

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

ESTIMATIVAS DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA DOS
MINERAIS E ROCHAS E INFLUÊNCIA DE PARÂMETROS
TÉRMICOS E PETROFÍSICOS NA RESISTIVIDADE
APARENTE DA FORMAÇÃO

TESE APRESENTADA POR
KLAUS COZZOLINO

COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE
MESTRE EM CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

Data de Aprovação : 09.08.1995

COMITÊ DE TESE:

Allen Quentin Howard, Jr.
Dr. Allen Quentin Howard, Jr. (Orientador)

M. A. Lovell
Dr. Michael Anthony Lovell

Stefan M. Lüthi
Dr. Stefan Moritz Lüthi

Jadir da Conceição da Silva
Dr. Jadir da Conceição da Silva

BELEM

1995

COZZOLINO, Klaus. Estimativas da condutividade térmica dos minerais e rochas e influência de parâmetros térmicos e petrofísicos na resistividade aparente da formação. Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências, 1995. 83 p.

Tese (Mestrado em Geofísica) - Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA, 1995.

1. CONDUTIVIDADE TÉRMICA. 2. REGRESSÃO. 3. INVASÃO. 4. TEMPERATURA. 5. RESISTIVIDADE APARENTE. 6. DIFERENÇAS FINITAS. I. Título.

Dedico este trabalho a minha família
que tanto me apoiou nesta jornada.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Dr. Allen Howard por sua paciência, dedicação e pelas palavras de incentivo, que muito me valeram quando tudo parecia dar errado.

Ao corpo docente, técnico e administrativo do Departamento de Geofísica da UFPa por terem propiciado os meios para a realização deste trabalho.

Ao convênio UFPA/PETROBRÁS/FADESP/CAPES/FINEP/CNPq pelo suporte financeiro, sem o qual não seria possível a realização deste trabalho.

Aos companheiros de pesquisa Protázio, Jadir e outros, pelos auxílios, pela paciência e excelente convivência durante este período.

Aos meus pais, aos Professores Dias e Sônia e a Petrobrás, pela determinação em não medir esforços no que considero o período mais difícil de minha vida.

Aos amigos Ana, Albano, Adelmo, Paulo e Sr. e Sra. Vilhena, sem os quais não seria possível a minha permanência em Belém, prejudicando assim o desenvolvimento deste trabalho.

SUMÁRIO

	p.
DEDICATÓRIA	i
AGRADECIMENTOS	ii
RESUMO	1
ABSTRACT	3
1 - INTRODUÇÃO	5
2 - FUNDAMENTOS	10
2.1 PRINCIPAIS MODELOS DE CONDUTIVIDADE TÉRMICA PARA SISTEMAS BIFÁSICOS	12
2.2 MÉTODO DE REGRESSÃO	14
2.3 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO DO CALOR - REGIME TRANSIENTE 1-D	15
2.3.1 Comparação entre as Soluções Analítica e Numérica	17
2.4 RESISTIVIDADE APARENTE DA FORMAÇÃO	18
3 - ESTIMATIVAS DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA DOS MINERAIS E ROCHAS POR REGRESSÃO	23
3.1 ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO MÉTODO DE REGRESSÃO	23
3.2 CONDUTIVIDADE TÉRMICA DOS MINERAIS - DADOS REAIS	27
3.3 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS	28
3.4 CONDUTIVIDADE MÉDIA DA FASE SÓLIDA	33
4 - INFLUÊNCIA DAS PROPRIEDADES TÉRMICAS E PETROFÍSICAS NA RESISTIVIDADE APARENTE DA FORMAÇÃO	39
4.1 PROCESSO DE INVASÃO - UMA SIMULAÇÃO	39
4.2 OBTENÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA $T(r,t)$	46
4.2.1 Teste do Algoritmo de Diferenças Finitas	47
4.3 DISTRIBUIÇÃO RADIAL DE CONDUTIVIDADE (OU RESISTIVIDADE)	51

4.4	FATOR GEOMÉTRICO E RESISTIVIDADE APARENTE DA FORMAÇÃO .	53
4.5	INFLUÊNCIA DE ALGUNS PARÂMETROS SOBRE A RESISTIVIDADE APARENTE DA FORMAÇÃO	55
5	CONCLUSÃO	72
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	75
	APÊNDICE A - CONDUTTIVIDADE APARENTE	79
	APÊNDICE B - FATOR GEOMÉTRICO	82

RESUMÓ

O presente estudo realiza estimativas da condutividade térmica dos principais minerais formadores de rochas, bem como estimativas da condutividade média da fase sólida de cinco litologias básicas (arenitos, calcários, dolomitos, anidritas e litologias argilosas). Alguns modelos térmicos foram comparados entre si, possibilitando a verificação daquele mais apropriado para representar o agregado de minerais e fluidos que compõem as rochas. Os resultados obtidos podem ser aplicados a modelamentos térmicos os mais variados.

A metodologia empregada baseia-se em um algoritmo de regressão não-linear denominado de Busca Aleatória Controlada. O comportamento do algoritmo é avaliado para dados sintéticos antes de ser usado em dados reais. O modelo usado na regressão para obter a condutividade térmica dos minerais é o modelo geométrico médio.

O método de regressão, usado em cada subconjunto litológico, forneceu os seguintes valores para a condutividade térmica média da fase sólida: arenitos $5,9 \pm 1,33$ W/mK, calcários $3,1 \pm 0,12$ W/mK, dolomitos $4,7 \pm 0,56$ W/mK, anidritas $6,3 \pm 0,27$ W/mK e para litologias argilosas $3,4 \pm 0,48$ W/mK.

Na sequência, são fornecidas as bases para o estudo da difusão do calor em coordenadas cilíndricas, considerando o efeito de invasão do filtrado da lama na formação, através de uma adaptação da simulação de injeção de poços proveniente das teorias relativas à engenharia de reservatório. Com isto, estimam-se os erros relativos sobre a resistividade aparente assumindo como referência a temperatura original da formação.

Nesta etapa do trabalho, faz-se uso do método de diferenças finitas para avaliar a distribuição de temperatura poço-formação. A simulação da invasão é realizada, em coordenadas cilíndricas, através da adaptação da equação de Buckley-Leverett em coordenadas cartesianas. Efeitos como o aparecimento do reboco de lama na parede do poço, gravidade e pressão capilar não são levados em consideração. A partir das distribuições de saturação e temperatura, obtém-se a distribuição radial de resistividade, a qual é convolvida com a resposta radial da ferramenta de indução (transmissor-receptor) resultando na resistividade aparente da formação. Admitindo como referência a temperatura original da formação, são obtidos os erros relativos da resistividade aparente.

Através da variação de alguns parâmetros, verifica-se que a porosidade e a saturação

original da formação podem ser responsáveis por enormes erros na obtenção da resistividade, principalmente se tais "leituras" forem realizadas logo após a perfuração (MWD). A diferença de temperatura entre poço e formação é a principal causadora de tais erros, indicando que em situações onde esta diferença de temperatura seja grande, perfilagens com ferramentas de indução devam ser realizadas de um a dois dias após a perfuração do poço.

ABSTRACT

The present study carries out estimates of thermal conductivity in the principal rock-forming minerals, as well as estimates of the average conductivity of the solid phase of five common lithologies (sandstones, dolomites, limestones, anhydrites, clay lithologies). Several thermal models were compared, permitting the verification of one as the most appropriate to represent the aggregate of minerals and fluids of which rocks are composed. The results of this study can be applied to a wide variety of thermal models.

The chosen methodology is based on a non-linear regression algorithm denominated Random Search. The algorithm's behaviour is evaluated with synthetic data before being applied to real data. The geometric mean model is used in the regression to obtain the values of thermal conductivity in these rock-forming minerals.

The regression method used in each lithological sub-group gave the following values for average thermal conductivity in the solid phase: sandstones 5.9 ± 1.33 W/mK, limestones 3.1 ± 0.12 W/mK, dolomites 4.7 ± 0.56 W/mK anhydrites 6.3 ± 0.27 W/mK and for argillaceous lithologies 3.4 ± 0.48 W/mK.

In the sequence the fundamentals for the study of heat diffusion are presented in cylindrical coordinates. The effects of invasion of mud filtrate into the formation are considered using an adaption of simulation of well injection techniques originating in theories developed in reservoir engineering. Assuming the original temperature of the formation as a reference, the relative errors in apparent resistivity can be estimated. In this phase of the work the finite differences method is used to measure distribution of the well-formation temperature. Simulation of the invasion is carried out in cylindrical coordinates via an adaptation of the Buckley-Leverett equation into cartesian coordinates. Effects such as the appearance of mudcakes in the borehole, gravity and capillary pressure are not taken into consideration. The radial distribution of resistivity is obtained via the distribution of saturation and temperature, and is convolved with the radial geometrical factor of the induction tool (transmissor-receiver), resulting in the apparent resistivity of the formation. Admitting as reference the original temperature of the formation, the relative errors in apparent resistivity are obtained at each time.

Through variation of certain parameters, it becomes clear that the porosity and original

saturation of the formation can be responsible for serious errors in the measurement of resistivity, especially if such readings are taken immediately after drilling (MWD). The difference in temperature between well and formation is the principal cause of such errors. In situations where this difference is large, therefore, profiles with induction tools should only be carried out between 24 and 48 hours after the well has been drilled.

1 - INTRODUÇÃO

No meio científico freqüentemente encontramos desenvolvimentos de teorias, de modelos e de procedimentos que permitem obter informações a respeito de determinados fenômenos de interesse. Geralmente são feitas restrições no problema real, de tal forma a viabilizar a sua simulação em computadores. À medida que a compreensão do problema aumenta, as restrições são diminuídas, aproximando a simulação do problema real.

A exploração de campos petrolíferos fornece grande quantidade de dados acerca da litologia, porosidade, saturação de fluidos e estrutura da subsuperfície, a partir de perfis geofísicos, análises laboratoriais e pesquisas de campo.

Alguns pesquisadores estudaram a propriedade condutividade térmica de minerais e rochas e modelos que representam o agregado de minerais e fluidos, através da comparação das medidas de laboratório com os valores estimados por tais modelos propostos. Dentre eles ressaltam-se os seguintes:

- WOODSIDE & MESSMER (1961) - determinam a condutividade térmica de um sistema bifásico, dada as frações volumétricas dos componentes e suas respectivas condutividades térmicas. A eficácia de alguns modelos é testada por comparação com os valores obtidos usando a técnica de medida transiente da sonda-tipo-agulha.
- SASS et al. (1971) - determinam a condutividade térmica das rochas, porosas e não porosas, usando a técnica estacionária da barra-dividida, comparando estes resultados com os valores estimados pelo empírico modelo geométrico médio associado ao modelo proposto por HASHIN & SHTRIKMAN (1962).
- HORAI (1971) - determina a condutividade térmica de 166 minerais formadores de rochas usando o modelo de HASHIN & SHTRIKMAN (1962). Compara tais estimativas com as medidas obtidas usando o método transiente da sonda-tipo-agulha. Avalia, ainda, uma relação linear da condutividade térmica com a densidade e com as velocidades das ondas elásticas para o caso dos silicatos.
- BRIGAUD & VASSEUR (1989) - determinam a condutividade térmica dos principais minerais formadores de rochas (argilosos e não argilosos) usando medidas da condutividade térmica das amostras, das frações volumétricas destes minerais que compõem

as amostras, das densidades e das porosidades. Tais medidas são usadas em conjunto com a linearização do modelo geométrico médio e um processo de regressão estocástico proposto por ALBAREDE & PROVOST (1977).

Outros pesquisadores pretendem obter com uma metodologia relativamente simples as condutividades térmicas das rochas em subsuperfície, tendo como dados básicos os perfis geofísicos de determinados poços petrolíferos, entre os quais podemos citar:

- VACQUIER et al. (1988) - determinam a condutividade térmica das rochas pela aplicação de um procedimento que correlaciona perfis geofísicos em uma equação, para comparação com valores medidos em laboratório.
- DOVE & WILLIAMS (1989) - propõem um método para estimar a condutividade térmica da formação a partir de perfis geoquímicos (concentração mineralógica) em conjunto com o modelo geométrico médio.
- XU & DESBRANDES (1990) - sugerem a avaliação da porosidade e saturação de hidrocarbonetos de uma formação, usando medidas de temperatura realizadas em determinadas profundidades de um poço, durante as fases de resfriamento (lama em circulação) e de aquecimento da formação. Tais avaliações são conseguidas através de *cross-plots* entre condutividade térmica e capacidade térmica.
- BRIGAUD et al. (1990) - estimam a condutividade térmica a partir de perfis litológicos, do modelo geométrico médio e de correções nos valores das condutividades térmicas da água e da matriz da rocha com respeito à variação de temperatura (gradiente geotérmico).
- GRIFFITHS et al. (1992) - propõem um algoritmo que permite obter a condutividade térmica a partir de perfis geofísicos de poços e do modelo geométrico médio, proporcionando a construção de mapas regionais da variação do fluxo de calor quando não existem dados melhores para tal fim.

A maioria destes trabalhos estima a condutividade térmica de forma grosseira por dois motivos: a) os perfis geofísicos necessitam de inúmeras correções ambientais e b) a limitação dos perfis, mesmo geoquímicos, em prever a composição mineralógica das rochas de fundamental importância no cálculo da condutividade térmica.

Partindo de um outro ponto-de-vista, pesquisas sobre a estabilização da temperatura poço-formação foram desenvolvidas com o intuito de obter, principalmente, a temperatura original da formação, pois o processo de perfuração e circulação da lama perturbam a temperatura nas vizinhanças do poço. Alguns destes trabalhos são:

- LEE (1982) - apresenta dois métodos gráficos que permitem obter a temperatura de equilíbrio da formação, bem como a condutividade térmica e a difusividade térmica a partir de medidas transientes de temperatura em poços. Para tanto, inclui nos cálculos o calor gerado pelo trabalho de perfuração e pela circulação da lama no poço.
- MIDDLETON (1982) - propõe um modelo simples para a estabilização da temperatura do poço após terminada a fase de perfuração. Assume que a circulação continua por um tempo finito, mesmo tendo cessado a perfuração do poço. Suas estimativas da temperatura de fundo de poço (BHT) são obtidas por uma técnica de ajuste das medidas de temperatura realizadas em profundidade.
- CAO et al. (1988a) - sugerem um método de inversão para modelar a estabilização da temperatura no poço, após cessar a circulação da lama de perfuração. Com esta técnica, é possível obter a temperatura de estabilização (temperatura original da formação), a temperatura da lama no momento em que a circulação pára e, permite ainda, grosseiras estimativas da condutividade térmica da formação. Para tanto, são necessárias mais de duas medidas da temperatura na profundidade de interesse.
- CAO et al. (1988b) - desenvolvimento semelhante ao trabalho anterior, porém, considera o fenômeno da invasão, inserindo na equação da transferência de calor o termo convectivo.

Dentre os perfis que são afetados pela variação de temperatura, encontram-se os perfis elétricos, pois as resistividades obtidas por tais equipamentos dependem, principalmente, das resistividades dos fluidos que ocupam o volume poroso das rochas. Outro problema encontrado é o fenômeno da invasão do filtrado da lama na formação, pois este perturba a disposição dos fluidos originais. LANE (1993) publicou um estudo que possibilita simular a invasão através do programa MARS - simulador de reservatórios da Exxon (KENDALL et al., 1983).

Os objetivos deste trabalho podem ser separados em dois grupos. O primeiro visa a:

- obter a condutividade térmica dos principais minerais formadores de rochas com base em medidas laboratoriais, provenientes da literatura, e um método de regressão não-linear (PRICE, 1977);

- comparar os modelos que representam o agregado de minerais e fluidos para avaliar os que fornecem os melhores resultados;
- estimar a condutividade térmica média da fase sólida para arenitos, calcários, dolomitos, anidritas e litologias argilosas.

O segundo grupo tem por objetivo:

- estudar a influência de alguns parâmetros térmicos e petrofísicos sobre a resistividade aparente da formação, obtida por uma ferramenta de indução, levando em consideração a presença da invasão e de uma diferença inicial de temperatura entre o poço e a formação.

O capítulo 2 deste trabalho fornece os fundamentos básicos sobre as teorias, técnicas e/ou procedimentos usados no estudo. Este capítulo foi desenvolvido com o intuito único de introduzir informações e de facilitar a compreensão dos tópicos subseqüentes.

O capítulo 3 resume-se em estimar a condutividade térmica dos minerais e rochas e realizar um estudo comparativo dos modelos propostos que representam o agregado de minerais e fluidos. Inicialmente o algoritmo de regressão não-linear (PRICE, 1977) é testado em dados sintéticos. A seguir, com a utilização do modelo geométrico médio e dados provenientes da literatura, as condutividades térmicas dos principais minerais formadores de rochas são obtidos pela análise de quatro testes de regressão. Usando o resultado médio dos testes, as condutividades das amostras são avaliadas para cada modelo proposto. Pela comparação com os valores medidos em laboratório (literatura), é possível verificar quais os modelos que melhor estimam as condutividades térmicas das amostras. Finalmente, usando o método de regressão, com apenas um parâmetro, as condutividades médias da fase sólida, para cada litologia, são obtidas.

O capítulo 4 contém um breve desenvolvimento da teoria utilizada para simular a invasão do filtrado da lama na formação. Tal fenômeno provoca uma alteração na distribuição de propriedades térmicas e elétricas da formação com o tempo. A técnica de diferenças finitas, aplicada à difusão do calor, é usada para obter a distribuição radial da temperatura do poço e formação. Com o fenômeno da invasão, a difusividade térmica não é mais constante, e este efeito é considerado no desenvolvimento do método. A partir das distribuições de saturação e temperatura, a distribuição de resistividade da formação pode ser obtida. Convolvendo esta distribuição com o fator geométrico radial da ferramenta de indução, obtém-se a resistividade aparente. Para tanto, o desenvolvimento da teoria do fator geométrico radial da ferramenta de indução, com *skin effect*, é apresentado. Unindo os três procedimentos acima é possível

avaliar os efeitos da mudança de temperatura e de alguns parâmetros térmicos e petrofísicos sobre a resistividade aparente da formação.

Estudos como estes são de importância pois fornecem dados que podem ser usados para simular a difusão do calor em bacias sedimentares, de forma a conhecer sua história termal e prever a existência ou não de hidrocarbonetos. Por outro lado, alguns perfis geofísicos necessitam de correções ambientais, sendo a temperatura uma delas. Tais correções são necessárias pois a capacidade de um reservatório é calculada com base nestes perfis.

2 - FUNDAMENTOS

A distribuição de temperatura, tanto na superfície quanto no interior da Terra, depende de fatores como: (a) distribuição espacial das fontes de calor e sua potência (sol, precipitação atmosférica, elementos radioativos, reações químicas e outros processos); (b) habilidade das rochas para trocar calor; (c) distribuição espacial das rochas possuindo diferentes condutividades térmicas.

O calor é transferido através de três mecanismos básicos: convecção, radiação e condução. Todos os processos de transferência de calor envolvem um ou mais destes mecanismos.

Na convecção, a transferência de calor ocorre através da troca de energia entre uma superfície e um fluido, devido à diferença de temperatura entre eles. O primeiro a equacionar a lei de transferência de calor por convecção foi Newton em 1701, e sua forma é

$$q = hA\Delta T, \quad (2.1)$$

onde q é a taxa de transferência de calor, A é a área normal à direção do fluxo de calor, ΔT a diferença de temperatura entre a superfície e o fluido, e h o coeficiente de transferência de calor convectivo.

O mecanismo de transferência de calor por radiação não requer necessariamente um meio para se propagar. Por exemplo, quando um vácuo é criado entre duas superfícies que estejam trocando energia, a energia transferida será máxima. O processo de radiação ainda não está bem estudado, existindo duas teorias que tentam descrever este mecanismo: propagação corpuscular e ondas. Esta transferência de calor se dá na superfície da Terra bem como em rochas submetidas a altas temperaturas.

No caso em que a transferência de calor ocorre por condução, a troca de energia se realiza de duas formas: por interações moleculares e por elétrons livres. A condução por elétrons "livres" possui significância somente nos metais puros ou quase puros. A transferência de calor por interações moleculares ocorre quando uma molécula com alta energia colide com outra em estado de menor energia, terminando o processo quando o corpo estiver em equilíbrio térmico. Este processo ocorre onde um gradiente de temperatura esteja presente em meios sólidos, líquidos ou gasosos. Este é o principal processo de transferência de calor na crosta terrestre. De forma a descrever o fenômeno no regime estacionário, Fourier em 1822 equacionou

o fluxo de calor como

$$\frac{q_x}{A} = -K \frac{dT}{dx}, \quad (2.2)$$

onde q_x é a taxa de transferência de calor na direção x , A é a área normal à direção do fluxo de calor, dT/dx o gradiente de temperatura e K , a condutividade térmica. Quando um meio é anisotrópico a equação deve ser modificada para

$$\frac{\mathbf{q}}{\mathbf{A}} = -\mathbf{K} \nabla T, \quad (2.3)$$

onde \mathbf{K} é o tensor de condutividade térmica e ∇ é o operador gradiente.

A equação da condução de calor em sua forma mais geral é dada por

$$\frac{1}{\rho c} \nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla T) - \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{F}{\rho c} = 0 \quad \text{e} \quad F = F(x, y, z, t), \quad (2.4)$$

onde K é a condutividade térmica, c o calor específico, ρ a densidade e F uma fonte de calor.

A condutividade térmica das rochas depende de vários fatores como mineralogia, tipo de fluido no espaço poroso, pressão e temperatura. Cada mineral possui seu valor característico (ou intervalo) de condutividade térmica. Sendo a rocha um agregado de minerais e fluido, ao variar as quantidades desses minerais é de se esperar que a condutividade térmica da rocha também modifique. Como exemplo, uma rocha composta de quartzo, argila e água com condutividades térmicas 7.7, 3.0 e 0.6 W/mK, respectivamente, sua condutividade térmica será diminuída ao passo que o volume de argila aumenta.

A influência dos fluidos sobre os valores da condutividade térmica das rochas assemelha-se ao caso anteriormente exemplificado ao se trocar a argila pelo fluido. Ao aumentar a porosidade, o volume de fluido aumenta, diminuindo assim o valor da condutividade térmica da rocha. Também ocorre para uma rocha com porosidade fixa que as condutividades serão menores quanto menor for a condutividade do fluido que ela contém. Aumentando a temperatura de uma rocha, seus valores de condutividade térmica tendem a diminuir; no caso da água a tendência é de aumento do valor da condutividade térmica. As rochas submetidas a altas pressões possuem valores de condutividade térmica superiores àsquelas em condições de baixa pressão. Assim, quanto maior for a pressão, maior será a condutividade da rocha. Isso se deve, em princípio, a um maior contato entre os grãos quando sujeitos a maiores pressões.

As técnicas de medida da condutividade térmica dividem-se em duas categorias: regime dinâmico e regime estacionário. As técnicas dinâmicas (transientes) envolvem soluções da equação (2.4), podendo ser usada para a determinação da difusividade térmica e da condutividade térmica. Para tal, faz-se necessário o conhecimento do tempo para o distúrbio se

propagar por uma distância conhecida. Nas técnicas estacionárias, usa-se a equação (2.2), onde o conhecimento do fluxo de calor e do gradiente de temperatura são indispensáveis para a obtenção da condutividade térmica.

As técnicas dinâmicas (variação temporal de temperatura) requerem pouco tempo na realização das medidas, porém os resultados são menos precisos. Nas técnicas estacionárias, as medidas possuem melhor precisão, mas para atingir o regime estacionário leva-se tempo, tornando o processo mais lento.

Os métodos mais empregados para medidas de condutividade térmica das rochas em laboratório são o da *sonda tipo agulha* e o da *barra dividida*. No primeiro, emprega-se a teoria dinâmica; no segundo, a teoria estacionária.

2.1 PRINCIPAIS MODELOS DE CONDUTIVIDADE TÉRMICA PARA SISTEMAS BI-FÁSICOS

Com a intenção de estimar a condutividade térmica (LOVELL, 1985) e vários outros pesquisadores propuseram modelos envolvendo duas fases, uma sólida, com condutividade K_s , e outra líquida, com condutividade K_f . Os modelos são, no geral, funções destas fases, bem como da porosidade ϕ , ou seja,

$$K = f(K_s, K_f, \phi). \quad (2.5)$$

O arranjo dos minerais pode ser simples (paralelo ou perpendicular ao fluxo de calor), como também aleatório, implicando em teorias mais complexas para descrever o comportamento do sistema quando sujeito a fluxo de calor. A Tabela 2.1 apresenta alguns desses modelos.

A distribuição paralela corresponde a uma média aritmética das condutividades das duas, fases enquanto a distribuição em série corresponde à média harmônica. O modelo geométrico médio é uma alternativa que se situa entre os casos anteriores, sendo uma média aritmética dos logaritmos de cada fase.

Estudando a condutividade elétrica de alguns materiais, Maxwell propôs um modelo cuja fase sólida fosse composta por esferas de condutividade K_s , distribuídas aleatoriamente em um meio contínuo de condutividade K_f . Segundo WOODSIDE & MESSMER (1961), a equação de Maxwell, quando aplicada a estudos de condutividade térmica, só é válida para rochas inconsolidadas ou que possuam alta porosidade. Ao deduzir a fórmula, Maxwell supôs não haver interação entre as esferas.

O modelo de de Vries é uma extensão de Eucken e Burger da equação de Maxwell *apud* WOODSIDE & MESSMER (1961), quando as partículas encontram-se na forma de um

Tabela 2.1 - Modelos de Sistemas Bifásicos para Condutividade Térmica

Nº	Modelo	Ref.
1	<p style="text-align: center;">Geométrico Médio</p> $K = K_f^\phi K_s^{1-\phi}$	(a,b,c)
2	<p style="text-align: center;">Paralelo</p> $K = K_f\phi + K_s(1 - \phi)$	(a,b)
3	<p style="text-align: center;">Série</p> $\frac{1}{K} = \frac{\phi}{K_f} + \frac{(1-\phi)}{K_s}$	(a,b)
4	<p style="text-align: center;">Maxwell</p> $K = K_f \left[\frac{2\phi K_f + (3-2\phi)K_s}{(3-\phi)K_f + \phi K_s} \right]$	(a)
5	<p style="text-align: center;">de Vries</p> $K = \frac{\phi K_f + (1-\phi) F_1 K_s}{\phi + (1-\phi) F_1}$ $F_1 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left[1 + \left(\frac{K_s}{K_f} - 1 \right) g_i \right]^{-1} e$ $g_1 + g_2 + g_3 = 1$	(a)
6	<p style="text-align: center;">Hashin e Shtrikman</p> $K_U = K_s + \frac{\phi}{(1-\phi)(3K_s)^{-1} + (K_f - K_s)^{-1}}$ $K_L = K_f + \frac{1-\phi}{\phi(3K_f)^{-1} + (K_s - K_f)^{-1}}$ $K = \frac{K_U + K_L}{2}$	(b,c)
7	<p style="text-align: center;">Resistor Modificado</p> $K = \frac{AK_f K_s}{K_s(1-D) + DK_f} + BK_s + CK_f \text{ com}$ $B = 0, C = \phi - 0.03, A = 1 - C, D = \frac{1-\phi}{A}$	(a)

Ref. (a) WOODSIDE & MESSMER (1961); (b) HORAI (1971); (c) SASS et al.(1971).

O modelo de de Vries é uma extensão de Eucken e Burger da equação de Maxwell *apud* WOODSIDE & MESSMER (1961), quando as partículas encontram-se na forma de um elipsóide de revolução. O fator F_1 representa o gradiente de temperatura das fases sólida e contínua e g_i é o fator de forma das partículas. Em seu estudo, de Vries usou $g_1 = g_2 = 1/8$ e $g_3 = 3/4$ o que significa um elipsóide de revolução com eixo maior seis vezes o comprimento do eixo menor.

De acordo com HASHIN & SHTRIKMAN (1962), os limites superior (K_U) e inferior (K_L) das condutividades térmicas de um material multifásico, macroscopicamente homogêneo e isotrópico, é dado em função das condutividades de cada fase e de suas frações volumétricas. A condutividade final será uma média aritmética dos valores superior e inferior.

