1000-1500	550-650	525-550	28-50	297-305	-	-	-
Grav. e Magnético	250-330	85-170	800-1000	400-600	470-545	-	-	230-300	40-56	2-17
Grav. e Resistivo	256*	105*	1040*	570*	530*	22.3*	297*	-	-	-
Mag. e Resistivo	-	110*	1150*	515*	530*	18.4*	287*	150-230	39-71	10-55
Grav. Mag. e Resistivo	245*	105*	1285*	530*	530*	18.4*	290*	222*	41*	13*
Aproximações iniciais	100-500	50-250	500-2500	100-800	400-750	5-50	100-800	50-400	40-70	0-20

* Intervalo insignificante, comparado com o valor tabelado

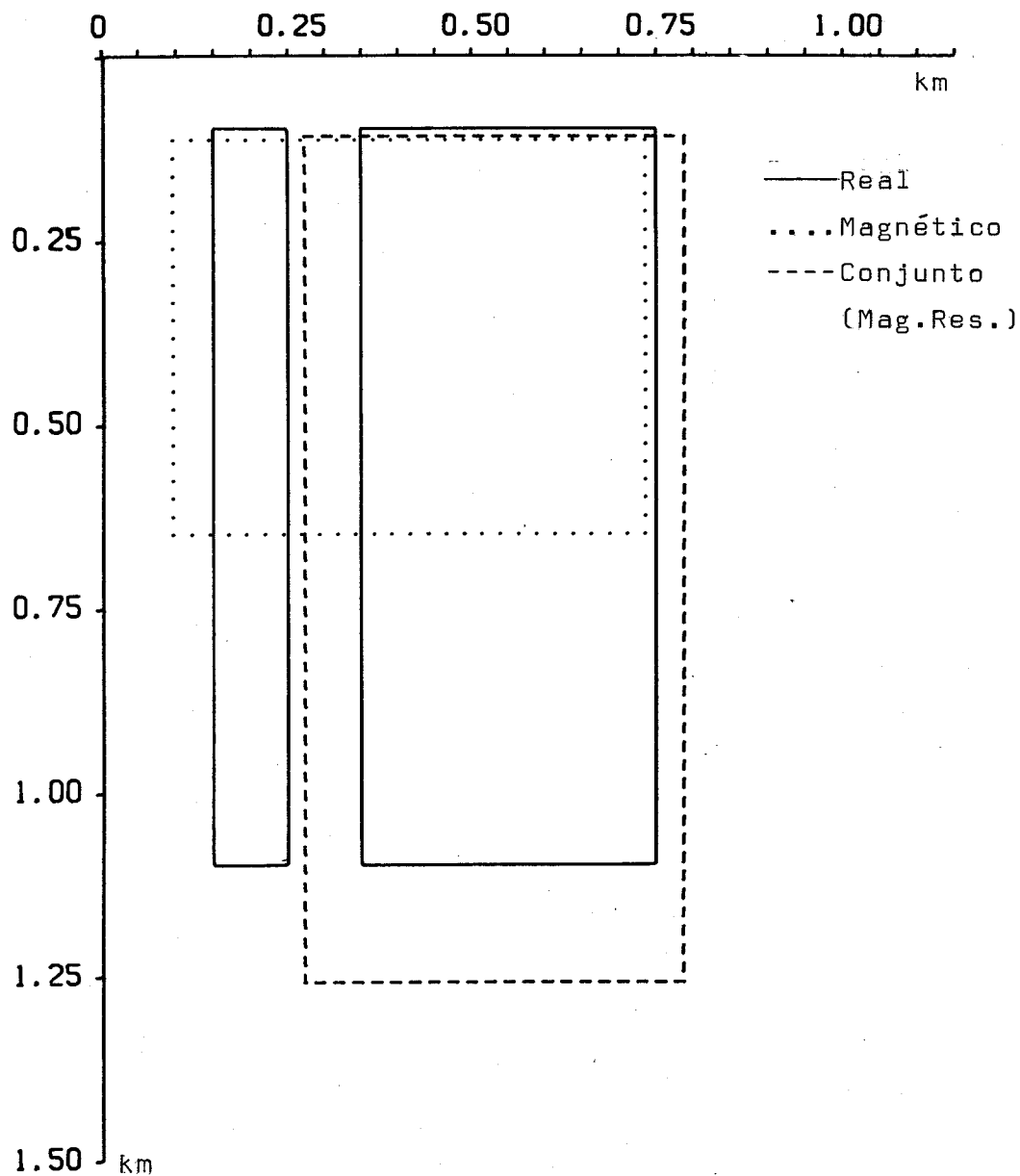
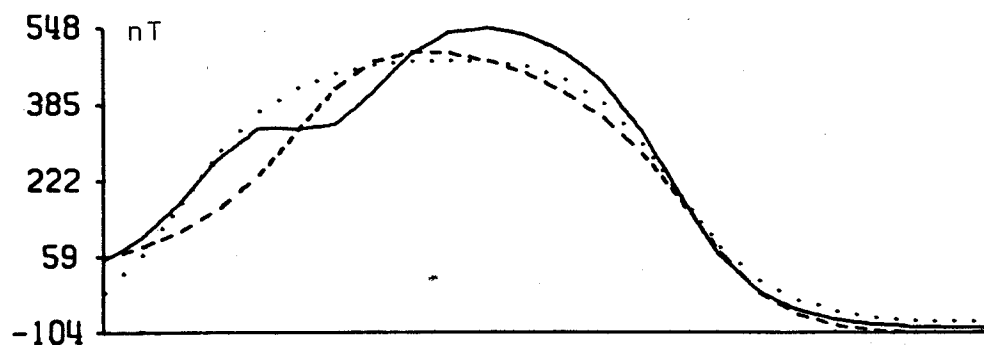
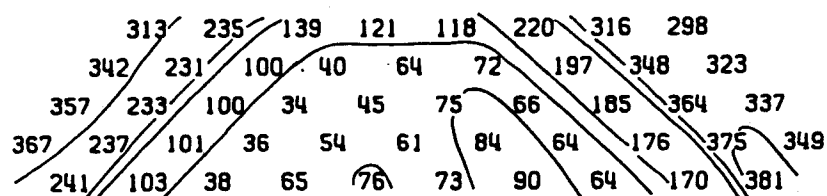
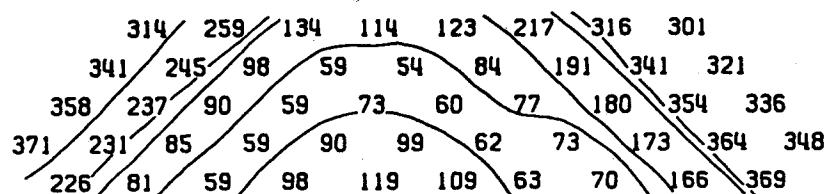


FIG. 21 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).



REAL



RESISTIVO

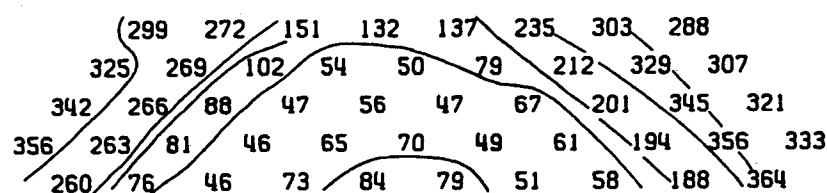
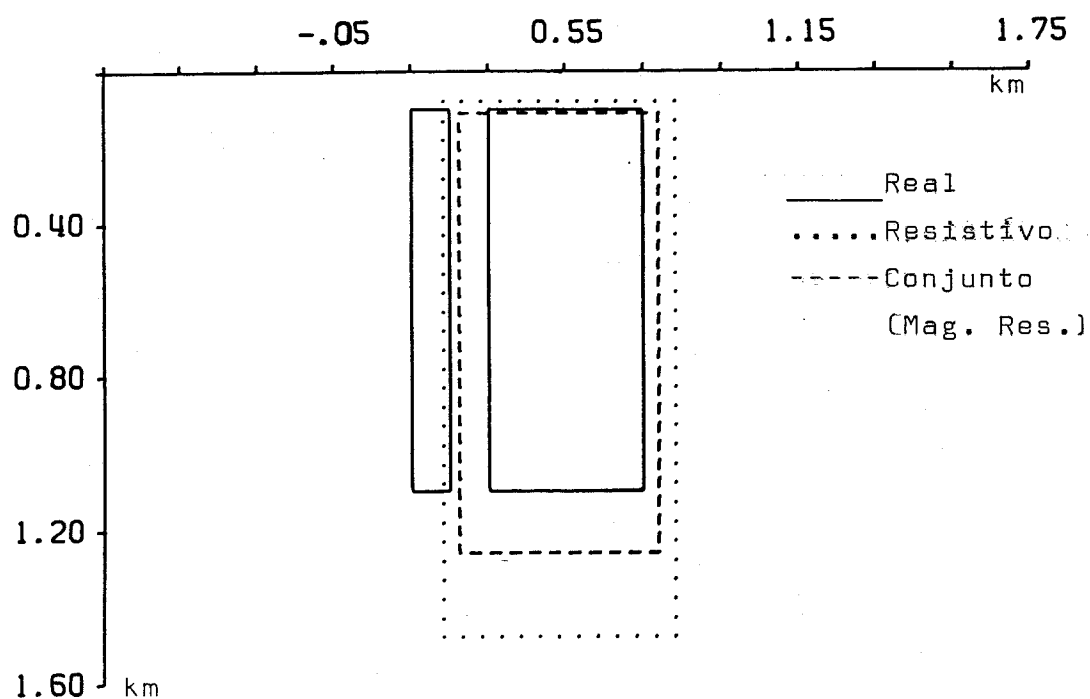
CONJUNTO
(Mag. Res.)

FIG. 22 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).

tados superiores àqueles obtidos através da inversão dos dados resistivos separadamente.

As figuras 21 e 22 mostram que na presença de ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal), a inversão conjunta magnetometria-resistividade apresenta resultados superiores àqueles apresentados pela inversão de cada um dos grupos de dados separadamente. Além disso, a inversão de apenas um dos conjuntos de dados é dependente da aproximação, o que não acontece com a inversão conjunta que apresenta dependência da aproximação inicial apenas nos parâmetros do vetor magnetização (Tabela 3).

As figuras 23, 24 e 25 mostram os resultados obtidos através das inversões isoladas dos dados gravimétricos, magnéticos e resistivos, respectivamente, juntamente com os resultados produzidos pela inversão conjunta dos três grupos de dados. A partir da figura 23 observa-se que a inversão conjunta apresenta resultados superiores à inversão dos dados gravimétricos apenas na profundidade do topo e posição. Na figura 24 observa-se que a inversão conjunta apresenta resultados superiores à inversão dos dados magnéticos na posição e espessura. A figura 25 mostra que a estimativa da inversão conjunta é superior àquela obtida pela inversão dos dados resistivos, principalmente na largura e profundidade do topo.

Os resultados obtidos através da inversão conjunta dos três grupos de dados (Figura 23) são semelhantes àqueles obtidos através das inversões dos conjuntos de dados combinados dois a dois (Figura 17, 19 e 21). Entretanto, a inversão conjunta dos três grupos de dados apresenta solução totalmente independente da aproximação inicial, inclusive para os parâmetros que definem o vetor magnetização do corpo (Tabela 3).

Os resultados descritos anteriormente mostram comparações entre as diferentes inversões dos dados gravimétricos, magnéticos e resistivos e todas as possíveis combinações entre eles baseados apenas na geometria e posição dos modelos estimados em relação ao modelo real. A fim de comparar as diversas inversões com base nas estimativas do contraste de densidade, cre-

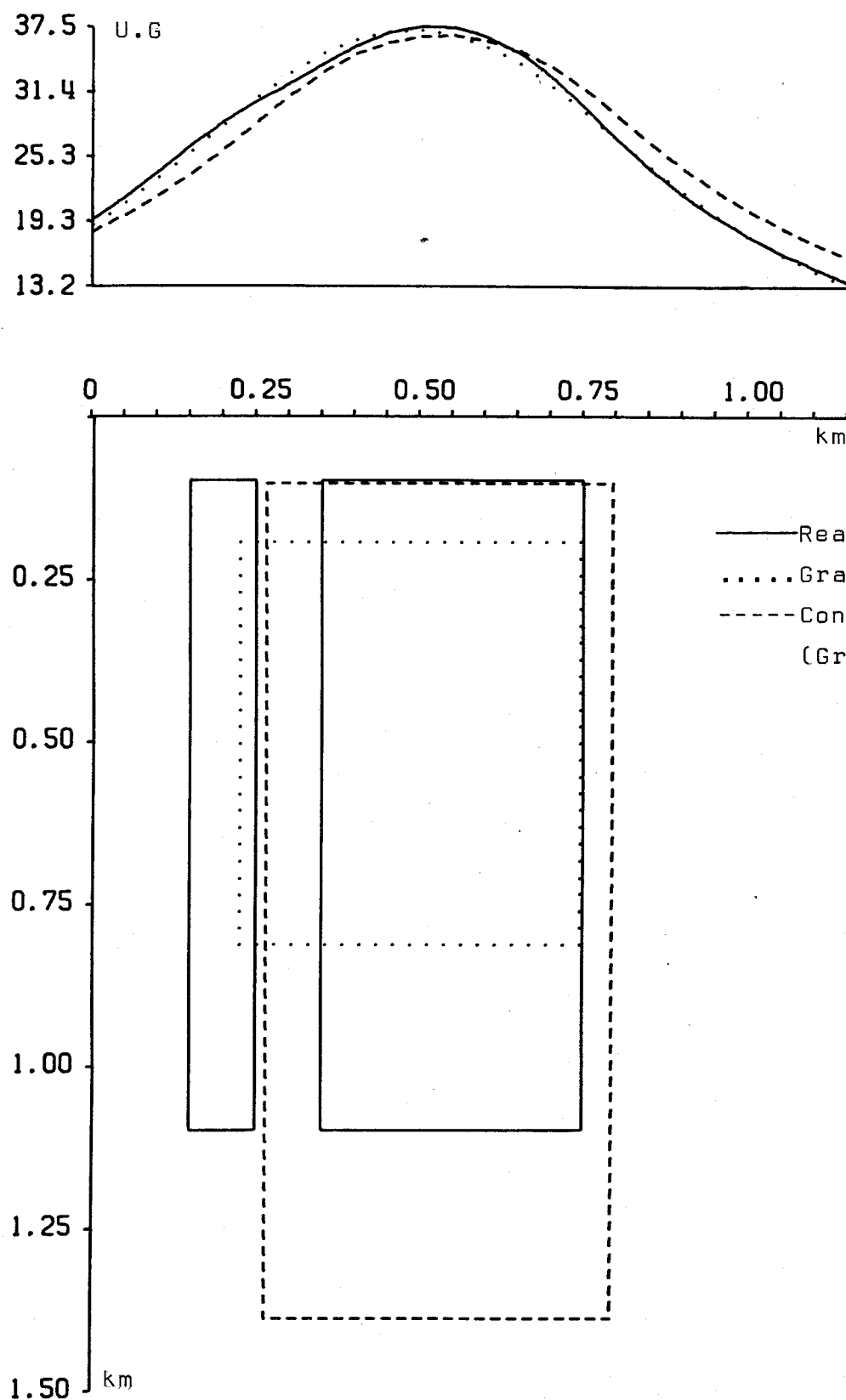


FIG. 23 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).

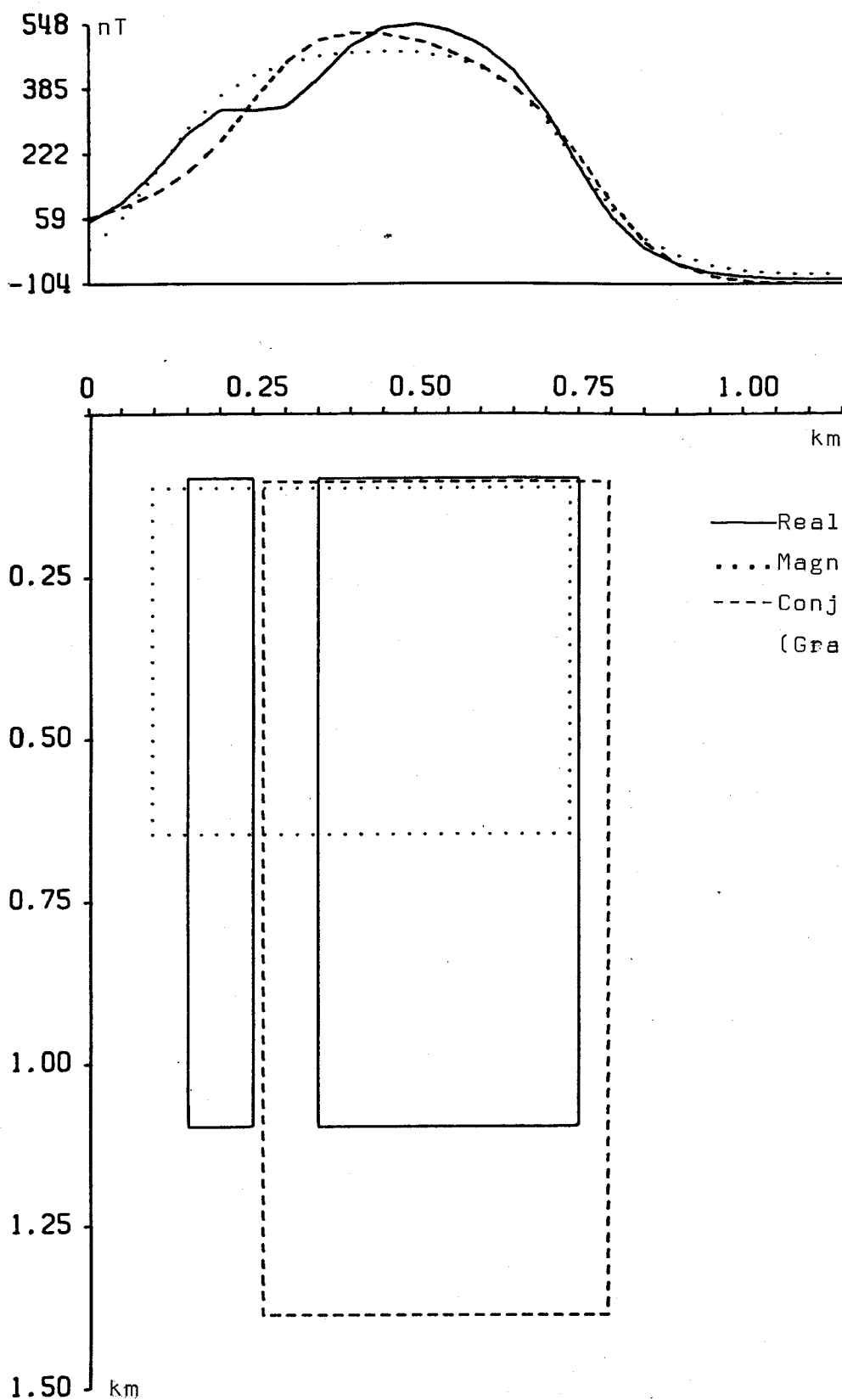
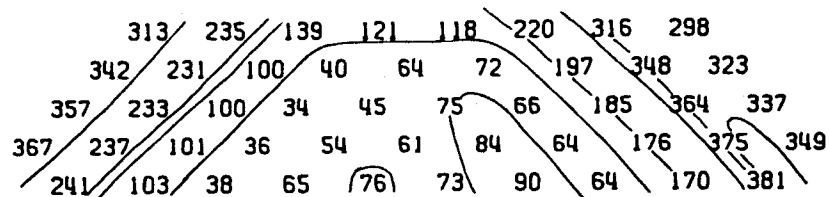
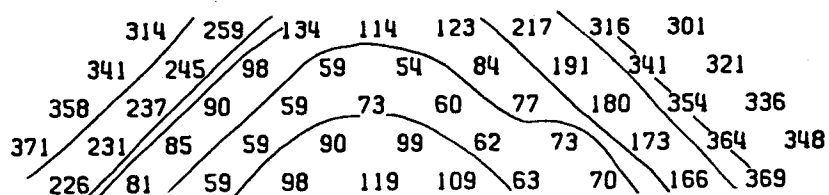


FIG. 24 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).



REAL



RESISTIVO

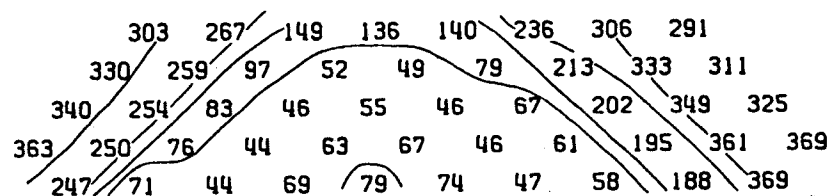
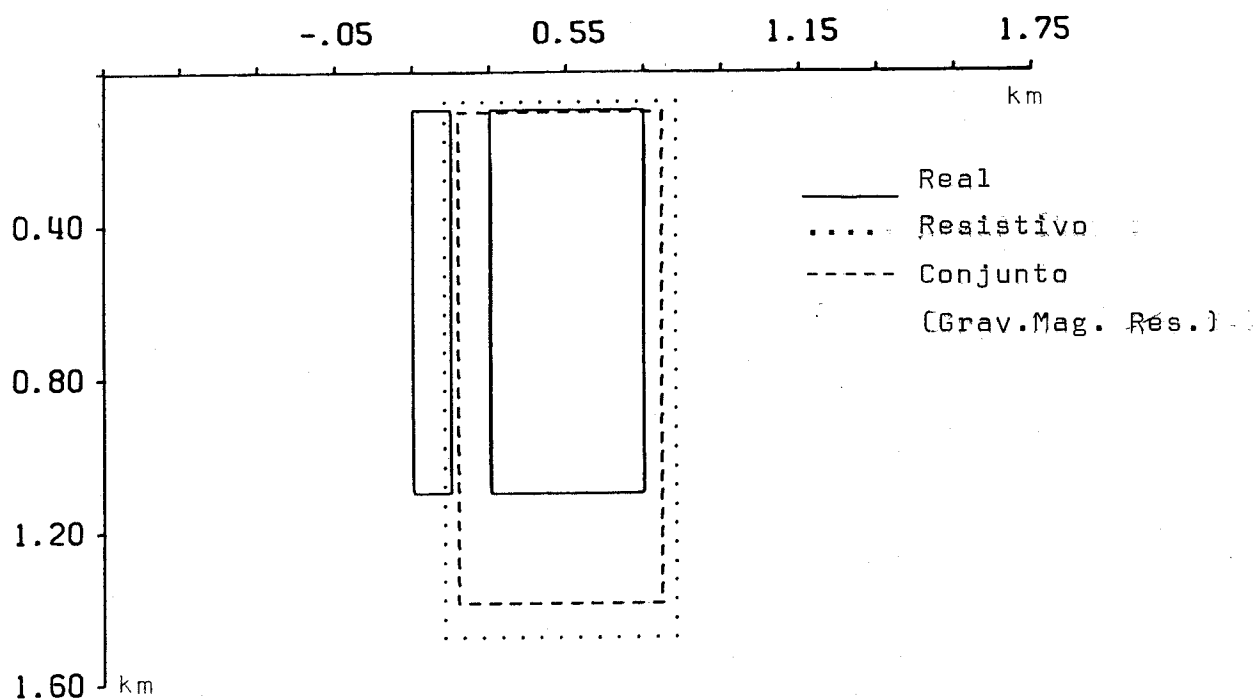
CONJUNTO
(Grav. Mag. Res.)

FIG. 25 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande próximo ao corpo principal).

sistividade do corpo e da rocha encaixante, módulo, inclinação e azimute do vetor magnetização, estas foram compiladas na tabela 4.

Pela análise da tabela 4 tanto as inversões conjuntas dos dados combinados dois a dois como a inversão conjunta dos três grupos de dados apresentam resultados equivalentes ou superiores às inversões de cada grupo de dados separadamente. Por outro lado, o resultado obtido pela inversão simultânea dos três conjuntos de dados é semelhante àqueles obtidos por quaisquer uma das inversões dos grupos de dados combinados dois a dois, exceto para os parâmetros do vetor magnetização.

A partir das análises das figuras 17 a 25 e das tabelas 3 e 4, que resumem os testes realizados para o ruído geológico em questão, podemos tirar as seguintes conclusões: a) Qualquer uma das inversões de dados isolados apresenta resultados distantes dos verdadeiros, sendo que a resistividade é aquela que apresenta soluções com menor dependência da aproximação inicial; b) as inversões conjuntas dos dados combinados dois a dois apresentam resultados superiores às inversões de cada grupo de dados isoladamente. As inversões conjuntas são independentes da aproximação inicial dos parâmetros, com exceção da inversão gravimetria-magnetometria que à semelhança das inversões de cada conjunto de dados separadamente é grandemente afetada pela aproximação inicial; c) a inversão simultânea dos três conjuntos de dados apresenta resultado superior às inversões isoladas dos dados gravimétricos, magnéticos e resistivos e equivalente às inversões dos dados combinados dois a dois. As estimativas usando a inversão conjunta dos três grupos de dados são independentes das aproximações iniciais.

Através destas conclusões podemos estabelecer alguns critérios para o caso do ruído geológico ser um corpo grande próximo ao corpo principal: a) a utilização da inversão conjunta gravimetria-magnetometria é parcialmente justificada por esta apresentar resultados bem superiores aos da inversão de cada conjunto de dados separadamente, mas não diminui a ambigüidade, conforme indicado pela dependência dos resultados em relação

TABELA 4 - Resultados das inversões conjuntas e isoladas para o caso do ruído geológico ser um corpo grande próximo ao corpo principal.

CONJUNTO DE DADOS USADOS NA INVERSÃO	P A R Â M E T R O S					
	Contraste de densidade (kg/m ³)	Resistividade do corpo (ohm.m)	Resistividade da rocha encaixante (ohm.m)	Módulo do vetor magnetização (10 ⁻² A/m)	Inclinação do vetor magnetização (graus)	Azimute do vetor magnetização (graus)
Gravimétrico	430	-	-	-	-	-
Magnético	-	-	-	247	46	-10
Resistivo	-	46	301	-	-	-
Grav.e Magnético	260	-	-	242	42	2.5
Grav.e Resistivo	256	22.3	270	-	-	-
Mag.e Resistivo	-	18.4	287	151	71	54
Grav.Mag. e Resistivo	245	18.4	290	222	41	13
Parâmetros verdadeiros	300	20	300	200	60	10

à aproximação inicial dos parâmetros; b) pode-se justificar a utilização da inversão conjunta dos dados gravimétricos e resistivos pela sua melhora na estimativa dos parâmetros como profundidade do topo, espessura, contraste de densidade e resistividade do corpo. Além disso a inversão conjunta é independente da aproximação inicial; c) a inversão conjunta dos dados magnéticos e resistivos pode ser tanto justificada por apresentar resultados superiores àqueles obtidos através das inversões de cada grupo de dados isoladamente, como pela independência da aproximação inicial o que não acontece com cada inversão usando apenas um grupo de dados; d) quando se está interessado na redução da ambiguidade (principalmente dos parâmetros que definem o vetor magnetização que são sempre dependentes das aproximações iniciais nas outras inversões), a utilização da inversão simultânea dos três conjuntos de dados é vantajosa.

4.3 Efeito de Corpo Interferente Grande

Neste teste o ruído geológico é devido a um corpo prismático, com as mesmas propriedades físicas do corpo principal, localizado fora do perfil e com as seguintes dimensões: profundidade do topo 100m, espessura 750m, largura 1000m, posição do centro 2000m, inclinação magnética 60° e azimute do vetor magnetização em relação ao eixo y 10° . A figura 26 mostra o corpo principal e o corpo interferente grande.

A figura 27 mostra o modelo real e os estimados pela inversão de dados gravimétricos e pela inversão conjunta gravimetria-magnetometria. O modelo ajustado usando apenas os dados gravimétricos é bastante diferente do modelo real. Entretanto, a inversão conjunta apresenta resultado muito bom, com pequenas distorções na espessura e posição do centro do corpo.

A figura 28 mostra os resultados obtidos através da inversão dos dados magnéticos e pela inversão conjunta dos dados magnéticos e gravimétricos. A inversão usando apenas os dados magnéticos apresenta um modelo estimado longe do modelo real enquanto o resultado obtido pela inversão conjunta apresenta-se bem superior àquele alcançado usando apenas os dados magnéticos.

