

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**CENTRO DE GEOCIÊNCIAS**  
**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA**

**EMPILHAMENTO SÍSMICO PELA COMPOSIÇÃO**  
**DE ONDAS PLANAS**

**TESE APRESENTADA POR**  
**GERMAN GARABITO CALLAPINO**

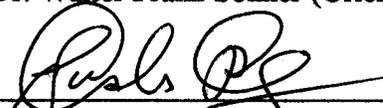
**COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE**  
**MESTRE EM CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA**

**Data de Aprovação : 18/04/1997**

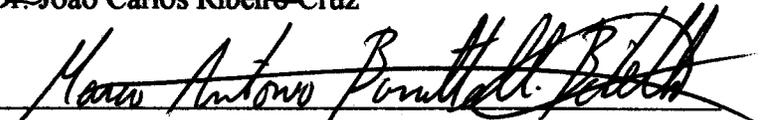
**COMITÊ DE TESE:**



Dr. Walter Franz Söllner (Orientador)



Dr. João Carlos Ribeiro-Cruz



Dr. Marco Antonio Barsotelli Botelho

**BELÉM**

**1997**

**CALLAPINO, German Garabito. Empilhamento sísmico pela composição de ondas planas. Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências, 1997. 94p.**

**Tese (Mestrado em Geofísica) - Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA, 1997.**

**1. MÉTODOS SÍSMICOS. 2. PROCESSAMENTO SÍSMICO. 3. EMPILHAMENTO. I. Título.**

Aos meus pais e irmãos,  
e a meus filhos  
Osmar e Ceyla.

## AGRADECIMENTOS

Em especial, ao Prof. Dr. Walter Söllner que me apresentou o tema deste trabalho de tese de mestrado, pela orientação e apoio dispensados durante toda a sua realização.

Ao Prof. Dr. João Carlos Riveiro Cruz pela có-orientação e pelas sugestões valiosas durante a elaboração desta tese.

Ao Prof. Dr. Lourenildo W. B. Leite pelo apoio e interesse demonstrados para a realização deste trabalho.

Ao Serviço Alemão de Intercâmbio Acadêmico DAAD pela outorgação da bolsa de estudos.

Ao Curso de Pós-graduação em Geofísica da UFPa, que me deu o suporte acadêmico para a elaboração deste trabalho. Assim como a todo o corpo de professores e funcionários do Curso e do Departamento de Geofísica.

A todos os amigos e colegas do curso de Pós-graduação em Geofísica pelo apoio e incentivo, durante todo o curso.

A Bernadete L. dos Santos pelo seu apoio e dedicação no decorrer deste trabalho.

# SUMÁRIO

	p.
DEDICATÓRIA . . . . .	i
AGRADECIMENTOS . . . . .	ii
RESUMO . . . . .	1
ABSTRACT . . . . .	3
1 - INTRODUÇÃO . . . . .	4
2 - REVISÃO DO EMPILHAMENTO PONTO MÉDIO COMUM (CMP)	9
2.1 AQUISIÇÃO DE DADOS . . . . .	9
2.2 PROCESSAMENTO SÍSMICO CMP . . . . .	11
2.3 EMPILHAMENTO CMP . . . . .	14
2.4 CORREÇÕES DINÂMICAS . . . . .	14
2.4.1 Correção de sobretempo normal ( <i>normal moveout - NMO</i> ) . . . . .	15
2.4.2 Fundamentos da correção DMO . . . . .	17
2.4.3 Fluxograma de aplicação e limitações das correções dinâmicas . . . . .	20
3 - DECOMPOSIÇÃO DO CAMPO DE ONDA EM ONDAS PLANAS .	22
3.1 SÍNTESE DE ONDAS PLANAS A PARTIR DA SUPERPOSIÇÃO DOS CAM- POS DE ONDAS DE FONTES PONTUAIS . . . . .	23
3.2 ASPECTOS FÍSICOS DA GERAÇÃO DE ONDAS PLANAS EM 2-D . . . . .	25
3.3 EMPILHAMENTO OBLÍQUO . . . . .	28
3.3.1 Formulação matemática do empilhamento oblíquo . . . . .	29
4 - FORMULAÇÃO TEÓRICA DO EMPILHAMENTO PELA COMPOSIÇÃO DE ONDAS PLANAS . . . . .	32
4.1 O MODELO DE APROXIMAÇÃO DE BORN . . . . .	32
4.2 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA SEGUNDO A APROXIMAÇÃO DE BORN	33
4.3 EMPILHAMENTO PWC NO CONTEXTO DA APROXIMAÇÃO DE BORN .	37

<b>5 - ALGORITMO DO EMPILHAMENTO PWC . . . . .</b>	<b>39</b>
5.1 FUNDAMENTOS DO EMPILHAMENTO PWC . . . . .	39
5.2 ALGORITMO DE APLICAÇÃO DO EMPILHAMENTO PWC . . . . .	42
<b>6 - APLICAÇÃO DO PROCESSO DE EMPILHAMENTO PWC NOS DADOS MARMOUSI . . . . .</b>	<b>48</b>
6.1 PROCESSAMENTO DOS DADOS MARMOUSI . . . . .	48
6.1.1 Empilhamento PWC . . . . .	54
6.1.2 Empilhamento CMP . . . . .	56
6.1.3 Migração pós-empilhamento . . . . .	62
6.2 DISCUSSÃO DE RESULTADOS . . . . .	62
6.3 ANÁLISE DE RUÍDO NO EMPILHAMENTO PWC . . . . .	65
<b>7 - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS . . . . .</b>	<b>71</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>74</b>
<b>A - AMOSTRAGEM E FALSEAMENTO . . . . .</b>	<b>77</b>
A.1 Amostragem no tempo . . . . .	77
A.2 Amostragem no espaço . . . . .	78
<b>B - SÍNTESE DE ONDAS PLANAS A PARTIR DA SUPERPOSIÇÃO DE FONTES PONTUAIS . . . . .</b>	<b>82</b>
B.1 ONDA PLANA VERTICAL . . . . .	82
B.2 ONDA PLANA COM INCIDÊNCIA INCLINADA . . . . .	84
<b>C - O EMPILHAMENTO OBLÍQUO CORRETO . . . . .</b>	<b>87</b>
<b>D - SERIE DE DADOS MARMOUSI . . . . .</b>	<b>91</b>
D.1 MODELO MARMOUSI . . . . .	91
D.2 DADOS SÍSMICOS MARMOUSI . . . . .	93

## RESUMO

No presente trabalho de tese é apresentada uma nova técnica de empilhamento de dados sísmicos para a obtenção da seção de incidência normal ou afastamento fonte-receptor nulo, aplicável em meios bidimensionais com variações laterais de velocidade. Esta nova técnica denominada **Empilhamento Sísmico pela Composição de Ondas Planas** (empilhamento PWC) foi desenvolvida tomando como base os conceitos físicos e matemáticos da decomposição do campo de ondas em ondas planas. Este trabalho pode ser dividido em três partes: Uma primeira parte, onde se apresenta uma revisão da técnica de empilhamento sísmico convencional e do processo de decomposição do campo de ondas produzido a partir de fontes pontuais em suas correspondentes ondas planas. Na segunda parte, é apresentada a formulação matemática e o procedimento de aplicação do método de empilhamento sísmico pela composição de ondas planas. Na terceira parte se apresenta a aplicação desta nova técnica de empilhamento na serie de dados Marmousi e uma análise sobre a atenuação de ruído.

A formulação matemática desta nova técnica de empilhamento sísmico foi desenvolvida com base na teoria do espalhamento aplicado a ondas sísmicas sob a restrição do modelo de aproximação de Born. Nesse sentido, inicialmente se apresenta a determinação da solução da equação de onda caustica para a configuração com afastamento fonte-receptor finito, que posteriormente é reduzido para a configuração de afastamento fonte-receptor nulo. Por outra parte, com base nessas soluções, a expressão matemática deste novo processo de empilhamento sísmico é resolvida dentro do contexto do modelo de aproximação de Born. Verificou-se que as soluções encontradas por ambos procedimentos, isto é, por meio da solução da equação da onda e pelo processo de empilhamento proposto, são iguais, mostrando-se assim que o processo de empilhamento pela composição de ondas planas produz uma seção com afastamento fonte-receptor nulo. Esta nova técnica de empilhamento basicamente consiste na aplicação de uma dupla decomposição do campo de ondas em ondas planas por meio da aplicação de dois empilhamentos oblíquos (**slant stack**), isto é um ao longo do arranjo das fontes e outro ao longo do arranjo dos detectores; seguido pelo processo de composição das ondas planas por meio do empilhamento oblíquo inverso. Portanto, com base nestas operações e com a ajuda de um exemplo de aplicação nos dados gerados a partir de um modelo simples, são descritos os fundamentos e o procedimento de aplicação (ou algoritmo) desta nova técnica de obtenção da seção de afastamento nulo.

Como exemplo de aplicação do empilhamento PWC em dados correspondentes a um meio com variações laterais de velocidade, foi aplicado nos dados Marmousi gerados segundo a técnica de cobertura múltipla a partir de um modelo que representa uma situação geológica real. Por comparação da seção resultante com a similar produzida pelo método de empilhamento convencional, observa-se que a seção de afastamento nulo desta nova técnica apresenta melhor definição e continuidade dos reflectores, como também uma melhor caracterização da ocorrência de difrações. Por último, da atenuação de ruído aleatório realizada nos mesmos dados, observa-se que esta técnica de empilhamento também produz uma atenuação do ruído presente no sinal, a qual implica um aumento na relação sinal ruído.

## ABSTRACT

In this thesis we present a new seismic data stacking method called **Plane Wave Composition (PWC)**. This method, applicable in a bidimensional medium with lateral velocity gradients, is developed on the basis of physical and mathematical concepts on the plane wave decomposition of spherical wave fields. In the initial part of this work, we present a review on the conventional stacking method and on plane wave decomposition of the point-source seismograms.

The stacking by plane wave composition is a method which produce a normal incidence (or zero offset) section by the application of the following main processes: A double plane wave decomposition, achieved by a slant stack along the shot array and another slant stack along the receiver array, followed by a plane wave composition achieved by an inverse slant stack. The PWC stacking method is theoretically formulated here on the basis of the scattering theory applied to seismic waves, within the constraint of the Born approximation.

Initially, starting with the acoustic wave equation, for a finite source-receiver configuration, a solution for the direct single scatter (Born) model is derived. That result is reduced for the coincident source-receiver (zero offset) configuration. Afterward, the mathematical expression of PWC stacking method is solved replacing the observed data function by the scattered field obtained by the Born approximation.

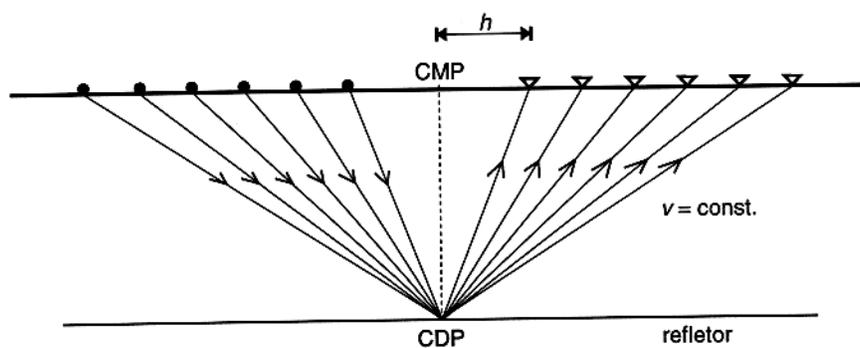
For most clarity, the algorithm to obtain the zero offset seismic section by the PWC stacking method is described by applying it to the data corresponding to a simple model. A successful application is performed using the Marmousi seismic data set, corresponding to a geological complex model. Finally, in the same data set, a noise analysis shows that this method increase the signal-noise ratio in the seismic trace. Thus, it has been showed that the PWC stacking method is an efficient alternative to process seismic data of complex models.

# 1 - INTRODUÇÃO

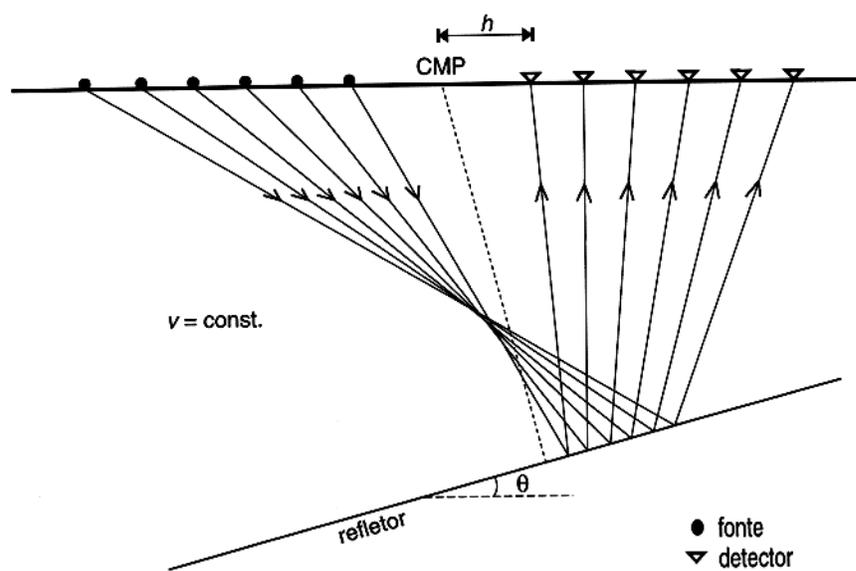
O método sísmico rotineiramente usado na indústria do petróleo, é dividido em três etapas: 1) aquisição de dados, 2) processamento de dados e 3) interpretação de dados. Os métodos de processamento de dados de reflexão sísmica têm como objetivo produzir uma imagem da estrutura geológica em subsuperfície. Com esse fim, são aplicados e analisados individualmente um conjunto de procedimentos separados entre si, que conduzem à obtenção de uma seção sísmica final a ser posteriormente interpretada. De um modo geral, o processamento sísmico pode ser dividido em duas partes: A primeira consiste na estimativa de um modelo de velocidades para a estrutura geológica em subsuperfície, e a segunda corresponde à obtenção do imageamento desejado, além de atributos do refletor; assim sendo, a maioria das técnicas de imageamento (empilhamento e migração) são fortemente dependentes do modelo de velocidades determinado.

Os procedimentos tradicionais de processamento de reflexão sísmica, estão baseados na geometria de aquisição de dados estabelecido pela técnica CDP (*common-depth-point*) introduzida por MAYNE (1962); técnica que também é denominada de cobertura múltipla em função do número de vezes que um ponto refletor é amostrado. O mapeamento de refletores de ondas sísmicas por meio desta técnica permite que cada ponto refletor seja amostrado por muitos pares de fontes e geofones, localizados simetricamente com relação ao ponto médio do dispositivo CDP (Figura 1.1a). O conjunto de sismogramas registrado pelos pares de fontes-geofones forma a família de traços CDP, que posteriormente foram chamadas famílias CMP (*common-mid-point*) por admitir apenas que os pares de fontes-geofones estão simetricamente distribuídos em torno de um ponto médio comum na superfície, isto devido ao fato de que a técnica CDP na presença de refletores inclinados não amostra o mesmo ponto refletor em profundidade (Figura 1.1b).

Na técnica convencional de empilhamento sísmico CMP, cada família CMP é transformada em um único traço que é considerado como equivalente ao traço que seria obtido com a fonte e o receptor no ponto médio da seção CMP, resultando, assim, um conjunto de traços que conformam a seção sísmica com afastamento nulo, onde unicamente os eventos de reflexão correspondentes aos refletores horizontais (na escala de uma seção CMP) correspondem a um mesmo ponto de reflexão. Por outro lado, o empilhamento CMP realça as reflexões primárias suprimindo os ruídos existentes no sinal sísmico, e também produz



(a)



(b)

Figura 1.1 - Dispositivo ponto médio comum (CMP) sobre um meio com velocidade constante. a) refletor horizontal com amostragem de um ponto de reflexão comum, b) refletor inclinado com dispersão do ponto de reflexão.

atenuação das reflexões múltiplas. Este processo de transformação dos dados do domínio CMP para o domínio de afastamento nulo, pode ser resumida nas seguintes operações: Identificação das reflexões primárias no sinal sísmico das seções CMP, análise de velocidades, aplicação da correção NMO (*normal moveout*) a fim de compensar o atraso nos tempos de trânsito das reflexões primárias, e o empilhamento horizontal dos diferentes traços sísmicos correspondentes a diferentes posições de observação.

A correção NMO parte da suposição de que a subsuperfície é composta de camadas planas, homogêneas e sobrepostas. Na presença de refletores inclinados, esta correção se torna inadequada devido ao fato de que não é mais cumprida a amostragem dos mesmos pontos refletores em subsuperfície (Figura 1.1); portanto, os eventos de reflexão dos traços sísmicos resultantes do empilhamento das famílias CMP não tem incidência normal e como conseqüência, a seção empilhada perde resolução em meios com refletores de mergulhos acentuados. As principais restrições do processamento CMP, com a utilização da correção NMO no empilhamento sísmico, são as seguintes:

- O afastamento fonte-receptor deve ser pequeno;
- Os refletores devem ser planos e horizontais ou com ângulos de mergulho muito pequenos.

Para reflexões com grandes afastamentos e nas reflexões mais rasas a correção NMO produz uma distorção no conteúdo de frequências do sinal sísmico (i.e., alongamento do sinal). No caso dos meios com refletores de mergulhos fortes a segunda condição é violada, e a hipótese da amostragem de um único ponto em profundidade é comprometida, devido à dispersão dos pontos de reflexão nas interfaces inclinadas.

Nas últimas décadas, para corrigir os efeitos dos ângulos no empilhamento sísmico, vários autores realizaram diversos trabalhos sob o nome de correção DMO (*dip moveout*). Pode-se dizer que o estudo deste problema começou com o trabalho de LEVIN (1971) onde considerando-se um modelo tridimensional de velocidade constante com um refletor plano e inclinado, determinou que a relação entre a velocidade usada no modelamento e a velocidade necessária para a correção dinâmica (NMO) depende do ângulo de mergulho do refletor e do ângulo entre a direção do perfil e a linha de mergulho do refletor; sendo, portanto, a velocidade usada para a correção dinâmica sempre maior ou igual à velocidade verdadeira do meio. A seguir faz-se menção de algumas técnicas desenvolvidas por alguns autores: YILMAZ & CLAERBOUT (1987) desenvolveram um processo denominado PSPM (*pre stack partial migration*) com o qual a correção do mergulho é realizada usando-se operadores de diferenças finitas em famílias com afastamento comum. DEREGOWSKI & ROCA (1981)

utilizaram princípios da ótica geométrica para descrever no domínio tempo e do espaço algumas características da resposta impulsiva do operador DMO, onde também é feita menção sobre as características deste tipo de operador no domínio frequência - número de onda ( $f - k$ ). Também utilizando operadores de diferenças finitas, BOLONDI et al. (1982) desenvolveram uma técnica de correção DMO baseada no conceito de continuação descendente do campo de onda. HALE (1984) desenvolveu um método preciso para modelos de velocidade constante, onde a correção foi implementada no domínio  $f - k$ . DEREGOWSKI (1985) implementou a correção de DMO de modo análogo aos algoritmos de migração baseados no método de integração do tipo Kirchhoff. Além das técnicas citadas, existem mais alguns outros trabalhos que ampliam o conhecimento e aplicabilidade dos métodos de correção DMO.

A aplicação da correção DMO que corrige os efeitos dos ângulos de mergulho, permite empilhar refletores com mergulhos distintos, produzindo, dessa forma, uma seção de afastamento nulo (ou de incidência normal) bastante satisfatória a partir dos dados registrados com afastamento diferente de zero, mesmo em áreas com mergulho acentuado. No entanto, a correção DMO também possui sérias limitações em meios com fortes gradientes laterais de velocidades. Portanto, quando o método de processamento CMP, baseado nas correções dinâmicas NMO e DMO, e no empilhamento CMP, é aplicado em meios geologicamente complexos não se tem resultados satisfatórios.

Em procura de um método alternativo para a obtenção de uma seção de incidência normal aplicável em meios geologicamente complexos, SÖLLNER et al. (1993) desenvolveram uma nova técnica de empilhamento sísmico baseado na teoria de propagação da onda. Uma primeira aplicação dessa técnica intitulada 'Empilhamento pela composição de ondas planas' (ou empilhamento PWC) foi apresentada no trabalho antes referido.

O objetivo principal do presente trabalho de tese é a implementação de um algoritmo otimizado desta nova técnica de empilhamento sísmico PWC e sua aplicação aos dados Marmousi gerados com base num modelo geológico complexo. Para tal fim, são utilizados conceitos sobre a decomposição do campo de ondas em suas correspondentes ondas planas, através da aplicação do processo de empilhamento oblíquo (*slant stack*). Por outra parte, a fim de proporcionar uma explicação analítica clara ou consistente sobre este novo método de empilhamento, neste trabalho também é apresentada uma formulação matemática utilizando a teoria do espalhamento aplicado à propagação de ondas sísmicas dentro do contexto da aproximação de Born.

O presente trabalho de tese está composto pelos seguintes capítulos:

1. **Introdução:** Aqui é identificado o problema sísmico, onde é introduzido o método convencional de processamento sísmico, enfatizando-se suas limitações. Dentro do marco de um novo método de empilhamento sísmico pela composição de ondas planas, são apresentados os objetivos do presente trabalho de tese.
2. **Revisão do empilhamento ponto médio comum (CMP):** Inicialmente são apresentados as características gerais da técnica convencional de aquisição e processamento de dados sísmicos de reflexão. O empilhamento CMP é definido como um conjunto de processos, dos quais somente as correções NMO e DMO são apresentados em detalhe por serem decisivos no sucesso deste método de empilhamento.
3. **Decomposição do campo de ondas em ondas planas:** É apresentado a síntese de ondas planas através da superposição dos frentes de onda geradas a partir de fontes pontuais distribuídas em uma superfície horizontal. Também é discutido a geração de ondas planas em 2-D. Por outra parte, é apresentado uma revisão do processo de empilhamento oblíquo que decompõe o campo de ondas em ondas planas.
4. **Formulação teórica do empilhamento pela decomposição de ondas planas (PWC):** Aqui é apresentado o formalismo matemático deste novo método de empilhamento por meio da aplicação da teoria do espalhamento sísmico segundo a aproximação de Born.
5. **Princípios e algoritmo do empilhamento PWC:** Com ajuda da aplicação deste empilhamento aos dados gerados a partir de um modelo simples, são apresentados os princípios e o algoritmo de aplicação deste novo método de empilhamento sísmico.
6. **Aplicação do empilhamento PWC na serie de dados Marmousi:** São apresentados os resultados do empilhamento dos dados Marmousi tanto pelo método novo como pelo método convencional, e é realizado uma discussão dos resultados obtidos. Aqui também é apresentada uma análise sobre a atenuação de ruído aleatório pelo empilhamento PWC.
7. **Conclusões e perspectivas:** são apresentadas as principais conclusões e indicadas as perspectivas de continuação.
8. **Referências bibliográficas.**
9. **Apêndices:** A - Amostragem e falseamento; B - Síntese de ondas planas; C - Empilhamento oblíquo correto e D - Descrição da série de dados Marmousi.

## 2 - REVISÃO DO EMPILHAMENTO PONTO MÉDIO COMUM (CMP)

Neste capítulo são apresentadas as características gerais do processamento de dados de reflexão sísmica pelo método convencional (CMP). Sendo o objetivo principal deste trabalho a obtenção de uma seção de afastamento nulo por meio de um método de empilhamento não convencional (empilhamento PWC), considerou-se necessário fazer uma revisão do conceito do empilhamento CMP e das operações que envolve. Nesse sentido, devido à importância no sucesso deste empilhamento, são apresentados os fundamentos das correções NMO e DMO, dando-se ênfase nas suas limitações. Como o processamento CMP começa com o uso da configuração de aquisição de dados da técnica de múltipla cobertura, inicialmente é apresentada uma revisão desta técnica.

### 2.1 AQUISIÇÃO DE DADOS

Como mencionado no capítulo 1, a técnica clássica de aquisição de dados sísmicos de múltipla cobertura, apresentada por MAYNE (1962, 1967) sob o título técnica CDP, permite que um ponto refletor seja amostrado por múltiplos pares de fontes e geofones com ponto médio comum e localizados em diferentes pontos ao longo do perfil sísmico linear (Figura 1.1a). Também foi evidenciado que a hipótese da amostragem de um único ponto refletor por um conjunto de pares de fontes e receptores não é mais cumprido na presença de refletores inclinados (Figura 1.1b), introduzindo-se por esta causa o termo CMP para admitir apenas que as fontes e geofones estão simetricamente distribuídos em torno de um ponto médio comum na superfície.

Conforme esquematizado na Figura 2.1a, o procedimento de campo da técnica de aquisição de dados CMP envolve o uso de um dispositivo fixo constituído por um determinado número de detectores e uma fonte, registrando-se, desse modo, sismogramas de fonte comum correspondentes a cada detector, as mesmas que são mostradas na seção sísmica da Figura 2.1b. Nesta seção o eixo horizontal corresponde ao afastamento fonte-receptor e o eixo vertical aos tempos de trânsito dos raios sísmicos, ou seja, aos tempos de propagação dos raios que são originados na fonte, refletidos na interface horizontal e registrados nos receptores.

Para o próximo experimento sísmico, todo o dispositivo é deslocado, e a repetição deste procedimento ao longo de todo o perfil linear produz um conjunto de seções sísmicas de fonte comum a serem posteriormente processadas.

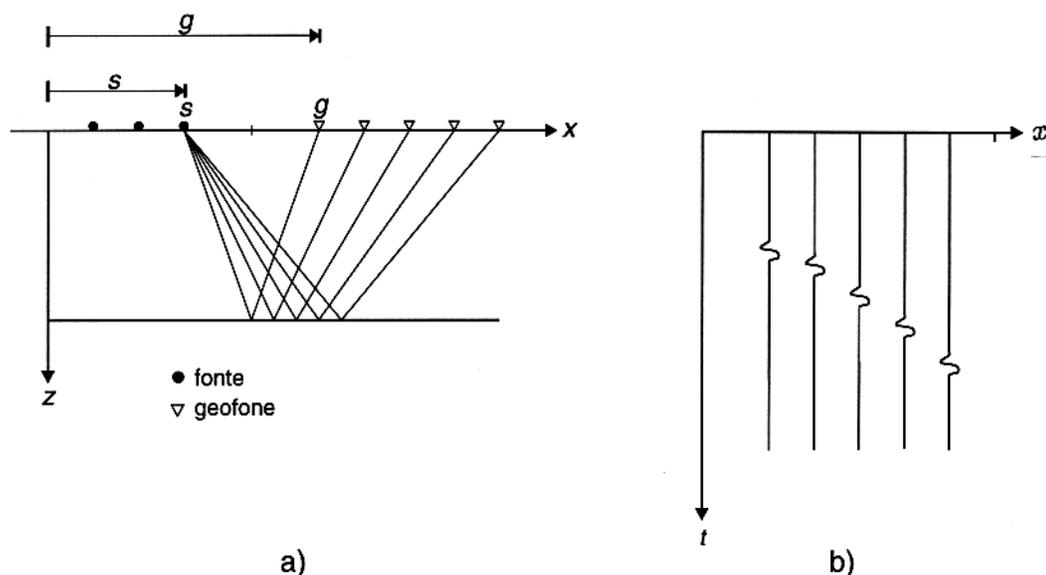


Figura 2.1 - (a) Dispositivo para aquisição de dados com a técnica CMP, onde  $s$  indica a posição da fonte e  $g$  dos detectores; (b) Seção sísmica de fonte comum. A hipérbole de reflexão correspondente ao refletor horizontal considerado em (a).

A partir da Figura 2.1a, o ponto médio,  $y$ , e o meio afastamento,  $h$ , entre a posição de qualquer um dos detetores  $g$  e da fonte  $s$ , é definido como

$$y = \frac{g + s}{2} \quad ; \quad h = \frac{g - s}{2} \quad (2.1)$$

As equações acima representam uma mudança de coordenadas, ou seja, os traços registrados no espaço  $(g, s)$  são transformado para o espaço  $(y, h)$ . A representação gráfica da geometria do levantamento, usando ambas coordenadas dá lugar ao diagrama de empilhamento (ou *stacking chart*) (Figura 2.2). Neste diagrama, pode-se imaginar que cada ponto representa um traço sísmico com o eixo do tempo perpendicular ao plano do papel. Então, a partir da classificação destes traços, são definidas quatro principais famílias ou conjuntos de traços: Família de fonte comum ( $s = \text{const.}, g, t$ ), família de ponto médio comum ( $y = \text{const.}, h, t$ ), família de receptor comum ( $s, g = \text{const.}, t$ ) e família de afastamento comum ( $y, h = \text{const.}, t$ ).

O sinal sísmico não é amostrado de forma contínua, assim, uma seção sísmica (Figura 2.1b) pode ser considerada como uma coleção de amostras sucessivas no tempo, para cada posição no espaço. Portanto, o campo de onda é amostrado segundo um intervalo de tempo constante  $\Delta t$  e em posições regularmente espaçadas segundo o intervalo  $\Delta x$  (medida ao

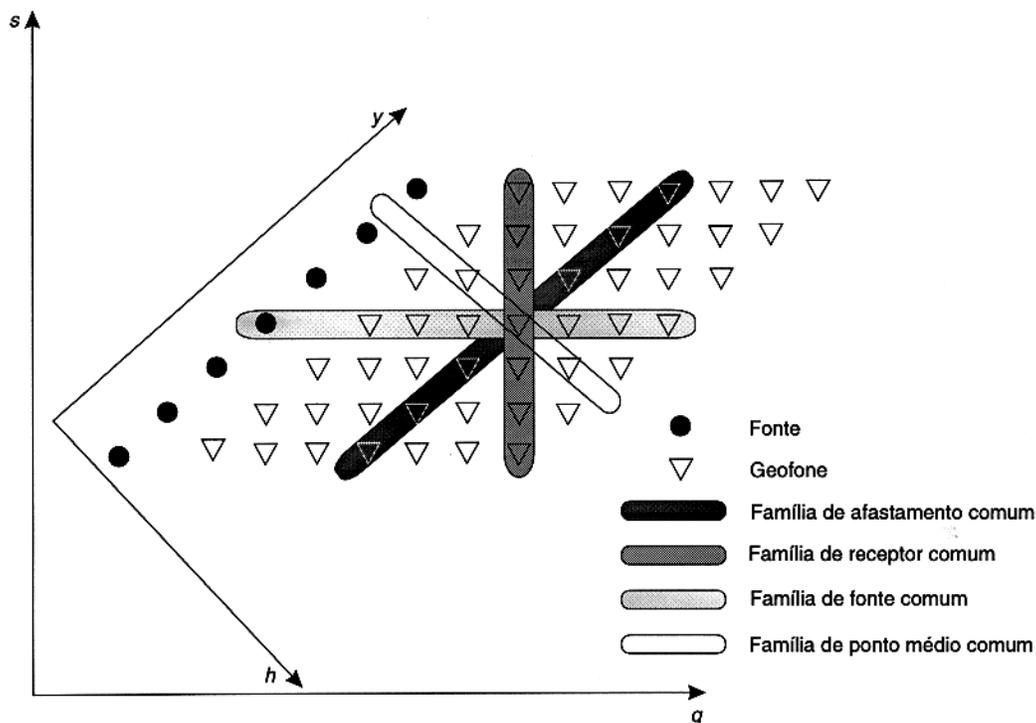


Figura 2.2 - Diagrama de empilhamento, sendo  $(s, g)$  as coordenadas fonte-detector e  $(y, h)$  as coordenadas ponto médio-afastamento. Os pontos representam as fontes e cada triângulo representa um traço sísmico (modificado de YILMAZ, 1987).

longo do eixo  $x$ ). De outro lado, uma amostragem inadequada (ou subamostragem) do sinal sísmico, tanto no tempo como no espaço, ocasiona o efeito chamado falseamento (*aliasing*), que influi negativamente na resolução dos resultados de algumas operações das técnicas de processamento. Devido a sua importância, no apêndice A é apresentada uma revisão da teoria de amostragem e do falseamento do sinal.

## 2.2 PROCESSAMENTO SÍSMICO CMP

O processamento sísmico de reflexão tem o objetivo de produzir, como saída, uma seção sísmica que resulta da aplicação de uma série de operações nos dados registrados no campo, de tal forma que essa seção represente da maneira mais clara possível a geologia da subsuperfície. No fluxograma da Figura 2.3, mostra-se as principais operações envolvidas no processamento de dados convencional, dando-se, a seguir, uma breve descrição de cada um destes processos agrupando-os em três etapas: Pré-processamento, processos pré-empilhamento e processos pós-empilhamento.