O modelo do Resistor Modificado é uma combinação das distribuições em série e paralela, antes discutidas, conforme sugerido inicialmente por Wyllie and Southwick *apud* WOODSIDE & MESSMER (1961).

2.2 MÉTODO DE REGRESSÃO

BRIGAUD & VASSEUR (1989) estimaram a condutividade térmica através de análises laboratoriais e de um processo de inversão estocástico desenvolvido por TARANTOLA & VALETTE (1982). Para isso, eles linearizaram o modelo geométrico médio pela aplicação da função logaritmo, inseriram vínculos e informações a priori.

Um caminho alternativo é a aplicação de um método de inversão não-linear. O método de Nelder-Mead ou Simplex é um destes algoritmos.

PRICE (1977) sugere um procedimento denominado “busca aleatória controlada”, o qual pesquisa uma otimização global (O'BRIEN, 1992). Para a regressão, um domínio de pesquisa V é definido pela especificação dos limites do domínio (vínculos). Um número pré-determinado, N , de pontos de busca são escolhidos aleatoriamente em V , consistente com os vínculos. A função é avaliada em cada ponto de teste, sendo seu valor e seu ponto armazenados em uma matriz. Seleciona-se ao acaso $M + 1$ pontos entre os N de busca, sendo M o número de parâmetros. O ponto de ordem $M + 1$ é refletido no centróide dos M pontos de busca restantes. Ocorre o teste do ponto para os vínculos, que se não satisfeito retorna à escolha de novos $M + 1$ pontos. Caso o teste seja satisfeito, avalia-se f_P para testar se a resposta é menor que o maior valor da função para os N pontos de busca. Se a resposta é verdadeira, ocorre a troca do ponto de valor mais alto por P , caso contrário ocorrerá uma nova escolha de $M + 1$ pontos dentre os N pontos de busca. O algoritmo prossegue até que um dos seguintes critérios de parada seja satisfeito: o primeiro ocorre quando os N pontos

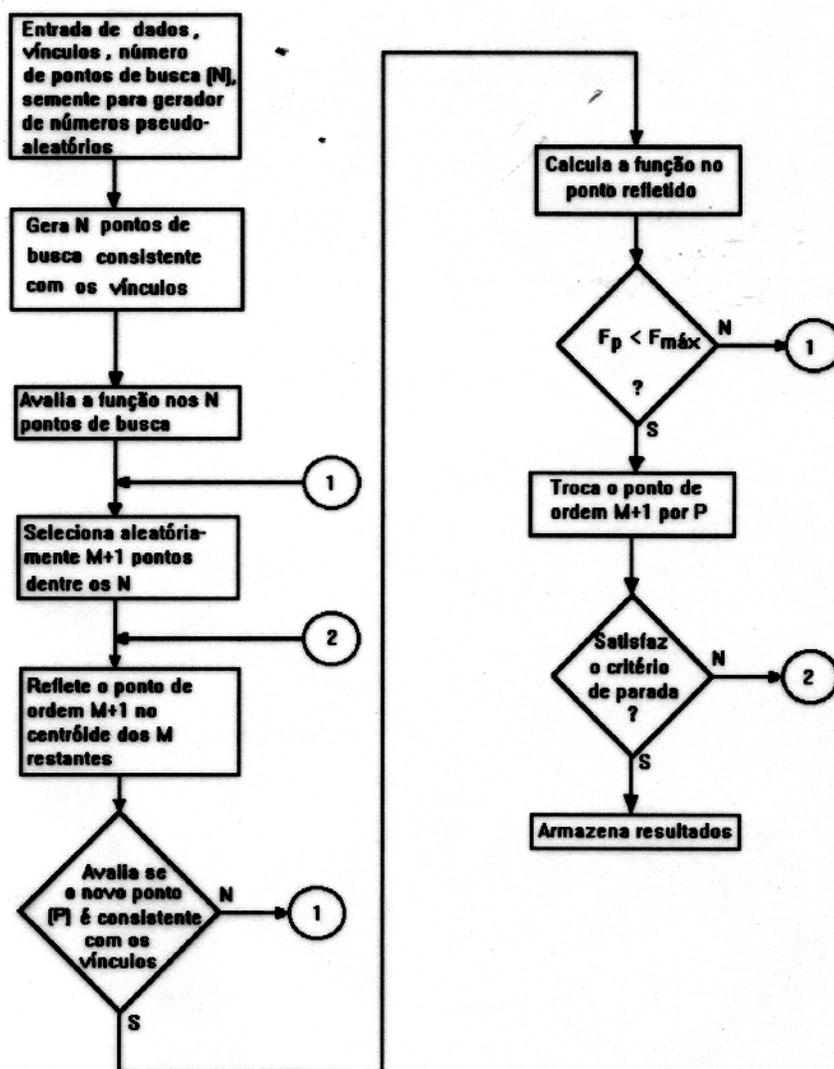


Figura 2.1 - Fluxograma do algoritmo de regressão usado.

A escolha deste método se deve à sua simplicidade e adaptabilidade aos vários modelos propostos, pela facilidade em sua programação e na inserção dos vínculos.

2.3 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO DO CALOR - REGIME TRANSIENTE 1-D

Existem dois caminhos possíveis para resolver a equação da difusão do calor: o analítico e o numérico. O desenvolvimento analítico resume-se em obter uma expressão fechada para a solução da equação diferencial. Como nem sempre isto é possível, com frequência faz-se uso das soluções numéricas.

Supondo uma geometria cilíndrica e um meio infinito, homogêneo e isotrópico, sem a presença de fontes de calor, a equação (2.4) fica resumida a uma equação diferencial em uma dimensão e regime transiente, dada por

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{k} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (2.6)$$

onde k representa a difusividade térmica do meio definida pela relação $k = K/\rho c$. Se o cilindro estiver a uma temperatura inicial T_0 e sua superfície ($r = a$) possuir uma temperatura contante T_s (para qualquer tempo), a solução analítica (CARSLAW & JAEGER, 1959) será

$$T(r, t) = T_s + 2(T_0 - T_s) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_0\left(\frac{\beta_n r}{a}\right) e^{-\beta_n^2 \frac{kt}{a^2}}}{\beta_n J_1(\beta_n)}, \quad (2.7)$$

onde J_0 e J_1 são as funções de Bessel de ordem zero e um, respectivamente, e β_n , $n=1,2,3,\dots$, são as raízes de

$$J_0(\beta) = 0. \quad (2.8)$$

O método numérico divide-se em inúmeras técnicas, sendo uma delas a de *diferenças finitas* a qual aproxima as derivadas parciais da equação (2.6) pelas diferenças espaciais e temporais, ou seja,

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T(r, t + \Delta t) - T(r, t)}{\Delta t} = \frac{T_j^{i+1} - T_j^i}{\Delta t} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} \approx \frac{T(r + \Delta r, t) - T(r, t)}{\Delta r} = \frac{T_{j+1}^i - T_j^i}{\Delta r} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \approx \frac{T(r + \Delta r, t) - 2T(r, t) + T(r - \Delta r, t)}{\Delta r^2} = \frac{T_{j+1}^i - 2T_j^i + T_{j-1}^i}{\Delta r^2}, \quad (2.11)$$

onde os índices i, j referem-se ao valor da temperatura no tempo t e na posição r , $j \pm 1$ refere-se ao valor da temperatura calculado em $r \pm \Delta r$, e $i + 1$ à temperatura em $t + \Delta t$. As definições acima podem ser encontradas em qualquer livro de cálculo numérico.

Existe um problema ao se usar estas aproximações devido ao fato de que as derivadas de primeira ordem em r e t estarem centradas em $r + \frac{\Delta r}{2}$ e $t + \frac{\Delta t}{2}$, e a derivada segunda em r estar centrada em r . Segundo CLAREBOUT (1985), o esquema de Crank-Nicolson evita este problema garantindo a estabilidade numérica para encontrar a solução, pois centra todas as diferenças na metade do incremento espacial e temporal (Δr e Δt).

O esquema de Crank-Nicolson (PRESS et al., 1989) para o problema de difusão em coordenadas cartesianas 1-D é

$$\frac{T_j^{i+1} - T_j^i}{\Delta t} = k \left[\frac{1}{2} \frac{T_{j+1}^{i+1} - 2T_j^{i+1} + T_{j-1}^{i+1}}{\Delta x^2} + \frac{1}{2} \frac{T_{j+1}^i - 2T_j^i + T_{j-1}^i}{\Delta x^2} \right]. \quad (2.12)$$

Procedendo-se de forma análoga, a equação em coordenadas cilíndricas toma a forma

$$T_j^{i+1} - T_j^i = b \left[(T_{j+1}^{i+1} - 2T_j^{i+1} + T_{j-1}^{i+1}) + (T_{j+1}^i - 2T_j^i + T_{j-1}^i) \right] + \frac{b}{j} \left[(T_{j+1}^{i+1} - 2T_j^{i+1}) + (T_{j+1}^i - 2T_j^i) \right], \quad (2.13)$$

onde $b = \frac{k\Delta t}{2\Delta r^2}$. Manipulando a equação anterior de forma a separar os termos em $i + 1$ dos termos em i , obtemos

$$-b(j+1)T_{j+1}^{i+1} + (j+2jb+b)T_j^{i+1} - jbT_{j-1}^{i+1} = D_j^i \quad (2.14)$$

onde D_j^i é definido como

$$D_j^i = b(j+1)T_{j+1}^i + (j-2jb-b)T_j^i + jbT_{j-1}^i. \quad (2.15)$$

A equação (2.14) representa um sistema tridiagonal de equações a ser resolvido, a saber

$$\begin{bmatrix} b & -b & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -b & (1+3b) & -2b & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -2b & (2+5b) & -3b & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -3b & (3+7b) & -4b & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_0 \\ T_1 \\ T_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ T_N \end{bmatrix}^{i+1} = \begin{bmatrix} D_0^i \\ D_1^i \\ D_2^i \\ \cdot \\ \cdot \\ D_N^i \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Conhecendo a distribuição espacial de temperatura para um dado instante t , conhecemos D_j^i , ou seja, a matriz à esquerda da igualdade. Qualquer método simples de inversão pode ser aplicado para resolver este sistema de equações. Um método em particular para o caso de matrizes tridiagonais é proposto em CLAREBOUT (1985). Este método é mais apropriado pois utiliza para o cálculo apenas os valores não nulos da matriz. Assim, obtemos a distribuição espacial de temperatura para um tempo posterior ($i + 1$) a partir do conhecimento da temperatura no tempo i que define D_j^i .

O método acima é bem flexível quanto às considerações da variação de temperatura, com respeito ao tempo, no início e final da malha. Tais temperaturas podem ser mantidas constantes em relação ao tempo, ou ainda, variar segundo a condição de Neumann, $\frac{\partial T}{\partial r}|_{r=r_0} = 0$, em qualquer tempo.

2.3.1 Comparação entre as Soluções Analítica e Numérica

A solução analítica na equação (2.7) contém um somatório infinito de termos que inviabiliza os cálculos. Como a solução analítica (T_{an}) converge rapidamente para grandes valores

de t (tempo), o número de termos do somatório foi reduzido a 100, o que implica no cálculo de cem raízes de $J_0(\beta) = 0$.

A solução numérica (T_{df}), obtida pelo método das diferenças finitas, fez uso dos seguintes valores:

- $\Delta t = 10.0 \text{ s}$, discretização no tempo
- $\Delta r = 0.1 \text{ m}$, discretização no espaço
- $k = 1.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, difusividade térmica
- $a = 20.0 \text{ m}$, raio do cilindro
- $T(r, 0) = T_o = 10.0^\circ\text{C}$, temperatura (interior) inicial do cilindro
- $T(a, t) = T_s = 50.0^\circ\text{C}$, temperatura na superfície do cilindro (constante).
- $t_{total} = \gamma a^2/k$, definido para $\gamma = 0.005, 0.01, 0.05, 0.1$ e 0.5 .

A Figura 2.2 ilustra os resultados obtidos para as soluções numérica e analítica, através de uma normalização da temperatura $T(r, t)$ e do raio de investigação r . O maior erro relativo $\max((T_{an} - T_{df})/T_{an})$ encontrado em todas as cinco curvas não excede 0.25%, como ilustra a Figura 2.3. Esse fato é suficiente para dizer que o método numérico reproduz confiavelmente a solução analítica. Os dois métodos (analítico e numérico) são capazes de obter $T(r, t)$, porém a solução analítica só irá convergir para grandes valores de t , tornando a solução para pequenos valores de t quase impossível, pois necessitaria de muitos termos do somatório para estabilizar. Por outro lado, a solução numérica é estável sempre, mas, quando se deseja a distribuição de temperatura em um tempo muito grande, o processo é oneroso computacionalmente.

Deve ser ressaltado nesta comparação que no centro do cilindro foi imposta a condição de Neuman ($\frac{\partial T}{\partial r}|_{r=0} = 0$) enquanto a superfície externa do cilindro foi mantida a uma temperatura constante ($T(a, t) = 50.0^\circ\text{C}$).

2.4 RESISTIVIDADE APARENTE DA FORMAÇÃO

Em 1949 Doll introduziu o formalismo dos fatores geométricos vertical e radial de uma ferramenta de indução composta por uma bobina transmissora e outra receptora. Em sua teoria, Doll supõe que a bobina transmissora induz um anel de corrente na formação responsável pela indução de uma voltagem na bobina receptora. Dividindo a voltagem induzida

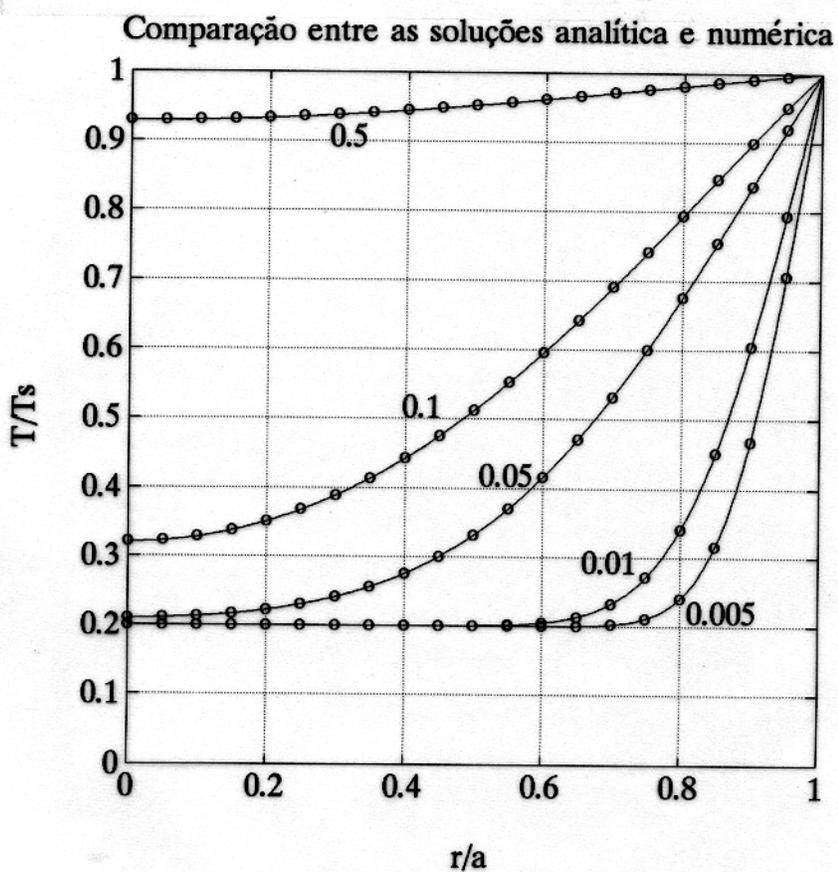


Figura 2.2 - Comparação entre as soluções numérica “—” e analítica “o”. O número ao lado das curvas representa o valor de $\gamma = kt/a^2$.

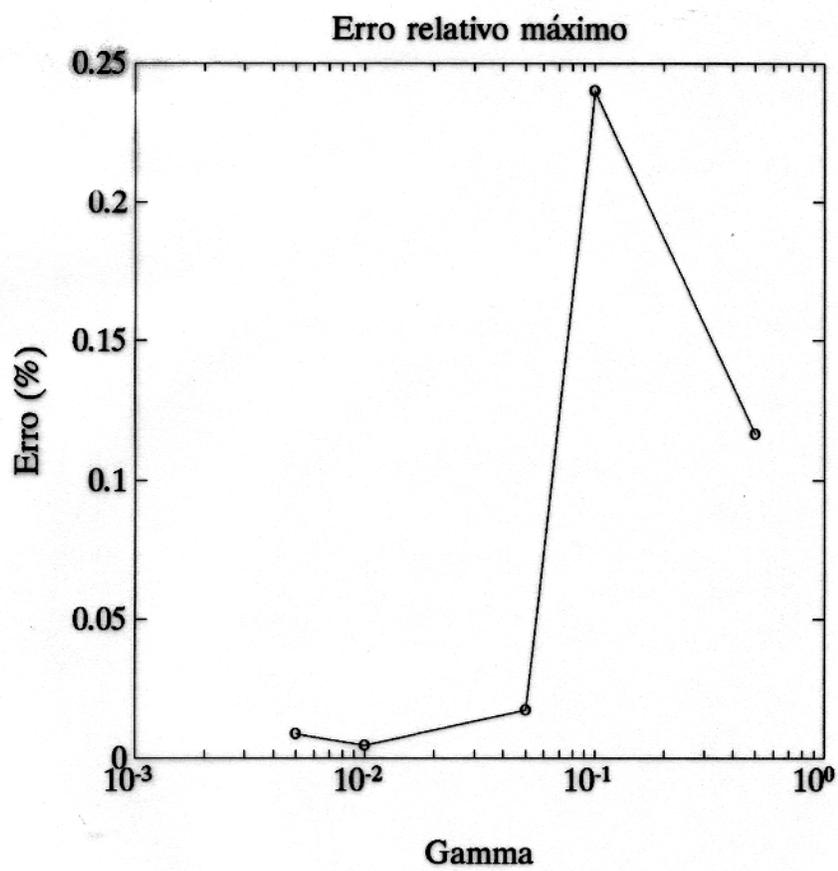


Figura 2.3 - Erro relativo máximo para cada valor de γ .

no receptor pela constante da ferramenta, obtém-se a condutividade aparente da formação. Esta condutividade aparente pode ser obtida através de uma convolução do fator geométrico $G(r, z)$ com a distribuição real da condutividade da formação $\sigma(r, z)$, ou seja,

$$\sigma_a = \frac{v}{K} = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(r, z) \sigma(r, z) dz dr, \quad (2.17)$$

onde K é a constante da ferramenta e v é a voltagem elétrica no receptor. Considerando a formação verticalmente homogênea e isotrópica, a condutividade da formação é somente função da posição radial, e a equação anterior fica expressa por

$$\sigma_a = \int_0^{\infty} G(r) \sigma(r) dr, \quad (2.18)$$

onde $G(r)$ é fator geométrico radial expresso como

$$G(r) = \int_{-\infty}^{\infty} G(r, z) dz, \quad (2.19)$$

sendo $G(r, z)$ dado pela teoria de Doll por

$$G_D(r, z) = \frac{L}{2} \frac{r^3}{(r^2 + (L/2 - z)^2)^{3/2} (r^2 + (L/2 + z)^2)^{3/2}}, \quad (2.20)$$

com L igual ao espaçamento transmissor-receptor.

Inúmeros pesquisadores propõem a extensão da teoria de Doll de forma a incluir efeitos do poço, camadas adjacentes e camadas finas, e o efeito de propagação ("skin effect"). Dentre eles os mais antigos são DUESTERHOEFT (1961) e MORAN & KUNZ (1962).

O efeito de propagação ocorre em formações de condutividade elevada (superior a 1 S/m). Este efeito sugere que quanto mais condutiva for a formação mais próximo do poço estarão se formando os anéis de corrente. Em outras palavras, menor será a profundidade de investigação quanto maior for a condutividade da formação (GIANZERO & ANDERSON, 1982; MORAN, 1982).

O desenvolvimento da teoria do *skin effect* sugere que o fator geométrico da ferramenta de indução também seja função da condutividade da formação, o que implica em deformações do fator geométrico original $G_D(r, z)$. Em TITTMAN (1986), a condutividade aparente é então obtida através da seguinte *convolução não-linear*

$$\sigma_a = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(r, z, \sigma) \sigma(r, z) dz dr, \quad (2.21)$$

onde o fator geométrico passa a ser função da condutividade e expresso aproximadamente por

$$G(r, z, \sigma) \approx G_D(r, z) \operatorname{Re} \{ (1 - ikr) e^{ikr} \}, \quad (2.22)$$

onde k é o número de onda definido por

$$k^2 = i\omega\mu_0\sigma, \quad (2.23)$$

sendo i o número imaginário, ω a frequência de funcionamento da ferramenta, μ_0 a permeabilidade magnética do vácuo, cujo valor no SI é $1.26 \times 10^{-6} \text{ H/m}$ e σ a condutividade elétrica.

Conhecendo os parâmetros petrofísicos da formação, a resistividade dos fluidos que preenchem o volume poroso e a distribuição radial de saturação, torna-se possível simular a distribuição radial de resistividade com o auxílio, por exemplo, da equação de Archie. A resistividade aparente pode então ser obtida através de uma simples convolução (equação (2.21)) e da seguinte relação entre resistividade e condutividade

$$R_a = \frac{1}{\sigma_a}. \quad (2.24)$$

O procedimento para obter a resistividade aparente (ou condutividade) da formação, será minuciosamente explicado no capítulo 4, bastando por enquanto a introdução das idéias concernentes.

3 - ESTIMATIVAS DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA DOS MINERAIS E ROCHAS POR REGRESSÃO

O método de regressão propõe encontrar as estimativas das condutividades de cada componente mineral, bem como do fluido saturante. Para isso, faz-se uso dos dados obtidos na literatura (BRIGAUD & VASSEUR, 1989), que são as condutividades medidas em testemunhos, as frações volumétricas dos minerais formadores e as porosidades de cada amostra, visando a obtenção de um ajuste segundo o modelo geométrico médio. Assim, a estimativa da condutividade da j-ésima amostra (K_j^{est}) será dada por

$$K_j^{est} = K_{s,j}^{(1-\phi_j)} K_f^{\phi_j}, \quad (3.1)$$

sendo ϕ_j a porosidade da j-ésima amostra, K_f a condutividade do fluido saturante e $K_{s,j}$ a condutividade da fase sólida dada por

$$K_{s,j} = \prod_{i=1}^{12} K_i^{FV_i^j} \quad \text{com} \quad \sum_{i=1}^{12} FV_i^j = 1, \quad (3.2)$$

onde K_i é a condutividade do i-ésimo mineral e FV_i^j sua respectiva fração volumétrica na j-ésima amostra.

O critério adotado para obter o mínimo, o melhor ajuste, foi a *Ponderação Instrumental* (PI) no sentido dos mínimos quadrados, ou seja

$$PI = \left[\frac{\sum_{i=1}^{NOB} \left(\frac{K_i^{obs} - K_i^{est}}{K_i^{obs}} \right)^2}{NOB} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.3)$$

onde NOB é o número de observações, K_i^{obs} são as condutividades medidas em testemunho (observações) e K_i^{est} são as condutividades estimadas pelas equações (3.1) e (3.2).

3.1 ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO MÉTODO DE REGRESSÃO

Como explicado anteriormente, o método de regressão possui dois critérios de parada: o primeiro, pelo número máximo de interações e, o segundo, quando um conjunto de parâmetros fornece um ajuste (PI) menor que o nível de ruído.

Neste passo do trabalho, estuda-se o comportamento do algoritmo de regressão. Para isso, varia-se o número de pontos de busca no espaço de parâmetros, bem como a semente geradora de números pseudo-aleatórios. As frações volumétricas das amostras (FV_i^j), as porosidades e as condutividades térmicas dos minerais (Tabela 3.1) são inseridos no modelo geométrico médio. Produz-se assim um vetor de observações sintético. Este vetor de observações foi usado para gerar mais dois outros vetores: o primeiro, contaminado com ruído “aleatório” gaussiano e, o segundo, contaminado com ruído “aleatório” uniforme, ambos com desvio padrão de 5%.

Tabela 3.1 - Valores de condutividade térmica dos minerais, da água e ar obtidos em literatura e referidos em sua grande maioria à temperatura de laboratório ($\approx 20^\circ C$). I- SASS (1965), II- HORAI (1971), III- KAPPELMEYER & HAENEL (1974), IV- WEAST & ASTLE (1980), V- CERMAK & RYBACH (1982), VI- BRIGAUD & VASSEUR (1989), VII- BRIGAUD et al. (1990), VIII- Valores usados para gerar as observações sintéticas, IX- valor inferior usado para regressão e X- valor superior usado para regressão.

Minerais	Condutividade Térmica em W/mK (ref.)									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Quartzo		7.70			8.10	7.70	7.80	7.70	7.70	8.1
Calcita		3.60			3.40	3.26	3.40	3.60	3.26	3.60
Dolomita		5.50			4.60	5.33	5.10	5.50	4.60	5.50
Anidrita		4.80			5.90	6.32	6.40	6.00	4.80	6.40
Siderita		3.00					3.00	3.00	2.40	3.60
Ortoclásio	2.1-2.9	2.30					2.30	2.30	2.10	2.90
Albita	1.6-2.4	2.30					2.30	2.50	1.60	2.50
Argila						2.58			1.00	5.00
Smectita					2.00	1.88		2.00	0.50	4.00
Caolinita					2.00	2.64	2.80	2.00	0.50	4.00
Clorita		5.10			2.00	3.26	5.10	2.00	0.50	4.00
Ilita					2.00	1.85	1.80	2.00	0.50	4.00
Misturas(*)					2.00	1.85	1.90	2.00	0.50	4.00
Água			0.60	0.60		0.59	0.60	0.60	0.50	0.70
Ar			0.026	0.03		0.03	0.03	0.03	0.02	0.05

* Composto de ilita e smectita com densidade intermediária aos dois argilominerais.

Na regressão, cada parâmetro é vinculado por seus valores inferior e superior da condutividade térmica, o que sugere a definição de um hiperpoliedro no espaço de parâmetros. Os vínculos foram obtidos com base nas literaturas de referência (Tabela 3.1). Para o mineral

siderita, os limites foram tomados como sendo $\pm 20\%$ do valor $3,0 \text{ W/mK}$ e, para os argilominerais, limitou-se as condutividades entre $0,5 \text{ W/mK}$ e $4,0 \text{ W/mK}$, de forma a possibilitar o algoritmo de regressão varrer um maior intervalo de possíveis valores para esses parâmetros.

A regressão foi realizada 200 vezes, para cada vetor de observações sintético, alterando a semente geradora de números pseudo-aleatórios e, incrementando o número de pontos de busca de 80 até 280. O número máximo de interações foi fixado em 30000. Os resultados estão ilustrados na Figura 3.1.

As curvas 1 e 2 representam os resultados para o vetor de observações sintético não contaminado com ruídos. Nota-se claramente haver uma dependência com relação às sementes geradoras de números pseudo-aleatórios, ao passo que se aumenta o número de pontos de busca. O nível de ruído para as curvas 1 e 2 foi estipulado em 0,001. Este valor foi escolhido por retornar a condutividade térmica dos minerais (parâmetros) com a precisão de duas casas decimais.

As curvas 3 e 4 representam os resultados para dois vetores de observações contaminados com ruído gaussiano. Os dois vetores contaminados diferem entre si, pois foram usadas duas sementes distintas para a geração de números pseudo-aleatórios. O valor do ruído inserido no algoritmo de regressão foi 0,05 (critério de parada).

As curvas 5 e 6 representam os resultados para dois vetores de observações, simulando uma contaminação uniforme, com o mesmo desvio padrão usado anteriormente.

