

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

REGIÃO DO ESPAÇO QUE MAIS INFLUENCIA EM MEDIDAS
ELETROMAGNÉTICAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA:
CASO DE UMA LINHA DE CORRENTE
SOBRE UM SEMI-ESPAÇO CONDUTOR

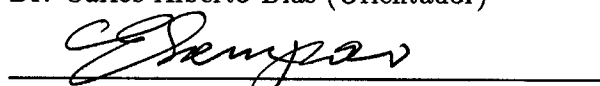
TESE APRESENTADA POR
LICURGO PEIXOTO DE BRITO

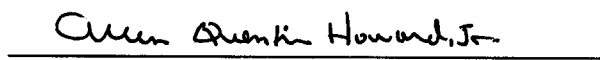
COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE
DOUTOR EM CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

Data de Aprovação : 28/07/1994

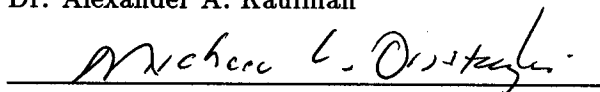
COMITÊ DE TESE:


Dr. Carlos Alberto Dias (Orientador)


Dr. Edson Emanuel S. Sampaio


Dr. Allen Q. Howard, Jr.


Dr. Alexander A. Kaufman


Dr. Michael L. Oristaglio

BELÉM

1994

BRITO, Licurgo Peixoto de. Região do espaço que mais influencia em medidas eletromagnéticas no domínio da frequência: caso de uma linha de corrente sobre um semi-espaço condutor. Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências, 1994. 128 p.
Tese (Doutorado em Geofísica) - Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA., 1994.

1. PROSPECÇÃO ELETROMAGNÉTICA (Domínio de Frequência). 2. MÉTODO ELETROMAGNÉTICO. 3. CONDUTORES SUBTERRÂNEOS. 4. PROFUNDIDADE DE EXPLORAÇÃO.
I. Título

*À minha família, que foi capaz de
compreender a minha ausência.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos Alberto Dias, por me fazer sentir capaz e livre para resolver o interessante problema por ele proposto, pelas oportunas intervenções e contribuições e pela amizade que surgiu e se fortaleceu em decorrência deste trabalho.

Ao amigo Prof. Dr. Walter Eugênio de Medeiros, pelas leituras críticas das várias versões desta tese, que resultaram em importantes contribuições e pelas palavras norteadoras nos momentos difíceis.

Ao convênio UFPA/PETROBRÁS/FADESP/CAPES/FINEP/CNPq pelo apoio financeiro e concessão da bolsa de estudos durante cerca de dois terços do tempo total de duração do meu curso de doutorado.

Ao Departamento de Física da Universidade Federal do Pará pela liberação parcial de carga horária para a conclusão desta tese.

À Professora Sonia Dias Cavalcanti Guerreiro, coordenadora do convênio UFPA/PETROBRÁS/FADESP/CAPES/FINEP/CNPq, pelo constante incentivo e apoio.

Aos demais professores e colegas do Curso de Pós-graduação em Geofísica da UFPA que foram capazes de criar um indispensável ambiente de cooperação.

Aos membros da banca examinadora da defesa de tese que contribuíram com suas críticas pertinentes e construtivas.

Aos funcionários do Núcleo de Pesquisas em Geofísica de Petróleo (NPGP) e do Curso de Pós-Graduação em Geofísica, sem os quais seria muito difícil alcançar nossos objetivos.

Agradeço também à minha mãe e meus irmãos pelo permanente incentivo.

Finalmente, agradeço à Francinete, minha esposa, pela infinita paciência e carinho e a Leonardo, Diogo e Lívia, meus amados filhos, que, com suas involuntárias abdições, contribuíram decisivamente para a conclusão desta tese.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	i
AGRADECIMENTOS	ii
RESUMO	1
ABSTRACT	3
1 - INTRODUÇÃO	5
2 - DETETABILIDADE DE UMA HETEROGENEIDADE	10
2.1 - DEFINIÇÃO DE ZONA PRINCIPAL	10
2.2 - O SISTEMA ELETROMAGNÉTICO E OS MODELOS ESTUDADOS	11
2.3 - CÁLCULO DOS CAMPOS NO MODELO UNIDIMENSIONAL	12
2.4 - CÁLCULO DOS CAMPOS NO MODELO BIDIMENSIONAL	16
2.5 - ANÁLISE QUALITATIVA DA INFLUÊNCIA DA HETEROGENEIDADE: MOTIVAÇÃO PARA SUA MEDIDA	19
2.6 - DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO DETETABILIDADE (Δ)	21
2.7 - CÁLCULO E REPRESENTAÇÃO DA FUNÇÃO Δ : UM EXEMPLO	25
3 - ESTUDO DO MODELO UNIDIMENSIONAL	35
3.1 - EXISTÊNCIA E UNICIDADE DA ZONA PRINCIPAL	35
3.2 - RESOLUÇÃO DOS EXTREMOS DA FUNÇÃO Δ PARA O MODELO 1D	40
3.3 - ESTABILIDADE DA ESTIMATIVA DA PROFUNDIDADE DA ZONA PRINCIPAL	41
3.3.1 - Efeito devido à variação da espessura da heterogeneidade	42
3.3.2 - Efeito devido à variação do contraste de condutividade	45
3.4 - POSSIBILIDADE DE USAR A CONDUTÂNCIA LONGITUDINAL COMO PARÂMETRO NA DETETABILIDADE	49
3.5 - PROFUNDIDADE DA ZONA PRINCIPAL: APLICAÇÕES	50
3.6 - CONCLUSÕES PARCIAIS	52
4 - ESTUDO DO MODELO BIDIMENSIONAL	68
4.1 - INFLUÊNCIA DA LIMITAÇÃO LATERAL DA CAMADA	68

4.2	- DETETABILIDADE DE UMA HETEROGENEIDADE BIDIMENSIONAL . .	69
4.3	- RESOLUÇÃO DOS EXTREMOS DE Δ	77
4.4	- ESTABILIDADE DOS VALORES DE r/d E p/δ	81
4.4.1	- Efeito devido à variação das dimensões da heterogeneidade	81
4.4.2	- Efeito devido à variação da profundidade da heterogeneidade	83
4.4.3	- Efeito devido à variação do contraste de condutividade	84
4.5	- LOCALIZAÇÃO DA ZONA PRINCIPAL	88
4.6	- SUGESTÃO DE UM MÉTODO PARA DETERMINAÇÃO DO CENTRO DA ZONA PRINCIPAL	89
4.7	- CONCLUSÕES PARCIAIS	91
5	- CONCLUSÃO	121
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		123
ANEXO A	ALGORITMO DE ELEMENTOS FINITOS	127
ANEXO B	DERIVADAS DE FRÉCHET	128