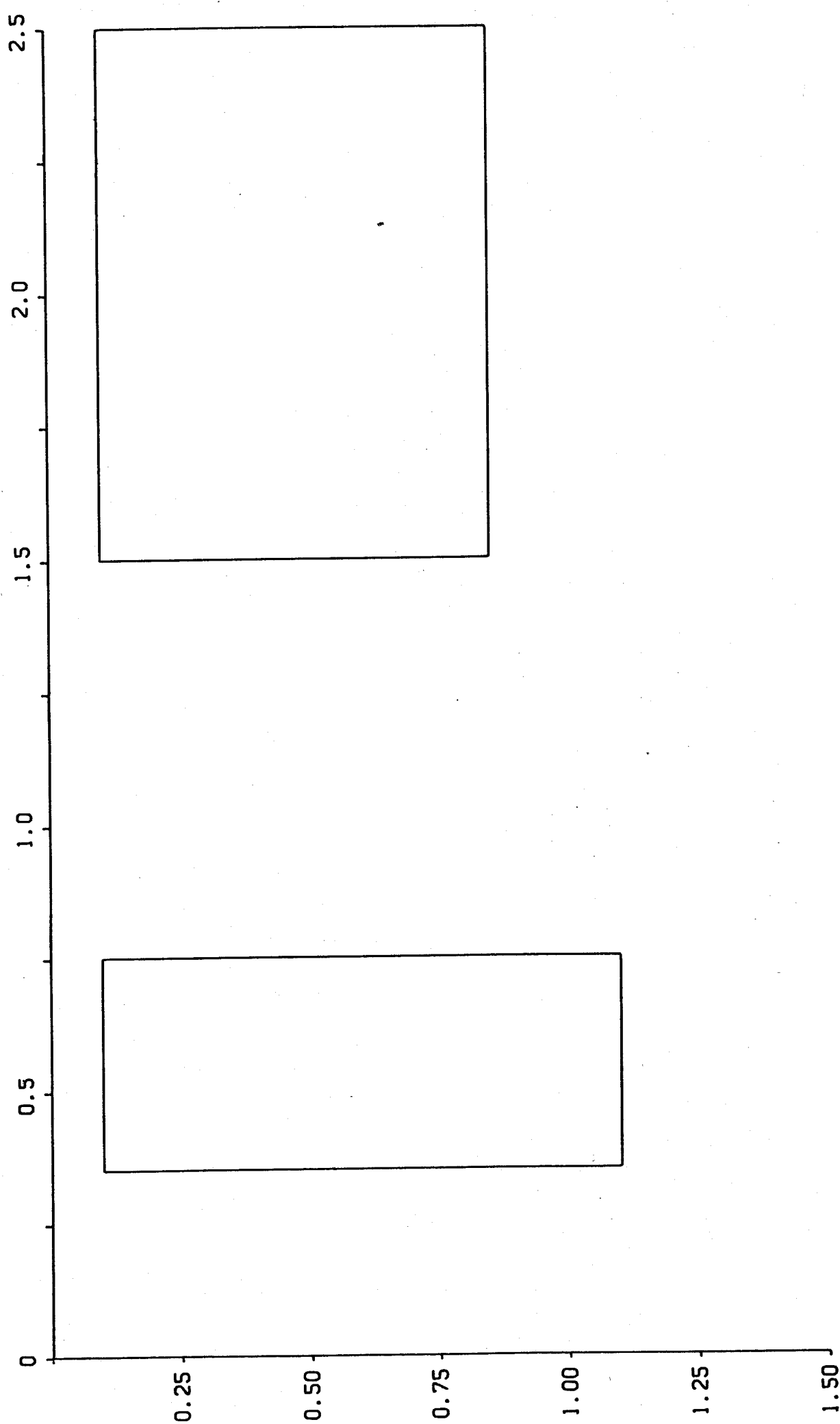


FIG. 26 - Corpo principal à esquerda e corpo interferente
grande fora do perfil.

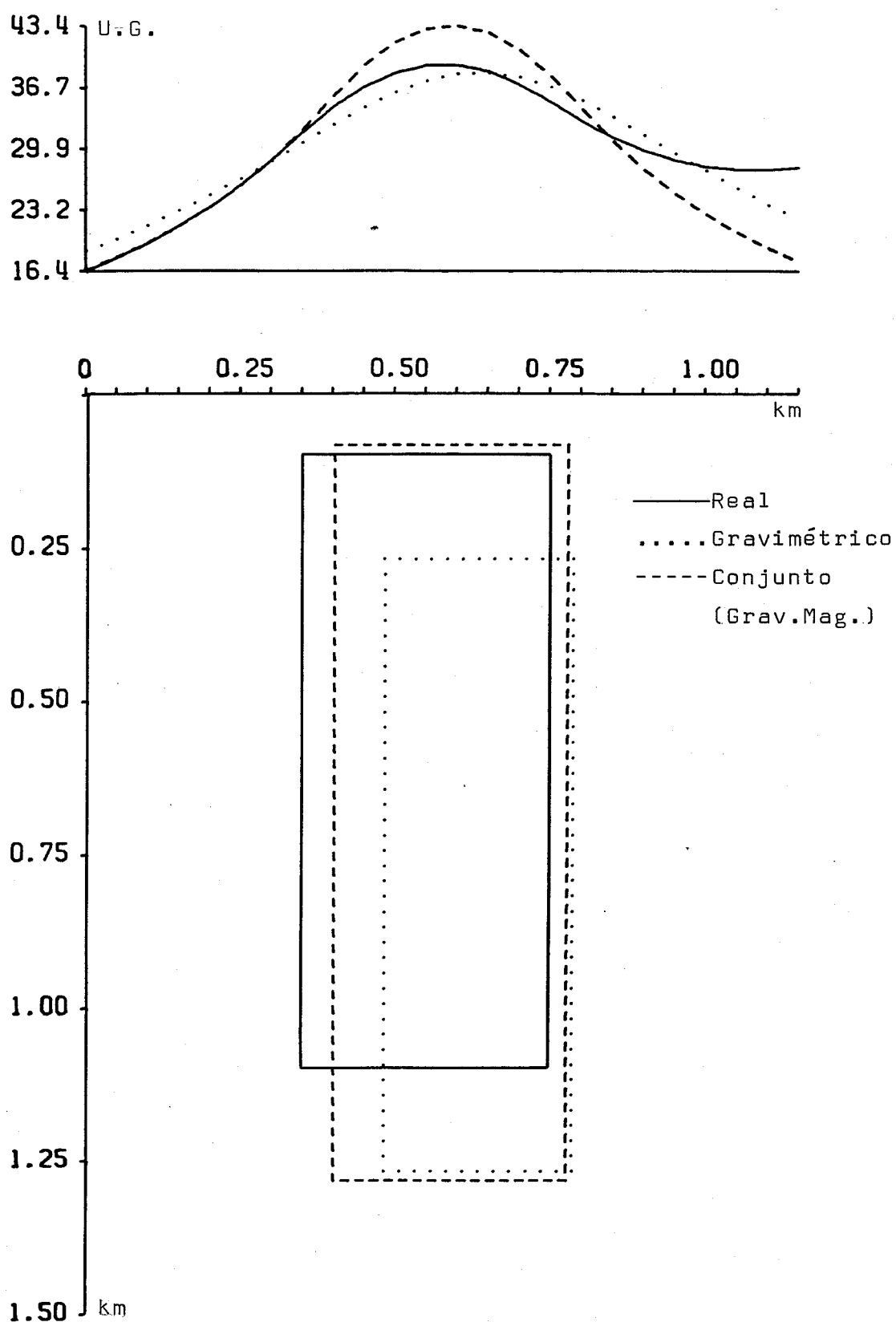


FIG. 27 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande foram do perfil).

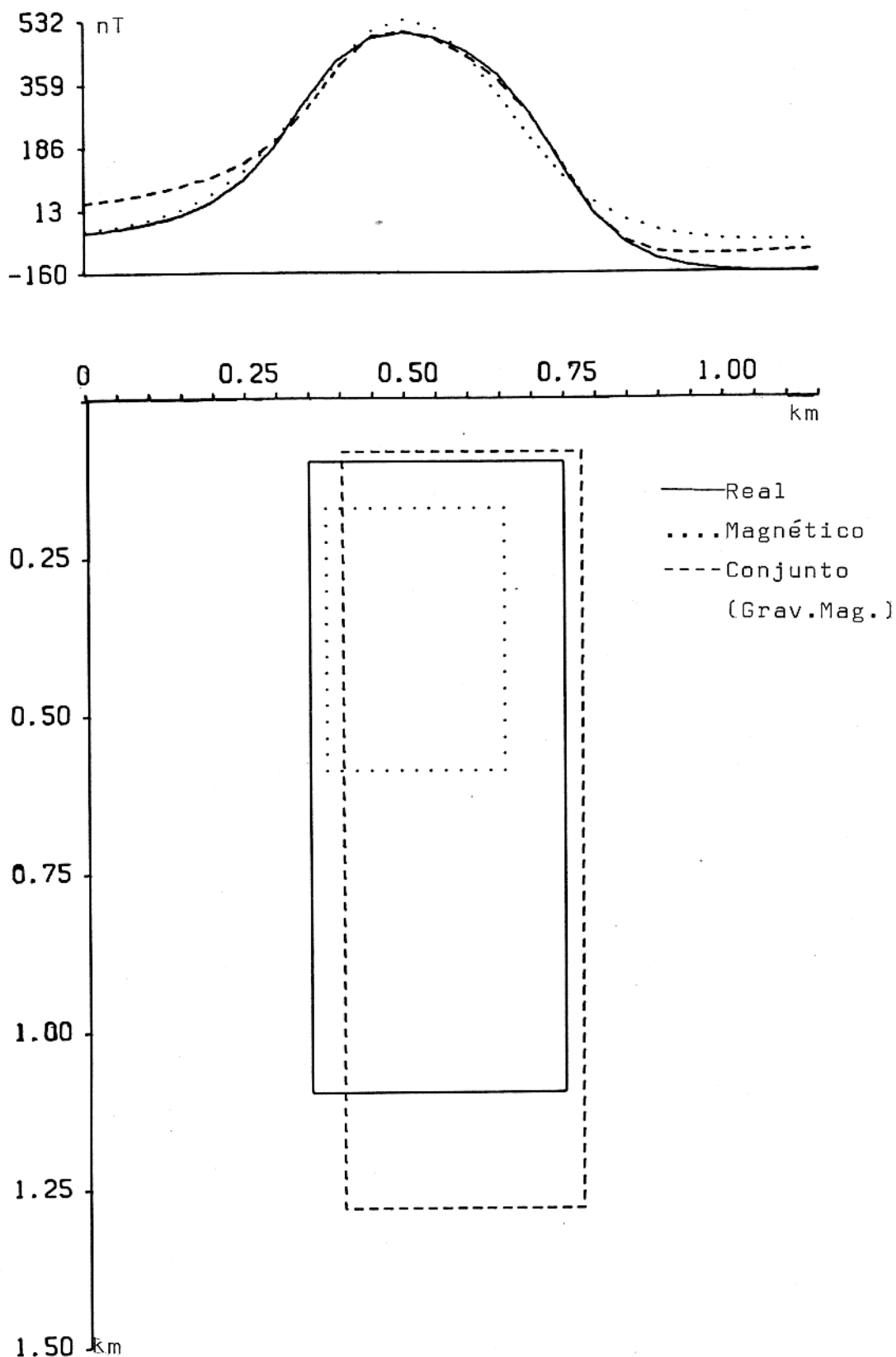


FIG. 28 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil).

Quando o ruído geológico é produzido por corpos interferentes fora do perfil, a inversão simultânea dos dados gravimétricos e magnéticos apresenta estimativas bem superiores às aquelas produzidas por cada grupo de dados isoladamente. As inversões usando apenas um dos conjuntos de dados são altamente dependentes da aproximação inicial ao passo que a inversão conjunta apresenta uma grande redução nessa dependência (Tabela 5).

Os resultados obtidos através da inversão de dados gravimétricos e a inversão simultânea de dados gravimétricos e resistivos são mostrados na Figura 29. A inversão de dados gravimétricos apresenta solução bem diferente do modelo real. Entretanto, a inversão conjunta apresenta valores bem próximos dos verdadeiros, mas com uma grande distorção na espessura do corpo. O fato da curva estimada pela inversão conjunta estar distante dos valores "observados" se deve ao fato que o critério de interrupção do processo iterativo depende de ambos os campos (gravimétrico e resistivo).

A figura 30 compara os resultados obtidos através da inversão dos dados resistivos com aqueles obtidos pela inversão conjunta de dados gravimétricos e resistivos. A inversão de dados resistivos apresenta solução longe do modelo real, enquanto a inversão conjunta produz estimativas mais próximas do modelo real, exceto para a espessura.

As figuras 29 e 30 mostram que na presença de corpo interferente fora do perfil, a inversão conjunta (gravimetria-resistividade) apresenta estimativas bem superiores às estimativas produzidas por cada grupo de dados separadamente. Neste caso, tanto a inversão conjunta como as inversões de cada grupo de dados isoladamente são dependentes da aproximação inicial (Tabela 5).

As estimativas obtidas através da inversão conjunta magnetometria-resistividade e da inversão de apenas dados magnéticos são mostradas na figura 31. O modelo ajustado usando-se apenas os dados magnéticos é muito diferente do modelo real. Entretanto, a inversão conjunta apresenta estimativas bem próximas do modelo real, com exceção da espessura do corpo que está um

TABELA 5 - Intervalos de valores estimados dos parâmetros para cada inversão, quando o ruído geológico é um corpo interferente fora do perfil.

CONJUNTO DE DADOS USADOS NA INVER- SÃO.	P A R Â M E T R O S									
	Contr.de den- sidade. (kg/m ³)	Profund. do topo (m)	Espessura (m)	Largura (m)	Posição (m)	Resist.do corpo (ohm.m)	Resist. da rocha encaixante (ohm.m)	Mód.do vetor magnetização (10 ⁻² A/m)	Inclin.do vetor mag netização (graus)	Azimute do vetor mag- netização. (graus)
Gravimétrico	212-793	95-325	600-2000	250-650	630-650	-	-	-	-	-
Magnético	-	95-200	65-500	250-500	535-600	-	-	197-422	47-89	(-6)-46
Resistivo	-	100-200	400-4000	400-2000	570-660	9-52	202-313	-	-	-
Grav. e Magnético	340-370	75-85	1150-1400	380-400	590-595	-	-	190-235	32-57	15-30
Grav. e Resistivo	230-300	110-225	1100-1750	350-650	550-650	26-42	190-311	-	-	-
Mag. e Resistivo	-	100-110	725-770	405-410	560*	22-26	242-243	210-250	40-55	12-22
Grav.Mg.e Resistivo	400*	95*	850*	405*	550*	31*	243*	219*	42*	13*
Aproximações iniciais	100-500	50-250	500-2500	100-800	400-750	5-50	100-800	50-400	40-70	0-20

* Intervalo insignificante comparado com o valor tabelado

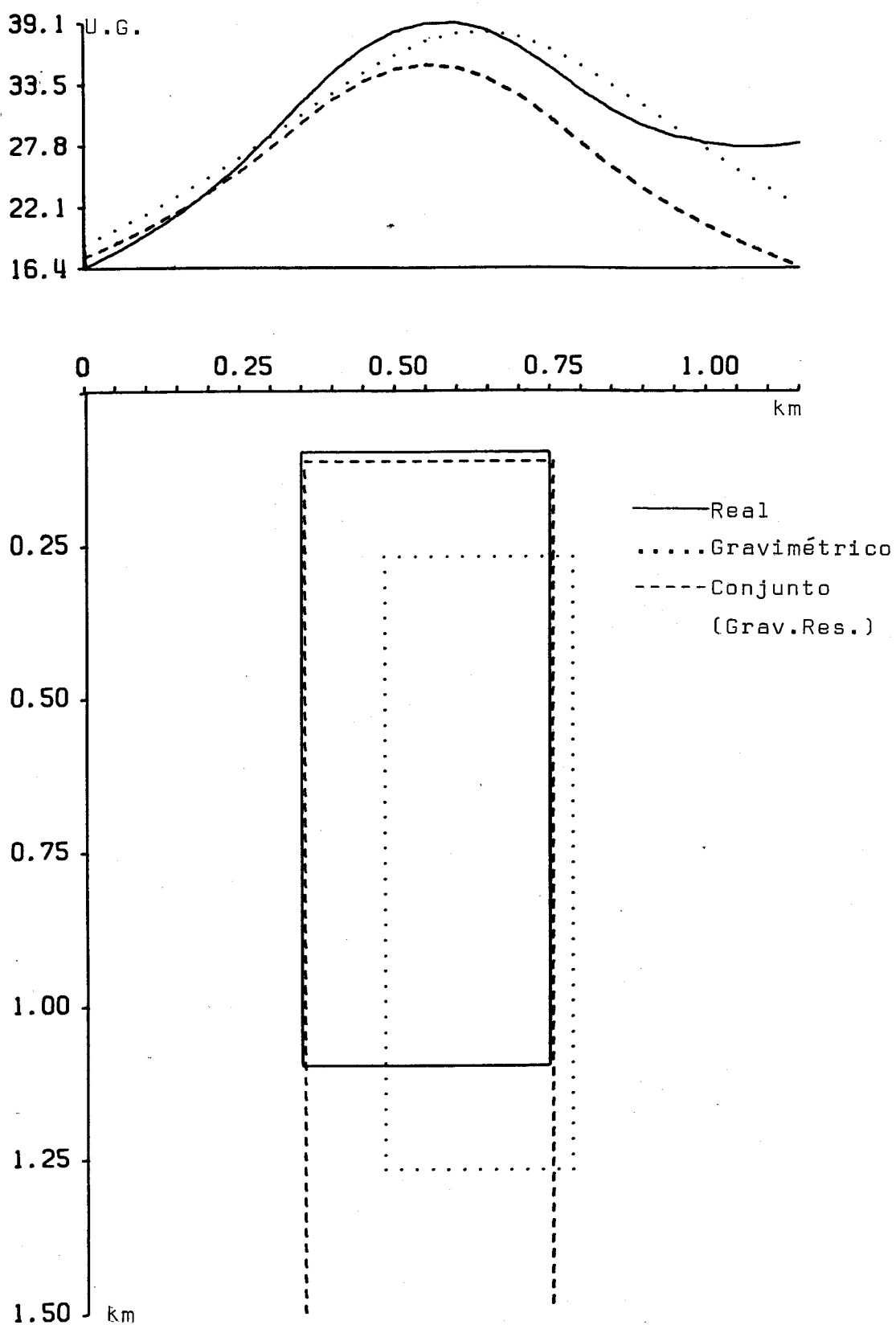


FIG. 29 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil). A espessura do modelo ajustado usando a inversão conjunta é 1,65km.

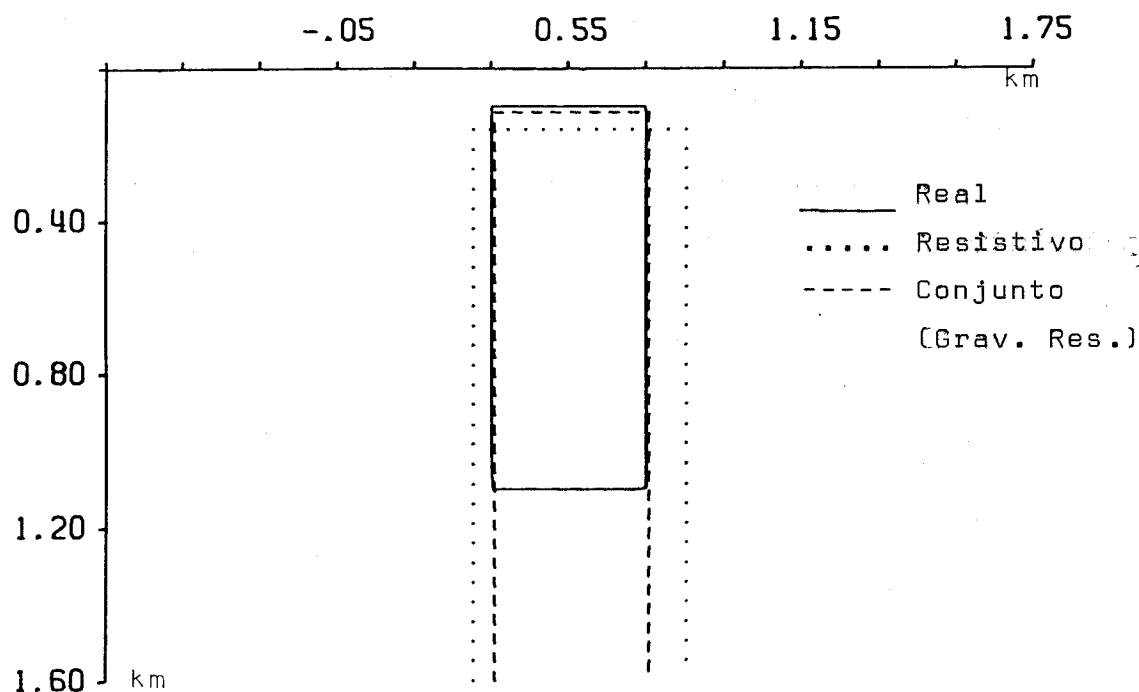
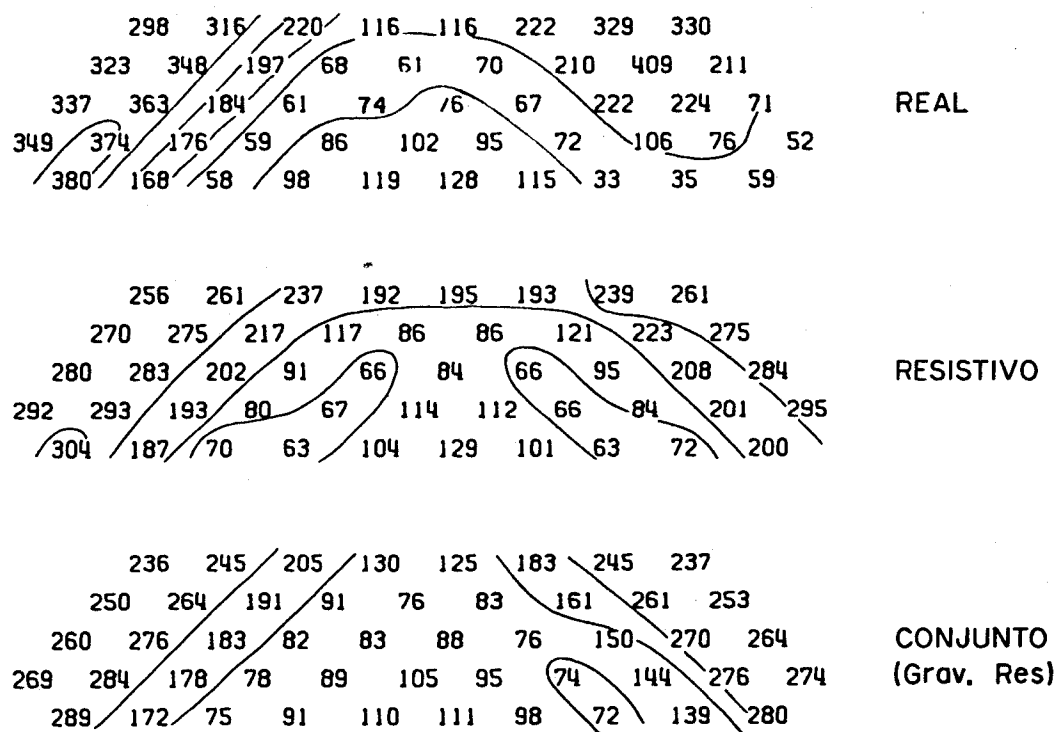


FIG. 30 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfíl). As espessuras dos modelos ajustados usando apenas os dados resistivos e a inversão conjunta são iguais respectivamente a 4km e 1,65km.

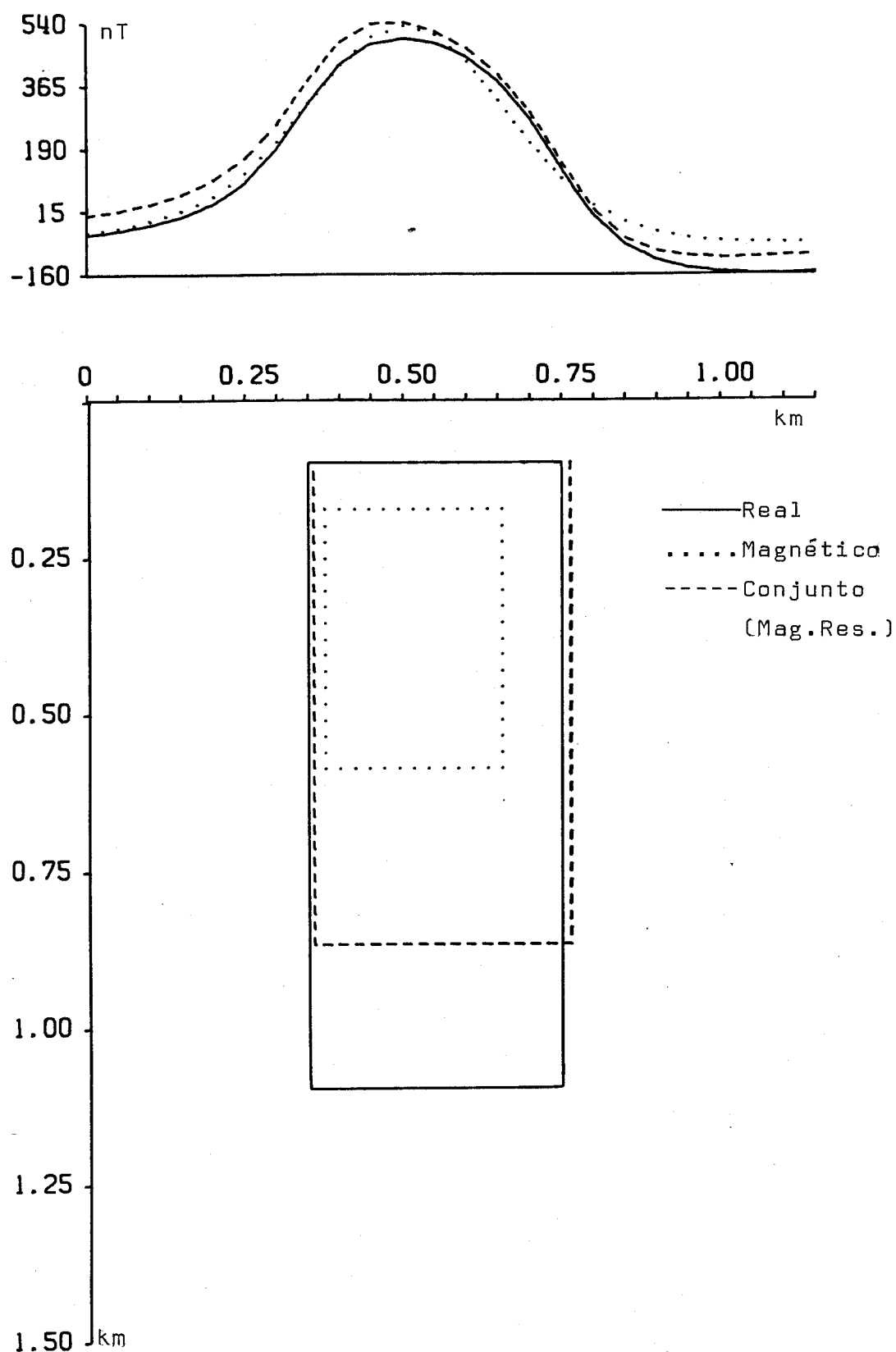


FIG. 31 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil).

pouco distante da verdadeira.

Os resultados obtidos através da inversão de dados resistivos e a inversão conjunta de dados resistivos e magnéticos são comparados na figura 32. Observa-se que, usando apenas os dados resistivos as estimativas obtidas são pobres, ao passo que, a inversão conjunta apresenta uma sensível melhora, com exceção da espessura do corpo.

Os resultados ilustrados nas figuras 31 e 32 mostram que a inversão conjunta magnetometria-resistividade apresenta resultados bem superiores às inversões de cada conjunto de dados isoladamente. Além disso, a inversão conjunta apresenta uma dependência da aproximação inicial bem menor que àquelas apresentadas por cada inversão de dados separadamente, como se observa na tabela 3.

As figuras 33, 34 e 35 mostram as inversões isoladas dos dados gravimétricos, magnéticos e resistivos, respectivamente, juntamente com a estimativa produzida pela inversão simultânea dos três conjuntos de dados. Observa-se que a inversão conjunta é bem superior a qualquer uma das inversões separadamente.

A comparação dos resultados obtidos através da inversão conjunta dos três grupos de dados (Figura 33) e das inversões conjuntas dos dados combinados dois a dois (Figuras 27, 29 e 31) mostram que as mesmas são semelhantes entre si, com a inversão conjunta (gravimetria, magnetometria e resistividade) apresentando uma pequena melhora na posição, largura e profundidade do topo, mas com uma sensível melhora na espessura do corpo que apresenta estimativa pobre nas inversões conjuntas resistividade-magnetometria e resistividade-gravimetria.