Uma rápida análise das curvas da Figura 3.1 mostra uma região de "instabilidade" do algoritmo de regressão, para valores do número de pontos de busca inferiores a 180 (curvas 1 e 2). Aumentando o número de simulações para cada vetor de observações sintético, é de se esperar que esta região de "instabilidade" seja melhor definida. Esta região de instabilidade resume-se ao intervalo de número de pontos de busca no qual o algoritmo de regressão encontra ou não uma solução, antes de terminar o número máximo de interações permitidos (que neste caso é 30000).

Os dados reais (medidas de laboratório) possuem erro de 5% da medida (BRIGAUD & VASSEUR, 1989). Os resultados obtidos pela simulação, com dados contaminados (curvas 3 e 4), indicam que o número mínimo de pontos de busca a ser usado no algoritmo de regressão está em torno de 130. Por outro lado, apenas duas simulações não são suficientes para definir a região de instabilidade e, por conseguinte, o número de pontos de busca a ser fixado. Assim, pela análise das curvas 1 e 2, fixou-se o número de pontos de busca em 220, como precaução.

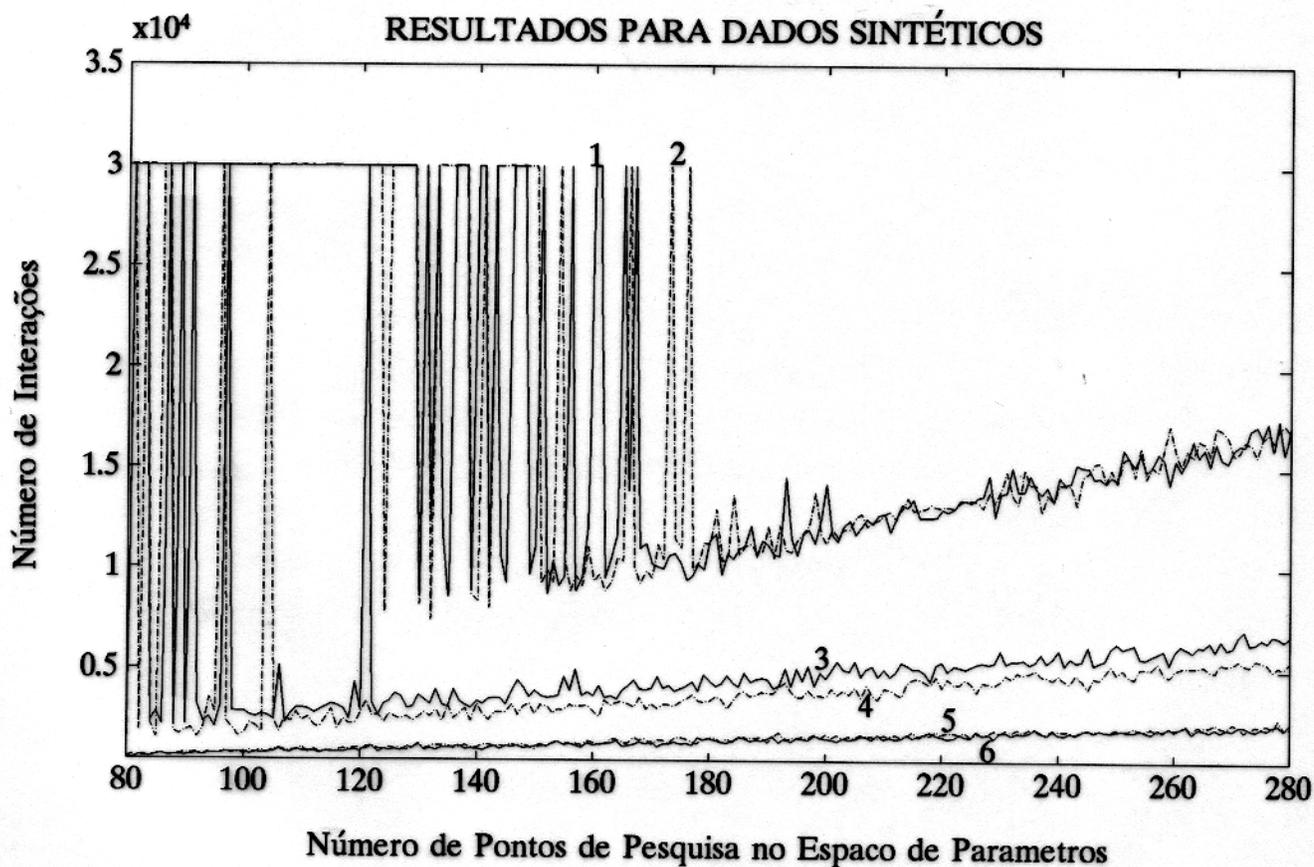


Figura 3.1 - Relação entre número de interações e número de pontos de busca no espaço de parâmetros e sua dependência com respeito a semente de números pseudo-aleatórios. Curva 1 e 2 - obtidas usando as observações sintéticas sem ruído, curvas 3 e 4 - obtidas usando as observações contaminadas com ruído gaussiano (desvio de 5%) e curvas 5 e 6 - obtidas usando as observações contaminadas com ruído uniforme (desvio de 5%)

3.2 CONDUTIVIDADE TÉRMICA DOS MINERAIS - DADOS REAIS

Com o intuito de obter as condutividades térmicas dos minerais formadores foram realizados quatro testes baseados no *modelo geométrico médio*, equação (3.1), em dois grupos de dados: o primeiro composto de 81 amostras com pouca ou nenhuma argila e, o segundo, composto pelas amostras anteriores mais 29 amostras argilosas, totalizando 110 amostras.

No primeiro teste, foram usadas 81 amostras onde se considerou apenas uma fração volumétrica para os argilominerais (a soma das frações individuais de cada argilomineral). No segundo teste, o mesmo procedimento foi tomado, mas com 110 amostras. No terceiro e no quarto teste, a regressão foi feita com 81 e 110 amostras, respectivamente, considerando as frações volumétricas de cada argilomineral individualmente.

Ao término do procedimento, o algoritmo de regressão armazena 220 (= n^2 de pontos de busca) possíveis soluções, onde uma fornece o melhor ajuste (PI). Pretendendo avaliar qualitativamente o conjunto de parâmetros que fornece o menor resíduo (PI) em relação aos restantes, foi tomado a menor (K_i^{min}) e a maior (K_i^{max}) estimativa de cada parâmetro para comparação com o aquele de melhor ajuste (K_i). Define-se, então, duas variáveis d_1 e d_2 como sendo

$$d_1 = K_i - K_i^{min}, \quad (3.4)$$

$$d_2 = K_i^{max} - K_i, \quad (3.5)$$

que representam as "distâncias" entre o parâmetro da melhor solução e suas maior e menor estimativas. Usa-se, pois, o maior valor entre d_1 e d_2 para ser dividido pelo valor do parâmetro K_i . O resultado, se multiplicado por 100, fornece um valor percentual desta maior distância em relação ao parâmetro encontrado. Em resumo, o valor percentual (d_i) será obtido pela equação abaixo

$$d_i = 100 \times \frac{\text{MAX}(d_1, d_2)}{K_i} \%, \quad (3.6)$$

onde os possíveis valores são $d = 0$, quando $K_i = K_i^{min} = K_i^{max}$ e, no caso em que não haja convergência, o pior resultado para d será dado quando $K_i^{min} = K_{inf}$, $K_i^{max} = K_{sup}$ e $K_i = K_{inf}$, onde K_{inf} e K_{sup} são os valores limites das condutividades de cada parâmetro contidos na Tabela 3.1 colunas IX e X, respectivamente.

Os resultados das quatro regressões (testes) encontram-se na Tabela 3.2 onde soma-se um valor médio das condutividades térmicas estimadas de cada mineral, da água e do ar, bem como o erro das estimativas destas condutividades médias (duas últimas colunas).

No *Teste 3*, verifica-se para o mineral smectita um valor de d muito alto se comparado aos demais. Isso indica que o valor da condutividade encontrado ($1,48 \text{ W/mK}$) não foi bem estimado. Assim, parece mais indicado usar para a condutividade da smectita o valor obtido pelo *Teste 4* ($1,83 \text{ W/mK}$), cujo valor de d é um dos menores encontrados neste teste.

Tabela 3.2 - Valores de condutividade térmica dos minerais segundo quatro regressões. Teste 1- 81 amostras e apenas um argilo-mineral, Teste 2- 110 amostras e apenas um argilo-mineral, Teste 3- 81 amostras usando cada argilo-mineral individualmente e Teste 4- 110 amostras usando cada argilo-mineral individualmente. \bar{K} é a média dos valores obtidos e ΔK é o erro (desvio padrão).

Minerais	Condutividade Térmica em W/mK									
	Teste 1		Teste 2		Teste 3		Teste 4		\bar{K}	ΔK
	K	d%	K	d%	K	d%	K	d%		
Quartzo	7.79	0.13	7.83	0.23	7.78	0.33	7.75	0.52	7.79	0.03
Calcita	3.29	0.30	3.30	0.40	3.24	0.61	3.36	0.67	3.30	0.05
Dolomita	5.15	0.25	5.18	0.31	5.09	0.45	5.11	0.59	5.13	0.04
Anidrita	6.31	0.47	6.34	0.56	6.30	0.60	6.30	0.95	6.31	0.02
Siderita	2.40	0.14	2.40	0.72	2.42	1.71	2.49	3.71	2.43	0.04
Ortose	2.10	0.07	2.10	0.33	2.10	0.44	2.11	3.02	2.10	0.01
Albita	2.50	0.05	2.50	0.05	2.47	2.49	2.49	5.08	2.49	0.01
Argila	2.46	0.45	2.21	0.33					2.34	0.18
Smectita					1.48	9.30	1.83	0.91	1.66	0.25
Caolinita					2.30	2.31	2.66	1.09	2.48	0.25
Clorita					3.07	1.85	3.10	3.11	3.09	0.02
Ilita					1.85	2.51	1.75	1.84	1.80	0.07
Misturas					2.01	3.41	2.00	5.24	2.01	0.01
Água	0.58	0.36	0.60	0.50	0.60	0.65	0.59	0.89	0.59	0.01
Ar			0.02	0.15			0.05	1.96	0.03	0.02

3.3 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS

O método de escolha do modelo resume-se na inserção dos dados de condutividade térmica dos principais minerais formadores (\bar{K}_i), obtidos pela média dos resultados dos quatro testes de regressão (Tabela 3.2), das frações volumétricas (FV_i^j) e da porosidade (ϕ_j) nos modelos propostos (Tabela 2.1). O valor K_j^{est} , obtido para cada modelo, é comparado com o valor medido em laboratório (K_j^{med}) através do erro relativo entre eles. Quando o erro relativo da

amostra está dentro de $\pm 10\%$ ou $\pm 20\%$, o resultado é acumulado em N_{10} ou N_{20} , respectivamente. Ao término do processo, obtêm-se as porcentagens de amostras dentro de $\pm 10\%$ e $\pm 20\%$, dividindo-se os resultados N_{10} e N_{20} , pelo número de amostras (110). Também soma-se a este conjunto, o ajuste (PI) de cada modelo. Os resultados são mostrados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Todas as litologias usando as condutividades obtidas pelo método de regressão proposto (\bar{K}_i).

N°	$(N_{10}/110) \%$	$(N_{20}/110) \%$	PI
1	76.364	98.182	.083
2	16.364	26.364	.468
3	5.455	11.818	.441
4	54.545	90.000	.126
5	73.636	92.273	.089
6	61.818	93.636	.106
7	40.909	82.727	.149

Os valores apresentados na coluna do PI são indicadores exclusivos do ajuste de cada modelo, segundo os parâmetros (\bar{K}_i) obtidos por regressão.

Analisando os resultados da Tabela 3.3, verifica-se que o modelo geométrico médio possui as maiores porcentagens das amostras dentro de $\pm 10\%$ e $\pm 20\%$, bem como o menor valor de PI , isto é, o melhor ajuste. Os modelos N° 2 e 3 possuem os piores resultados, como era de se esperar, já que representam os limites inferior e superior das estimativas de condutividade térmica (HORAI, 1971). O modelo de Maxwell (N° 4) é o quarto que melhor ajusta os dados e, o modelo de de Vries (N° 5) fornece o segundo melhor ajuste, seguido do modelo de Hashin e Shtrikman (N° 6). Finalmente, o modelo do Resistor Modificado (N° 7) é, na sequência, o quinto modelo que melhor ajusta os valores das condutividades medidas em laboratório.

Os resultados da Tabela 3.3 podem ser ilustrados como nas Figuras 3.2 e 3.3. Nas abcissas, encontram-se os números das amostras, enquanto, nas ordenadas, os respectivos erros relativos (K^{est}/K^{med}) para cada modelo. Os pontos dentro das linhas mais internas possuem erros de até $\pm 10\%$ e os pontos entre as linhas mais externas, erros de até $\pm 20\%$. Na Figura 3.2, o modelo em paralelo superestimou os valores da condutividade, enquanto o modelo em série, subestimou-os. Os modelos geométrico médio e de Maxwell concordam melhor com as medidas de condutividade em laboratório, estando os resultados em grande parte dentro de $\pm 20\%$ de erro. Ainda pode ser observado que o modelo de Maxwell possui a tendência de subestimar as condutividades térmicas das amostras em relação às medidas de laboratório,

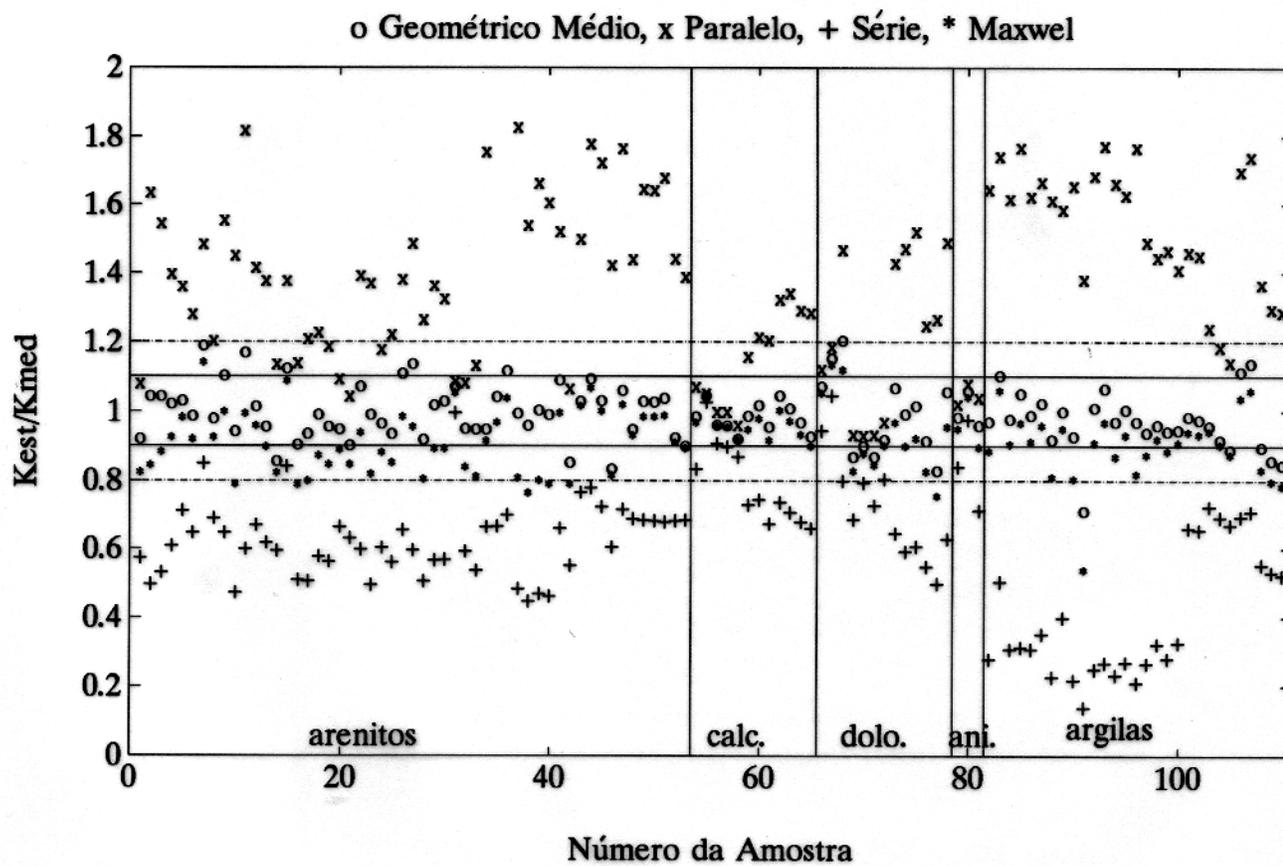


Figura 3.2 - Razão entre K_{est} e K_{med} para os modelos Geométrico Médio, Paralelo, Série e de Maxwell

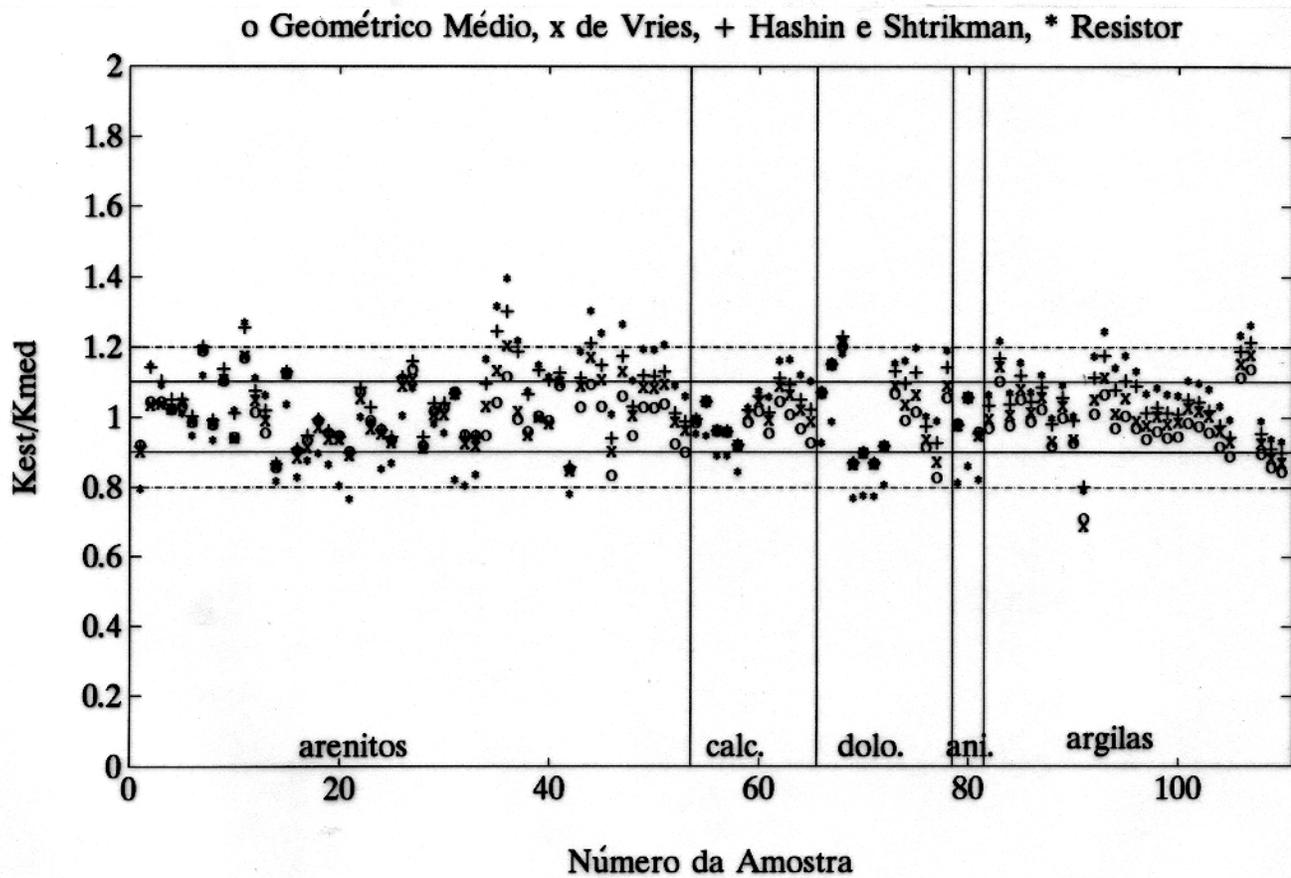


Figura 3.3 - Razão entre K_{est} e K_{med} para os modelos Geométrico Médio, de Vries, Hashin e Shtrikman e o Resistor Modificado

visto que os resultados apresentam-se em sua grande maioria abaixo de 1 ($K^{est} = K^{med}$).

A Figura 3.3 mostra, claramente, uma melhor concordância entre os modelos, levando a uma pré-interpretação de que sejam os melhores modelos a serem usados na tentativa de estimar a condutividade térmica das rochas.

É importante notar, neste caso, que os quatro modelos concordam bem, quando as amostras possuem baixas porosidades. À medida que a porosidade aumenta, ocorre uma alteração nas estimativas da condutividade dos modelos N° 5, 6 e 7 em relação ao modelo geométrico médio (N° 1). Esses modelos tendem a superestimar a condutividade das amostras fazendo com que K^{est}/K^{med} seja superior ao do modelo N° 1. Outro fato de importância se deve ao comportamento do modelo do resistor modificado (N° 7); em relação ao modelo N° 1, para amostras com baixas porosidades, o modelo N° 7 subestima os valores das condutividades, enquanto que, para amostras com altas porosidades, superestima seus valores. Este comportamento ocorre em todas as litologias estudadas e é agravado pelo aumento da argilosidade nas amostras.

A análise acima refere-se a um conjunto de dados englobando as litologias mais comuns de uma só vez. A fim de verificar qual o modelo que se adequasse a uma litologia específica, fez-se necessário compartilhar as 110 amostras em 5 subconjuntos litológicos: arenitos "limpos" e "sujos" (53 amostras com pouca ou nenhuma argila); calcários (12 amostras); dolomitos (13 amostras); anidritas (3 amostras); e, argilas (29 amostras). Para cada subconjunto, procedeu-se de forma análoga às anteriores. Os dados de condutividade dos minerais usados foram, neste caso, os mesmos obtidos pela regressão não-linear. As Tabelas 3.4 a 3.8 resumem os resultados, excluindo-se os modelos paralelo e série, pelas razões acima explicadas, e o modelo do Resistor Modificado.

O modelo geométrico médio ajusta-se bem no caso dos arenitos e arenitos sujos, onde 77% e 100% das amostras ficaram entre $\pm 10\%$ e $\pm 20\%$, respectivamente. Nos calcários (Tabela 3.5), ambos os modelos, geométrico médio e de de Vries, ajustaram eficazmente os dados visto que todos os valores de condutividade foram estimados dentro de $\pm 10\%$. A diferença que ocorre em seus PI 's pode ser negligenciada por ser da ordem de 2 milésimos. Para as amostras dolomíticas (Tabela 3.6), os modelos N° 1 e 5 (Geométrico Médio e de de Vries) respondem com as mesmas percentagens das amostras, isto é, dentro de $\pm 10\%$ e $\pm 20\%$. Os resultados contidos na Tabela 3.7 (anidritas) indicam que, com exceção do modelo de Maxwell, todos os modelos podem ser usados para estimar a condutividade térmica da rocha em questão. Infelizmente, esses resultados são representativos de três amostras apenas. Para as amostras argilosas (Tabela 3.8) os melhores modelos são os de N° 5 e 1, respectivamente, por possuírem o maior número de amostras dentro de $\pm 10\%$ e $\pm 20\%$ de erro.

As Figuras 3.4 e 3.5 ilustram os valores de K_j^{est} contra os K_j^{med} para o modelo geométrico médio que, através das comparações acima, melhor estima as condutividades térmicas do conjunto de amostras utilizado.

3.4 CONDUTIVIDADE MÉDIA DA FASE SÓLIDA

Esta etapa consiste em obter a condutividade média da fase sólida, \bar{K}_s , de cada subconjunto litológico. O procedimento é análogo ao item precedente, mas o número de parâmetros da inversão foi reduzido a um (\bar{K}_s), além de adotar K_w (cond. térmica da água) igual a 0.59 W/mK e K_g (cond. térmica do ar) igual a 0.03 W/mK. Os valores de \bar{K}_s para cada modelo, seus PI 's e os respectivos percentuais das amostras dentro de $\pm 10\%$ ou $\pm 20\%$ são mostrados nas Tabelas 3.9 a 3.13.

Devido à grande variedade dos valores de condutividade térmica encontrados no subconjunto dos arenitos e arenitos sujos, em função das diferentes combinações mineralógicas, fica difícil obter um valor de \bar{K}_s que ajuste bem as condutividades medidas em laboratório. A Tabela 3.9, se comparada com a Tabela 3.4, mostra claramente uma diminuição das percentagens das amostras dentro de $\pm 10\%$ e $\pm 20\%$, bem como o aumento nos valores dos PI 's. O modelo $N^\circ 4$ fornece a melhor resposta para este subconjunto litológico ($\bar{K}_s = 5,9$ W/mK), e o segundo melhor resultado sendo representado pelo modelo $N^\circ 1$.

No caso dos calcários (Tabela 3.10), os modelos $N^\circ 1$ e 4 possuem os piores ajustes, e, se comparados com os da Tabela 3.5, verifica-se também que os valores de PI aumentaram. Já nos modelos $N^\circ 5$ e 6 os valores de PI melhoraram, diminuindo para 0,38%. Para o modelo $N^\circ 5$, todas as amostras foram estimadas dentro de $\pm 10\%$ e o valor da condutividade térmica média da fase sólida dos calcários está em torno de 3.1 W/mK.

Os resultados do subconjunto litológico dos dolomitos (Tabela 3.11) sofreu uma melhora considerável se comparado com os mostrados na Tabela 3.6. Os melhores modelos neste caso são os de número 1 e 5 com \bar{K}_s estimado em 4.7 W/mK.

Como as anidritas resumem-se a três amostras com 100% do mineral em questão, é de se esperar que a condutividade térmica média da fase sólida (\bar{K}_s) seja bem próxima da condutividade obtida por inversão na Tabela 3.2 (6.37 W/mK). Todos os modelos ajustaram os dados com erro entre $\pm 10\%$ sendo os melhores ajustes obtidos pelos modelos $N^\circ 1$ e 6, segundo uma análise dos valores de PI .

Ao se tentar ajustar as condutividades medidas em laboratório para o subconjunto das argilas, através de uma condutividade média, os resultados obtidos (Tabela 3.13) mostram-se

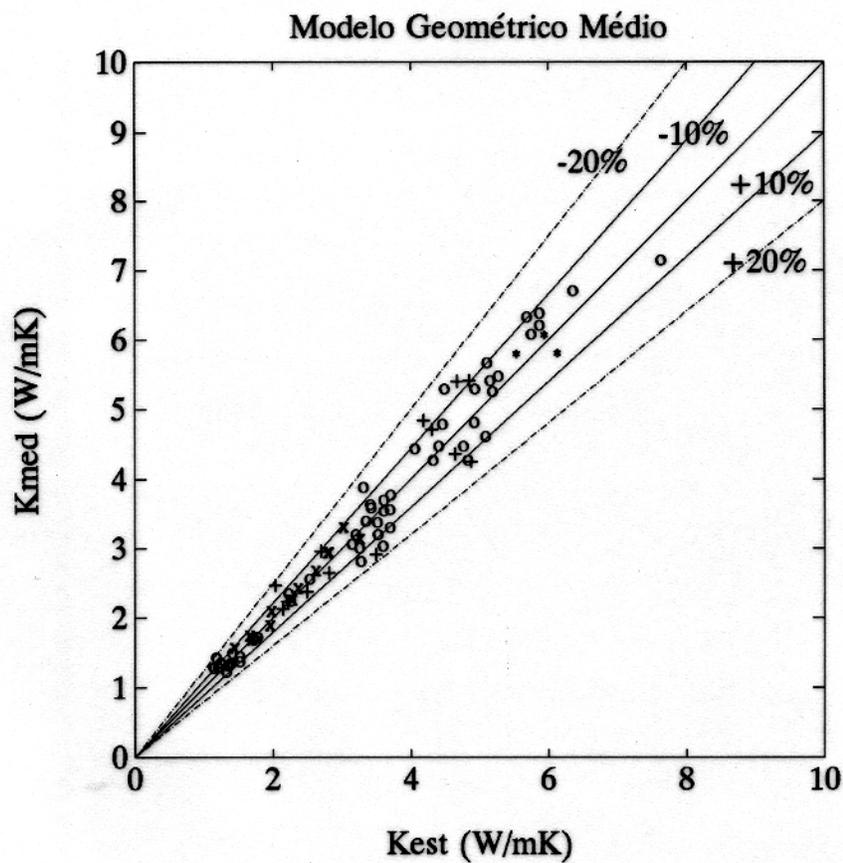


Figura 3.4 - Condutividades estimadas (K_{est}) contra condutividades medidas (K_{med}). 'o' - arenitos e arenitos sujos, '+' - calcários, 'x' - dolomitos, '*' - anidritas.