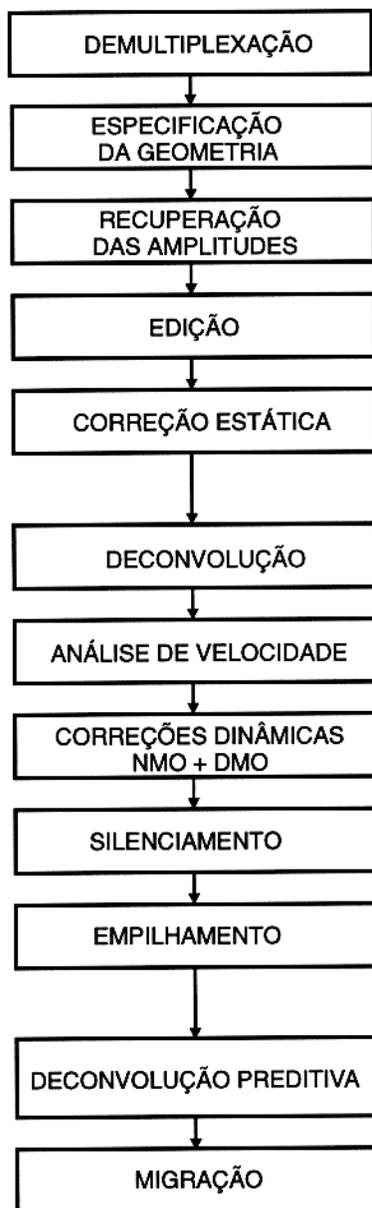


Figura 2.3 - Fluxograma do processamento de dados sísmicos de reflexão por meio do método convencional, (Adaptado de : YILMAZ, 1987; SHERIFF & GELDART 1982; AL-SADI 1982).

## Pré-processamento

O pré-processamento começa com a **demultiplexação** dos dados de campo que são registrados seqüencialmente. Matematicamente, esta operação pode ser vista como a transposição de uma grande matriz, de modo que as colunas desta correspondam aos traços sísmicos da seção de fonte comum (YILMAZ, 1987). A **especificação da geometria** consiste em incorporar nos traços sísmicos, em forma de cabeçalhos, informações sobre a geometria do levantamento, como: número da estação, número de disparo, coordenadas, altitude, etc. O processo de **recuperação de amplitudes** (*gain recovery*) corrige os efeitos que a onda sísmica sofre durante sua propagação no meio (divergência esférica e atenuações inelásticas), e no momento de ser registrado nas estações (AL-SADI, 1982). A fase de **edição** consiste na detecção dos traços anômalos, isto é, traços zerados, traços com polaridade reversa, traços com ruídos, etc., que deverão ser interpolados ou corrigidos. A **correção estática** tem o objetivo de remover as variações nos tempos das reflexões causados pelas condições anômalas das camadas próximas à superfície terrestre. Por conseguinte, esta correção consiste na aplicação de deslocamentos de tempo em cada traço; isto é, correções constantes de tempo são adicionadas ou subtraídas de todos os tempos de reflexão em cada traço; reduzindo-os, assim, todos os tempos de reflexão observados para um determinado nível de referência (*datum*).

## Pré-empilhamento

A **deconvolução pré-empilhamento** pode ser opcional. No entanto, a aplicação da deconvolução, nesta etapa, tem o objetivo de melhorar a resolução temporal do traço sísmico pela compressão do *wavelet* para um impulso (deconvolução impulsiva). Normalmente, também é aplicado a deconvolução preditiva (YILMAZ, 1987). Para executar os próximos processos, os traços sísmicos devem ser transformados de famílias de traços de fonte comum para famílias de traços de ponto médio comum (ou seções CMP). A **análise de velocidade** que pode ser realizada em cada seção ou em grupos de seções CMP, está baseada em medidas de coerência do sinal ao longo das trajetórias hiperbólicas, que são dependentes da velocidade, afastamento e tempo de trânsito. Dessa forma, obtém-se funções de velocidade versus tempo duplo de afastamento zero, de cuja interpolação espacial resulta o modelo de velocidade do perfil sísmico. Posteriormente, usando o modelo de velocidades, nos traços de cada seção CMP são aplicadas as **correções dinâmicas** (NMO e DMO) que corrigem as diferenças entre os tempos de trânsito das reflexões atuais  $t_x$  e seus correspondentes tempos duplos de afastamento nulo  $t_0$ , ou seja, envolvem a subtração da quantidade  $t_x - t_0 (= \Delta t)$  dos tempos das reflexões. Geralmente, depois dessas correções é aplicado o processo de **silenciamento** (*muting*) para anular ou zerar as partes não desejadas dos traços sísmicos (i.e., as primeiras

chegadas, os eventos refratados e outros). Por último, é o processo de empilhamento que consiste na somatória das amplitudes dos traços contribuintes de cada seção CMP e normalizada com respeito ao número de traços vivos em cada soma (AL-SADI, 1982), resultando, assim, de cada seção CMP um único traço de afastamento nulo, isto é, com a fonte e o receptor hipoteticamente coincidentes.

### Processos pós-empilhamento

Na seção de afastamento nulo, produzido na etapa anterior, às vezes pode ser aplicada a deconvolução preditiva a fim de remover eventos como: reflexões fantasmas (*ghost reflections*), reverberações ou múltiplas de curto período. Finalmente, utilizando o modelo de velocidades determinado na etapa anterior ou por outro método, é aplicado o processo de migração pós-empilhamento, com o qual se mudam as posições dos eventos inclinados para suas posições verdadeiras, removendo-se também as hipérbolas de difração.

## 2.3 EMPILHAMENTO CMP

Conforme à descrição anterior, o empilhamento CMP envolve diversas operações que fazem parte da técnica convencional de processamento de dados sísmicos, assim sendo, pode-se dizer que este método de empilhamento começa na etapa de aquisição de dados sísmicos com aplicação da técnica de cobertura múltipla. O empilhamento CMP está baseado no fato de que um ponto refletor é aproximadamente amostrado por vários pares de fontes e receptores, que correspondem a diferentes trajetórias de reflexão comum, cujos tempos de trânsito variam de um traço a outro. Estas diferenças nos tempos de trânsito dos eventos reflexivos com relação a seus tempos de referência ou de afastamento fonte-receptor nulo, são corrigidos pela aplicação das correções dinâmicas (NMO e DMO). Posteriormente à aplicação do silenciamento nos traços corrigidos, estes são somados, resultando, desta maneira, um único traço por cada seção CMP que é considerado como o equivalente a um traço com fonte-receptor coincidentes ou de afastamento nulo. Com frequência, este conjunto de operações que produzem como resultado final a seção sísmica de afastamento nulo é referido como empilhamento CMP.

## 2.4 CORREÇÕES DINÂMICAS

Na literatura sísmica, as correções NMO e DMO são normalmente referidas como correções dinâmicas, devido estas serem dependentes da profundidade do refletor (tempo de registro) e das diferenças nos tempos de chegadas das reflexões, causados pela variação das

trajetórias dos raios que mapeam aproximadamente o mesmo ponto refletor, a partir de diferentes afastamentos fonte-receptor. No item anterior, vimos que antes do empilhamento horizontal dos traços das famílias CMP aplica-se as correções dinâmicas que são dependentes do modelo de velocidades; portanto, a qualidade do sinal de reflexão produzida como resultado do empilhamento será fortemente dependente da precisão dessas correções.

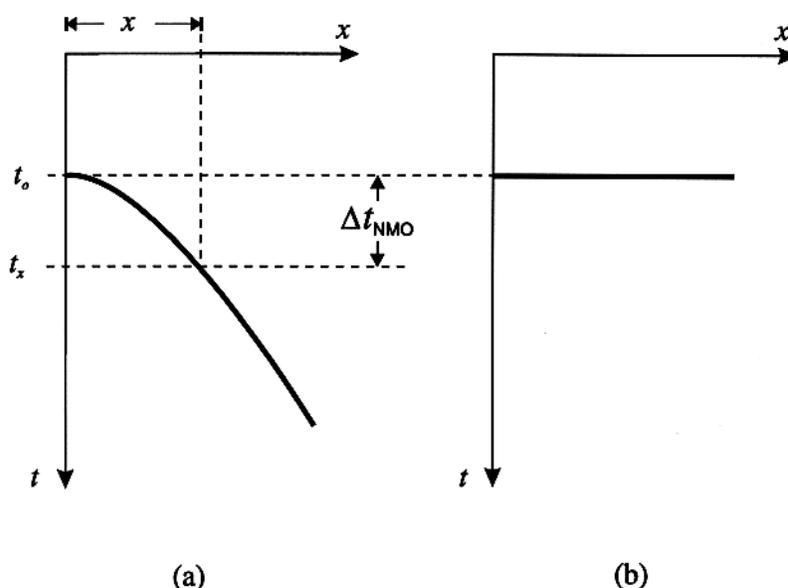


Figura 2.4 - Ilustração da correção NMO em um meio de velocidade constante e com um refletor horizontal (Figura 1.1a). (a) Seção CMP antes da correção NMO. (b) Depois da correção NMO.

#### 2.4.1 Correção de sobretempo normal (*normal moveout - NMO*)

Considerando um meio homogêneo composto de um refletor horizontal (Figura 1.1a), a curva do tempo de trânsito da reflexão primária, denominada hipérbole de reflexão da seção CMP (Figura 2.4a) resulta do mapeamento de um ponto comum em profundidade. Conforme mostrado na Figura 2.4a, a diferença entre o tempo de trânsito duplo  $t(x)$  de um certo afastamento fonte-receptor ( $x$ ) e o tempo de trânsito duplo  $t(0)$  para o afastamento nulo ( $x = 0$ ), é normalmente chamada correção de sobretempo normal (NMO). Na Figura 2.4b mostra-se a seção CMP depois da correção NMO. Estes traços (corrigidos) serão posteriormente somados para, assim, produzir um único traço a ser localizado no ponto médio do dispositivo CMP (i.e., no ponto de afastamento nulo da seção).

Pelo exposto acima, a correção NMO pode ser aplicada sob a suposição de que a subsuperfície é composta por uma ou mais camadas planas, homogêneas e sobrepostas. Nesse

sentido, se considerarmos um meio composto por  $n$  camadas planas horizontais, com velocidades intervalares  $(v_1, v_2, \dots, v_n)$  e espessuras  $(e_1, e_2, \dots, e_n)$ , segundo TANER & KOEHLER (1969), o tempo de trânsito para uma trajetória do raio que parte da fonte, atravessa as  $n$  camadas e por reflexão volta para superfície, associado com o afastamento  $x$ , é dado pela expressão

$$t^2(x) = C_0 + C_1x^2 + C_2x^4 + C_4x^6 + \dots \quad (2.2)$$

onde os coeficientes  $C_0, C_1, C_2, \dots$  dependem das espessuras e das velocidades das camadas. A aproximação de segunda ordem da série 2.2 produz o melhor ajuste hiperbólico da curva de reflexão, isto, para afastamentos pequenos comparados com a profundidade; resultando assim

$$t^2(x) = t^2(0) + \frac{x^2}{v_{\text{emp}}^2} \quad (2.3)$$

sendo  $C_0 = t^2(0)$  e  $C_1 = 1/v_{\text{emp}}^2$ . A velocidade de empilhamento  $v_{\text{emp}}$  corresponde neste caso à velocidade média quadrática ponderada (*root mean square*) denotada por  $v_{\text{RMS}}$ , cuja expressão é

$$v_{\text{RMS}}^2 = \frac{1}{t(0)} \sum_{i=1}^n v_i^2 \Delta t_i(0) \quad (2.4)$$

onde  $\Delta t_i$  é o tempo duplo vertical através da  $i$ ésima camada e  $t_0$  o tempo duplo da trajetória vertical com afastamento nulo. Portanto, a correção NMO para meios horizontalmente estratificados é realizada com base nas expressões 2.3 e 2.4; no entanto, no caso dos meios com refletores inclinados a velocidade  $v_{\text{emp}}$  deve conter o efeito do ângulo de inclinação. Então, na técnica CMP, a idéia de mapear muitas vezes um mesmo ponto comum de reflexão em subsuperfície não é mais cumprida nos meios com presença de refletores inclinados (isto pela dispersão do ponto de reflexão); assim sendo, a correção NMO perde resolução nesse tipo de meios. Como mencionado no capítulo anterior, este problema tem sido estudado por vários autores sob o título de DMO.

Uma visão da correção DMO obtém-se a partir da geometria CMP num meio homogêneo com um refletor inclinado representado na Figura 2.5, onde a equação do tempo de trânsito de uma reflexão primária é dada pela seguinte expressão (LEVIN, 1971)

$$t^2(h) = t^2(0) + \frac{4h^2}{v_{\text{NMO}}^2} \quad (2.5)$$

sendo

$$v_{\text{NMO}} = \frac{v}{\cos \Phi} \quad (2.6)$$

onde  $t(0)$  é o tempo duplo de afastamento nulo,  $h$  é a metade do afastamento fonte-receptor,  $v$  é a velocidade do meio e  $\Phi$  a inclinação do refletor com relação a superfície. Quando o ângulo  $\Phi$  tende para zero, vemos que a equação 2.5 se reduz à equação comum da correção NMO (2.3); isto significa que na presença de refletores mergulhantes, a velocidade  $v_{\text{NMO}}$  dada pela relação 2.6 permite a correção do evento reflexivo para depois ser empilhado. Por outro lado, na relação 2.6 observa-se que a velocidade  $v_{\text{NMO}}$  é sempre maior que a velocidade de propagação das ondas sísmicas no meio.

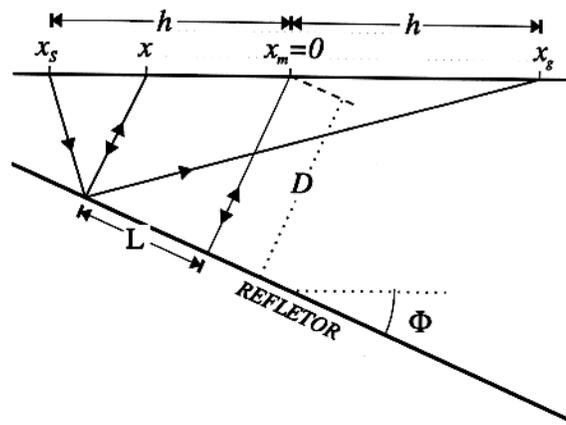


Figura 2.5 - Geometria CMP num meio com velocidade constante e com um refletor inclinado, onde  $L$  é a dispersão do ponto de reflexão medida na direção ascendente do refletor (HALE,1991, adaptado).

#### 2.4.2 Fundamentos da correção DMO

Na geometria da Figura 2.5 mostra-se o problema da dispersão no ponto de reflexão ao longo do refletor mergulhante em subsuperfície. Então, a expressão do deslocamento ou dispersão ( $L$ ) do ponto de reflexão, medido na direção ascendente do refletor inclinado, é dado por (LEVIN, 1971)

$$L = -\frac{h^2}{D} \cos \Phi \sin \Phi \quad (2.7)$$

onde  $h$  é o meio afastamento,  $\Phi$  é o ângulo de inclinação e  $D$  a distância perpendicular do refletor ao ponto médio do afastamento fonte-receptor. Por outro lado, a correção espacial da dispersão do ponto refletor em subsuperfície, é dada pela distância  $x$  medida mergulho acima com relação à posição  $x_m$  onde o CMP é considerado. Assim, o valor de  $x$  pode ser expresso por

$$x = -\frac{h^2}{D} \sin \Phi \quad (2.8)$$

Portanto, a correção DMO deve deslocar o evento de reflexão registrado com afastamento não nulo (na seção CMP), a distância  $x$  na direção ascendente do refletor mergulhante; dessa forma, posteriormente, o dito evento será empilhado com outros eventos de reflexão que tenham o mesmo ponto de reflexão.

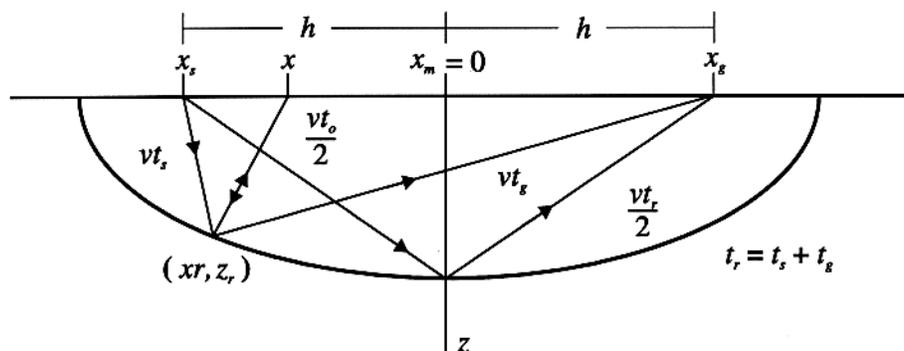


Figura 2.6 - Refletor elíptico (hipotético) num meio com velocidade constante ( $v$ ), correspondente a um impulso registrado sob um particular semi-afastamento  $h$  (HALE, 1991, adaptado).

Na verdade, a correção DMO além do deslocamento espacial também envolve deslocamento temporal, sendo ambos deslocamentos dependentes do ângulo de mergulho do refletor, o qual é em geral desconhecido. Um melhor esclarecimento deste problema é conseguido quando a correção DMO é vista no domínio de afastamento comum. Então, se assumirmos que num traço de uma seção com afastamento comum tem-se um único evento impulsivo, a forma do refletor que poderia gerar esta resposta impulsiva é uma elipse (Figura 2.6), descrita em HALE (1991) pelas seguintes equações;

$$\frac{x_r^2}{a^2} + \frac{z_r^2}{b^2} = 1 \quad (2.9)$$

com

$$a = \frac{vt_r}{2} = \left( \frac{v^2 t_n^2}{4} + h^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

e

$$b = \left( \frac{v^2 t_r^2}{4} - h^2 \right) = \frac{vt_n}{2}$$

onde  $t_r$  é o tempo de trânsito fonte-refletor-geofone, e  $t_n$  é o tempo do evento impulsivo depois da correção NMO, cuja expressão é

$$t_n = \left( t_r - \frac{4h^2}{v^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.10)$$

A partir das relações paramétricas da elipse ( $x_r = a \cos \phi$ ,  $z_r = b \sin \phi$ ), e tomando em conta a expressão da condição para a trajetória do raio com afastamento nulo em qualquer ponto da elipse de reflexão, obtém-se a equação do elipse DMO (Figura 2.7)

$$\frac{t_0^2}{t_n^2} + \frac{x^2}{h^2} = 1 \quad (2.11)$$

A equação acima, descreve o mapeamento do evento impulsivo, considerado antes, em uma seção de afastamento comum, que estará situado em algum ponto sobre a elipse DMO de resposta ao impulso; transformando-se, dessa maneira, um evento impulsivo com afastamento não nulo ao domínio de afastamento nulo.

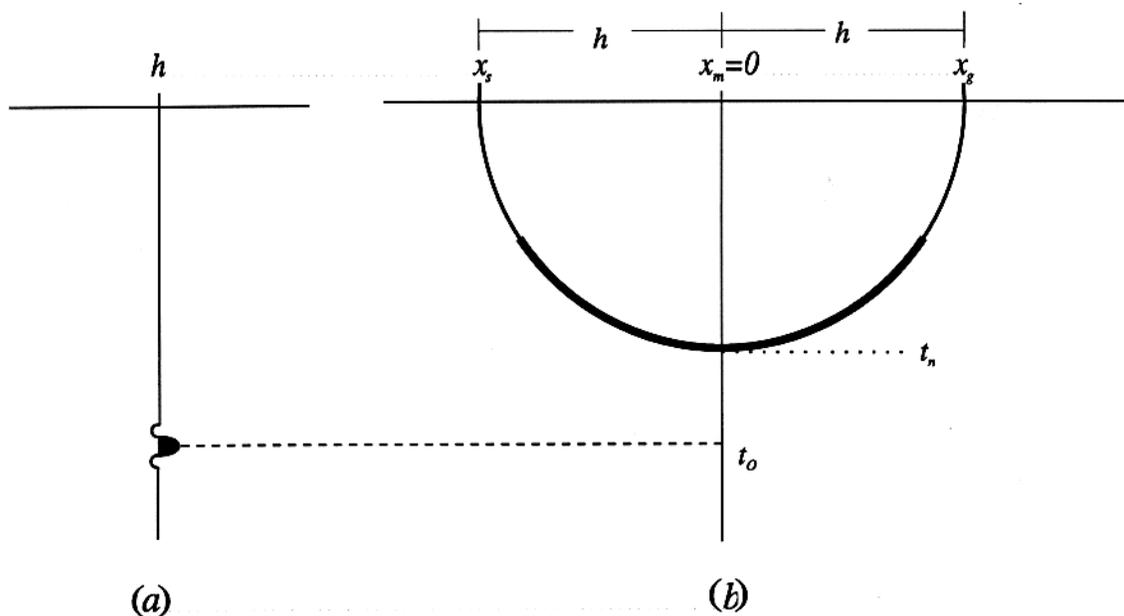


Figura 2.7 - Resposta do operador DMO a um impulso em uma seção de afastamento comum: (a) Traço registrado com um dado afastamento. (b) Elipse DMO, resultado do mapeamento do evento impulsivo numa seção com afastamento nulo.

Cada ponto ao longo da elipse DMO corresponde a um refletor com mergulho diferente, onde a relação com a inclinação medida sobre esta elipse (no domínio de afastamento nulo) é representada por

$$\frac{dt_0}{dx} = \frac{2 \sin \Phi}{v} \quad (2.12)$$

O primeiro membro desta expressão pode ser derivado a partir da equação 2.11, obtendo-se assim

$$\frac{dt_0}{dx} = -\frac{t_0 x}{h^2 - x^2} \quad (2.13)$$

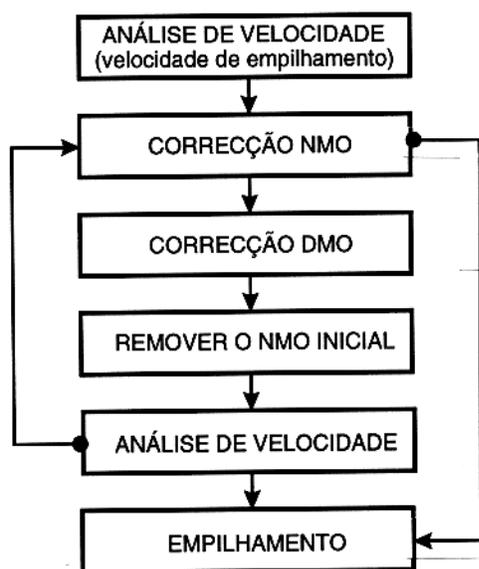


Figura 2.8 - Fluxograma de aplicação da correção DMO (DEREGOWSKI, 1985, adaptado)

logo, igualando as duas últimas expressões tem-se

$$x^2 - \frac{vt_0}{2 \sin \Phi} x - h^2 = 0 \quad (2.14)$$

sendo esta, a expressão do operador DMO. Desta forma, comprova-se que a elipse DMO satisfaz a equação do operador DMO, que desloca (uma distância  $x$ ) a energia refletida por um refletor com qualquer inclinação em seções com afastamento comum; assegurando, assim, que as ditas reflexões correspondam a um mesmo ponto de reflexão nas seções com ponto médio comun.

### 2.4.3 Fluxograma de aplicação e limitações das correções dinâmicas

O método de correção DMO foi desenvolvido para ser aplicado em seções já corrigidas de NMO; isto significa que os dados corrigidos de NMO recebem a correção de DMO para reduzir (ou eliminar) os efeitos dos mergulhos nas velocidades de empilhamento. Na Figura 2.8 mostra-se um fluxograma de aplicação destas correções dinâmicas que é amplamente utilizado na prática.

Conforme mostrado no fluxograma, a correção DMO devido a ser um processo posterior à correção NMO, além das próprias limitações, carrega também das limitações desta última e das restrições impostas pelas aproximações geométricas envolvidas. As seguintes são algumas

das limitações de ambas correções: (1) desconsideração da variação da amplitude das reflexões em função da variação do ângulo de reflexão, (2) Alongamento do sinal devido à variação não linear da correção NMO com relação ao tempo de referência da seção de afastamento nulo, (3) forte dependência no resultado do empilhamento horizontal com relação à escolha das velocidades para a correção NMO e a forte restrição a pequenos afastamentos fonte-receptor, (4) dispersão do ponto reflexão em meios com refletores inclinados, o qual discorda do conceito CDP, (5) devido ao fato de que a correção DMO foi desenvolvida com base na suposição de um meio de velocidade constante, a limitação mais séria desta correção consiste na sua incapacidade de manipular dados de meios com gradientes laterais de velocidade.

Portanto, o empilhamento convencional CMP, baseado nas correções dinâmicas, quando é aplicado em meios com fortes variações de velocidades (i.e., em meios com geologia complexa) não produz resultados satisfatórios ou resulta ser inapropriado.

Como foi mencionado no primeiro capítulo, com o objetivo de desenvolver um método alternativo para a obtenção da seção de afastamento nulo, aplicável nesse tipo de meios complexos onde o método convencional não dá bons resultados, foi proposto o método de empilhamento sísmico denominado **Empilhamento pela composição de ondas planas**, cuja formulação matemática, algoritmo e aplicação, serão abordados nos próximos capítulos.

### 3 - DECOMPOSIÇÃO DO CAMPO DE ONDA EM ONDAS PLANAS

Como está mencionado em TREITEL et al. (1982), a expansão de uma onda esférica harmônica como uma superposição de ondas planas monocromáticas homogêneas e inhomogêneas, foi formulada por mais de um autor; não obstante, uma revisão dessa teoria é encontrada em BÂTH & BERKHOUT (1984), onde a solução é dada como a integral de Sommerfeld para ondas esféricas.

Segundo a formulação citada antes, pode-se imaginar um campo de onda esférico como aquele constituído pela superposição de uma infinidade de ondas planas. Sendo assim, neste capítulo, trataremos da decomposição do campo de onda esférico em suas ondas planas constituintes. Para esse fim, considera-se um semi-espço inferior constituído por uma pilha de camadas horizontais, onde se supõe a propagação de uma onda esférica compressional, gerada numa fonte pontual situada na origem do sistema de coordenadas  $(x, y, z)$ . Dessa forma, a onda esférica que se propaga no semi-espço inferior, será refletida nas interfaces das camadas e posteriormente registrada por um arranjo de detectores situado no plano  $x - y$  (em  $z = 0$ ); obtendo-se, dessa forma, sismogramas de fonte comum. A decomposição em ondas planas deste tipo de sismogramas pode ser realizada por mais de um método (TREITEL et al., 1982), no entanto, pela aplicação no presente trabalho, focalizamos nossa atenção ao método de empilhamento oblíquo (*slant stack*), como um processo de decomposição do campo de ondas em ondas planas. Uma numerosa lista de trabalhos sobre o empilhamento oblíquo e suas aplicações é referida em YILMAZ (1987).

A seguir, previamente a abordagem sobre os fundamentos físicos e formulação matemática do empilhamento oblíquo, apresenta-se uma revisão teórica sobre a síntese de ondas planas a partir da superposição dos campos de onda esféricos, gerados por fontes pontuais impulsivas distribuídas num plano horizontal, isto com o propósito de mostrar a possibilidade de simular a propagação de ondas planas a partir de dados de fontes pontuais.

### 3.1 SÍNTESE DE ONDAS PLANAS A PARTIR DA SUPERPOSIÇÃO DOS CAMPOS DE ONDAS DE FONTES PONTUAIS

Sabe-se que o princípio de Huygens é importante para o entendimento da propagação de ondas; o mesmo expressa que todos os pontos sobre uma frente de onda podem ser considerados como novas fontes de ondas, onde o envoltório dessas novas frentes de onda, definem a posição da onda primária num tempo posterior. A aplicação deste princípio permite que, a partir da superposição de inumeráveis frentes de ondas esféricas geradas por fontes pontuais, resulte a propagação descendente de uma frente de onda composta, cuja forma dependerá da sincronização na ativação das fontes pontuais e naturalmente das características do meio.

Num meio homogêneo isotrópico, com geometria 3D, uma onda plana pode ser gerada pela superposição de inumeráveis frentes de ondas esféricas, geradas a partir de um plano horizontal; por exemplo, ativando simultaneamente as fontes pontuais localizadas no plano horizontal, obteremos como resultado a propagação descendente de uma onda plana vertical. Esta afirmação, matematicamente, pode ser demonstrada partindo da expressão da equação da onda para o meio homogêneo isotrópico. Isto é, se  $S(\vec{x}, t)$  (onde  $\vec{x} = (x, y, z)$ ) representa a função potencial, então a equação da onda pode ser expressa na forma

$$\left(\frac{1}{v^2}\partial_{tt} - \Delta\right)S(\vec{x}, t) = q(\vec{x}, t) \quad (3.1)$$

onde o segundo membro representa a fonte pontual, expressa por

$$q(\vec{x}, t) = \delta(x - \xi)\delta(y - \eta)\delta(z)\delta(t) \quad (3.2)$$

cuja localização é dado pelo vetor  $\vec{\xi} = (\xi, \eta, \zeta = 0)$ .

Agora, com base na solução geral da equação da onda, para um impulso aplicado na origem do sistema de coordenadas e no tempo  $t = 0$  (ACHENBACH, 1973; AKI & RICHARDS, 1980); pode-se encontrar que a solução da equação 3.1, com a fonte localizada em um ponto do plano  $(x, y)$  (em  $z = 0$ ), é dada pela seguinte expressão

$$S(\vec{x}, \vec{\xi}, t) = \frac{1}{4\pi |\vec{x} - \vec{\xi}|} f\left(t - \frac{|\vec{x} - \vec{\xi}|}{v}\right) \quad (3.3)$$

onde  $|\vec{x} - \vec{\xi}| = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{1}{2}}$ , e  $v$  é a velocidade do meio. Se  $f(t)$  é a função delta aplicada em  $t = 0$  (isto é,  $f(t) = \delta(t)$ ), a solução torna-se

$$g(\vec{x}, \vec{\xi}, t) = \frac{1}{4\pi |\vec{x} - \vec{\xi}|} \delta\left(t - \frac{|\vec{x} - \vec{\xi}|}{v}\right) \quad (3.4)$$

A equação acima é chamada função de Green para um domínio ilimitado. Em termos físicos, esta expressão, representa o campo de onda num tempo  $t$  e no ponto de observação  $\vec{x}$ ; devido a uma fonte impulsiva aplicada no tempo  $t=0$  e localizada no ponto  $(\xi, \eta, \zeta = 0)$ . Portanto, se assumirmos uma distribuição de fontes impulsivas pontuais num plano horizontal, o campo de onda resultante pode ser obtido pela soma dos efeitos devido a cada porção elementar de fonte, ou seja, pela superposição linear da solução 3.3, expressa por (ADLER, 1993)

$$S_v(\vec{x}, t) = \int d\xi \int d\eta g(\vec{x}, \vec{\xi}, t) = \frac{v}{2} G\left(t - \frac{|z|}{v}\right) \quad (3.5)$$

sendo  $S_v(\vec{x}, t) = \frac{v}{2} G\left(t - \frac{|z|}{v}\right)$  a função de Green unidimensional, que representa uma onda plana com propagação vertical, obtida como resultado da síntese de uma quantidade infinita de ondas esféricas.

As ondas planas que se propagam com certo ângulo em relação à vertical, podem ser geradas através da ativação sequencial das fontes pontuais impulsivas, isto é, segundo um incremento linear de tempo, dada pela seguinte função

$$\tau(\xi, \eta) = p_x \xi + p_y \eta \quad (3.6)$$

onde  $p_x$  e  $p_y$  são os componentes horizontais do vetor vagarosidade ( $\vec{p}$ ). Então, a expressão da fonte pontual torna-se

$$q(\vec{x}, t) = \delta(x - \xi) \delta(y - \eta) \delta(z) \delta(t - \tau(\xi, \eta)) \quad (3.7)$$

Portanto, a propagação descendente da onda plana inclinada é novamente obtida como resultado da integração dos campos de ondas esféricos gerados sequencialmente, cuja solução é a seguinte (ADLER, 1993)

$$S_{in}(\vec{x}, t) = \frac{\theta(t - \vec{p} \cdot \vec{x})}{2\sqrt{\frac{1}{v^2} - p_x^2 - p_y^2}} \quad (3.8)$$

sendo  $\frac{1}{v^2} - p_x^2 - p_y^2 > 0$ , restringindo-se com isto à propagação de ondas planas homogêneas. Por outra parte, os valores do vetor vagarosidade ( $\vec{p}$ ) que é normal à frente de onda plana e do ângulo de propagação da onda plana ( $\alpha$ ), podem ser obtidos pelas seguintes relações:

$$\vec{p} = p_x \vec{e}_x + p_y \vec{e}_y + \sqrt{\frac{1}{v^2} - p_x^2 - p_y^2} \vec{e}_z \quad (3.9)$$

$$p_z = \sqrt{\frac{1}{v^2} - p_x^2 - p_y^2} = \frac{\cos \alpha}{v} \quad (3.10)$$

No apêndice B apresenta-se com certo grau de detalhe o desenvolvimento das soluções sobre a síntese da onda plana vertical e das ondas planas inclinadas. A restrição da anterior análise para um meio com geometria 2-D, implica na disposição das fontes impulsivas ao longo de um perfil de linha reta, sendo esta situação a ser analisada no seguinte item.

### 3.2 ASPECTOS FÍSICOS DA GERAÇÃO DE ONDAS PLANAS EM 2-D

BORTFELD et al. (1960) apresentaram um dos primeiros trabalhos, com aplicação na sísmica de exploração, sobre a utilização de um campo de onda resultante da superposição das frentes de ondas esféricas, geradas a partir de fontes pontuais distribuídas sistematicamente ao longo de um perfil linear reto.