RESUMO

Localizar em subsuperfície a região que mais influencia nas medidas obtidas na superfície da Terra é um problema de grande relevância em qualquer área da Geofísica. Neste trabalho, é feito um estudo sobre a localização dessa região, denominada aqui *zona principal*, para métodos eletromagnéticos no domínio da frequência, utilizando-se como fonte uma linha de corrente na superfície de um semi-espaco condutor. No modelo estudado, tem-se, no interior desse semi-espaco, uma heterogeneidade na forma de camada infinita, ou de prisma com seção reta quadrada e comprimento infinito, na direção da linha de corrente. A diferença entre a medida obtida sobre o semi-espaco contendo a heterogeneidade e aquela obtida sobre o semi-espaco homogêneo, depende, entre outros parâmetros, da localização da heterogeneidade em relação ao sistema transmissor-receptor. Portanto, mantidos constantes os demais parâmetros, existirá uma posição da heterogeneidade em que sua influência é máxima nas medidas obtidas. Como esta posição é dependente do contraste de condutividade, das dimensões da heterogeneidade e da frequência da corrente no transmissor, fica caracterizada uma região e não apenas uma única posição em que a heterogeneidade produzirá a máxima influência nas medidas. Esta região foi denominada *zona principal*. Identificada a zona principal, torna-se possível localizar com precisão os corpos que, em subsuperfície, provocam as anomalias observadas. Trata-se geralmente de corpos condutores de interesse para algum fim determinado. A localização desses corpos na prospecção, além de facilitar a exploração, reduz os custos de produção. Para localizar a zona principal, foi definida uma *função Detetabilidade* (Δ), capaz de medir a influência da heterogeneidade nas medidas. A função Δ foi calculada para amplitude e fase das componentes tangencial (H_x) e normal (H_z) à superfície terrestre do campo magnético medido no receptor. Estudando os extremos da função Δ sob variações de condutividade, tamanho e profundidade da heterogeneidade, em modelos unidimensionais e bidimensionais, foram obtidas as dimensões da zona principal, tanto lateralmente como em profundidade. Os campos eletromagnéticos em modelos unidimensionais foram obtidos de uma forma híbrida, resolvendo numericamente as integrais obtidas da formulação analítica. Para modelos bidimensionais, a solução foi obtida através da técnica de elementos finitos. Os valores máximos da função Δ , calculada para amplitude de H_x , mostraram-se os mais indicados para localizar a zona principal. A localização feita através desta grandeza apresentou-se mais estável do que através das demais, sob variação das propriedades físicas e dimensões

geométricas, tanto dos modelos unidimensionais como dos bidimensionais. No caso da heterogeneidade condutora ser uma camada horizontal infinita (caso 1D), a profundidade do plano central dessa camada vem dada pela relação $p_o = 0,17 \delta_o$, onde p_o é essa profundidade e δ_o o "skin depth" da onda plana (em um meio homogêneo de condutividade igual à do meio encaixante (σ_1) e a frequência dada pelo valor de ω em que ocorre o máximo de Δ calculada para a amplitude de H_x). No caso de uma heterogeneidade bidimensional (caso 2D), as coordenadas do eixo central da zona principal vem dadas por $d_o = 0,77 r_o$ (sendo d_o a distância horizontal do eixo à fonte transmissora) e $p_o = 0,36 \delta_o$ (sendo p_o a profundidade do eixo central da zona principal), onde r_o é a distância transmissor-receptor e δ_o o "skin depth" da onda plana, nas mesmas condições já estipuladas no caso 1D. Conhecendo-se os valores de r_o e δ_o para os quais ocorre o máximo de Δ , calculado para a amplitude de H_x , pode-se determinar (d_o, p_o) . Para localizar a zona principal (ou, equivalentemente, uma zona condutora anômala em subsuperfície), sugere-se um método que consiste em associar cada valor da função Δ da amplitude de H_x a um ponto (d, p) , gerado através das relações $d = 0,77 r$ e $p = 0,36 \delta$, para cada ω , em todo o espectro de frequências das medidas, em um dado conjunto de configurações transmissor-receptor. São, então, traçadas curvas de contorno com os isovalores de Δ que vão convergir, na medida em que o valor de Δ se aproxima do máximo, sobre a localização e as dimensões geométricas aproximadas da heterogeneidade (zona principal).

ABSTRACT

One of the major interpretation problems in geophysics is to determine the region in the subsurface which generates the main part of the signal. In this thesis, the position and size of this region, hereinafter called the *main zone*, have been found by modelling an electromagnetic system in which the source is an infinite line of electric current, extended over a conductive half-space. The earth has been modelled as a conductive half-space with an inhomogeneity in it as being an infinite layer or a prism of infinite length in the direction of the source line. The signal in the receiver of an electromagnetic system over a conductive homogeneous half-space is different from the one taken over the half space including an inhomogeneity. This difference is a function of the position of the inhomogeneity in relation to the transmitter-receiver system, besides other parameters. Therefore, with the other parameters fixed, there will be a specific position where this difference will maximize. Since this position depends on conductivity contrast, inhomogeneity dimensions and on source frequency, instead of a single position one will have a region where the inhomogeneity will give the maximum contribution to the measured signal. This region is called the main zone. Once the main zone is identified, the targets in the subsurface can be more precisely located. Usually they are conductive parts of the earth with some specific interest. One can facilitate the exploration and reduce production costs if these conductors are well identified during prospecting. A detectability function (Δ) has been defined to measure the contribution to the signal due to the inhomogeneity. The Δ function has been computed using amplitude and phase of the magnetic field components: H_x and H_z which are, respectively, the tangential and the normal to the earth's surface. The size and position of the main zone has been identified using the extremals of the Δ function, which change with conductivity contrast, and the inhomogeneities' size and depth. Electromagnetic fields for one-dimensional models were calculated using a hybrid form, numerically solving the integrals that were obtained analytically. Two-dimensional models were computed numerically, by the finite elements technique. The maximum values of Δ function, computed with amplitude of H_x , have been chosen to locate the main zone. This shows more stable results than other amplitude and phase components, both for one and two-dimensional models, when physical properties and geometric dimensions are changed. For the one-dimensional model, where the inhomogeneity is an infinitely extended horizontal layer, the depth of its central plane was found to be $p_o = 0.17 \delta_o$, where p_o is the depth of this central plane and δ_o is the skin depth for the plane wave

(in an homogeneous half-space having a conductivity σ_1 equal to that of the background, and the frequency ω corresponding to the maximum value of Δ calculatede for the amplitude of H_x). For two-dimensional inhomogeneities, the co-ordinates of the main zone central axis was found to be $d_o = 0.77 r_o$ (where d_o is the horizontal distance from this axis to the source) and $p_o = 0.36 \delta_o$ (where p_o is the depth of this central axis), with r_o being the source-receiver separation and δ_o the skin depth in the same conditions as in the one-dimensional case. If the values of r_o and δ_o are known, it is possible to determine (d_o, p_o) . Associating each value of Δ function (calculated using the amplitude of H_x) with the values of $d = 0.77 r$ and $p = 0.36 \delta$ for each r and ω used to generate Δ , a method to locate the main zone is sugested. The isovalue curves of Δ are plotted to construct sections of Δ . These sections indicate the conductors position and provide some helpful insight into their geometric forms when the values of Δ get close to the maximum.

1 - INTRODUÇÃO

Quando se mede uma grandeza física, que corresponde a uma propriedade de um meio, tem-se em geral dificuldade em identificar a porção do espaço que é a principal responsável pelas medidas observadas. Sabe-se que cada porção do espaço influencia diferentemente os resultados observados e que existe uma determinada região, relativamente pequena, responsável pela maior parte do sinal medido. A dificuldade está em definir critérios para identificar, localizar e delimitar tal região. Este problema ocorre em todas as áreas da geofísica de exploração, e tem recebido diferentes abordagens, de acordo com as peculiaridades de cada uma delas.

A identificação dessa região é de grande importância para a localização de *alvos*, objeto de cada método de exploração. No caso de métodos elétricos e eletromagnéticos, esses alvos são corpos ou zonas, que possuem valores de condutividade elétrica, constante dielétrica ou permeabilidade magnética muito diferentes dos valores exibidos pelo meio que as envolve, o que as torna identificáveis como zonas anômalas. Em termos práticos, esses alvos podem corresponder a aquíferos, concentrações de minerais metálicos ou de materiais ferromagnéticos.

Pela natureza específica dos parâmetros em cada caso, diferentes métodos levam a diferentes abordagens. Além disso, para um mesmo método podem surgir diferentes enfoques. Uma vez que esta tese trata de métodos eletromagnéticos, serão sucintamente descritas algumas abordagens que tem sido utilizadas na definição da região que mais influencia nas medidas eletromagnéticas.