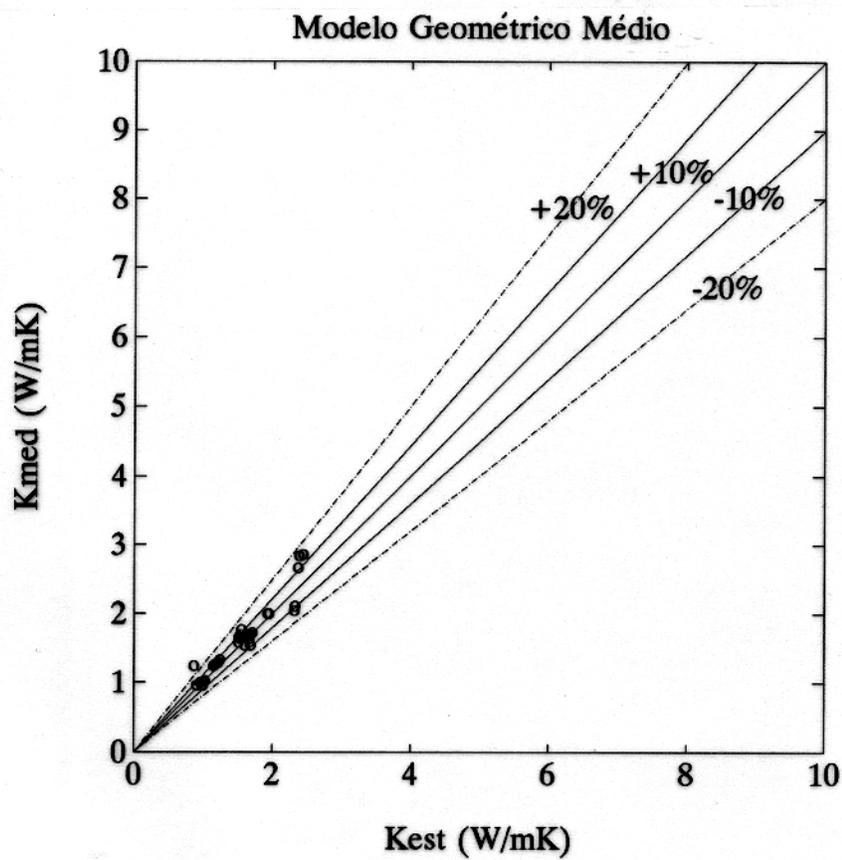


Figura 3.5 - Condutividades estimadas (K_{est}) contra condutividades medidas (K_{med}) para amostras argilosas.

piores que os obtidos anteriormente (Tabela 3.8). Para o modelo de Maxwell ($N^{\circ} 4$) o valor de PI diminuiu, indicando que o ajuste melhorou. Os melhores ajustes são fornecidos pelos modelos $N^{\circ} 4$ e 1, sendo \bar{K}_s das amostras argilosas dado por $3.4W/mK$ (pelo modelo $N^{\circ} 4$).

É importante observar que, nos casos acima, o modelo de Maxwell ($N^{\circ} 4$) estimou \bar{K}_s acima de qualquer outro modelo. Isso não ocorre por acaso. O modelo em questão possui a tendência de fornecer, por cálculos diretos, estimativas de condutividade térmica (K_j^{est}) inferiores àquelas medidas em laboratório (K_j^{med}), como visto na seção anterior deste capítulo. Na regressão, ocorre justamente o contrário: o valor de \bar{K}_s é aumentado de forma a compensar essa tendência. Se fossem usados os modelos em série e paralelo para obter valores de \bar{K}_s , efeito semelhante ocorreria, retornando para a condutividade média valores extremos e absurdos.

Um outro caso a se considerar é que, para a maioria das regressões, o algoritmo termina pelo critério do número máximo de interações. Em alguns casos, como na Tabela 3.10, os modelos $N^{\circ} 5$ e 6 conseguiram obter valores de PI menores que o nível de ruído (0.05). Isso indica que os valores de \bar{K}_s são realmente soluções do processo de regressão usado.

Tabela 3.4 - Resultados para arenitos e arenitos sujos.

N°	$(N_{10}/53) \%$	$(N_{20}/53) \%$	PI
1	77.358	100.000	.079
4	47.170	86.792	.128
5	69.811	98.113	.090
6	52.717	90.566	.116

Tabela 3.5 - Resultados para calcários.

N°	$(N_{10}/12) \%$	$(N_{20}/12) \%$	PI
1	100.000	100.000	.044
4	91.667	100.000	.058
5	100.000	100.000	.046
6	91.667	100.000	.057

Tabela 3.6 - Resultados para dolomitos.

N°	$(N_{10}/13) \%$	$(N_{20}/13) \%$	PI
1	53.846	92.308	.113
4	38.462	92.308	.131
5	53.846	92.308	.113
6	38.462	92.308	.124

Tabela 3.7 - Resultados para anidritas.

N°	$(N_{10}/3) \%$	$(N_{20}/3) \%$	PI
1	100.000	100.000	.043
4	66.667	100.000	.071
5	100.000	100.000	.046
6	100.000	100.000	.043

Tabela 3.8 - Resultados para amostras argilosas.

N°	$(N_{10}/29) \%$	$(N_{20}/29) \%$	PI
1	72.414	96.552	.091
4	58.621	89.655	.144
5	75.862	96.552	.094
6	68.966	96.552	.097

Tabela 3.9 - Resultados para arenitos e arenitos sujos e \bar{K}_s 's estimados.

N°	K_s	$(N_{10}/53) \%$	$(N_{20}/53) \%$	PI
1	5.036	16.981	37.736	.238
4	5.894	16.981	49.057	.225
5	4.846	15.094	33.962	.257
6	4.477	15.094	26.415	.277

Tabela 3.10 - Resultados para calcários e \bar{K}_s 's estimados.

N°	K_s	$(N_{10}/12) \%$	$(N_{20}/12) \%$	PI
1	3.192	100.000	100.000	.051
4	3.250	91.667	100.000	.064
5	3.119	100.000	100.000	.038
6	3.082	100.000	100.000	.038

Tabela 3.11 - Resultados para dolomitos e \bar{K}_s 's estimados.

N°	K_s	$(N_{10}/13) \%$	$(N_{20}/13) \%$	PI
1	4.796	69.231	84.615	.120
4	5.133	46.154	92.308	.125
5	4.728	69.231	84.615	.120
6	4.584	61.538	84.615	.127

Tabela 3.12 - Resultados para anidritas e \bar{K}_s 's estimados.

N°	K_s	$(N_{10}/3) \%$	$(N_{20}/3) \%$	PI
1	6.303	100.000	100.000	.043
4	6.537	100.000	100.000	.064
5	6.343	100.000	100.000	.046
6	6.318	100.000	100.000	.043

Tabela 3.13 - Resultados para amostras argilosas e \bar{K}_s 's estimados.

N°	K_s	$(N_{10}/29) \%$	$(N_{20}/29) \%$	PI
1	2.775	37.931	86.207	.160
4	3.391	62.069	86.207	.142
5	2.637	37.931	79.310	.163
6	2.469	34.483	75.862	.179

4 - INFLUÊNCIA DAS PROPRIEDADES TÉRMICAS E PETROFÍSICAS NA RESISTIVIDADE APARENTE DA FORMAÇÃO

Este capítulo tem por objetivo mostrar aspectos da influência de alguns parâmetros térmicos e petrofísicos na obtenção da resistividade aparente da formação. A teoria envolvida leva em consideração o efeito de invasão do filtrado da lama na formação vizinha. Este fenômeno (também transiente) acarreta alterações tanto nos parâmetros térmicos como nos parâmetros elétricos envolvidos.

Em tempos pré-estabelecidos, avalia-se o perfil radial de resistividade através do prévio conhecimento da distribuição radial de temperatura $T(r, t)$ e da saturação $S_w(r, t)$. O perfil de resistividade é convolvido com a resposta radial de uma ferramenta de indução composta de duas bobinas (receptor, transmissor), resultando no valor da resistividade aparente da formação. Fazendo-se a suposição de que neste mesmo tempo a distribuição de temperatura é a temperatura original da formação, torna-se possível calcular o erro relativo entre as duas resistividades.

De forma a esclarecer a metodologia empregada nesta etapa do trabalho, estão abaixo desenvolvidos alguns tópicos de fundamental importância para o seu entendimento.

4.1 PROCESSO DE INVASÃO - UMA SIMULAÇÃO

O processo de invasão ocorre em formações permeáveis onde a pressão dentro do poço é superior à pressão do fluido da formação. A medida que a invasão prossegue, surge o aparecimento de duas zonas distintas, denominadas de *zona invadida* e *zona virgem*. A primeira é composta pela *zona lavada*, *zona de transição* e *anulus* (SINGER & BARBER, 1988) e a segunda é denominada de *virgem* por preservar as características originais da formação.

A simulação do processo de invasão não é uma tarefa fácil pois depende de inúmeros fatores como saturações, molhabilidade, pressão e pressão capilar, permeabilidades e viscosidades dos fluidos existentes. Devido a esses e outros fatores, serão feitas algumas suposições com intuito

de facilitar a compreensão do fenômeno.

Desprezando o efeito da gravidade, a Lei de Darcy para o fluxo de um fluido é dada por

$$\frac{\vec{q}}{A} = \vec{v} = -\frac{\lambda}{\mu} \nabla p, \quad (4.1)$$

onde \vec{q} é o volume de fluido que atravessa a área A na unidade de tempo, \vec{v} é a velocidade, λ é a permeabilidade, μ é a viscosidade e p é a pressão. Adicionando a equação da continuidade

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) + \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad (4.2)$$

onde ϕ é a porosidade da formação e ρ é a densidade do fluido, é possível solucionar um dado problema de fluxo.

Supondo apenas duas fases fluidas (óleo, água) incompressíveis (densidade constante) as equações acima para cada fase ficam expressas por

$$\frac{\vec{q}_w}{A} = \vec{v}_w = -\lambda \frac{\lambda_w}{\mu_w} \nabla p_w, \quad (4.3)$$

$$\frac{\vec{q}_o}{A} = \vec{v}_o = -\lambda \frac{\lambda_o}{\mu_o} \nabla p_o, \quad (4.4)$$

$$\nabla \cdot (\vec{v}_w) + \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0, \quad (4.5)$$

$$\nabla \cdot (\vec{v}_o) + \phi \frac{\partial S_o}{\partial t} = 0, \quad (4.6)$$

onde

$$S_w + S_o = 1, \quad (4.7)$$

$$p_o - p_w = p_c, \quad (4.8)$$

sendo $\vec{q}_{w,o}/A$ os volumes de água e óleo que atravessam a área A na unidade de tempo, $S_{w,o}$ as saturações de cada fase, p_c a pressão capilar e $\lambda_{w,o}$ são as permeabilidades relativas expressas como fração da permeabilidade total λ . É importante lembrar que o fluxo total \vec{q} é constante e igual à quantidade de filtrado da lama que entra na formação com o tempo, ou ainda,

$$\vec{q} = \vec{q}_w + \vec{q}_o. \quad (4.9)$$

Fazendo uso das equações (4.3), (4.4) e (4.9), e supondo $p_w = p_o$, define-se a fração do fluxo de água por

$$f_w = \frac{|\vec{q}_w|}{|\vec{q}|},$$

$$f_w = \frac{\frac{\lambda_w}{\mu_w}}{\frac{\lambda_w}{\mu_w} + \frac{\lambda_o}{\mu_o}} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_o \mu_w}{\lambda_w \mu_o}}, \quad (4.10)$$

que elimina a dependência explícita da pressão nas equações (4.3) e (4.4), podendo reescrevê-las na forma

$$\vec{v}_w = \frac{\vec{q}_w}{A} = f_w \frac{\vec{q}}{A}, \quad (4.11)$$

$$\vec{v}_o = \frac{\vec{q}_o}{A} = (1 - f_w) \frac{\vec{q}}{A}. \quad (4.12)$$

Outra facilidade do uso de f_w é que o problema pode ser descrito apenas por uma das fases.

Na literatura existem inúmeras equações que tentam expressar a permeabilidade relativa como função da saturação de uma das fases (geralmente a água). Segundo DE WIEST (1969), estas permeabilidades são dadas empiricamente por

$$\lambda_w(S_w) = \bar{\lambda}_w S_w^{*3}, \quad (4.13)$$

$$\lambda_o(S_w) = \bar{\lambda}_o (1 - S_w^*)^2, \quad (4.14)$$

onde $\bar{\lambda}_w$ é a permeabilidade da formação na saturação de óleo residual, $\bar{\lambda}_o$ é a permeabilidade na saturação de água residual e S_w^* é a saturação normalizada definida por

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{oi} - S_{wi}}, \quad (4.15)$$

sendo S_{wi} e S_{oi} as respectivas saturações irreduzíveis de água e óleo da formação. A Figura 4.1 ilustra curvas típicas para as permeabilidades relativas e fluxo fracional de água.

Admitindo uma formação infinita e homogênea, com simetria axial (coordenadas cilíndricas) e, fazendo a suposição de que o fluxo total por unidade de área definido por $\vec{Q} = \vec{q}/A$ possui dependência radial, obtemos, pela inserção da equação (4.11) na (4.5), a seguinte equação do fluxo

$$\nabla \cdot (f_w Q \hat{r}) + \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0. \quad (4.16)$$

onde \hat{r} é o vetor unitário que aponta na direção dos valores crescentes de r . Mantendo em mente que f_w é função da saturação de água $S_w(r, t)$, ao aplicar o operador divergente em coordenadas cilíndricas na equação anterior, obtemos

$$\frac{f_w Q}{r} + \frac{\partial(f_w Q)}{\partial r} + \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0,$$

ou ainda

$$f_w \left(\frac{Q}{r} + \frac{dQ}{dr} \right) + f'_w Q \frac{\partial S_w}{\partial r} + \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0, \quad (4.17)$$

onde o termo da esquerda (entre parêntesis) aparece devido a simetria cilíndrica e a dependência de Q com r . Os dois termos da direita, com $f'_w = \partial f_w / \partial S_w$, são análogos à

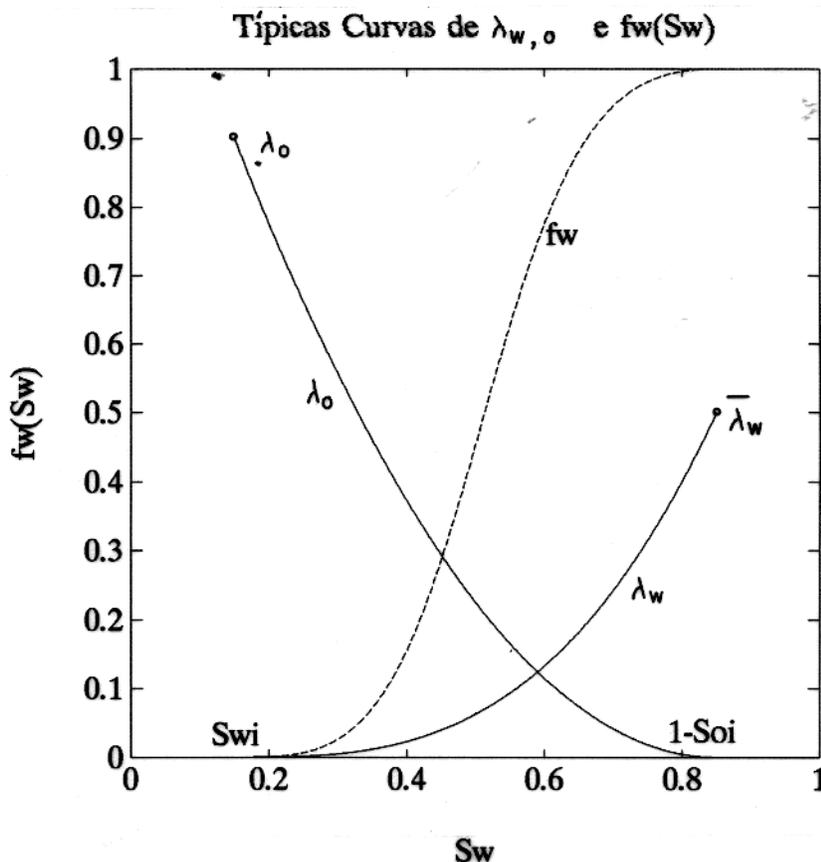


Figura 4.1 - Curvas típicas de permeabilidades relativas $\lambda_{w,o}$ e fluxo fracional de água f_w como função da saturação de água S_w .

equação de Buckley-Leverett do movimento de dois fluidos imiscíveis em meios porosos. Esta equação diferencial é não-linear e sua solução será obtida através do *método das características* (BLEINSTEIN, 1984) muito usado nas soluções das equações de onda. Para isso, usam-se as seguintes definições

$$F(r, t, S_w, m, n) = f_w \left(\frac{Q}{r} + \frac{dQ}{dr} \right) + f'_w Q m + \phi n = 0, \quad (4.18)$$

$$\frac{dr}{ds} = F_m = Q f'_w, \quad (4.19)$$

$$\frac{dt}{ds} = F_n = \phi, \quad (4.20)$$

$$\frac{dS_w}{ds} = m F_m + n F_n = f'_w Q m + \phi n, \quad (4.21)$$

onde

$$m = \frac{\partial S_w}{\partial r}, \quad (4.22)$$

$$n = \frac{\partial S_w}{\partial t}, \quad (4.23)$$

sendo s o comprimento do arco das curvas características. Fazendo uso da equação (4.18), a equação (4.21) pode ser reescrita como

$$\frac{dS_w}{ds} = f_w \left(\frac{Q}{r} + \frac{dQ}{dr} \right) = f_w \nabla \cdot \vec{Q} = 0, \quad (4.24)$$

pois $\nabla \cdot \vec{Q} = 0$. O fluxo total q é constante e a dependência radial de Q se deve à variação da área com o raio, dada por $A = 2\pi rL$ e sendo L a altura do cilindro (camada permeável). Esta é uma variação do tipo $1/r$ e sabemos que $\nabla \cdot \left(\frac{\hat{r}}{r} \right) = 0$. Usando o último resultado, obtemos a seguinte relação para Q

$$\begin{aligned} \frac{Q}{r} + \frac{\partial Q}{\partial r} &= 0, \\ Q &= \frac{Q_o r_o}{r}, \end{aligned} \quad (4.25)$$

onde Q_o representa a velocidade com que o filtrado da lama entra na formação na parede do poço ($r = r_o$). A equação (4.19), com o auxílio das equações (4.20) e (4.25), fica reescrita como

$$\frac{dr}{dt} = \frac{Q_o r_o f'_w}{\phi r}, \quad (4.26)$$

representando que a velocidade da frente de saturação constante é proporcional a derivada de f_w e inversamente proporcional ao raio de invasão. Integrando a equação precedente, vem que

$$r^2 = r_o^2 + \frac{Q_o r_o f'_w t}{\phi}, \quad (4.27)$$

sendo esta uma expressão que relaciona a posição r em um tempo t de uma dada saturação S_w .

Segundo a construção de Weldge (CRAIG, 1971), a solução deste problema (\bar{S}_w) é dada pela saturação comum a f_w e a reta tangente a f_w cuja origem é S_{wi} (Figura 4.2 (a)).

Variando a saturação de água na equação (4.27), em um dado tempo, é possível fazer a construção da distribuição de S_w como função de r (Figura 4.2 (b)). A solução desejada é tal que a área A_1 seja igual a área A_2 . A partir do conhecimento de \bar{S}_w é possível obter, com a equação (4.27), a respectiva posição radial (\bar{r}) onde esta frente de saturação constante se encontra. Para valores de r maiores que \bar{r} , o perfil de saturação será constante e igual a S_{wi} , constituindo a formação virgem. Como a saturação de água da formação é irreduzível, não ocorrerá o aparecimento do *annulus* na zona invadida.

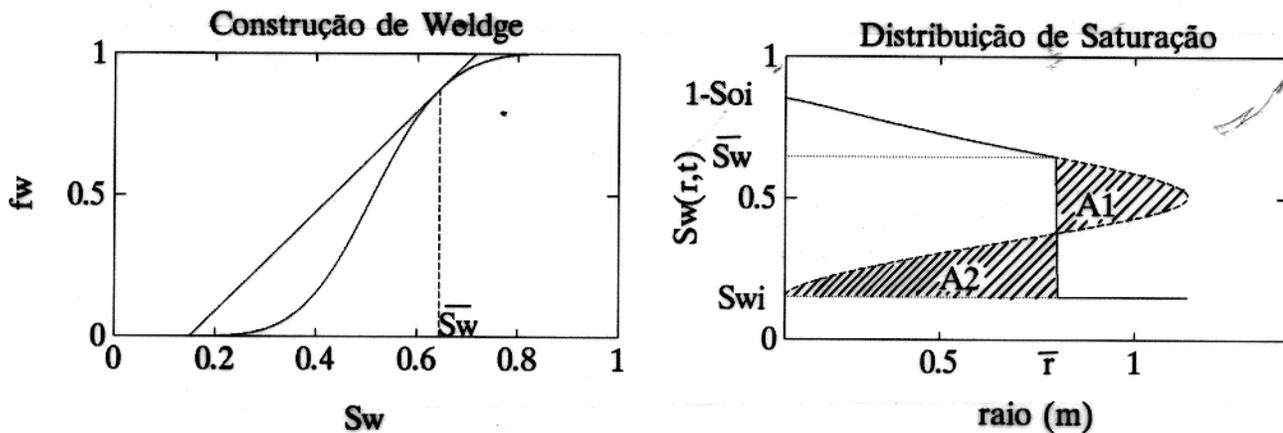


Figura 4.2 - (a) solução através da construção de Weldge, (b) distribuição radial de saturação de água.

Para encontrar a saturação \bar{S}_w faz-se uso do fato de que a inclinação da reta tangente a f_w deve ser igual a f'_w em \bar{S}_w , ou seja,

$$\frac{f_w(\bar{S}_w)}{\bar{S}_w - S_{wi}} = f'_w(\bar{S}_w). \quad (4.28)$$

Expandindo a equação acima em termos de \bar{S}_w , mostra-se que o resultado é uma equação cúbica. PRESS et al. (1989) sugerem um método analítico para encontrar as três soluções da equação cúbica. Utilizando a formulação apenas para a raiz real, obtém-se

$$\bar{S}_w = S_{wi} + (1 - S_{oi} - S_{wi})\beta^{1/3} \left\{ \left[1 + \left(1 + \frac{8\beta}{27} \right) \right]^{1/3} - \left[\left(1 + \frac{8\beta}{27} \right) - 1 \right]^{1/3} \right\}, \quad (4.29)$$

sendo

$$\beta = \frac{\mu_w \bar{\lambda}_o}{\mu_o \bar{\lambda}_w} = \frac{m_o}{m_w}, \quad (4.30)$$

onde m_w e m_o são as mobilidades da água e do óleo, respectivamente. Quando β for igual a 1, \bar{S}_w e \bar{r} assumirão valores intermediários pelo fato de não haver preferência quanto à mobilidade dos fluidos, molhabilidade intermediária. No caso de β ser menor que 1, \bar{S}_w tenderá a S_{wi} e \bar{r} aumentará seu valor, o que significa uma formação molhável ao óleo. Finalmente, quando β for maior que 1, \bar{S}_w tenderá a $1 - S_{oi}$ e \bar{r} diminuirá em relação ao primeiro caso, implicando em uma formação molhável a água. Como o valor de β influencia na distribuição radial de saturação, seu efeito sobre a resistividade aparente também será avaliado posteriormente.

O perfil de saturação $S_w(r, t)$ deve ser obtido a espaçamentos regulares de r , pois será usado mais adiante nos cálculos das propriedades térmicas e elétricas da formação. Para

tal fim faz-se uso do *Akima Cubic Spline* (AKIMA, 1970) que possui a característica de não oscilar nos pontos onde a função é descontínua. Sua definição é

$$f(x) = \sum_{j=1}^4 C_{ij}(x - x_i)^{(j-1)},$$

$$C_{i1} = f_i,$$

$$C_{i2} = s_i,$$

$$C_{i3} = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta^2} - \frac{s_i}{\Delta} - \Delta C_{i4}$$

$$C_{i4} = \frac{s_{i+1} - s_i}{\Delta^2} - 2\frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta^3},$$

onde $x_i \leq x \leq x_{i+1}$, f_i é o valor da função em x_i , $\Delta = |x_{i+1} - x_i|$ e s_i é definido como

$$s_i = \frac{w_{i+1}d_{i-1} + w_{i-1}d_i}{w_{i+1} + w_{i-1}},$$

sendo

$$d_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta},$$

$$w_i = |d_i - d_{i-1}|.$$

A Figura 4.3 ilustra o balanço radial de fluidos em um tempo arbitrário que pode ser obtido a uma dada profundidade, segundo o procedimento acima descrito.

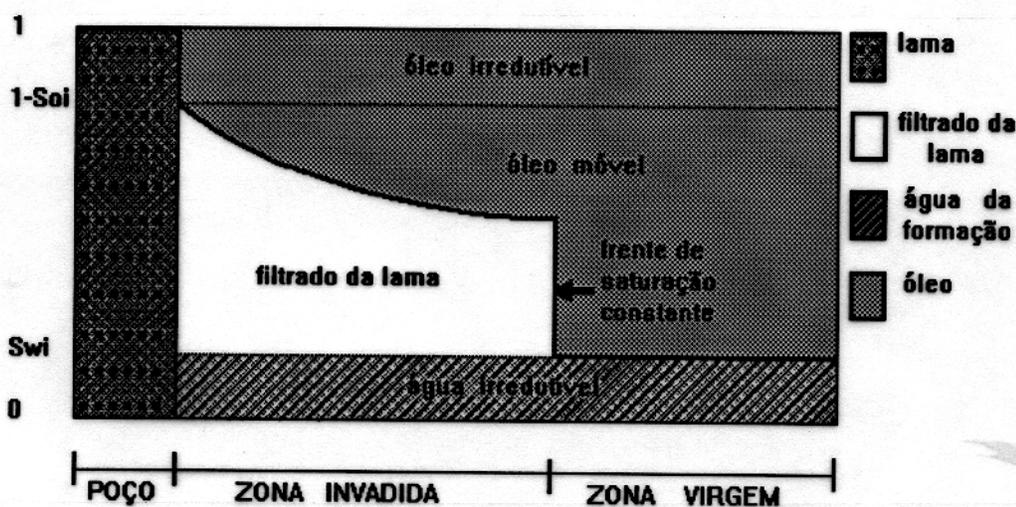


Figura 4.3 - Distribuição radial de saturação de água $S_w(r, t)$ e balanço de fluidos para uma dada profundidade, no tempo desejado.

4.2 OBTENÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA $T(r, t)$

No capítulo 2 (seção 2.4) foi visto que o método numérico empregado para obter a distribuição radial de temperatura como função do tempo fornece bons resultados em meio homogêneo e isotrópico.