A inversão simultânea dos três conjuntos de dados apresenta solução totalmente independente da aproximação inicial, inclusive para os parâmetros que definem o vetor magnetização do corpo (Tabela 5).

Os resultados descritos acima indicam comparações entre a inversão conjunta dos três grupos de dados, inversões

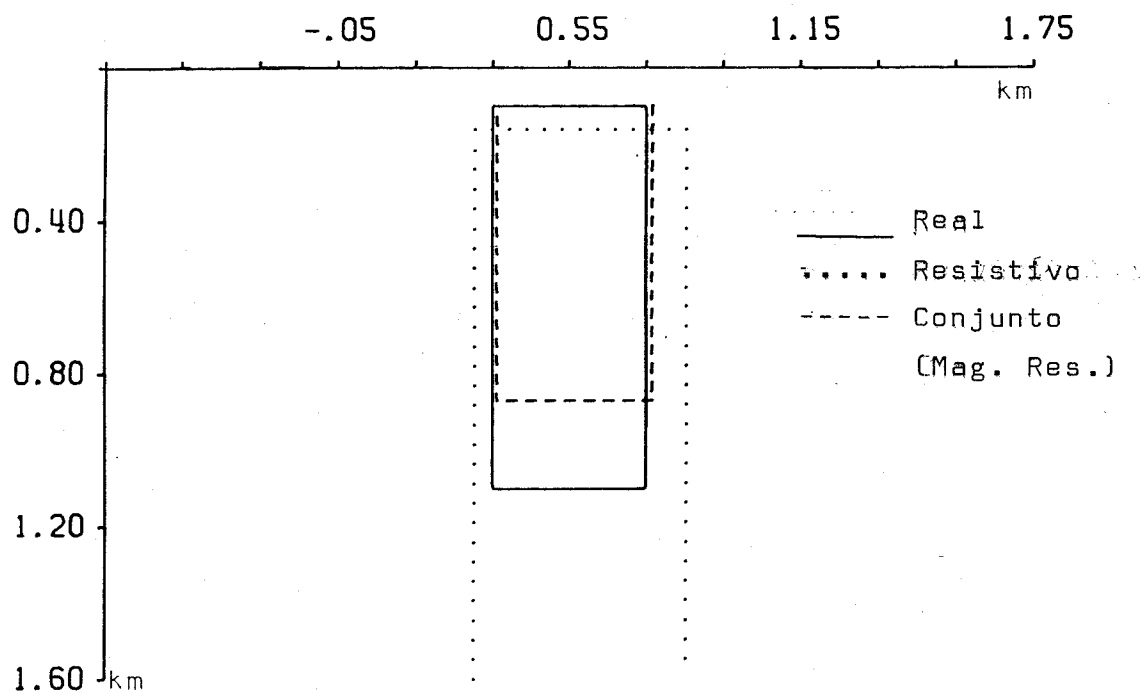
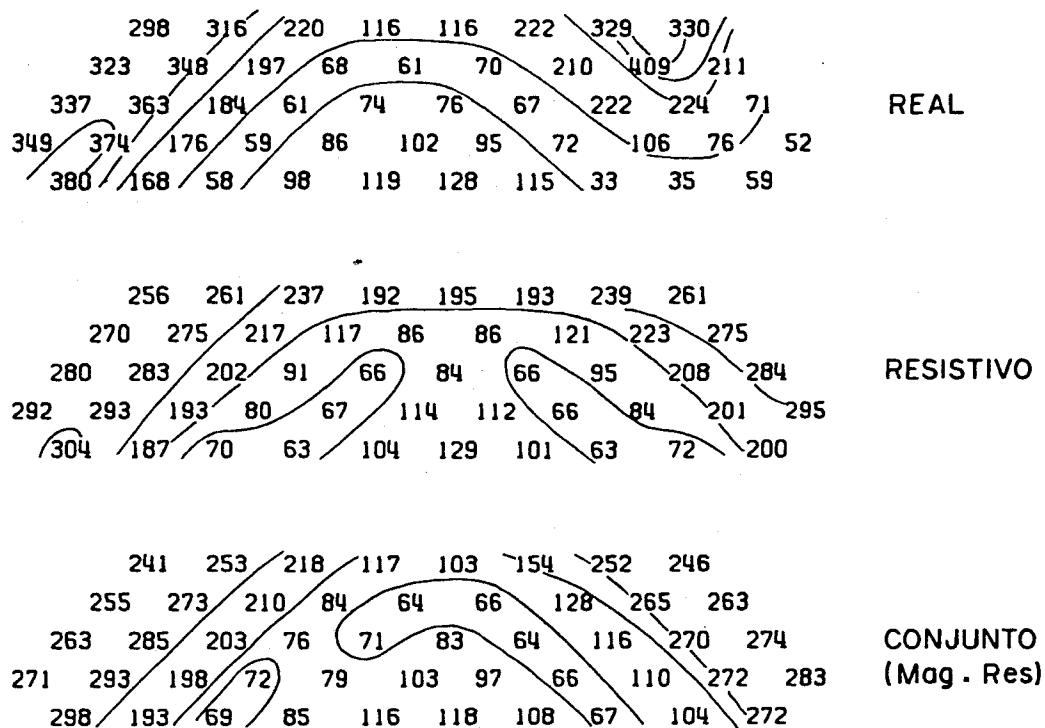


FIG. 32 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil). A espessura do modelo ajustado usando apenas dados resistivos é 4km.

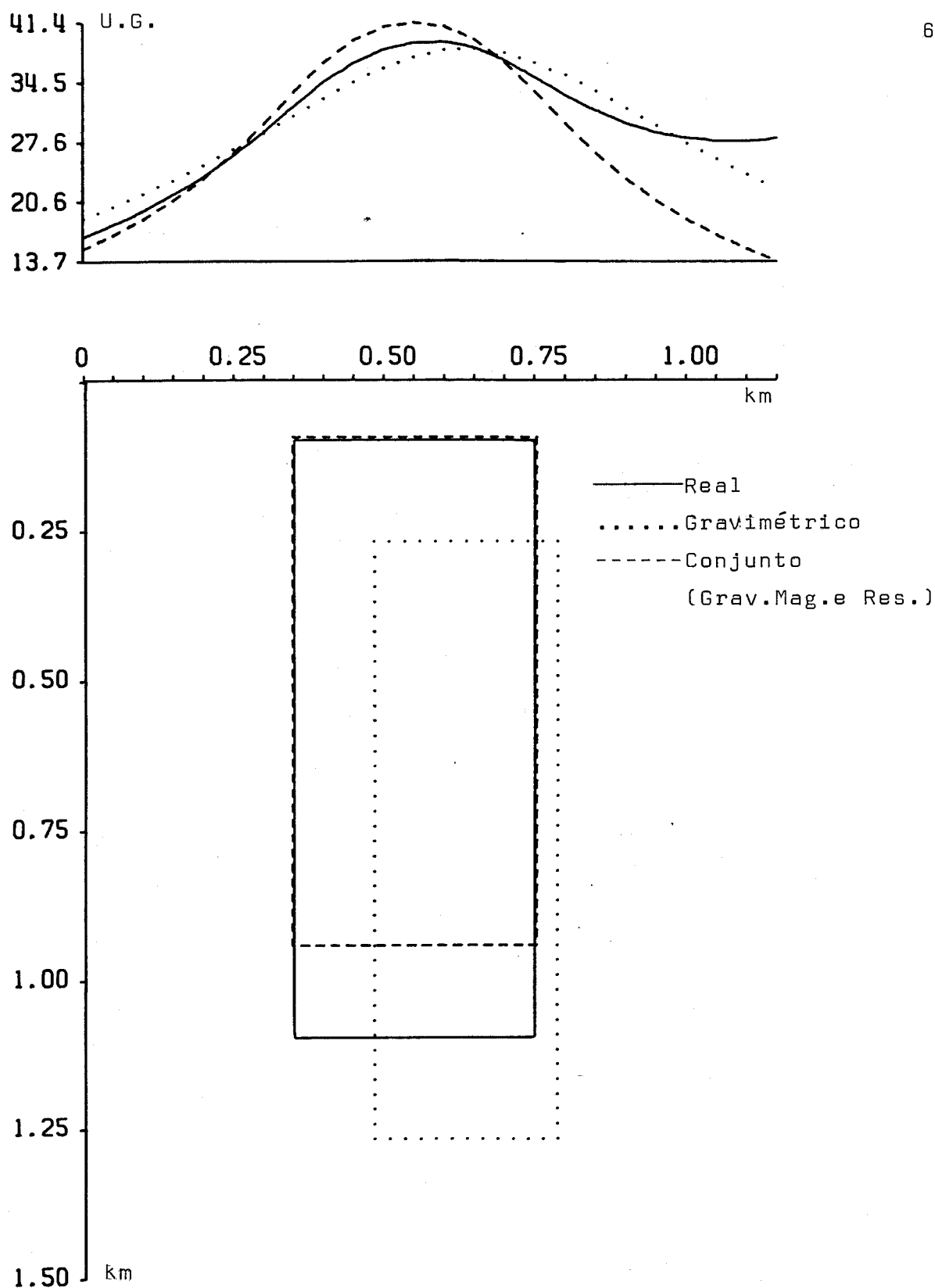


FIG. 33 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil).

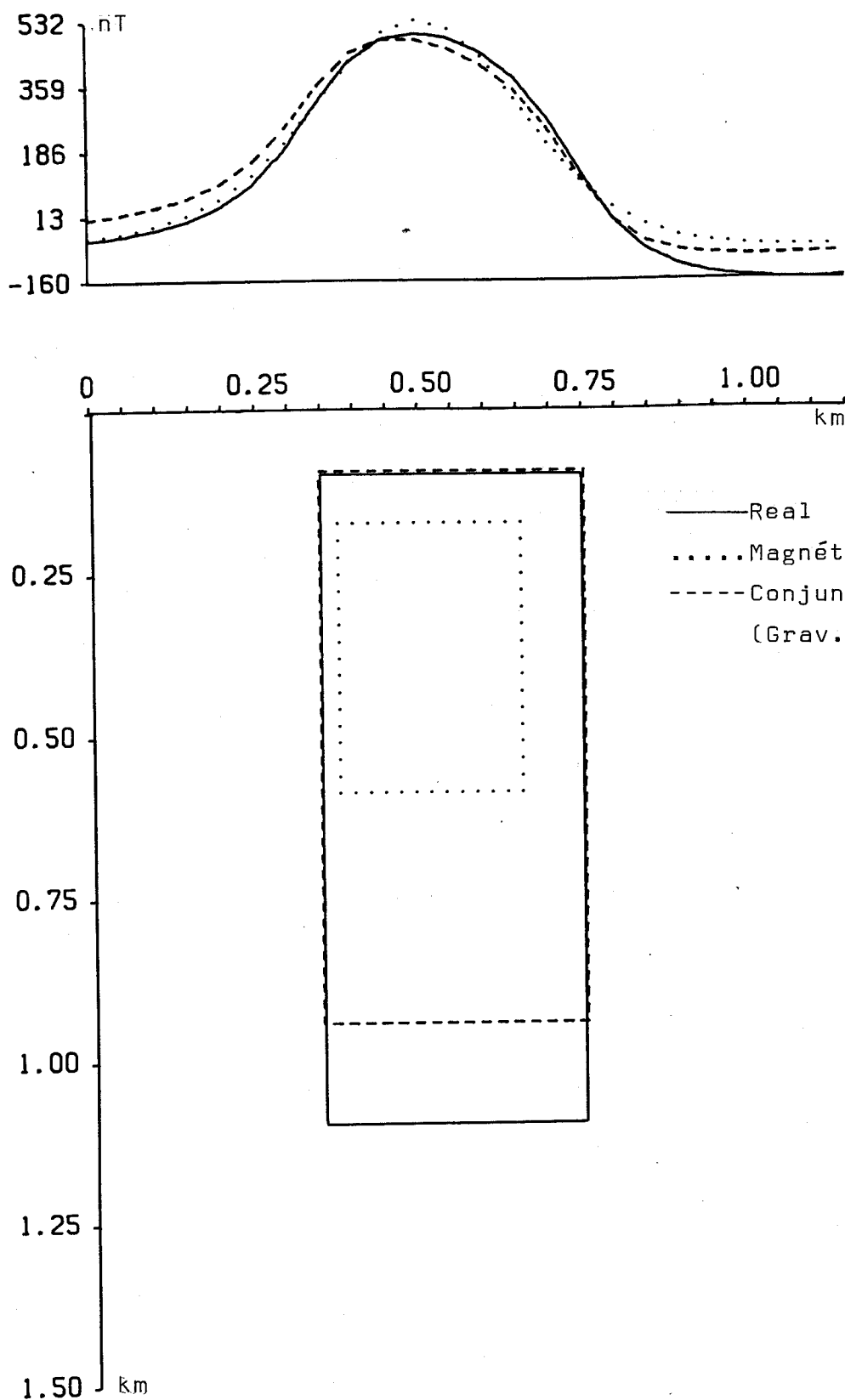


FIG. 34 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil).

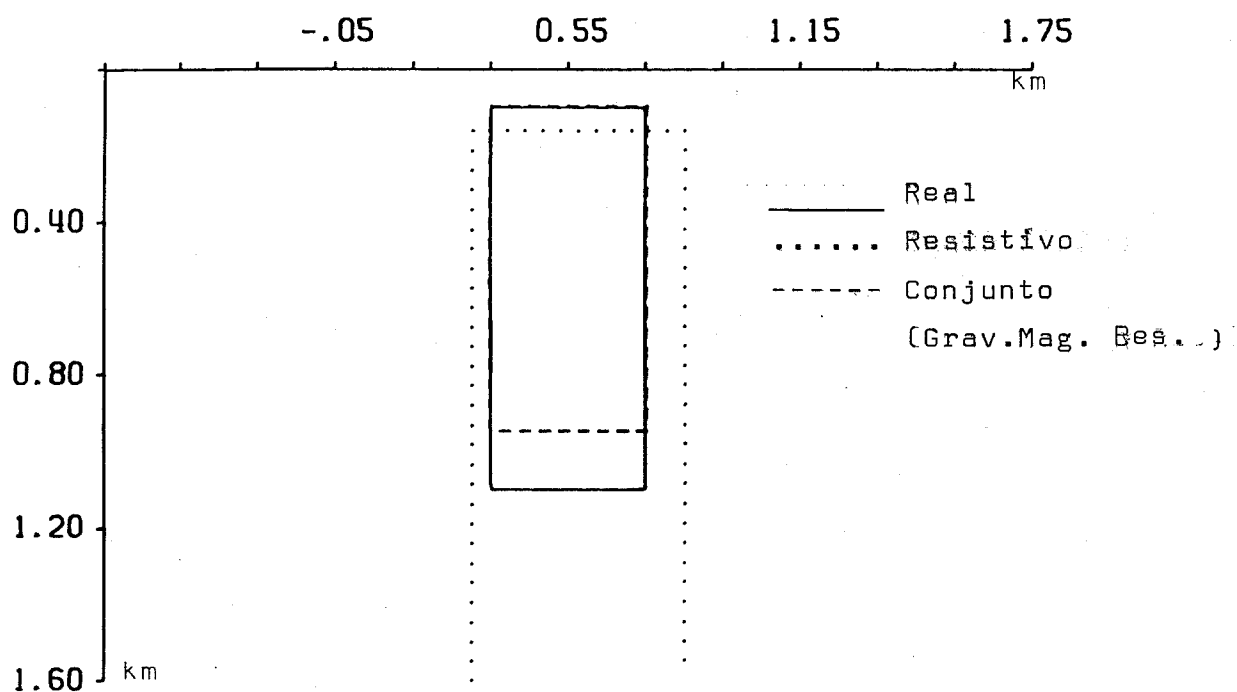
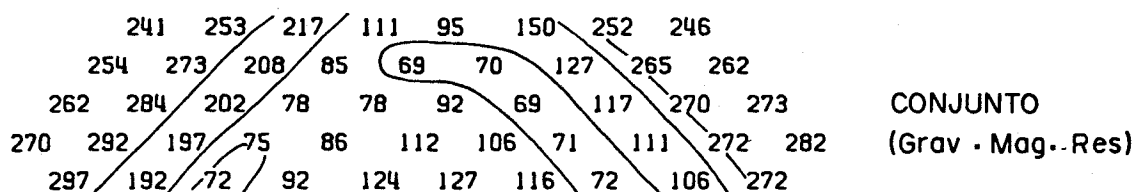
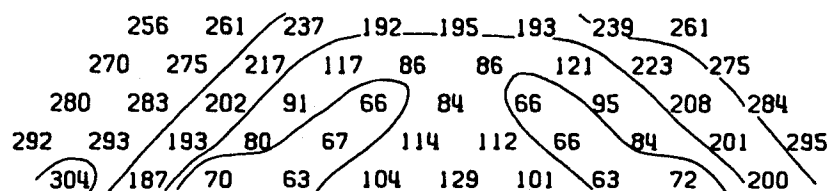
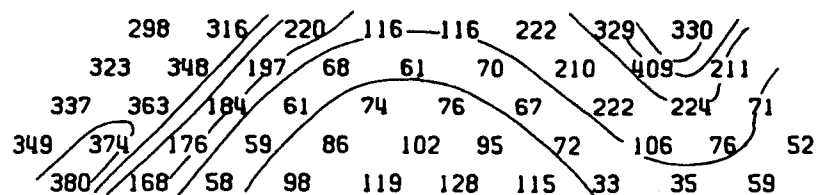


FIG. 35 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelo ajustado e real (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo interferente grande fora do perfil). A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados resistivos é 4km.

conjuntas dos dados dois a dois, inversões de cada conjunto de dados isoladamente, baseados apenas na geometria e posição dos modelos estimados em relação ao corpo real. A fim de comparar as diversas inversões com base nas estimativas do contraste de densidade, módulo, inclinação e azimute do vetor magnetização, resistividade do corpo e da rocha encaixante, estas foram compiladas na tabela 6.

Analisando a tabela 6, nota-se que tanto as inversões conjuntas dois a dois como a inversão dos três grupos de dados apresentam resultados superiores às inversões de cada grupo de dados separadamente com exceções das resistividades do corpo e da rocha encaixante. Entretanto, comparando-se a inversão conjunta (gravimetria-resistividade-magnetometria) com as inversões dos dados dois a dois verifica-se que os resultados são semelhantes, com algumas variações nos parâmetros contraste de densidade, resistividade do corpo, módulo e azimute do vetor magnetização.

A partir dos resultados mostrados nas figuras 27 35 e nas tabelas 5 e 6, que sintetizam os diversos testes para o tipo de ruído em questão, podemos tirar as seguintes conclusões: a) todas as inversões dos grupos de dados isolados apresentam estimativas distantes das verdadeiras, bem como uma alta dependência da aproximação inicial; b) as inversões dos conjuntos de dados combinados dois a dois apresentam resultados bem superiores às inversões de cada grupo de dados isolados, e uma grande redução na dependência da aproximação inicial (exceto para os parâmetros que definem o vetor magnetização e para a inversão gravimetria-resistividade); c) a inversão simultânea dos três conjuntos de dados apresenta resultado superior à inversão isolada de cada grupo de dados e equivalente às inversões dos conjuntos de dados combinados dois a dois, com uma melhora razoável nos parâmetros geométricos do corpo, uma pequena perda nos parâmetros contrastes de densidade e resistividade do corpo e uma redução na ambiguidade dos parâmetros que definem o vetor magnetização.

Através destas conclusões podemos estabelecer alguns critérios de utilização das inversões conjuntas em estudo quando o ruído geológico é um corpo interferente fora do perfil de medidas: a) deve-se usar a inversão conjunta dos dados gravi

TABELA - 6 - Resultados das inversões conjuntas e isoladas para o caso do ruído geológico ser um corpo interferente fora do perfil.

CONJUNTO DE DADOS USADOS NA INVERSÃO	P A R Â M E T R O S					
	Contraste de densidade [kg/m ³]	Resistividade do corpo [Ω.m]	Resistividade da rocha encaixante [Ω.m]	Módulo do vetor magnetização. [10 ⁻² A/m]	Inclinação do vetor magnetização. [graus]	Azimute do vetor magnetização [graus]
Gravimétrico	620	-	-	-	-	-
Magnético	-	-	-	347	87	-5.7
Resistivo	-	12	255	-	-	-
Grav. e Magnético	370	-	-	192	44	24
Grav. e Resistivo	270	28	237	-	-	-
Mag. e Resistivo	-	26	243	230	48	18
Grav.; Mg. e Resistivo	400	31	243	219	42	13
Parâmetros verdadeiros	300	20	300	200	60	10

métricos e magnéticos por esta apresentar resultados bem superiores aos obtidos pela inversão de cada conjunto de dados separadamente, além de ser menos dependente da aproximação inicial; b) o mesmo critério do item a é válido para a inversão conjunta dos dados resistivos e magnéticos; c) a inversão conjunta dos dados resistivos e gravimétricos apresenta resultados bem mais próximos do modelo real que as inversões de cada grupo de dados isoladamente, apresentando no entanto, uma certa dependência da aproximação inicial, ainda que bem inferior àquela apresentada para cada grupo de dados separadamente, por isso sua aplicação é justificada; d) a inversão simultânea dos três conjuntos de dados não apresenta uma sensível vantagem sobre as inversões dos dados combinados dois a dois, seja na melhoria das estimativas dos parâmetros, seja na redução da ambigüidade, exceto para o caso da inversão gravimetria-resistividade e para os parâmetros que definem o vetor magnetização. Por isso, sua utilização está relacionada principalmente à redução da ambigüidade dos parâmetros que definem o vetor magnetização.

4.4 Efeito do Ruído Gaussiano

Os dados a serem interpretados têm as seguintes características. Os dados gravimétricos possuem ruído aditivo Gaussiano com média zero e desvio padrão 2,4 unidades gravimétricas (U.G) (correspondente a 10% da média dos valores absolutos do campo gravimétrico "observado"); os dados magnéticos possuem ruído aditivo Gaussiano com média zero e desvio padrão 42,32 nanoteslas (nT) (correspondente a 20% da média dos valores absolutos do campo magnético "observado"); os dados resistivos possuem ruído multiplicativo dado pela expressão $(1+E_1.P)$, onde E_1 é uma variável aleatória tendo distribuição Gaussiana com média zero e o desvio padrão unitário e P é igual a 0,35. Todas as variáveis aleatórias com distribuição Gaussiana foram simuladas por seqüências de números pseudo-aleatório (Forsythe, et al 1977).

A figura 36 mostra a comparação entre a geometria e a posição do modelo real e as estimadas pela inversão dos dados gravimétricos e pela inversão simultânea de dados gravimé-

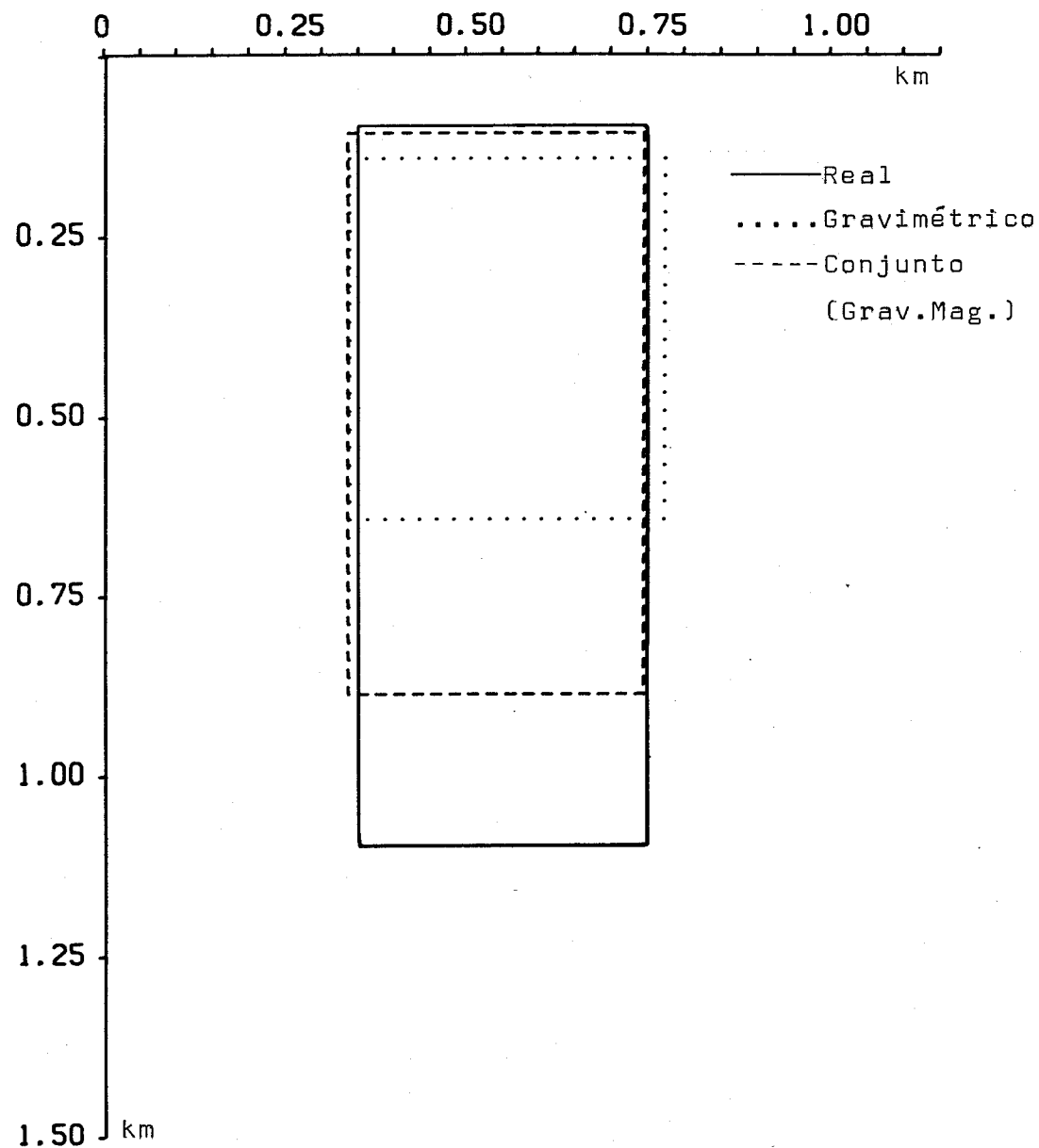
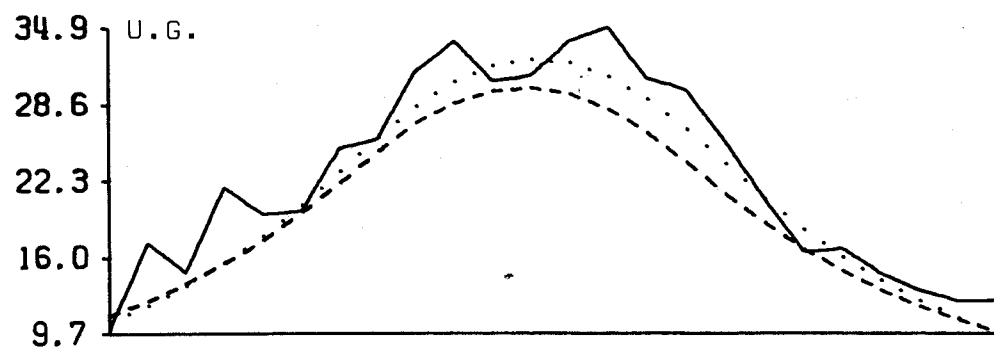


FIG. 36 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.

tricos e magnéticos. A estimativa usando-se apenas os dados gravimétricos é diferente do modelo real. A inversão conjunta, por sua vez, melhora as estimativas da profundidade do topo e da espessura.

A figura 37 compara os resultados obtidos através da inversão dos dados magnéticos com aqueles obtidos pela inversão conjunta de dados gravimétricos e magnéticos. A inversão usando apenas os dados magnéticos apresenta um modelo estimado longe do modelo real enquanto o resultado obtido pela inversão conjunta apresenta-se bem superior àquele alcançado usando apenas os dados magnéticos.

A fim de comparar as inversões isoladas dos dados magnéticos e gravimétricos e a inversão conjunta (gravimetria - magnetometria) com base nos desvios padrões dos parâmetros calculados pela equação 16, estes foram compilados na tabela 7. A inversão conjunta apresenta desvios padrões de todos os parâmetros inferiores àqueles obtidos quando se usa a inversão de apenas um grupo de dados, exceto para a posição do centro obtidos dos dados gravimétricos. A diferença no entanto é mínima.