Como um caso particular de sistemas eletromagnéticos, tem-se aqueles que operam a corrente contínua (dc). Para esses sistemas, foi definido por EVJEN (1938) a profundidade de investigação característica (DIC - Depth of Investigation Characteristic) como a profundidade na qual uma fina fatia (horizontal e infinita) de um semi-espaço homogêneo produz a máxima contribuição para o sinal medido na superfície horizontal desse semi-espaço. Utilizando essa abordagem, ROY & APPARAO (1971) apresentaram um estudo para várias configurações de eletrodos (Wenner, Schlumberger, Laterolog de superfície, Unipolo modificado, Dipolo paralelo, Dipolo polar, Dipolo perpendicular, Dipolo equatorial e Dois eletrodos). ROY (1972) estendeu o trabalho anterior para as configurações Wenner α , β e γ , Três eletrodos, Dipolo polar, Dipolo radial, Dipolo equatorial, Dipolo paralelo e Dipolo perpendicular, analisando os efeitos da variação da extensão dos dipolos na profundidade de investigação característica (DIC). Aplicando ainda a definição de Evjen, APPARAO & RAO (1974) calcularam o DIC

para eletrodos lineares, BHATTACHARYA & SEN (1981) estudaram meios anisotrópicos com várias configurações de eletrodos pontuais. Posteriormente, BHATTACHARYA & DUTTA (1982) apresentaram uma análise comparativa entre os casos de eletrodos pontuais, lineares finitos e lineares infinitos sobre um semi-espço homogêneo e isotrópico.

EDWARDS (1977) também apresentou estudos baseados no DIC para várias configurações de eletrodos e sugeriu uma modificação na definição de profundidade de investigação característica, criando assim a definição de *profundidade efetiva* (z_{med}) como aquela em que metade do sinal total é proveniente da porção acima dessa profundidade. A construção de pseudoseções baseadas em z_{med} mostraram-se mais precisas do que aquelas baseadas no DIC. Posteriormente, BARKER (1989) confirmou esses resultados comparando curvas de sondagens construídas para modelos unidimensionais, com diferentes arranjos de eletrodos, através das definições de Roy (DIC) e de Edwards (z_{med}). Segundo Barker, os resultados obtidos utilizando z_{med} ficam mais próximos do modelo e concordam com aqueles indicados por regras empíricas, o que não ocorre quando se usa o DIC.

Outra abordagem foi apresentada por ROY & RAO (1977). Estes autores definiram a profundidade limite de detecção (LDD - Limiting Depth of Detection), como a máxima profundidade em que um corpo pode ser detetado a partir da superfície e estudaram o comportamento elétrico de uma camada semi-infinita, com contraste de resistividade infinito ou zero em relação ao meio circundante, considerado de resistividade finita, avaliando o desempenho dos arranjos Schlumberger, Três eletrodos e Unipolo.

Empiricamente, usando um arranjo Dipolo-dipolo, HALLOF (1957) associou o valor de cada medida de campo a um ponto abaixo do centro do arranjo e a uma profundidade igual a $\frac{1}{2} \frac{(n+1)}{(n+2)} L$, sendo L a distância entre os mais afastados eletrodos e $n = 1, 2, 3, \dots$ o número de comprimentos de dipolos (nl) correspondente à separação entre o dipolo de corrente e o dipolo de potencial, onde l é o comprimento do dipolo. O ponto assim determinado representa o centro de uma região que o envolve, a qual é suposta ser responsável pela maior contribuição para as medidas obtidas em superfície.

Para os métodos eletromagnéticos no domínio da frequência, predominam relações empíricas. HALLOF (1964) associou, com relativo sucesso, a profundidade de exploração ao mesmo ponto descrito para o caso dc, com arranjo dipolo-dipolo e frequências abaixo de 10 Hz. RYU et al. (1972) usaram um dipolo magnético indutor, ajustando as medidas dos parâmetros da elipse de polarização magnética a curvas teóricas de modelos unidimensionais, por um processo de tentativa e erro, tomando 14 diferentes frequências entre 200 Hz e 10 kHz; vale lembrar que 122 m e 214 m foram as separações transmissor-receptor utilizadas e a máxima profundidade obtida para interfaces no modelo foi 96 m. Utilizando também um

dipolo magnético como fonte, BIEWINGA (1977) assumiu, sem demonstração, o valor $r/2$ (aproximadamente) como a máxima profundidade onde se pode detetar contrastes de resistividade, sendo r a distância transmissor-receptor. Nessa experiência foram selecionadas treze diferentes frequências na faixa de 100 Hz a 10 kHz. As interfaces de camadas localizadas neste caso estavam todas a profundidade inferiores a $r/2$. Um estudo teórico e experimental sobre este assunto foi desenvolvido por SATO (1979) e DIAS & SATO (1981), usando para fonte um dipolo magnético vertical, na superfície de um semi-espaço homogêneo e isotrópico de condutividade real. Sato e Dias definiram como profundidade de exploração aquela associada a um ponto do interior do semi-espaço, em que a intensidade do campo elétrico cai a $1/e$ do seu valor em um ponto da superfície, diretamente acima do ponto considerado, sendo e a base dos logaritmos naturais. Com base nesta definição, os autores demonstraram que a máxima profundidade de exploração que se pode alcançar é a distância r transmissor-receptor, por menor que seja a frequência ω . Concluem ainda que a região que mais contribui para o sinal recebido está acima da superfície de um cone com vértice no transmissor, e abaixo da qual o campo elétrico tem módulo inferior a $1/e$ do seu valor na superfície do semi-espaço. No interior dessa região, e à meia distância entre a superfície do terreno e a superfície do cone, está o lugar geométrico dos pontos que são associados às medidas observadas, por terem eles maior contribuição do que os demais. Desta forma, o ponto principal fica localizado a uma distância lateral do receptor que varia de zero a $0,2 r$, no sentido do transmissor, enquanto que verticalmente está entre $0,4 r$ e $0,5 r$. As seções de resistividade obtidas desta forma oferecem boa confiabilidade, pois são praticamente invariantes com o deslocamento do sistema de medidas (transmissor-receptor) e, ainda mais, os contatos litológicos com contraste de resistividade são muito bem delineados e a concordância é muito boa com alguns modelos teóricos simples.

Com relação ao estudo da profundidade de exploração com medidas no domínio do tempo, pouco tem sido publicado. LEE (1977) concluiu que é possível estabelecer regras para estimar a profundidade de corpos condutivos a partir do tempo de chegada do máximo da resposta secundária, porém tais regras não foram estabelecidas. DIAS (1983), estudando o efeito da polarização induzida medido com métodos eletromagnéticos no domínio do tempo, mostrou que dependendo da intensidade do efeito e do procedimento da medida, pode-se alcançar profundidades de exploração inclusive maiores que a distância AB que separa os eletrodos de corrente na configuração Schlumberger. Mais recentemente, SPIES (1989) apresentou uma análise da profundidade de exploração com medidas de campo magnético e campo elétrico, no domínio do tempo, aplicada a um modelo constituído por uma camada com condutividade σ_1 , abaixo da qual tem-se um semi-espaço homogêneo com condutividade σ_2 . Nesse trabalho, o autor estuda duas configurações transmissor-receptor: "in loop" - em que

o “loop” transmissor de raio a e o pequeno “loop” receptor são concêntricos, e “wire-loop” - em que o transmissor é uma linha de corrente aterrada e o receptor um dipolo magnético cujo centro está a uma distância perpendicular d da linha de corrente. Spies demonstrou que a profundidade de exploração é proporcional à potência $(IA)^b$, sendo IA o momento magnético da fonte e b um expoente numérico que varia de acordo com a configuração do sistema de medida, tipo de medida efetuada (elétrica ou magnética) e região sondada (próxima, intermediária ou distante da superfície da Terra, onde se encontra o sistema transmissor-receptor). Spies observa ainda que a profundidade de exploração guarda uma relação inversa com o nível de ruído.