Devido à invasão, a condutividade térmica da formação K e o produto ρc não são mais constantes, dependendo da posição radial bem como do tempo. A equação da difusão do calor é então generalizada para

$$\frac{1}{\rho c} \nabla \cdot (K \nabla T) = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (4.31)$$

que resulta, após a aplicação do operador divergente em coordenadas cilíndricas, em

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \left[\frac{1}{\rho c} \frac{\partial K}{\partial r} + \frac{k}{r} \right] \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (4.32)$$

sendo k a difusividade térmica do meio. Desenvolvendo a equação anterior, segundo as aproximações numéricas das diferenças de Crank-Nicolson, obtém-se

$$\begin{aligned} jT_j^{i+1} - jT_j^i &= b \left\{ jk_j^{i+1}(T_{j+1}^{i+1} - 2T_j^{i+1} + T_{j-1}^{i+1}) + \left[\frac{jK_{j+1}^{i+1}}{(\rho c)_j^{i+1}} - (j-1)k_j^{i+1} \right] (T_{j+1}^{i+1} - T_j^{i+1}) \right\} \\ &+ b \left\{ jk_j^i(T_{j+1}^i - 2T_j^i + T_{j-1}^i) + \left[\frac{jK_{j+1}^i}{(\rho c)_j^i} - (j-1)k_j^i \right] (T_{j+1}^i - T_j^i) \right\} \end{aligned}$$

onde $b = \frac{\Delta t}{2\Delta r^2}$. Separando os termos em i dos termos em $i+1$, a equação acima fica reescrita como

$$A_j^i T_{j+1}^{i+1} + B_j^i T_j^{i+1} + C_j^i T_{j-1}^{i+1} = D_j^i, \quad \text{onde} \quad (4.33)$$

$$D_j^i = E_j^i T_{j+1}^i + F_j^i T_j^i + G_j^i T_{j-1}^i, \quad (4.34)$$

sendo os coeficientes dados por

$$A_j^i = -b \left(\frac{jK_{j+1}^{i+1}}{(\rho c)_j^{i+1}} + k_j^{i+1} \right), \quad (4.35)$$

$$B_j^i = j \left[1 + b \left(\frac{K_{j+1}^{i+1}}{(\rho c)_j^{i+1}} + k_j^{i+1} \right) \right] + bk_j^{i+1}, \quad (4.36)$$

$$C_j^i = -jbk_j^{i+1}, \quad (4.37)$$

$$E_j^i = b \left(\frac{jK_{j+1}^i}{(\rho c)_j^i} + k_j^i \right), \quad (4.38)$$

$$F_j^i = j \left[1 - b \left(\frac{K_{j+1}^i}{(\rho c)_j^i} + k_j^i \right) \right] - bk_j^i, \quad (4.39)$$

$$G_j^i = jbk_j^i. \quad (4.40)$$

As equações (4.33) e (4.34) formam um sistema tri-diagonal a ser resolvido usando o procedimento proposto em CLAREBOUT (1985).

Com o resultado da seção precedente, $S_w(r, t)$, é possível calcular a difusividade térmica da formação nos tempos desejados (i e $i + 1$). A expressão geral da difusividade térmica é

$$k = \frac{K}{\rho c},$$

onde K é a condutividade térmica, ρ a densidade e c o calor específico. Supondo que a formação possui apenas dois minerais (sendo um argila) água e óleo, e, fazendo uso do já estudado modelo geométrico médio, a condutividade térmica é expressa por

$$K_j^i = \left(K_m^{1-V_{sh}} K_{sh}^{V_{sh}} \right)^{1-\phi} \left(K_w^{(S_w)_j^i} K_o^{1-(S_w)_j^i} \right)^\phi, \quad (4.41)$$

onde os índices m , sh , w e o referem-se ao mineral, à argila, à água e ao óleo, respectivamente, e V_{sh} representa o percentual de argila na formação. É interessante notar que não se faz distinção entre a condutividade térmica da água da formação (salina) e do filtrado da lama (água doce).

Em XU & DESBRANDES (1990), o produto ρc é, pela extensão da Lei de Kopp para uma mistura de componentes químicos, dado por

$$\begin{aligned} (\rho c)_j^i &= (1 - \phi)[(1 - V_{sh})\rho_m c_m + V_{sh}\rho_{sh} c_{sh}] + \\ &+ \phi[(S_w)_j^i - S_{wi}]\rho_{mf} c_{mf} + S_{wi}\rho_{wf} c_{wf} + (1 - (S_w)_j^i)\rho_o c_o, \end{aligned} \quad (4.42)$$

sendo os novos índices mf e wf referentes a filtrado da lama e água da formação respectivamente, e S_{wi} representando a saturação de água irreduzível da formação.

4.2.1 Teste do Algoritmo de Diferenças Finitas

O teste do algoritmo é realizado pela comparação da solução numérica com a solução analítica dada pela equação (2.7). Para isso, os parâmetros térmicos dos fluidos e da porção sólida da formação devem ser os mesmos (formação homogênea e isotrópica).

As entradas do programa são:

- $\Delta t = 300.0s$ e $\Delta r = 0.01m$, discretização no tempo e espaço
- $\rho_{m,sh,wf,mf,o} = 2550kg/m^3$, densidade
- $c_{m,sh,wf,mf,o} = 905J/kg^\circ C$, calor específico

- $K_{m,sh,wf,mf,o} = K = 3.0W/m^{\circ}C$, condutividade térmica
- $r_o = 0.10m$, raio do poço
- $a = 20.0m$, raio do cilindro (formação)
- $T(r, 0) = 10.0^{\circ}C$, temperatura inicial (poço e formação)
- $T(a, t) = 50.0^{\circ}C$, temperatura na superfície do cilindro
- $\gamma = 0.005, 0.01$ e 0.05 , parâmetro da solução analítica $\gamma = \frac{k t_{total}}{a^2}$ (adimensional) sendo $k = K/(\rho c)$
- $\phi = 0.20$, porosidade da formação
- $S_{wi} = 0.10$, saturação de água residual
- $S_{oi} = 0.16$, saturação de óleo residual
- $\bar{\lambda}_w = 0.5$ e $\bar{\lambda}_o = 0.99$, permeabilidades relativas em $1 - S_{oi}$ e S_{wi} respectivamente
- $\mu_w = 1.0cp$ e $\mu_o = 1.5cp$, viscosidades da água e óleo
- $Q_o = \frac{5}{360}m/s$, velocidade do filtrado da lama na parede do poço ($r = r_o$).

Os parâmetros ρ, c e K são propostos em HEARST & NELSON (1985), as permeabilidades e viscosidades sugerem uma formação molhável a água, e a velocidade Q_o foi obtida segundo algumas simulações. Devido às definições acima, a difusividade térmica é $k = 1.3 \times 10^{-6}m^2/s$ e o tempo total da ordem de 17.8 dias. O programa é demorado e por isso foram feitas apenas três comparações entre a solução analítica e a numérica ilustrado na Figura 4.4.

Inserindo diferentes valores de K, ρ e c para as fases fluidas e sólidas da formação e, inserindo uma temperatura $T_m = 50.0^{\circ}C$ para a lama e $T_f = 135.0^{\circ}C$ para a formação em $t = 0s$, é possível obter distribuições típicas da temperatura nos tempos desejados. A Figura 4.5 ilustra a influência da velocidade de invasão na formação sobre a distribuição de temperatura nos tempos de 1, 5, 10, 24 e 48 horas, assumindo $Q_o = 0.0m/s$ e $Q_o = 5/360m/s$.

Na comparação dos resultados analítico (equação (2.7)) e numérico foi imposta a condição de Neumann em $r = 0 m$, enquanto a temperatura em $r = a$ foi mantida constante. Os resultados ilustrados na Figura 4.5 foram obtidos pela aplicação da condição de Neumann tanto em $r = 0 m$ como em $r = a$.

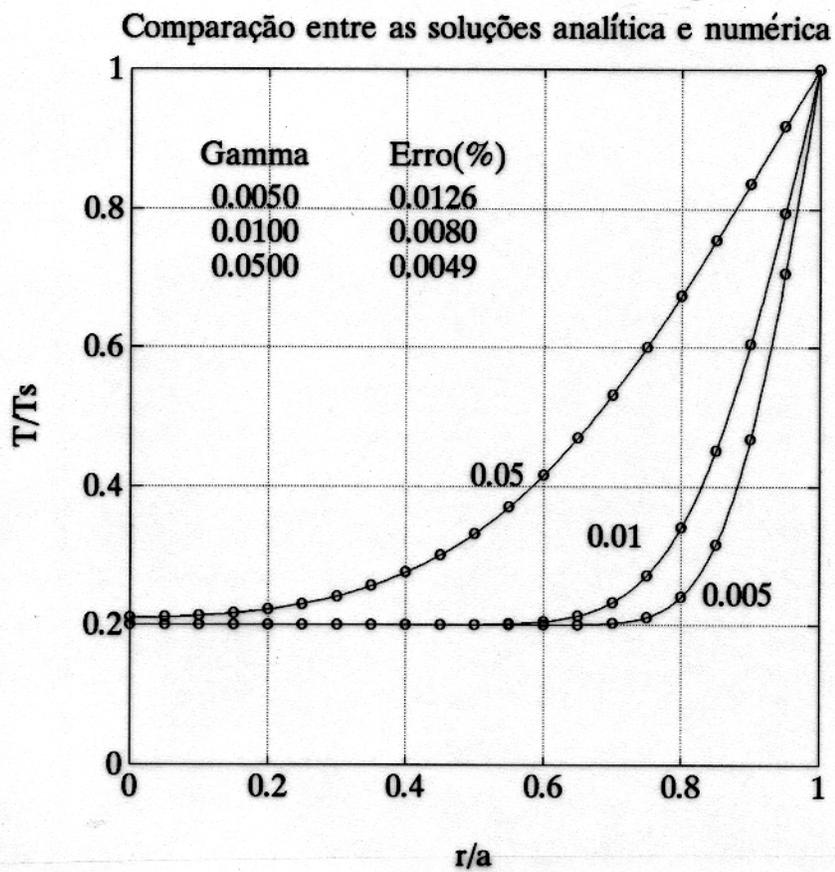


Figura 4.4 - Comparação entre as soluções numérica “—” e analítica “o” para diferentes valores de $\gamma = kt/a^2$, tal como ilustrado na Figura 2.2.

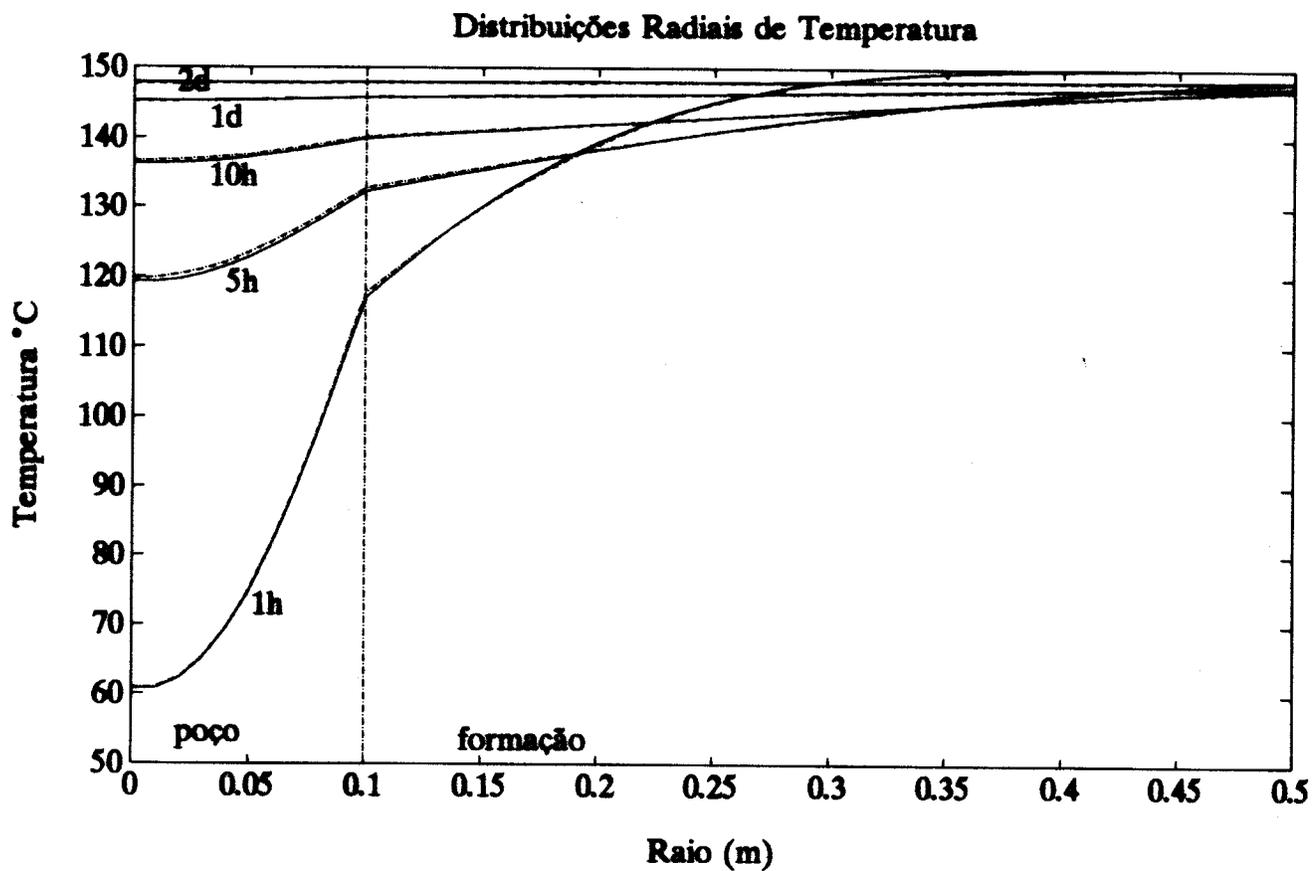


Figura 4.5 - Efeito da invasão nas distribuições de temperatura da formação nos tempos de 1h, 5h, 10h, 1 dia e 2 dias, para $Q_o = 0.0 \text{ m/s}$ e $Q_o = 5/360 \text{ m/s}$

4.3 DISTRIBUIÇÃO RADIAL DE CONDUTIVIDADE (OU RESISTIVIDADE)

Em 1942, Archie inseriu no meio científico uma relação empírica entre as propriedades petrofísicas, elétricas e fluidas de uma dada formação, baseando-se em diversos experimentos em laboratório e expressa como

$$R = \frac{aR_w}{\phi^m S_w^n}, \quad (4.43)$$

onde R representa a resistividade da formação, R_w a resistividade da água da formação (água conata), S_w a saturação de água no volume poroso, ϕ a porosidade e, m, n , e a , parâmetros característicos de cada tipo de litologia.

Com o passar dos anos, mais modelos foram sendo propostos na tentativa de explicar determinados fenômenos causados, por exemplo, por argilas e minerais metálicos disseminados no volume poroso.

Mantendo em mente que um modelo mais elaborado de R só acarretaria maiores dificuldades para o entendimento do problema, optou-se pelo modelo de Bardon and Pied *apud* WORTHINGTON (1985), o qual é uma extensão da Lei de Archie pelo fato de considerar, de forma simples, o efeito do conteúdo de argila (V_{sh}) na resistividade da rocha. Este modelo é equacionado como

$$\frac{1}{R} = \frac{\phi^2 S_w^2}{0.81 R_w} + \frac{V_{sh}}{R_{sh}} S_w, \quad (4.44)$$

onde $m = n = 2$ e $a = 0.81$, caracterizam uma litologia arenosa com R_{sh} representando a resistividade da argila. Deve-se observar que o modelo acima reduz-se à equação (4.43) quando $V_{sh}=0$.

Na seção 4.1 foi feita a suposição de que a água contida na formação é irreduzível (não móvel). Em função disso não ocorrerá o aparecimento da região denominada de *annulus*, restando apenas considerar as distribuições de resistividade no poço, na zona invadida (com distribuição de saturação $S_w(r, t)$) e na zona virgem, cuja saturação de água é S_{wi} .

As resistividades da lama R_m são conhecidas em superfície através de medidas diretas, referidas à temperatura em que foram realizadas. Em quaisquer das diversas literaturas de perfilagens geofísicas é possível encontrar a seguinte relação entre a resistividade e a temperatura

$$R_m @ T_2 = R @ T_1 \left(\frac{T_1 + 21.5}{T_2 + 21.5} \right), \quad (4.45)$$

onde $R@T_2$ é a resistividade à temperatura desejada T_2 , $R@T_1$ é a resistividade medida à temperatura T_1 , sendo as temperaturas dadas em graus centígrados. Através da relação acima e do conhecimento da distribuição radial de temperatura $T(r, t)$ é possível obter a variação radial e temporal da resistividade da lama através da equação

$$R(r, t) = R_m@T_1 \left(\frac{T_1 + 21.5}{T(r, t) + 21.5} \right), \quad \text{para } |r| < r_o, \quad (4.46)$$

onde r_o é o raio do poço.

O procedimento na zona invadida deve levar em consideração a existência dos dois tipos de água e a mudança de suas resistividades com respeito à temperatura. A resistividade para a mistura de dois fluidos é expressa segundo o arranjo em paralelo (BRADLEY, 1987) como

$$\frac{1}{R_{eq}(r, t)} = \frac{(1 - F_w(r, t))}{R_{mf}(r, t)} + \frac{F_w(r, t)}{R_w(r, t)}, \quad (4.47)$$

onde $R_{mf}(r, t)$ e $R_w(r, t)$ são obtidos segundo uma relação análoga a equação (4.46) e

$$F_w(r, t) = \frac{S_{wi}}{S_w(r, t)}, \quad (4.48)$$

sendo F_w o percentual de água da formação em relação à saturação total de água, após a invasão. Utilizando a equação (4.44) e as considerações acima, a distribuição de resistividade para a zona invadida é expressa como

$$\frac{1}{R(r, t)} = \frac{\phi^2 S_w^2(r, t)}{0.81 R_{eq}(r, t)} + \frac{V_{sh}}{R_{sh}(r, t)} S_w(r, t) \quad \text{para } r_o \leq |r| \leq \bar{r}, \quad (4.49)$$

onde \bar{r} é o raio de invasão obtido na seção 4.1 pelo uso das equações (4.27) e (4.29) e $R_{sh}(r, t)$ dado em função da distribuição de temperatura segundo relação análoga a equação (4.46).

Finalmente, a distribuição de resistividade para a zona virgem (não invadida) será

$$\frac{1}{R(r, t)} = \frac{\phi^2 S_{wi}^2}{0.81 R_w(r, t)} + \frac{V_{sh}}{R_{sh}(r, t)} S_{wi} \quad \text{para } |r| > \bar{r}, \quad (4.50)$$

onde $R_{sh}(r, t)$ e $R_w(r, t)$ são obtidos como antes explicado, considerando a saturação de água S_w como sendo irreduzível S_{wi} (Figura 4.2 (b)).

A Figura 4.6 ilustra distribuições radiais típicas de resistividade para diferentes tempos de invasão. Nesta simulação foi considerada a resistividade do filtrado da lama R_{mf} maior do que a resistividade da água da formação R_w , que é situação preferencial na perfilagem com a ferramenta de indução.

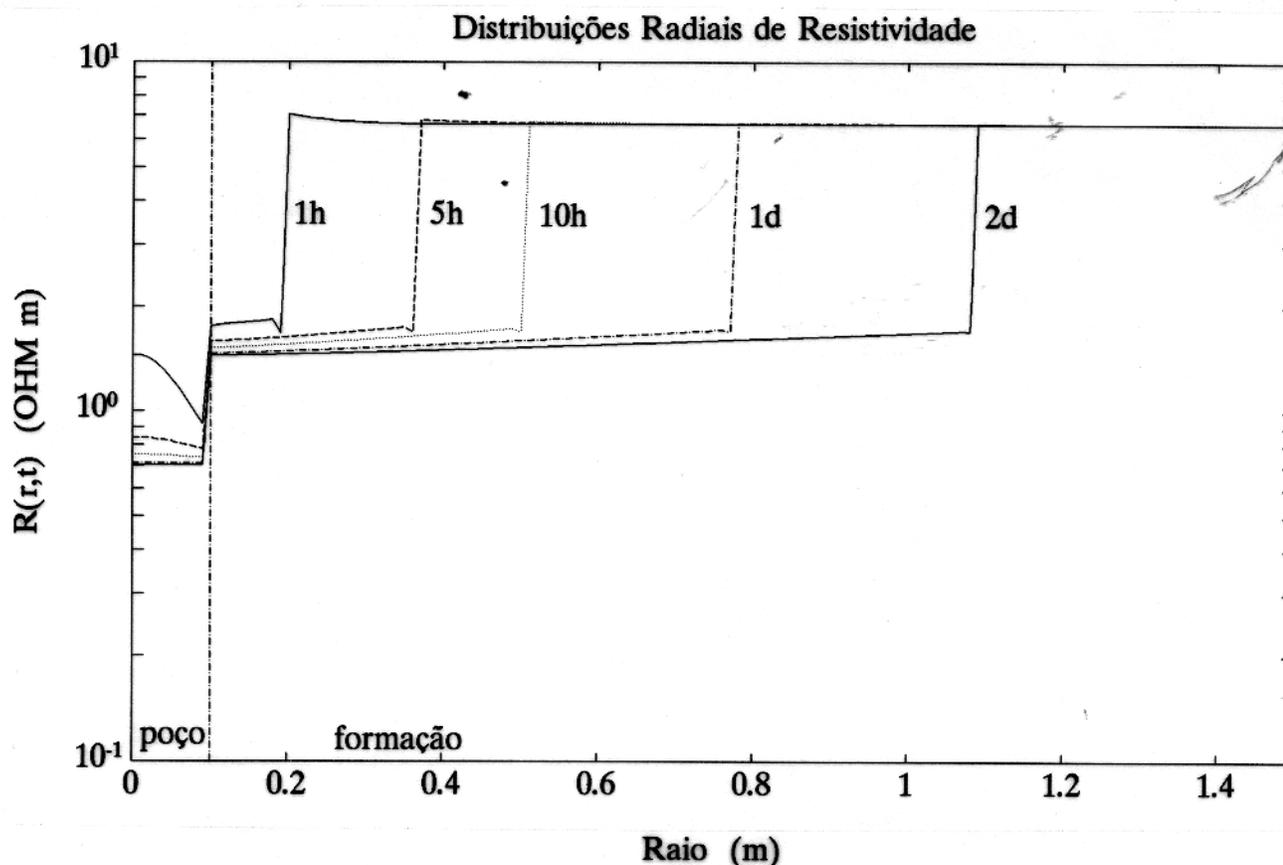


Figura 4.6 - Distribuições típicas de resistividade nos tempos de 1h, 5h, 10h, 1 dia e 2 dias, da esquerda para direita, considerando $R_w < R_{mf}$.

4.4 FATOR GEOMÉTRICO E RESISTIVIDADE APARENTE DA FORMAÇÃO

Alguns autores (DUESTERHOEFT, 1961; MORAN & KUNZ, 1962; GIANZERO & ANDERSON, 1982; MORAN, 1982) desenvolveram a teoria do fator geométrico de modo a incluir o efeito de propagação (*skin effect*). Eles partem das equações de Maxwell e obtêm a equação de Helmholtz para o vetor potencial magnético, do qual derivam os campos magnético e elétrico. A partir do campo elétrico, encontra-se uma relação entre o potencial elétrico e o vetor potencial magnético, o qual deve ser obtido analítica ou numericamente.

Partindo da equação de Helmholtz, mostra-se (APÊNDICE A) que a resistividade (condutividade) aparente da formação, assumindo uma simetria azimutal, é dada por

$$\frac{1}{R_a} = \sigma_a = \frac{1}{A(\sigma_0)} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty G_s(r', z', \sigma_0) \sigma(r', z') dz' dr', \quad (4.51)$$

onde R_a é a resistividade aparente, σ_a a condutividade aparente, $\sigma(r, z)$ é a distribuição vertical e radial de condutividade da formação, $A(\sigma_0)$ um fator de normalização e $G_s(r, z, \sigma_0)$ o fator geométrico da ferramenta de indução (transmissor-receptor) incluindo o efeito de

propagação expresso como

$$G_s(r, z, \sigma_0) = r g_1(\vec{x}_R, \vec{x}) g_1(\vec{x}, \vec{x}_T), \quad (4.52)$$

onde r é a posição radial, g_1 a função de Green e \vec{x}_R e \vec{x}_T as coordenadas espaciais das bobinas receptora e transmissora da ferramenta de indução, respectivamente.

Como o problema a ser tratado é isotrópico e possui homogeneidade apenas com respeito a coordenada z , o fator geométrico normalizado pode ser expresso segundo sua dependência radial (APÊNDICE B, equação (B.14)) como

$$G_s^n(r, \sigma_0) = \frac{G_s(r, \sigma_0)}{A(\sigma_0)} = \frac{2r}{(2\pi)^3 A(\sigma_0)} \int_0^\infty \cos(k_z L) I_1^2(\gamma r_<) K_1^2(\gamma r_>) dk_z, \quad (4.53)$$

onde

$$\begin{aligned} \gamma &= (k_z^2 - k_0^2)^{1/2} \text{ com } \text{Re}(\gamma) \geq 0, \\ k_0 &= i\omega\mu_0\sigma_0, \\ r_< &= \min(r, r'), \\ r_> &= \max(r, r'), \end{aligned}$$

e

$$A(\sigma_0) = \left(\frac{i}{4\pi}\right)^2 \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{K_z^2} J_1(\lambda R_R) J_1(\lambda R_T) e^{iK_z L} \left(\frac{i}{k_z} + L\right), \quad (4.54)$$

sendo $K_z = (k_0^2 - \lambda^2)^{1/2}$ com $\text{Im}(K_z) > 0$, L espaçamento transmissor-receptor, R_R e R_T os raios das bobinas receptora e transmissora, respectivamente, e J_1 a função de Bessel de primeira espécie e ordem 1 e I_1 e K_1 são as funções modificadas de Bessel.

A definição acima fornece a dependência do fator geométrico com a condutividade, visto que o número de onda k_0 da formação homogênea é função da condutividade σ_0 . Como as curvas $G_s(r, \sigma_0)$ variam segundo σ_0 , o fator de normalização $A(\sigma_0)$ deverá obedecer à mesma regra. Esse fato é ilustrado na Figura 4.7, onde $L = 1m$, e na Figura 4.8, onde $L = 2m$. Nos dois casos ilustrados, verifica-se um estreitamento das curvas de $G_s^n(r, \sigma_0)$ com o aumento da condutividade σ_0 da formação. Esse fenômeno é esperado e significa que quanto mais condutiva for a formação, mais próximo da parede do poço estarão se formando os anéis de corrente e, assim, menor será a profundidade (radial) de investigação da ferramenta de indução.

A resistividade aparente da formação é obtida através dos seguintes passos:

1) convolução da distribuição de condutividade da formação, obtida segundo a seção 4.3, com o fator geométrico proposto por Doll (equação (2.20)), ou seja,

$$\sigma_{a,D} = \int_0^{\infty} G_D(r)\sigma(r)dr, \quad (4.55)$$

2) interpolação das curvas da Figura 4.7 ou da Figura 4.8, assumindo $\sigma_0 = \sigma_{a,D}$, para obter $G_s^n(r, \sigma_0)$ e,

3) convolução entre $G_s^n(r, \sigma_0)$, acima obtido, e a distribuição de condutividade da formação, ou seja,

$$\frac{1}{R_a} = \sigma_a = \int_0^{\infty} G_s^n(r, \sigma_0)\sigma(r)dr. \quad (4.56)$$

4.5 INFLUÊNCIA DE ALGUNS PARÂMETROS SOBRE A RESISTIVIDADE APARENTE DA FORMAÇÃO

Nesta seção, avalia-se o efeito de alguns dos parâmetros térmicos e petrofísicos da formação quando existe uma diferença inicial de temperatura entre a lama, contida no poço, e a formação. Para isso, é necessário um conjunto básico de dados que caracterizem o ambiente de análise e que se encontram na Tabela 4.1.