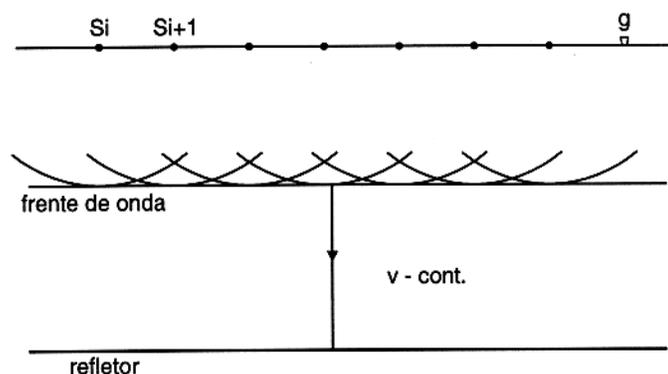


Figura 3.1 - Dispositivo constituído por um detector (triângulo) e muitas fontes (pontos pretos). A ativação simultânea das fontes, produz a propagação descendente de uma frente de onda composta, equivalente a uma onda plana.

Esta frente de onda sintética pode ser obtida a partir do experimento esquematizado na Figura 3.1; onde se tem um arranjo constituído por um detector e várias fontes pontuais. Conforme está representado, quando as fontes são ativadas simultaneamente, depois de um certo tempo de propagação ocorre uma interação mútua entre as frentes de ondas esféricas, onde as interferências laterais são anuladas; resultando, dessa forma, a propagação descendente de uma frente de onda composta. Na realidade, a superposição dessas frentes de ondas esféricas produz como resultado uma frente de onda aproximadamente cilíndrica; que no caso de uma distribuição infinita de fontes pontuais e com separação infinitesimal entre elas, produzir-se-ia uma frente de onda cilíndrica. Por conseguinte, devido à distância de separação entre as fontes e ao tamanho limitado do arranjo, este tipo de experimento estará sujeito a falseamento (*aliasing*) e efeitos de borda (SCHULTZ & CLAERBOUT, 1978).

No entanto, com fins práticos, a frente de onda composta obtida pelo experimento descrito acima, considera-se como equivalente a uma onda plana vertical.

Por outro lado, para conseguir a propagação de uma frente de onda composta com um determinado ângulo com respeito à vertical, deve-se ativar as fontes consecutivamente, a partir de um dos extremos do arranjo (Figura 3.2a); ou seja, com um atraso de tempo constante entre fontes adjacentes. Assim como foi descrito anteriormente, da superposição das frentes de onda esféricas é sintetizada uma frente de onda composta, que também considera-se como equivalente a uma onda plana inclinada; embora esta tenha uma forma aproximadamente cônica. Segundo a geometria da Figura 3.2b, o ângulo de propagação da onda plana pode ser calculado com base no tempo com o qual a frente de onda gerada em  $S_i$  atinge o ponto A, instante em que a fonte  $S_{i+1}$  também deve ser ativada. Então, este ângulo pode ser obtido da seguinte relação

$$\sin \theta = \frac{\Delta t}{\Delta x} v \quad ; \quad C_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v}{\sin \theta} \quad (3.11)$$

sendo  $C_x$  a velocidade horizontal de fase, conforme à qual a localização da fonte deve mudar. Em outras palavras,  $C_x$  é a velocidade com a qual a frente de onda se propaga a distância  $\Delta x$  ao longo do eixo  $x$  (ou linha sísmica), no incremento de tempo  $\Delta t$ .

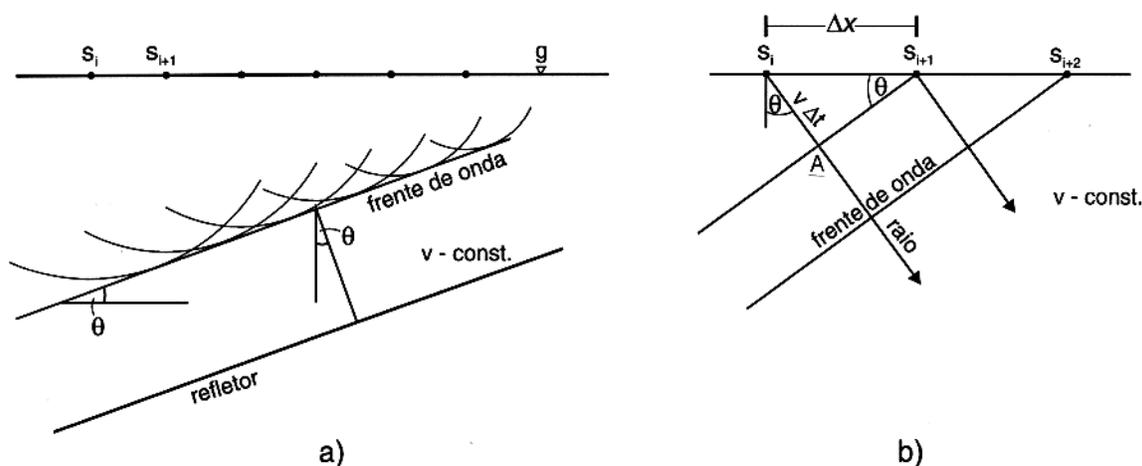


Figura 3.2 - (a) Geração de uma onda plana descendente inclinada, cujo ângulo é controlado pelo atraso do tempo na ativação das fontes. (b) Esquema para o cálculo do atraso de tempo entre fontes consecutivas.

Em um meio constituído por camadas estratificadas horizontalmente, uma onda plana se propaga mudando sua direção em cada interface; isto significa que seu ângulo de propagação é diferente em cada camada. Esta mudança do ângulo de propagação da onda plana se produz conforme à *lei de Snell*; também chamado, por essa causa, como onda de Snell (CLAERBOUT, 1985). Por conseguinte, o ângulo de propagação pode ser controlado pelo

valor do parâmetro de Snell  $p$  (ou parâmetro do raio), dado por

$$p = \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{\sin \theta}{v} \quad (3.12)$$

sendo  $p$  constante através de toda a trajetória da onda plana.

A fim de estudar a decomposição do campo de onda esférico, consideremos o experimento representado na Figura 3.3a, onde a onda plana descendente, produto da superposição das ondas esféricas, é refletida e posteriormente registrada por um receptor na superfície. Pode-se dizer, que esse processo de superposição significa realizar uma somatória ao longo do eixo das fontes com referência à localização do receptor.

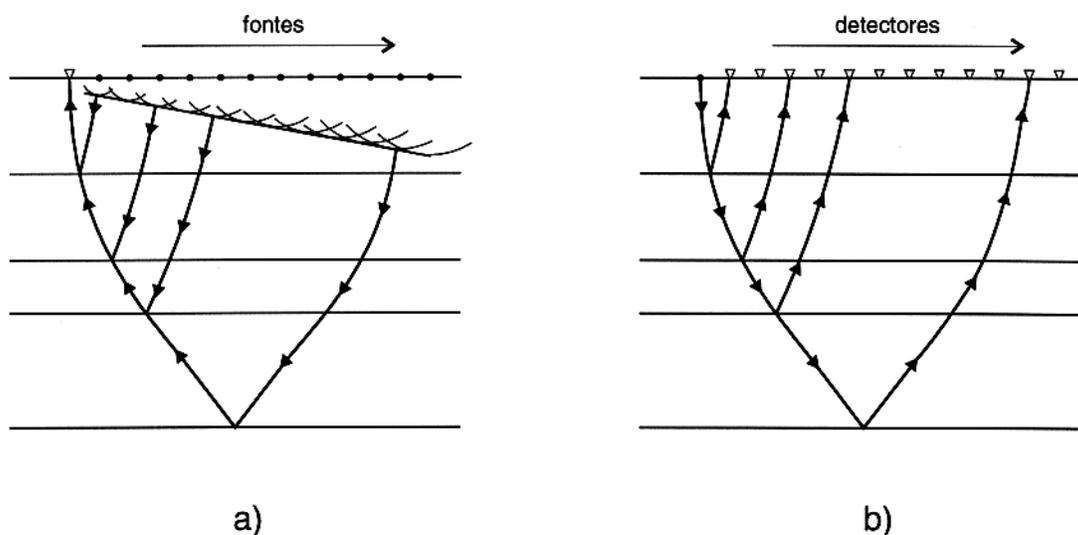


Figura 3.3 - Meio constituído por uma pilha de camadas homogêneas e horizontais. (a) Onda plana com ângulo de inclinação determinado pelo valor de  $p$  e que é registrada por um detector. (b) Aplicação do princípio de reciprocidade no experimento (a), onde as trajetórias dos raios que tem o mesmo valor de  $p$  correspondem a um traço no domínio das ondas planas .

Se aplicarmos o princípio de reciprocidade no experimento da Figura 3.3a, resultaria a situação mostrada na Figura 3.3b; onde para obter a mesma resposta da onda plana considerada na Figura 3.3a, a somatória, tomando em conta o valor de  $p$  da dita onda plana, deve ser efetuada ao longo do eixo dos receptores e com respeito à localização da fonte. De acordo com a Figura 3.3b, pode-se concluir mencionando que com uma distribuição densa de receptores, seria registrado um maior número de ondas planas.

### 3.3 EMPILHAMENTO OBLÍQUO

Lembramos que no item anterior foi mostrado que, a partir do arranjo da 3.3b, pode-se conseguir um sismograma equivalente ao registrado no experimento da 3.3a; portanto, também é possível obter outros sismogramas considerando diferentes ondas planas, ou seja, para diferentes valores do parâmetro do raio ( $p$ ). Esta operação é conhecida como decomposição do campo de onda esférico (ou na prática da seção sísmica de fonte comum) em suas correspondentes ondas planas; a mesma que é realizada pela somatória das amplitudes dos traços da seção sísmica, através de linhas retas cujas inclinações são dadas pelo valor do parâmetro do raio ( $p = \frac{\Delta t}{\Delta x}$ ). Esta somatória pode ser representada como

$$S(p, \tau) = \sum_x P(x, \tau + px) \quad (3.13)$$

Este processo de decomposição do campo de onda, chamado empilhamento oblíquo ou *slant stack*, também pode ser realizado pela aplicação da correção de sobretempo linear (*linear moveout* - LMO), definida pela relação  $\tau = t - px$ , que transforma todos os eventos que são tangentes à linha com inclinação  $p$ , no domínio  $t - x$ , como eventos horizontais, no domínio  $\tau - x$ , (Figuras 3.4a-b). Uma posterior soma horizontal ao longo do eixo  $x$  converte a seção corrigida em um único traço (Figura 3.4c), transformando-o para o domínio  $\tau - p$  (ou domínio das ondas planas).

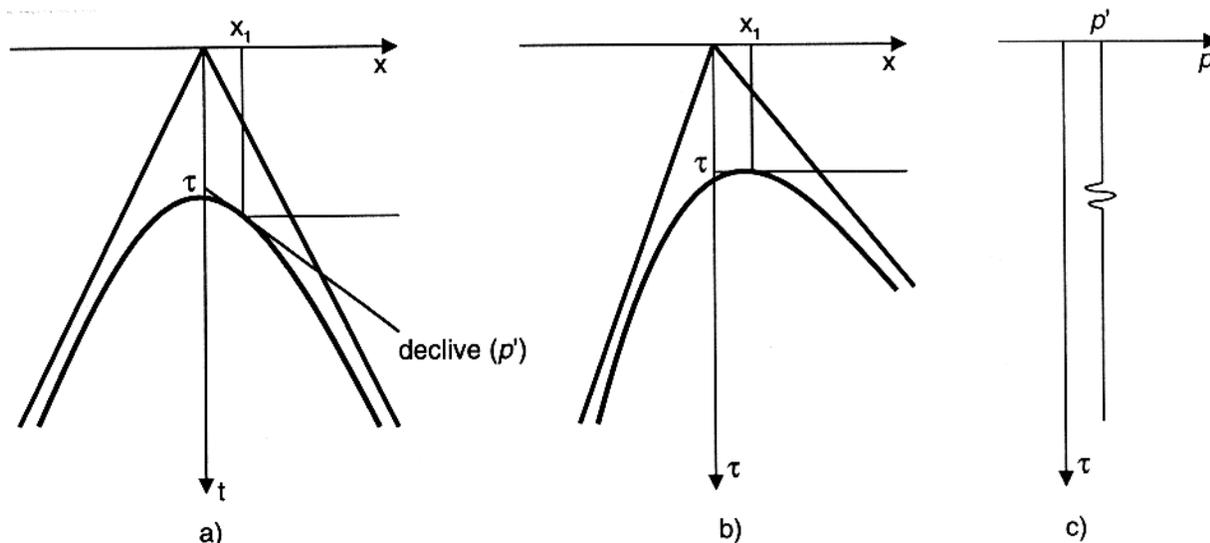


Figura 3.4 - Visão esquemática do processo de empilhamento oblíquo. (a) Seção sísmica ( $t - x$ ), onde linha inclinada com declive  $p$  é tangente a hipérbole de reflexão. (b) Correção LMO que horizontaliza a parte tangencial mostrada em (a). (c) Traço no domínio  $\tau - p$ , resultado da somatória, seja esta, através da linha inclinada (a) ou horizontal (b).

Segundo o processo descrito acima, para um certo valor de  $p$ , com o empilhamento oblíquo buscam-se nos eventos hiperbólicos os locais onde estes são tangentes à linha com declive  $p$ . Na seção com LMO corrigido, esses locais tangenciais buscados serão todas aquelas partes horizontalizadas dos eventos de reflexão. Assim, a soma seja esta inclinada ou horizontal receberá a maior contribuição da zona tangencial, sendo desprezível o aporte dos outros eventos que são atravessados pela trajetória de integração.

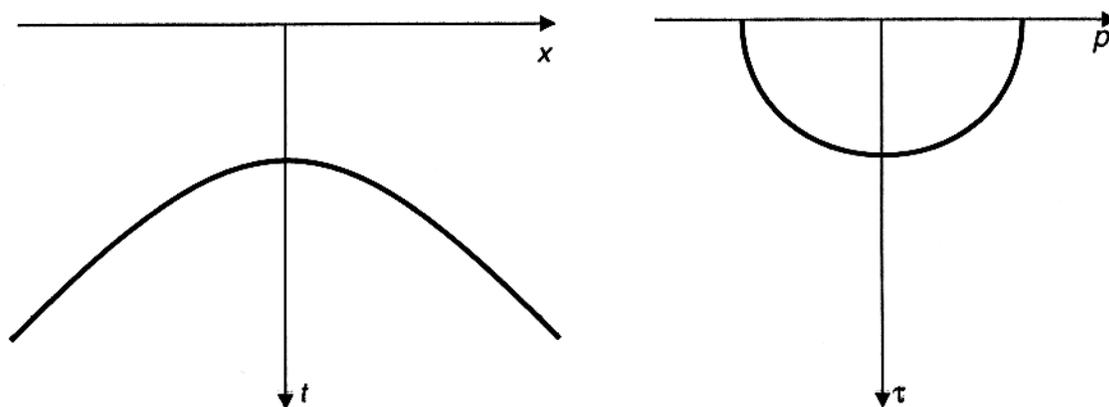


Figura 3.5 - Transformação da hipérbole de reflexão do domínio  $t - x$  (esquerda), para uma elipse no domínio  $\tau - p$  (direita).

Conforme mostrado na Figura 3.5, quando se aplica o empilhamento oblíquo para todos os possíveis valores de  $p$ , nos quais o campo de onda pode ser decomposto, as hipérboles de reflexão da seção sísmica, definidas pela equação

$$t^2 v^2 = z^2 + x^2 \quad (3.14)$$

transformam-se em eventos elípticos no domínio  $(\tau - p)$ , sendo descritos pela seguinte equação

$$\frac{\tau^2}{z^2} + p^2 = \frac{1}{v^2} \quad (3.15)$$

### 3.3.1 Formulação matemática do empilhamento oblíquo

Se denotarmos como  $S(x, t)$  o campo de onda no domínio dos afastamentos, o empilhamento oblíquo, matematicamente, é definido como (CLAERBOUT, 1985)

$$\bar{S}(p, \tau) = \int S(x, \tau + px) dx \quad (3.16)$$

Na expressão acima, para diferentes valores constantes de  $p$  e  $\tau$ , a integração é realizada em  $x$ . De forma similar, a reconstrução do campo de onda  $S(x, t)$  a partir de suas correspondentes ondas planas  $\bar{S}(p, \tau)$ , é realizada pelo empilhamento oblíquo inverso, definido pela expressão

$$S(x, t) = rho(t) * \int \bar{S}(p, t - px) dp \quad (3.17)$$

onde

$$rho(t) = -\frac{1}{\pi t^2} \quad (3.18)$$

sendo  $rho(t)$  um filtro que é denominado filtro  $rho$ , cujo equivalente no domínio das frequências é  $|\omega|$  (CLAERBOUT, 1985). Nesta última expressão, além da integração em  $p$ , deve-se realizar a convolução com o filtro  $rho$ , cujo efeito é restaurar as frequências altas que são atenuadas pelo processo de integração.

Por outro lado, o empilhamento oblíquo também pode ser definido no domínio Fourier, envolvendo as seguintes operações. Inicialmente, realiza-se uma dupla transformação de Fourier do campo de onda  $S(x, t)$ , isto é

$$\tilde{S}(k, \omega) = \int \int e^{i(\omega t - kx)} S(x, t) dx dt \quad (3.19)$$

logo, substituindo, na expressão acima, a relação  $k = \omega p$  e aplicando a transformação inversa de Fourier ( $\omega \rightarrow \tau$ ), ou seja

$$\bar{S}(p, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int e^{i\omega\tau} \tilde{S}(\omega p, \omega) d\omega \quad (3.20)$$

obtem-se como resultado a transformação do campo de onda do domínio tempo-espaco ( $S(t, x)$ ) para o domínio dos parâmetros do raio ( $\bar{S}(p, \tau)$ ).

De forma similar, o empilhamento oblíquo inverso também pode ser obtido através das seguintes transformações. Aplicação, na função  $\bar{S}(p, \tau)$  (ou campo de onda no domínio  $\tau - p$ ) uma dupla transformação de Fourier nas variáveis  $\tau$  e  $p$  para  $\omega$  e  $x$  respectivamente, ou seja

$$\tilde{S}(x, \omega) = \frac{|\omega|}{2\pi} \int \int \bar{S}(\tau, p) e^{i\omega\tau} e^{i\omega p x} dp d\tau \quad (3.21)$$

onde  $|\omega|$  é o filtro  $rho$ . Por último, a transformação de Fourier inversa de  $\omega$  para  $\tau$  da função  $\tilde{S}(x, \omega)$ , dada por

$$S(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int e^{-i\omega t} \tilde{S}(x, \omega) d\omega \quad (3.22)$$

produz como resultado a transformação do campo de ondas para o domínio tempo-espaco.

Pode-se finalizar indicando que na seção anterior, a frente de onda composta resultante da superposição das ondas esféricas geradas por um arranjo fontes pontuais situadas ao longo

de uma linha reta, foi considerada como equivalente a uma onda plana, embora a forma real da frente de onda composta seja cilíndrica quando as fontes são ativadas simultaneamente e cônica quando as fontes são ativadas com certo atraso de tempo. Portanto, o empilhamento oblíquo aplicado sob esta suposição não produz uma correta decomposição do campo de onda em ondas planas; no entanto, uma correta decomposição (em 2-D) pode ser conseguida através da aplicação **empilhamento oblíquo correto** (ou *proper slant stack*) que foi desenvolvido considerando um meio estratificado (3-D) com simetria radial (TREITEL et al., 1982). Uma revisão sobre a formulação matemática deste empilhamento oblíquo correto é apresentada no apêndice D.

## 4 - FORMULAÇÃO TEÓRICA DO EMPILHAMENTO PELA COMPOSIÇÃO DE ONDAS PLANAS

Neste capítulo é apresentada uma formulação matemática do método de empilhamento PWC, comparando-se este resultado com a solução da equação da onda acústica a partir da aproximação de Born.

### 4.1 O MODELO DE APROXIMAÇÃO DE BORN

Os modelos geofísicos usados para descrever a propagação de ondas sísmicas em uma, duas ou três dimensões, podem ser acústicos, elásticos ou inelásticos, estando cada um deles associado com uma equação de onda particular, com parâmetros espacialmente variáveis. A teoria do espalhamento aplicada à propagação de ondas sísmicas relaciona a resposta da onda resultante de um determinado campo incidente com os parâmetros que caracterizam o modelo em subsuperfície.

Na próxima seção será usada a aproximação de Born para desenvolver a equação do espalhamento direto que relaciona os dados de superfície com o campo espalhado. A utilização desta aproximação implica adotar suposições sobre a natureza do meio e da onda a ser modelada. A principal suposição a ser assumida é a condição de heterogeneidade fraca, ou seja o contraste de velocidade entre o meio de referência e o espalhador deve ser pequeno. Isto implica que o mapeamento de refletores em subsuperfície a partir dos dados observados é realizado assumindo-se que o contraste de velocidades é fraco; dessa forma, a aproximação de Born aproxima o campo de onda total em subsuperfície pelo campo de onda incidente.

Esta aproximação permite o modelamento unicamente de ondas diretas e reflexões primárias, que correspondem ao primeiro e segundo termos da série de aproximação de Born (WEGLEIN, 1985), sendo evidente que com a omissão dos termos de maior ordem são desprezados outros efeitos físicos. Uma interpretação esquemática da aproximação de Born pode ser observada na Figura 4.1, onde é mostrado um único ponto espalhador. Nesta Figura a onda direta (da fonte ao detector) e a onda espalhada representam ao primeiro e segundo termos da série Born. De outro lado, se definirmos o campo espalhado como sendo o campo de onda total observado menos a onda direta da fonte ao receptor, então por pela aproximação de

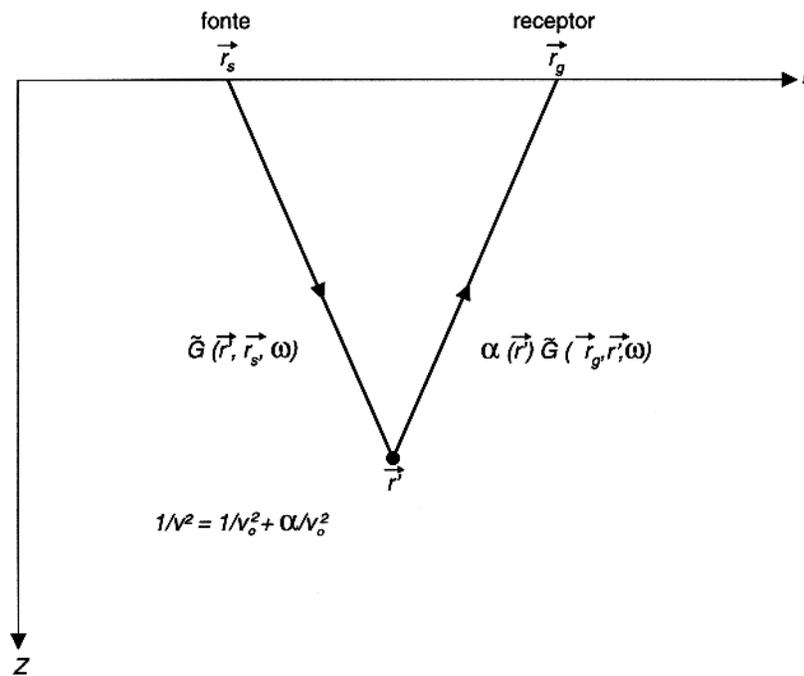


Figura 4.1 - Configuração geométrica de um único ponto espalhador segundo a aproximação de Born, onde  $\tilde{G}$  é a função de Grenn do meio de referencia com velocidade uniforme e  $\alpha$  o índice de refração. Esta onda espalhada modela somente as reflexões primárias.

Born a relação entre os dados de campo e o potencial de espalhamento é dado pelo segundo termo da mencionada serie que corresponde ao campo espalhado (expressão 4.10). Na Figura 4.1 esquematiza-se esta situação, onde é representada unicamente a onda espalhada que modela as reflexões primárias.

## 4.2 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA SEGUNDO A APROXIMAÇÃO DE BORN

Inicialmente, considerando a configuração fonte-receptor em superfície e com base na aproximação de Born, será apresentada a derivação da equação que relaciona as perturbações do meio ao campo espalhado para o caso do afastamento fonte-receptor finito. Posteriormente, devido a ser o alvo no presente trabalho a obtenção da seção de afastamento nulo, a dita equação será reduzida para o caso da configuração com fonte-receptor coincidentes (ou afastamento nulo).

A derivação pode ser iniciada a partir da equação da onda acústica multidimensional com densidade constante. Se  $\vec{r}_s$  e  $\vec{r}$  são os vetores posição da fonte e de um ponto qualquer respectivamente, e  $v(\vec{r})$  a distribuição de velocidade dependente da posição, então a equação

que governa a propagação da onda compressional na região sem fonte é expressa como

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{v^2(\vec{r})} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) P(\vec{r}, \vec{r}_s, t) = 0 \quad (4.1)$$

onde  $t$  é o tempo e  $P = P(\vec{r}, \vec{r}_s, t)$  denota a função da onda de pressão. No caso do meio ser uniforme ou homogêneo, isto é com velocidade constante  $v_0$ , o campo de onda de pressão  $P_{\text{inc}}$  satisfaz

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) P_{\text{inc}}(\vec{r}, \vec{r}_s, t) = 0 \quad (4.2)$$

A velocidade acústica local,  $v(\vec{r})$ , pode ser caracterizada em termos da velocidade do meio homogêneo ou de referência,  $v_0$ , e uma variação no índice de refração,  $\alpha = \alpha(\vec{r})$ , como (WEGLEIN & GRAY, 1983)

$$\frac{1}{v^2(\vec{r})} = \frac{1}{v_0^2} (1 + \alpha(\vec{r})) \quad (4.3)$$

sendo  $\alpha(\vec{r})$  chamado também função objeto do meio (WU & TOKSÖZ, 1987). Por outro lado, se definirmos o campo total,  $P$ , como a soma do campo incidente,  $P_{\text{inc}}$ , mais o campo espalhado,  $P_{\text{sc}}$ ; então, este último pode ser expresso como

$$P_{\text{sc}} = P - P_{\text{inc}} \quad (4.4)$$

Logo, substituindo a expressão 4.3 na equação 4.1 e, conforme a relação 4.4, subtraindo a equação 4.2, obtém-se como resultado

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) P_{\text{sc}}(\vec{r}, \vec{r}_s, t) = \frac{\alpha(\vec{r})}{v_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(\vec{r}, \vec{r}_s, t) \quad (4.5)$$

Aplicando a transformada de Fourier com respeito ao tempo ( $t$ ) em ambos lados da equação 4.5, obtemos

$$\left(\nabla^2 - \frac{\omega^2}{v_0^2}\right) \tilde{P}_{\text{sc}}(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) = \frac{\omega^2}{v_0^2} \alpha(\vec{r}) \tilde{P}(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \quad (4.6)$$

onde

$$\tilde{F}(\omega) = \int F(t) e^{-i\omega t} dt \quad (4.7)$$

representa a transformada de Fourier temporal tanto de  $P_{\text{sc}}(\vec{r}, \vec{r}_s, t)$  como de  $P(\vec{r}, \vec{r}_s, t)$ , onde  $\omega$  é a frequência angular e  $F$  uma função genérica usada para definir a transformada de Fourier.

O segundo membro das equações 4.5 e 4.6, pode ser interpretado como a fonte da onda espalhada, cuja intensidade é controlada pelo contraste de velocidades do meio de referencia e do objeto perturbador. Isto significa que quando a onda incidente se propaga no meio de referencia com velocidade  $v_0$  o valor desta fonte é nula, mas quando esta onda atinge ao ponto espalhador (definido pela distribuição da velocidade  $v(\vec{r})$ ) se produz a geração da onda espalhada, cuja propagação pode-se descrever pelas equações antes referidas.

Considerando a função de Green para o espaço livre  $\tilde{G}(\vec{r}_g, \vec{r}l, \omega)$  que satisfaz a equação da onda homogênea (3-D), onde  $\vec{r}l$  e  $\vec{r}_g$  são, respectivamente, os vetores posição do objeto espalhador e do receptor, a equação 4.6 pode ser invertida por meio da aplicação do teorema de Green (RAZ, 1981; CHENG & COEN, 1984). O resultado é

$$\tilde{P}_{sc}(\vec{r}_g, \vec{r}_s, \omega) = - \int_{\mathbf{v}} \tilde{G}(\vec{r}_g, \vec{r}l, \omega) \frac{\omega^2}{v_0^2} \alpha(\vec{r}l) \tilde{P}(\vec{r}l, \vec{r}_s, \omega) d\vec{r}l \quad (4.8)$$

onde a integração é realizado para todas as posições de  $\vec{r}l$ , ou seja sobre o volume do objeto espalhador. A aproximação de Born para o espalhamento simples que considera o corpo perturbador como sendo uma heterogeneidade fraca, implica realizar na equação 4.8 a substituição do campo real no ponto espalhado,  $\tilde{P}(\vec{r}l, \vec{r}_s, \omega)$ , pelo campo incidente,  $\tilde{P}_{inc}(\vec{r}l, \vec{r}_s, \omega)$ , (i.e.,  $\tilde{P} \approx \tilde{P}_{inc}$ ), ou seja

$$\tilde{P}_{sc}(\vec{r}_g, \vec{r}_s, \omega) = - \int_{\mathbf{v}} k^2 \alpha(\vec{r}l) \tilde{G}(\vec{r}_g, \vec{r}l, \omega) \tilde{P}_{inc}(\vec{r}l, \vec{r}_s, \omega) d\vec{r}l \quad (4.9)$$

onde  $k = \omega/v_0$  é o número de onda do meio de referência. Por outra parte, para o caso de uma fonte de excitação pontual, tem-se que  $\tilde{P}_{inc}(\vec{r}l, \vec{r}_s, \omega) = \tilde{G}(\vec{r}l, \vec{r}_s, \omega)$ ; portanto, a equação 4.9 pode-se reescrever como

$$\tilde{P}_{sc}(\vec{r}_g, \vec{r}_s, \omega) = -k^2 \int_{\mathbf{v}} \tilde{G}(\vec{r}_g, \vec{r}l, \omega) \alpha(\vec{r}l) \tilde{G}(\vec{r}l, \vec{r}_s, \omega) d\vec{r}l \quad (4.10)$$

Dessa forma, a equação acima representa o campo espalhado,  $\tilde{P}_{sc}$ , para um afastamento fonte-receptor finito. Isto significa que o dito campo é medido na posição  $\vec{r}_g$ , e originado quando a onda incidente gerada na posição  $\vec{r}_s$ , incide no corpo espalhador localizado em  $\vec{r}l$ . As funções  $\tilde{G}(\vec{r}_g, \vec{r}l, \omega)$  e  $\tilde{G}(\vec{r}l, \vec{r}_s, \omega)$  são as funções de Green que modelam as ondas diretas entre dois pontos do meio de referência, e  $\alpha(\vec{r}l)$  é a função objeto que pode ser obtida da expressão 4.3.