Para identificar a região, que mais influencia as medidas eletromagnéticas na superfície de um semi-espaco condutor, será utilizada uma abordagem nova nesta tese. A presença de uma heterogeneidade, no interior de um semi-espaco, provoca uma distribuição espacial de corrente elétrica induzida diferente daquela que ocorreria em um semi-espaco homogêneo. Portanto, um estudo sobre a região que mais influencia em medidas eletromagnéticas, tomadas sobre um semi-espaco homogêneo, não produz, necessariamente, os mesmos resultados obtidos considerando a presença de uma heterogeneidade. Por outro lado, em situações práticas, tem-se sempre a presença de heterogeneidades; portanto, um estudo visando localizar a região em que uma heterogeneidade mais influencia nas medidas certamente será um modelo mais realista para as considerações práticas. Nesta tese, o estudo de tal região será desenvolvido para medidas eletromagnéticas, no domínio da frequência, para o caso particular de um sistema eletromagnético constituído por uma linha de corrente, na superfície de um semi-espaco condutor contendo uma heterogeneidade.

No entanto, note-se que identificar a região ocupada por um condutor, a partir da qual ele mais influencia as medidas obtidas com uma determinada configuração do sistema transmissor-receptor, é equivalente a buscar a configuração que melhor identifica uma determinada heterogeneidade condutora em subsuperfície. Apesar da equivalência, a primeira abordagem reflete melhor o problema do ponto de vista do modelamento, enquanto que a segunda está mais relacionada às situações práticas. Neste trabalho, será utilizada a primeira abordagem enquanto estivermos tratando do modelamento, e a segunda quando da aplicação.

Para atender a esses objetivos, primeiramente será definida a região procurada e, em seguida, serão caracterizados o sistema eletromagnético e os modelos estudados. Será então discutida a melhor maneira de medir a influência da heterogeneidade, introduzindo a definição de uma função Detetabilidade (Δ). Em seguida, através dos extremos dessa função, será determinada a posição da região procurada e verificada sua existência, unicidade e estabilidade, tanto para modelos unidimensionais como para bidimensionais. Finalmente, serão

apresentados exemplos da aplicação prática dos resultados obtidos, construindo seções da função Δ , capazes de localizar heterogeneidades em subsuperfície.

É importante observar que, no presente trabalho, a questão do ruído geológico e instrumental não será considerada, não obstante sua relevância para o propósito da exploração geofísica de campo (KAUFMAN & KELLER, 1985). Com isso, o enfoque do nosso trabalho fica limitado a uma análise teórica da existência da região ocupada por um condutor, em que é máxima sua influência nas medidas obtidas em superfície, para o tipo particular de fonte utilizada, e ao desenvolvimento de um método para a localização dessa região.

Na geração de dados, foi adotada sistematicamente a técnica de elementos finitos, na solução do problema bi-dimensional, como também houve necessidade de recorrer igualmente a integrações numéricas, para o cálculo de uma das componentes do campo primário, usada na construção da função em que se baseia a interpretação apresentada nesta tese. Em todos esses casos, teve-se a preocupação de verificar a convergência dos valores obtidos numericamente e de confrontá-los, ao final, com a intuição física. Embora nem sempre registrados no texto, tais cuidados sempre se justificaram nessas situações, a fim de evitar incorrer-se no “dilema do velho Capitão”, que, achando-se em pleno oceano com o barco à deriva, o leme quebrado, e colocados em risco o objetivo da jornada e às vidas dos tripulantes, resolveu recorrer ao seu mapa, para localizar-se e avaliar a situação. Feito o minucioso cálculo do posicionamento, o Capitão verificou achar-se o navio bem próximo de um minúsculo ponto sobre o mapa. E, diante da tripulação reunida, decidiu comunicar o seu veredito: “Aqui estamos nós, meus Senhores, bem próximos deste pontinho. Se ele for real, então estamos próximos de uma ilha, e, portanto, salvos. Mas se o pontinho for apenas a marca deixada por uma mosca, então estamos perdidos”. Felizmente, nos casos de modelamento desta tese, acreditamos ter sempre chegado à ilha.

2 - DETETABILIDADE DE UMA HETEROGENEIDADE

Neste capítulo, será definida a região que mais contribui para as medidas obtidas em superfície, denominada zona principal. Serão também apresentados o sistema eletromagnético e os modelos utilizados para estudar a detetabilidade da heterogeneidade. Além disto, será mostrado como calcular os campos eletromagnéticos nas situações apresentadas e serão discutidas várias maneiras de definir a detetabilidade de uma heterogeneidade, analisando as vantagens e desvantagens de cada uma delas. Será então introduzida a nossa definição da função Detetabilidade, representada por Δ , imaginada de modo a otimizar a localização da heterogeneidade em subsuperfície. Por fim, será exemplificada, para um modelo simples, a representação gráfica da função Δ , indicando os parâmetros utilizados nessa representação.

2.1 - DEFINIÇÃO DE ZONA PRINCIPAL

Para definir a região que mais contribui para medidas eletromagnéticas, observadas na superfície de um semi-espaco condutor, serão feitas algumas considerações preliminares. Supõe-se que, na superfície do semi-espaco, seja colocado um sistema transmissor-receptor para medidas eletromagnéticas. Se houver heterogeneidade no interior do semi-espaco, as medidas obtidas na superfície diferirão daquelas sobre o semi-espaco homogêneo. A diferença entre essas medidas depende, dentre outros parâmetros, da localização da heterogeneidade em relação ao sistema transmissor-receptor. Portanto, mantidos constantes os demais parâmetros, existirá uma posição relativa da heterogeneidade em que sua influência é máxima nas medidas obtidas. Como esta posição deve ser dependente do contraste de condutividade, do tamanho da heterogeneidade e da frequência da corrente no transmissor, deve-se referir a uma região e não apenas a uma única posição em que a heterogeneidade produzirá a máxima influência nas medidas. Esta região será denominada *zona principal*. A extensão dessa região será determinada pelos limites entre os quais o centro da heterogeneidade é deslocado, sob variação dos diversos parâmetros envolvidos, mantendo sempre a máxima influência nas medidas. Por sua vez, será admitido que o centro da zona principal coincidirá com o seu centro geométrico.

2.2 - O SISTEMA ELETROMAGNÉTICO E OS MODELOS ESTUDADOS

Nesta tese, o método eletromagnético denominado *Turam* será utilizado para o estudo da detetabilidade de heterogeneidades. Esse método consiste de uma fonte em forma de linha de corrente de grande comprimento (1500 m a 3000 m), aterrada em suas extremidades, ou de uma grande espira retangular (1200 m $\times$ 500 m, por exemplo), posicionada ao lado da área a ser investigada, sem contato galvânico com o solo. As medidas de campo magnético são feitas ao longo de uma ou mais linhas perpendiculares à linha de corrente (ou ao eixo maior da espira). É comum apresentar os dados na forma de razão entre as amplitudes e diferença de fase entre os campos magnéticos, medidos em dois receptores móveis ao longo da linha de medida, porém permanecendo separados por uma distância fixa (por exemplo 20 m). A distância máxima dos receptores à fonte deve ser inferior ao comprimento do lado menor da espira ou a um terço do comprimento da linha aterrada. As medidas de campo magnético são feitas para uma ou mais frequências da ordem de 100 Hz.

O modelamento da fonte será feito apenas para o caso da espira retangular, através de uma linha de corrente infinita não aterrada. Isto corresponde a considerar apenas o efeito de um dos lados da espira: o seu lado maior, que se encontra mais próximo dos receptores. De fato, a influência dos outros três lados é pequena, desde que a distância dos receptores ao lado maior da espira seja inferior ao comprimento do seu lado menor, e a linha ao longo da qual as medidas são efetuadas passe pelo centro da espira ou nas suas proximidades. Por outro lado, os receptores são modelados como dipolos magnéticos, medindo as componentes horizontal e vertical do campo magnético. Sendo objetivo deste trabalho o estudo da influência da heterogeneidade nas medidas de campo magnético, e não especificamente a interpretação de dados obtidos pelo método *Turam*, serão analisadas individualmente cada componente do campo magnético, em lugar da razão entre as amplitudes e diferenças de fase entre medidas obtidas simultaneamente em dois pontos distintos, como é o caso no método *Turam*. O modelo do sistema eletromagnético fica então constituído por uma fonte na forma de linha infinita de corrente, não aterrada, e um dipolo magnético como receptor. Este modelo, conhecido como "wire-loop", é comumente utilizado para modelar o método *Turam* (DIZIOGLU, 1967; COGGON, 1971; HOHMANN, 1971; NEGI et al., 1972; DEY & MORRISON, 1973; LILE et al., 1982 e NISSEN, 1986).