Ao final da seção anterior foi explicado como são obtidas as resistividades aparentes da formação para cada tempo desejado. Assumindo como formação padrão, aquela cuja temperatura da lama e formação sejam idênticas, é possível obter o erro relativo entre as resistividades aparentes usando a seguinte equação

$$Erro = 100 \times \frac{R_a(T_f) - R_a(T(r,t))}{R_a(T_f)} \%, \quad (4.57)$$

com $R_a(T_f)$ representando a resistividade aparente da formação cuja temperatura da lama e formação são iguais a $T_f = cte$, e $R_a(T(r,t))$ a resistividade aparente obtida usando a distribuição de temperatura $T(r,t)$. Como a distribuição de saturação de água $S_w(r,t)$ é a mesma em ambos os casos, o erro irá depender apenas das diferentes distribuições de temperatura.

À medida que o tempo evolui, algumas propriedades da formação são alteradas pelo processo de invasão e pela mudança de temperatura. As condutividades térmicas, as densidades e os calores específicos de cada componente mineral e fluido permanecem inalterados com

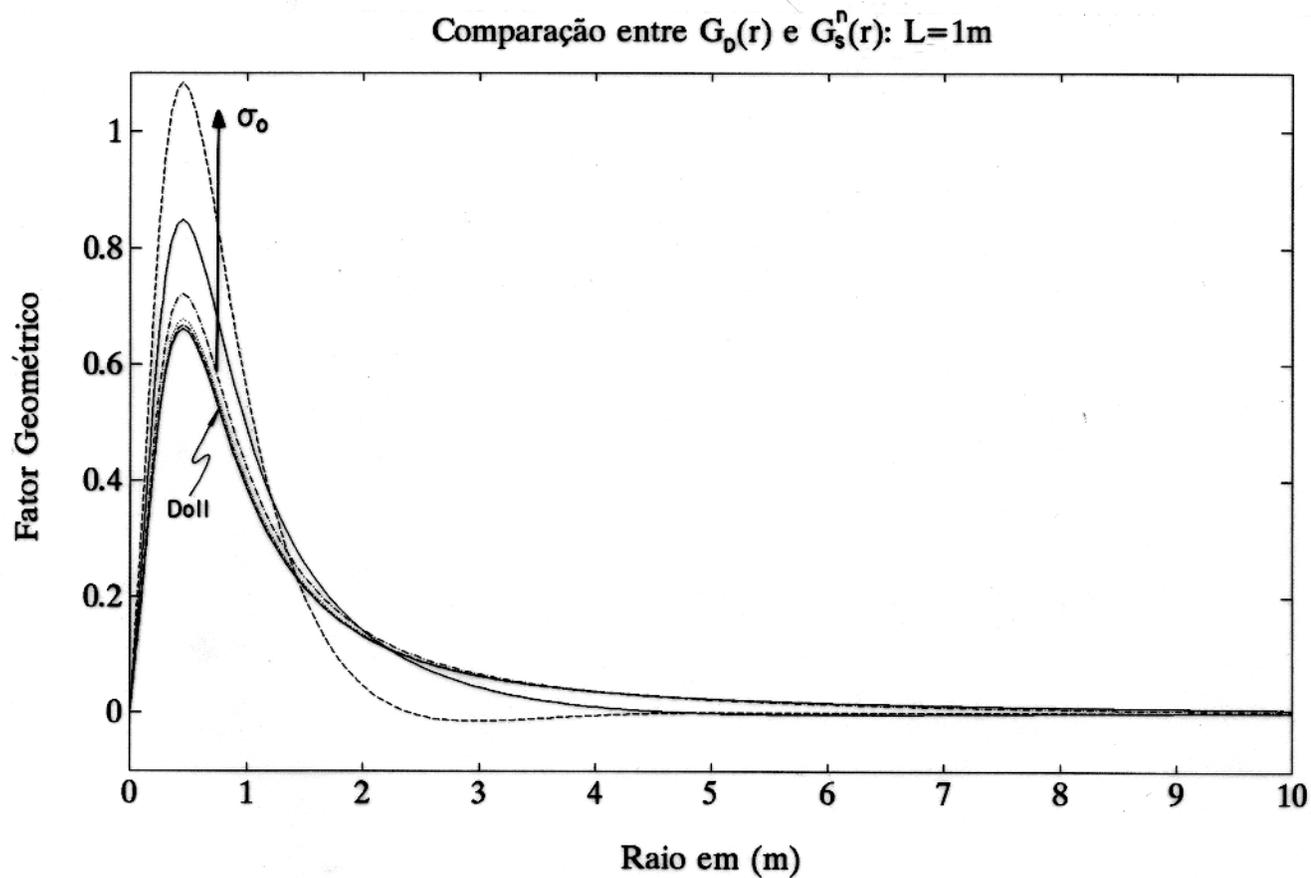


Figura 4.7 - Curvas do fator geométrico radial, como função de σ_0 e de Doll, com espaçamento transmissor-receptor $L = 1m$. O aumento de σ_0 provoca um aumento do *skin effect* reduzindo a profundidade radial de investigação da ferramenta de indução.

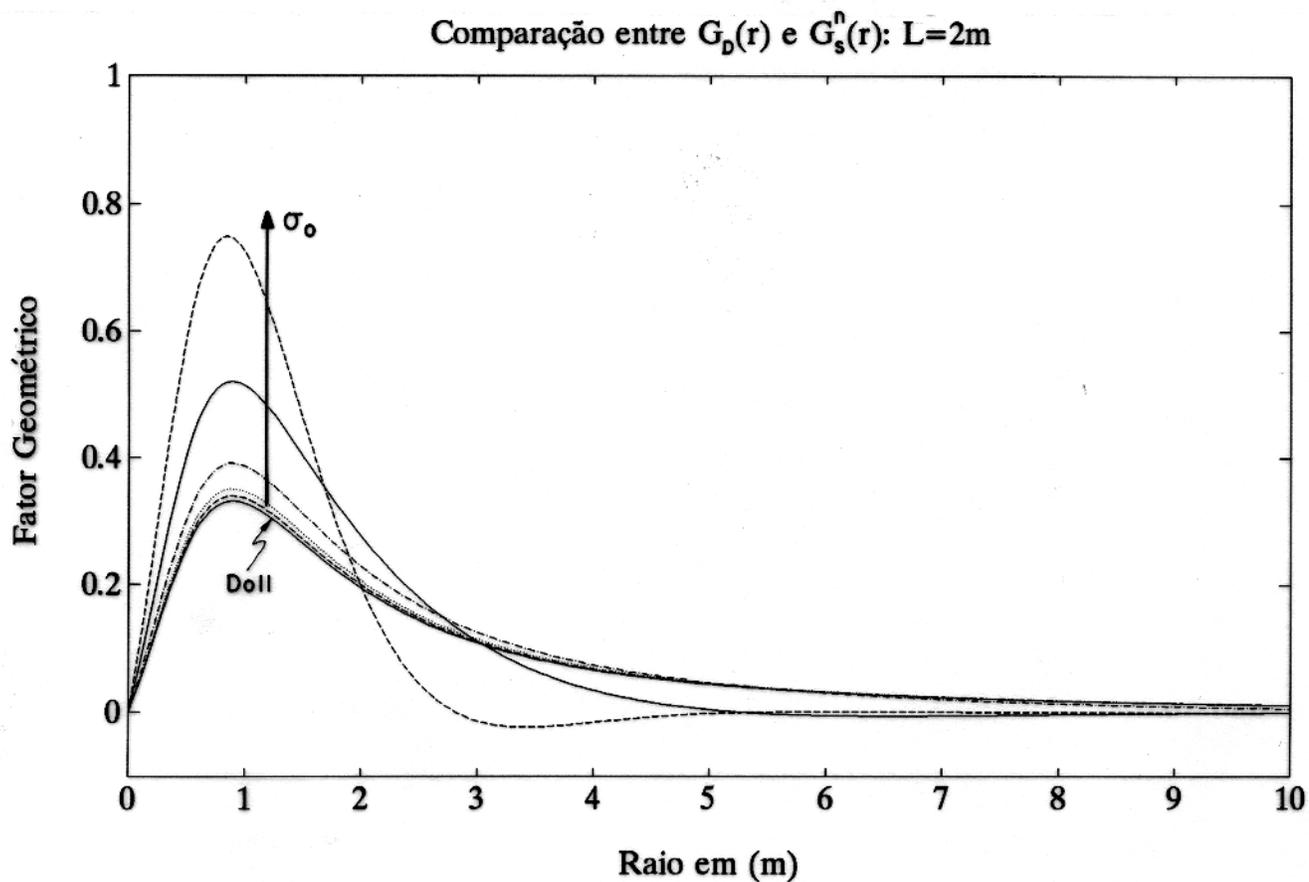


Figura 4.8 - Curvas do fator geométrico radial, como função de σ_0 e de Doll, com espaçamento transmissor-receptor $L = 2m$. O aumento de σ_0 provoca um aumento do *skin effect* reduzindo a profundidade radial de investigação da ferramenta de indução.

Tabela 4.1 - Dados de entrada do programa usados para avaliar os efeitos dos parâmetros térmicos e petrofísicos sobre as resistividades aparentes.

Descrição do parâmetro	Valor (unidade)
Incremento radial (dr)	0.01 m
Incremento temporal (dt)	100 s
Raio máximo (R_{max})	20 m
Raio do poço (R_h)	0.1 m
Resistividade	
da lama (R_m)	1.00 Ωm @ 27.22° C
do filtrado (R_{mf})	0.50 Ωm @ 27.22° C
da água da formação (R_w)	0.05 Ωm @ 23.22° C
do folhelho (R_{sh})	16.00 Ωm @ 25.00° C
Parâmetros da Eq. de Archie	
(a)	0.81
(m)	2.00
(n)	2.00
Água irredutível (S_{wi})	0.20
Óleo irredutível (S_{oi})	0.16
Volume de folhelho (V_{sh})	0.00
Porosidade (ϕ)	0.20
Condutividade térmica	
da lama (K_m)	1.22 W/mK
do filtrado (K_{mf})	0.60 W/mK
do óleo (K_o)	0.30 W/mK
da água (K_w)	0.60 W/mK
do mineral (K_s)	7.80 W/mK
da argila (K_{sh})	3.00 W/mK
Calor específico	
da lama (C_m)	3430 J/kg°C
do filtrado (C_{mf})	4184 J/kg°C
do óleo (C_o)	2000 J/kg°C
da água (C_w)	4184 J/kg°C
do mineral (C_s)	1000 J/kg°C
da argila (C_{sh})	1000 J/kg°C
Densidade	
da lama (ρ_m)	1200 kg/m ³
do filtrado (ρ_{mf})	1000 kg/m ³
do óleo (ρ_o)	800 kg/m ³
da água (ρ_w)	1100 kg/m ³
do mineral (ρ_s)	2650 kg/m ³
da argila (ρ_{sh})	2650 kg/m ³
Temperatura da lama (T_m)	50° C
Temperatura da formação (T_f)	150° C
Espaçamento trans.-recep. (L)	1 m
Veloc. do mf em $r = r_o$ (Q_o)	5/360 m/s

respeito a evolução da distribuição inicial de temperatura. Na realidade, a mudança de temperatura irá afetar somente a resistividade elétrica dos fluidos existentes (água da formação e filtrado da lama). Deve ser ressaltado que não é feita a consideração do aparecimento do reboco de lama, que normalmente se forma na parede do poço, através do processo de invasão; também a quantidade de argila na formação não dificulta o fluxo de fluidos através do meio.

O primeiro caso a ser analisado é a influência da diferença de temperatura inicial entre lama e formação. A Figura 4.9 ilustra, como era esperado, que quanto maior for a diferença de temperatura maior será o erro na "leitura" da resistividade aparente. À medida que o tempo passa a temperatura do poço se eleva de tal forma que o erro diminui. Pela análise do gráfico, o lapso de tempo necessário para uma perfilagem com um erro mínimo irá depender das temperaturas da formação e do poço.

Na Figura 4.10, o efeito da mudança de condutividade térmica da formação é avaliada. Nesta figura, verifica-se que quanto menor é o valor deste parâmetro maior é o erro na resistividade da formação. Este fato é esperado visto que quanto maior é a condutividade térmica mais rápido ocorrerá a troca de calor, ou seja, mais rápido a temperatura do poço e da formação circunvizinha alcançará o equilíbrio original.

A Figura 4.11 ilustra a influência do aumento de argila na formação. Este caso é interessante pois contém dois efeitos simultâneos: um sobre a resistividade da formação e outro sobre a mudança na condutividade térmica da fase sólida da formação. O primeiro efeito é bem visível na curva de zero horas, ou seja, o aumento de argila na formação faz com que o segundo termo da direita da equação (4.44), o qual contém o volume de folhelho (V_{sh}), torne-se predominante em relação ao primeiro, diminuindo assim o erro entre as leituras de resistividade. O segundo efeito, menos visível, ocorre nas curvas de 5h, 10h, 1 dia e 2 dias, quando a temperatura do poço e da formação vizinha tende a estabilizar. Nestas curvas, observa-se um aumento no erro relativo com o aumento de V_{sh} . Isto é de se esperar já que a condutividade térmica da formação diminui com o aumento deste parâmetro implicando em um processo de estabilização da temperatura mais lento e, por conseguinte, um erro relativo ligeiramente maior do que para $V_{sh} = 0$.

A saturação de água original da formação, que neste caso é sempre irreduzível (S_{wi}), é de fundamental importância nos cálculos de capacidade de produção de um reservatório. É sabido que quanto menor for a saturação de água da formação maior será o valor da resistividade aparente obtido em um perfil elétrico. Por outro lado, a saturação original da formação influencia no cálculo da condutividade térmica do meio circunvizinho ao poço, bem como no cálculo da distribuição de saturação como o tempo, $S_w(r, t)$, proveniente das

equações (5.27) e (5.29). A Figura 4.12 ilustra o enorme efeito sobre os erros relativos na resistividade quando as saturações são baixas. Também pode-se notar que após um dia, a saturação deixa de ter muita importância visto que as curvas são bem horizontais nestes casos.

A influência da porosidade ϕ da formação (Figura 4.13) é semelhante à da saturação quanto ao modelo elétrico usado (equação 4.44). Porém o efeito do aumento da porosidade da formação deve também assemelhar-se ao do aumento de argila, ou V_{sh} : quanto maior a porosidade, maior será a quantidade de fluidos na formação implicando em menor valor para a condutividade térmica. Verifica-se assim um ligeiro aumento dos erros nas curvas de 1 dia e 2 dias em função desse efeito.

Há que se ressaltar ainda o efeito explícito da porosidade no cálculo do raio de invasão (equação (4.27)), ou ainda na distribuição de saturação ($S_w(r, t)$). Quanto menor for a porosidade, maior será o raio de invasão para um mesmo tempo. Parece existir um contra-senso ao afirmar isto. Este fato ocorre devido à velocidade de invasão na parede do poço ser a mesma em todos os casos. Assim, quanto menor for a porosidade maior deverá ser o raio de invasão, pois, neste caso, o volume de água (filtrado da lama) que penetra na formação é o mesmo.

Outro parâmetro a ser analisado é a razão entre as mobilidades do óleo e da água na formação. Este parâmetro é definido pela equação (4.30) e denominado de beta (β). A influência da variação de β é ilustrada na Figura 4.14. Novamente verificam-se grandes erros nas leituras de resistividade aparente quando realizadas logo após a perfuração e baixos erros após 5 horas decorridas. A variação deste parâmetro possui pouca influência sobre as curvas obtidas. Para explicar o ligeiro aumento dos erros nas curvas posteriores a de zero hora (0h) investigou-se os efeitos desse parâmetro em relação as distribuições de temperatura e de resistividade aparente. No primeiro caso, foram computadas as distribuições radiais de temperatura a cada tempo desejado usando $\beta = 0.001$ e $\beta = 100$. Verificou-se que as distribuições de temperatura são praticamente idênticas. Embora as distribuições de saturação sejam completamente diferentes (para cada beta), em virtude dos valores de condutividade térmica do óleo e da água serem próximos, a variação de beta não afeta as distribuições de temperatura. Por outro lado, as diferentes distribuições de saturação obtidas para cada β resultam em diferentes valores da resistividade aparente da formação. No caso de $\beta = 0.001$, obteve-se valores de resistividade aparente superiores ao caso de $\beta = 100$. Com isto em mente, e analisando a equação (4.57) é fácil verificar de onde resulta o ligeiro aumento dos erros à medida que β aumenta. Quanto maior beta, menor é o valor da resistividade aparente; e, como as distribuições de temperatura são idênticas (para qualquer β), a variação dos erros

será ditada pelo valor da resistividade aparente no denominador da equação (4.57).

Alguns testes foram realizados usando as respostas radiais de uma ferramenta de indução com espaçamento transmissor-receptor de 2 metros. Os resultados obtidos indicam o mesmo comportamento dos acima discutidos. A diferença está em que os erros relativos são bem inferiores, principalmente nas curvas de zero e uma hora (0h e 1h). Os resultados para a influência da temperatura inicial da formação e da variação da condutividade térmica da formação estão ilustradas nas Figuras 4.15 e 4.16. A explicação para a diferença entre estes resultados e os das Figuras 4.9 e 4.10 reside no fato desta segunda ferramenta ($L=2m$) possuir uma profundidade radial de investigação, ou volume de investigação, muito superior à de espaçamento $L=1m$. Desta forma o efeito do poço é minimizado sendo os erros resultantes menores.

Uma observação importante quanto às resistividades da lama e do filtrado da lama usadas nestas simulações é necessária neste momento. Os valores usados, $R_m = 1,0\Omega m$ e $R_{mf} = 0,5\Omega m$, são baixos para uma ferramenta de indução, visto que estas ferramentas devem ser "corridas" no poço preferencialmente com lamas resistivas, à base de óleo. Desta forma, evita-se que anéis de corrente se formem dentro do poço, fazendo com que o sinal captado pelo receptor seja proveniente apenas da formação. Esses valores foram escolhidos pelo fato de que frequentemente faz-se uso de lamas cujo filtrado é água do mar. Para ilustrar a influência dessas resistividades nos erros relativos da resistividade aparente foi realizada duas simulações, como no parágrafo anterior, utilizando $R_m = 2,44\Omega m$ à temperatura de $27,22^\circ C$ e $R_{mf} = 2,04\Omega m$ à temperatura de $17,22^\circ C$, sendo o espaçamento transmissor-receptor igual a um metro. Os resultados estão ilustrados nas Figuras 4.17 e 4.18.

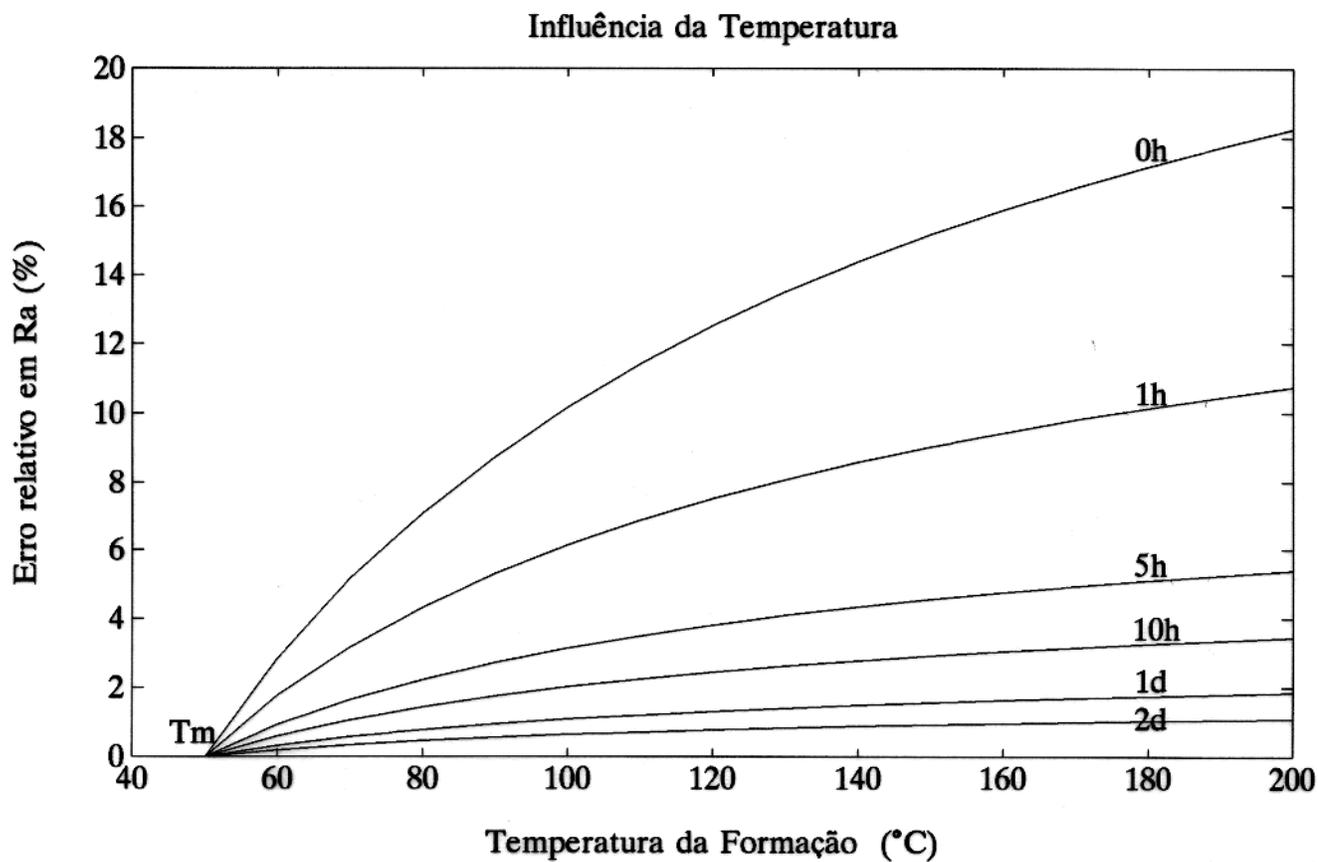


Figura 4.9 - Avaliação do erro na leitura de resistividade aparente onde a temperatura inicial da formação T_f é incrementada de 50°C - 200°C. A temperatura inicial da lama é de 50°C e o espaçamento transmissor-receptor é de 1 metro.

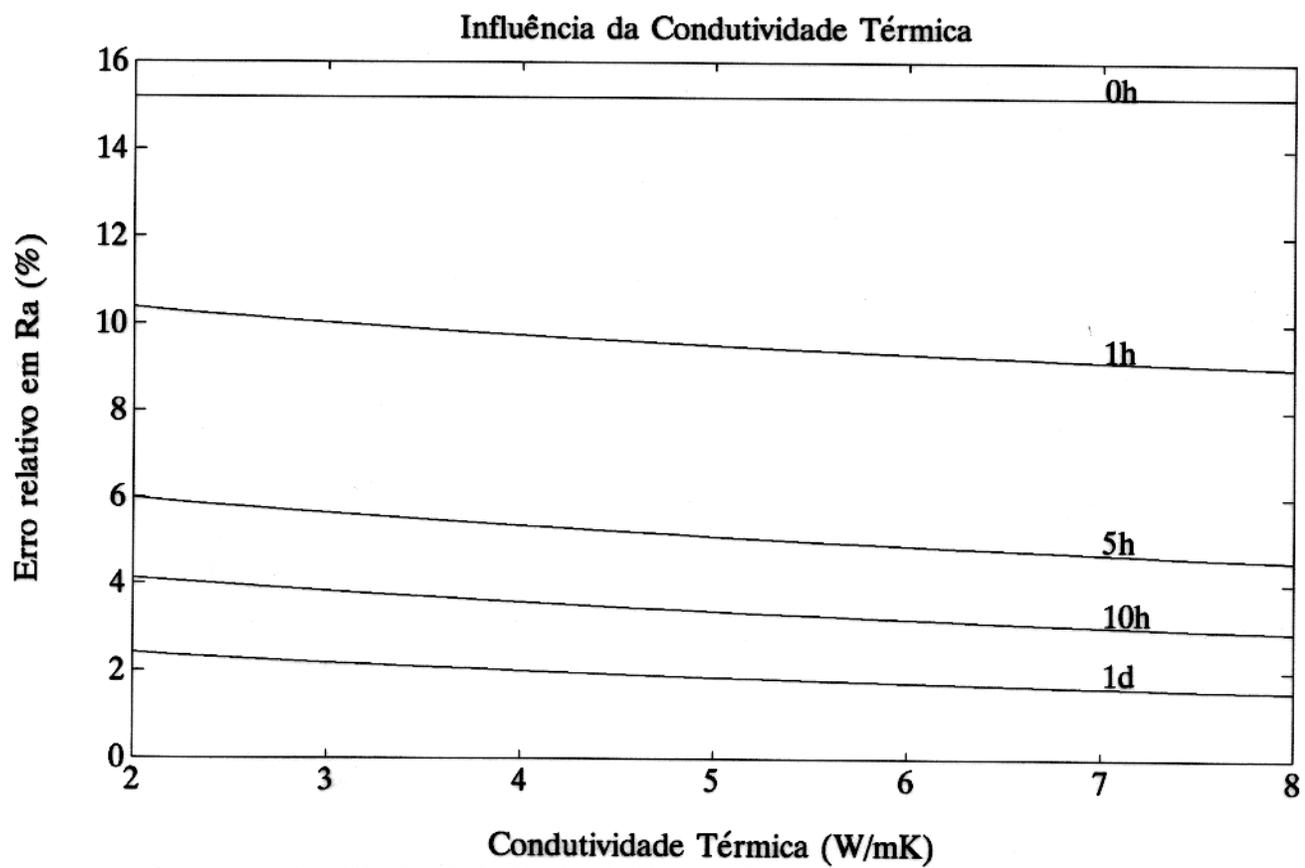


Figura 4.10 - Avaliação do erro na leitura de resistividade aparente onde a condutividade térmica da formação é incrementada de 2 - 8 W/mK. As temperaturas iniciais da lama e da formação são 50°C e 150°C, respectivamente, sendo o espaçamento transmissor-receptor de 1 metro.