Devido ao fato de que o processo de empilhamento PWC, apresentado no presente trabalho, foi aplicado em modelos bidimensionais, restringiremos a análise abordada nesta seção à geometria 2-D. Lembremos que no modelo bidimensional, as fontes sísmicas são lineares

e perpendiculares ao perfil transversal do modelo ou ao plano definido pelas coordenadas  $(x, z)$ . Na Figura 4.1 mostra-se a representação em 2-D da aproximação de Born para um único espalhamento em um meio de referencia homogêneo. De acordo com esta figura a onda incidente gerada em  $\vec{r}_s = (x_s, 0)$  é espalhada no ponto  $\vec{r}l = (xl, zl)$  e posteriormente registrada na posição  $\vec{r}_g = (x_g, 0)$ . Assim, as funções de Green para o espaço-livre (meio homogêneo) 2-D, podem ser expressas por (RAZ, 1987)

$$\tilde{G}(\vec{r}_j, \vec{r}l, \omega) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k | \vec{r}_j, \vec{r}l |) \quad (4.11)$$

onde  $H_0^{(1)}(\cdot)$  é a função de Hankel de primeira espécie e ordem zero. O subscrito  $j$  pode corresponder tanto à posição das fontes ( $s$ ) como dos receptores ( $g$ ). A expressão geral da referida função de Hankel é dado por (BÅTH & BERKHOUT, 1984; RÜHL, 1991)

$$H_0^{(1)}(k | \vec{r}_j, \vec{r}l |) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_j}{\gamma_j} e^{i[k_j(x_j - xl) + \gamma_j zl]} \quad (4.12)$$

sendo

$$\gamma_j = \begin{cases} (k^2 - k_j^2)^{\frac{1}{2}} & |k_j| \leq k \\ i(k_j^2 - k^2)^{\frac{1}{2}} & |k_j| > k \end{cases}$$

onde  $k_j$  e  $\gamma_j$  são números de onda horizontal e vertical respectivamente, ambos relacionados à coordenada  $x_j$  do vetor  $\vec{r}_j$ . Portanto, como é de supor, a expressão do campo espalhado para o caso do afastamento finito, no espaço 2-D, será obtida pela substituição na equação 4.10 das funções de Green expressos por (4.11), i.e.

$$\tilde{P}_{sc}(\vec{r}_g, \vec{r}_s, \omega) = -k^2 \int \left[ \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k | \vec{r}_g, \vec{r}l |) \right] \alpha(\vec{r}l) \left[ \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k | \vec{r}_s, \vec{r}l |) \right] d\vec{r}l \quad (4.13)$$

A redução da equação acima, para a configuração de afastamento nulo, significa posicionar o receptor na mesma posição da fonte, ou seja  $\vec{r}_g = \vec{r}_s$ , assim a dita equação reduz-se na forma

$$\tilde{P}_{sc}(\vec{r}_g = \vec{r}_s, \vec{r}_s, \omega) = -k^2 \int \alpha(\vec{r}l) \left[ \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k | \vec{r}_s, \vec{r}l |) \right]^2 d\vec{r}l \quad (4.14)$$

obtendo-se desta forma a expressão que representa o campo espalhado para o afastamento fonte-receptor coincidentes. Levando em conta que  $\vec{r}_s = (x_s, 0)$ , a expressão equivalente à equação 4.14 no domínio número de onda ( $k_s$ ), obtém-se pela aplicação da transformada de Fourier ( $x_s \rightarrow k_s$ ) em ambos lados da referida equação, resultando em

$$\tilde{\tilde{P}}_{sc}(k_s, k_s, \omega) = -k^2 \int \alpha(\vec{r}l) \left\{ \int \left[ \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k | x_s, \vec{r}l |) \right]^2 e^{-ik_s x_s} dx_s \right\} d\vec{r}l \quad (4.15)$$

Por outro lado, substituindo na expressão 4.12 o subscrito  $j$  por  $s$  (posição das fontes), a dita expressão pode-se rescrever como

$$H_0^{(1)}(k | x_s, \vec{r}l) = \frac{1}{2\pi} \int dk_s e^{ik_s x_s} \left\{ \frac{2e^{-i(k_s x_l - \gamma_s z_l)}}{\gamma_s} \right\} \quad (4.16)$$

por último, a partir das equações 4.15 e 4.16, temos que

$$\tilde{P}_{sc}(k_s, k_s, \omega) = \frac{k^2}{4\gamma_s^2} \int \alpha(\vec{r}l) e^{-2i(k_s x_l - \gamma_s z_l)} d\vec{r}l \quad (4.17)$$

Dessa forma, a equação acima representa o campo espalhado para a configuração com afastamento nulo no domínio frequência-número de onda ( $\omega - k_s$ ). Portanto, as equações 4.14 e 4.17 são as expressões equivalentes que relacionam as perturbações do meio com o campo espalhado, para dados de superfície com fonte e receptor coincidentes (ou afastamento nulo).

### 4.3 EMPILHAMENTO PWC NO CONTEXTO DA APROXIMAÇÃO DE BORN

Como será mostrado no próximo capítulo, o processo de empilhamento PWC para a obtenção de uma seção sísmica de afastamento nulo no domínio ( $\tau - p$ ), envolve a aplicação de duas operações principais, que são: Um empilhamento oblíquo ao longo das posições das fontes, seguido por outro empilhamento oblíquo ao longo das posições dos receptores, com a aplicação da condição de que a vagarosidade horizontal do raio no arranjo das fontes ( $p_s$ ) seja a mesma do arranjo dos receptores ( $p_g$ ). Portanto, se representarmos por  $D(x_g, x_s, t)$  os dados (ou sismogramas) onde ( $t$ ) é o tempo,  $x_g$  e  $x_s$  são as posições da fonte e do receptor, respectivamente; então o empilhamento PWC pode ser representado por

$$U(p_g, p_s, \tau) = \int dx_g \int dx_s D(x_g, x_s, \tau + p_g x_g + p_s x_s) \quad (4.18)$$

onde  $p_g = p_s = p$ . Naturalmente, devido a esta condição ( $p_g = p_s$ ) a função  $U(p_g, p_s, \tau)$  pode ser escrita como  $U(p, p, \tau)$ , sendo esta última a função que denota os dados com afastamento fonte-receptor coincidentes no domínio ( $\tau - p$ ). Como mostrado no capítulo 3, a expressão 4.18 incluída a condição antes referida pode ser também expresso por meio da aplicação da transformada de Fourier, isto é

$$U(p_s, p_s, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega e^{i\omega\tau} \int dx_g e^{-i\omega p_s x_g} \int dx_s e^{-i\omega p_s x_s} \tilde{D}(x_g, x_s, \omega) \quad (4.19)$$

onde  $\tilde{D}(x_g, x_s, \omega)$  representa os dados no domínio das frequências, que resulta da transformação de Fourier na variável  $t$  da função  $D(x_g, x_s, t)$  (equação 4.7). Agora, se na expressão

4.19 omitirmos a transformação de Fourier da variável  $\omega$  para  $\tau$ , ou seja

$$U(p_s, p_s, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega e^{i\omega\tau} \tilde{\tilde{D}}(\omega p_s, \omega p_s, \omega)$$

e tomando em conta que  $k_s = \omega p_s$ , então a mencionada expressão (4.19) resulta na expressão

$$\tilde{\tilde{D}}(k_s, k_s, \omega) = \int dx_g e^{-ik_s x_g} \int dx_s e^{-ik_s x_s} \tilde{D}(x_g, x_s, \omega) \quad (4.20)$$

Por outro lado, lembrando-se que para a geometria 2-D, a relação entre os dados observados (ou sismogramas) no domínio frequência angular-espaço ( $\omega - x$ ) e o campo espalhado obtido pela aproximação de Born, pode ser representado pela expressão 4.13. Portanto, substituindo a função  $\tilde{D}(x_g, x_s, \omega)$  da equação 4.20 pela referida expressão 4.13, tem-se que

$$\begin{aligned} \tilde{\tilde{D}}(k_s, k_s, \omega) = & -k^2 \int \alpha(\vec{r}l) \left\{ \int dx_s e^{-ik_s x_s} \left[ \frac{i}{4} H_0^1(k | x_s, \vec{r}l |) \right] \times \right. \\ & \left. \times \int dx_g e^{-ik_s x_g} \left[ \frac{i}{4} H_0^1(k | x_g, \vec{r}l |) \right] \right\} d\vec{r}l \quad (4.21) \end{aligned}$$

Logo, a partir da equação 4.16 pode-se obter a solução da primeira integral dentro das chaves, que é expressa por

$$\int dx_s e^{-ik_s x_s} \left[ \frac{i}{4} H_0^1(k | x_s, \vec{r}l |) \right] = \frac{i e^{-i(k_s x_l - \gamma_s z_l)}}{2 \gamma_s} \quad (4.22)$$

Por analogia, encontra-se que a solução da segunda integral dentro das chaves é também dado pelo segundo membro da expressão 4.22. Portanto, fazendo a substituição do segundo membro da expressão 4.22 em lugar das duas integrais dentro das chaves da equação 4.21, obtém-se como resultado

$$\tilde{\tilde{D}}(k_s, k_s, \omega) = \frac{k^2}{4\gamma_s^2} \int \alpha(\vec{r}l) e^{-2i(k_s x_l - \gamma_s z_l)} d\vec{r}l \quad (4.23)$$

A equação acima, constitui-se na solução da formulação matemática do processo de empilhamento PWC sob o modelo de aproximação de Born. Finalmente, observa-se que a equação 4.23 é idêntica à equação 4.17, conseguindo-se, desta forma, mostrar que o processo de empilhamento PWC produz uma seção sísmica de afastamento nulo.

Por último, quanto à aplicabilidade da aproximação de Born, pode-se mencionar que a restrição sobre a necessidade da mais pequena das perturbações locais (ou condição de heterogeneidade fraca), implica que para meios estratificados são necessários pequenos coeficientes de reflexão, isto significa que em uma interface devem ser cumpridas as condições como;  $|v_1/v_2 - 1| \ll 1$  e  $|1 - v_2^2/v_1^2| \tan^2 \theta \ll 1$ , onde  $v_{1,2}$  denotam as velocidades compressoriais em ambos lados da interface e  $\theta$  é o ângulo de incidência (RAZ, 1981).

## 5 - ALGORITMO DO EMPILHAMENTO PWC

Com base no processo de decomposição do campo de onda esférico em ondas planas por meio do empilhamento oblíquo (Capítulo 3), neste capítulo são apresentados os princípios sob os quais foi desenvolvido o método de empilhamento PWC que produz uma seção de incidência normal (ou de afastamento nulo). O algoritmo de aplicação deste novo método de empilhamento sísmico, será descrito paralelamente à aplicação nos dados gerados a partir de um modelo simples.

### 5.1 FUNDAMENTOS DO EMPILHAMENTO PWC

Para uma explicação do método de empilhamento PWC como também do algoritmo de processamento, considera-se um modelo homogêneo (2-D) com velocidade de  $2500m/s$  e um refletor com inclinação de  $15^\circ$  (Figura 5.1); onde, segundo a técnica convencional de aquisição de dados (técnica CMP), foram geradas 97 seções simétricas de fonte comum ao longo de um perfil linear, com um intervalo entre fontes de  $12.5m$ . Cada seção está composta por 97 traços sísmicos registrados com intervalos de amostragem no espaço e no tempo de  $12.5m$  e  $2ms$  respectivamente.

Na Figura 5.2 mostra-se um esquema da geometria de aquisição dos dados descritos antes, onde  $x_g$  é o eixo dos detectores e  $x_s$ , o eixo das fontes. Conforme representado na Figura 2.2, com base neste sistema de coordenadas são definidas as seções ou famílias de traços de fonte comum e as famílias de receptor comum, sendo nestas últimas seções onde será iniciada a aplicação do método empilhamento PWC. Por outra parte, tomando em conta essas coordenadas, os dados ou sismogramas podem ser representados pela função  $U = U(x_g, x_s, t)$  que é dependente das posições dos receptores e das fontes, e do tempo  $t$ .

Com base nos dados descritos e tomando em conta a geometria do modelo, a seguir se faz a descrição dos princípios básicos sobre os quais está baseado o método de empilhamento PWC. Como no modelo considerado, o ângulo de inclinação do refletor é conhecido, então uma forma direta de obter a seção de incidência normal seria decompondo o campo de onda  $U$  em uma única onda plana que tenha o mesmo ângulo inclinação do refletor. Como ilustrado nas Figuras 5.3 e 5.4, essa decomposição pode ser realizada pela aplicação de um empilhamento oblíquo ao longo do eixo das fontes, ou seja, nas seções de receptor comum; resultando, dessa

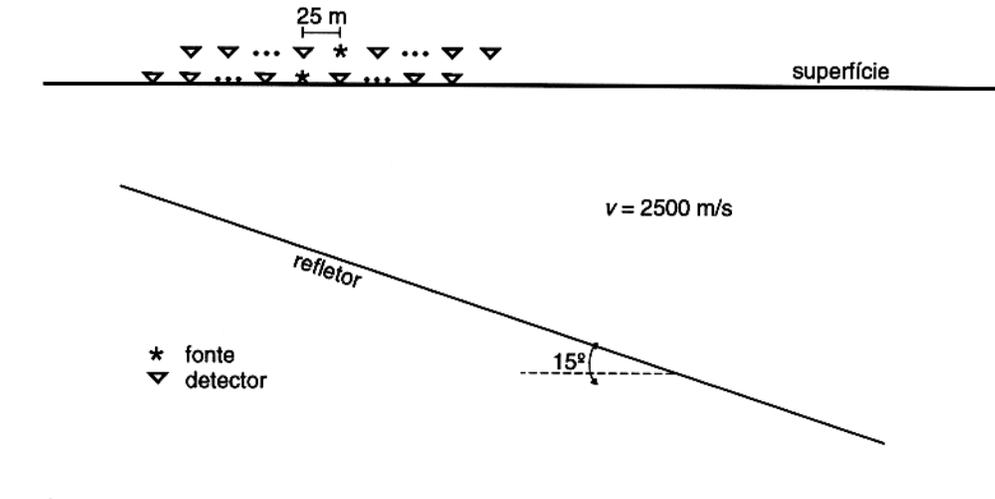


Figura 5.1 - Modelo de velocidade constante com um refletor inclinado. Na linha da superfície esta representado o dispositivo simétrico para a geração das seções de fonte comum

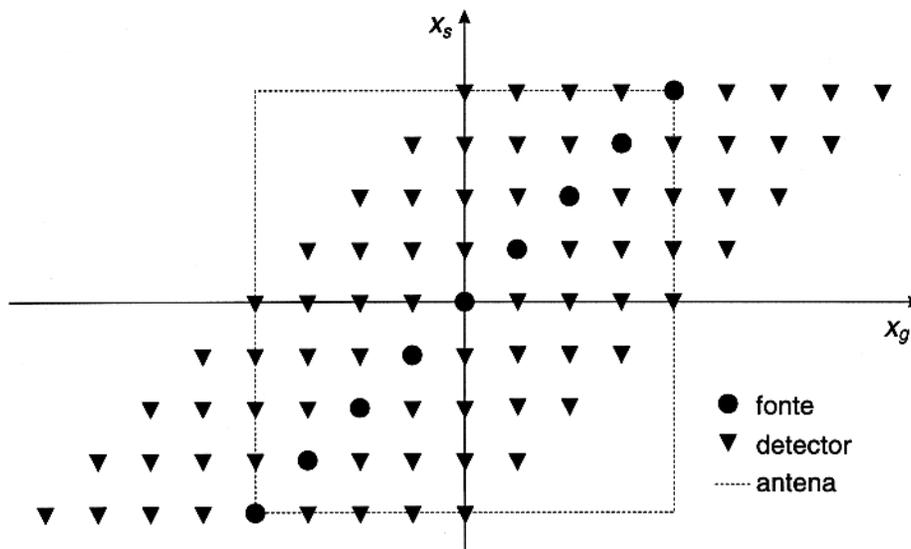


Figura 5.2 - Diagrama da geometria de geração das seções sísmicas (técnica CMP).  $x_g$  e  $x_s$  são as coordenadas dos receptores e das fontes respectivamente.

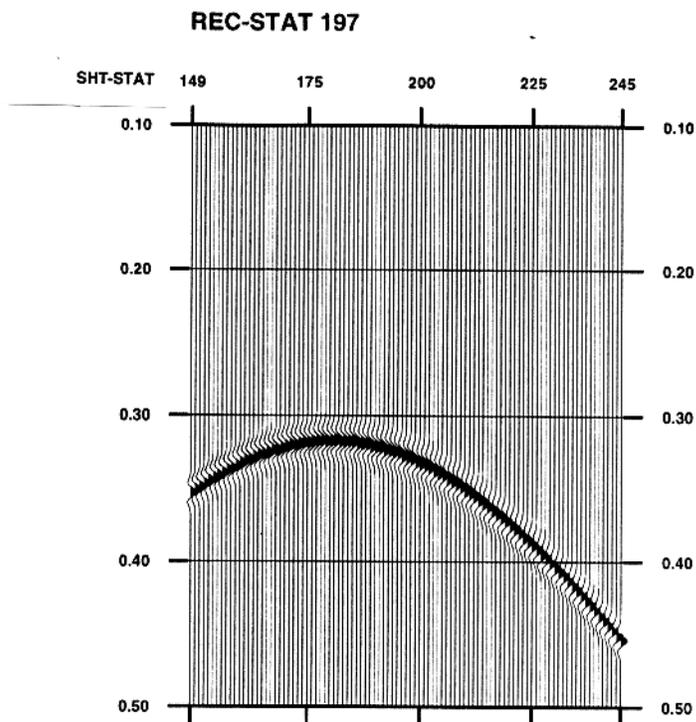


Figura 5.3 - Seção de receptor comum localizado na estação 197.

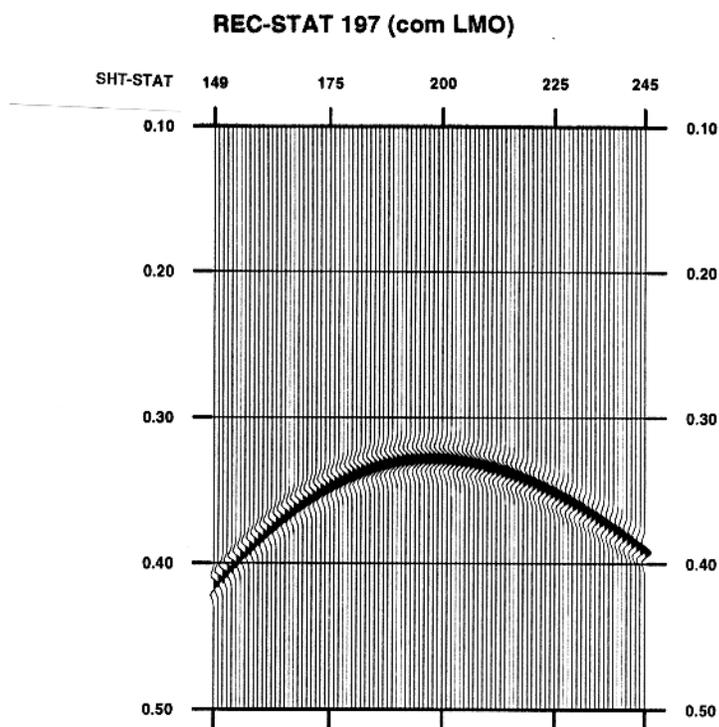


Figura 5.4 - Correção de sobretempo linear (LMO) na seção de receptor comum da Figura 5.3. Isto correspondente a uma etapa do empilhamento oblíquo.

forma, uma seção que é considerada como resposta do meio à dita onda plana (Figura 5.5). Em outras palavras, este processo pode ser entendido como uma simulação da propagação de uma onda plana com o mesmo ângulo do refletor, a partir da decomposição do campo de onda  $U$ ; sendo, porém, a seção da Figura 5.5 a resposta do meio à onda plana de incidência normal, que neste caso particular é diretamente a seção de incidência normal ou de afastamento nulo.

Seguindo a análise anterior, no caso em que o ângulo do refletor não for conhecido, naturalmente a decomposição do campo de ondas em ondas planas deve ser realizada de tal forma a incluir a onda plana que tenha o mesmo ângulo do refletor. No caso extremo, esta decomposição teria que ser realizada considerando ângulos desde  $-90^\circ$  até  $+90^\circ$  e com um incremento do parametro do raio (caracterizado pelo ângulo) que cumpre o teorema de amostragem. Posteriormente, a determinação ou escolha do evento ou onda plana de incidência normal é realizado por meio de outro empilhamento oblíquo aplicado nas seções respostas de ondas planas. Este processo transforma todas as respostas de ondas planas em uma única seção, onde o evento de incidência normal é filtrado e preservado. Finalmente, pela aplicação do processo de empilhamento oblíquo inverso na última seção, reconstrói-se o evento de incidência normal para o domínio tempo-espaço.

## 5.2 ALGORITMO DE APLICAÇÃO DO EMPILHAMENTO PWC

A seguir, com ajuda de um exemplo de aplicação, nos dados gerados a partir do modelo da Figura 5.1, descreve-se em detalhe o procedimento (ou algoritmo) geral para a obtenção da seção de incidência normal pelo método de empilhamento PWC:

1. Com base na expressão 5.1 formulada em PHINNEY & JURDY (1979), e com os parâmetros tais como o tamanho da antena, distância entre receptores consecutivos, velocidade do modelo e a frequência de resolução máxima do sinal, determina-se o incremento ( $\delta p$ ) e o número total de parâmetros do raio ( $p$ ) das ondas planas nos quais o campo de onda ( $U$ ) será decomposto. A mencionada expressão é dada por

$$\delta p \leq \frac{1}{\omega} \frac{2\pi}{X} \quad (5.1)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular de resolução máxima, e  $X$  é o tamanho da antena. Os valores de  $p$  são caracterizados pelos ângulos das ondas planas a serem consideradas.

2. Decomposição do campo de onda em ondas planas pela aplicação do empilhamento oblíquo. Esta decomposição é realizada considerando ondas planas com ângulos de incidência positivos e negativos, de modo a incluir o ângulo de inclinação do refletor

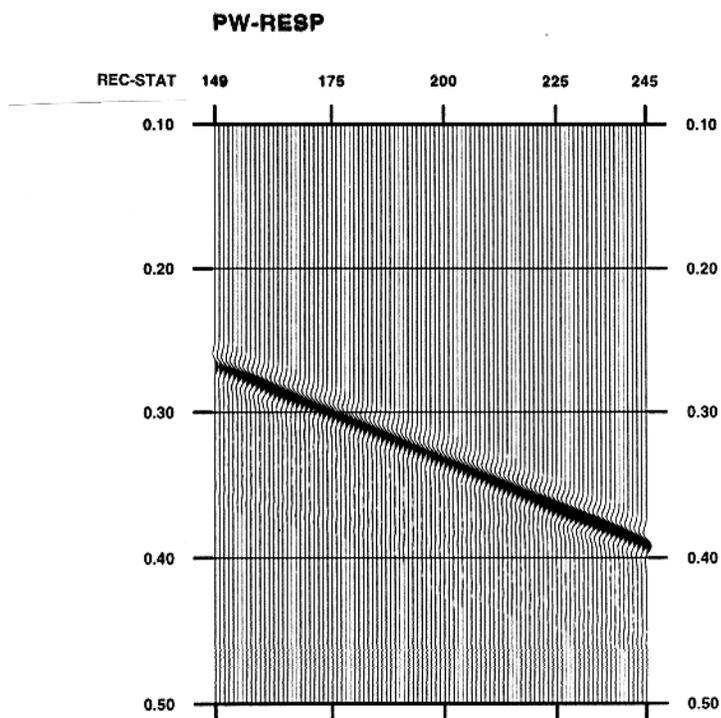


Figura 5.5 - Resposta a uma onda plana que tem a mesma inclinação do refletor, resultado do empilhamento oblíquo nas seções de receptor comum.

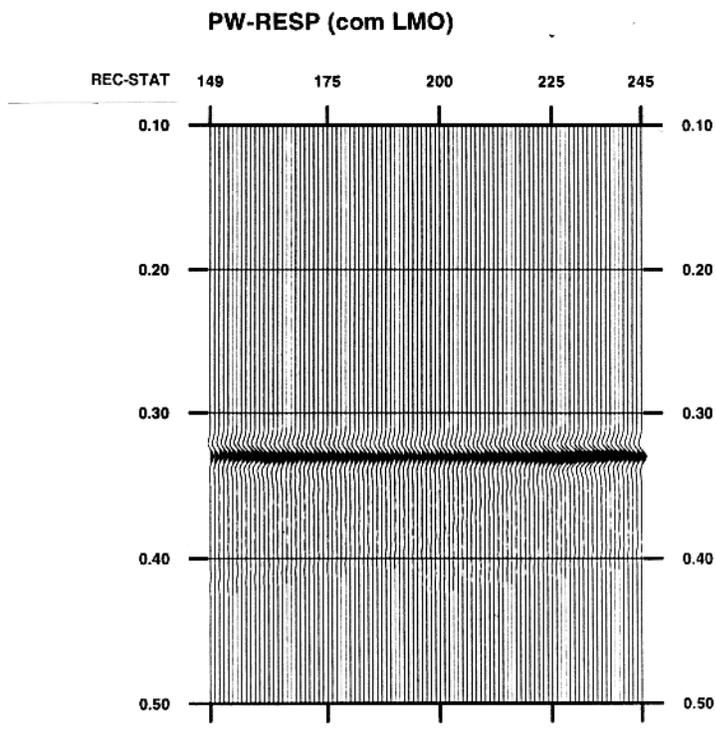


Figura 5.6 - Aplicação da correção LMO na resposta da onda plana da Figura 5.5. Passo intermediário do empilhamento oblíquo desta seção.



considerado. Como indicado anteriormente, nas Figuras 5.3, 5.4 e 5.5 ilustra-se o processo de decomposição do campo de onda por meio do empilhamento oblíquo ao longo do arranjo das fontes para um único valor de  $p$ ; portanto, aqui, este processo é repetido para todos os parâmetros de raios calculados, produzindo-se, dessa forma, as respostas do meio as ondas planas consideradas. Matematicamente este processo é representado pela seguinte expressão

$$U(x_g, p_s, \tau) = \sum_s U(x_g, x_s, t + p_s x_s) \quad (5.2)$$

sendo  $p_s = p$ .

3. Aplicação de outro empilhamento oblíquo ao longo do arranjo dos receptores, ou seja, nas seções (respostas às ondas planas) resultantes do processo anterior. Isto significa realizar um empilhamento oblíquo (com o mesmo valor de  $p$ ) em cada resposta de onda plana. Nas Figuras 5.6 e 5.7 ilustra-se a aplicação deste processo na resposta da onda plana da Figura 5.5. Como mostrado na Figura 5.7 o resultado deste empilhamento oblíquo é um único traço no domínio  $\tau - p$ , portanto, a aplicação deste processo em todas as respostas de ondas planas produz uma seção cujo número de traços é igual ao número de parâmetros dos raios considerados. O resultado deste processo mostra-se na Figura 5.8, que corresponde à seção de incidência normal no domínio das ondas planas (ou domínio  $\tau - p$ ). A expressão matemática que descreve este processo é expresso como

$$U(p, \tau) = \sum_g U(x_g, p_s, \tau + p_g x_g) \quad (5.3)$$

sendo  $p_s = p_g = p$ . Por outra parte, na seção da Figura 5.8 observa-se que somente alguns poucos traços, com valores de parâmetro do raio próximos a  $104\mu s/m$ , têm fortes amplitudes. Estes traços correspondem àquelas ondas planas com incidência normal ou quase normal. Por essa característica, este segundo processo de empilhamento oblíquo pode ser visualizado como um filtro que deixa passar somente aqueles eventos de incidência normal ou muito próximos.

4. Composição das ondas planas pela aplicação do empilhamento oblíquo inverso. Este processo transforma a seção de incidência normal do domínio  $\tau - p$  (Figura 5.8) para o domínio do  $t - x$ , obtendo-se como resultado a seção de incidência normal mostrado na Figura 5.9. A expressão matemática que descreve esta transformação inversa, pode ser escrita como

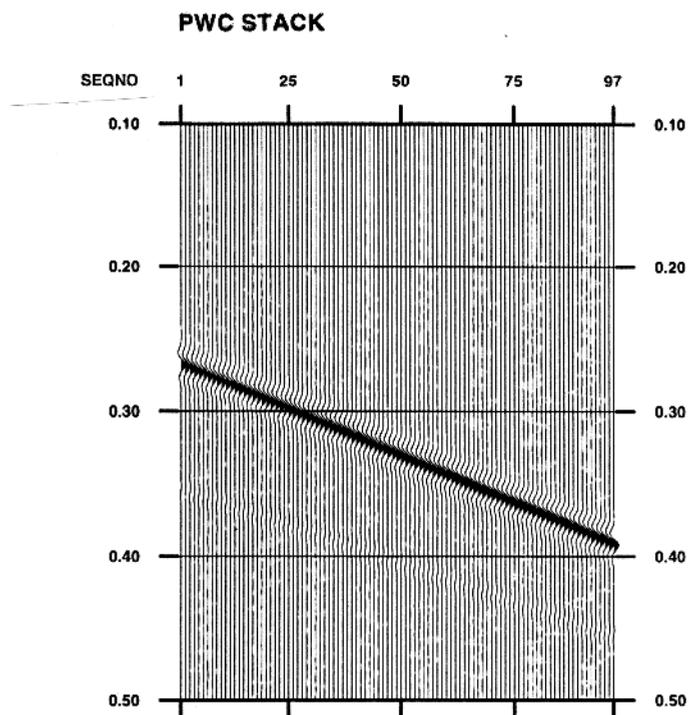


Figura 5.9 - Seção de incidência normal ou afastamento nulo obtido pelo empilhamento PWC.

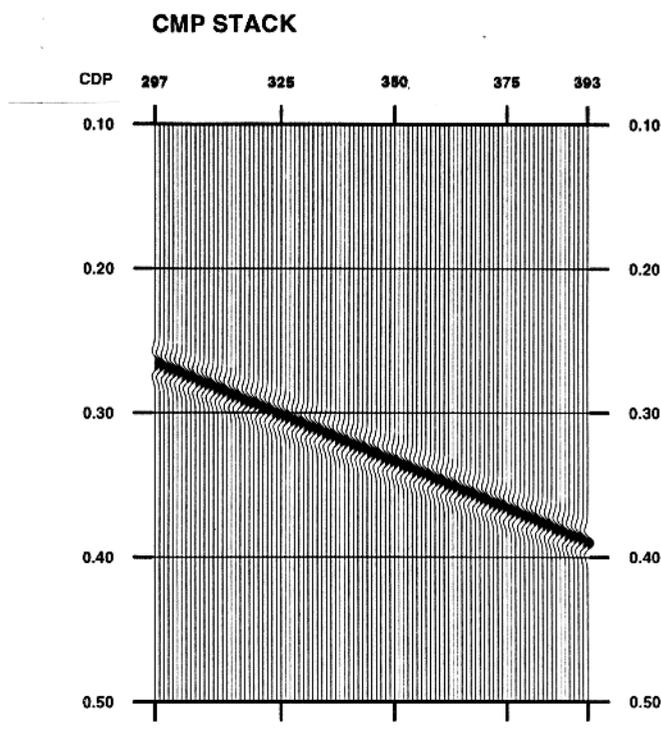


Figura 5.10 - Seção de afastamento nulo obtido pelo método de empilhamento CMP.

$$U(y, t) = \text{rho}(t) * \sum_p U(p, t - py) \quad (5.4)$$

onde  $\text{rho}(t)$  é um filtro que garante a restauração do sinal de entrada e  $y$  define a posição dos traços de afastamento fonte-receptor nulo, no domínio tempo-espaco.

O resultado da Figura 5.9 obtido segundo o procedimento anterior é equivalente à seção resposta da onda plana da Figura 5.5, o qual confirma que o dito procedimento produz uma verdadeira seção de incidência normal. Por outro lado, também, com fins de comparação foi obtido a seção de incidência normal pelo método de empilhamento CMP mostrado na Figura 5.10. Também, neste caso, pode-se observar que as seções resultantes, tanto do empilhamento PWC como do empilhamento CMP são equivalentes; mostrando-se, desta forma, que o procedimento descrito antes pode ser aplicado com sucesso para a obtenção da seção de incidência normal ou de afastamento nulo.

## 6 - APLICAÇÃO DO PROCESSO DE EMPILHAMEN- TO PWC NOS DADOS MARMOUSI

Neste capítulo é apresentado um exemplo de aplicação do método de empilhamento PWC na série de dados Marmousi, correspondentes a um modelo complexo construído com base em um situação geológica real. A fim de comparar a seção de afastamento nulo produzido por esta nova técnica de empilhamento sísmico, foi obtida uma outra seção de afastamento nulo através do processo de empilhamento convencional CMP. Por outra parte, também, com o propósito de avaliar qualitativamente o resultado do processo de empilhamento proposto neste trabalho, as duas seções de afastamento nulo (obtidas pelos empilhamentos PWC e CMP) são migradas no tempo utilizando o mesmo modelo de velocidades. Para a execução de todas as operações ou processos de ambos os métodos de empilhamento e da migração, foi utilizado o programa de processamento sísmico FOCUS v. 4.01.

### 6.1 PROCESSAMENTO DOS DADOS MARMOUSI

A série de dados Marmousi, gerados a partir de um modelo geológico complexo, foi produzido por VERSTEEG (1991) no Instituto Francês de Petróleo, com o objetivo de servir como referência para testes com diferentes técnicas de inversão e imageamento de reflexão sísmica. Nesse sentido, conforme mencionado linhas acima, os dados Marmousi foram processados tanto pelo método de empilhamento PWC proposto neste trabalho, como pelo método de empilhamento CMP.

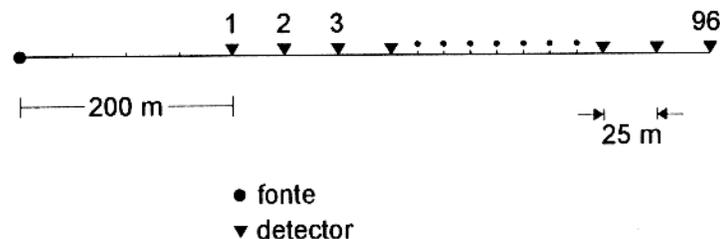


Figura 6.1 - Disposição geométrica usada para geração dos dados Marmousi.

Os dados Marmousi constituem 240 seções sísmicas de fonte comum que foram geradas

segundo a seguinte disposição geométrica: Um total de 240 fontes sísmicas, com um intervalo de 25 metros entre duas fontes consecutivas, foram simulados de oeste para leste, estando a primeira e a última fontes localizadas a 3000 e 8975 metros respectivamente. O arranjo dos receptores, associado a cada fonte, está composto de 96 grupos de hidrofones, com um intervalo entre detectores de 25 metros (Figura 6.1). O afastamento (fonte-detector) inicial é de 200 metros e o afastamento final é de 2575 metros. Uma descrição mais detalhada do modelo e dos dados Marmousi encontra-se no apêndice C deste trabalho.