As figuras 36 e 37 mostram que na presença de ruído Gaussiano, a inversão conjunta dos dados gravimétricos e magnéticos apresenta estimadas superiores àquelas obtidas através da inversão de cada grupo de dados isoladamente. Além disso, a inversão conjunta apresenta-se quase que independente da aproximação inicial, o que não ocorre com as inversões isoladas dos grupos de dados (Tabela 8). A redução da ambigüidade pela inversão conjunta é ratificada pela redução dos desvios padrões dos parâmetros mostrados na Tabela 7.

A comparação entre a geometria e a posição do modelo real e as estimativas pela inversão de dados gravimétricos e pela inversão conjunta dos dados gravimétricos e resistivos é mostrada na figura 38. A inversão usando apenas os dados gravimétricos apresenta um modelo diferente do modelo real. A inversão conjunta, no entanto, apresenta melhores estimativas para a profundidade do topo e espessura, com pequenas distorções ainda na espessura e largura do corpo.

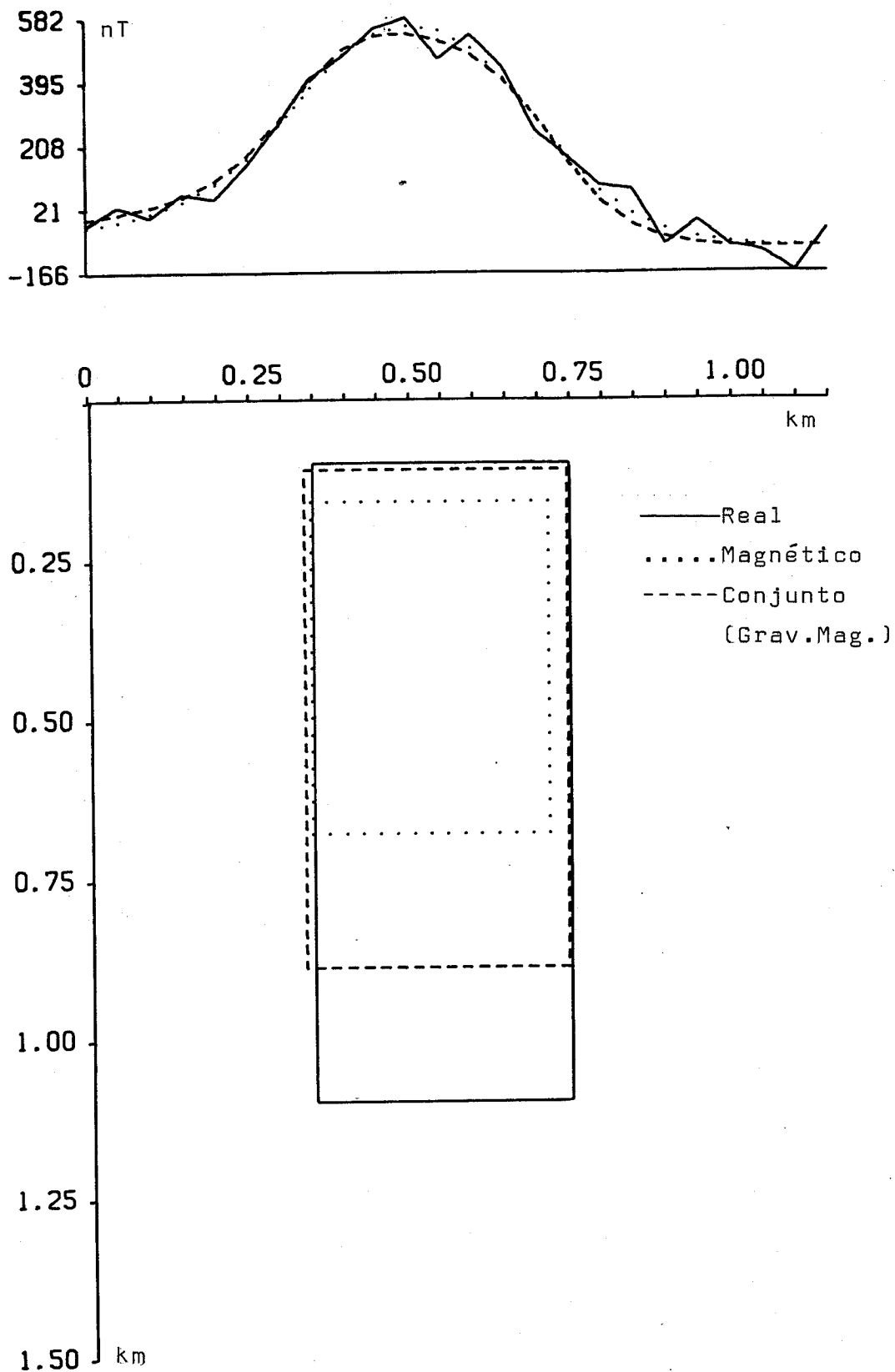


FIG. 37 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.

TABELA 7 - Valor estimado e desvio padrão de cada parâmetro para o teste de ruído Gaussiano.

INVERSÃO	GRAVIMÉTRICO		MAGNÉTICO		CONJUNTA	
	VALOR ESTIMADO	DESVIO PADRÃO	VALOR ESTIMADO	DESVIO PADRÃO	VALOR ESTIMADO	DESVIO PADRÃO
PARÂMETROS						
PROF. DO TOPO (m)	2.8	1.43	3.2	1.1	2.2	0.63
ESPESSURA (m)	12	5.61	10.4	6.4	15.6	4.5
LARGURA (m)	8.5	2.27	7.4	0.96	8.2	0.61
POSIÇÃO (m)	10.9	0.22	10.6	0.35	10.8	0.23
MOD. DO VETOR MAGNETIZAÇÃO (10^2 A/m)	-	-	337	55.6	255	29.2
INCL. DO VETOR MAGNETIZAÇÃO (graus)	-	-	54	17.9	45	6.17
AZIMUTE DO VETOR MAGNETIZAÇÃO (graus)	-	-	4	6.64	8.5	3.6
CONTRASTE DE DENSIDADE (kg/m^3)	413	202	-	-	309	76.7

TABELA 8 - Intervalos de valores estimados dos parâmetros para cada inversão, quando o ruído é Gaussiano.

CONJUNTO DE DADOS USADOS NA INVERSÃO	P A R Â M E T R O S									
	Contr.de den- sidade. (kg/m ³)	Profund. do topo (m)	Espessura (m)	Largura (m)	Posição (m)	Resist.do corpo (ohm.m)	Resist.da rocha encaixante (ohm.m)	Mód.do Vetor magnetização (10 ⁻² A/m)	Inclin.do vetor mag netização. (graus)	Azimute do vetor magnetização (graus)
Gravimétrico	271-857	85-200	500-900	200-500	540-555	-	-	-	-	-
Magnético	-	100-235	250-600	250-380	525-535	-	-	233-537	53-87	(-3)-40
Resistivo	-	11-125	400-1800	300-450	550-555	17-33	300-304	-	-	-
Grav. e Magnético	273-350	100-125	500-800	325-425	540-545	-	-	195-260	45-50	6-20
Grav. e Resistivo	341*	105*	770*	425*	550*	19.6*	301*	-	-	-
Mag. e Resistivo	-	105*	900*	410*	550*	18.5*	299*	200-240	48-55	5-13
Grav.; Mg. e Resistivo	330-350	110*	765-865	400-420	550*	20*	296-297	190-250	44-70	8-25
Aproximações Iniciais	100-500	50-250	500-2500	100-800	400-750	5-50	100-800	50-400	40-70	0-20

* Intervalo insignificante comparado com o valor tabelado

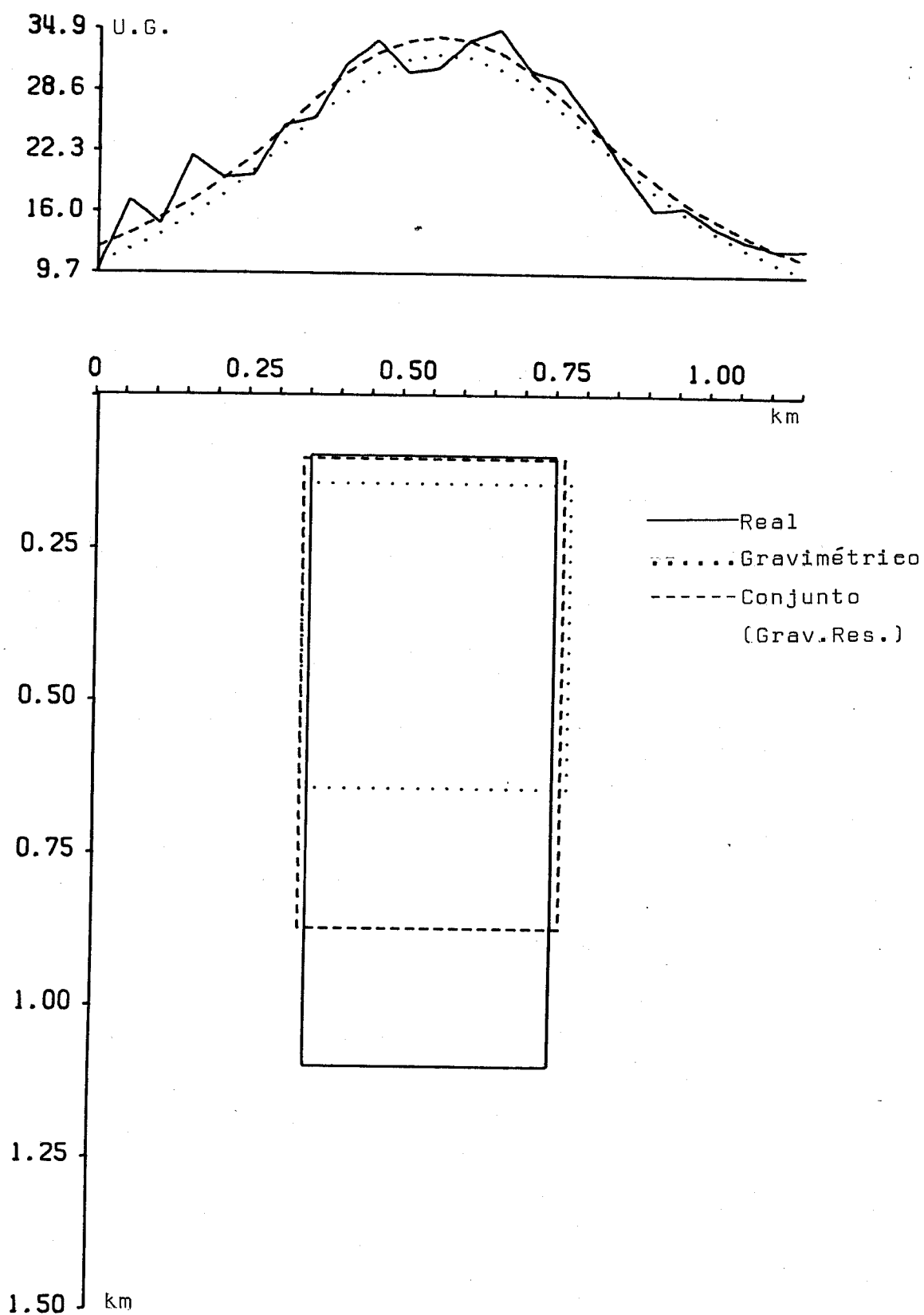


FIG. 38 - Anomalias gravimétricas "observadas" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.

Os resultados obtidos através da inversão de dados resistivos e a inversão simultânea de dados resistivos e gravimétricos são mostrados na figura 39. A inversão dos dados resistivos apresenta estimativas razoáveis, com exceção da espessura. A inversão conjunta, por sua vez, melhora bastante a estimativa desse parâmetro.

Na presença de ruído Gaussiano, a inversão simultânea dos dados gravimétricos e resistivos é um pouco superior à inversão dos dados resistivos e gravimétricos isoladamente. Além disso, a inversão conjunta é virtualmente independente da aproximação inicial dos parâmetros, o que não ocorre com a inversão de cada grupo de dados separadamente (Tabela 8).

A figura 40 mostra os resultados obtidos usando a inversão dos dados magnéticos e a inversão conjunta (magnetometria-resistividade). A inversão conjunta apresenta estimativa bem superior àquela apresentada pela inversão usando-se apenas os dados magnéticos.

A comparação entre os resultados obtidos usando a inversão de dados resistivos e a inversão conjunta dos dados magnéticos e resistivos é mostrada na figura 41. A inversão conjunta apresenta estimativa superior àquela apresentada usando-se apenas os dados resistivos.

A partir das figuras 40 e 41 observa-se que a estimativa obtida pela inversão conjunta magnetometria-resistividade é superior àquelas obtidas por cada grupo de dados separadamente. Além disso, a inversão conjunta é independente da aproximação inicial dos parâmetros, com exceção dos parâmetros que definem o vetor magnetização (Tabela 8).

As figuras 42, 43 e 44 mostram as inversões isoladas dos dados gravimétricos, magnéticos e resistivos, respectivamente, juntamente com a estimativa produzida pela inversão conjunta dos três conjuntos de dados. A partir das figuras 42, 43 e 44 observa-se que a estimativa da inversão conjunta é bem superior à inversão usando apenas os dados gravimétricos, ou magnéticos ou resistivos isoladamente.

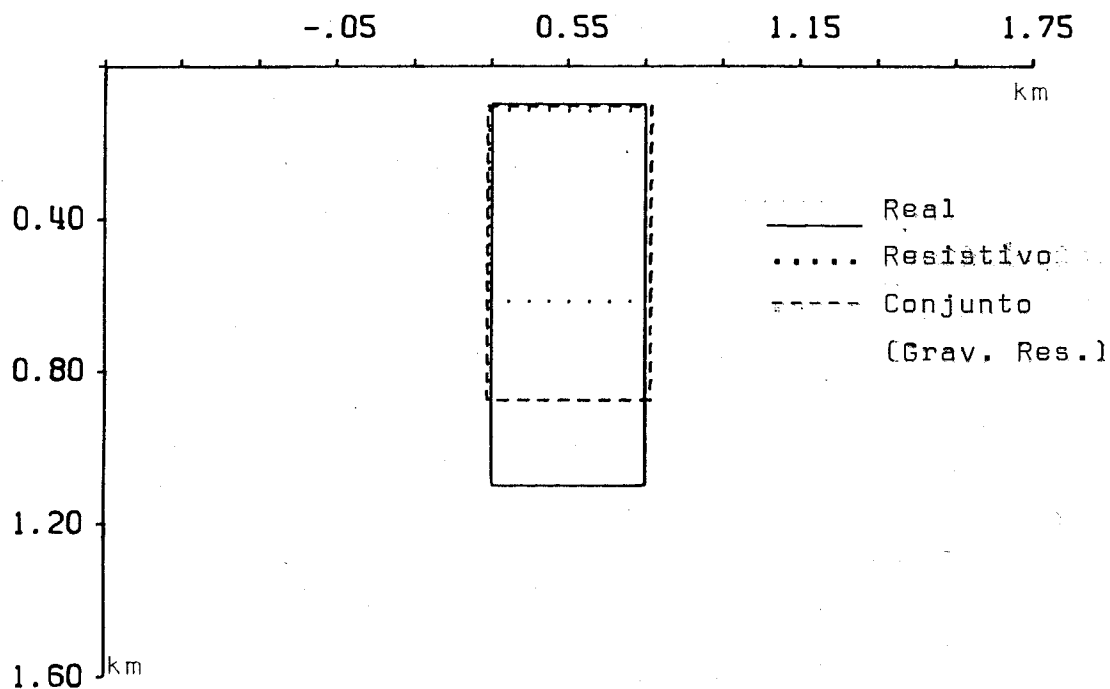
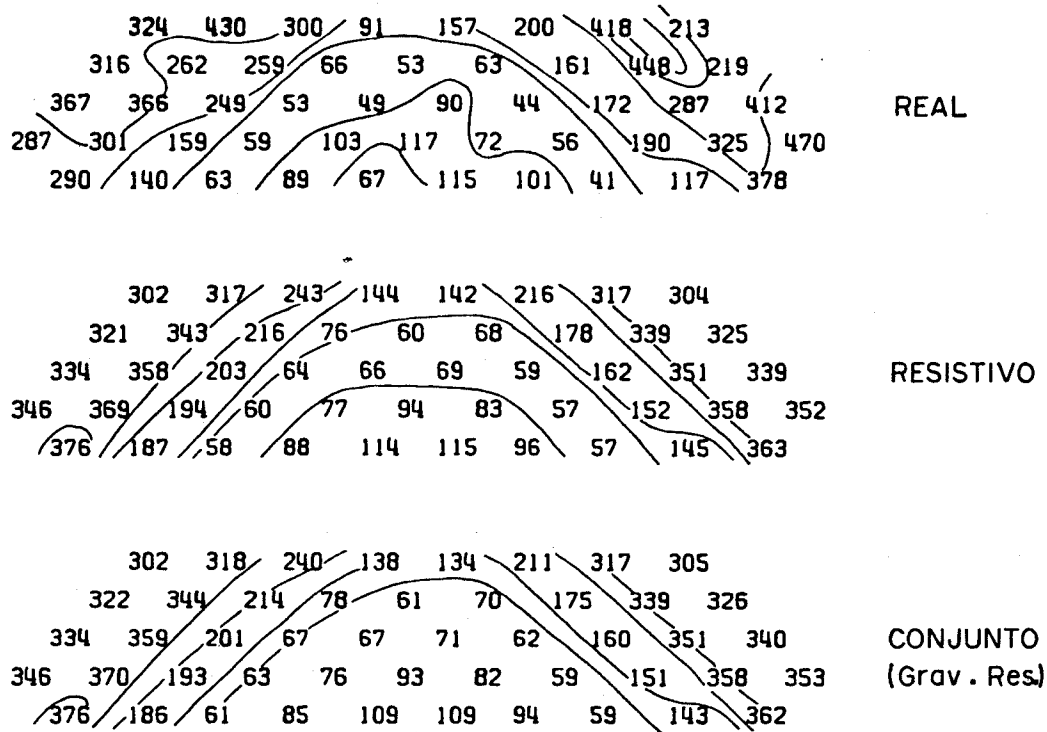


FIG. 39 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.

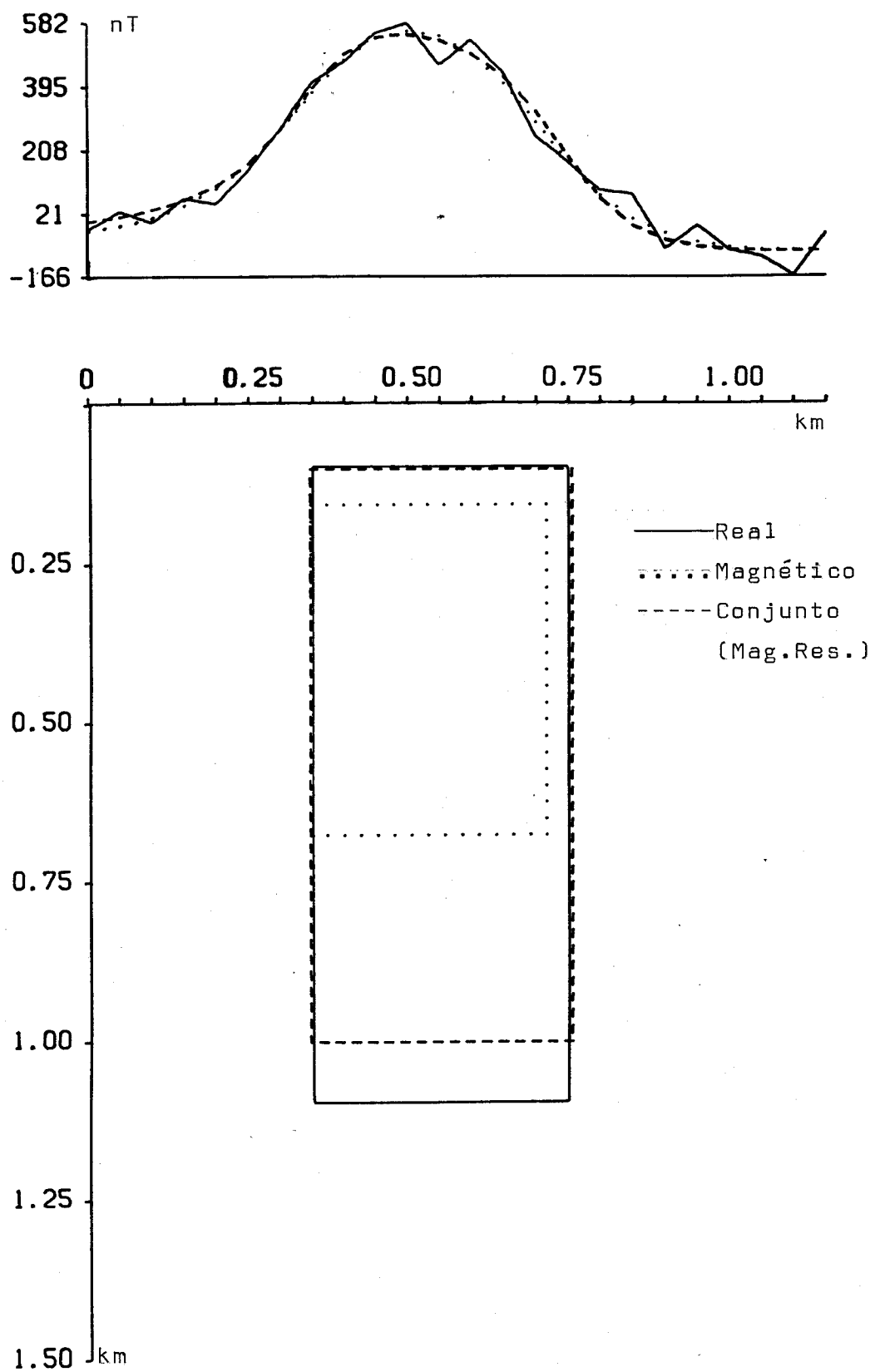
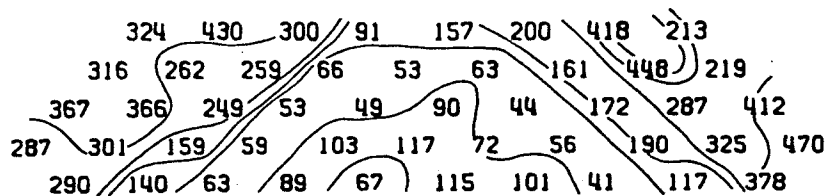
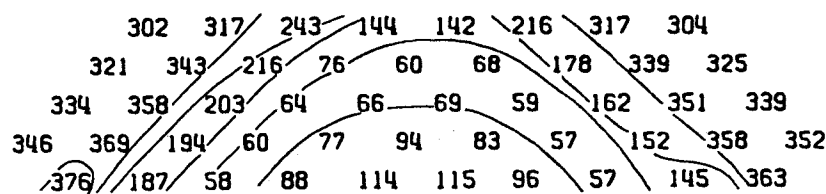


FIG. 40 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.



REAL



RESISTIVO

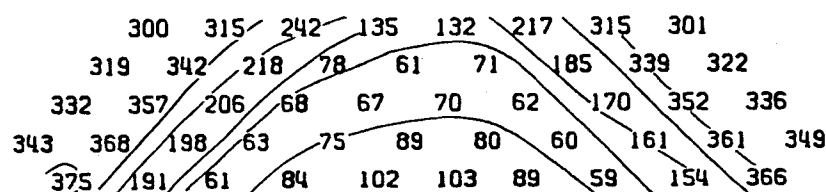
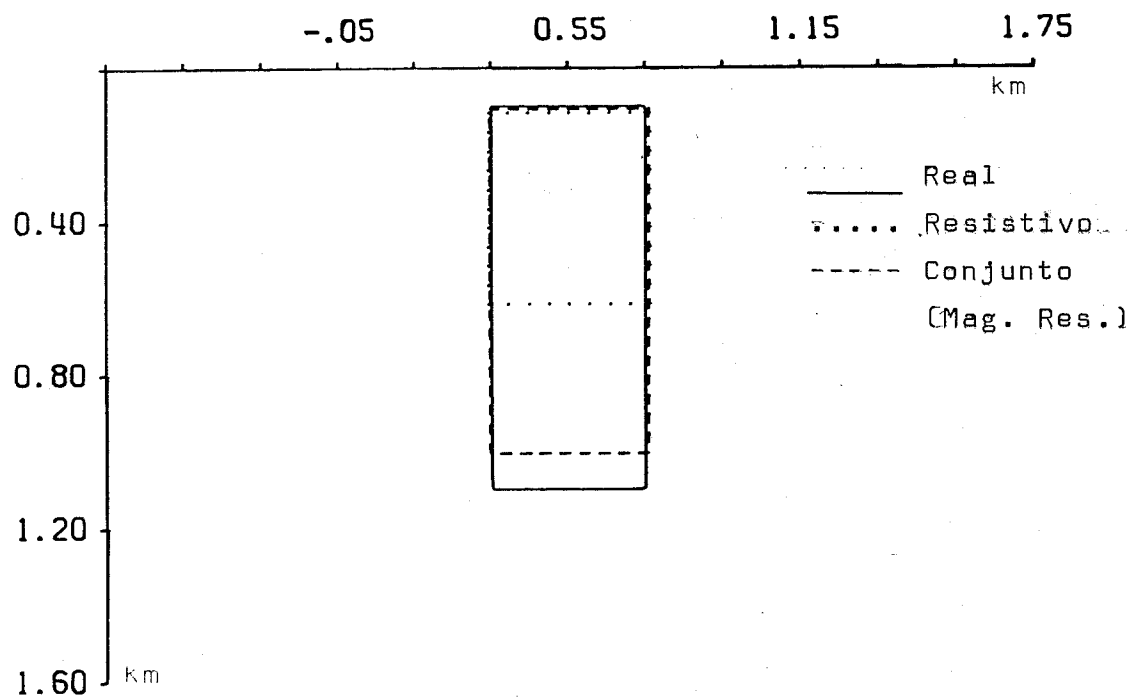
CONJUNTO
(Mag. Res.)

FIG. 41 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.

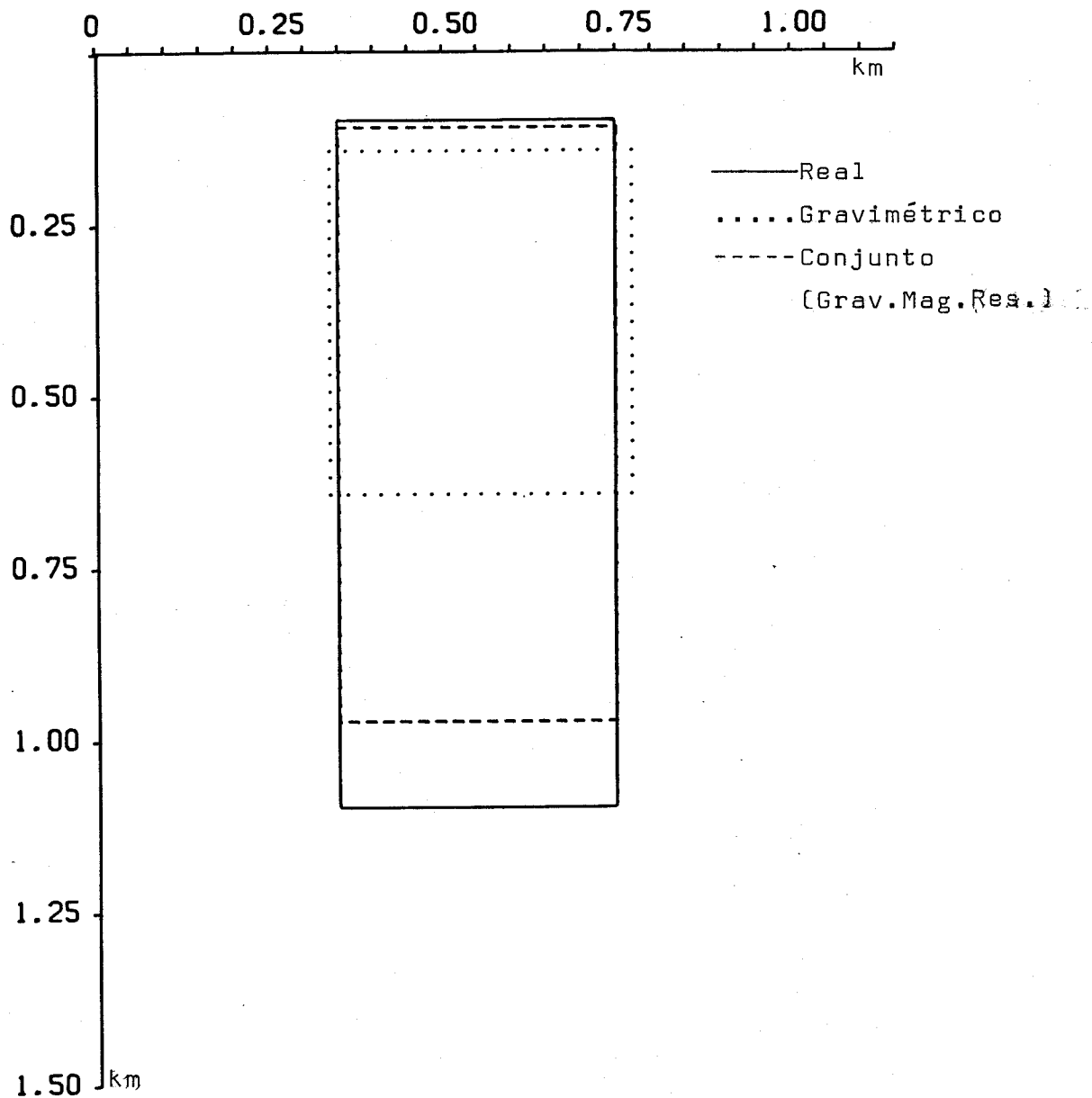
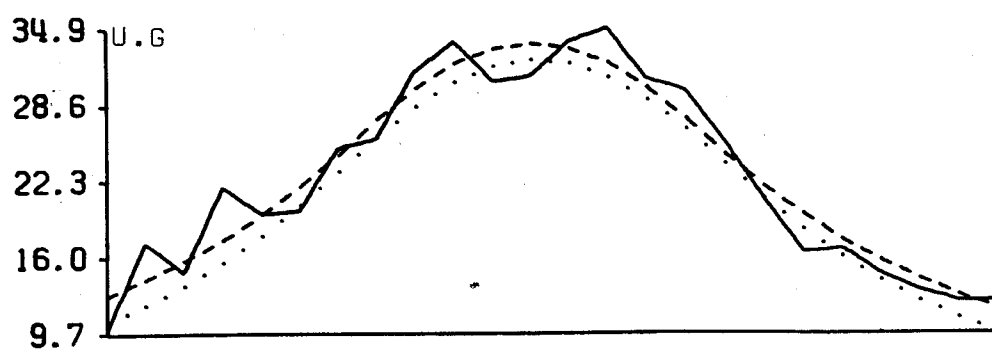


FIG. 42 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.