Para representar a Terra, serão considerados modelos unidimensionais e bidimensionais. O modelo unidimensional é constituído de um semi-espço homogêneo, contendo como única heterogeneidade uma camada horizontal infinita. Este modelo, seus parâmetros e o sistema "wire-loop", descrito acima, vem representados na Figura 2.1. A linha infinita de corrente que constitui o transmissor está ao longo do eixo y, perpendicular ao plano do papel (plano

xz). Daqui por diante, o modelo representado na Figura 2.1 será referido como *modelo 1D*. O modelo bidimensional é obtido pela limitação lateral da camada que representa a heterogeneidade no modelo 1D, de modo a resultar em um corpo com dimensões finitas nas direções x e z, permanecendo porém ilimitado na direção y, direção em que se encontra a linha de corrente, também ilimitada, utilizada como transmissor. Este novo modelo está representado na Figura 2.2 e será denominado *modelo 2D*.

A principal razão da escolha desses modelos para o sistema eletromagnético e para a Terra é que, do ponto de vista do modelamento numérico, tem-se uma abordagem relativamente simples, mesmo no caso de heterogeneidades bidimensionais, quando se explora a bidimensionalidade da fonte colocando-a na mesma direção da heterogeneidade. Além disso, a geometria dos campos produzidos pela fonte facilita a interpretação. Note-se, ainda, que a análise dos casos unidimensional e bidimensional é fundamental para um estudo mais geral com modelos tridimensionais.

2.3 - CÁLCULO DOS CAMPOS NO MODELO UNIDIMENSIONAL

Nesta seção, será mostrado como calcular os campos eletromagnéticos devidos à linha de corrente na superfície de um meio estratificado, de um semi-espço homogêneo e no interior de um meio homogêneo ilimitado.

No caso dos modelos apresentados nas Figuras 2.1 e 2.2, o campo elétrico ($\vec{E}$) possui apenas a componente E_y , paralela à linha de corrente, enquanto que o campo magnético ($\vec{H}$) possui componentes nas direções x e z, H_x e H_z , respectivamente.

Com a fonte passando pelo ponto de coordenadas ($x=0, z=0$), na superfície de um semi-espço estratificado com N camadas, as componentes do campo eletromagnético, com base nas expressões extraídas de WARD & HOHMANN (1989), podem ser escritas como

$$E_y^{(0)} = -\frac{\hat{z}_o I}{2\pi} \int_0^\infty (1 + r_{te}^{(0)}) \frac{e^{u_o z}}{u_o} \cos(\lambda x) d\lambda, \quad (2.1)$$

$$H_x^{(0)} = -\frac{I}{2\pi} \int_0^\infty (1 + r_{te}^{(0)}) e^{u_o z} \cos(\lambda x) d\lambda, \quad (2.2)$$

$$H_z^{(0)} = -\frac{I}{2\pi} \int_0^\infty (1 + r_{te}^{(0)}) e^{u_o z} \frac{\lambda}{u_o} \sin(\lambda x) d\lambda, \quad (2.3)$$

para o ar, acima do semi-espço estratificado ($z \leq 0$);

$$E_y^{(j)} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty E_j(e^{-u_j(z-z_j)} + r_{te}^{(j)} e^{u_j(z-z_j)}) \cos(\lambda x) d\lambda, \quad (2.4)$$

$$H_x^{(j)} = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty Y_j E_j(e^{-u_j(z-z_j)} - r_{te}^{(j)} e^{u_j(z-z_j)}) \cos(\lambda x) d\lambda, \quad (2.5)$$

$$H_z^{(j)} = \frac{1}{\hat{z}_j \pi} \int_0^\infty \lambda E_j(e^{-u_j(z-z_j)} + r_{te}^{(j)} e^{u_j(z-z_j)}) \sin(\lambda x) d\lambda, \quad (2.6)$$

para uma camada (j) no interior do semi-espaco condutor e

$$E_y^N = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty E_N e^{-u_N(z-z_{N-1})} \cos(\lambda x) d\lambda, \quad (2.7)$$

$$H_x^N = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty Y_N E_N e^{-u_N(z-z_{N-1})} \cos(\lambda x) d\lambda, \quad (2.8)$$

$$H_z^N = \frac{1}{\hat{z}_N \pi} \int_0^\infty \lambda E_N e^{-u_N(z-z_{N-1})} \sin(\lambda x) d\lambda, \quad (2.9)$$

para a última camada (j=N) ou substrato.

Nas equações acima:

x é a distância horizontal da linha de corrente ao ponto onde se calcula o campo;

z é a coordenada vertical do ponto de observação;

I é a intensidade de corrente na fonte;

$r_{te}^{(j)} = \frac{Y_j - \hat{Y}_{j+1}}{Y_j + \hat{Y}_{j+1}}$ é o coeficiente de reflexão na interface $j \rightarrow j+1$;

$Y_j = \frac{u_j}{\hat{z}_j}$ é a admitância intrínseca da camada j , ($j = 0, 1, 2, \dots, N$), com a camada 0 sendo o ar e N o substrato;

$\hat{Y}_j$ é a admitância aparente ou de superfície, calculada pela fórmula de recorrência

$$\hat{Y}_j = Y_j \frac{\hat{Y}_{j+1} + Y_j \tanh(u_j h_j)}{Y_j + \hat{Y}_{j+1} \tanh(u_j h_j)};$$

$u_j = (\lambda^2 - k_j^2)^{1/2}$, sendo $k_j^2 = -\hat{y}_j \hat{z}_j$, onde $\hat{y}_j = \sigma_j + i\omega\epsilon_j$ e $\hat{z}_j = i\omega\mu_j$ são, respectivamente, a admitividade e a impeditividade da camada j ;

h_j é a espessura da camada j ;

z_j é a profundidade da interface $j \rightarrow j + 1$;

$$E_j = E_{j-1} \frac{(1-r_{te}^{(j-1)})e^{-u_j h_j}}{1+r_{te}^{(j)}e^{-2u_j h_j}}, \text{ e, em particular, } E_o = -\frac{\hat{z}_o I}{2u_o} \text{ e } E_N = E_{N-1}(1+r_{te}^{(N-1)});$$

$\hat{Y}_N = Y_N$, para a última camada.

As integrais que aparecem nas equações (2.1) a (2.9) podem ser calculadas numericamente através de filtros Cosseno e Seno. ¹

Uma vez obtidas as componentes H_x e H_z , seus valores são normalizados em relação à componente vertical do campo magnético produzido pela linha de corrente no vácuo, na região próxima da fonte, cujo valor vem dado por $-I/(2\pi x)$. Já o campo elétrico E_y é normalizado por $\omega\mu I/\pi$, que é a amplitude do termo principal do campo elétrico, nas proximidades da linha de corrente.