Conforme os procedimentos ou algoritmos de aplicação dos métodos de empilhamento PWC e CMP, descritos nos capítulos 5 e 2 respectivamente, foram processados por ambos métodos as 240 seções de fonte comum que conformam os dados Marmousi. No fluxograma da Figura 6.2 esquematiza-se cada um dos processos aplicados pelos dois métodos de empilhamento sísmico. Como representado neste fluxograma, antes de começar a aplicação dos processos próprios de ambos métodos de empilhamento, as seções de fonte comum originais com dispositivos não simétricos (Figura 6.3a e c) são convertidas em seções de fonte comum com dispositivos simétricos (Figuras 6.3b e d) por meio da aplicação do *princípio de reciprocidade*. Esta conversão é realizada com a finalidade de diminuir os efeitos de borda e de acrescentar o tamanho da antena considerada no processo de decomposição do campo de onda no método de empilhamento PWC.

Nesse sentido, com o propósito de fornecer uma descrição explicativa sobre a utilização do princípio de reciprocidade, adota-se uma disposição de fontes e detectores no domínio CMP sobre um meio de velocidade constante e com um refletor horizontal (Figura 6.4a). A restrição imposta ao meio foi usada somente para facilitar a descrição. Por outro lado, na Figura 6.4c (linha cheia) mostra-se a seção sísmica CMP não simétrica onde está representada a curva de reflexão correspondente ao dispositivo da Figura 6.4a. Então, a aplicação deste princípio nessa disposição implica na mudança das posições das fontes pelas posições dos seus respectivos receptores e vice-versa; obtendo-se, dessa forma, uma nova disposição de fontes e detectores, onde as trajetórias dos raios mudam unicamente de sentido (Figura 6.4b). Portanto, a curva dos tempos de trânsito resultante desta nova disposição é um reflexo do primeiro caso (Figura 6.4c 'linha tracejada'), e, conseqüentemente, da união desta última com a primeira, resulta a seção CMP de dispositivo simétrico que está representada na Figura 6.4c. Repetindo este procedimento em cada uma das seções CMP de um conjunto de dados de reflexão sísmica e por meio de uma classificação posterior, podem ser produzidas as famílias de fonte comum com dispositivos simétricos.

Como mostrado na Figuras 6.3b e d, as seções de fonte comum com dispositivos simétricos produzidas a partir dos dados Marmousi, devido ao grande afastamento inicial (fonte-primeiro

## Fluxograma de Processamento

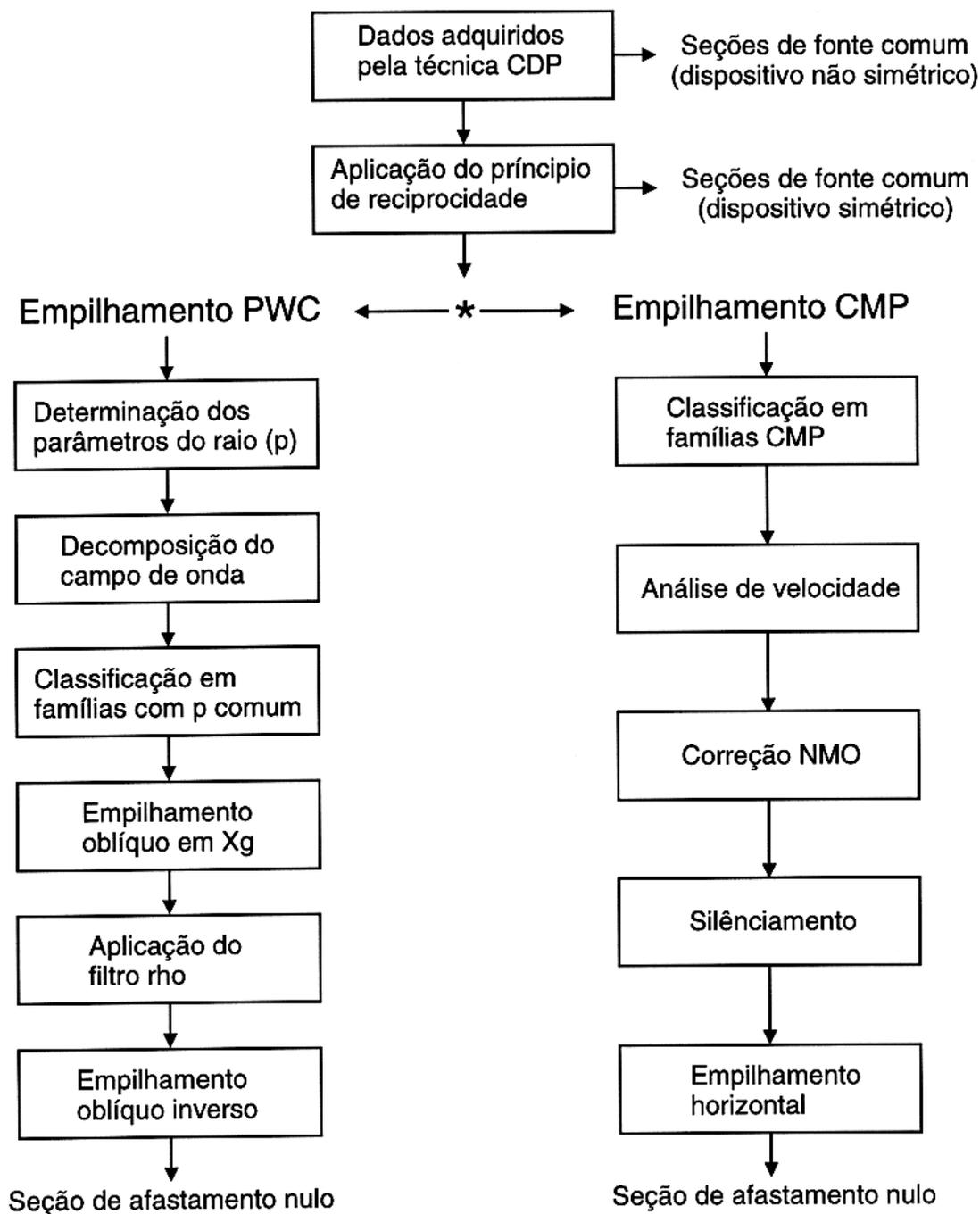


Figura 6.2 - Fluxograma utilizado para o processamento dos dados Marmousi. Método de empilhamento PWC (parte direita) e método de empilhamento CMP (parte esquerda).

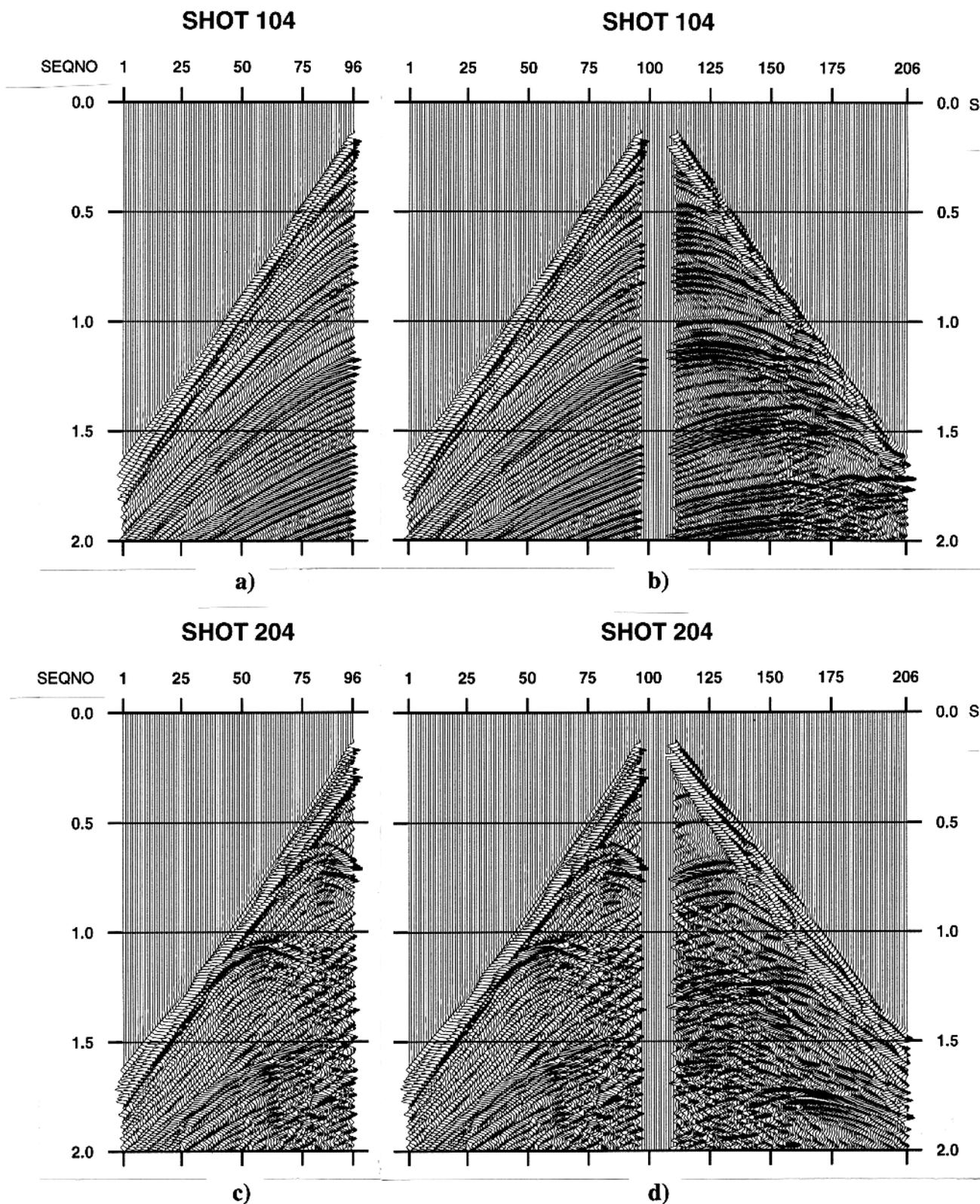


Figura 6.3 - Seções sísmicas dos dados Marmousi. a) e c) Seções de fonte comum originais com dispositivo não simétrico; b) e d) Seções de fonte comum com dispositivo simétrico, resultantes da aplicação do princípio de reciprocidade nos dados originais.

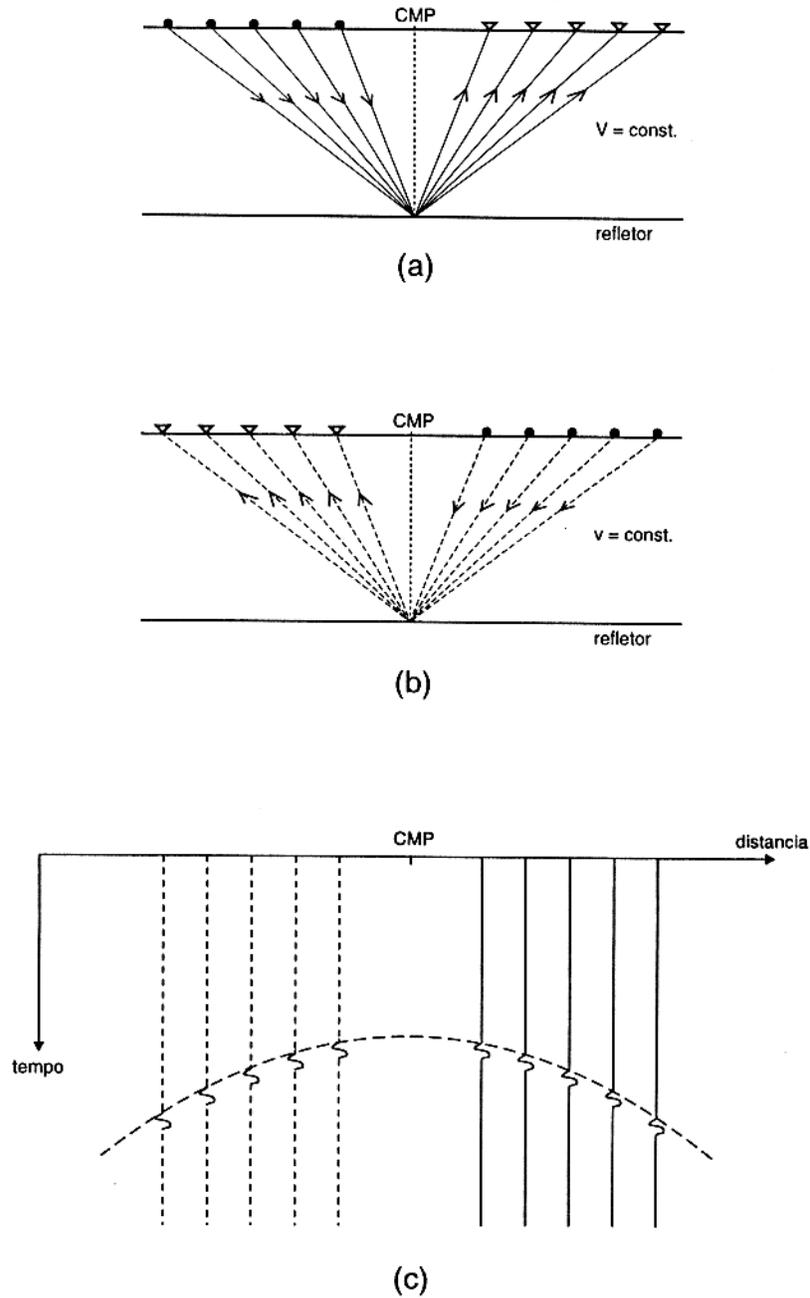


Figura 6.4 - a) Disposição de fontes-receptores e esquema de raios no domínio CMP; b) Disposição resultante da aplicação do princípio de reciprocidade em a); e c) Seção CMP simétrica resultado da união das curvas de tempos de trânsito das disposições de a) e b). Os traços com linha cheia correspondem a a) e os traços com linha tracejada correspondem a b).

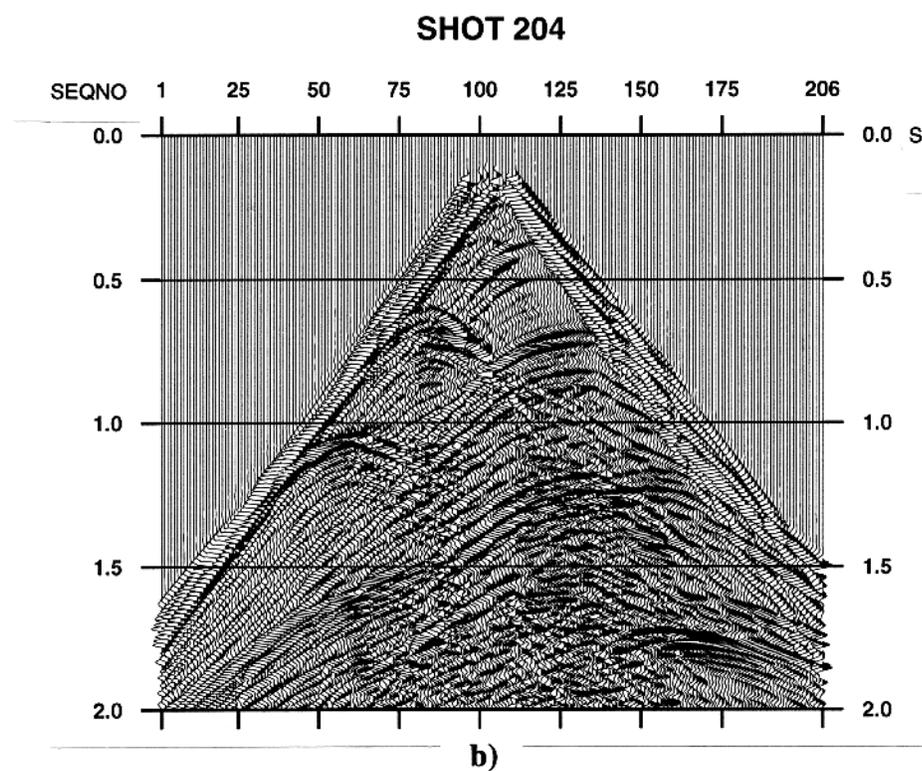
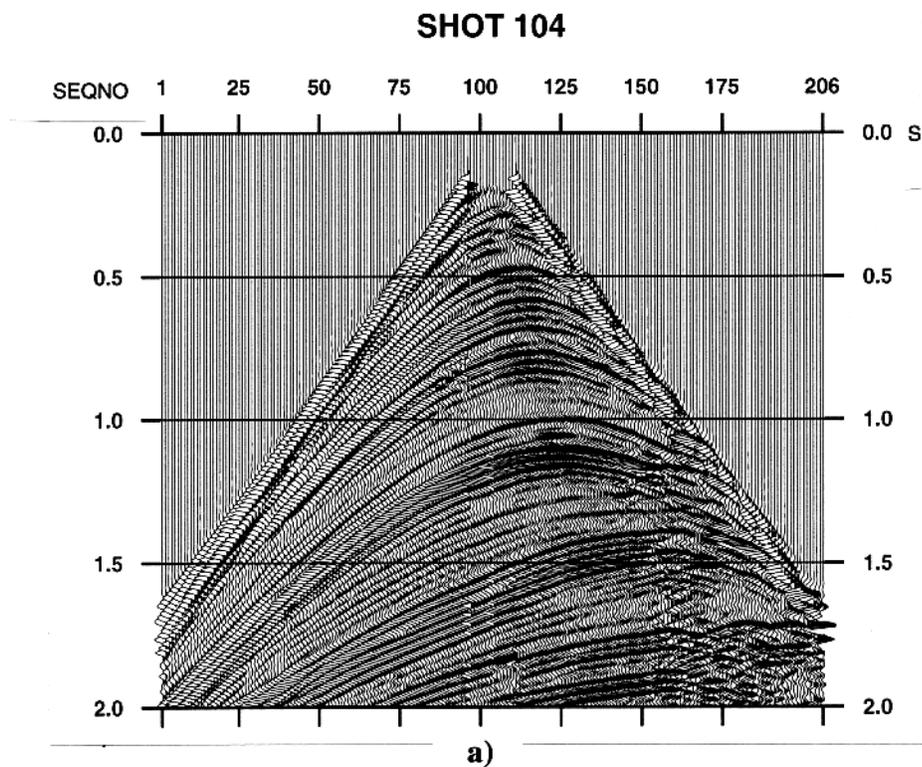


Figura 6.5 - Seções de fonte comum com dispositivos simétricos, cujos traços centrais foram interpolados (nas Figuras 6.3b e d, mostra-se as seções correspondentes não interpoladas).

receptor), apresentam uma grande descontinuidade do campo de ondas nas suas partes centrais. Portanto, a fim de evitar os efeitos que podem ocasionar essas descontinuidades durante o processo de empilhamento oblíquo, os traços centrais dessas seções foram interpolados por meio de um processo que utiliza as velocidades de empilhamento determinados no método de processamento CMP. Então, a interpolação foi realizado para todos os afastamentos desejados, ou seja, para os traços com afastamentos de: -175,-150,.....,-25,25,.....150, e 175 de todas as seções de fonte comum (Figuras 6.5a e b).

Como mencionado antes, estas novas seções de fonte comum simétricas, obtidas pelos processos indicados acima, constituem-se nos dados de entrada nos quais foram aplicados ambos métodos de empilhamento, cujos parâmetros de aplicação e resultados são descritos nos seguintes itens.

### 6.1.1 Empilhamento PWC

No fluxograma da Figura 6.2, mostra-se que a primeira etapa deste método de empilhamento consiste na determinação do incremento ( $\Delta p$ ) e conseqüentemente do número total de parâmetros de raio ( $p$ ) das ondas planas, nos quais o campo de onda é decomposto. Utilizando a expressão 5.1 e com os valores do tamanho da antena ( $5150m$ ), do intervalo de amostragem espacial ( $25m$ ) e da freqüência de resolução máxima ( $50Hz$ ), calculou-se um valor de  $\Delta p = 1,942ms/m$ . A partir deste valor e do parâmetro do raio máximo ( $p_{max} = 510.68ms/m$ ), calculado com a menor velocidade do modelo ( $1500m/s$ ) e com o ângulo máximo das ondas planas até os quais o campo de onda será decomposto (sendo neste caso de  $-60$  a  $+60$ ), determinou-se um total de 527 parâmetros de raio. A determinação do angulo máximo (ou  $p_{max}$ ) de decomposição do campo de ondas em ondas planas, foi realizado por meio de vários testes e principalmente em função da teoria de amostragem espacial, a qual estabelece que quanto maior o ângulo máximo de decomposição requer-se menor intervalo de amostragem. Então, uma vez definidos o incremento e o número total de parâmetros de raio, são aplicados os sucessivos processos indicados no fluxograma.

A segunda etapa envolve a classificação dos traços em famílias de receptor comum e a decomposição do campo de onda em ondas planas. A dita decomposição é efetuado pela aplicação do empilhamento oblíquo ao longo do eixo das fontes (i.e., nas seções de receptor comum) para todos os parâmetros de raio calculados anteriormente. A terceira etapa consiste na classificação dos dados em famílias com parâmetro de raio comum, obtendo-se, assim, as respostas do meio às ondas planas nos quais o campo de ondas foi decomposto, ou seja, 527 seções respostas a ondas planas. Na posterior etapa, aplica-se outro empilhamento oblíquo ao longo do eixo dos receptores (i.e., nas respostas a ondas planas), o qual significa realizar

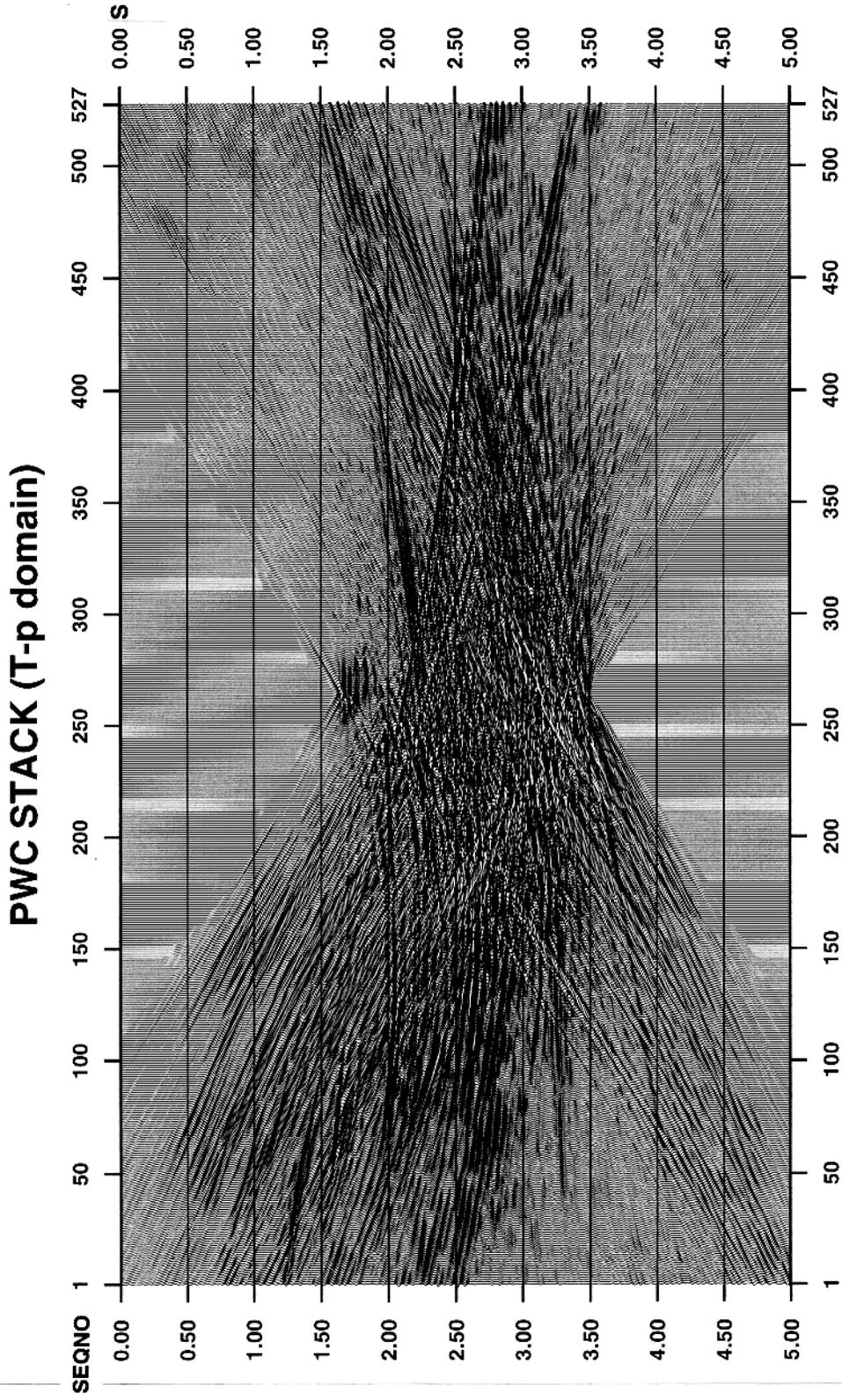


Figura 6.6 - Empilhamento PWC: Seção de incidência normal ou afastamento fonte-receptor nulo no domínio  $\tau - p$ .

um empilhamento oblíquo com o mesmo valor de  $p$  em cada resposta do meio à onda plana; obtendo-se como resultado uma seção composta por 527 traços com eventos de incidência normal, mas no domínio dos parâmetros do raio ou domínio  $\tau - p$  (Figura 6.6). A aplicação do filtro  $\rho$  nesta última seção foi considerada como uma outra etapa, embora, que o dito filtro pode ser aplicado simultaneamente com o processo de decomposição do campo de ondas. Como última etapa deste método de empilhamento, é efetuado a composição das ondas planas por meio da aplicação do empilhamento oblíquo inverso na seção de incidência normal do domínio  $\tau - p$ , produzindo-se, dessa maneira, a seção de incidência normal (ou de afastamento nulo) no domínio  $t - x$ , mostrada na Figura 6.7.

Finalmente, na seção da Figura 6.9 mostra-se o resultado da aplicação do ganho AGC (*automatic gain control*) na seção da Figura 6.7, onde a janela do ganho foi de 500ms.

### 6.1.2 Empilhamento CMP

Como mostrado no fluxograma da Figura 6.2, para a obtenção da seção de afastamento nulo pelo método de empilhamento convencional, foram aplicados os processos comumente utilizados no processamento sísmico. Partindo das seções de fonte comum simétricas, a primeira etapa deste empilhamento compreende a classificação dos traços em famílias CMP. Na segunda etapa, a análise de velocidade foi realizado pelo método chamado semblance. Considerando um total de 471 seções CMP, a dita análise foi realizada a cada 10 seções nas partes menos complexas do modelo (regiões laterais) e a cada 5 seções na parte mais complexa do modelo (região central). Cada seção CMP analisada estava constituída por uma superposição de três CMPs adjacentes; logrando-se, dessa forma, analisar um total de 60 seções. Posteriormente, foi aplicada a correção NMO correspondente à terceira etapa. A correção DMO foi aplicada conforme o fluxograma da Figura 2.8, no entanto não se obteve um bom resultado e por essa razão a seção empilhada (ou de afastamento nulo) não contém esta correção. O processo de silenciamento foi realizado no domínio CMP, isto é, nas seções CMP com as correções dinâmicas aplicadas. Como última etapa deste método de empilhamento, com uma multiplicidade de 103, foi aplicado o empilhamento horizontal dos traços das seções CMP, produzindo, assim, a seção de afastamento nulo que é mostrada na Figura 6.8.

Na seção da resultante do empilhamento CMP, também é aplicado o ganho AGC com a janela de 500ms, cujo resultado é apresentado na Figura 6.10.

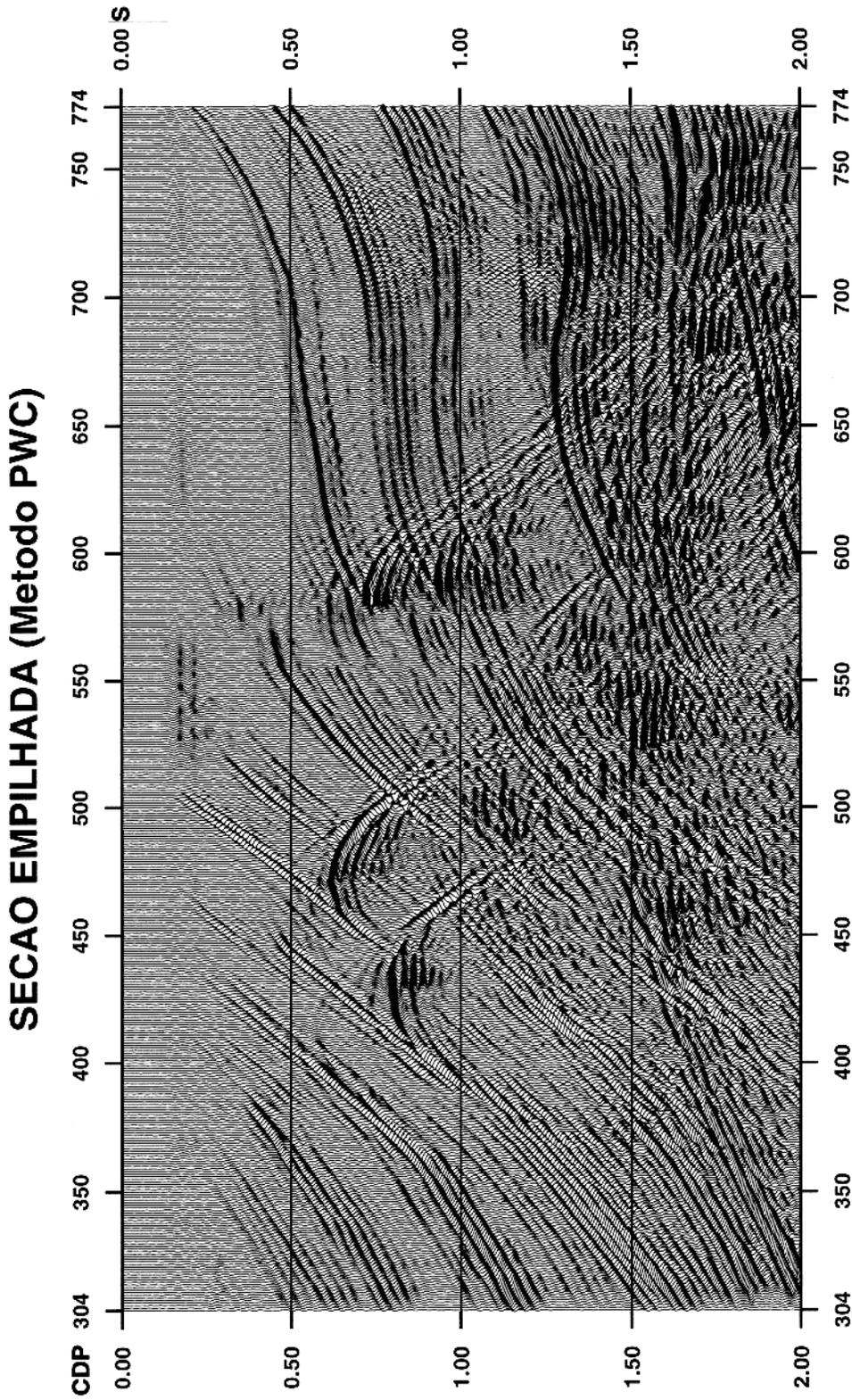


Figura 6.7 - Seção de incidência de afastamento fonte-receptor nulo obtido pelo método de empilhamento PWC.

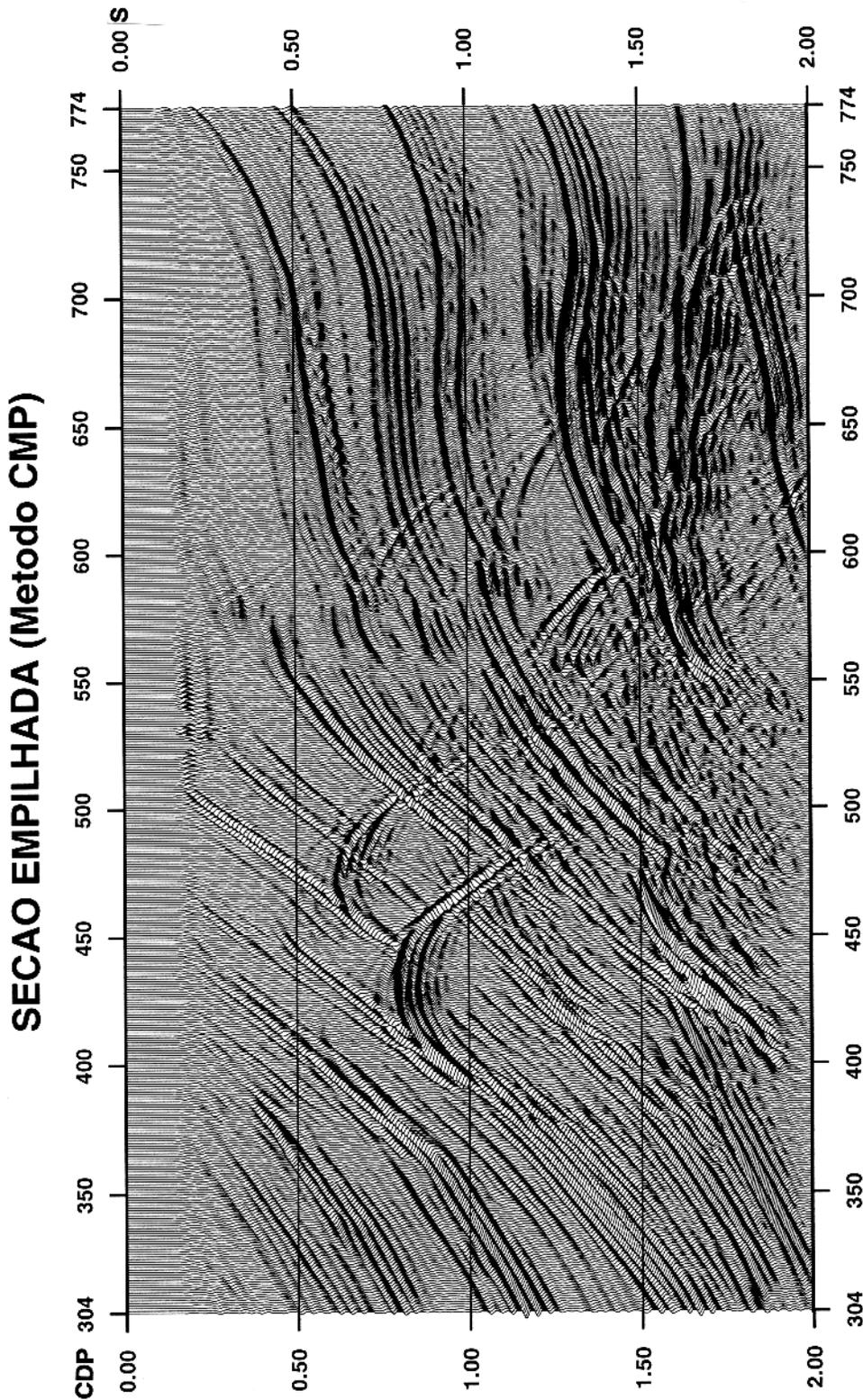


Figura 6.8 - Seção de afastamento fonte-receptor nulo obtido pelo método de empilhamento CMP.