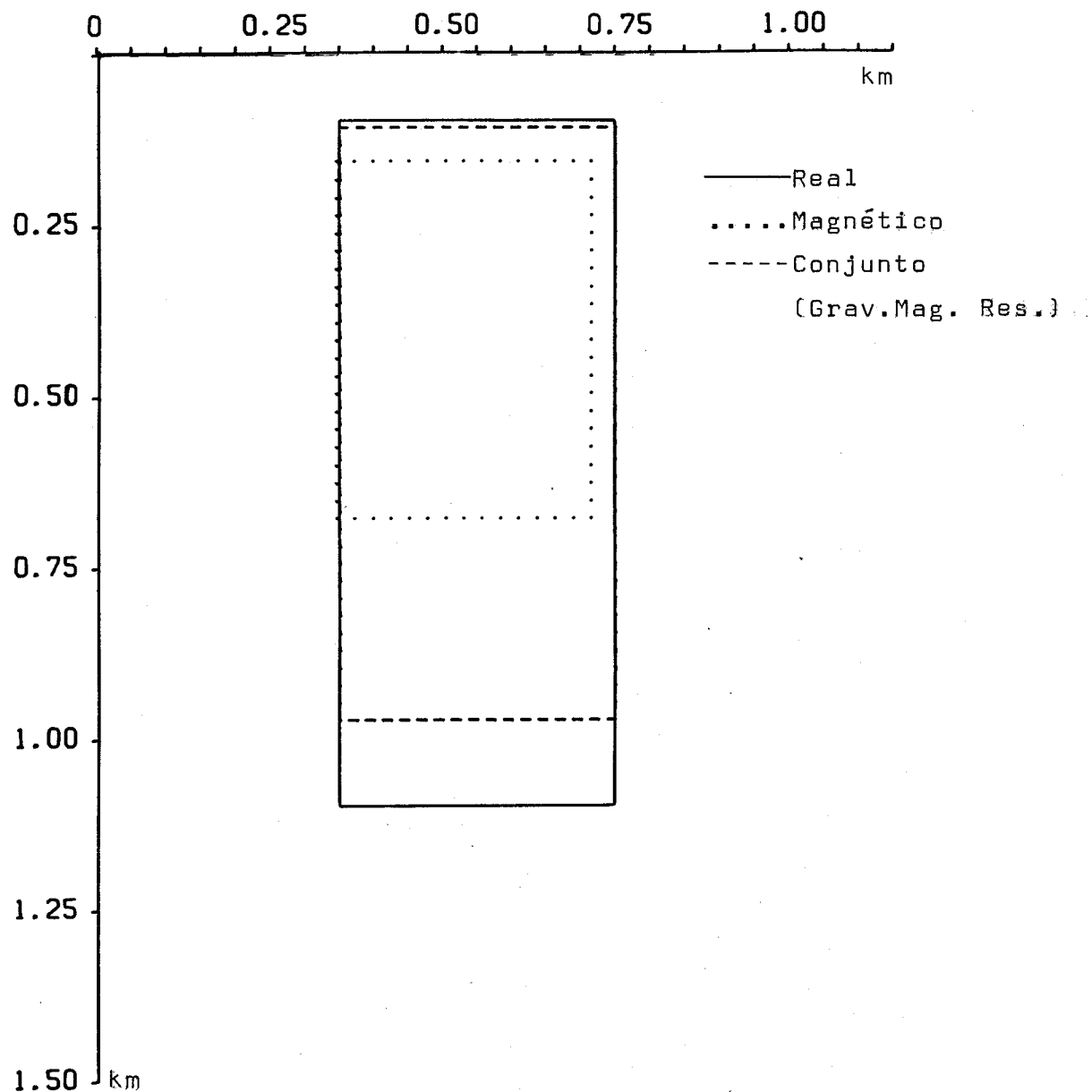
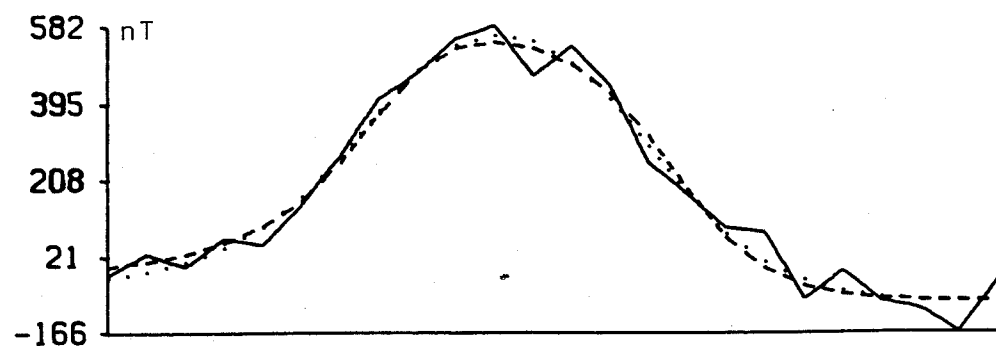


FIG. 43 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.

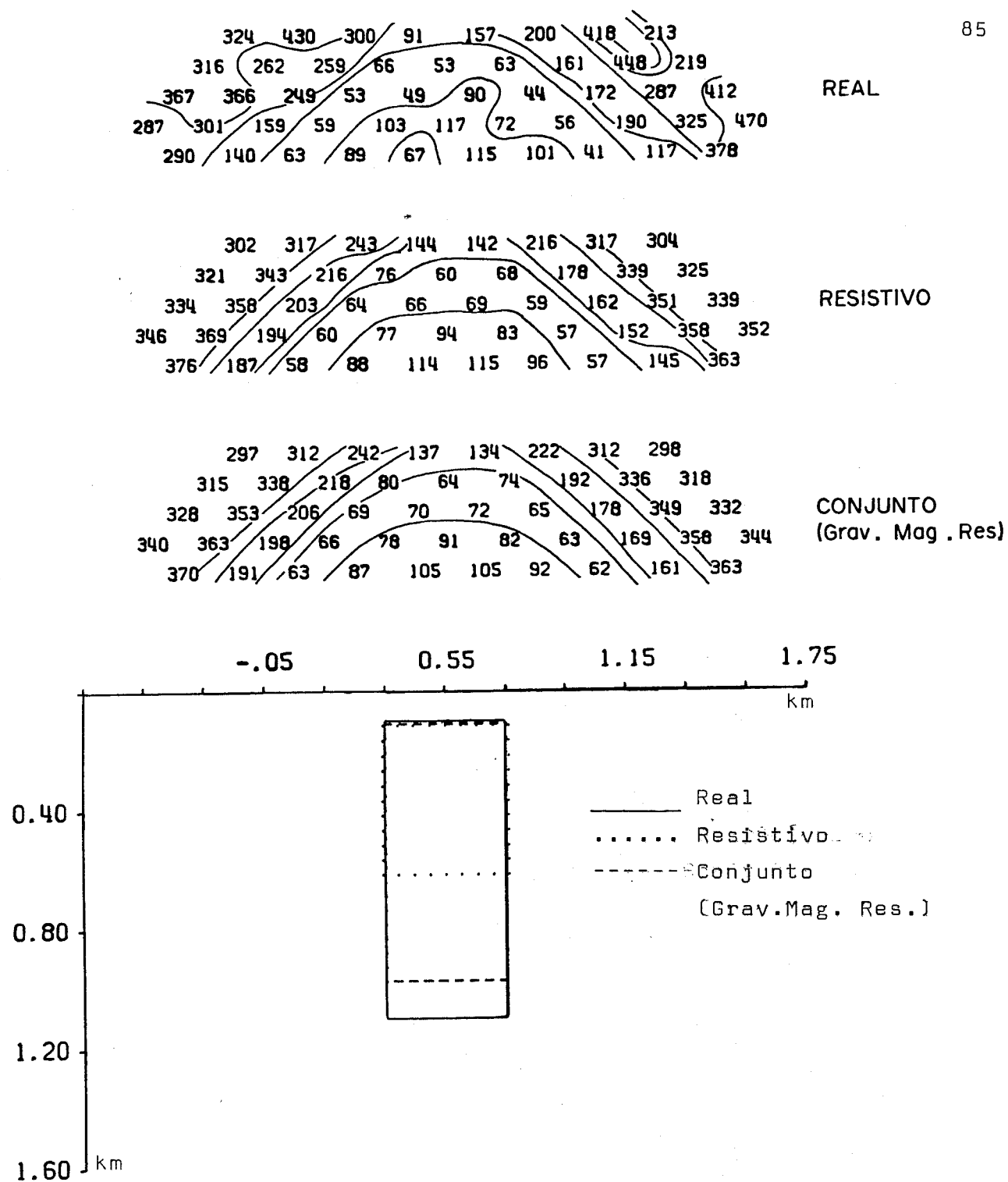


FIG. 44 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano.

A estimativa simultânea dos três conjuntos de dados (Figura 42) apresenta-se semelhante àquelas obtidas a partir da inversão conjunta dos dados combinados dois a dois (Figuras 36, 38 e 40). Além disso, a inversão simultânea dos três conjuntos de dados apresenta uma pequena dependência da aproximação inicial dos parâmetros, principalmente nos parâmetros que definem o vetor magnetização.

Os resultados descritos acima sintetizam comparações entre as inversões de cada conjunto de dados em separado, inversões conjuntas dos dados combinados dois a dois e a inversão simultânea dos três conjuntos de dados baseados apenas na geometria e posição dos modelos estimados em relação ao corpo real. A fim de comparar as diversas inversões com base nas estimativas das propriedades físicas, estas foram compiladas na Tabela 9.

Pela análise da tabela 9, tanto as inversões conjuntas dois a dois como a inversão conjunta usando os três conjuntos de dados apresentam resultados superiores às inversões de cada grupo de dados isoladamente, sendo que os resultados das inversões conjuntas (combinações dos dados dois a dois) são semelhantes ao resultado da inversão conjunta dos três grupos de dados, com exceção da inversão conjunta gravimetria-magnetometria.

A partir dos resultados mostrados nas figuras 36 a 44 e nas tabelas 7, 8 e 9, que sintetizam os diversos testes realizados para o caso do ruído ser Gaussiano podemos tirar as seguintes conclusões: a) para as inversões de cada conjunto de dados isolados, a magnetometria é aquela que apresenta resultados mais pobres, sendo que todas as inversões isoladas são altamente dependentes da aproximação inicial dos parâmetros; b) as inversões dos conjuntos de dados combinados dois a dois apresentam resultados superiores àquelas obtidas através das inversões isoladas de cada grupo de dados. As inversões conjuntas apresentam-se quase que independentes das aproximações iniciais, principalmente a inversão conjunta gravimetria-resistividade, o que não acontece com as inversões em separado de cada conjunto de dados; c) a inversão simultânea dos três conjuntos de da-

TABELA 9 - Resultados das inversões conjuntas e isoladas para o teste de ruído Gaussiano.

CONJUNTO DE DADOS USADOS NA INVERSÃO	P A R Â M E T R O S					
	Contraste de densidade	Resistividade do corpo	Resistividade da rocha encaixante	Módulo do vetor magnetização	Inclinação do vetor magnetização	Azimute do vetor magnetização.
	(kg/m^3)	($\Omega \cdot \text{m}$)	($\Omega \cdot \text{m}$)	(10^2 A/m)	(graus)	(graus)
Gravimétrico	413	-	-	-	-	-
Magnético	-	-	-	337	54	4
Resistivo	-	13	300	-	-	-
Grav. e Magnético	309	-	-	255	45	8.5
Grav. e Resistivo	340	19	301	-	-	-
Resistivo e Magnético	-	19.6	298	215	54	12
Grav; Mag. e Res.	337	20	297	193	68	21
Parâmetros verdadeiros	300	20	300	200	60	10

dos apresenta resultado superior às inversões de cada grupo de dados isoladamente e ligeiramente superior às inversões dos grupos de dados combinados dois a dois, no que diz respeito às estimativas dos parâmetros, não reduzindo, no entanto a dependência das aproximações iniciais.

Através destas conclusões podemos estabelecer os seguintes critérios para a utilização das diversas inversões conjuntas para o caso do ruído Gaussiano: a) deve-se usar a inversão conjunta dos dados gravimétricos e magnéticos não só por esta apresentar resultados superiores aos da inversão de cada conjunto de dados em isolado, como também por ser bem menos dependente das aproximações iniciais. A redução da ambigüidade também foi comprovada pela diminuição dos desvios padrões de todos os parâmetros; b) a inversão conjunta dos dados gravimétricos e resistivos apresenta resultados superiores a cada inversão isolada além de ser independente das aproximações iniciais, com isso justificando a sua utilização; c) o mesmo critério do item b) é válido para a inversão conjunta dos dados resistivos e magnéticos, exceto que esta apresenta dependência da aproximação inicial nos parâmetros que definem o vetor magnetização; d) a utilização da inversão simultânea dos três conjuntos de dados sofre restrições por esta não apresentar vantagem substancial sobre as inversões dos dados combinados dois a dois, seja na melhora das estimativas, seja na redução da ambigüidade.

4.5. Efeito Combinado do Ruído Geológico (Corpo Interferente Granel e Ruído Gaussiano.

Neste teste o ruído geológico é o mesmo do item 4.3 e o ruído Gaussiano tem as seguintes características: os dados gravimétricos possuem ruído aditivo pseudo-aleatório com média 0.0 e desvio padrão 1.1 D.G. (correspondente a 5% da média dos valores absolutos do campo gravimétrico "observado"); os dados magnéticos possuem ruído aditivo pseudo-aleatório com média 0.0 e desvio padrão 10.58 nT (correspondente a 5% da média dos valores absolutos do campo magnético "observado"); os dados resistivos possuem ruído multiplicativo dado pela expressão $[1+E_1 \cdot P]$ onde E_1 é um número pseudo-aleatório amostrado de uma

distribuição Gaussiana com média 0.0 e desvio padrão 1.0 e P é igual a 0,15.

A figura 45 mostra os resultados obtidos através da inversão dos dados magnéticos e gravimétricos. A inversão usando apenas os dados gravimétricos apresenta um modelo estimado longe do modelo real, enquanto a inversão conjunta apresenta resultados muito superiores ao da inversão isolada.

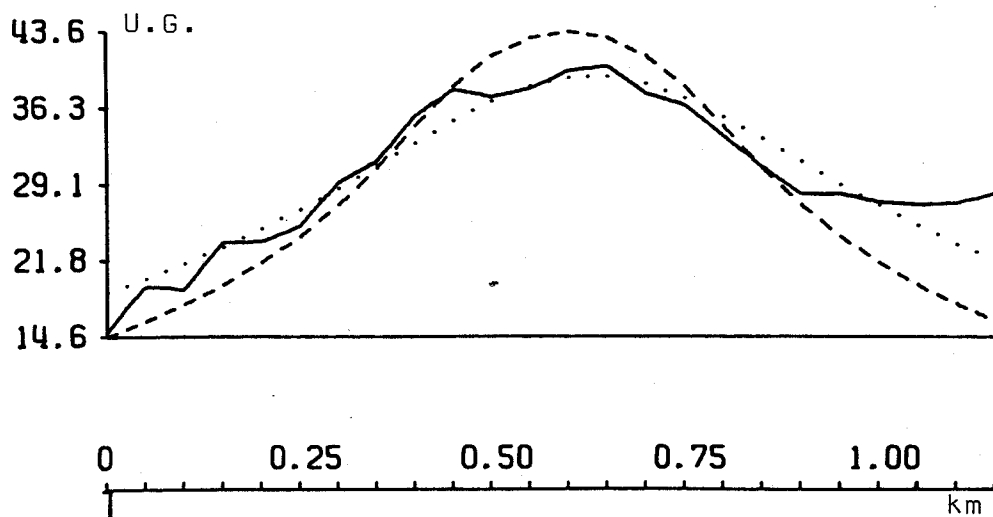
A figura 46 compara os resultados obtidos através da inversão dos dados magnéticos com aqueles obtidos pela inversão conjunta dos dados gravimétricos e magnéticos. Observa-se que usando apenas os dados magnéticos as estimativas obtidas são pobres, ao passo que, a inversão conjunta produz estimativas bem mais próximas do modelo real.

Os resultados ilustrados nas figuras 45 e 46 mostram que a inversão conjunta gravimetria-magnetometria apresenta resultados bem superiores às inversões de cada conjunto de dados isolados. As inversões usando-se apenas um dos grupos de dados assim como a inversão conjunta são dependentes da aproximação inicial (Tabela 10).

Os resultados obtidos através da inversão de dados gravimétricos e da inversão simultânea dos dados gravimétricos e resistivos são mostrados na figura 47. A inversão usando apenas os dados gravimétricos apresenta solução bem diferente do modelo real. A inversão conjunta, por sua vez, apresenta resultados mais próximos dos reais, com exceção da largura e espessura do corpo.

A figura 48 compara os resultados oriundos da inversão dos dados resistivos com aqueles obtidos pela inversão conjunta de dados gravimétricos e resistivos. A inversão dos dados resistivos apresenta solução bem longe do modelo real, enquanto a inversão conjunta produz estimativas um pouco mais próximas do modelo real.

As figuras 47 e 48 mostram que na presença de ruído geológico e Gaussiano, a inversão conjunta (gravimetria-resistividade) apresenta estimativas superiores às estimativas produ-



90

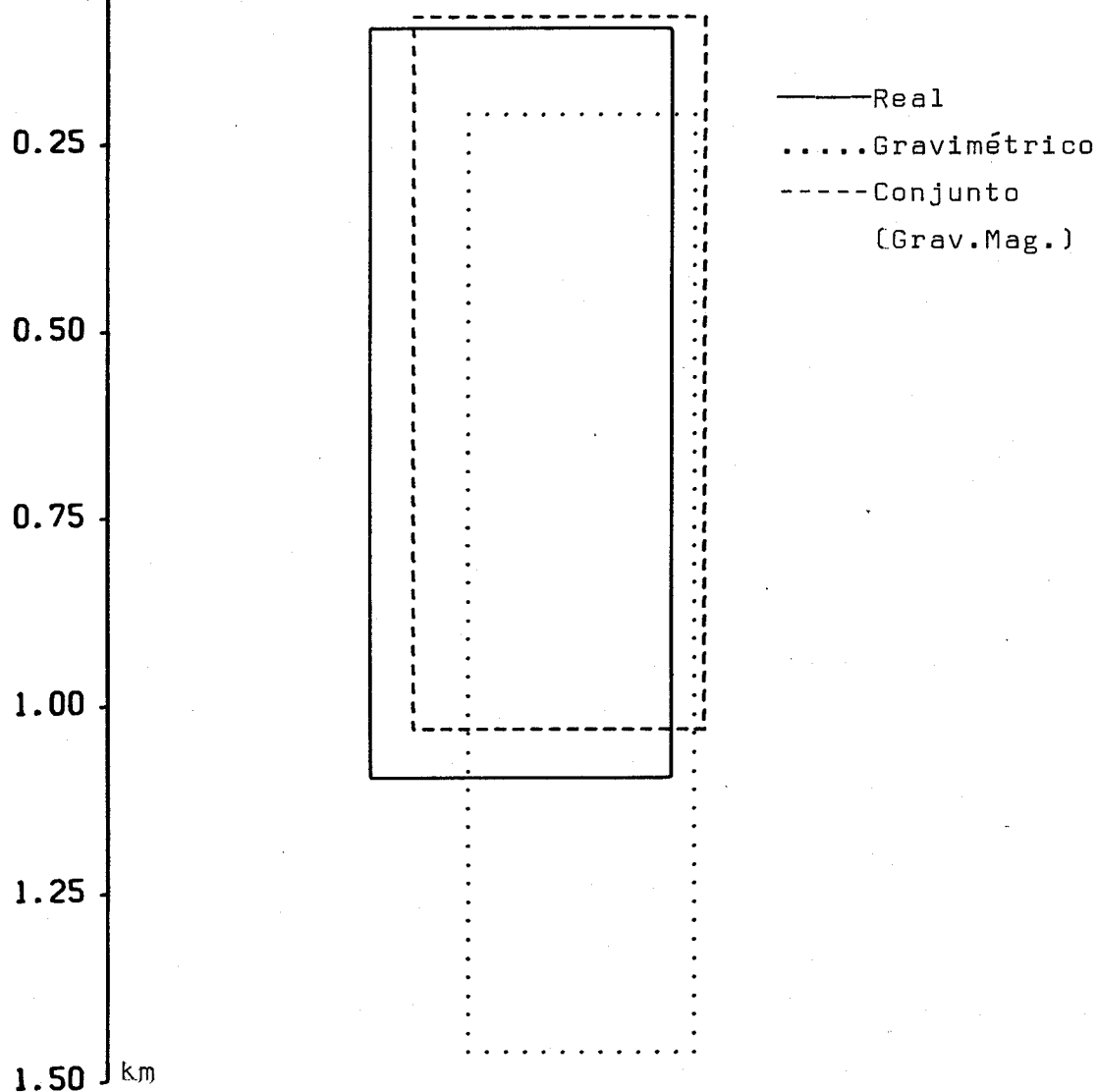


FIG. 45 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano.

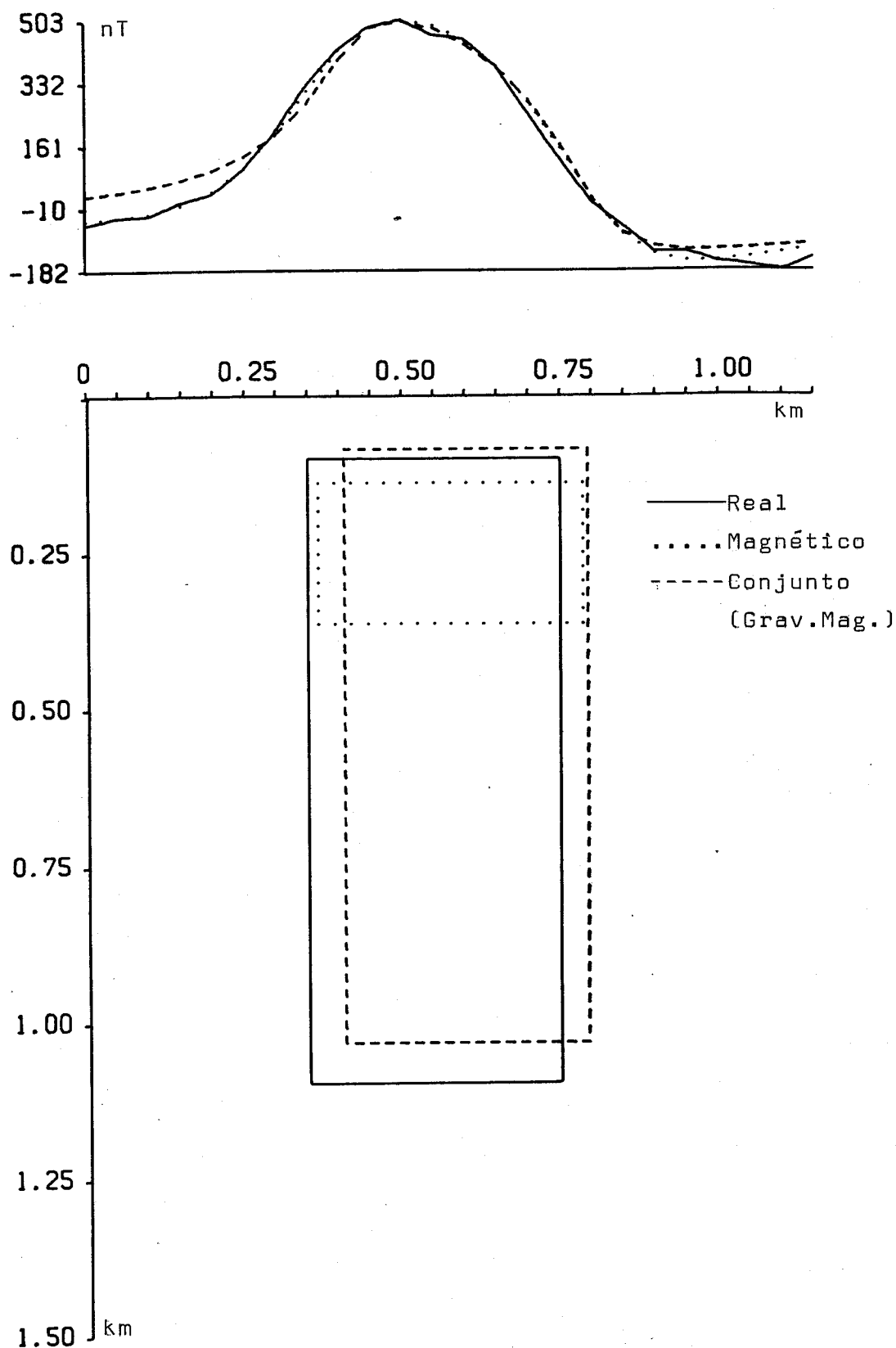


FIG. 46 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano.

TABELA 10 - Intervalos de valores estimados dos parâmetros para cada inversão, quando os dados contêm ruído geológico e Gaussiano.