No caso do semi-espaco homogêneo, basta considerar o meio estratificado com apenas uma camada. Têm-se então $r_{te}^{(0)} = \frac{Y_o - Y_1}{Y_o + Y_1}$ e as equações (2.1), (2.2) e (2.3) para $z \leq 0$ reduzem-se a

$$E_y^{(0)} = -\frac{\hat{z}_o I}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{u_o + u_1} e^{u_o z} \cos(\lambda x) d\lambda, \quad (2.10)$$

$$H_x^{(0)} = -\frac{I}{\pi} \int_0^\infty \frac{u_o}{u_o + u_1} e^{u_o z} \cos(\lambda x) d\lambda \quad (2.11)$$

e

$$H_z^{(0)} = -\frac{I}{\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda}{u_o + u_1} e^{u_o z} \sin(\lambda x) d\lambda. \quad (2.12)$$

Para o semi-espaco homogêneo inferior ($z > 0$), as equações (2.7), (2.8) e (2.9) reduzem-se a

$$E_y^{(1)} = -\frac{\hat{z}_o I}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{u_o + u_1} e^{-u_1 z} \cos(\lambda x) d\lambda, \quad (2.13)$$

$$H_x^{(1)} = \frac{I}{\pi} \int_0^\infty \frac{u_1}{u_o + u_1} e^{-u_1 z} \cos(\lambda x) d\lambda \quad (2.14)$$

e

¹Estas rotinas de integração estão disponíveis na biblioteca de programas EMLIB, implantada pelo Prof. Luiz Rijo, no sistema DISCO-VAX 8600 do NPGP-UFPa.

$$H_z^{(1)} = -\frac{I}{\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda}{u_o + u_1} e^{-u_1 z} \sin(\lambda x) d\lambda . \quad (2.15)$$

Para obter os campos na superfície do semi-espço homogêneo, faz-se $z = 0$ e, então, as equações acima poderão ser resolvidas analiticamente (WARD & HOHMANN, 1989). Aplicando-se a condição quase-estática ($\sigma_1/\omega\epsilon_1 \gg 1$), os campos vem dados por:

$$E_y = -\frac{I}{\pi\sigma x^2} [1 - ikx K_1(ikx)] , \quad (2.16)$$

$$H_x = \frac{I}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{ikx} [I_1(ikx) - L_1(ikx)] \right\} \quad (2.17)$$

e

$$H_z = \frac{I}{\pi k^2 x^3} [2 - 2ikx K_1(ikx) + k^2 x^2 K_0(ikx)] , \quad (2.18)$$

em que:

$k^2 = -\hat{y}\hat{z}$, com $\hat{y}$ e $\hat{z}$ correspondentes à camada única: o semi-espço condutor;

I_1 é a função modificada de Bessel de 1ª espécie e ordem 1;

L_1 é a função modificada de Struve (ABRAMOWITZ & STEGUN, 1965);

K_0 e K_1 são as funções modificadas de Bessel de 2ª espécie, de ordem zero e um, respectivamente.

Por outro lado, no caso mais simples da fonte no espço livre ilimitado, tem-se:

$$E_y(r) = -\frac{\hat{z}_o I}{2\pi} K_0(ik_o r) , \quad (2.19)$$

$$H_x(r) = \frac{ik_o I}{2\pi} \frac{z}{r} K_1(ik_o r) \quad (2.20)$$

e

$$H_z(r) = -\frac{ik_o I}{2\pi} \frac{x}{r} K_1(ik_o r) , \quad (2.21)$$

em que:

$r = (x^2 + z^2)^{1/2}$ é a distância da fonte ao ponto onde se calcula o campo.

Note-se que, para o caso de H_x na superfície de um semi-espço homogêneo, é preferível obter seus valores via integração numérica da equação (2.11), pois os algoritmos que permitem calcular H_x através da equação (2.17) são numericamente instáveis, especialmente para valores elevados de $|kx|$ (WARD & HOHMANN, 1989).

Os campos no semi-espço homogêneo e no espço livre são normalizados do mesmo modo que no semi-espço estratificado.

No caso de uma linha de corrente infinita na superfície de um semi-espço condutor, de acordo com DEY & MORRISON (1973), o campo elétrico medido é relativamente *insensível* à presença de heterogeneidades bidimensionais, no interior do semi-espço, enquanto que o campo magnético é bastante indicativo das mesmas. Assim sendo, para verificar a influência da heterogeneidade nas medidas, serão utilizadas apenas as componentes do campo magnético, nesta tese. O comportamento desse campo nas proximidades da fonte (linha de corrente) está representado nas Figuras 2.3 e 2.4, para amplitude e fase das componentes H_x e H_z normalizadas, em função do número de indução $x/\delta = x\sqrt{\omega\mu\sigma/2}$, em que δ é o "skin depth" da onda plana. A fonte e os receptores encontram-se na interface ar-Terra, sendo esta representada por um semi-espço homogêneo. A fonte corresponde ao eixo y do sistema de coordenadas ($x = 0, z = 0$).

Os valores máximos de amplitude e fase do campo primário podem ser obtidos das Figuras 2.3 e 2.4. Para melhor referência, eles vem indicados na Tabela 2.1 abaixo.

Tabela 2.1 - Valores máximos de amplitude e fase das componentes H_z e H_x do campo magnético normalizado, devido a uma linha de corrente na superfície de um semi-espço homogêneo.

<i>Sinal Observado</i>	<i>Valor Máximo</i>	<i>x/δ correspondente</i>
Amplitude de H_z	1,00	$\rightarrow 0$
Amplitude de H_x	0,59	1,75
Fase de H_z	180°	$\rightarrow 0$
Fase de H_x	45°	$\rightarrow 0$

2.4 - CÁLCULO DOS CAMPOS NO MODELO BIDIMENSIONAL

Nesta seção, será apresentado o cálculo do campo magnético na superfície de um semi-espço, que contém uma heterogeneidade bidimensional, como se mostra na Figura 2.2. As

equações de Maxwell, relacionadas à corrente no domínio da frequência, vêm dadas por

$$\nabla \times \vec{E} = -\hat{z}\vec{H} \quad (2.22)$$

e

$$\nabla \times \vec{H} = \hat{y}\vec{E} + \vec{J}, \quad (2.23)$$

em que:

$\vec{E} = \vec{E}(x, z)$ é o campo elétrico;

$\vec{H} = \vec{H}(x, z)$ é o campo magnético;

$\vec{J} = (0, J_y, 0)$ é a densidade de corrente no transmissor;

$\hat{z} = i\omega\mu$ é a impeditividade do meio no ponto (x, z) e

$\hat{y} = \sigma + i\omega\epsilon$ é a admitividade do meio ² no ponto (x, z)

O campo total, no modelo 2D, pode ser descrito através da superposição de duas parcelas (HOHMANN, 1989):

$$\vec{E} = \vec{E}^P + \vec{E}^S \quad (2.24)$$

e

$$\vec{H} = \vec{H}^P + \vec{H}^S, \quad (2.25)$$

em que o índice P refere-se ao *campo primário*, que corresponde ao semi-espço homogêneo, e o índice S ao *campo secundário*, que corresponde à contribuição da(s) heterogeneidade(s) para o campo total.

Da mesma forma que os campos, as propriedades físicas $\hat{z}$ e $\hat{y}$ podem ser escritas como

$$\hat{z} = \hat{z}^P + \Delta\hat{z} \quad (2.26)$$

e

$$\hat{y} = \hat{y}^P + \Delta\hat{y} \quad (2.27)$$

onde o sobrescrito P, em cada propriedade física, corresponde ao seu valor no modelo primário, ou seja, do semi-espço homogêneo. O símbolo $\Delta\hat{y}$ ou $\Delta\hat{z}$ corresponde à diferença entre o valor da propriedade no modelo 2D e o valor dessa mesma propriedade no modelo primário,

²No caso geral de meios anisotrópicos, as propriedades físicas $\hat{z}$ e $\hat{y}$ do meio são tensores, cujos valores das componentes dependem da direção considerada. Serão tratados aqui somente meios isotrópicos. Neste caso, as referidas propriedades são descritas por quantidades escalares.

num determinado ponto. Desta forma, essa diferença será *não nula* apenas nos pontos em que houver heterogeneidade.