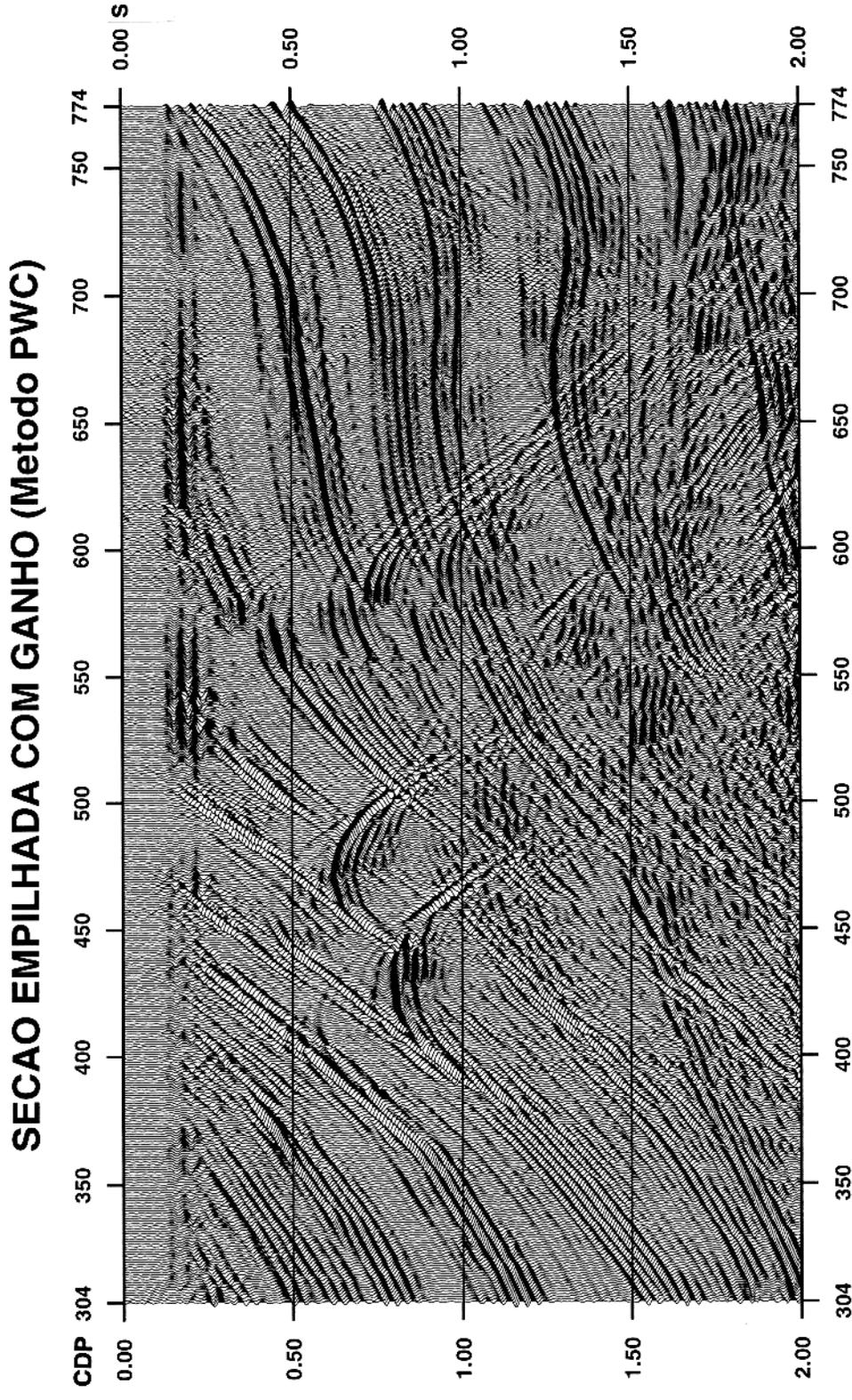


Figura 6.9 - Empilhamento PWC: Seção de afastamento fonte-receptor nulo com ganho AGC (janela 500 ms).

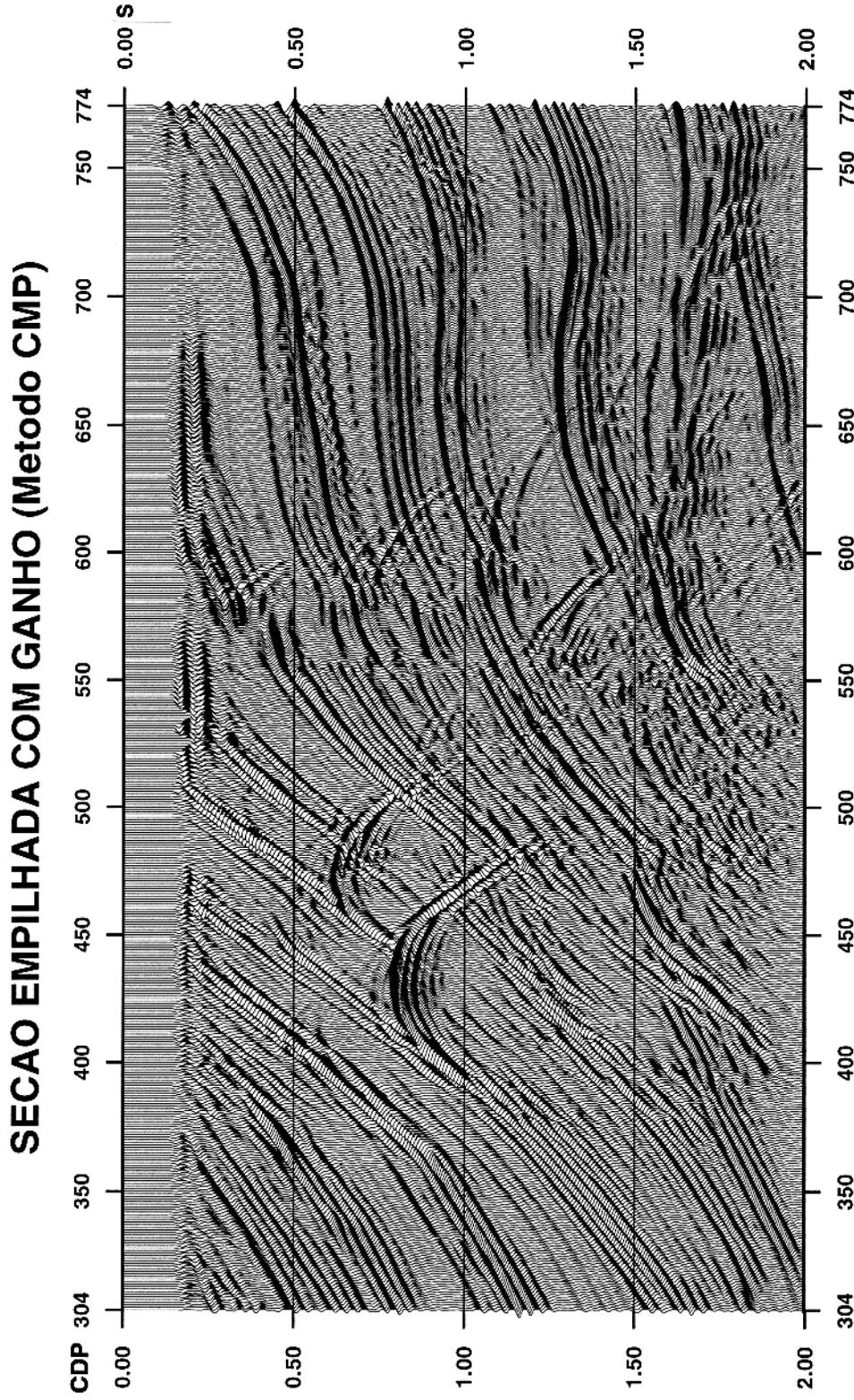


Figura 6.10 - Empilhamento CMP: Seção de afastamento fonte-receptor nulo com ganho AGC (janela 500 ms).

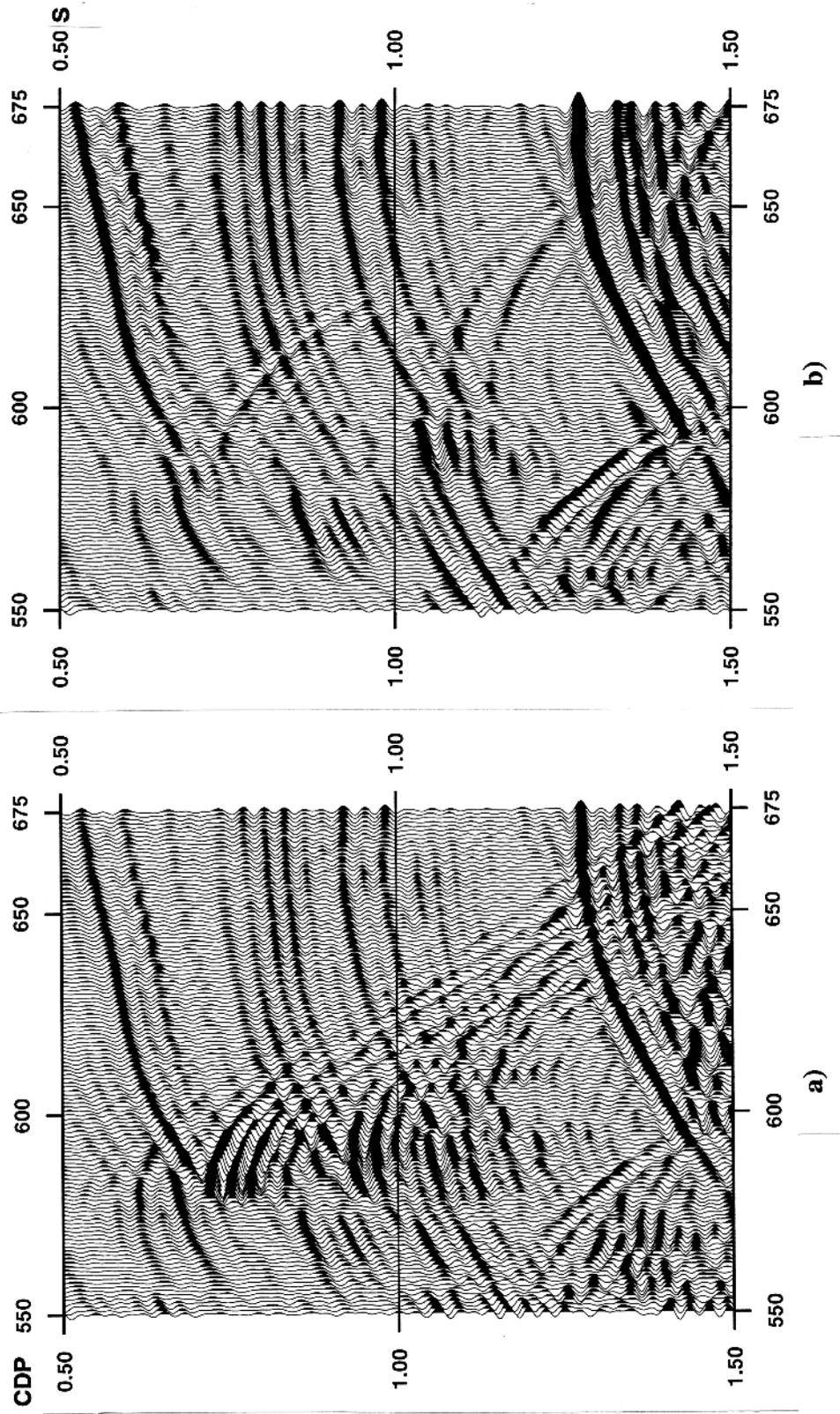


Figura 6.11 - Amplificação das seções de afastamento nulo. a) Empilhamento PWC; b) Empilhamento CMP.

### 6.1.3 Migração pós-empilhamento

Como foi mencionado no início deste capítulo, a fim de avaliar qualitativamente as seções de afastamento nulo resultantes de ambos métodos de empilhamento, estas foram migradas no tempo utilizando o mesmo modelo de velocidades determinado pela análise de velocidades realizado no método de empilhamento convencional. A dita migração foi realizada utilizando um algoritmo de diferenças finitas, obtendo-se como resultado as seções mostradas nas Figuras 6.12 e 6.13.

## 6.2 DISCUSSÃO DE RESULTADOS

De um modo geral, pode-se observar que as duas seções de afastamento nulo (Figuras 6.7 e 6.8) possuem características muito semelhantes, isto é, em ambas seções se repetem a maioria dos eventos de reflexão; embora, não tenham as mesmas amplitudes. De outro lado, percebe-se que os eventos produto do empilhamento PWC estão constituídos por um sinal com menor período que permanece uniforme ao longo de todo o evento de reflexão, contrariamente com o que acontece com alguns eventos de reflexão resultantes do empilhamento CMP, que apresentam um sinal não coerente ao longo do evento de reflexão. Este problema pode ser atribuído a erros na velocidade para a correção NMO o que produz o alongamento do sinal. As anteriores afirmações são observadas com maior clareza nas seções das Figuras 6.9 e 6.10, onde o ganho aplicado ressalta melhor os eventos presentes em ambas seções.

Na região central das seções (CDPs 400 a 600), correspondente à parte complexa do modelo, observa-se uma das principais diferenças entre os dois resultados, que se refere a presença das difrações devidas a descontinuidade dos refletores delimitados pela presença de falhas existentes nessa parte do modelo. Então, na seção resultante do empilhamento PWC, observa-se que além de existir maior quantidade de eventos de difração, estas estão melhor definidas ou tem maior resolução que na seção produzida pelo empilhamento CMP. Este fato se observa com maior clareza na região abaixo do CDP 600 (entre 0.5 a 1.5s), onde se tem várias difrações muito bem definidas que caracterizam as descontinuidades dos refletores subhorizontais e são favoráveis para uma melhor migração. Ao contrário, na seção da Figura 6.8 observa-se somente alguns poucos eventos de difração e com amplitudes fracas, o qual geralmente é causado pelo empilhamento das seções CMP utilizando velocidades de empilhamento não corretas.

Nas Figuras 6.11a e b, mostra-se uma amplificação da zona indicada linhas acima, onde se observa melhor as características que foram descritas nesse parágrafo. Por outra parte, também nessa zona pode-se perceber o problema dos eventos com mergulhos conflitantes,

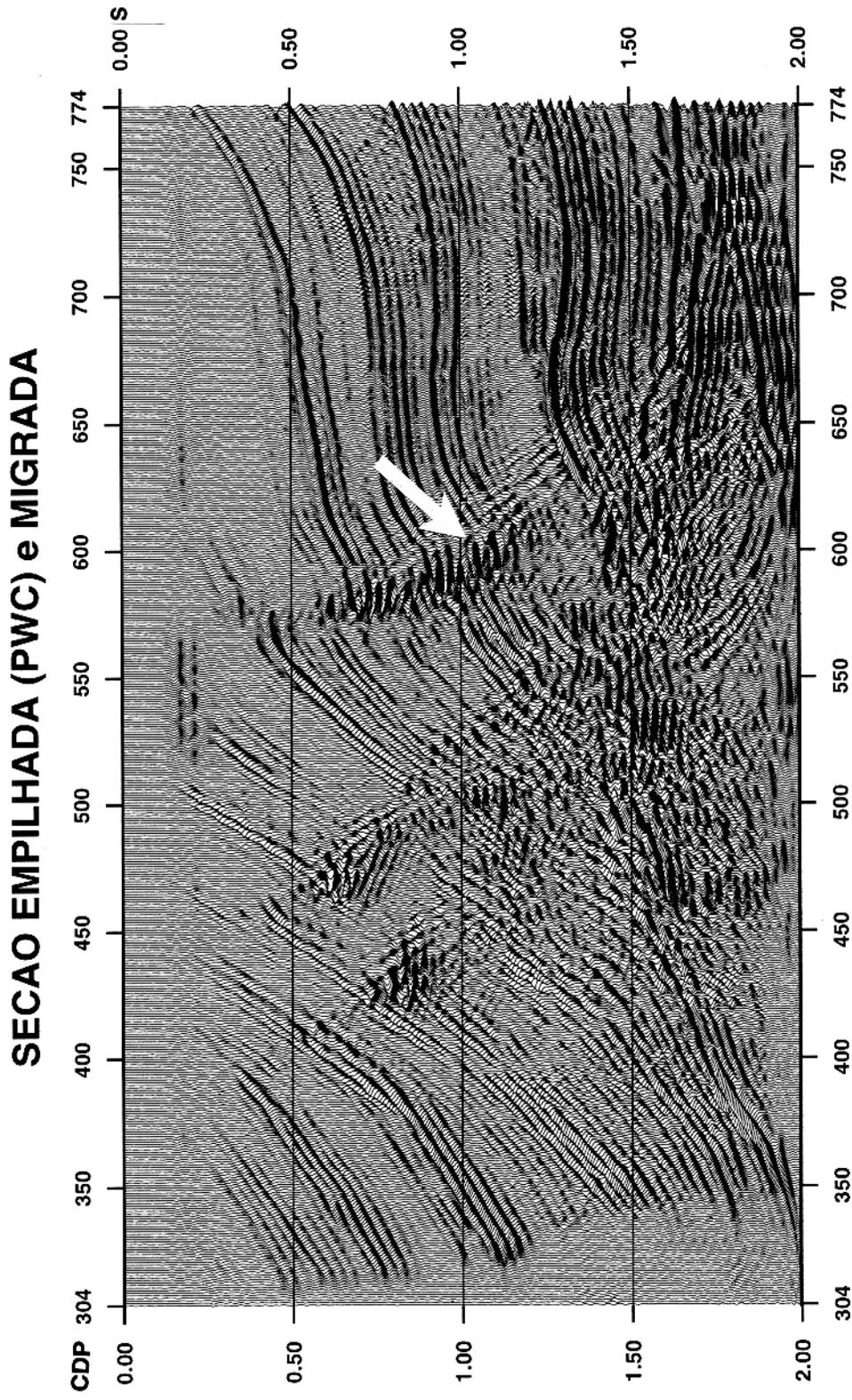


Figura 6.12 - Seção migrada no tempo da seção empilhada pelo método PWC.

# SECAO EMPILHADA (CMP) e MIGRADA

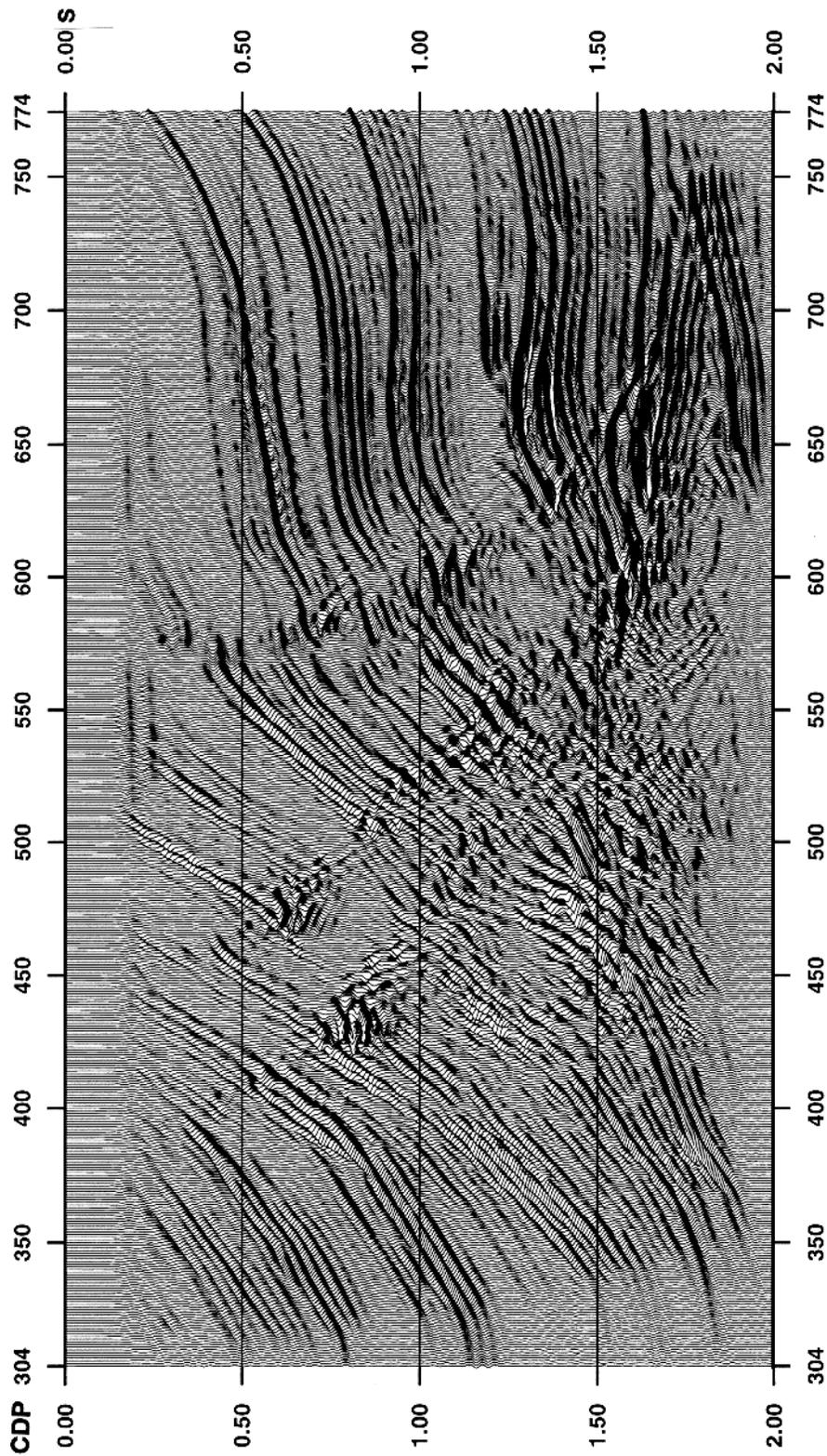


Figura 6.13 - Seção migrada no tempo da seção empilhada pelo método CMP.

isto é, a sobreposição em um único tempo de reflexão de eventos provenientes de diferentes pontos e com diferentes velocidades. Devido ao fato de que na seção obtida pelo método CMP se utiliza uma única velocidade para o empilhamento de todos esses eventos, isto produz uma perda de resolução durante o empilhamento dos eventos não correspondentes a dita velocidade, observando-se este fato nas difrações fracas ou dispersas da Figura 6.11b. Como mostrado na Figura 6.11a este problema não ocorre no empilhamento PWC, isto porque este método prescinde da utilização de um modelo de velocidades do meio.

Pelas características salientadas nos anteriores parágrafos, considera-se que a seção de afastamento nulo resultado do empilhamento PWC, tem maior resolução que a outra seção similar obtida pelo método de empilhamento convencional CMP.

Por outra parte, pode-se dizer que as seções migradas (Figuras 6.12 e 6.13), não apresentam boa resolução, isto devido ao fato de que o modelo de velocidades utilizado para a migração não foi representativo. Além de serem as velocidades de empilhamento, em geral, maiores as velocidades verdadeiras do meio, e em razão à complexidade do modelo a determinação destas velocidades está sujeita a outros erros. Contudo, na seção PWC migrada percebe-se a tendência de uma melhor definição das descontinuidades dos refletores (seta branca), a qual é favorecida pela presença de uma maior quantidade de eventos de difração na seção empilhada, cujas energias são aproximadamente concentradas ou colapsadas pelo processo de migração, tentando, assim, colocar em foco os pontos de descontinuidades obscurecidos pelas difrações. Por último, pode-se indicar que uma melhor comparação entre ambos resultados, seria realizando uma migração com um modelo de velocidades verdadeiro, o qual não foi possível apresentar neste trabalho.

### 6.3 ANÁLISE DE RUÍDO NO EMPILHAMENTO PWC

É conhecido que o empilhamento CMP é uma operação que aumenta a relação sinal-ruído dos dados, ou seja, produz um realce das reflexões primárias e suprime os ruídos existentes no sinal. Nesse sentido, com o propósito de determinar a sensibilidade do método de empilhamento PWC com respeito à relação sinal-ruído, foi realizado um teste adicionando nos dados de partida (ou seções de fonte comum simétricas) um ruído aleatório com amplitude máxima de 30% das amplitudes máximas do sinal. Então, para uma análise qualitativa da relação sinal-ruído nos resultados deste empilhamento, são apresentadas duas seções de afastamento comum mais próximo (200m) e duas seções de incidência normal (ou afastamento nulo) produzidas por este método empilhamento.

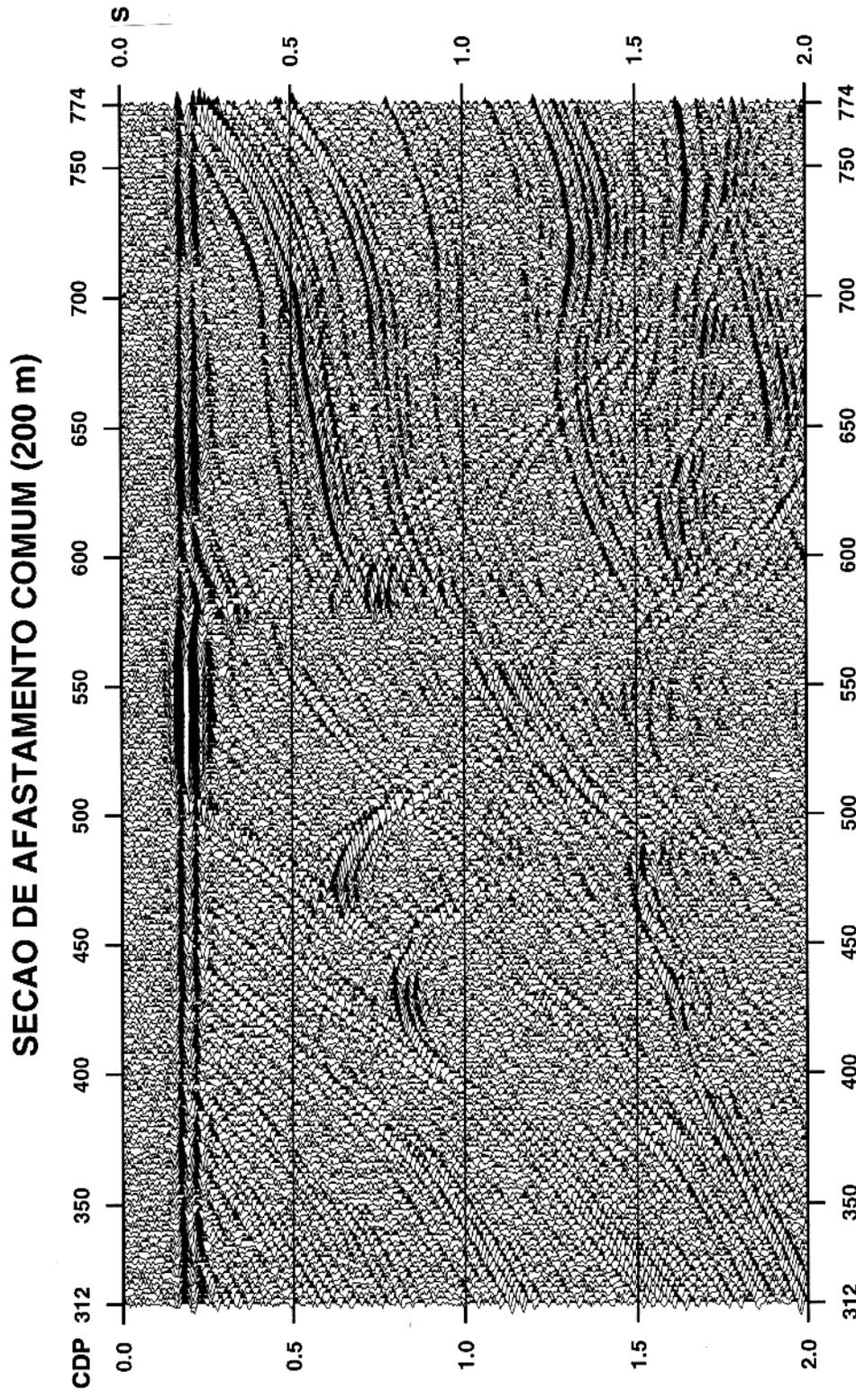


Figura 6.14 - Secao de afastamento comum mais próximo (200 m) dos dados Marmousi, com ruído aleatório adicionado.

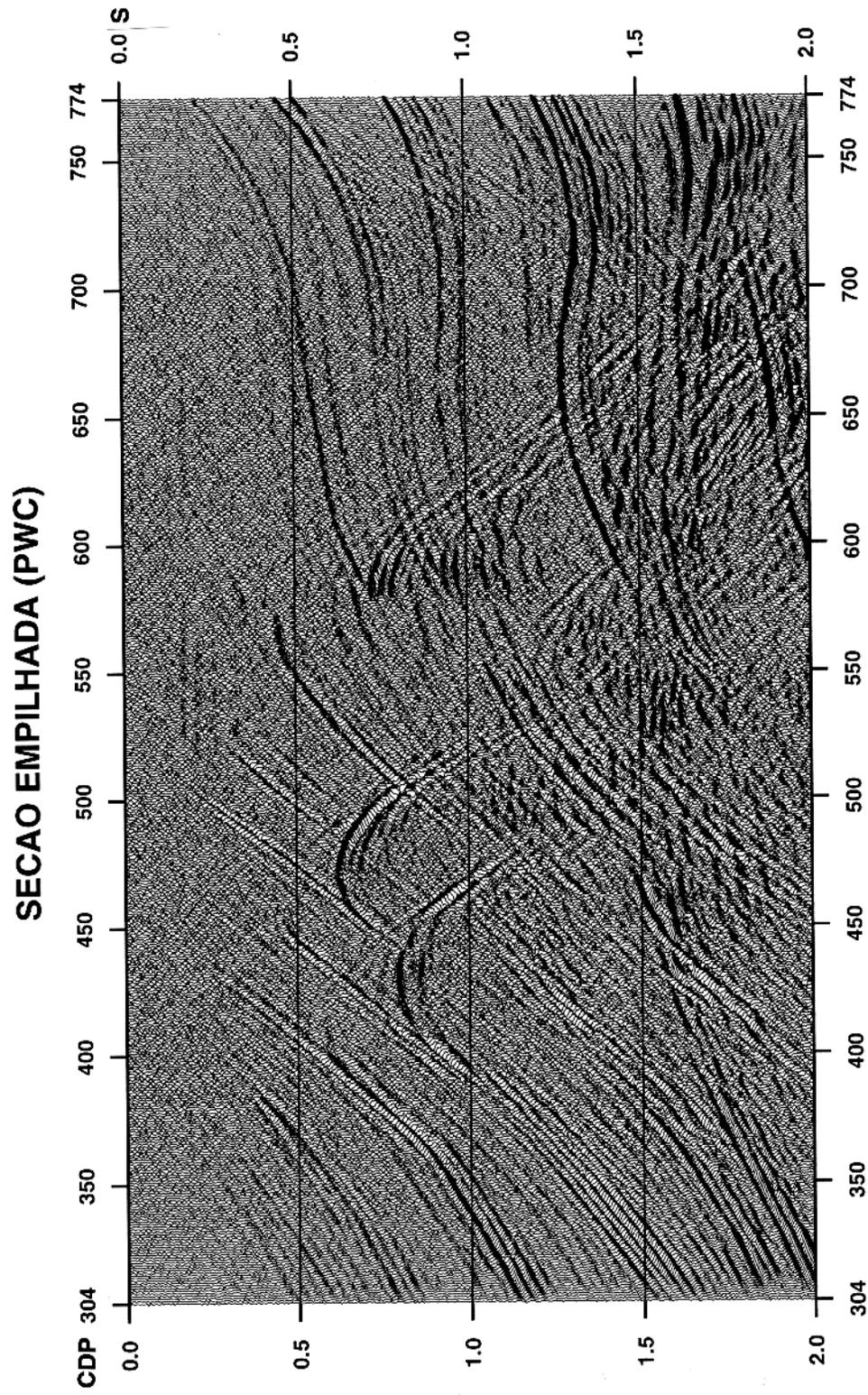


Figura 6.15 - Secao de afastamento nulo obtido pelo empilhamento PWC, a partir dos dados Marmousi com ruido aleatório adicionado.