CONJUNTO DE DADOS USADOS NA INVER- SÃO.	P A R Â M E T R O S									
	Contr.de den- sidade. (kg/m ³)	Profund. do topo (m)	Espessura (m)	Largura (m)	Posição (m)	Resist.do corpo (ohm.m)	Resist.da rocha encaixante (ohm.m)	Mód.do Vetor magnetização (10 ⁻² A/m)	Inclin. do vetor mag- netização. (graus)	Azimute do vetor mag- netização. (graus)
Gravimétrico	250-700	100-225	1000-2500	250-400	600-650	-	-	-	-	-
Magnético	-	100-175	200-300	400-450	550-600	-	-	220-350	50-75	20-88
Resistivo	-	150-225	5000-10000	450-675	550-600	1-5	200-300	-	-	-
Grav. e Magnético	300-420	75-120	900-1250	374-425	590-620	-	-	200-280	30-40	10-20
Grav. e Resistivo	200-260	110-135	1100-1750	500-585	555-575	32-40	240-260	-	-	-
Magnético e Resist.	-	110-165	350-700	500-750	550-600	20-33	240-280	180-300	40-50	10-30
Grav.:Mag. e Resistivo	220-280	125-165	750-1750	500-650	575-600	30-37	245-270	130-170	30-55	15-35
Aproximações Iniciais	100-500	50-250	500-2500	100-800	400-750	5-50	100-800	50-400	40-70	0-20

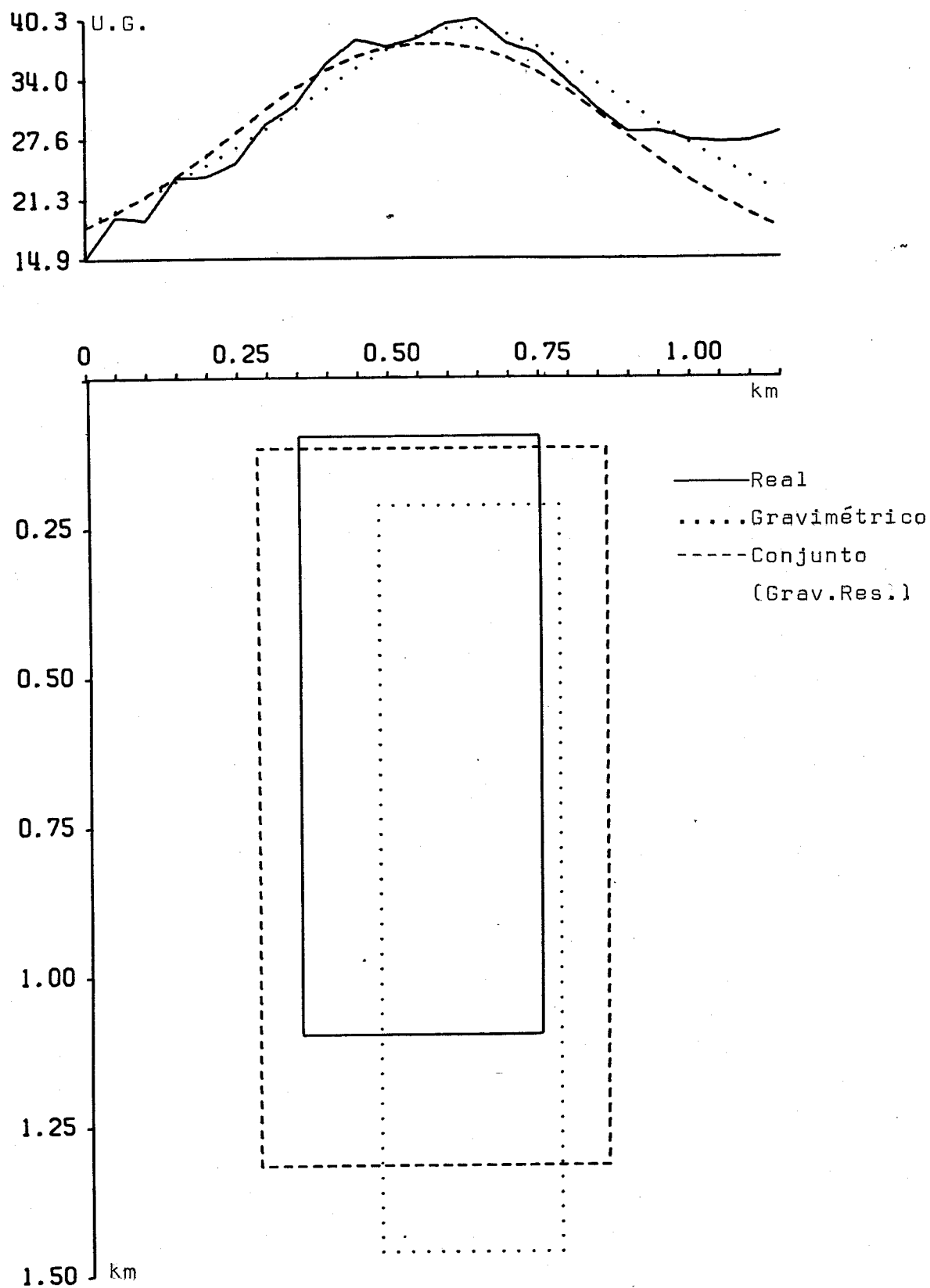


FIG. 47 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano.

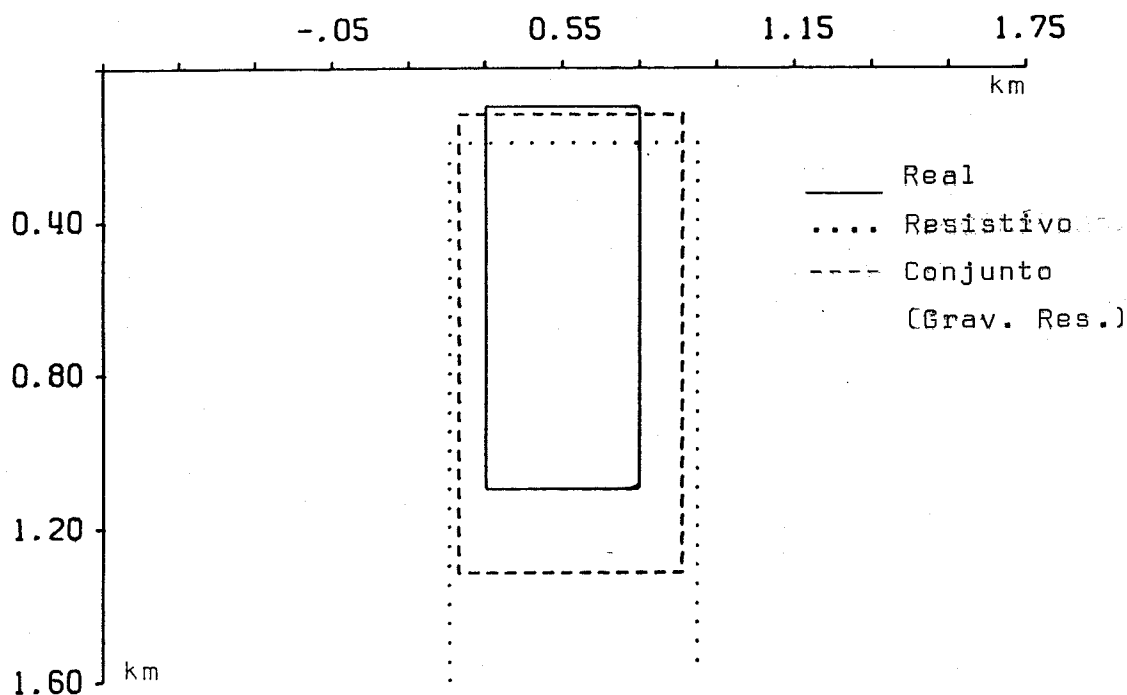
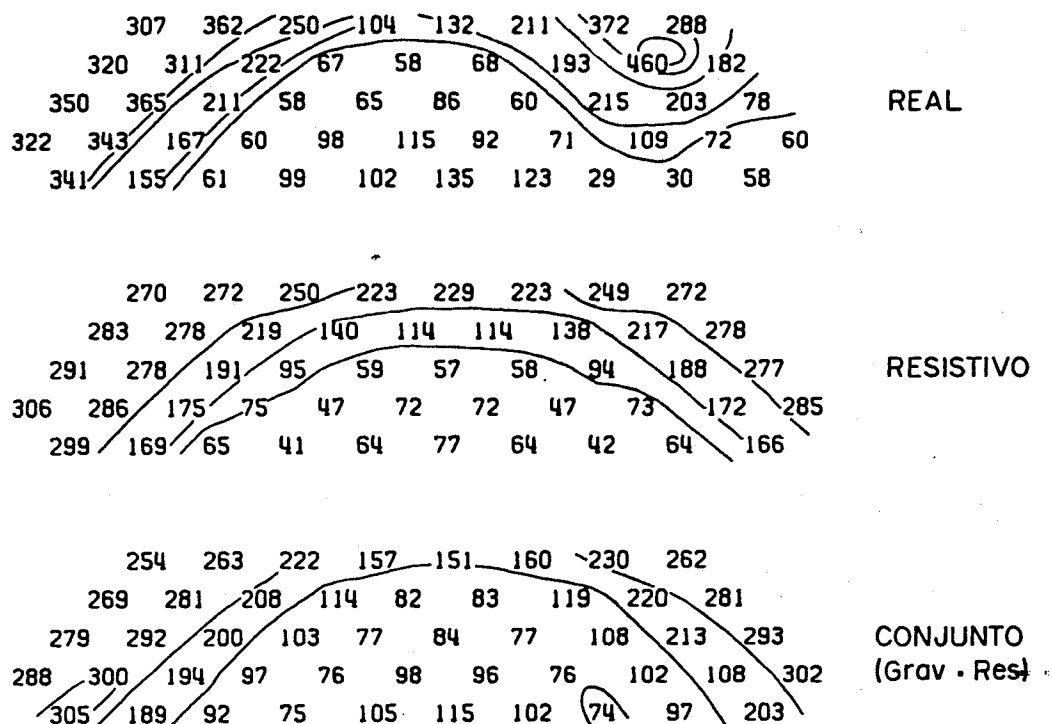


FIG. 48 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano. A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados resistivos é 7,2km.

zidas por cada grupo de dados separadamente, embora ainda distante do modelo real. Neste caso, tanto a inversão conjunta como as inversões de cada grupo de dados isoladamente são dependentes da aproximação inicial (Tabela 101).

Os resultados obtidos através da inversão de dados magnéticos e a inversão conjunta de dados resistivos e magnéticos, são comparados na figura 49. Observa-se que, usando-se apenas os dados magnéticos as estimativas obtidas são pobres, ao passo que, a inversão conjunta apresenta estimativas mais próximas das reais, com distorções na largura e espessura do corpo.

A figura 50 compara os resultados obtidos através da inversão dos dados resistivos com aqueles obtidos pela inversão conjunta dos dados magnéticos e resistivos. A inversão dos dados resistivos apresenta solução bem diferente da real, enquanto a inversão conjunta produz estimativas mais próximas do modelo real.

As figuras 49 e 50 mostram que a inversão conjunta magnetometria-resistividade apresenta resultados bem superiores às inversões de cada conjunto de dados isoladamente, embora ainda distantes do modelo real. Tanto a inversão conjunta como as inversões isoladas são dependentes da aproximação inicial (Tabela 101).

As figuras 51, 52 e 53 mostram as inversões isoladas dos dados gravimétricos, magnéticos e resistivos, respectivamente, juntamente com as estimativas produzida pela inversão simultânea dos três conjuntos de dados. Observa-se que a inversão conjunta é superior a qualquer uma das inversões isoladas.

Os resultados obtidos através da inversão conjunta dos três grupos de dados (Figura 51) é um pouco inferior aos resultados das inversões conjuntas dos dados combinados dois a dois (Figuras 45, 47 e 49). Além disso, a inversão conjunta dos três grupos de dados também é dependente da aproximação inicial (Tabela 101).

Os resultados descritos acima mostram comparações

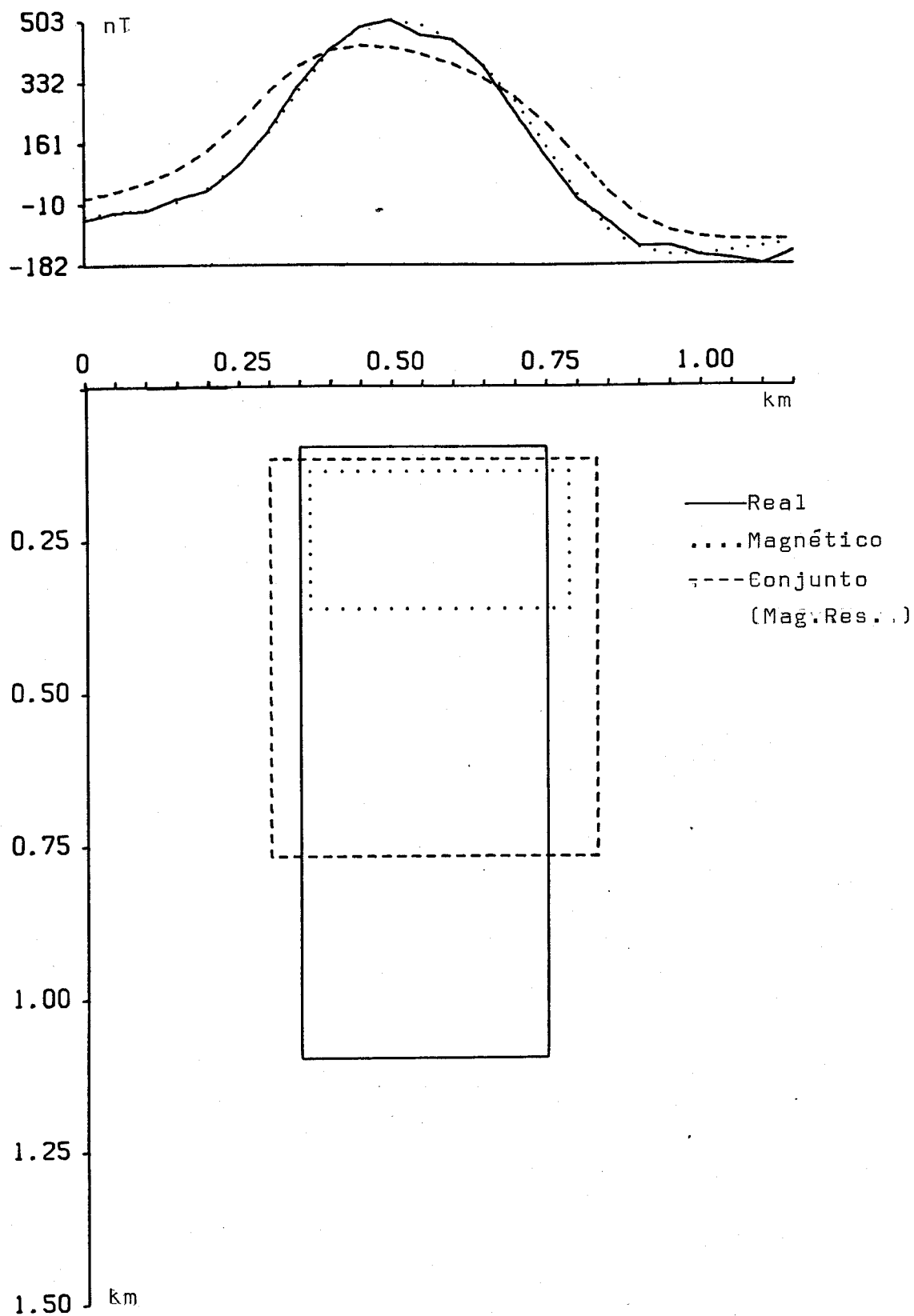


FIG. 49 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano.

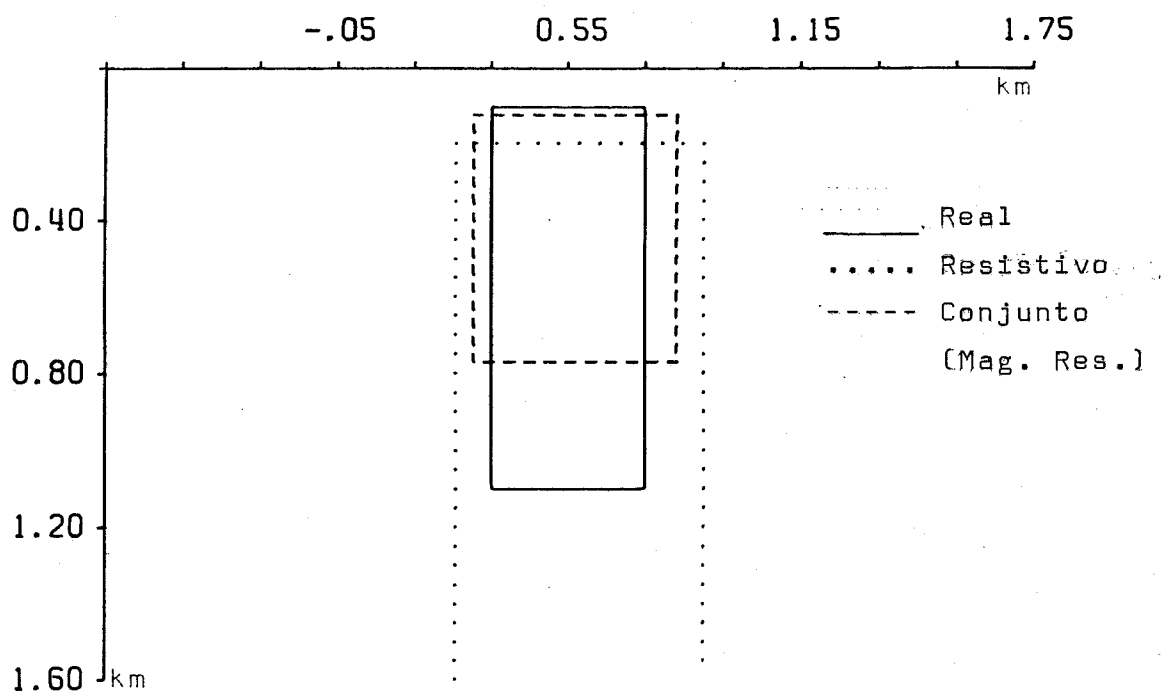
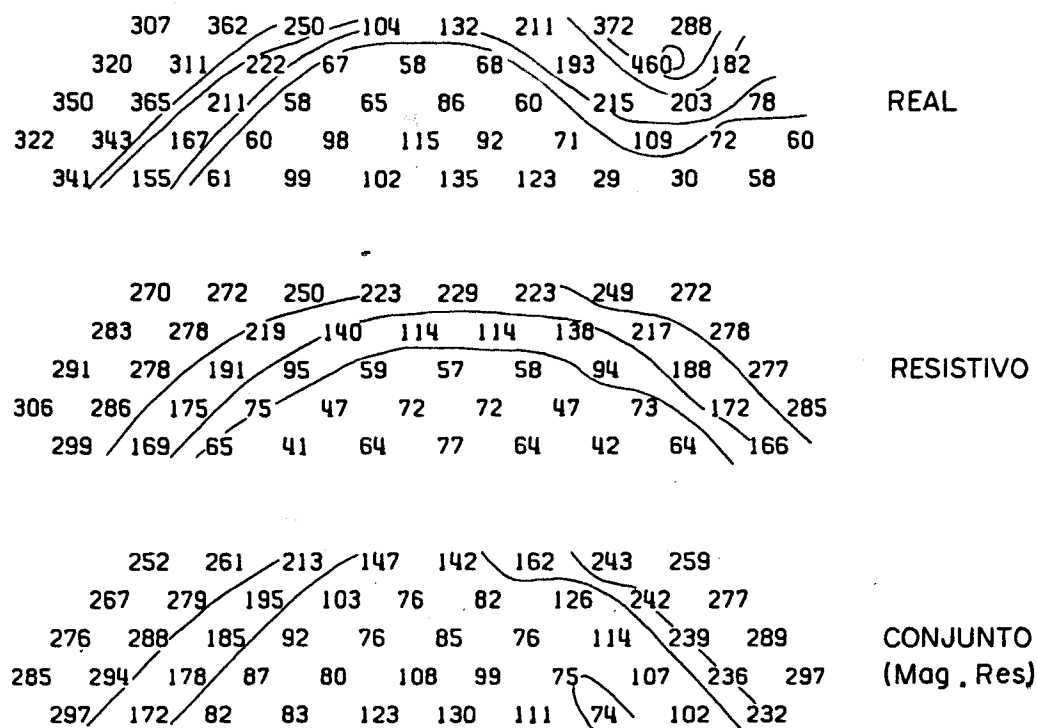


FIG. 50 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano. A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados resistivos é 7,2km.

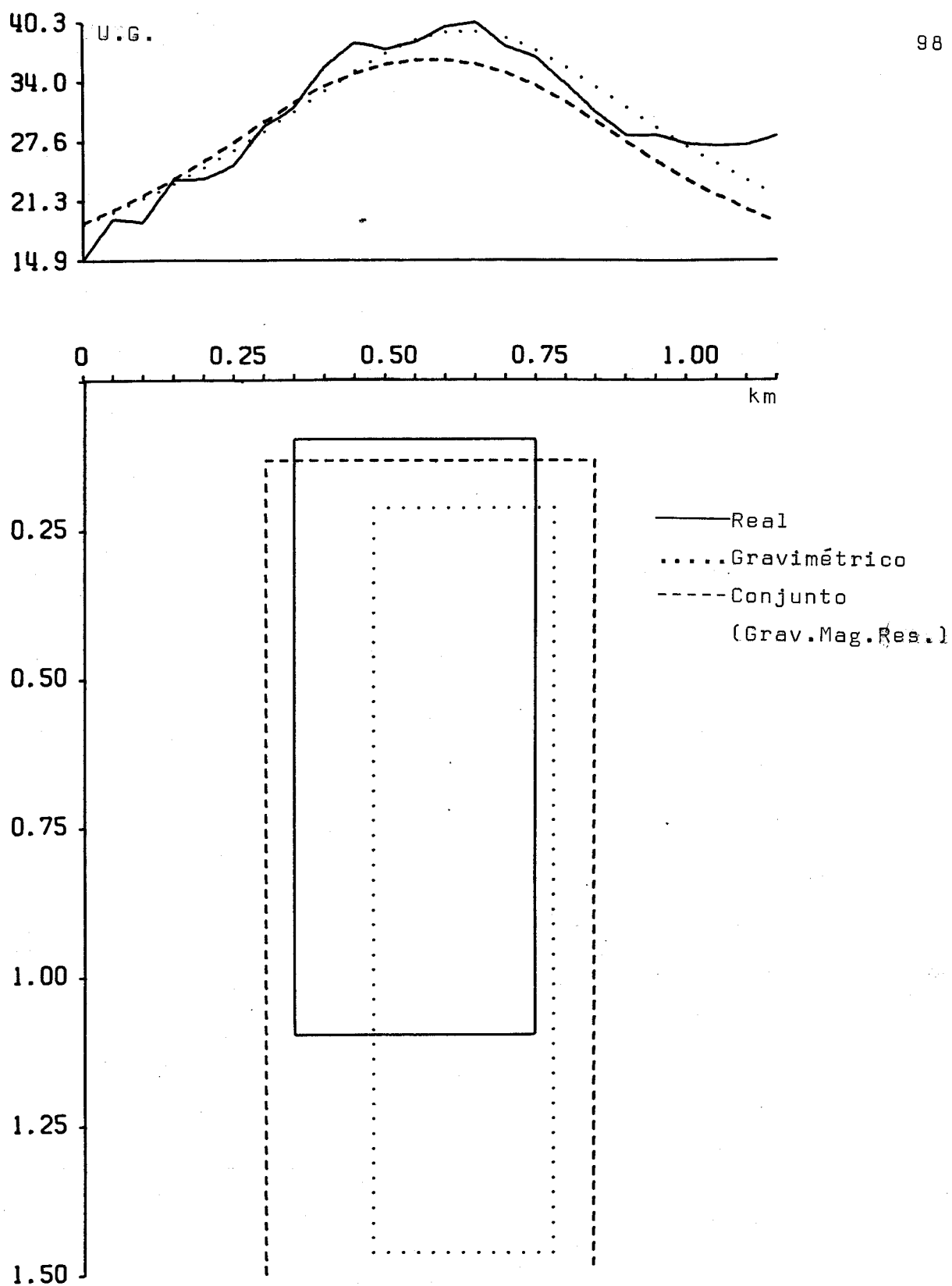


FIG. 51 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico Gaussiano. A espessura usando apenas a inversão conjunta é 1,5km.

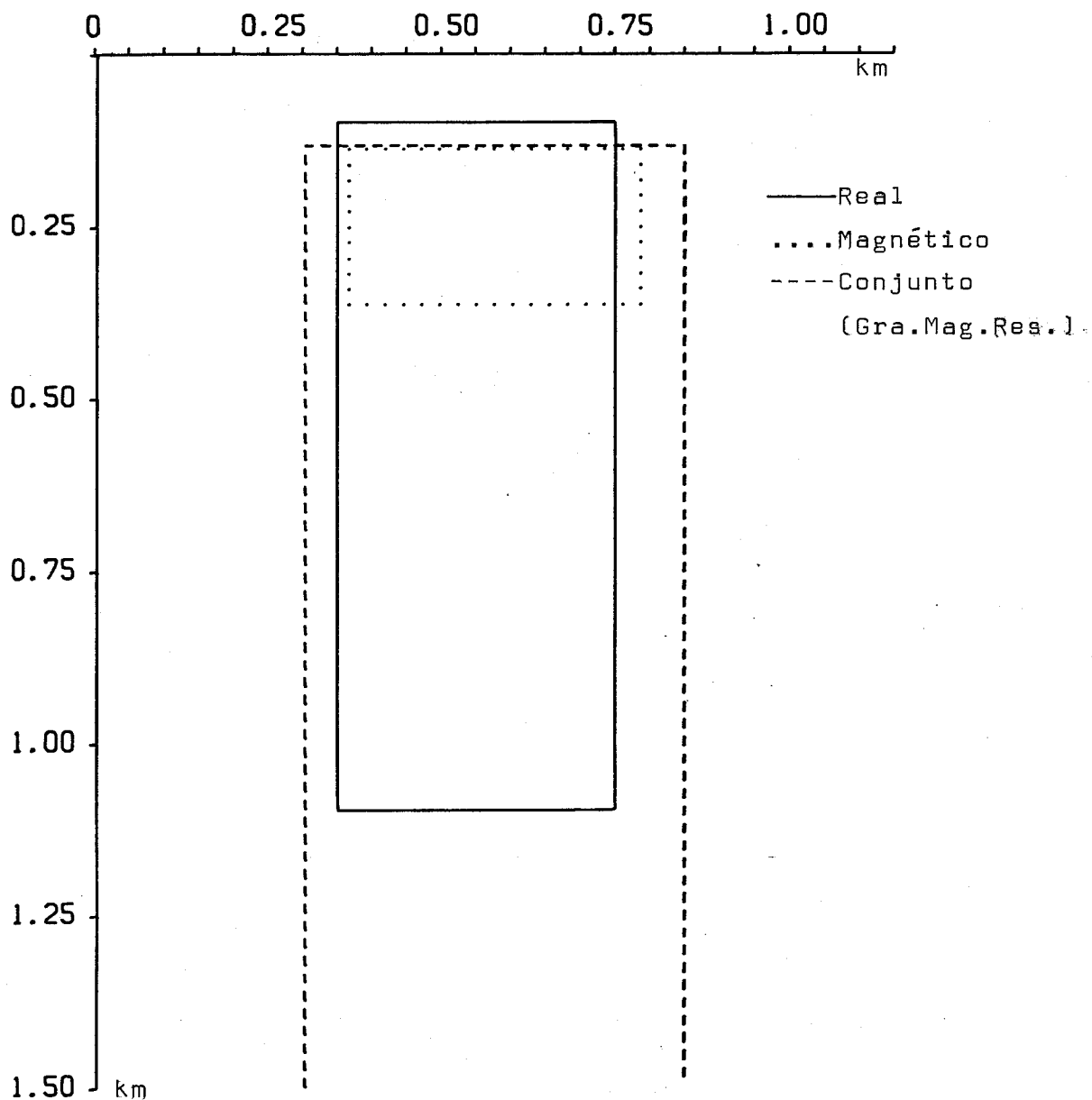
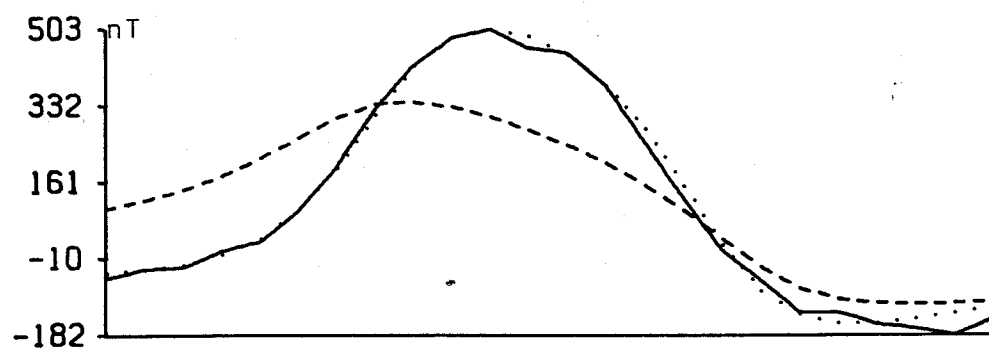


FIG. 52 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano. A espessura do modelo ajustado usando a inversão conjunta é 1,5km.