As equações de Maxwell (2.22) e (2.23) para um semi-espço homogêneo, isto é, para o modelo primário, vêm dadas por

$$\nabla \times \vec{E}^P = -\hat{z}^P \vec{H}^P \quad (2.28)$$

e

$$\nabla \times \vec{H}^P = \hat{y}^P \vec{E}^P + \vec{J} \quad (2.29)$$

Substituindo as equações (2.24) a (2.27) nas equações (2.22) e (2.23) e eliminando as parcelas relativas ao campo primário, indicadas nas equações (2.28) e (2.29), resulta

$$\nabla \times \vec{E}^S = -\Delta \hat{z} \vec{H}^P - \hat{z} \vec{H}^S \quad (2.30)$$

e

$$\nabla \times \vec{H}^S = \Delta \hat{y} \vec{E}^P + \hat{y} \vec{E}^S \quad (2.31)$$

Desenvolvendo estas equações para cada componente cartesiana e agrupando convenientemente as parcelas, obtém-se

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E_y^S + k^2 E_y^S = \hat{z} \Delta \hat{y} E_y^P \quad (2.32)$$

e

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\hat{y}} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\hat{y}} \frac{\partial}{\partial z} \right) \right] H_y^S - \hat{z} H_y^S = \left[\hat{z} H_y^P + E_z^P \frac{\partial}{\partial x} + E_x^P \frac{\partial}{\partial z} \right] \left(\frac{\Delta \hat{y}}{\hat{y}} \right) \quad (2.33)$$

em que a permeabilidade magnética foi considerada constante ($\Delta \hat{z} = 0$) em toda a Terra e $k^2 = -\hat{z} \hat{y}$.

As equações (2.32) e (2.33) correspondem aos modos TE (Transversal Elétrico) e TM (Transversal Magnético), respectivamente. Todavia, já que a fonte e a heterogeneidade se prolongam infinitamente na direção y, precisa-se resolver apenas a equação (2.32), posto que, nessa direção, só existe campo elétrico. A solução desta equação é obtida numericamente através da técnica de elementos finitos. Esta técnica tem sido aplicada em diversos ramos da ciência para resolver equações diferenciais, em particular na Geofísica para solucionar problemas eletromagnéticos no domínio da frequência (COGGON, 1971; RIJO, 1977; PRIDMORE et al., 1981 e LILE et al., 1982). Os fundamentos teóricos da técnica de elementos finitos podem ser encontrados em diversos textos especializados, a exemplo de BECKER et al. (1981), AXELSON & BARKER (1984) e HOHMANN (1989).

O algoritmo utilizado nesta tese encontra-se no Anexo A, na forma de fluxograma. O código FORTRAN correspondente está disponível no sistema computacional do NPGP-UFPA.

Uma vez obtidos os valores de E_y^S , podem ser calculadas as componentes do campo magnético H_x^S e H_z^S através da relação (2.22), e consequentemente, H_x e H_z podem ser escritas como

$$H_x = H_x^P + H_x^S; \text{ onde } H_x^S = \frac{1}{z} \frac{\partial E_y^S}{\partial z} \quad (2.34)$$

e

$$H_z = H_z^P + H_z^S; \text{ onde } H_z^S = -\frac{1}{z} \frac{\partial E_y^S}{\partial x} \quad (2.35)$$

As derivadas indicadas nas equações acima são calculadas numericamente, enquanto que as componentes do campo primário H_x^P e H_z^P são obtidas através das equações (2.11) e (2.18), respectivamente.

Para testar o algoritmo de elementos finitos, a solução fornecida pelo mesmo foi comparada com outras soluções já conhecidas, tanto analiticamente como numericamente. Um desses testes foi calcular as componentes do campo magnético na superfície da Terra, acima de um dique infinito na direção y, representado na Figura 2.5. Este modelo foi resolvido por HOHMANN (1971) através da técnica numérica de equações integrais. Na Figura 2.6, vêm apresentadas amplitude e fase da componente vertical (H_z), fornecidos pelo algoritmo de elementos finitos representados em linha cheia e os resultados de Hohmann, utilizando equações integrais, representados por círculos (o). Dos resultados deste e de outros testes, concluiu-se que o algoritmo tem a precisão necessária para as finalidades pretendidas.

2.5 - ANÁLISE QUALITATIVA DA INFLUÊNCIA DA HETEROGENEIDADE: MOTIVAÇÃO PARA SUA MEDIDA

Para avaliar qualitativamente a influência no campo magnético, produzida por heterogeneidades, sob a ação de uma linha de corrente, serão apresentadas linhas de indução do campo magnético, nas proximidades da fonte, em três situações. Na primeira, a fonte encontra-se no espaço livre (Figura 2.7); na segunda, ela está na superfície de um semi-espaço homogêneo condutor (Figura 2.8) e na terceira a fonte está na superfície de um semi-espaço contendo uma heterogeneidade bidimensional (Figura 2.9). Note-se que as linhas de indução do campo magnético são linhas de isovalores do campo elétrico. A presença da heterogeneidade é percebida pela deformação provocada nas linhas de indução do campo magnético, que alteram

os valores de suas componentes na superfície da Terra.

No caso da fonte no espaço livre, o campo elétrico E_y é calculado através da equação (2.19), devendo o seu valor ser normalizado. A simetria radial e o decaimento no valor de E_y com a distância (r) são observadas na Figura 2.7. Note-se, ainda, que, ao longo da reta horizontal perpendicular à linha de corrente, o campo magnético apresenta apenas a componente vertical.

Quando se tem uma linha de corrente localizada na superfície de um semi-espaço homogêneo, o campo E_y é calculado através das equações (2.10) e (2.13) para se obter a Figura 2.8. Comparando as Figuras 2.7 e 2.8, verifica-se que a presença do semi-espaço condutor deforma as linhas de indução, devido à maior atenuação dos campos neste semi-espaço. Surge então uma componente horizontal do campo magnético, ao longo da reta horizontal perpendicular à linha de corrente, o que não ocorre com a fonte no espaço livre.

Introduzindo-se uma heterogeneidade bidimensional no semi-espaço homogêneo condutor, o cálculo do campo elétrico E_y passa a ser feito através da técnica de elementos finitos, conforme ficou delineado na Seção 2.4. As linhas de isovalores do campo elétrico, assim obtido, estão representadas na Figura 2.9. Da comparação entre as Figuras 2.8 e 2.9, podem-se destacar alguns pontos importantes:

- a) A deformação nas linhas de indução magnética é bastante pronunciada em alguns pontos da superfície do semi-espaço condutor, especialmente acima da heterogeneidade. Em consequência, se o receptor for posicionado em torno dessa região, as medidas efetuadas sofrerão influência considerável da presença da heterogeneidade.
- b) No lado oposto ao que se encontra a heterogeneidade (abscissas negativas), as linhas de indução magnética praticamente não se deformam.
- c) O campo magnético sofre alterações muito pequenas na região da superfície do semi-espaço próxima do transmissor, mesmo na meia distância entre o transmissor e a heterogeneidade.

Estas observações confirmam a expectativa de que, se a heterogeneidade estiver fora da região entre o transmissor e o receptor, ela exercerá pouca ou nenhuma influência sobre medidas efetuadas em superfície. Todavia, a influência da heterogeneidade será considerável quando ela estiver entre o transmissor e o receptor. Resta, no entanto, verificar exatamente em que posição, dentro dessa região, a heterogeneidade provoca maior perturbação no campo magnético do semi-espaço homogêneo. Como não é possível localizar tal posição visualmente,

isso será feito através da diferença entre os campos magnéticos total e primário, utilizando a função Detetabilidade a ser definida a seguir.

2.6 - DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO DETETABILIDADE (Δ)

O objetivo desta seção é gerar uma expressão matemática capaz de medir a influência da heterogeneidade nos valores do campo magnético na superfície da Terra. Esta medição nos permitirá identificar a posição em que a heterogeneidade fornece a máxima contribuição para o sinal no receptor. Para isso, algumas definições são necessárias: *Sinal Primário* (Sp) é definido como o sinal medido no receptor quando o semi-espaco inferior é homogêneo; e *Sinal Total* (St) é o sinal medido no receptor quando houver uma heterogeneidade no interior do semi-espaco.