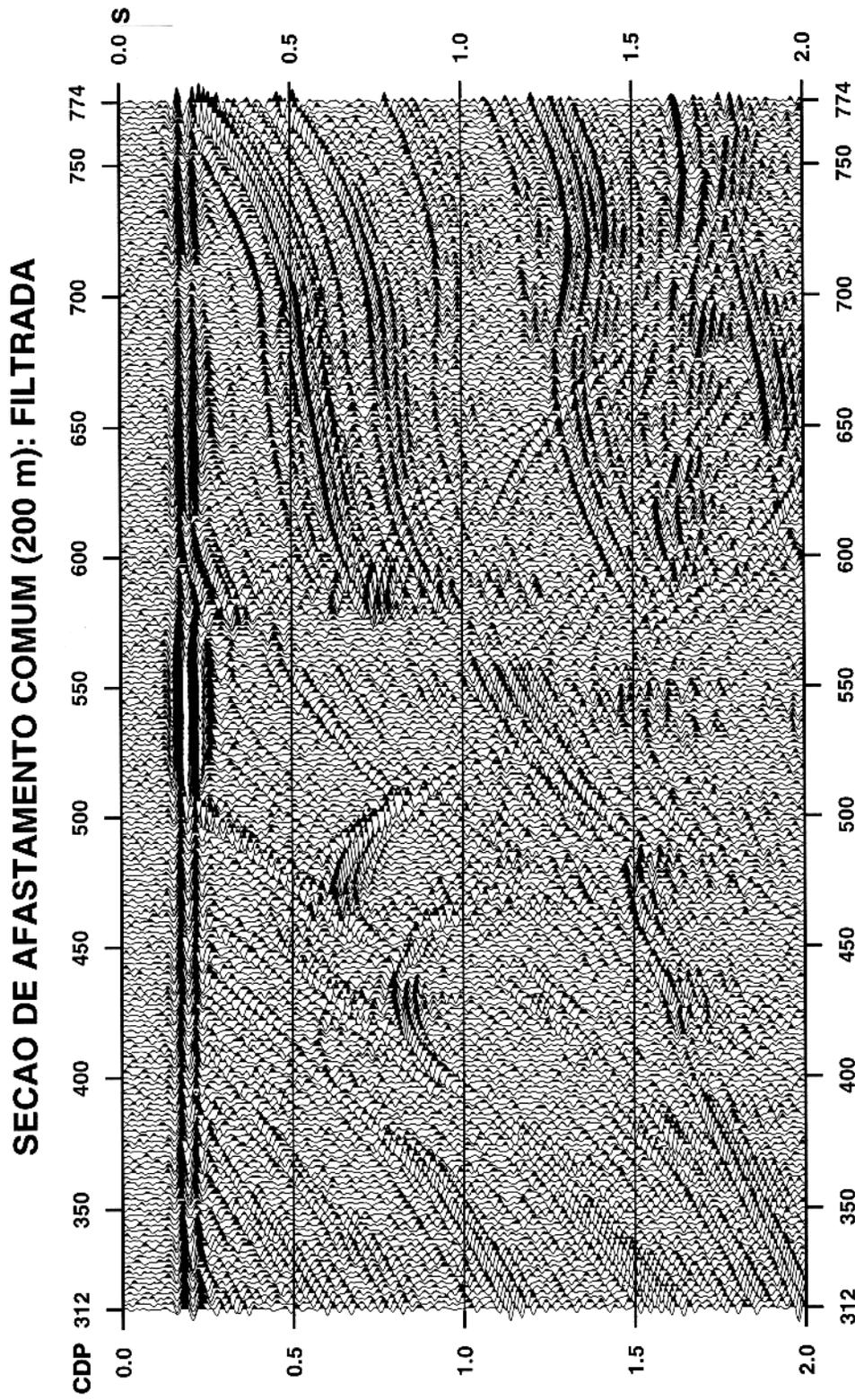


Figura 6.16 - Secao de afastamento comum (200 m) com aplicacao de um filtro passa banda (frequencias de corte: 2-12 Hz, 45-55 Hz).

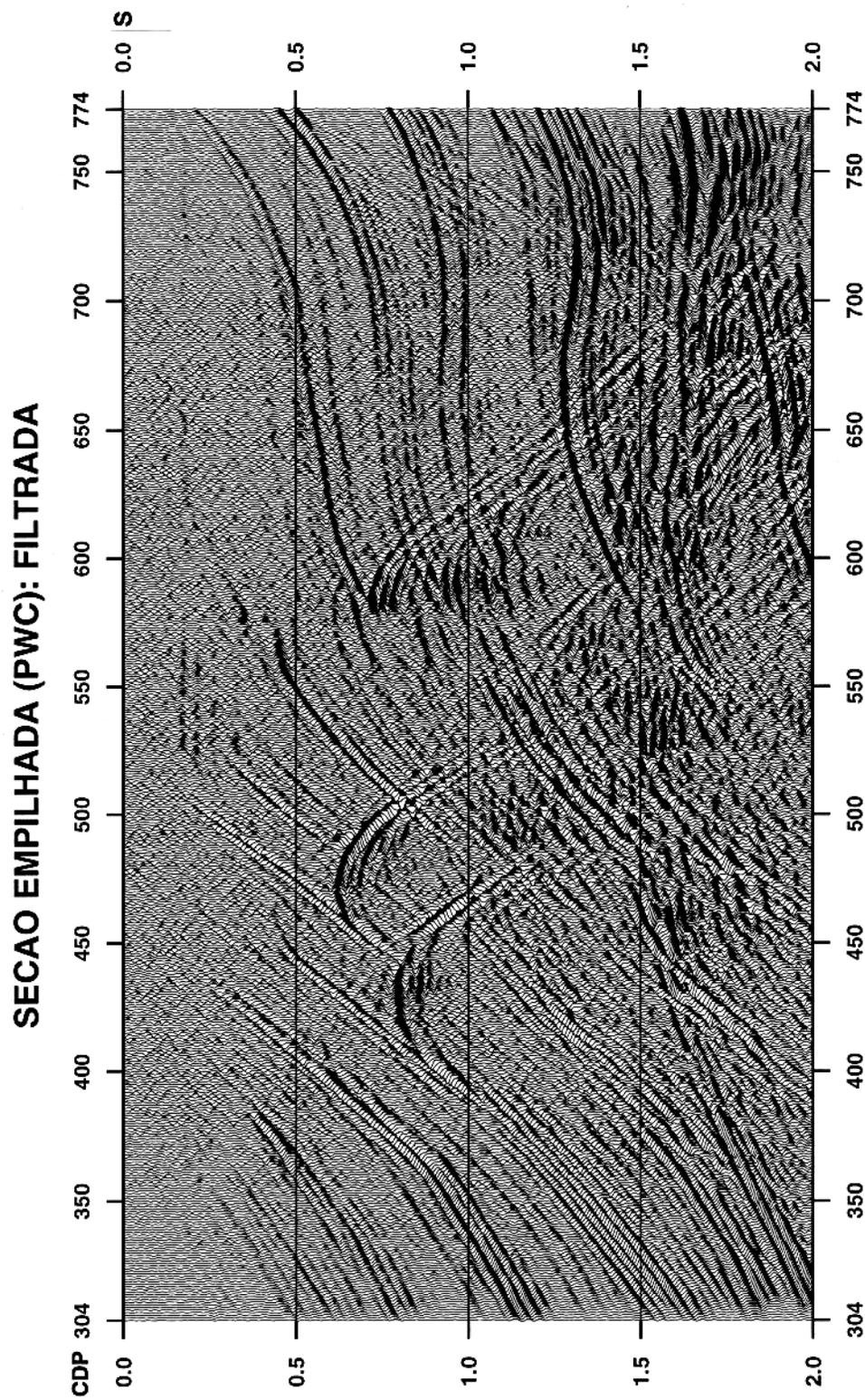


Figura 6.17 - Secao de afastamento nulo (empilhamento PWC) com aplicação de um filtro passa banda (frequências de corte: 2-12 Hz, 45-55 Hz).

Na Figura 6.14 mostra-se a seção de afastamento comum com o ruído aleatório adicionado, onde se observa que a maioria dos eventos de reflexão não tem boa resolução devido ao fato de que a relação sinal-ruído é baixa, isto é, as amplitudes do ruído são elevadas. O evento horizontal registrado aproximadamente em  $135ms$  é interpretada como a onda direta, e, conforme mostrado na Figura 6.15, o mesmo foi fortemente atenuado pelo processo de empilhamento PWC. Enquanto aos outros eventos da seção empilhada, observa-se que apresentam melhor resolução conforme aumenta os tempos de trânsito; sendo, portanto, a relação sinal-ruído relativamente maior que nos dados originais. A fim de ressaltar e visualizar melhor as características mencionadas linhas acima, em ambas seções foram aplicadas um filtro trapezoidal passa banda, com frequências de corte de  $(2 - 10)Hz$  e  $(45 - 55)Hz$ . Como era de esperar a relação sinal-ruído de ambas seções filtradas (Figuras 6.16 e 6.17) melhora com respeito as suas seções originais correspondentes, devido ao fato de que o ruído de altas frequências foi removido. De outro lado, percebe-se que a resolução da seção empilhada filtrada (Figura 6.17) é claramente superior em comparação com a seção de afastamento comum também filtrada (Figura 6.16), o qual confirma que a relação sinal-ruído da seção empilhada é maior que da seção de afastamento comum não empilhada. Por último, pelas características descritas antes, pode-se afirmar que o empilhamento PWC, também, produz um aumento da relação sinal-ruído dos dados.

## 7 - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Como mencionado no início deste trabalho, esta tese dedica-se ao estudo de um método de empilhamento sísmico não convencional denominado empilhamento PWC. Neste sentido, este trabalho começou com a identificação do problema mediante à apresentação resumida do método de empilhamento convencional CMP e uma revisão dos fundamentos físicos e matemáticos da decomposição de campo de ondas em ondas planas, sendo este último o conceito no qual foi baseado este novo método de empilhamento (Capítulos 2 e 3). O estudo deste método de empilhamento PWC abrange os seguintes assuntos (abordados nos Capítulos 4,5 e 6): 1) Formulação matemática deste método empilhamento PWC no contexto da teoria do espalhamento sob a aproximação de Born; 2) Descrição dos princípios básicos e, simultaneamente, do algoritmo de processamento, utilizando para isto um exemplo de aplicação em um modelo simples; 3) Aplicação prática deste método de empilhamento nos dados Marmousi e comparação dos seus resultados com os do método de empilhamento convencional; e 4) Análise sobre atenuação de ruído na seção produzida pelo referido empilhamento aplicado nos dados Marmousi com ruído aleatório adicionado.

Tomando em conta os quatro temas abordados, seguem-se algumas características principais e as conclusões resultantes do estudo do empilhamento PWC:

- A formulação matemática do método de empilhamento PWC, compreende dois procedimentos: Determinação da solução da equação da onda usando o modelo de aproximação de Born, para o caso das posições da fonte e do receptor coincidentes (i.e. afastamento fonte-receptor nulo). Desenvolvimento de uma solução da formulação matemática do procedimento de aplicação do empilhamento PWC, considerando a expressão da aproximação de Born. Verificou-se que os resultados conseguidos por ambos procedimentos são iguais, comprovando-se, dessa maneira, que o procedimento adotado para o empilhamento PWC produz uma verdadeira seção de incidência normal ou de afastamento nulo
- Pela decomposição do campo de ondas em ondas planas, por meio do empilhamento oblíquo, obtém-se a simulação das respostas do meio às ondas planas, que no caso do refletor plano e de inclinação conhecida é simples obter a simulação da resposta da onda plana com incidência normal a referido refletor.

- Baseado no anterior fato, a análise do mesmo meio com um refletor, mas supondo a sua inclinação não conhecida, constitui-se na generalização do processo de empilhamento PWC. A seção de incidência normal ou de afastamento nulo obtido pelo procedimento geral (ou algoritmo de aplicação), foi verificado ou confirmado pela seção resposta do meio a onda plana com incidência normal e pela seção de afastamento nulo obtido pelo método de empilhamento convencional.
- Como conclusão da aplicação do empilhamento PWC e do empilhamento CMP na série de dados Marmousi, pode-se indicar que pelas análises qualitativas de algumas características das seções de incidência normal do modelo Marmousi, observou-se que a seção obtida pelo método de empilhamento PWC tem melhor resolução em comparação com a seção similar produzida pelo empilhamento CMP. De outro lado, a análise das seções migradas, também, revelam as mesmas características sobre a qualidade ou resolução da seção produzida pelo empilhamento PWC.
- Uma outra característica que merece ser salientada é sobre o problema dos eventos com mergulhos conflitantes. Observou-se que este problema é superado pelo método de empilhamento PWC devido, este não depender do modelo de velocidades do meio, o qual não acontece no método de empilhamento convencional.
- Das anteriores conclusões pode-se resumir o seguinte: como foi percebido, o método de empilhamento PWC não necessita do conhecimento do modelo de velocidades do meio; portanto, a aplicação deste método de empilhamento em meios de geologia complexa, como é o caso dos dados do modelo Marmousi, produzirá seções de afastamento nulo mesmo na presença de refletores curvos e/ou inclinados.
- Enquanto à análise de ruído, observou-se que os eventos de reflexão da seção de afastamento nulo obtida pelo empilhamento PWC tem maior resolução que os eventos da seção de afastamento comum mais pequeno (200m). De outro lado, pode-se dizer, que esta maior resolução é também favorecida pelo dobro de número de traços produzidos pelo empilhamento PWC para o mesmo intervalo do perfil representado pela seção de afastamento comum. Portanto, pode-se concluir indicando que o empilhamento PWC (como o empilhamento CMP) produz um realce dos eventos de reflexão e uma atenuação dos ruídos presentes no sinal, conseguindo-se, assim, um aumento da relação sinal-ruído dos dados.

Pelas características mencionadas antes, pode-se concluir indicando que o método de empilhamento pela composição de ondas planas, constitui-se numa alternativa de processamento

de dados sísmicos registrados pela tradicional técnica de cobertura múltipla, mesmo quando seja aplicado em meios geológicos complexos.

A utilização com sucesso deste método de empilhamento em meios com geologia complexa foi mostrada com o exemplo de aplicação prática nos dados Marmousi. Teoricamente este processo de empilhamento foi verificado dentro do contexto da aproximação de Born considerando um meio de referência com velocidade constante, cuja validade depende do grau de precisão com que a função ou operador de Green modele a onda direta entre dois pontos quaisquer do meio. No caso de meios complexos, naturalmente o operador de Green para um meio de referência com velocidade variável modelaria com maior precisão a referida onda direta entre dois pontos do meio.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACHENBACH, A. D. 1973. **Wave propagation in elastic solids**. Amsterdam, North-Holland. Publishing Company, 425p.
- ADLER, F. 1993. **Abbildung der streuenden Erdkruste durch Simulation ebener Wellen**. Diplomarbeit, Geophysikalisches Institut, Universität Karlsruhe.
- AKI K. & RICHARDS, P. G. 1980. **Quantitative seismology. Theory and methods**. v. I e II. San Francisco, W. H. Freeman and Company, 913p.
- AL-SADI, H. N. 1982. **Seismic exploration, technique and processing**. Basel, Boston.
- BÁTH, M. 1974. **Spectral analysis in geophysics**. Amsterdam. Elsevier Scientific Publishing Company.
- BÁTH, M. & BERKHOUT, A. J. 1984. **Mathematical aspects of seismology**. London, Geophysical Press Limited. 425p.
- BOLONDI, G.; LOINGER, E. & ROCCA, F. 1982. Offset continuation of seismic sections. **Geophysical Prospecting**, 30: 813-828
- BORTFELD, R., HÜRTGEN, H., & KÖPPEL, H. 1960. Direction shooting. **Geophysical Prospecting**, 8: 534-562.
- BOURGEOIS, A.; BOUGET, M.; LAILLY, P.; POULET, M.; RICARTE, P. & VERSTEEG, R. 1991. Marmousi, Model and Data. In: 52nd. EAEG meeting, **Proceedings of the Workshop on Practical Aspects of Seismic Data Inversion**, Copenhagen, p. 5:16.
- CHENG, G., & COEN, S. 1984. The relationship between Born inversion and migration for common-midpoint stacked data. **Geophysics**, 49: 2117-2131.
- CLAERBOUT, J. F. 1985. **Imaging the earth's interior**. Black-Well Scientific Publications.
- DEREGOWSKI, S. M. 1982. Dip-moveout and reflector point dispersal. **Geophysical Prospecting**, 30: 318-322.

- DEREGOWSKI, S. M. 1985. An integral implementation of dip moveout. **Apresentado na 47th annual EAEG meeting**, Budapeste, Hungria.
- DEREGOWSKI, S. M. & ROCCA, F. 1981. Geometrical optics and wave theory of constant offset sections in layered media. **Geophysical Prospecting**, 29: 374-406.
- HALE, D. 1984. Dip-moveout by Fourier transform. **Geophysics**, 49: 741-757.
- HALE, D. 1991. **Dip-moveout processing**. Society of Exploration Geophysicists. (Course notes series, 4).
- HSU, H. P. 1973. **An lise de Fourier**. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos.
- LEVIN, F. K. 1971. Apparent velocity from dipping interface reflections. **Geophysics**, 36: 510- 516.
- MAYNE, W. H. 1962. Common-reflecting-point horizontal data stacking techniques. **Geophysics**, 27: 927-938.
- MAYNE, W. H. 1967. Practical considerations in the use of common reflection point technique. **Geophysics**, 32: 225-229.
- MÜLLER, G. 1970. Direct inversion of seismic observations. **Zeit. für Geophys.**, 37: 225-235.
- MÜLLER, G. 1991. **Migration of seismic wavefields**. Lecture notes of a seminar held at Geophysical Institute. Charles University, Prague.
- OPPENHEIM, A. V. & SCHAFER, R. W. 1975. **Digital signal processing**. New Jersey, Prentice, Inc., Englewood Cliffs.
- PHINNEY, R. A., & JURDY, D. M. 1979. Seismic Imaging of deep crust. **Geophysics**, 44: 1637-1660.
- RAZ, S. 1981. Three-dimencional velocity profile inversion from finite-offset scattering data. **Geophysics**, 46: 837-842.
- RAZ, S. 1987. Beam stacking: A generalized preprocessing technique. **Geophysics**, 52: 1199-1210.
- RU-SHAM W., & TOKSÖZ M. N. 1987. Diffraction tomography and multisource holography applied to seismic imaging, **Geophysics**, 52: 11-25.

- RÜHL, T. 1991. **Theoretische Grundlagen und praktische Anwendungen der Diffraktionstomographie in der Geophysik.** Dissertation. Universität Karlsruhe.
- SCHULTZ, P. S. & CLAERBOUT, J. F. 1978. Velocity estimation and downward continuation by wavefront synthesis. *Geophysics*, 43: 691-714.
- SHERIFF, R. E. & GELDART, L. P. 1982. **Exploration seismology.** v. I e II. Cambridge University Press, Cambridge.
- SIEBER, I. 1995. **Erstellung einer zero-distance Sektion durch Überlagerung ebener Wellen.** Diplomarbeit, Geophysikalisches Institut, Universität Karlsruhe.
- SÖLLNER, W., LI, X.-P. & HUBRAL, P. 1994. Stacking by plane wave composition. **Expanded abstract, 64th meeting of SEG**, p. 1537-1540.
- TANER, M. T. & KOEHLER, F. 1969. Velocity spectra-digital computer derivation and applications of velocity functions. *Geophysics*, 34: 859-881.
- TREITEL, S.; GUTOWSKI, P. R. & WAGNER, D. E. 1982. Plane-wave decomposition of seismograms. *Geophysics*, 47: 1375-1401.
- VERSTEEG, R. 1991. **Analyse du Problème de la Dètermination du Modèle de Vitesse pour L'imagerie Sismique.** Ph. D. Thesis. Université, Paris VII.
- WEGLEIN, A. B. 1985. **The inverse scattering concept and its seismic application.** A. A. Fitch (ed.). London. Elsevier Applied Science Publishers.
- WEGLEIN, A. B. & GRAY, S. H. 1983. The sensitivity of Born inversion to the choice of reference velocity: A simple example. *Geophysics*, 48: 36-38.
- WU, R-S., & TOKSÖZ, M. N., 1987, Diffraction tomography and multisource holography applied to seismic imaging. *Geophysics*, 2: 11-25. YILMAZ, Ö. 1987. **Seismic data processing.** Society of Exploration Geophysicists, (Investigation series in geophysics, 2).
- YILMAZ, Ö. & CLAERBOUT, J. F. 1987. Prestack partial migration. *Geophysics*, 45: 1753- 1779.

## A - AMOSTRAGEM E FALSEAMENTO

No capítulo 2, onde foi abordado a aquisição de dados sísmicos, foi mencionado que a amostragem do campo de ondas é realizado segundo intervalos de amostragem constantes no tempo e espaço, portanto uma amostragem inadequada (ou subamostragem) do sinal sísmico contínuo, tanto em tempo como no espaço, produz o fenômeno conhecido sob o nome de falseamento (*aliasing*). Nesse sentido, aqui é apresentado uma revisão da teoria da amostragem e do falseamento do sinal.

### A.1 Amostragem no tempo

Pelo teorema da superposição, uma função contínua de faixa limitada pode ser decomposta em suas componentes senoidais de diferentes frequências. De outro lado, como mencionado acima, o traço sísmico, que é uma função temporal contínua, é amostrado segundo um intervalo de tempo constante  $\Delta t$ , chamado intervalo de amostragem. Então, quando o dito intervalo de amostragem é muito pequeno (próximo de zero), naturalmente, o sinal amostrado (ou função temporal discretizada) será a representação mais próxima do sinal contínuo original. Contrariamente, quando o intervalo de amostragem é grande, não serão corretamente amostrados os componentes de altas frequências do sinal, introduzindo-se, assim, o efeito de falseamento do sinal. Portanto, dado um intervalo de amostragem  $\Delta t$ , o limite entre as frequências amostradas corretamente e aquelas que se apresentam em álias, é a frequência de Nyquist,  $f_N$ , definido pela expressão (BÅTH, 1974)

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t} \quad ; \quad \omega = \frac{\pi}{\Delta t} \quad (\text{A.1})$$

onde  $\omega_N$  é a frequência angular de Nyquist. Matematicamente, o processo de amostragem pode ser definido como o produto da função contínua de faixa limitada  $f(t)$  com a função periódica seqüência de impulsos unitários  $\delta_T(t)$ , dado por

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (\text{A.2})$$

sendo  $T = \Delta t$  e  $n$  um número inteiro. Então a função amostrada  $g(nT)$  é expresso por (HSU, 1973; AL-SADI, 1982)

$$g(nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t - nT) \quad (\text{A.3})$$

Por outra parte, pode ser mostrado que a transformada de Fourier da função amostrada é dada por (HSU, 1973)

$$G(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F\left(\omega - \frac{2n\pi}{T}\right) \quad (\text{A.4})$$

onde  $F(\omega)$  é o espectro de Fourier da função  $f(t)$ . A equação A.4 mostra que a transformada de Fourier de  $g(nT)$  torna-se periódica, ou seja, repete-se para cada valor da frequência angular de amostragem  $\omega_s$ , dado por (AL-SADI, 1982)

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_s \quad (\text{A.5})$$

onde  $f_s$  é a frequência de amostragem e sendo por sua vez  $f_s = 2f_N$ .

Na Figura A.1 ilustra-se a dependência da periodicidade do espectro  $F(\omega)$  com o tamanho do intervalo de amostragem da função  $f(t)$ . Quando se cumpre que  $\omega_s \geq 2\omega_c$  ou  $f_N \geq f_c$  ( $\omega_c$  - frequência angular de corte) a função  $F(\omega)$  se repete periodicamente sem superposição (Figura A.1c), o qual significa que o intervalo de amostragem é dado pela relação  $T \leq \frac{1}{2}f_N$ ; portanto, a função  $g(nT)$ , amostrada com o intervalo de amostragem cumprindo essa relação, conterà toda a informação sobre  $f(t)$ . Contrariamente, no caso em que  $\omega_s < 2\omega_c$  ou  $f_N < f_c$ , isto é, quando o intervalo de amostragem é grande, ou seja  $T > \frac{1}{2}f_N$ , ocorrerá uma sobreposição entre espectros adjacentes (Figura A.1d); isto significa que as componentes de frequências altas, presentes na função original  $f(t)$ , são superpostas sobre aquelas componentes com frequências menores à frequência de *Nyquist*. Este tipo de distorção do espectro é chamado falseamento (*aliasing*).

## A.2 Amostragem no espaço

A amostragem espacial ocorre quando o sinal é amostrado em diferentes pontos (ou estações) no espaço, geralmente separados por um espaçamento regular entre eles; sendo este espaçamento o intervalo de amostragem espacial  $\Delta x$ , medido ao longo do perfil sísmico coincidente com o eixo  $x$ . Os critérios que regem na amostragem espacial são equivalentes aos da amostragem temporal, assim sendo, por analogia com a expressão A.1 o número de onda

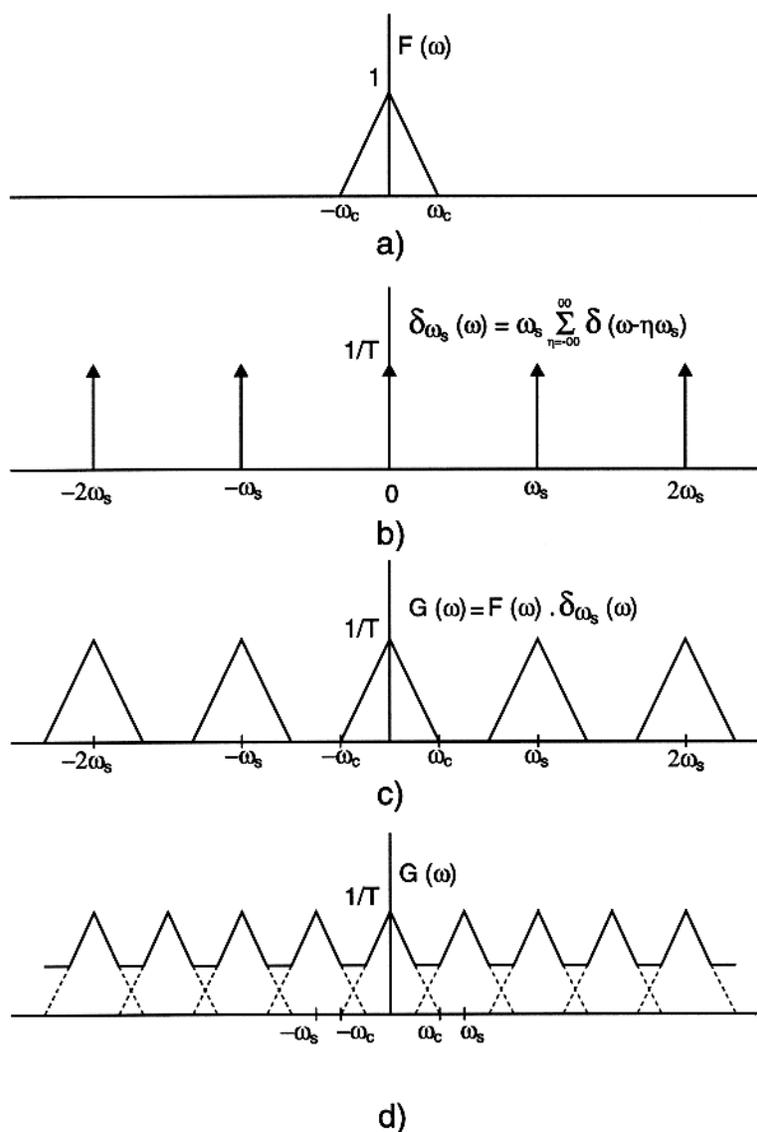


Figura A.1 - Amostragem de uma função de faixa limitada  $f(t)$ , no domínio do espectro de Fourier. (a) Espectro do sinal original; (b) Transformada de Fourier da função sequência de impulsos; (c) Espectro da função amostrada, para  $f_N > f_c$ ; (d) Espectro da função amostrada para  $f_N < f_c$ . (Oppenheim e Schaffer, 1992, adaptado).

de *Nyquist*  $k_N$  é definido por (SHERIFF & GELDART, 1982)

$$k_N = \frac{\pi}{\Delta x} \quad ; \quad \frac{k_N}{2\pi} = \frac{1}{\lambda_N} = \frac{1}{2\Delta x} \quad (\text{A.6})$$

onde  $\lambda_N$  é o comprimento de onda de *Nyquist*. A segunda expressão acima, indica, por assim dizer, a máxima freqüência espacial a ser amostrada corretamente com o intervalo de amostragem  $\Delta x$ ; portanto, se considerarmos um sinal tendo seu menor comprimento de onda significativo inferior ao comprimento de onda *Nyquist*, este será amostrado sob o efeito de falseamento espacial.

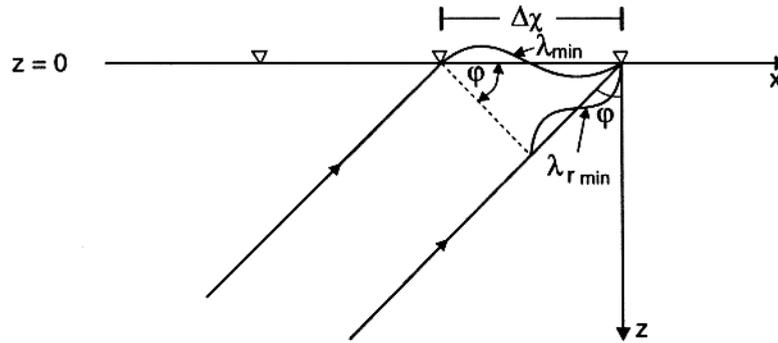


Figura A.2 - Esquema da trajetória de uma onda ascendente, observada em  $z = 0$  e em um certo tempo  $t$ , cujo conteúdo de freqüência espacial é estabelecido por  $\Delta x$  (tomado de MÜLLER, 1991).

Por outra parte, o intervalo de amostragem  $\Delta x$  e, como conseqüência, o número de onda de *Nyquist* podem ser expressados em função da freqüência máxima do sinal  $f_{\max}$ , do ângulo de propagação ( $\varphi$ ) e da velocidade do meio ( $v$ ). Com esse fim, conforme mostrado na Figura A.2, assumimos um sinal observado em  $z = 0$  para um determinado tempo, cujo número de onda máximo é expresso por (Müller, 1991)

$$k_{\max} = \frac{2\pi}{\lambda_{\min}} \leq k_N = \frac{\pi}{\Delta x} \quad (\text{A.7})$$

onde  $\lambda_{\min}$  é o comprimento de onda mínimo. Tomando em conta a relação  $\lambda_{r\min} = \frac{v}{f_{\max}}$  (comprimento de onda real mínimo) e com base na Figura A.2, obtém-se a expressão

$$\lambda_{\min} = \frac{\lambda_{r\min}}{\sin \varphi} = \frac{v}{f_{\max} \sin \varphi} \quad (\text{A.8})$$

Da combinação das equações A.7 e A.8, resulta

$$\Delta x = \frac{\pi}{k_N} \leq \frac{\lambda_{\min}}{2} = \frac{v}{2f_{\max} \sin \varphi} \quad (\text{A.9})$$

Segundo esta equação, sendo  $v$  e  $f_{max}$  conhecidos, o intervalo de amostragem espacial dependerá unicamente do ângulo de propagação do sinal. Portanto, com o intervalo de amostragem calculado para um dado ângulo de propagação, serão corretamente amostrados aqueles sinais ou eventos com ângulos de propagação menores ou iguais que o dito ângulo, enquanto os eventos com ângulos de propagação maiores serão amostrados sob o efeito de falseamento.

## B - SÍNTESE DE ONDAS PLANAS A PARTIR DA SUPERPOSIÇÃO DE FONTES PONTUAIS

No capítulo 3, partindo da solução da equação da onda para o meio homogêneo ilimitado com velocidade e densidade constantes, foi apresentada uma abordagem teórica sobre a geração de ondas planas a partir da superposição dos campos de onda produzidos por fontes pontuais distribuídos no plano  $x - y$  (em  $z = 0$ ). Neste apêndice, tomando como referência o trabalho de ADLER (1993), são apresentados com detalhe as deduções das soluções analíticas tanto para o caso da onda plana vertical (expressão 3.5), como para as ondas planas inclinadas (expressão 3.8).