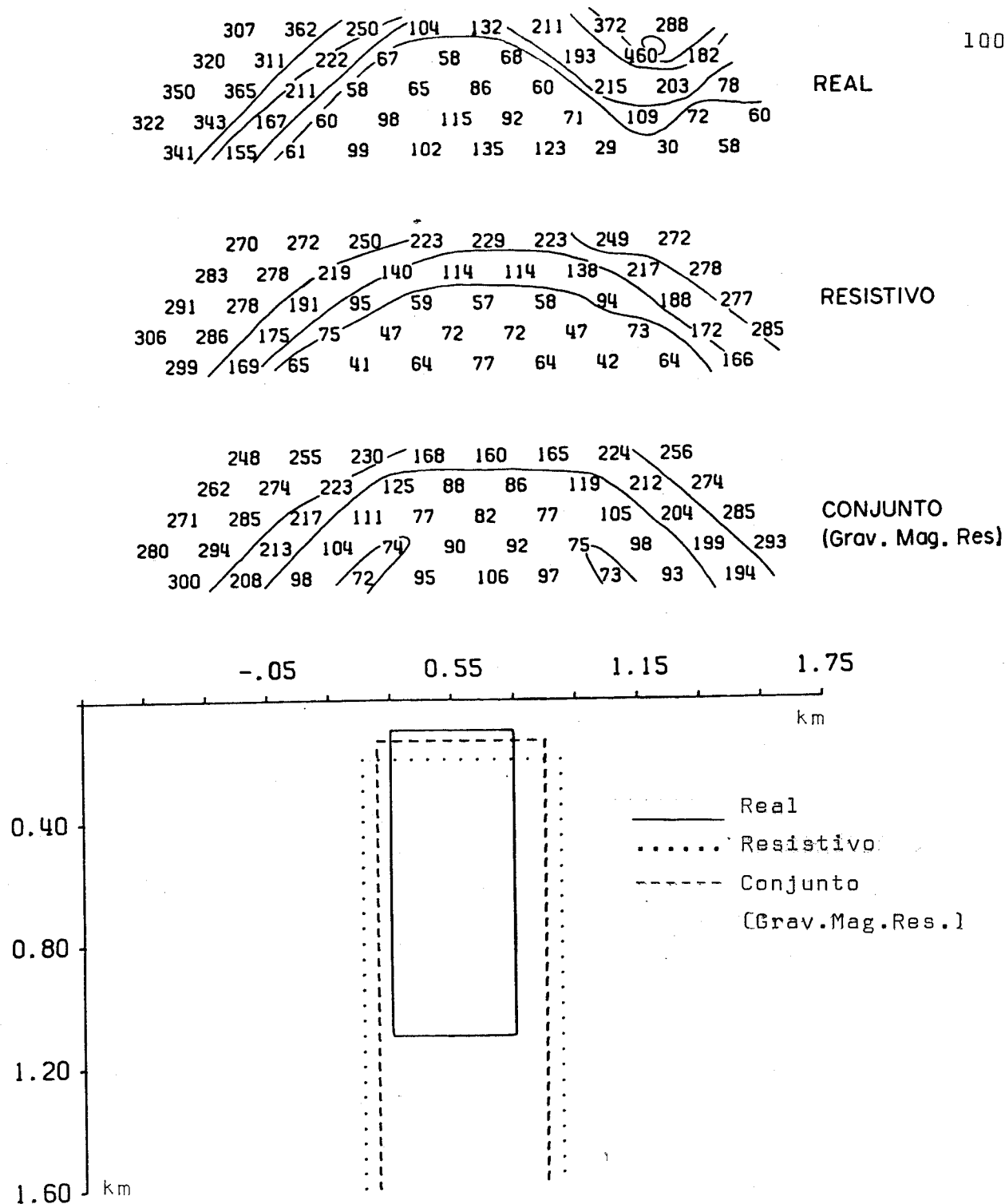


FIG. 53 - Pseudoseções "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados e real (abaixo) para o teste com ruído geológico e Gaussiano. As espessuras dos modelos ajustados usando apenas os dados resistivos e a inversão conjunta são iguais respectivamente a 7,2km e 1,5km.

entre a inversão conjunta dos três grupos de dados, inversões conjuntas dos dados combinados dois a dois, inversões de cada grupo de dados separadamente, baseados apenas na geometria e posição dos modelos estimados em relação ao corpo real. A fim de comparar as diversas inversões com base nas estimativas das propriedades físicas, estas foram compiladas na Tabela 11.

Pela tabela 11, observa-se de um modo geral que tanto as inversões conjuntas dois a dois como a inversão conjunta dos três grupos apresentam resultados superiores às inversões de cada grupo de dados separadamente. Entretanto, a inversão conjunta (gravimetria-resistividade-magnetometria) apresenta resultados semelhantes com as inversões gravimetria-resistividade e magnetometria-resistividade e resultados superiores à inversão gravimetria-magnetometria.

A partir dos resultados mostrados nas figuras 45 a 53 e nas tabelas 10 e 11, que sintetizam os diversos testes para o tipo de ruído geológico em questão, podemos tirar as seguintes conclusões: a) todas as inversões dos grupos de dados isolados apresentam estimativas distantes das verdadeiras, bem como uma alta dependência da aproximação inicial; b) as inversões dos conjuntos de dados combinados dois a dois apresentam resultados superiores às inversões isoladas de cada conjunto de dados, principalmente a inversão gravimetria-magnetometria que produz as estimativas mais próximas do modelo real; c) a inversão simultânea dos três conjuntos de dados apresenta resultado superior à inversão isolada de cada grupo de dados e um pouco inferior às inversões dos conjuntos de dados combinados dois a dois; d) a redução da ambigüidade não é conseguida mesmo com a inversão conjunta dos três grupos de dados.

Através destas conclusões podemos estabelecer alguns critérios para a utilização das inversões conjuntas em estudo quando os dados contêm ruído geológico e ruído Gaussiano. Sabendo que tanto as inversões isoladas como todas as conjuntas são dependentes da aproximação inicial dos parâmetros temos os seguintes critérios: a) deve-se usar a inversão conjunta (gravimetria-magnetometria) por esta apresentar resultados bem superiores aos obtidos pela inversão de cada conjunto de dados separada

TABELA 11 - Resultados das inversões conjuntas e isoladas quantos dos dados contêm ruído geológico e Gaussiano.

CONJUNTO DE DADOS USADOS NA INVERSÃO	P A R Â M E T R O S					
	Contraste de Densidade (Kg/m ³)	Resistividade do corpo (ohm.m)	Resistividade da rocha encaixante (ohm.m)	Módulo do Vetor Magnetização (10 ² A/m)	Inclinação do Vetor Magnetização (graus)	Azimute do Vetor Magnetização (graus)
Gravimétrico	532	-	-	-	-	-
Magnético	-	-	-	332	66	39
Resistivo	-	3.8	265	-	-	-
Gravimétrico e Resistivo	249	38	255	-	-	-
Gravimétrico e Magnético	406	-	-	256	32	16
Resistivo e Magnético	-	32	252	197	48	17
Grav. Mag. e Resistivo	234	32	249	143	37	33
Parâmetros Verdadeiros	300	20	300	200	60	10

mente; b) a inversão conjunta dos dados gravimétricos e resistivos apresenta resultados bem mais próximos do modelo real que as inversões de cada grupo de dados isoladamente, por isso sua aplicação é justificada, embora a melhora não seja tão significativa como no caso da inversão magnetometria-gravimetria; c) o mesmo critério do item b é válido para a inversão conjunta dos dados magnéticos e resistivos; d) a utilização da inversão simultânea dos três conjuntos de dados sofre grande restrições por esta apresentar estimativas um pouco inferiores às inversões dos dados combinados dois a dois.

5 APLICAÇÕES E DADOS REAIS

Nesta seção mostramos os resultados da inversão conjunta de dados magnéticos e gravimétricos aplicada a dados reais.

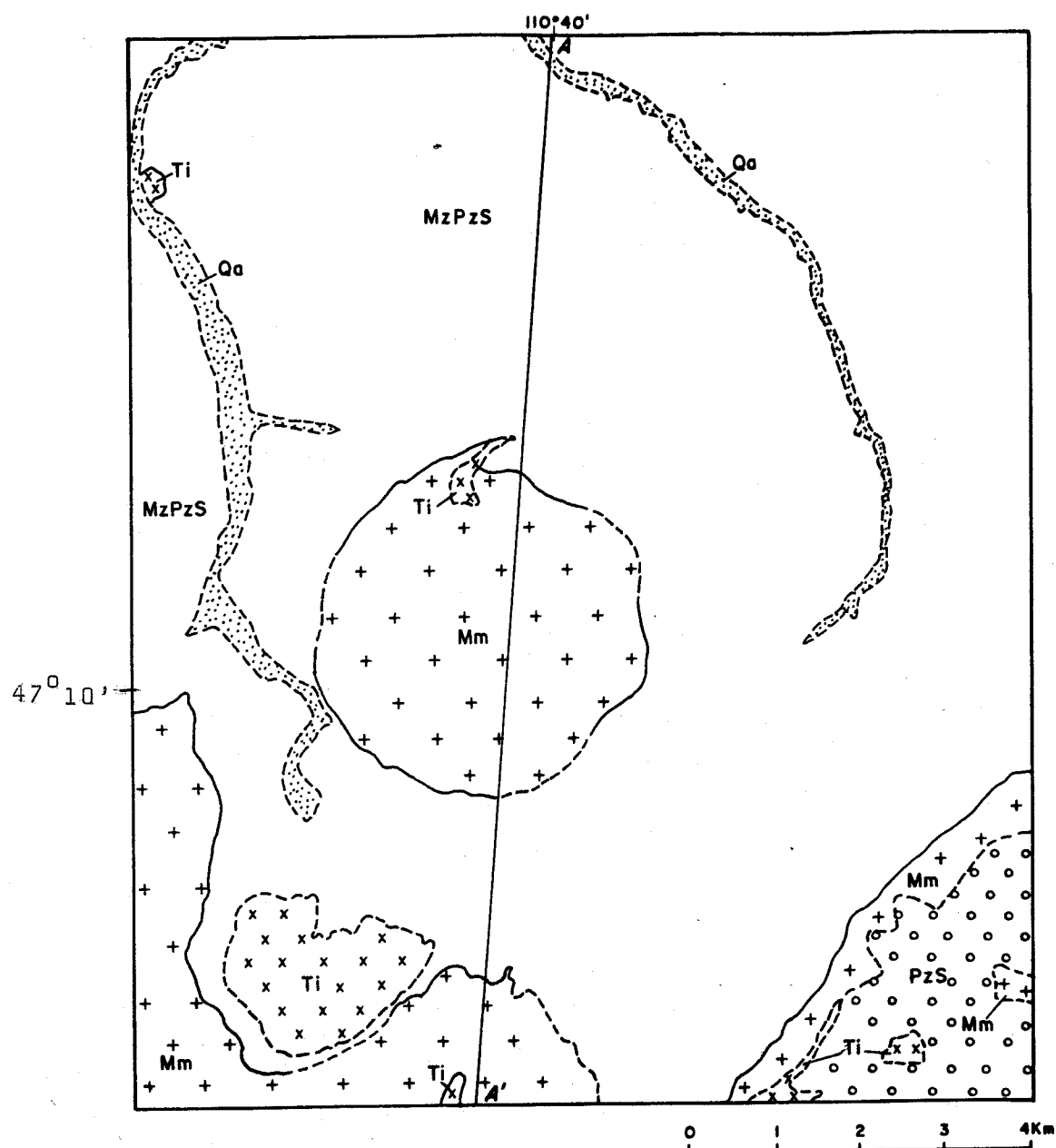
5.1 Little Belt Mountains

A Geologia e a coleta de dados geofísicos aqui apresentados foram baseados no trabalho de Kleinkopf et al (1972). A localização geográfica e geologia da área são mostradas na Figura 54.

A região conhecida como Little Belt Mountains situa-se no estado de Montana, E.U.A., e é constituída por um grupo de lacólitos que se soergueram sobre as planícies da parte central do estado. O núcleo destas montanhas é formado por rochas metamórficas cristalinas do pré-Cambriano, principalmente hornblenda-biotita gnaisses, que sofreram intrusões durante o pré-Cambriano por rochas félsicas e máficas. A principal intrusão félsica transformou-se no atual gnaiss facoidal vermelho; a principal intrusão máfica é o Diorito Pinto, uma rocha mosqueada na qual porções de grãos de hornblenda estão disseminados através de uma matriz de feldspatos branco-esverdeados.

A parte norte do núcleo está superposta discordantemente por unidades sedimentares do Paleozóico e Mesozóico, totalizando 1400m de espessura.

Em alguma época do início do Terciário o complexo de rochas cristalinas do pré-Cambriano sofreu intrusões e foi soerguido por um pluton félsico. Todas as rochas foram dobradas, fraturadas e metamorfisadas localmente por estas intrusões de diferentes formas e tamanhos. Estas intrusões são compostas principalmente por rochas félsicas (riolito-pórfito e granito), por rochas intermediárias (quartzo-latito-pórfito) e ocorrendo em menor escala rochas máficas.



LEGENDA

Qa	ALUVIÃO QUATERNÁRIO
Ti	INTRUSÕES TERCIÁRIAS
MzPzS	ROCHAS SEDIMENTARES MESOZÓICAS E PALEOZÓICAS
Mm	GRUPO MISSISSIPIANO MADISON
PzS	ROCHAS SEDIMENTARES PALEOZÓICA

FIG. 54 - Mapa geológico da área Little Belt Mountains ,
Montana, segundo Kleinkopf et al..(1972).

5.1.1 Coleta e Pré-Processamento dos dados Geofísicos

Os dados aeromagnéticos da área (mostrados parcialmente na figura 55) foram coletados em linhas de voo de direção norte-sul com espaçamento de 1600m entre as linhas e altura barométrica constante de 2750m acima do nível do mar. Kleinkopf et al (1972) fizeram correção diurna. O IBRF foi presumido constante e igual a 54300 nT e removido dos dados.

Os dados gravimétricos da área são mostrados parcialmente na figura 56 e foram coletados em 300 estações. Para obtenção da anomalia Bouguer foi utilizada a densidade de 2670kg/m³ para as rochas aflorantes. Os dados foram corrigidos (Kleinkopf et al, 1972) topograficamente e apresentam uma precisão de 10 U.G. O campo gravimétrico regional não foi removido dos dados.

5.1.2 Interpretação dos Dados Geofísicos

Os perfis do campo magnético total e gravimétrico estudados estão assinalados nas figuras 55 e 56 (A-A'). Kleinkopf et al, 1972] interpretaram esse mesmo perfil e chegaram a conclusão que os campos anômalos são causados por uma intrusão lacolítica composta de quartzo pórfiro, tendo como rocha encaixante o gnaíse pré-cambriano. Estes autores postulam um lacólito localizado a 900m de profundidade do topo (em relação à superfície terrestre) com espessura de 1200m e um alimentador de pelo menos 2000m de largura que se estende até grandes profundidades. Estes valores servirão de base para as nossas interpretações.

Com base nestas informações postulamos um modelo interpretativo constituído por dois prismas, um sobreposto ao outro de tal forma que a profundidade da base do prisma superior coincida com a profundidade do topo do inferior, e que a posição do centro seja a mesma para ambos os corpos. Os prismas são ambos verticais e infinitos ao longo do eixo y (perpendicular a direção do perfil), sendo que o prisma inferior é semi-infinito ao longo do eixo x. Este modelo interpretativo é apenas aproximado

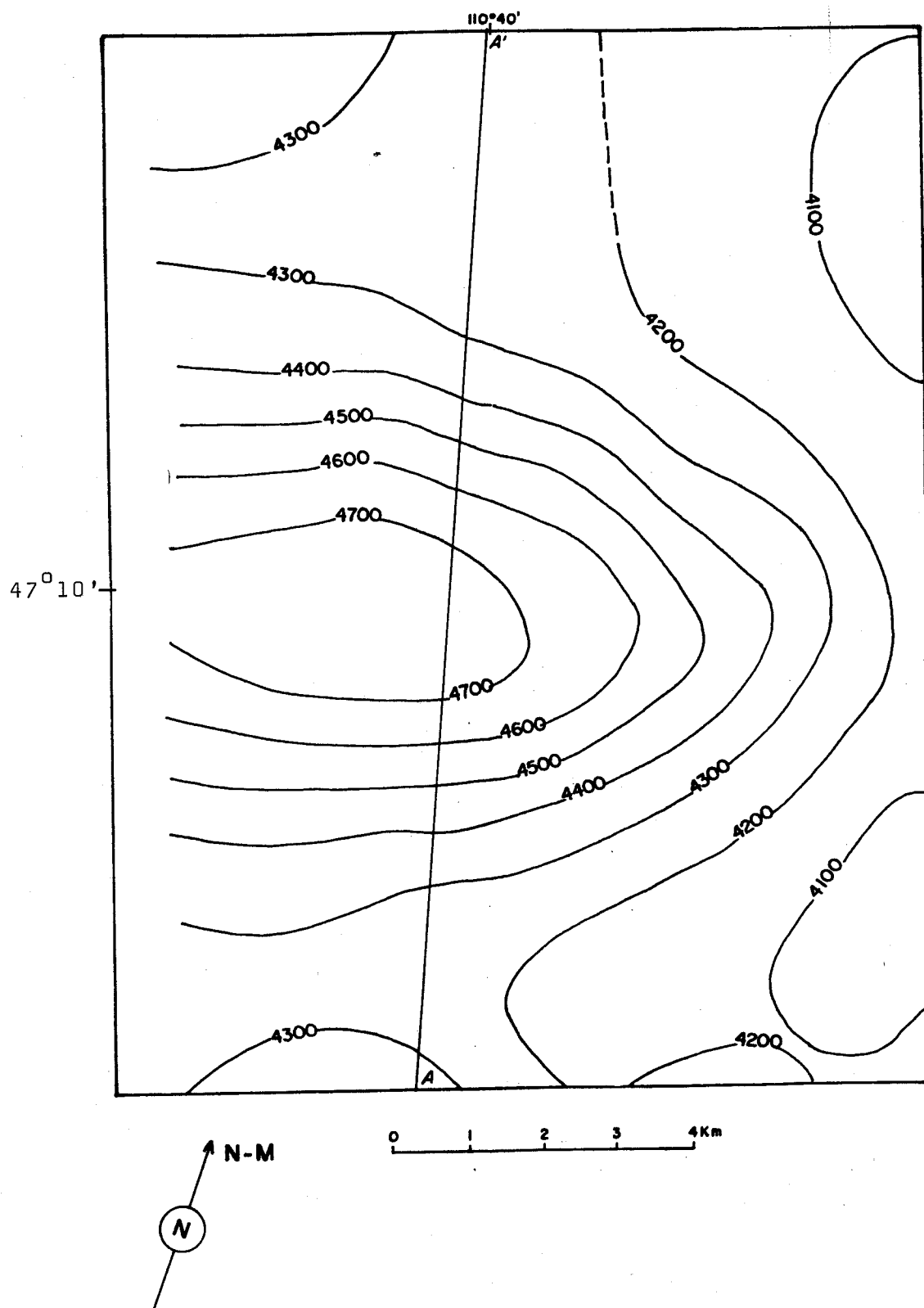


FIG. 55 - Mapa aeromagnético da área Little Belt Mountains, Montana. Intervalo de contorno 100 nT.

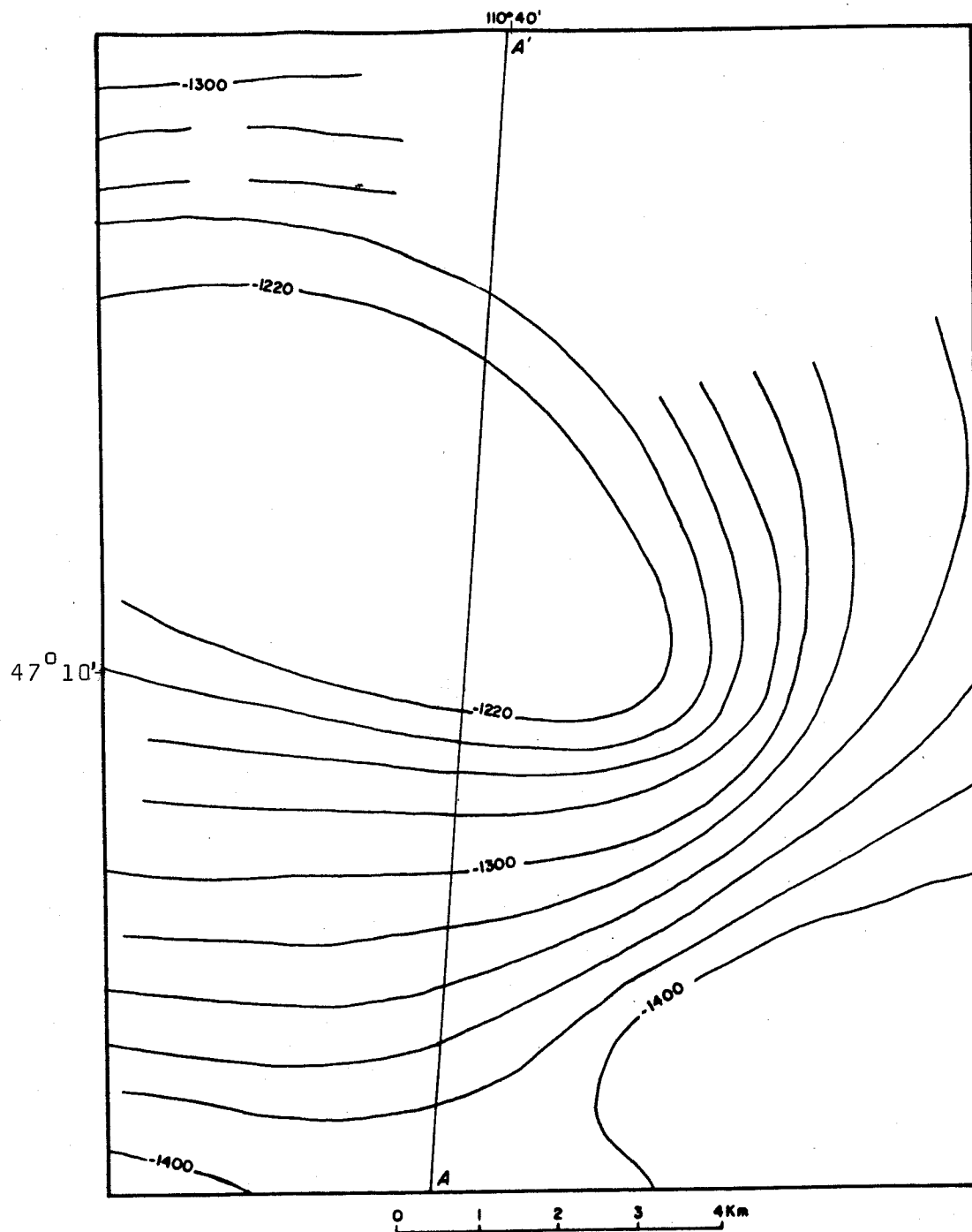


FIG. 56 - Mapa gravimétrico da área Little Belt Mountains. Intervalo de contorno, é de 80 U.G.

uma vez que os campos anômalos das figuras 55 e 56 indicam que a fonte causadora é finita na direção perpendicular a $\overline{AA'}$. Para eliminarmos os efeitos dos campos regionais gravimétricos e magnéticos, os mesmos foram postulados, através da inspeção dos perfis como sendo respectivamente, uma constante e uma função linear ao longo do perfil. O vetor de parâmetros a ser determinado tem as seguintes componentes: profundidade do topo, largura e espessura do primeiro prisma, posição do centro dos corpos, largura do segundo prisma, contraste de densidade, e módulo do vetor magnetização de ambos os prismas, nível de base que modela o campo gravimétrico regional e coeficientes angular e linear do polinômio de 1º grau que modela o campo gravimétrico regional.

Como se observa nas figuras 57 e 58 os picos das anomalias reais gravimétricas e magnéticas estão deslocadas no espaço. Isto também foi evidenciado através das estimativas obtidas para a posição dos centros dos corpos pelas inversões de cada grupo de dados separadamente. Como a interpretação dos mapas de dados gravimétricos e aeromagnéticos e do mapa geológico nos levam a concluir que os dados anômalos são causados por uma mesma fonte, o deslocamento dos campos anômalos gravimétricos e magnéticos foi interpretado como sendo efeito da magnetização remanente. Assim, a partir da posição dos centros dos corpos estimada pela inversão dos dados gravimétricos, fixamos esta posição na inversão dos dados magnéticos e encontramos os valores para a inclinação e azimute do vetor magnetização que permitiram uma boa aproximação das curvas ajustada e real para os dados magnéticos. Depois de estimarmos estes valores para inclinações e azimute da magnetização, os mesmos permaneceram constante em todo o processo subsequente de inversão.

As figuras 57 e 58 mostram a comparação entre os resultados obtidos através da inversão conjunta (gravimetria-magnetometria) e, respectivamente, pela inversão isoladas dos dados gravimétricos e magnéticos. Todas as inversões (conjunta e isoladas) apresentam estimativas que ajustam os dados anômalos reais, sendo que as estimativas obtidas através da inversão dos dados magnéticos está bastante longe dos valores obtidos por Kleinkopf et al (1972). A principal vantagem da inversão conjunta neste ca

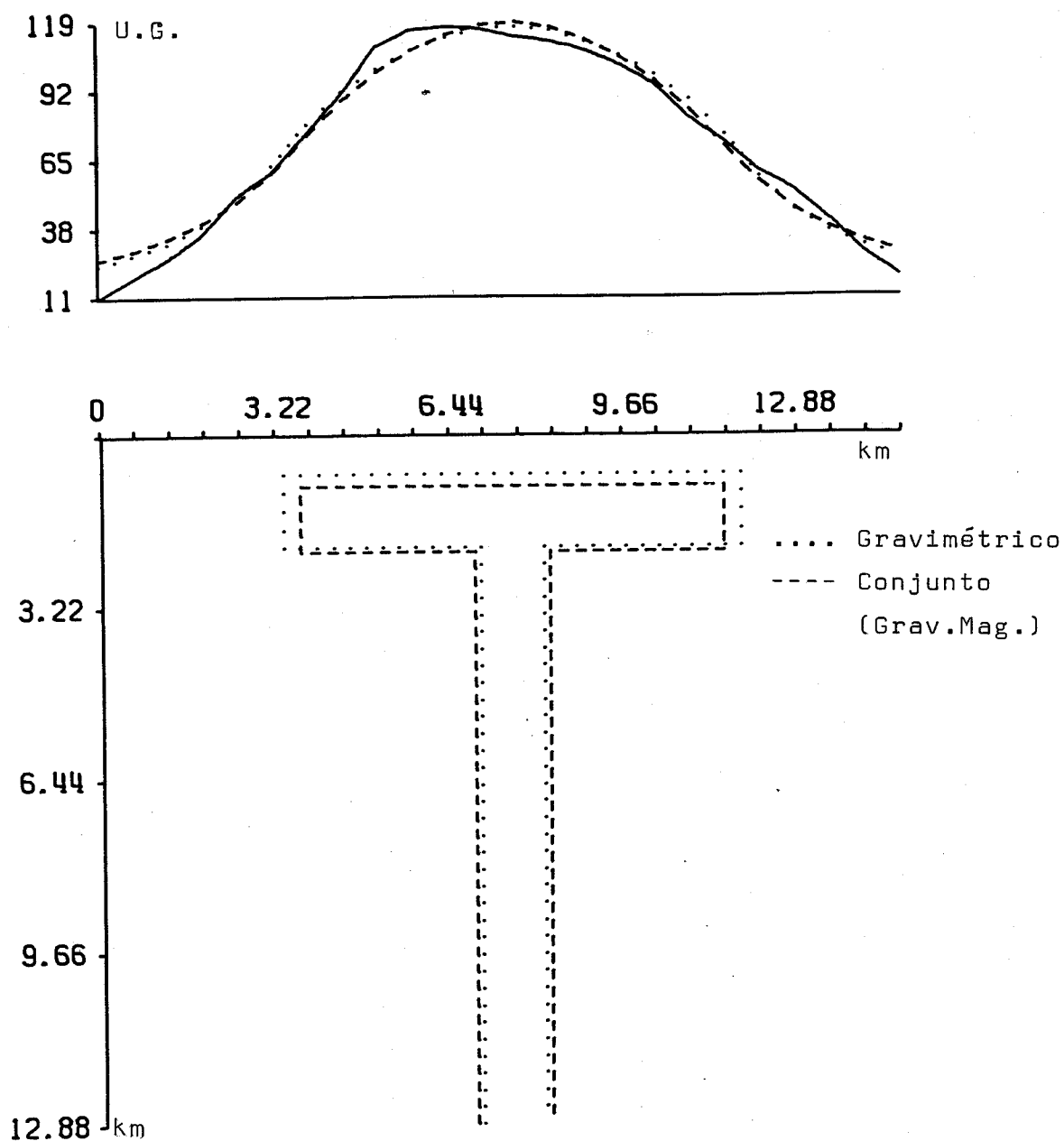


FIG. 57 - Anomalias gravimétricas "observada" e ajustadas (acim) e modelos ajustados (abaixo) para a área de Little Belt Mountains, Montana. A origem corresponde ao ponto A da figura 56.