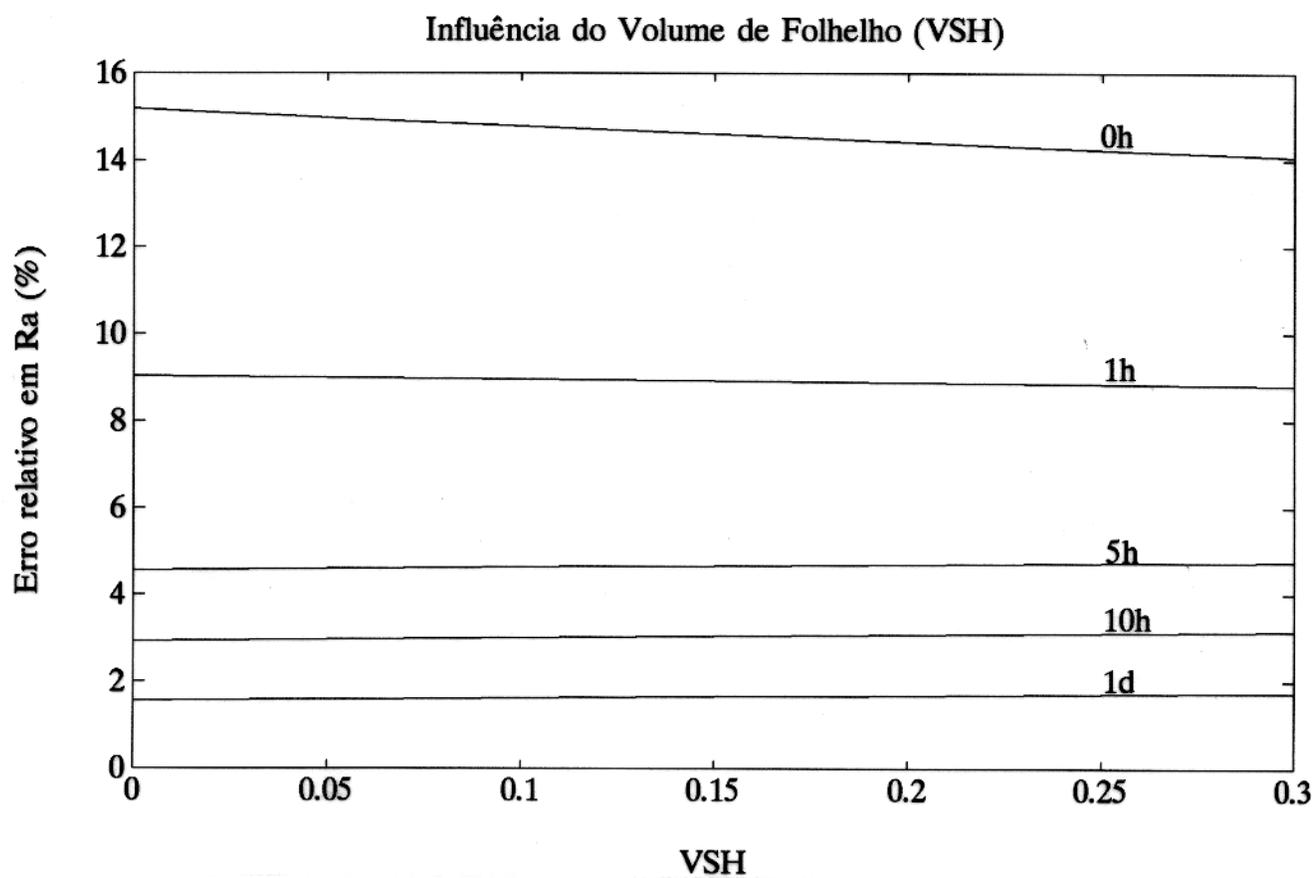


Figura 4.11 - Avaliação do erro na leitura de resistividade aparente onde o volume de argila V_{sh} da formação é incrementado de 0 - 30%. As temperaturas iniciais da lama e da formação são 50°C e 150°C, respectivamente, sendo o espaçamento transmissor-receptor de 1 metro.

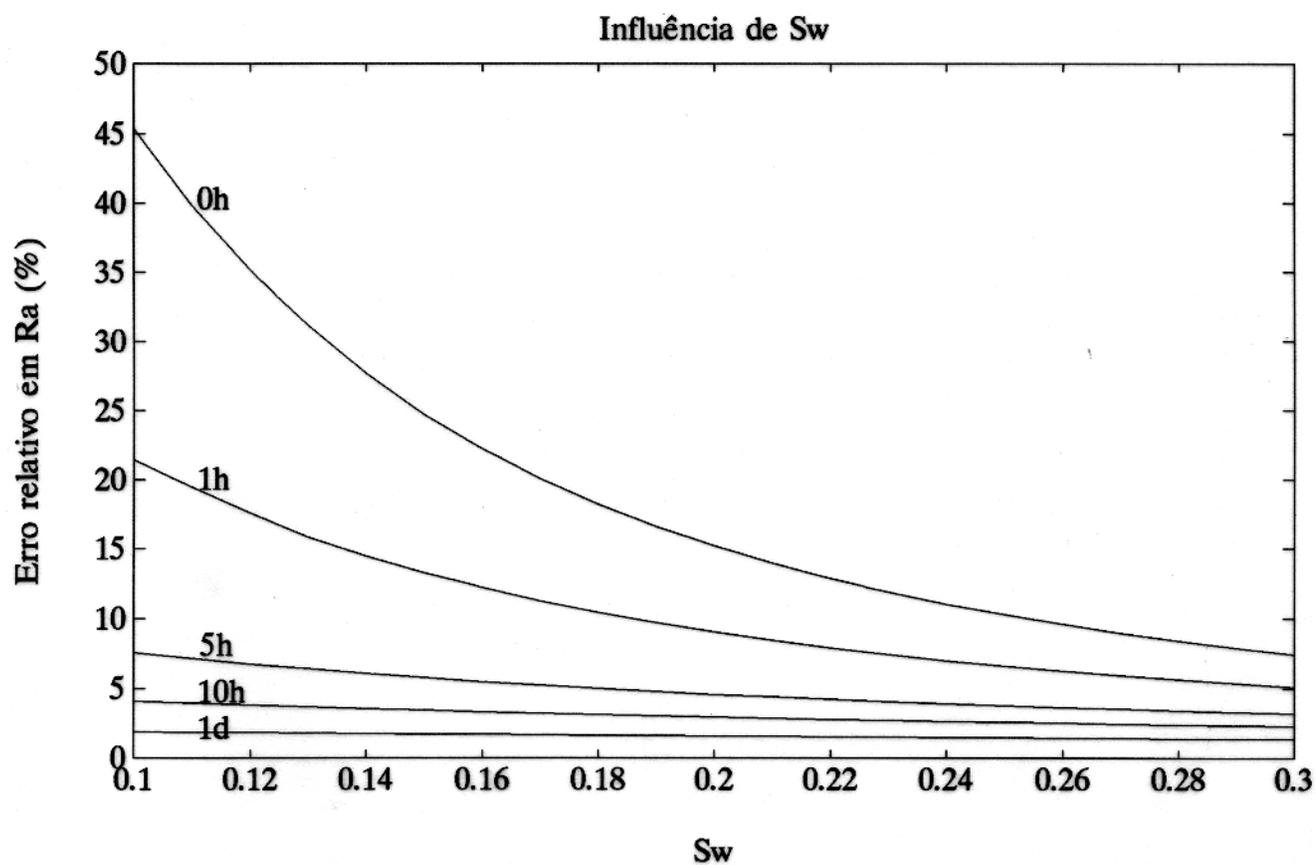


Figura 4.12 - Avaliação do erro na leitura de resistividade aparente onde a saturação original de água da formação (S_{wi}) é incrementado de 10 - 25%. As temperaturas iniciais da lama e da formação são 50°C e 150°C, respectivamente, sendo o espaçamento transmissor-receptor de 1 metro.

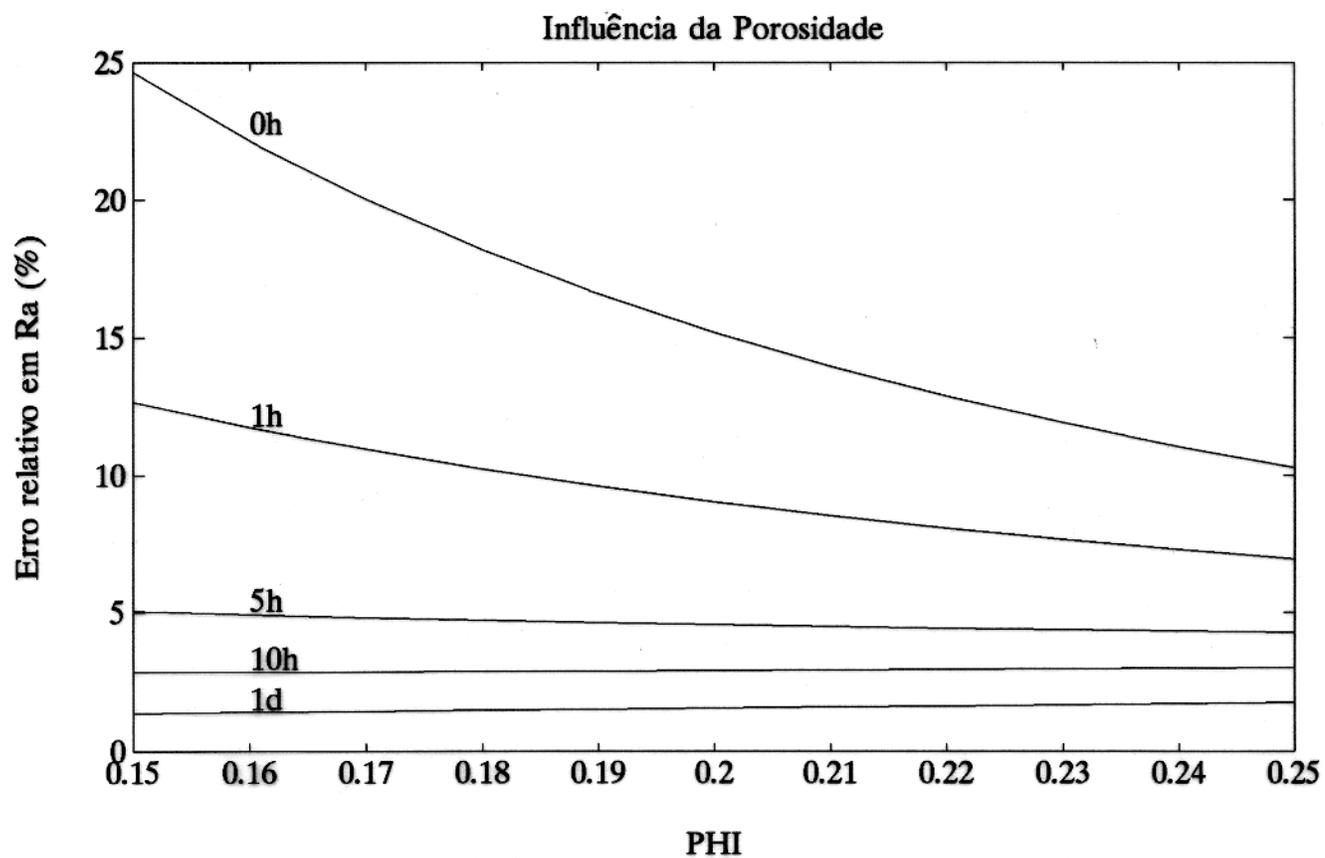


Figura 4.13 - Avaliação do erro na leitura de resistividade aparente onde a porosidade da formação (ϕ) é incrementado de 15 - 25%. As temperaturas iniciais da lama e da formação são 50°C e 150°C, respectivamente, sendo o espaçamento transmissor-receptor de 1 metro.

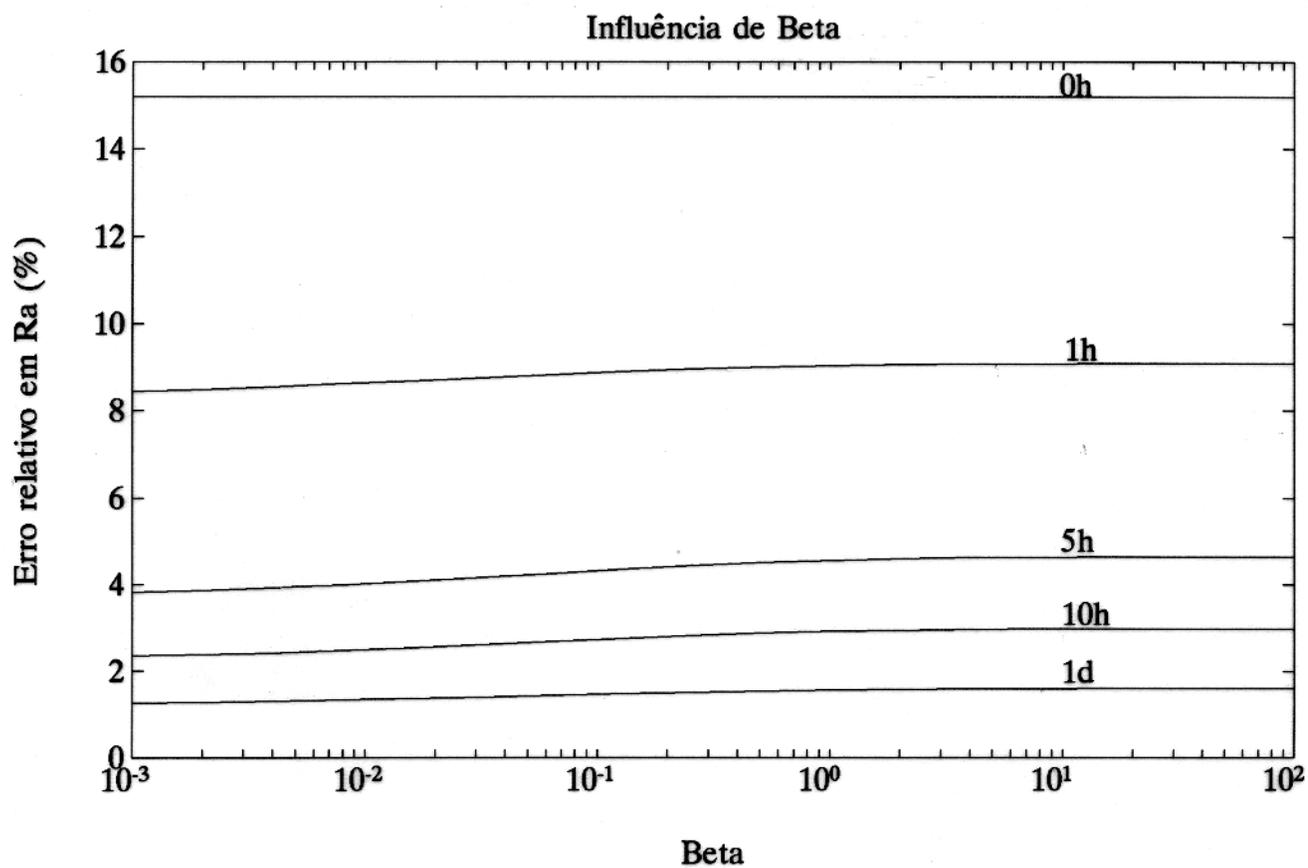


Figura 4.14 - Avaliação do erro na leitura de resistividade aparente onde o parâmetro $\beta = m_o/m_w$, razão entre mobilidades do óleo e da água, é incrementado de $10^{-3} - 10^2$. As temperaturas iniciais da lama e da formação são 50°C e 150°C , respectivamente, sendo o espaçamento transmissor-receptor de 1 metro.

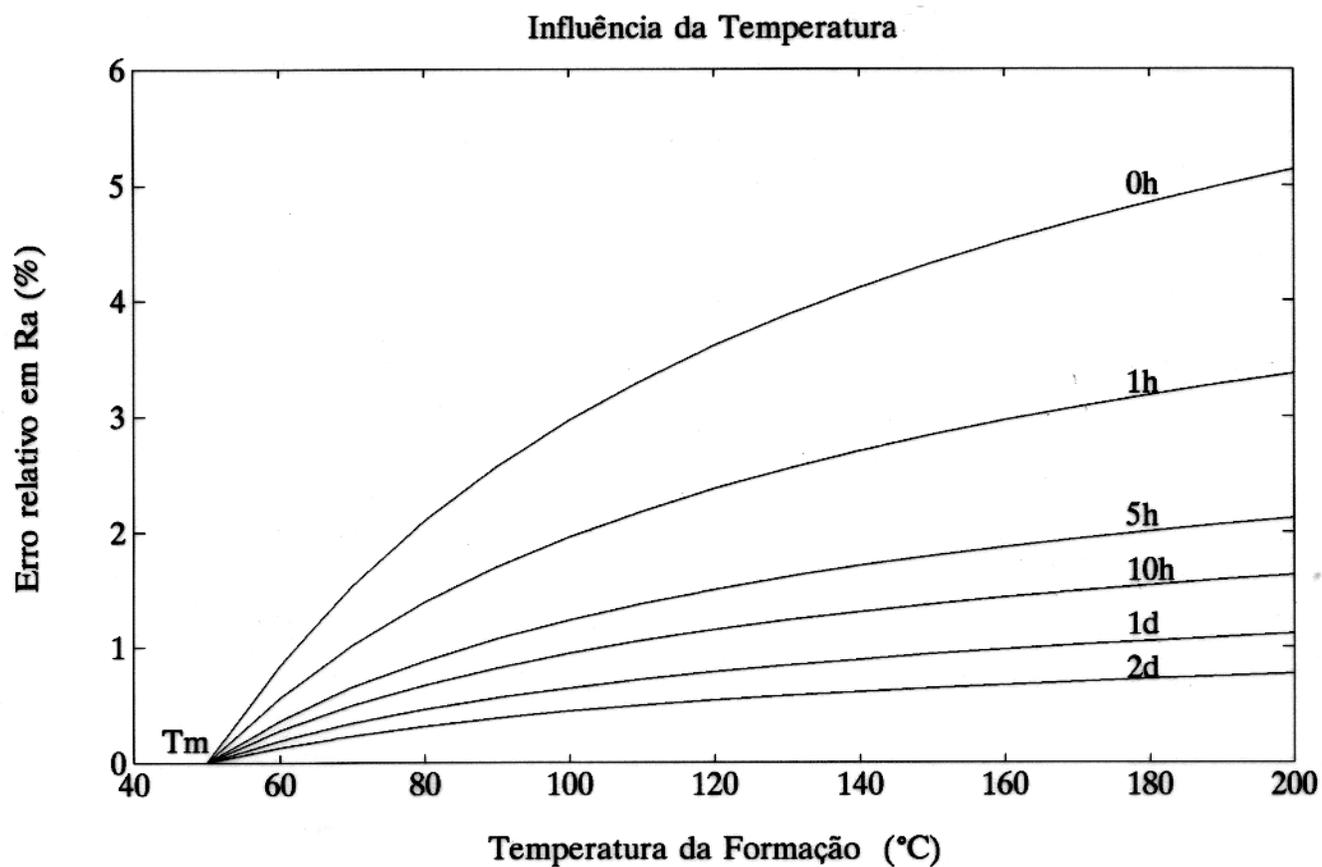


Figura 4.15 - Avaliação do erro na leitura de resistividade aparente onde a temperatura inicial da formação T_f é incrementada de 50°C - 200°C. A temperatura inicial da lama é de 50°C e o espaçamento transmissor-receptor é de 2 metros.

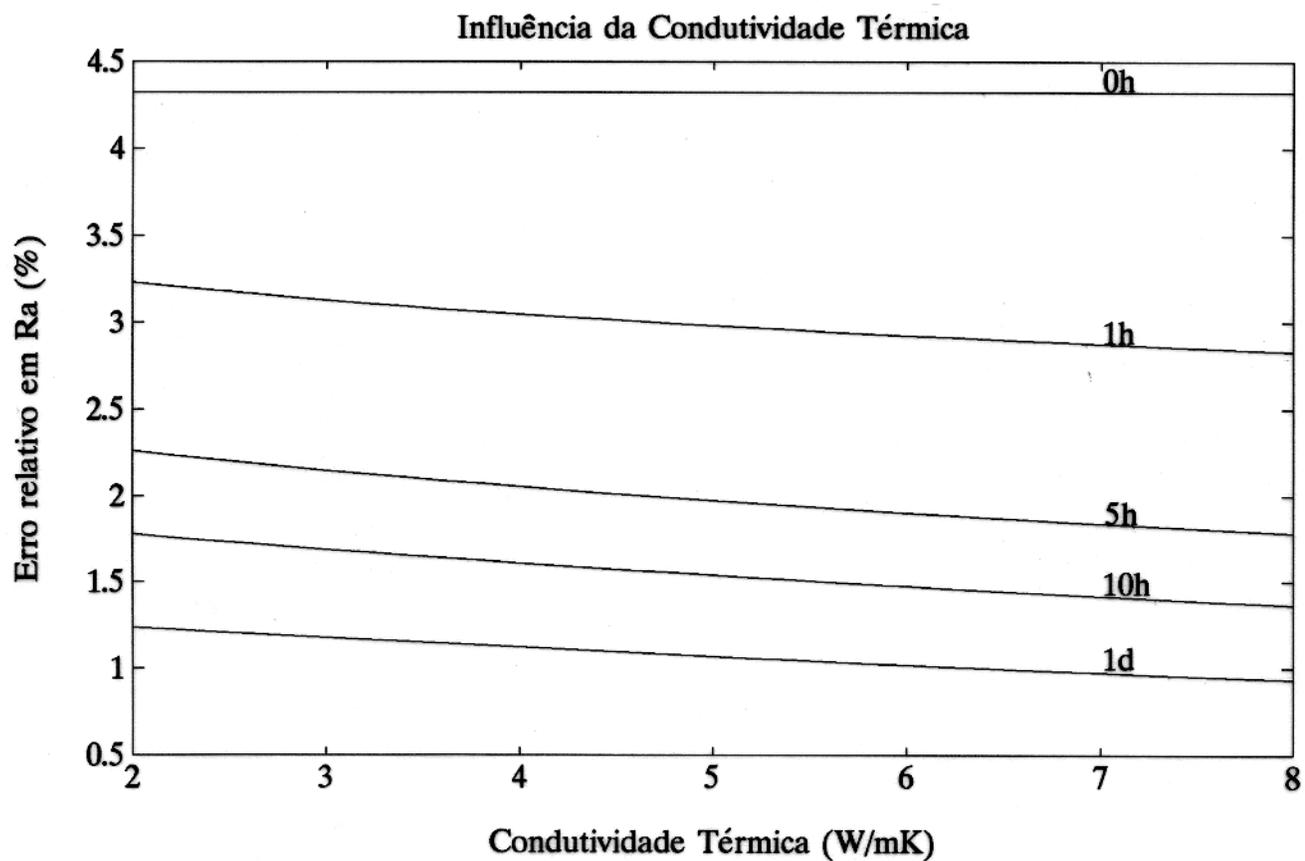


Figura 4.16 - Avaliação do erro na leitura de resistividade aparente onde a condutividade térmica da formação é incrementada de 2 - 8 W/mK. As temperaturas iniciais da lama e da formação são 50°C e 150°C, respectivamente, sendo o espaçamento transmissor-receptor de 2 metros.

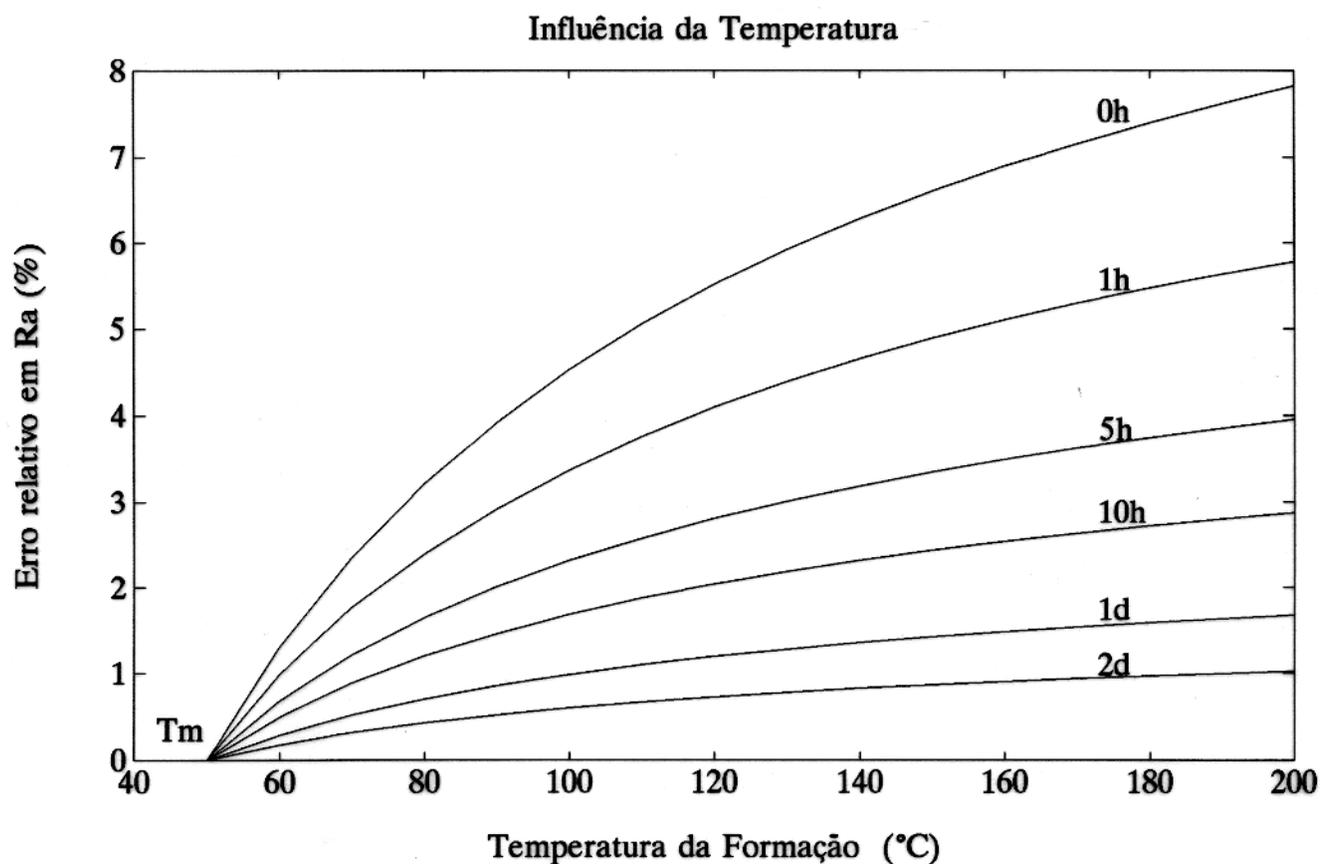


Figura 4.17 - Avaliação do erro na leitura de resistividade aparente onde a temperatura inicial da formação T_f é incrementada de 50°C - 200°C. A temperatura inicial da lama é de 50°C e o espaçamento transmissor-receptor é de 1 metro. As resistividades da lama e do filtrado são respectivamente, $R_m = 2,44\Omega\text{m}$ à temperatura de 27,22°C e $R_{mf} = 2,04\Omega\text{m}$ à temperatura de 17,22°C.

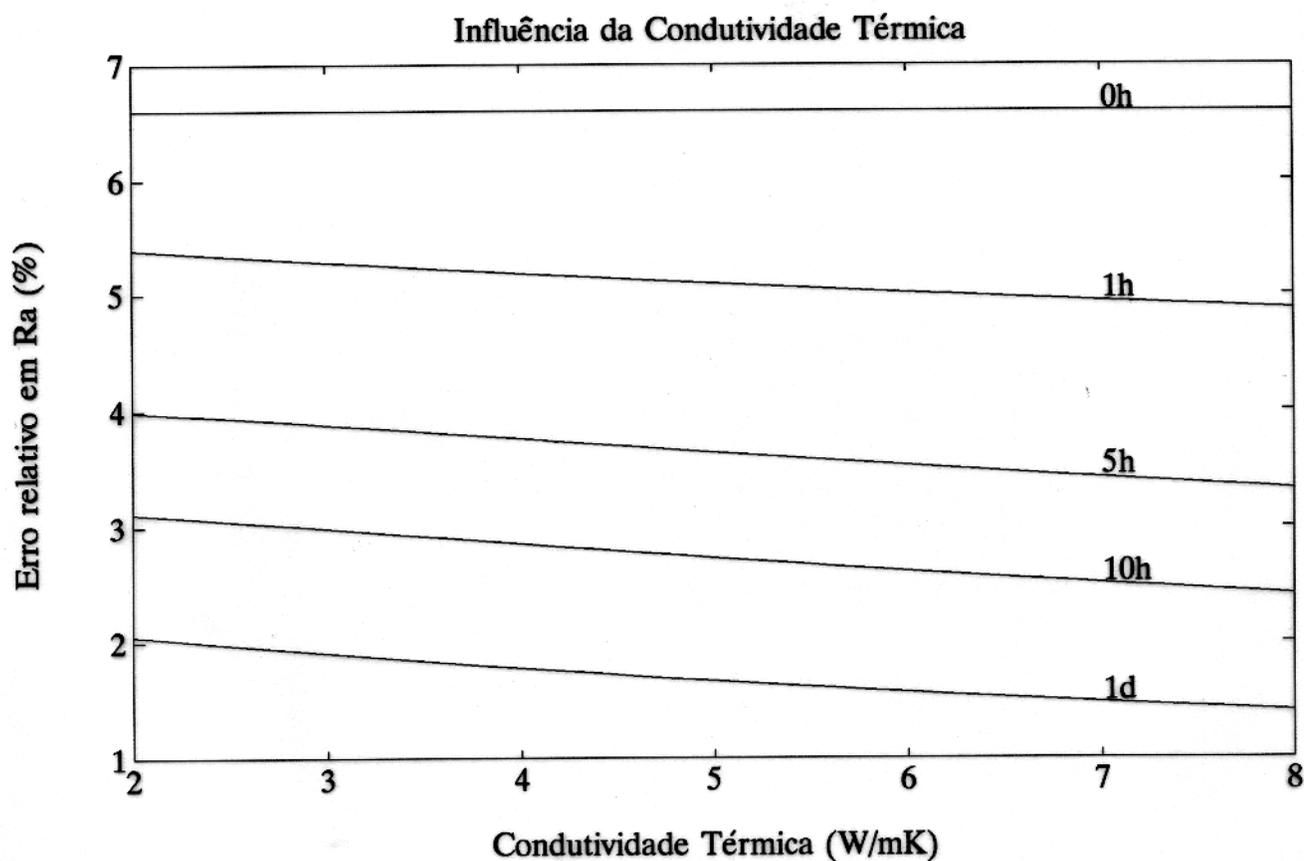


Figura 4.18 - Avaliação do erro na leitura de resistividade aparente onde a condutividade térmica da formação é incrementada de 2 - 8 W/mK. As temperaturas iniciais da lama e da formação são 50°C e 150°C, respectivamente com sendo o espaçamento transmissor-receptor de 1 metro. As resistividades da lama e do filtrado são respectivamente, $R_m = 2,44\Omega\text{m}$ à temperatura de 27,22°C e $R_{mf} = 2,04\Omega\text{m}$ à temperatura de 17,22°C.