### B.1 ONDA PLANA VERTICAL

Se denotamos por  $S(\vec{x}, t)$  a função que descreve a propagação da onda, sendo  $\vec{x} = (x, y, z)$  o vetor posição para um certo tempo ( $t$ ) de propagação, então a equação que governa a propagação de dita onda em um meio com velocidade uniforme ( $v$ ), e dada pela expressão

$$\left(\frac{1}{v^2}\partial_{tt} - \Delta\right)S(\vec{x}, t) = q(\vec{x}, t) \quad (\text{B.1})$$

onde  $q(\vec{x}, t)$  é a função que representa a fonte pontual impulsiva, expresso por

$$q(\vec{x}, t) = \delta(x - \xi)\delta(y - \eta)\delta(z)\delta(t) \quad (\text{B.2})$$

e  $\vec{\xi} = (\xi, \eta, \zeta = 0)$  o vetor posição da fonte pontual. A solução da equação B.1 para a onda de saída (*outgoing*), ou seja, para  $R = |\vec{x} - \vec{\xi}| \rightarrow \infty$ , é dado por

$$g(\vec{x}, \vec{\xi}, t) = \frac{1}{4\pi R}\delta\left(t - \frac{R}{v}\right) \quad (\text{B.3})$$

onde  $R = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{1}{2}}$ . Sendo esta última expressão a função de Green 3-D para o espaço ilimitado. Como mencionado antes, se assumirmos a distribuição de inumeráveis fontes pontuais impulsivas localizadas no plano  $x - y$ , a função que descreve a propagação do campo resultante da ativação simultânea de todas essas fontes, pode ser calculado através da superposição linear da solução B.3, isto é

$$S_v(\vec{x}, t) = \int d\xi \int d\eta g(\vec{\xi}, \vec{x}, t) \quad (\text{B.4})$$

A solução da expressão B.4, no domínio tempo-espaco, pode ser derivada a partir da utilização da seguinte relação da função delta (ver ADLER, 1993)

$$\delta(g(x)) = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|g'(x_i)|} \quad (\text{B.5})$$

onde  $x_i$  são os pontos nulos da função  $g(x)$ . Pela aplicação da relação B.5 se tem a seguinte expressão

$$\delta\left(t^2 - \frac{R^2}{v^2}\right) = \frac{1}{2\frac{R}{v}} \left\{ \delta\left(t - \frac{R}{v}\right) + \delta\left(t + \frac{R}{v}\right) \right\} \quad (\text{B.6})$$

então, a função de Green 3-D para  $t > 0$  pode ser expresso como

$$\begin{aligned} \frac{\delta\left(t - \frac{R}{v}\right)}{4\pi R} &= \theta(t) \frac{1}{2\pi v} \delta\left(t^2 - \frac{r^2}{v^2}\right) \\ &= \theta(t) \frac{v}{2\pi} \delta(v^2 t^2 - r^2) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Portanto, com base na expressão acima, a equação B.3 pode ser reescrita na forma

$$g(\vec{x}, \vec{\xi}, t) = \theta(t) \frac{v}{2\pi} \delta(c^2 t^2 - (x - \xi)^2 - (y - \eta)^2 - z^2) \quad (\text{B.8})$$

logo, substituindo (B.8) na expressão B.4 e realizando uma transformação para coordenadas polares, ou seja

$$\begin{aligned} \phi & \text{ e} \\ r &= \left( (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

obtem-se como resultado

$$S_v(\vec{x}, t) = 2\pi \int_0^\infty dr r \frac{v}{2\pi} \theta(t) \delta(v^2 t^2 - r^2 - z^2) \quad (\text{B.9})$$

Esta integração devido ao fato de  $r^2 > 0$  tem solução unicamente quando o argumento da função delta cumpre a seguinte condição

$$v^2 t^2 - z^2 > 0 \quad \text{isto é} \quad t > \frac{|z|}{v}$$

devido a esta condição resulta o fator  $\theta\left(t - \frac{|z|}{v}\right)$ , e, assim, a expressão B.9 tem a seguinte solução

$$\begin{aligned} S_v(\vec{x}, t) &= v\theta(t)\theta\left(t - \frac{|z|}{v}\right) \int_0^\infty \frac{1}{2} d(r^2) \delta(v^2 t^2 - r^2 - z^2) \\ &= \frac{v}{2} \theta\left(t - \frac{|z|}{v}\right) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

determinando-se, desta forma, a função de Green 1-D apresentada na expressão 3.5, a mesma que descreve a propagação de uma onda plana vertical.

## B.2 ONDA PLANA COM INCIDÊNCIA INCLINADA

Da mesma forma que no caso anterior, também partimos da suposição de que na superfície (ou plano  $x - y$ ) se tem uma distribuição de inumeráveis fontes pontuais impulsivas. Então, a geração de uma onda plana que se propague com um certo ângulo de inclinação será conseguido quando as ditas fontes sejam ativadas seqüencialmente segundo um determinado tempo de atraso, dado por

$$\tau(\xi, \eta) = p_x \xi + p_y \eta \quad (\text{B.11})$$

com isto a expressão B.2 que representa a fonte pontual, torna-se

$$q(\vec{x}, t) = \delta(x - \xi)\delta(y - \eta)\delta(z)\delta(t - \tau(\xi, \eta)) \quad (\text{B.12})$$

Vale salientar que para gerar ondas planas homogêneas os valores de  $p_x$  e  $p_y$  devem ser escolhidos de modo a cumprir a seguinte condição  $\frac{1}{v^2} - p_x^2 - p_y^2 > 0$ . Portanto, tomando em conta esta nova função fonte, a onda plana homogênea inclinada resultante da superposição dos campos de ondas das fontes pontuais, tem a seguinte solução

$$\begin{aligned} S_{in}(\vec{x}, t) &= \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{v^2} - p_x^2 - p_y^2}} \theta\left(t - p_x x - p_y y - \sqrt{\frac{1}{v^2} - p_x^2 - p_y^2} |z|\right) \\ &= \frac{\theta(t - \vec{p} \cdot \vec{x})}{2\sqrt{\frac{1}{v^2} - p_x^2 - p_y^2}} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Como mostrado na Figura B.1, o ângulo de inclinação  $\alpha$  da onda plana esta relacionado ao vetor vagarocidade  $\vec{p}$ , isto é

$$\vec{p} = p_x \vec{e}_x + p_y \vec{e}_y + \sqrt{\frac{1}{v^2} - p_x^2 - p_y^2} \vec{e}_z \quad (\text{B.14})$$

$$p_z = \sqrt{\frac{1}{v^2} - p_x^2 - p_y^2} = \frac{\cos \alpha}{v} \quad (\text{B.15})$$

Pode-se perceber que contrariamente à onda plana vertical que tem uma amplitude de 1, a onda plana com incidência inclinada tem sua amplitude que é inversamente proporcional ao coseno do ângulo de incidência.

A seguir é apresentado a dedução da expressão B.13 que é realizado no domínio  $(\omega - k)$ . Nesse sentido, aplicando a transformação de Fourier à equação B.1, resulta

$$\left(-\frac{\omega^2}{v^2} + k^2\right) \underline{S}(\vec{k}, \omega) = e^{-ik_x \xi} e^{-ik_y \eta} e^{-i\omega p_x \xi} e^{-i\omega p_y \eta} \quad (\text{B.16})$$

de onde se obtém a solução

$$\underline{S}(\vec{k}, \omega) = \frac{e^{-ik_x \xi} e^{-ik_y \eta} e^{-i\omega p_x \xi} e^{-i\omega p_y \eta}}{k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} \quad (\text{B.17})$$

Substituindo a solução acima na expressão B.4, logo resolvendo as integrais nas variáveis  $\xi$  e  $\eta$ , ou seja

$$\begin{aligned} S_{\text{in}}(\vec{x}, t) &= \int d\xi \int d\eta \frac{1}{(2\pi)^4} \int d\omega \int d^3k \frac{e^{-i(k_x + \omega p_x)\xi} e^{-i(k_y + \omega p_y)\eta}}{k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} e^{i\vec{k}\vec{x}} e^{i\omega t} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\omega \int d^3k \frac{\delta(k_x + \omega p_x) \delta(k_y + \omega p_y)}{k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} e^{i\vec{k}\vec{x}} e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

e, por outra parte, aplicando outra transformação de Fourier nas funções delta, obtém-se

$$S_{\text{in}}(\vec{x}, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\omega \int dk_z \frac{1}{k_z^2 + \omega^2 p_x^2 + \omega^2 p_y^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} e^{ik_z z} e^{i\omega(t - p_x x - p_y y)} \quad (\text{B.19})$$

Com o propósito de resolver a integração na variável  $k_z$ , a segunda integral da expressão B.19 pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2\pi} \int dk_z \frac{1}{k_z^2 + \omega^2 p_x^2 + \omega^2 p_y^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} e^{ik_z z} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int dk_z \frac{e^{ik_z z}}{2\omega \sqrt{\frac{1}{c^2} - p_x^2 - p_y^2}} \left( \frac{1}{k_z - \omega \sqrt{\frac{1}{c^2} - p_x^2 - p_y^2}} - \frac{1}{k_z + \omega \sqrt{\frac{1}{c^2} - p_x^2 - p_y^2}} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

A integral acima resolvida por meio do teorema dos resíduos, tem a seguinte solução

$$I = \begin{cases} -\frac{i}{2\omega \sqrt{\frac{1}{c^2} - p_x^2 - p_y^2}} e^{i\omega \sqrt{\frac{1}{c^2} - p_x^2 - p_y^2} z} & z < 0 \\ -\frac{i}{2\omega \sqrt{\frac{1}{c^2} - p_x^2 - p_y^2}} e^{-i\omega \sqrt{\frac{1}{c^2} - p_x^2 - p_y^2} z} & z > 0 \end{cases}$$

ou também

$$I = -\frac{i}{2\omega \sqrt{\frac{1}{c^2} - p_x^2 - p_y^2}} e^{-i\omega \sqrt{\frac{1}{c^2} - p_x^2 - p_y^2} |z|} \quad (\text{B.21})$$

Da substituição desta solução na expressão B.19, pode-se extrair a solução da onda plana inclinada no domínio frequência angular-espço ( $\omega - \vec{x}$ ), isto é

$$\tilde{S}_{\text{in}}(\vec{x}, \omega) = -\frac{i}{2\omega \sqrt{\frac{1}{c^2} - p_x^2 - p_y^2}} e^{-i\omega(p_x x + p_y y + \sqrt{\frac{1}{c^2} - p_x^2 - p_y^2} |z|)} \quad (\text{B.22})$$

finalmente, da transformação de Fourier ( $\omega \rightarrow t$ ) da expressão acima, resulta

$$S_{in}(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{c^2} - p_x^2 - p_y^2}} \theta(t - p_x x - p_y y - \sqrt{\frac{1}{c^2} - p_x^2 - p_y^2} |z|) \quad (\text{B.23})$$

obtendo-se, assim, a função que representa a propagação da onda plana inclinada gerada a partir da superposição de fontes pontuais.

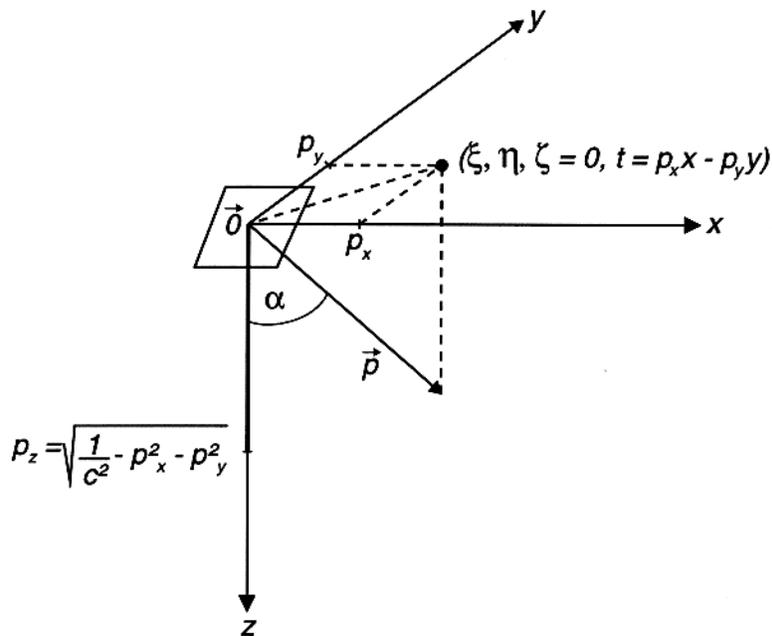


Figura B.1 - Configuração da síntese de ondas planas inclinadas.

## C - O EMPILHAMENTO OBLÍQUO CORRETO

Neste apêndice, tomando como referência os trabalhos de MÜLLER (1970) e TREITEL et al. (1982), é apresentada uma revisão sobre a decomposição dos sismogramas ou do campo de onda em suas ondas planas correspondentes, através do processo denominado de empilhamento oblíquo correto.

Sob a suposição de um meio (3-D) constituído por um semi-espaço inferior com inhomogeneidade vertical, e uma fonte pontual de ondas compressoriais situado no semi-espaço superior, MÜLLER (1970) encontrou uma solução formal para a redução de uma seção sísmica de fonte pontual em um conjunto equivalente de sismogramas de ondas planas; isto, a partir da inversão por meio da transformada de Hankel de ordem zero, da expressão do campo de deslocamento vertical devido às ondas compressoriais refletidas no meio estratificado. Posteriormente, TREITEL et al. (1982) acharam a relação entre esta decomposição em ondas planas e o empilhamento oblíquo, onde, sob a consideração da simetria radial do meio, a dita solução é apresentada como a equação de decomposição em ondas planas da seção sísmica de fonte pontual, ou também chamado empilhamento oblíquo correto (*proper slant stack*).

A seguir é apresentado o desenvolvimento matemático deste método de decomposição do campo de onda em ondas planas.

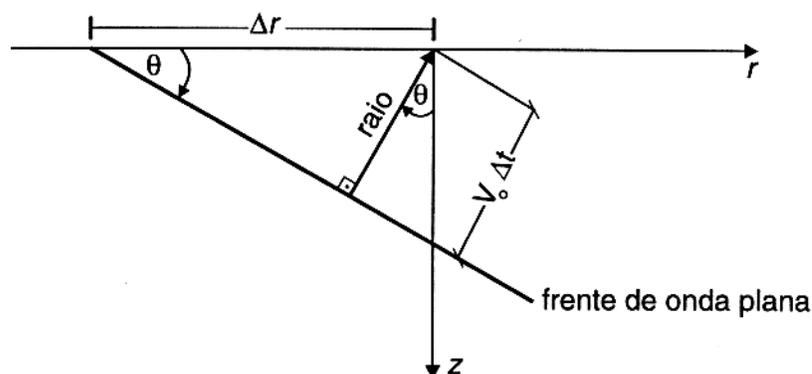


Figura C.1 - Meio com velocidade constante  $V_0$ . A linha inclinada representa uma onda plana compressional ascendente, que forma o ângulo  $\theta$  com o eixo vertical (tomado de TREITEL et al., 1982).

Conforme está representado na Figura C.1, partimos da suposição de um meio com simetria radial, onde é considerado uma onda plana compressional ascendente com velocidade

de propagação  $v_0$  e formando um ângulo  $\theta$  com o eixo vertical. Da geometria deste gráfico obtém-se a seguinte relação para o parâmetro horizontal do raio ( $p$ )

$$p_x = \frac{1}{C_r} = \frac{\Delta t}{\Delta r} = \frac{\sin \theta}{v_0} \quad (\text{C.1})$$

onde  $C_r$  é a velocidade horizontal de fase,  $\Delta t$  e  $\Delta r$  os incrementos de tempo e distância respectivamente.

Supondo que se tem um experimento sísmico, com a fonte situada na origem do sistema de coordenadas  $(x, y, z)$  e com os receptores localizados no lado direito do plano  $x - y$  em  $z = 0$ ; então, o empilhamento oblíquo, através do eixo  $x$ , é realizado pela somatória das amplitudes dos traços ao longo de linhas com declive constante  $p$ ; cuja expressão matemática é dado por

$$T(t, p) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(x, y, t - p_x x) dx dy \quad (\text{C.2})$$

onde  $W(x, y, t)$  é o traço de deslocamento vertical registrado no ponto  $(x, y, z = 0)$ . Logo, transformando a expressão acima para coordenadas polares, onde

$$\begin{aligned} x &= r \cos \phi \\ y &= r \sin \phi \\ dx dy &= r dr d\phi \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

resulta

$$T(t, p) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} W(r, t - rp_r \cos \phi) r dr d\phi \quad (\text{C.4})$$

Se tomarmos em conta a propriedade do deslocamento da função *Delta-Dirac*, o integrando da expressão anterior torna-se em uma convolução, isto é

$$T(t, p) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} W(r, t) * \delta(t - t_0 \cos \phi) r dr d\phi \quad (\text{C.5})$$

onde  $t_0 = rp_r$ . Agora, separando a integração na variável  $\phi$  e chamando está como  $h(t)$ , obtém-se

$$h(t) = \int_{-\pi}^{\pi} \delta(t - t_0 \cos \phi) d\phi = 2 \int_0^{\pi} \delta(t - t_0 \cos \phi) d\phi \quad (\text{C.6})$$

Aplicando a mudança de variável de  $\mu = t_0 \cos \phi$ , sendo  $d\mu = -(t_0^2 - \mu^2)^{\frac{1}{2}} d\phi$ , a expressão C.6 pode ser reescrita como

$$h(t) = 2 \int_0^{\pi} \delta(t - t_0 \cos \phi) d\phi = 2 \int_{-t_0}^{t_0} (t_0^2 - \mu^2)^{\frac{1}{2}} \delta(t - \mu) d\mu \quad (\text{C.7})$$

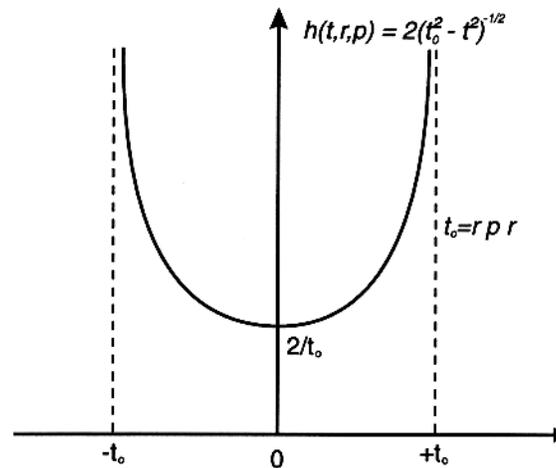


Figura C.2 - Gráfico do operador  $h(t, r, p)$  que deve ser convolvido com o traço na posição  $r$  (segundo MÜLLER, 1970 e TREITEL et al., 1982).

ou também

$$h(t) = \begin{cases} 2(t_0^2 - t^2)^{-\frac{1}{2}} & t \leq t_0 = r p r \\ 0 & t > t_0 \end{cases} \quad (\text{C.8})$$

Como representado na Figura C.2,  $h(t)$  é uma função simétrica e dependente das variáveis  $r$  e  $p$ ; por tanto, também pode ser expresso como  $h(t, r, p)$ .

Finalmente, substituindo o valor de  $h(t, r, p)$  na expressão C.5, tem-se

$$T(t, p) = \int_0^{\infty} r [W(t, r) * h(t, r, p)] dr \quad (\text{C.9})$$

Esta equação implica que antes da integração em  $r$ , cada traço  $W(t, r)$  deve ser convolvido com o operador do filtro definido para um certo valor de  $p$ , segundo a expressão C.8; desta forma, o resultado da convolução e integração, é um traço,  $T(t, p)$ , no domínio do parâmetro do raio. Esta operação é conhecida como empilhamento oblíquo correto (TREITEL et al., 1982).

De outro lado, realizando a transformação de Fourier em tempo da equação C.9, e substituindo a seguinte relação de transformação (Oberhettinger, 1957 em TREITEL et al., 1982)

$$h(t, r, p) = 2[(rp)^2 - t^2]^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow J_0(\omega rp) \quad (\text{C.10})$$

resulta na expressão

$$T(\omega, p) = \int_0^{\infty} W(r, \omega) J_0(\omega rp) r dr \quad (\text{C.11})$$

onde  $J_0$  é a função de Bessel de ordem zero.

As equações C.9 e C.11, produzem como resultado a decomposição em ondas planas de uma seção sísmica de tiro comum, no domínio do tempo e das frequências respectivamente. Devido a que foi assumido, a simetria radial, qualquer uma destas equações produz uma correta decomposição em onda planas, desde que a seção sísmica seja efetuada ao longo de um perfil linear; no entanto, por razões práticas, prefere-se realizar o empilhamento oblíquo correto no domínio das frequências.

Como mencionado no capítulo 3, outro método de decomposição das seções sísmicas de fonte comum em ondas planas é o empilhamento oblíquo. Nesse sentido, pode-se concluir indicando a diferença entre o empilhamento oblíquo convencional e o empilhamento oblíquo correto. No caso 2-D, ou seja, quando se tem seções sísmicas de tiro comum obtidos ao longo de perfis lineares; assim como foi dito antes, pela aplicação do empilhamento oblíquo correto obtém-se uma verdadeira decomposição em ondas planas. Contrariamente, a aplicação do empilhamento oblíquo convencional, nesse tipo de dados, não produzirá uma correta decomposição em ondas planas; não obstante, este empilhamento produziria uma correta decomposição, em dados com fonte linear.

## D - SERIE DE DADOS MARMOUSI

No capítulo 5 como um exemplo de aplicação a série de dados Marmousi foi processado pelo método de empilhamento PWC e também pelo método de empilhamento CMP. Aqui se apresenta uma descrição tanto do modelo Marmousi que representa uma situação geológica real como também dos dados de reflexão sísmica gerados a partir desse modelo. Estes dados foram produzidos no Instituto Francês do Petróleo (VERSTEEG, 1991) com o objetivo de servir como referência para testes com diferentes técnicas de inversão e imageamento de reflexão sísmica.

### D.1 MODELO MARMOUSI

O modelo Marmousi foi criado com base em um perfil geológico localizado em Quengela Norte na bacia de Cuanza (Angola) (Figura D.1a). Então, baseado neste perfil foi construído um modelo geométrico bidimensional com 9200 metros de extensão horizontal e 3000 metros na vertical, constituído por 160 camadas onde se tem distribuições de velocidades e densidades com gradientes horizontais e verticais realísticos (Figura D.1b).

Segundo BOURGEOIS et al. (1991), geologicamente o modelo consiste de um intervalo de sedimentos deltaicos com espaçamento de oeste para leste, depositado sobre uma série de evaporitos salíferos; onde a parte mais oriental do modelo parece ter sido mais afetada pela movimentação lateral do deslizamento da camada de sal, dando lugar ao desenvolvimento de falhas normais. Também, tem-se ocorrência de depósitos de carbonatos plataformais dobrados, nos quais uma armadilha estrutural de hidrocarbonetos é esperada.

Enquanto à história geológica podem ser reconhecidas duas fases: A primeira fase que corresponde a uma sedimentação plataformal contínua, que no final desta sedimentação os depósitos foram suavemente dobrados e então erodidos. A segunda fase iniciou com a deposição de uma série de evaporitos salíferos. Nesta série uma outra rica em argilas e margas com matéria orgânica foi depositada. Posteriormente foram depositados sedimentos detríticos de folhelhos e arenitos, de quem o espaçamento é controlado pela ocorrência de deslocamentos laterais contínuos no sal, que também são responsáveis pelo aparecimento de falhas e ativamente das mesmas durante toda a deposição dos sedimentos detríticos.

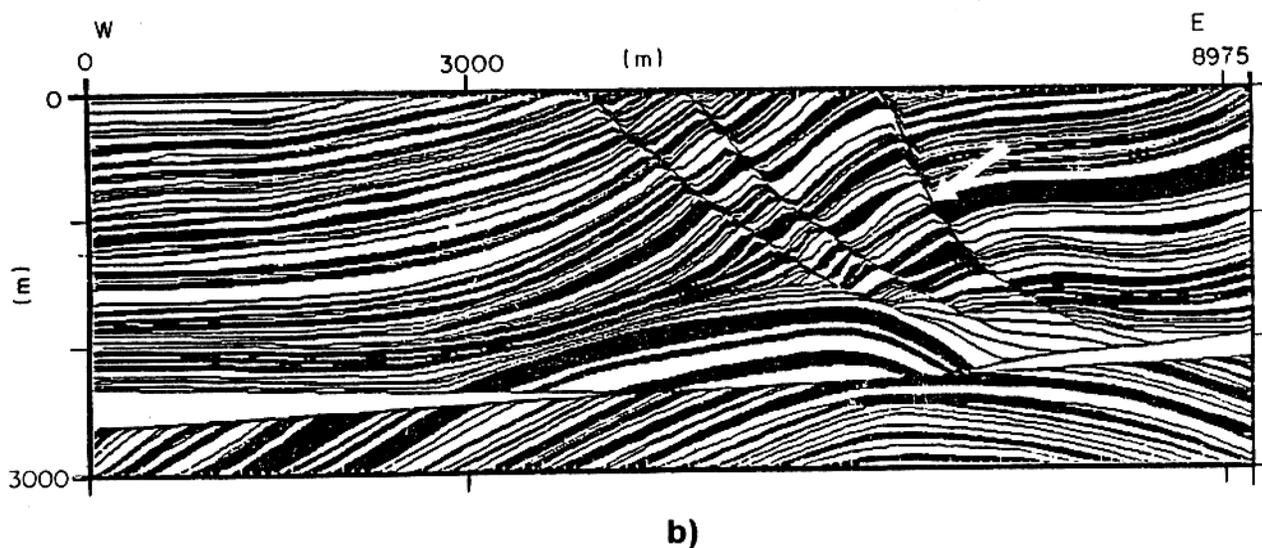
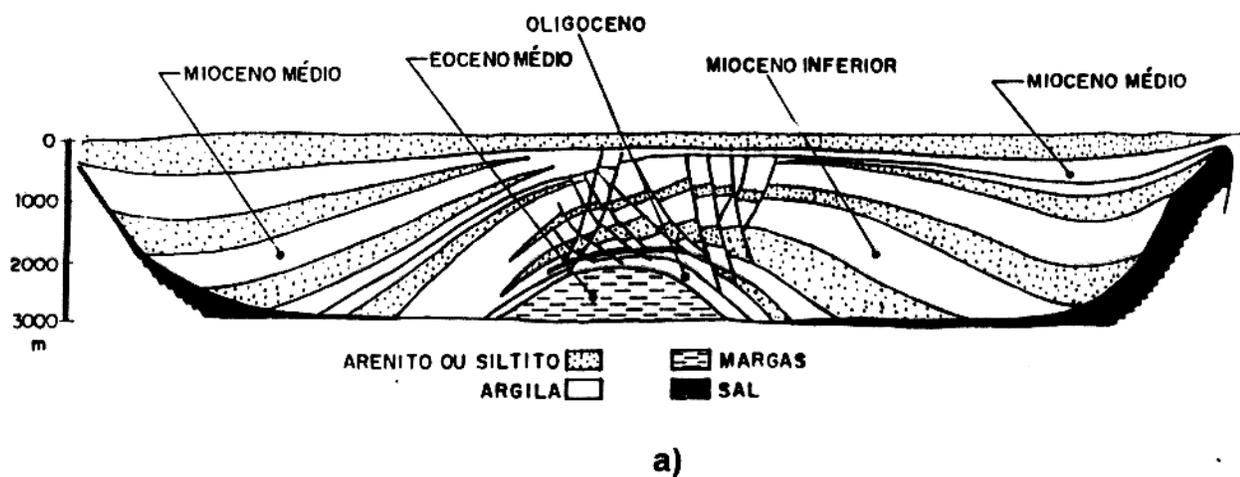


Figura D.1 - a) Perfil geológico da bacia de Cuanza localizado em Quengela Norte (Angola), utilizado para a construção do modelo Marmousi; b) Modelo de velocidades dos dados Marmousi

## D.2 DADOS SÍSMICOS MARMOUSI

Os dados sísmicos foram gerados a partir do modelo descrito anteriormente, segundo a seguinte disposição geométrica:

- Assume-se que o arranjo das fontes é constituído de 6 canhões de água espalhados em uma extensão de 40 metros, profundidade de 8 metros e com um intervalo de 8 metros entre cada um deles. Os disparos são realizados simultaneamente e a fonte colocada coincidentemente com o ponto médio do arranjo das fontes. O pulso inicial usado para simular a fonte foi aproximado a partir da digitalização de um pulso real utilizado no campo, ao qual foi aplicado um filtro trapezoidal nas frequências (0, 10, 40, 60 Hz).
- O arranjo de receptores é composto de 96 grupos de hidrofones, sendo a distância entre dois grupos consecutivos de 25 metros, com afastamentos inicial e final de 200 e 2575 metros respectivamente. Cada grupo de hidrofone consiste de 5 hidrofones, com uma distancia de 4 metros entre cada um desses. O traço para cada grupo é obtido a partir da soma de 5 traços registrados. A profundidade dos sensores é de 12 metros.
- Com o dispositivo descrito antes, um total de 240 disparos foram simulados de oeste para leste, estando o primeiro e ultimo disparos localizados a 3000 e 8975 metros da extremidade oeste do modelo, e com uma distancia de 25m entre dois disparos consecutivos.

Com base nesta geometria os dados foram gerados computacionalmente para cada um dos disparos consecutivos. Para o cálculo do campo de ondas em cada momento da propagação foi usado um esquema de diferenças finitas explícito de segunda ordem (no tempo e espaço). Uma condição de contorno de terceira ordem foi usada a fim reduzir efeitos de borda. Considerou-se o espaçamento ótimo entre células de 4 metros a fim de evitar problemas de dispersão e altos custos computacionais. Após gerados, os dados foram filtrados com o filtro trapezoidal na frequência (0,10,35,55 Hz). Alguns exemplos desses dados classificados em famílias de fonte comum são mostrados na Figura D.2.

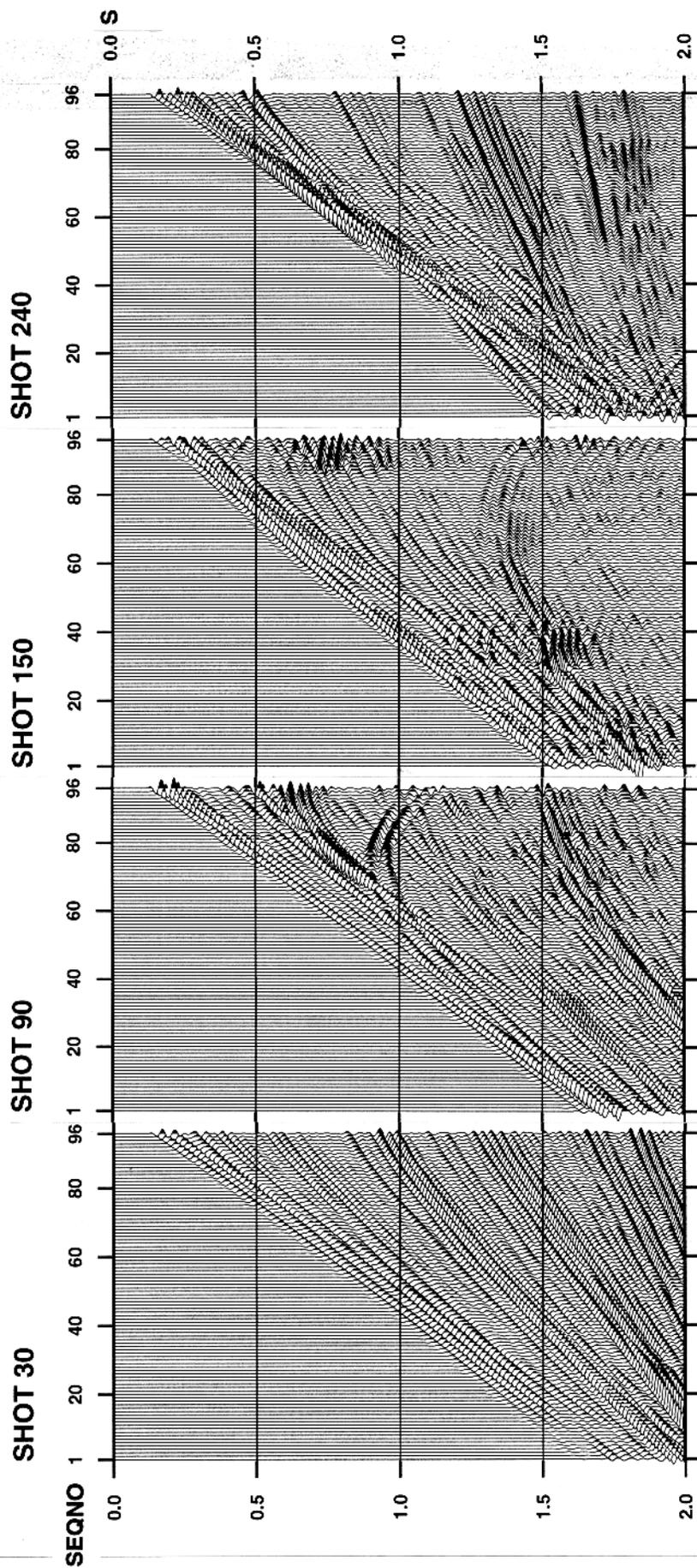


Figura D.2 - Dados Marmousi: Famílias de fonte comum com dispositivo assimétrico.