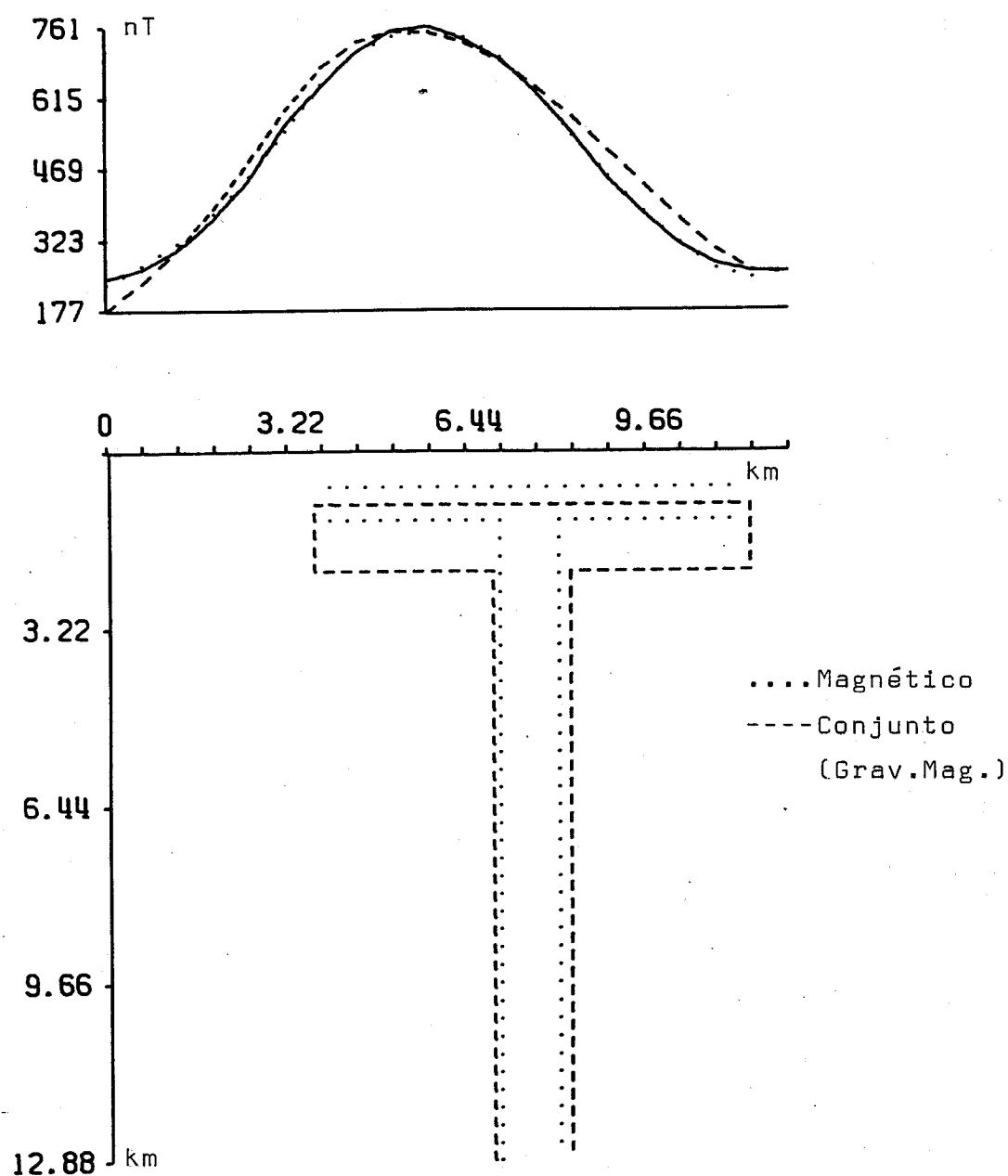


FIG. 58 - Anomalias magnéticas "observada" e ajustadas (acima) e modelos ajustados (abaixo) para a área de Little Belt Mountains, Montana. A origem corresponde ao ponto A da figura 55.

so é que a mesma apresenta apenas uma pequena dependência da aproximação inicial, enquanto as inversões dos grupos de dados isolados são altamente afetadas pela aproximação inicial.

Os resultados para os parâmetros contraste de densidade e módulo do vetor magnetização são compilados na tabela 12.

TABELA 12 - Resultados da inversão conjunta e das inversões isoladas para a anomalia real da área de Little Belt Mountains.

DADOS USADOS NA INVERSÃO	P A R Â M E T R O S	
	Contraste de Densidade (Kg/m ³)	Módulo do Vetor Magnetização (10 ² A/m)
Gravimétricos	165	-
Magnéticos	-	461
Gravimétricos X Magnéticos	175	401

Pela tabela 12 a inversão conjunta apresenta resultados para os parâmetros contraste de densidade e módulo do vetor magnetização semelhantes àqueles apresentados pela inversão de cada grupo de dados isoladamente.

As estimativas obtidas para o módulo do vetor magnetização, levam à conclusão que é preciso um contraste de susceptibilidade em torno de 6.36×10^{-4} S.I. para causar o campo anômalo magnético observado, assim, como um contraste de densidade próximo de 170 kg/m^3 . Estes valores são ainda conservativos, uma vez que o modelo interpretativo é bi-dimensional, ao passo que o corpo real é tri-dimensional. A partir destes dados e pela análise de medidas de propriedade física compiladas por Kleinkopf et al. (1972) podemos concluir que os campos anômalos são provavelmente causados por um lacólito formado pelo Diorito-Pinto intrusivo em rochas gnáissicas pré-cambrianas. As susceptibilidades e densidades médias para estas rochas são respectivamente 3.97×10^{-4} S.I.

e 2900kg/m^3 para o Diorito-Pinto e $0,19 \times 10^{-4}$ S.I. e 2678kg/m^3 para o gnaíse (Kleinkopf et al, 1972). Esta conclusão é contrária a interpretação de Kleinkopf et al (1972) de que a intrusão teria sido causada por um lacólito de quartzo pórfiro, cujos valores médio de susceptibilidade e densidade são $0,41 \times 10^{-4}$ S.I e 2530kg/m^3 respectivamente.

Apesar dos valores médios das densidades e susceptibilidade do Diorito-Pinto e do gnaíse não serem totalmente compatíveis com a nossa estimativa, esta está contida no intervalo de propriedades físicas medida por Kleinkopf et al (1972) para o Diorito-Pinto que vai de 2200kg/m^3 a 3000kg/m^3 para a densidade e de 0,0 a $13,43 \times 10^{-4}$ S.I para a susceptibilidade. Por outro lado, a interpretação de Kleinkopf et al (1972) de que as anomalias são produzidas pelo quartzo pórfiro leva a um contraste negativo de densidade, o que não é observado pela análise da figura 57. Além disso, o valor da susceptibilidade do quartzo pórfiro medido é muito pequeno para produzir a anomalia da figura 58.

As estimativas dos parâmetros geométricos são: profundidade do topo 912m, largura do prisma superior 8000m, espessura 1240m, largura do prisma inferior (alimentador) 1400m e posição do centro do corpo 7550m em relação a origem adotada nas figuras 57 e 58.

5.2 Segunda Anomalia Real

Os campos anômalos gravimétricos e magnéticos (com componente vertical) usados para ilustrar a interpretação conjunta em dados reais foram obtidos através de Leney (1966). O mesmo autor sugere que os campos anômalos são causados por um corpo com alto teor de ferro, com pelo menos 500 milhões de toneladas de reserva e a uma profundidade aproximadamente de 150m.

O modelo interpretativo postulado é o prisma vertical infinito ao longo do eixo y (perpendicular à direção do perfil) e finito em espessura. O vetor de parâmetros que definem o modelo contém dez componentes: profundidade do topo, espessura, largura e posição do centro do corpo, módulo do vetor magnetização,

inclinação, azimute da magnetização em relação ao eixo y, contraste de densidade entre o corpo anômalo e a rocha encaixante, nível base que representa o regional gravimétrico e nível base que representa o regional magnético. A magnetização é, a priori, supostamente induzida.

As figuras 59 e 60 mostram os resultados obtidos através da inversão conjunta (gravimetria-magnetometria) e, respectivamente, os resultados da inversão de dados gravimétricos e magnéticos isolados. Todos os resultados mostram curvas muito bem ajustadas aos dados reais. Além disso, observa-se que a inversão conjunta repete a inversão usando apenas os dados magnéticos, com exceção da espessura do corpo.

Os resultados para o contraste de densidade, módulo, inclinação e azimute do vetor magnetização, estão compilados na tabela 13.

Pela análise da tabela 13 observa-se que a inversão conjunta apresenta valores de estimativas para o contraste de densidade, inclinação e azimute do vetor magnetização um pouco superiores às inversões de cada grupo de dados separadamente.

O aspecto mais importante obtido através da inversão conjunta é a redução da ambigüidade evidenciada pela quase independência das aproximações iniciais, o que não acontece com cada inversão de dados separadamente.

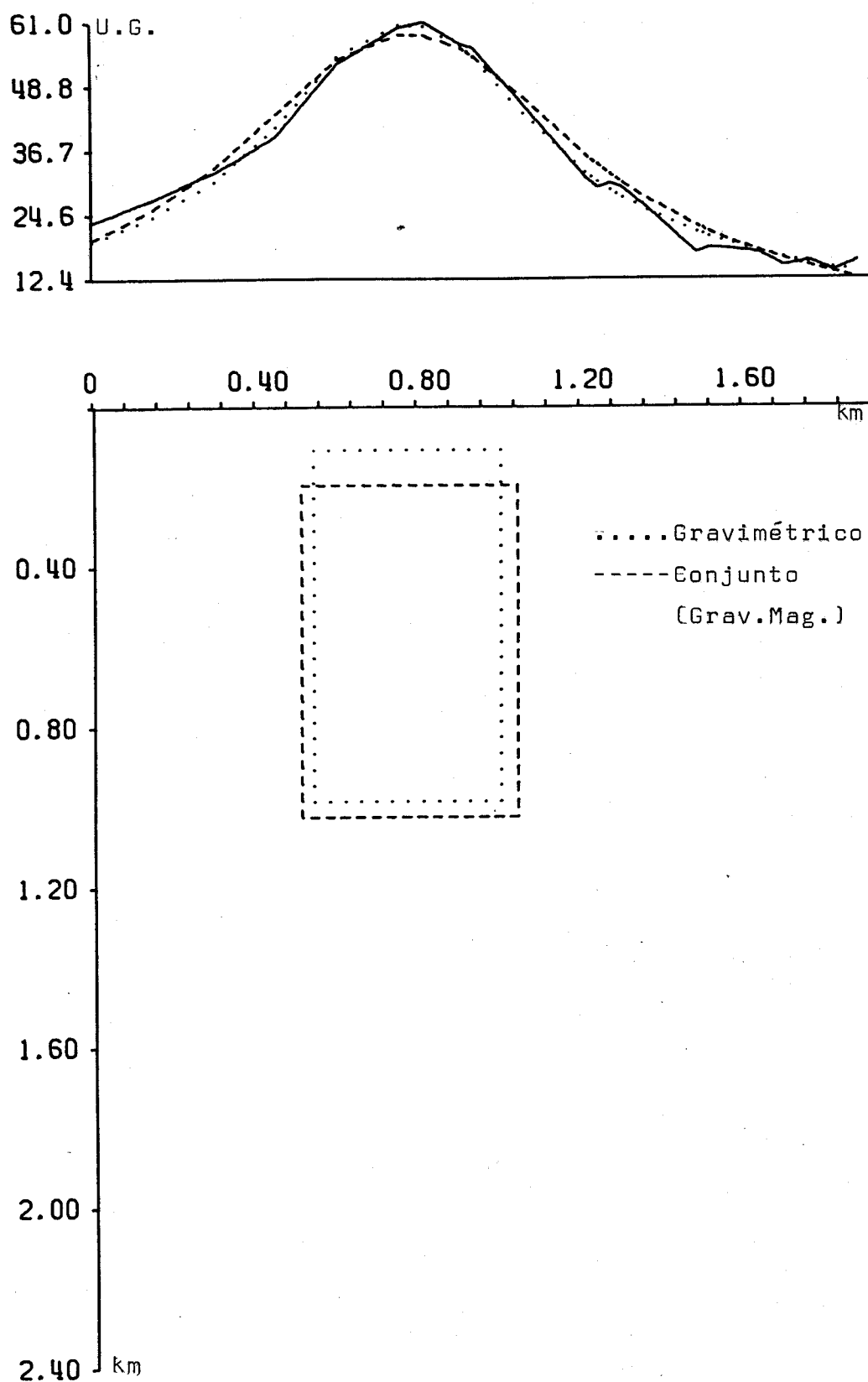


FIG. 59 - Anomalias gravimétricas observada e ajustadas (acima) e modelos ajustados (abaixo) para a segunda anomalia real.

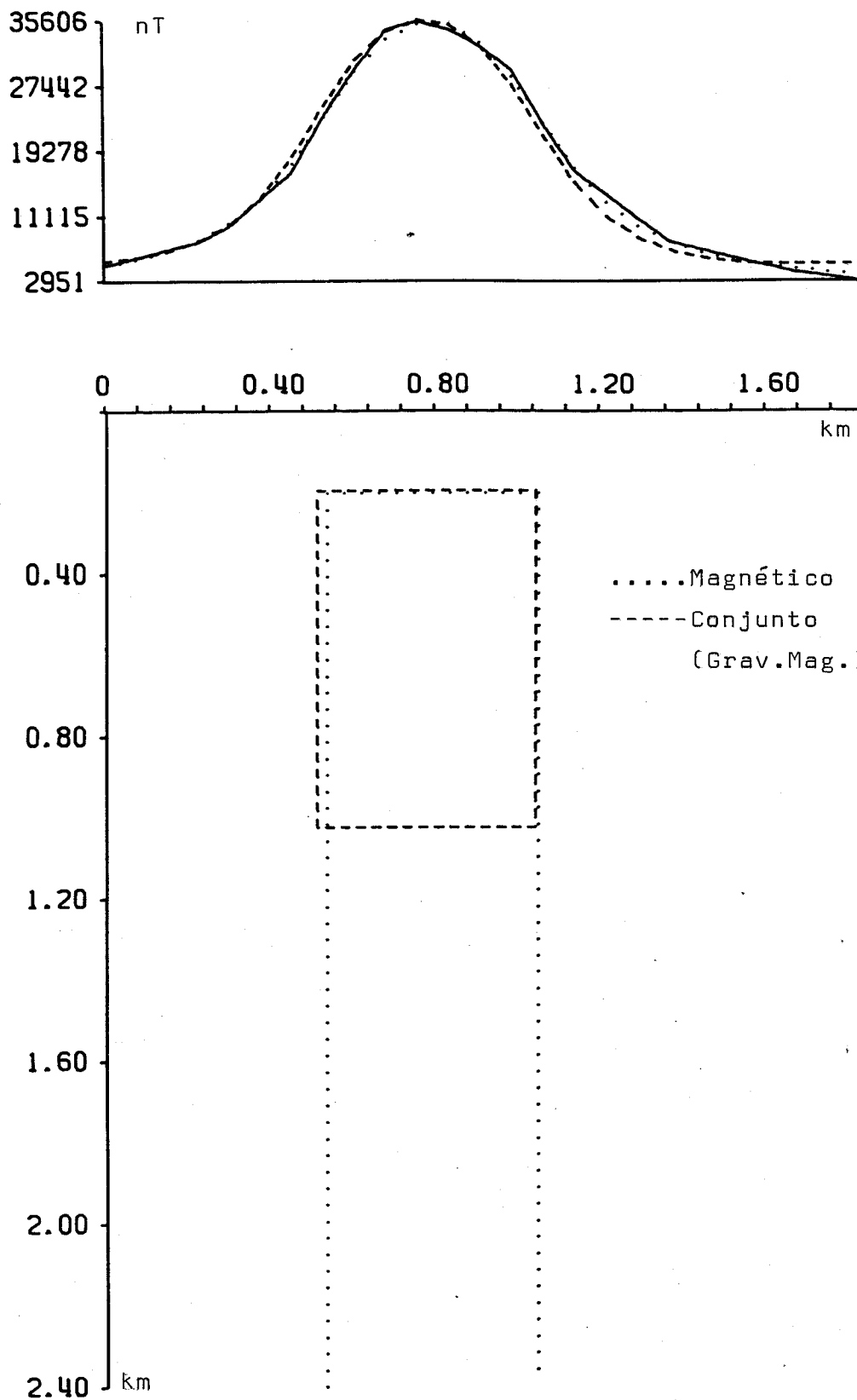


FIG. 60 - Anomalias magnéticas observada e ajustadas (acima) e modelos ajustados (abaixo) para a segunda anomalia real. A espessura do modelo ajustado usando apenas os dados magnéticos é de 3,8km.

TABELA 13 - Resultados obtidos pela inversão conjunta e inversão isoladas pra a segunda anomalia real.

CONJUNTOS DE DADOS	P A R Â M E T R O S			
	Contraste de Densidade [Kg/m ³]	Módulo do Vetor Magnetização [10 ⁻² A/ml]	Inclinação do Vetor Magnetização [graus]	Azimute do Vetor Magnetização [graus]
USADOS NA INVERSÃO				
Gravimétrico	498	-	-	-
Magnético	-	10140	67	0.5
Gravimétrico X Magnético	568	10131	82	7.1

6 CONCLUSÕES

Este trabalho consiste em comparar através da utilização do método dos mínimos quadrados os resultados obtidos a partir de: a) inversão isolada dos grupos de dados gravimétricos, magnéticos e resistivos; b) inversão simultânea destes grupos de dados combinados dois a dois; c) inversão simultânea dos três grupos de dados.

O trabalho é desenvolvido a partir de dados básicos empregados para simular as seguintes situações: ruído geológico (pequeno corpo raso, corpo grande próximo ao corpo principal e corpo grande interferente fora do perfil), ruído Gaussiano e o efeito combinado do corpo grande interferente fora do perfil com o ruído Gaussiano.

Os critérios de comparação dos resultados são baseados nas estimativas dos parâmetros obtidos por cada inversão, nos desvios padrões de cada parâmetro (inversão gravimetria-magnetometria para o ruído Gaussiano) e na ambiguidade, manifestada pela dependência das estimativas em relação à aproximação inicial dos parâmetros.

A partir dos resultados obtidos podemos concluir que: a) a inversão conjunta gravimetria-magnetometria apresenta sempre estimativas superiores às inversões de cada grupo de dados separadamente para todas as situações estudadas, além de reduzir a ambiguidade em alguns casos (pequeno corpo raso, corpo grande interferente e ruído Gaussiano), o que também é comprovado pela redução dos desvios padrões no caso do ruído Gaussiano; b) a inversão conjunta dos dados gravimétricos-resistivos produz estimativas sempre superiores às aquelas obtidas através das inversões dos dados separadamente, com exceção do caso com ruído geológico (pequeno corpo raso) em que a inversão conjunta é semelhante à inversão usando apenas os dados resistivos. Além disso, a inversão conjunta é independente da aproximação inicial (exceto para os casos de corpo grande interferente e efeito combinado do ruído geológico e Gaussiano). As inversões usando apenas um dos grupos de dados, ao contrário, são sempre dependentes das aproximações iniciais; c) a inversão conjunta dos dados magnéti

cos e resistivos é sempre superior à inversão de cada grupo de dados separadamente, exceto para o caso do efeito de pequeno corpo raso em que a inversão conjunta é semelhante à inversão dos dados resistivos. Além disso, a inversão conjunta é independente da aproximação inicial (exceto para os parâmetros que definem o vetor magnetização) nos casos de ruído Gaussiano, pequeno corpo raso e corpo grande interferente. A inversão de cada grupo de dados separadamente, no entanto é dependente das aproximações iniciais; d) a inversão simultânea dos três grupos de dados é em geral sempre superior às inversões de cada grupo de dados isoladamente e semelhante às inversões dos grupos de dados combinados dois a dois. A inversão conjunta dos três grupos de dados é independente da aproximação inicial, inclusive para os parâmetros que definem o vetor magnetização, exceto para os casos de ruído Gaussiano e este combinado com ruído geológico.

Pelo exposto acima concluímos que nas diversas situações discutidas as inversões conjuntas dos dados combinados dois a dois são geralmente superiores às inversões isoladas de cada grupo de dados, sendo que dentre estas destacamos a inversão conjunta gravimetria-magnetometria pelas seguintes vantagens: a) estimativas superiores às inversões isoladas; b) baixo tempo de CPU gasto no processo de inversão (tempo equivalente a cada inversão); c) facilidades de aquisição de dados reais. Quanto à inversão conjunta dos três grupos de dados a mesma só apresenta vantagens em alguns casos quando se trata da redução da ambigüidade nos parâmetros que definem o vetor magnetização.

Entre as situações estudadas aquela que mais se aproxima do real é o efeito combinado do ruído Gaussiano com ruído geológico, onde observa-se que todas as inversões conjuntas apresentaram melhoras nas estimativas dos parâmetros, contudo estas inversões também são dependentes das aproximações iniciais, indicando que seria necessário eliminar a parte do ruído Gaussiano alta frequência, através de um filtro passa baixa.

Dois pontos importantes são levantados neste trabalho e cuja solução não é completamente conhecida. Primeiro, o que trata da matriz de pesos que deve ser usada quando do empre-

go da inversão conjunta. Como os dados são teóricos e o ruído do tipo geológico, não se pode utilizar a matriz de peso onde cada elemento da diagonal é o inverso do desvio padrão da medida de cada observação (Vozoff e Jupp, 1975), ou mesmo levar em consideração os erros instrumentais de cada aparelho. Sendo assim, tentamos várias outras matrizes de pesos que apresentaram resultados diferentes para cada situação geológica estudada. Apesar de encontrarmos matrizes de pesos que apresentassem resultados satisfatórios para cada um dos diferentes ruídos geológicos, melhorando ainda mais os resultados da inversão conjunta, não foi possível encontrar um critério objetivo para obtenção de tais matrizes. Por isso, a única pesagem adotada foi a utilização dos dados em unidades que apresentassem a mesma ordem de grandeza, a fim de evitar problemas numéricos com a matriz de sensibilidade.

Segundo, o que trata da matriz de covariância dos dados quando estes apresentam ruído aditivo (magnético e gravimétrico) e ruído multiplicativo (resistivo). Neste trabalho a matriz de covariância é desenvolvida apenas para o ruído aditivo.

Numa situação real, geralmente os dados anômalos são devidos a fontes bem mais complexas que os modelos simulados neste trabalho. Contudo, acreditamos que os resultados apresentados venham mostrar a potencialidade do método na interpretação de áreas complexas.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AL-CHALABI, M. - 1972 - Interpretation of gravity anomalies by nonlinear optimisation. Geophys. Prosp., New York, 20(1):1-16.
- BEVINGTON, P.R. - 1969 - Data reduction and error analysis for the physical sciences. 1 st ed. New York, McGraw-Hill Book . 336p.
- BHATTACHARYA, B.K. - 1980 - A generalized multibody model for inversion of magnetic anomalies. Geophysics, Tulsa, 45(2) : 255-270.
- BOTT, M.H.P.; INGLES, A. - 1972 - Matrix method for joint interpretation of two-dimensional gravity and magnetic anomalies with application to the Iceland-Faeroe Ridge. Geophys. J.R. Astr. Soc., Londres, 30(1):55-67.
- COGGON, J.H. - 1971 - Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method. Geophysics, Tulsa, 36:132-155.
- FORSYTHE, G.E.; MALCOLM, M.A.; MQLER, C.B. - 1977 - Computer methods for mathematical computations. New Jersey, Prentice Hall. 259p.
- GARLAND, C.D. - 1951 - Combined analysis for gravity and magnetic anomalies. Geophysics, Tulsa, 16(1): 51-62.
- HALL, D.H. - 1958 - Least squares in magnetic and gravity interpretation. Transactions AGU, USA, 39(1):35-39.
- HOERL, A.E.; KENNARD, R.W. - 1970a - Ridge regression: biased estimation for nonorthogonal problems. Technometrics, Washington, 12:55-67.
- HOERL, A.E.; KENNARD, R.W. - 1970b - Ridge regression: Applications to nonorthogonal problems-Technometrics, Washington, 12:69-82.
- HOHMANN, G.W. - 1975 - Three-dimensional-induced polarization and electromagnetic modeling. Geophysics, Tulsa, 40(2):309-324.
- HOVERSTEN, G.M. - 1982 - Comparison of five least squares inversion techniques in resistivity sounding. Geophys. Prosp., New York, 30(5):688-715.
- INMAN, J.R. - 1975 - Resistivity inversion with ridge regression. Geophysics, Tulsa, 40(5):798-817.
- INMAN, J.R.; RYU, J.; WARD, S.H. - 1973 - Resistivity inversion Geophysics, Tulsa, 38(6):1088-1108.

- KALININA, T.B. - 1976 - Statistical algorithms for interpreting magnetic and gravitational anomalies. *IZVESTIYA, Physics of the solid Earth, U.S.A.*, 12(8):518-521.
- KANASEWICH, E.R.; AGARWAL, R.G. - 1970 - Analysis of combined gravity and magnetic fields in wavenumber domain. *Journal of Geophys. Research, Washington*, 75(29):5702-5712.
- KLEINKOPF, M.D.; WITKIND, I.J.; KEEFER, W.R. - 1972 - Aeromagnetic, Bouguer gravity, and generalized geologic maps of the central part of the Little Belt Mountains, Montana: USGS map GP 837.
- LENEY, G.W. - 1966 - Field studies in iron ore geophysics. In : *Mining Geophysics, Tulsa, Society of Exploration Geophysicists*, V.1, p.391-417.
- MCGRATH, P.H.; HOOD, P.J. - 1970 - The dipping dike case: a computer curve-matching method of magnetic interpretation. *Geophysics, Tulsa*, 35:831-848.
- MADDEN, T.R. - 1971 - The resolving power of geoelectric measurements for delineating resistive zones within the crust. In *the structure and physical properties of the earth's crust: AGU geophys. Monogr. Ser.J.G. Heacock, ed., Washington, D.C.*, 14:95-105.
- MARQUARDT, D.W. - 1963 - An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *J.Soc.Indust.Appl.Math.*, 11(2): 431-441.
- MENICHETTI, V.; GUILLEN, A. - 1983 - Simultaneous interactive magnetic and gravity inversion. *Geophys. Prosp.*, New York, 31 (6):929-944.
- NETTLETON, L.L. - 1976 - Gravity and Magnetism in oil prospecting. New York, McGraw-Hill Book. 464p.
- PARKER, R.L.; HUESTIS, S. - 1974 - The inversion of magnetic anomalies in the presence of topography. *Journal of Geophys. Research, Washington*, 79(11):1587-1593.
- PEDERSEN, L.B. - 1977 - Interpretation of potential field data - A generalized inverse approach. *Geophys. Prosp. New York*, 25(2):199-230.
- PEDERSEN, L.B. - 1979 - Constrained inversion of potential field data. *Geophys. Prosp.*, New York, 27(4):726-748.

- PELTON, W.H.; RIJO, L.; SWIFT, Jr., C.M. - 1978 - Inversion of two-dimensional resistivity and induced-polarization data. *Geophysics*, Tulsa, 43(31):788-803.
- PETRICK, W.R.; PELTON, W.H.; WARD, S.H. - 1977 - Ridge regression inversion applied to crustal resistivity sounding data from South Africa - *Geophysics*, Tulsa, 42(5): 995-1005.
- PETRICK, R.; SILL, R.; WARD, S.H. - 1981 - Three-dimensional resistivity inversion using alpha centers. *Geophysics*, Tulsa, 46(8):1148-1163.
- RIGOTTI, A. - 1985 - Reduction of ambiguity in geoelectric models using multiple data sets. Tese de mestrado. Montreal Universidade Mc Gill, 202p.
- RIJO, L.; PELTON, W.H.; FEITOSA, E.C.; WARD, S.H. - 1977 - Interpretation of apparent resistivity data from Apodi Valley. Rio Grande do Norte, Brazil. *Geophysics*, Tulsa, 42(4):811-822.
- SERPA, L.F.; COOK, K.L. - 1984 - Simultaneous inversion modeling of gravity and aeromagnetic data applied to a geothermal study in Utah. *Geophysics*, Tulsa, 49(8):1327-1337.
- TELFORD, W.M.; GELDART, L.P.; SHERIFF, R.E.; KEYS, D.A. - 1976 - *Applied Geophysics*. London, Cambridge University Press. 860p.
- VOGEL, A. - 1964 - Least squares in three-dimensional gravity and magnetic interpretation. *Geexpl.*, Amsterdam, 2(1):1-19.
- VOZOFF, K.; JUPP, D.L.B. - 1975 - Joint inversion of geophysical data. *Geophys. J.R. Astr.Soc.*, Londres, 42:937-991.
- WARD, S.H.; CAMPBELL, R.E.; CORBETT, J.D.; HOHMANN, G.W.; MOSS, C.K.; WRIGHT, P.M. - 1977 - The frontiers of mining geophysics. *Geophysics*, Tulsa, 42(4):878-886.