5 - CONCLUSÃO .

O método de regressão baseado em PRICE (1977), quando aplicado a dados sintéticos, mostrou-se instável quanto ao número de pontos de busca no espaço de parâmetros. Estipulou-se para tal parâmetro o valor 220, como medida de precaução. Embora o método seja um pouco lento, devido à dependência aleatória na escolha dos pontos de pesquisa, revelou-se prático quanto à sua adaptabilidade aos vários modelos estudados.

Utilizando o modelo geométrico médio e os dados provenientes de literatura (BRIGAUD & VASSEUR, 1989), foram obtidos valores para a condutividade térmica de sete minerais não argilosos, cinco minerais argilosos bem como tais valores para a água e para o ar. O procedimento baseou-se no resultado de quatro testes que concordam muito bem com os publicados até então. Os piores valores encontrados foram aqueles relativos aos minerais argilosos smectita e caolinita.

Os quatro melhores modelos a ajustarem os dados, através do uso das condutividades térmicas dos minerais, foram, em ordem: o modelo geométrico médio (N° 1), o modelo de Vries (N° 5), o modelo de Hashin e Shtrikman (N° 6) e o modelo de Maxwell (N° 4) pelo estudo do percentual de amostras com erros dentro das faixas de $\pm 10\%$ e $\pm 20\%$, bem como pela análise dos PI 's.

Pelo uso do método de regressão, com apenas um parâmetro, calculou-se a condutividade térmica média da fase sólida \bar{K}_s , de cada subconjunto litológico. Conclui-se, dos resultados obtidos e pela análise do melhor ajuste PI , que tais valores são: $\bar{K}_s = 5.9 \pm 1.33$ W/mK (modelo N° 4) para arenitos; $\bar{K}_s = 3.1 \pm 0.12$ W/mK (modelo N° 5) para calcários; $\bar{K}_s = 4.7 \pm 0.56$ W/mK (modelo N° 1) para dolomitos; $\bar{K}_s = 6.3 \pm 0.27$ W/mK (modelo N° 1) para anidritas; e $\bar{K}_s = 3.4 \pm 0.48$ W/mK (modelo N° 4) para litologias argilosas. Conclui-se ainda que o modelo N° 4 retorna o maior valor de \bar{K}_s , se comparado com os modelos N° 1, 5 e 6. Outra opção, também satisfatória, seria realizar a média aritmética dos quatro resultados obtidos para cada litologia.

Quanto ao capítulo 4, verificou-se que a diferença de temperatura entre a lama e a formação pode ser responsável por consideráveis erros na obtenção da resistividade aparente da formação, enquanto não se instaura o equilíbrio térmico. Tais erros são minimizados com o passar do tempo, sugerindo que as perfilagens sejam realizadas após um ou dois dias a

partir da hora da perfuração. Esse tempo dependerá, preferencialmente, da diferença de temperatura entre poço e formação.

Assumindo como temperaturas iniciais $T_m = 50^\circ\text{C}$ e $T_f = 150^\circ\text{C}$ para lama e formação, respectivamente, fez-se o estudo da variação de alguns parâmetros petrofísicos. Formações com pequenos valores de condutividade térmica necessitam de maior tempo de espera para realização de perfilagens elétricas, visto que o equilíbrio térmico ocorrerá mais lentamente do que em formações com maiores valores deste parâmetro.

O aumento do conteúdo de argila não parece ser importante a menos da curva de 0h, indicando que quanto maior for V_{sh} menor será o erro. As curvas posteriores a 0h são bem horizontais indicando o pouco efeito de V_{sh} . Talvez outros modelos elétricos possam alterar este quadro.

Os efeitos da porosidade ϕ e da saturação de água da formação S_{wi} revelam enormes erros para as resistividades aparentes quando seus valores são pequenos, principalmente nas curvas de 0h e 1h. Os enormes erros encontrados para essas curvas se devem principalmente ao modelo elétrico usado (WORTHINGTON, 1985).

A razão das mobilidades do óleo e da água (β) revela pouca influência sobre as curvas de erro relativo. Este fato se deve à pequena diferença entre os valores de condutividade térmica do óleo e da água (ou filtrado da lama). Mesmo assim é possível dizer que o aumento do valor de β provoca erros maiores, devido às diferenças nos valores das resistividades aparentes, provenientes de diferentes distribuições de saturação, provocadas pela mudança de beta.

Utilizando a ferramenta de indução com espaçamento transmissor-receptor de 2 metros, conclui-se que o poço exerce grande influência sobre as curvas de erro relativo. Assim, poços com pequeno diâmetro ou ferramentas com maior profundidade de investigação irão minimizar o efeito da mudança de temperatura sobre os erros.

As resistividades da lama e do filtrado da lama também afetam as curvas de erro relativo. Uma comparação das Figuras 4.17 e 4.18 com as Figuras 4.9 e 4.10 revela que lamas mais resistivas levam a melhores resultados pois diminuem os erros relativos, principalmente nas curvas de 0 h e 1 h.

O estudo, exposto neste trabalho, pode ser aprofundado considerando as variações de condutividade térmica, densidade, calor específico e outros parâmetros em função da temperatura e pressão. A teoria da invasão proposta pode ser ampliada considerando o aparecimento do *annulus*, efeitos de capilaridade e a presença da gravidade. Existem inúmeros modelos elétricos que representam (ou tentam representar) a resistividade da formação. Tais modelos

podem ser adaptados com facilidade com intuito de verificar seus comportamentos e, por conseguinte, o comportamento da resistividade aparente, enquanto não se reinstaura o equilíbrio térmico entre poço e formação. Ferramentas com mais de duas bobinas (transmissor-receptor) podem ser facilmente utilizadas na simulação, bastando para isso o conhecimento das respostas radiais (fator geométrico radial) de tais ferramentas. Ferramentas focalizadas irão minimizar os erros obtidos na leitura da resistividade aparente, pois suas respostas radiais na região do poço são quase nulas.

Finalmente, a extensão deste trabalho ao caso 2-D é de extrema importância à melhor compreensão dos perfis elétricos de indução em ambientes adversos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKIMA, H. 1970. A New Method of Interpolation and Smooth Curve Fitting Based on Local Procedures, **J. of Association for Computing Machinery**, 17(4): 589-602.
- ALBAREDE, F. & PROVOST, A. 1977. Petrological and geochemical mass-balance equations: an algorithm for least-square fitting and general error analysis. **Computers & Geosciences**, 3: 309-326.
- BECK, A. E. 1965. Thechniques of measuring heat flow on land. In: *Terrestrial heat flow*, Geophys. Washington, ed. Lee, p. 24-27. (Monograph, 8).
- BECK, A. E.; ANGELIN, F. M.; SASS, J., H. 1971. Analysis of heat flow data - In situ thermal conductivity measuraments. **Can. J. Earth Sci.**, (8): 1-19.
- BLEINSTEIN, N. 1984. **Mathematical Methods for wave fenomena**. Orlando, Academic. p. 1-42.
- BRADLEY, H. B. 1987. **Petroleum Engineering Handbook**, USA: SPE.
- BRIGAUD, F. & VASSEUR, G. 1989. Mineralogy, porosity and fluid control on thermal conductivity of sedimentary rocks. **Geophysical Journal**, (98): 525-542.
- BRIGAUD, F.; CHAPMAN, D. S.; Le DOURAN, S. 1990. Estimation thermal conductivity in sedimentary basins using lithologic data and geophysical well logging. **Bull. Am. Ass. Petrol. Geol.**, (74): 1459-1477.
- CAO, S.; LERCHE, I.; HERMANRUD, C. 1988a. Formation temperature estimation by inversion of borehole measurements. **Geophysics**, 53(7): 979-988.
- CAO, S.; LERCHE, I.; HERMANRUD, C. 1988b. Formation temperature estimation by inversion of borehole measurements, Part II: Effects of fluid penetration on bottom-hole temperature recovery. **Geophysics**, 53(10): 1347-1354.
- CARSLAW, H., S. & JAEGER, J., C. 1959. **Conduction of heat in solids**. 2. ed., Oxford University Press. p. 189-201.

- CERMAK, H. S. & RYBACH, L. 1982. Thermal conductivity and specific heat of minerals and rocks. In: Physical properties of rocks. Springer Verlag, ed. Angenheister, G. p. 305-403.
- CHAPMAN, D. S.; T. KEHO; M. D. PICARD 1984. Heat flow in the Uinta basin determined from bottom hole temperature (BHT) data. *Geophysics*, (49): 453-466.
- CLAREBOUT, J. E. 1985. **Fundamentals of geophysical data processing**. Blackwell Scientific Publications. p. 12-17.
- CRAIG, F. F. Jr. 1971. **The reservoir engineering aspects of waterflooding**. SPE of AIME. New York, Dallas. p. 9-14.
- De WIEST, R. J. M. 1969. **Flow through porous media**. New York Academic Press. p.455-495.
- DOVE, R. E. & WILLIAMS, C. F. 1989. Thermal conductivity estimated from elemental concentration logs. *Nucl. Geophys.*, 3(2): 107-112.
- DUESTERHOEFT, W. C. 1961. Propagation effects in induction logging. *Geophysics*, 26(2): 192-204.
- ELLIS, D. V. 1987. **Well Logging for Earth Scientists**. Elsevier. p.
- GIANZERO, S. & ANDERSON, B. 1982. A new look at skin effect. *The Log Analyst*, 23(1): 20-34.
- GRIFFITHS, C. M.; BRERETON, N. R.; BEAUSILLON, R.; CASTILLO, D. 1992. Thermal conductivity prediction from petrophysical data: a case study. **Geological Applications of Wireline Logs II**. Geological Society Special Publication, 65: 299-315.
- HASHIN, Z. & SHTRIKMAN, S. 1962. A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials. *J. Appl. Physics*, (33): 3125-3131.
- HEARST, J. R. & NELSON, P. H. 1985. **Well logging for physical properties**. McGraw-Hill. p. 63-84.
- HORAI, K. 1971. Thermal conductivity of rock-forming minerals. *J. Geophys. Res.*, (76): 1278-1308.
- HOWARD, A. Q., Jr. 1986. A Fourier method for borehole electromagnetic problems. *Geophysics*, 51: 1181-1190.

- HOWARD, A. Q., Jr. 1994. Notas de aula e comunicação pessoal. DGf-UFPa.
- KAPPELMEYER, O. & HAENEL, R. 1974. Geothermics with special reference to application: **Geoexploration Monograph Series** 1, no. 4, Berlin-Stuttgart, Gebr. Borntraeger, 238 p.
- KENDALL, R. P.; MORRELL, G. O.; PEACEMAN, D. W.; SILIMAN, W. J.; and WATTS, J. W. 1983. Development of a multiple application reservoir simulator for use on a vector computer. paper **SPE 11483**, Third middle East Oil Technical Conference of the Society of Petroleum Engineers, 13 p.
- LANE, H. S. 1993. Numerical simulation of mud filtrate invasion and dissipation. **Trans. SPWLA, 34th Annual Logging Symposium**, June, pp. D.
- LEE, T. C. 1982. Estimation of formation temperature and thermal property from dissipation of heat generated by drilling. **Geophysics**, 47(11): 1577-1584.
- LOVELL, M. A. 1985. Thermal conductivity and permeability assessment by electrical resistivity measurements in marine sediments. **Marine Geotechnology**, 6(2): 205-240.
- MIDDLETON, M. F. 1982. Bottom-hole temperature stabilization with continued circulation of drilling mud. **Geophysics**, 47(12): 1716-1723.
- MORAN, J. H. 1982. Induction logging - geometrical factors with skin effect. **The Log Analyst**, 23(6): 4-10.
- MORAN, J. H. & KUNZ, K. S. 1962. Basic theory of induction logging and applications to study of two-coil sondes. **Geophysics**, 27(6): 829-858.
- O'BRIEN, D. P. 1992. Comunicação pessoal. DGf-UFPa.
- PRESS, W. H.; FLANNERY, B. P.; TEUKOLSKY, S. A.; and VETTERLING, W. T.. 1989. **Numerical Recipes: the art of scientific computing (FORTRAN VERSION)**. 2 ed. New York Cambridge University Press; 702.
- PRICE, W. L. 1977. A controlled random search procedure for global optimisation. **The Computer Journal**, 20(4): 367-370
- ROY, R. F.; BECK, A. E.; TOULOUKIAN, Y. S. 1981. Thermophysical properties of rocks. In: **Physical properties of Rocks and Minerals**, New York, McGraw-Hill. p. 409-502.
- SASS, J. H. 1965. The thermal conductivity of fifteen feldspar specimens. **J. geophys. Res.**, 70: 4064-4065.

- SASS, J. H.; LACHENBRUCH, A. H.; MUNROE, R. J. 1971. Thermal conductivity of rocks from measurements on fragments and its application to heat flow determination. **J. geophys. Res.**, (76): 3391-3401.
- SINGER, J. M. & BARBER, T. D. 1988. The effect of transition zones on the response of induction logs. **Trans. SPWLA, 29th Annual Logging Symposium**, June, pp. L.
- TARANTOLA, A. & VALETTE, B. 1982. Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion. **Reviews of Geophysics and Space Physics**, 20(2): 219-232.
- TITTMAN, J. 1986. **Geophysical well logging**. Orlando, Academic Press. p. 76-88.
- VACQUIER, V.; MATHIEU, Y.; LEGENDRE, E.; BLODIN, E. 1988. Experiment on estimating thermal conductivity of sedimentary rocks from oil well logging. **Bull. Am. Ass. Petrol. Geol.**, 72(6): 758-764.
- VON HERZEN, R. & MAXWELL, A. E. 1959. The measurements of thermal conductivity of deep-sea sediments by a needle probe method. **J. geophys. Res.**, (64): 1557-1563.
- WEAST, R. C. & ASTLE, M. J. 1980. **Handbook of Chemistry and Physics**. 61. ed. Boca Raton CRC Press.
- WOODSIDE, W. & MESSMER, J. H. 1961. Thermal conductivity of porous media-I Unconsolidated sands-II Consolidated rocks. **J. appl. Phys.**, (32): 1688-1706.
- WORTHINGTON, P. F. 1985. The Evolution of Shaly-Sand Concepts in Reservoir Evaluation. **The Log Analyst**, 26(1): 23-40.
- XU, H., DESBRANDES, R. 1990. Formation evaluation using in situ measurements of formation thermal properties. **Trans. SPWLA, 31st Annual Logging Symposium**, June, pp. KK.

APÊNDICE A - CONDUTIVIDADE APARENTE

Segundo HOWARD (1986), a voltagem $v(R_R, Z_R)$ induzida na bobina receptora é obtida assumindo uma simetria azimutal em coordenadas cilíndricas, através de uma relação linear ao vetor potencial magnético $a(r, z)$ por

$$v(R_R, Z_R) = 2\pi i w R_R N_R a(R_R, Z_R), \quad (\text{A.1})$$

onde v é a voltagem, i o número imaginário ($\sqrt{-1}$), w a frequência angular, R_R o raio da bobina e N_R o número de espiras, sendo as unidades referidas ao SI.

O problema pode ser formulado presumindo-se dois casos relacionados à mesma fonte, representada pela densidade de corrente J_s . O primeiro caso se caracteriza por uma formação homogênea com número de onda constante k_0 e, o segundo, por uma formação não homogênea cujo número de onda é função da posição espacial representado por $k_I(\bar{x})$. Os respectivos vetores potenciais devem satisfazer as seguintes equações da onda

$$(\nabla^2 + k_0^2)\bar{a}_0 = -\mu_0 \bar{J}_s, \quad (\text{A.2})$$

$$(\nabla^2 + k_I^2)\bar{a}_I = -\mu_0 \bar{J}_s. \quad (\text{A.3})$$

onde

$$k_0^2 = i w \mu_0 \sigma_0, \quad (\text{A.4})$$

$$k_I^2 = i w \mu_0 \sigma(\bar{x}), \quad (\text{A.5})$$

sendo μ_0 a permeabilidade magnética no vácuo, σ_0 a condutividade média da formação homogênea e $\sigma(\bar{x})$ a distribuição de condutividade da formação não homogênea. Deve ser observado que a permissividade elétrica ϵ da formação não foi considerada pois assumiu-se que $\sigma \gg \epsilon w$, sendo $w = 20 \text{ kHz}$. A densidade de corrente segundo a componente ϕ é, para um anel de corrente elétrica harmônico no tempo, dada por

$$J_s = I_0 N_T \delta(r - R_T) \delta(z - Z_T), \quad (\text{A.6})$$

onde I_0 é um pico de corrente na bobina transmissora (dado em Ampéres), N_T o número de espiras, R_T o raio da espira e Z_T a posição vertical da bobina transmissora.

Definindo a diferença de potencial $a = a_I - a_0$ e usando as equações A-2 e A-3, obtém-se

$$[\nabla^2 + k_0^2] a(\bar{x}) = - [k_I(\bar{x}) - k_0^2] a_I(\bar{x}). \quad (\text{A.7})$$

ou ainda

$$[\nabla^2 + k_0^2] a(\bar{x}) = -\mu_0 J_v, \quad (\text{A.8})$$

onde J_v é a densidade de corrente volumétrica dada por

$$J_v = \frac{[k_I(\bar{x}) - k_0^2] a_I(\bar{x})}{\mu_0}. \quad (\text{A.9})$$

Com o auxílio da teoria do potencial, a equação A-8 pode ser reescrita na forma integral,

$$a(\bar{x}) = a_0(\bar{x}) + \int g_1(\bar{x}, \bar{x}') J_v(\bar{x}') d^3 x', \quad (\text{A.10})$$

realizada sobre todo o espaço. HOWARD (1994) sugere uma forma para g_1 dada por

$$g_1(\bar{x}, \bar{x}') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_z(z-z')} I_1(\gamma r_<) K_1(\gamma r_>) dk_z, \quad (\text{A.11})$$

onde I_1 e K_1 são as funções modificadas de Bessel, $\gamma = (k_z^2 - k_0^2)^{1/2}$ com $\text{Re}(\gamma) \geq 0$, $r_< = \min(r, r')$ e $r_> = \max(r, r')$.

Inserindo a equação A-9 em A-10, advém a seguinte formulação para o componente ϕ do vetor potencial

$$a(\bar{x}) = a_0(\bar{x}) + \int g_1(\bar{x}, \bar{x}') (k_1^2(\bar{x}') - k_0^2) a(\bar{x}') d^3 x', \quad (\text{A.12})$$

com $d^3 x' = r' dr' dz' d\phi'$, o qual é uma equação integral de Fredholm do segundo tipo, onde a variável desconhecida é $a(\bar{x})$. O vetor potencial $a_0(\bar{x})$ para um anel de corrente é

$$a_0(\bar{x}) = \mu_0 \int g_1(\bar{x}, \bar{x}') J_s(\bar{x}') d^3 x', \quad (\text{A.13})$$

que pode ser reduzida, com o auxílio da equação A-6 para

$$a_0(\bar{x}) = 2\pi\mu_0 I_0 N_T R_T g_1(\bar{x}, \bar{x}'). \quad (\text{A.14})$$

Admitindo que as correntes circulares interajam na forma fraca ($\sigma_0 \approx 1-2$ S/m) é possível aproximar $a(\bar{x})$, no integrando da equação A-12, pelo resultado obtido para $a_0(\bar{x})$ na equação A-14. Fazendo isso, e utilizando as equações A-4 e A-5, vem que

$$a(\bar{x}) = a_0(\bar{x}) + C \int g_1(\bar{x}_R, \bar{x}') g_1(\bar{x}', \bar{x}_T) [\sigma(\bar{x}') - \sigma_0] d^3 x', \quad (\text{A.15})$$

com

$$C = 2\pi i \omega \mu_0^2 I_0 N_T R_T. \quad (\text{A.16})$$

Como a voltagem induzida no receptor é dada pela equação A-1, utilizando o resultado precedente e integrando na coordenada ϕ , temos

$$v(R_R, Z_R) = v_0(Z_R) + C_1 \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty g_1(\bar{x}_R, \bar{x}') g_1(\bar{x}', \bar{x}_T) [\sigma(\bar{x}') - \sigma_0] r' dz' dr', \quad (\text{A.17})$$

onde

$$\begin{aligned} C_1 &= -8\pi(w\mu_0)^2 I_0 \frac{M_T M_R}{R_T R_R}, \\ M_T &= \pi R_T^2 N_T \quad \text{e} \\ M_R &= \pi R_R^2 N_R. \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Inserindo um fator de normalização $A(\sigma_0)$ é possível obter a expressão da condutividade aparente segundo a relação $v/(C_1 A(\sigma_0))$, em analogia ao que foi exposto na seção 2.3. Logo,

$$\sigma_a = \frac{1}{A(\sigma_0)} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty g_1(\bar{x}_R, \bar{x}') g_1(\bar{x}', \bar{x}_T) \sigma(\bar{x}') r' dz' dr'. \quad (\text{A.19})$$

Desde que

$$\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty g_1(\bar{x}_R, \bar{x}') g_1(\bar{x}', \bar{x}_T) r' dz' dr' = A(\sigma_0), \quad (\text{A.20})$$

a equação para condutividade aparente reduz-se a

$$\sigma_a = \frac{1}{A(\sigma_0)} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty G_s(r', z') \sigma(r', z') dz' dr', \quad (\text{A.21})$$

onde

$$G_s(r, z) = r g_1(\bar{x}_R, \bar{x}) g_1(\bar{x}, \bar{x}_T) \quad (\text{A.22})$$

é o fator geométrico da ferramenta de indução não normalizado onde o subscrito s indica a inclusão do *skin effect*.

APÊNDICE B - FATOR GEOMÉTRICO

Sendo a distribuição de condutividade função apenas da posição radial ($\sigma = \sigma(r)$), o fator geométrico da ferramenta pode ser integrado na variável z e representado por

$$G_s(r) = r \int_{-\infty}^{\infty} g_1(\bar{x}_R, \bar{x}') g_1(\bar{x}', \bar{x}_T) dz' \quad (\text{B.1})$$

Fazendo uso da expressão para g_1 apresentada no anexo A (A.11) e da relação

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_z - k'_z)z'} dz' = 2\pi \delta(k_z - k'_z), \quad (\text{B.2})$$

a equação B-1 pode ser escrita como

$$G_s(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \left[2r \int_0^{\infty} \cos(k_z L) I_1(\gamma r_R) I_1(\gamma r_T) K_1^2(\gamma r') dk'_z \right], \quad (\text{B.3})$$

onde I_1 e K_1 são as funções modificadas de Bessel, L é o espaçamento entre transmissor e receptor, $r' > r_R$ e $r' > r_T$, $\gamma = (k_z^2 - k_0^2)^{1/2}$ com $\text{Re}(\gamma) \geq 0$ e k_0 é dado por

$$k_0^2 = i\omega\mu_0\sigma_0, \quad (\text{B.4})$$

o que fornece a dependência explícita do fator geométrico com a condutividade σ_0 .

Como a integral sobre a curva $G_s(r)$ não assume valor unitário, é possível definir o resultado como

$$A(\sigma_0) = \int_0^{\infty} G_s(r') dr', \quad (\text{B.5})$$

onde A representa a área sob a curva $G_s(r)$ para uma dada condutividade σ_0 . A normalização do fator geométrico radial é obtida dividindo a equação B-3 pelo resultado obtido em B.5.

Substituindo em B-1 a expressão equivalente de g_1 , dada por

$$g_1(\bar{x}, \bar{x}') = \frac{i}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda d\lambda}{K_z} e^{iK_z|z-z'|} J_1(\lambda r) J_1(\lambda r') \quad (\text{B.6})$$

com $K_z = (k_0^2 - \lambda^2)^{1/2}$ e $\text{Im}(K_z) > 0$, obtém-se

$$A(\sigma_0) = \left(\frac{i}{4\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dz' \int_0^{\infty} \frac{\lambda d\lambda}{K_z} e^{iK_z|z'-z_R|} J_1(\lambda R_R) J_1(\lambda r') \cdot \int_0^{\infty} \frac{\lambda' d\lambda'}{K'_z} e^{iK'_z|z'-z_T|} J_1(\lambda' R_T) \int_0^{\infty} J_1(\lambda' r') J_1(\lambda r') r' dr', \quad (\text{B.7})$$

que pode ser simplificada pela relação

$$\int_0^{\infty} J_1(\lambda' r') J_1(\lambda r') r' dr' = \frac{\delta(\lambda - \lambda')}{\lambda'}, \quad (\text{B.8})$$

para

$$A(\sigma_0) = \left(\frac{i}{4\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} \frac{\lambda d\lambda}{K_z^2} J_1(\lambda R_R) J_1(\lambda R_T) \int_{-\infty}^{\infty} e^{iK_z(|z'-Z_T|+|z'-Z_R|)} dz'. \quad (\text{B.9})$$

Notando que

$$D' = |z' - Z_T| + |z' - Z_R| = \begin{cases} L & , Z_{min} \leq z' \leq Z_{max} \\ 2z' - Z_T - Z_R & , z' > Z_{max} \\ Z_T + Z_R - 2z' & , z' < Z_{min} \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

onde $Z_{min} = \text{MIN}(Z_R, Z_T)$, $Z_{max} = \text{MAX}(Z_R, Z_T)$ e $L = Z_R + Z_T$, o integrando mais a direita pode ser reescrito como

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{iK_z D'} dz' = e^{iK_z(Z_T+Z_R)} \int_{-\infty}^{Z_{min}} e^{-i^2 K_z z'} dz' + L e^{iK_z L} + e^{-iK_z(Z_T+Z_R)} \int_{Z_{max}}^{\infty} e^{i^2 K_z z'} dz' \quad (\text{B.11})$$

ou ainda

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{iK_z D'} dz' = e^{iK_z L} \left(\frac{i}{k_z} + L\right). \quad (\text{B.12})$$

Finalmente, inserindo o último resultado na equação B-11, vem que

$$A(\sigma_0) = \left(\frac{i}{4\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} \frac{\lambda d\lambda}{K_z^2} J_1(\lambda R_R) J_1(\lambda R_T) e^{iK_z L} \left(\frac{i}{k_z} + L\right). \quad (\text{B.13})$$

A expressão normalizada para o fator geométrico radial da ferramenta de indução (transmissor - receptor) incluindo o *skin effect* é

$$G_s^n(r) = \frac{G_s(r)}{A(\sigma_0)} = \frac{2r}{(2\pi)^3 A(\sigma_0)} \int_0^{\infty} \cos(k_z L) I_1^2(\gamma r <) K_1^2(\gamma r >) dk_z \quad (\text{B.14})$$

onde $A(\sigma_0)$ é dado pela equação APÊNDICE B.13.