Evidentemente, a influência da heterogeneidade nas medidas é revelada pela diferença $St - Sp$. Pode-se, então, associá-la à capacidade do sistema eletromagnético em detetar a heterogeneidade. Embora hajam diferentes maneiras de representar a detetabilidade de uma heterogeneidade, nenhuma foi, até agora, definitivamente consagrada. As formas anteriores à nossa serão apresentadas e sumariamente discutidas a seguir.

- a) $\Delta_1 = St - Sp$. Esta forma, apresentada por PATRA & MALLICK (1980), indica apenas a diferença entre o valor do sinal total e o valor do sinal primário e, por este motivo, pode levar a conclusões erradas a respeito da detetabilidade. Por exemplo: um determinado valor $\Delta_1 = 1,0$, obtido de $St = 2,0$ e $Sp = 1,0$, indicaria que a heterogeneidade é facilmente detetada, já que foi capaz de aumentar em 100% o sinal total em relação ao primário. Porém, este mesmo valor, obtido por $St = 101,0$ e $Sp = 100,0$, indicará que a heterogeneidade tem pouca influência na medida, pois alterou em apenas 1% o valor de Sp . Isto ocorre porque Δ_1 não compara a influência da heterogeneidade com o valor de referência associado a Sp . Conclui-se, portanto, que o valor da detetabilidade Δ_1 não tem relevância como parâmetro de interpretação, já que o seu valor numérico, tomado isoladamente, não é capaz de indicar, sem ambiguidade, a intensidade da influência da heterogeneidade nas medidas.
- b) $\Delta_2 = St/Sp$. Esta é outra forma apresentada por PATRA & MALLICK (1980). A comparação da influência da heterogeneidade com um valor de referência (sinal primário), omitida na definição anterior, é agora levada em consideração. No entanto, a contribuição da heterogeneidade está incluída apenas como parte do valor do sinal total St , que também contém informações do semi-espaco homogêneo, encobrendo bastante a influência da heterogeneidade no valor calculado para Δ_2 .

- c) $\Delta_3 = (St - Sp)/Sp$. DUVAL & LOEB (1967) sintetizaram nesta fórmula dois aspectos importantes citados anteriormente: 1º) associaram a detetabilidade à diferença $St - Sp$; 2º) compararam esta diferença com o valor do sinal primário. Este procedimento enfatiza o que se pretende observar ($St - Sp$) e permite a sua comparação com um valor de referência, revelando a importância da heterogeneidade nas medidas. No entanto, o sinal primário Sp é variável, podendo inclusive tornar-se nulo, como no caso de medidas de fase (Figura 2.4), provocando singularidades em Δ_3 . Deve-se lembrar também que Sp , utilizado como valor de referência para parametrizar a influência da heterogeneidade nas medidas, varia com o número de indução (r/δ), o que dificulta a interpretação dos valores de Δ_3 .
- d) $\Delta_4 = |St - Sp|_{max}/|Sp|$. DEY & MORRISON (1973) utilizam esta expressão para calcular a detetabilidade através da amplitude dos campos magnéticos normal e tangencial à superfície da Terra. Este procedimento difere do anterior apenas por utilizar o valor máximo da diferença $St - Sp$. Isto corresponde, no caso de medidas eletromagnéticas no domínio da frequência, a considerar apenas um número de onda, aquele em que $|St - Sp|$ é máximo. Esta expressão tem a desvantagem de ignorar se o sinal total é maior ou menor que o primário. Além disso, valem aqui as mesmas restrições quanto ao denominador, observadas no item anterior.
- e) $\Delta_5 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta_j^2}$; onde $\delta_j = St_j - Sp_j$ e n é o número de frequências. Este procedimento denominado "Root Mean Square" (RMS) foi proposto por Mallick & Verma apud PATRA & MALLICK (1980). De acordo com esta definição, calcula-se a média quadrática dos desvios δ_j para n frequências. O cálculo da detetabilidade por Δ_5 é adequado quando se deseja observar o efeito conjunto de todo o espectro de frequências. Todavia, quando se pretende estudar a localização da heterogeneidade, o efeito de cada frequência deve ser considerado separadamente, pois a profundidade de penetração da onda eletromagnética depende da frequência e, portanto, quando a heterogeneidade se encontra a uma certa profundidade, diferentes frequências revelam diferentes contribuições dessa heterogeneidade para o sinal medido. Assim sendo, a definição Δ_5 não deve ser aplicada se o objetivo for a localização de heterogeneidades.

Um outro modo de proceder, devido a KAUFMAN (1985), consiste em construir uma função do tipo $Qh = \frac{QH_o + QH_1}{QH_o}$, onde Q refere-se à componente em quadratura do campo magnético H_o (corresponde ao campo primário de um meio encaixante homogêneo) e H_1 (corresponde ao campo secundário dado pela diferença entre o campo total e o campo primário). Tais funções são utilizadas para medir a influência do meio encaixante no campo espalhado por uma heterogeneidade condutora. Reescrevendo essa função como $Qh = 1 + \frac{QH_1}{QH_o}$,

verifica-se que esta se reduz a um caso semelhante ao do tipo descrito por Δ_3 .

As considerações feitas até aqui nos levaram a definir a função Detetabilidade como

$$\Delta = \frac{St - Sp}{Sp_{max}} \times 100\% \quad (2.36)$$

em que Sp_{max} é um valor fixo, dado pelo valor máximo do Sinal Primário, observado em todo o espectro de frequências, conforme referido na Tabela 2.1.

Esta função foi construída com o objetivo de resolver as deficiências apontadas nas abordagens citadas anteriormente. Note-se, então, que a função Δ possui as seguintes características:

- a) não apresenta singularidades pois o denominador da equação (Sp_{max}) é constante;
- b) depende da diferença $St - Sp$ que revela a contribuição da heterogeneidade, ao mesmo tempo em que é representada como um percentual de um valor de referência (Sp_{max}), combinando assim as vantagens de Δ_1 , Δ_2 e Δ_3 , porém sem as deficiências das mesmas, especialmente as possíveis singularidades de Δ_3 ;
- c) seu valor é calculado para cada frequência individualmente. Assim sendo, é possível a localização da heterogeneidade tanto em profundidade como lateralmente, no caso 2D, em relação ao sistema transmissor-receptor;
- d) qualquer tamanho, forma ou contraste de condutividade pode ser considerado para avaliar a influência desses parâmetros na localização da zona principal.

Note-se que os símbolos St , Sp e Sp_{max} , que se encontram na equação (2.36), podem indicar valores de amplitude ou de fase dos sinais correspondentes. Portanto, a função Δ é uma função real de variáveis reais e o seu valor, calculado para amplitude de um sinal, não está vinculado com aquele calculado para fase do mesmo sinal. Isto só aconteceria se Δ fosse uma função complexa.

Observe-se, também, que o valor percentual fornecido pela definição da equação (2.36) tem como referência o valor máximo do Sinal Primário. No entanto, a diferença $St - Sp$ pode, em alguns casos, até ultrapassar em módulo o valor de Sp_{max} , conferindo a Δ valores percentuais superiores a 100 %. Portanto, o número dado pela função Δ indica a intensidade relativa da influência da heterogeneidade, mas não indica o percentual de uma contribuição em relação ao seu máximo tomado como referência. Para que a função Δ apresentasse essa característica, seria possível defini-la como:

$$\Delta_6 = \frac{|St - Sp_1|}{|Sp_2 - Sp_1|} \times 100\%, \quad (2.37)$$

para amplitude, onde Sp_1 e Sp_2 são os sinais obtidos na superfície de semi-espacos homogêneos de condutividades σ_1 e σ_2 , respectivamente. Sendo σ_1 a condutividade do "background" e σ_2 a condutividade da heterogeneidade. Neste caso, $St \rightarrow Sp_2$ e $\Delta \rightarrow 100\%$ quando a posição e dimensões da heterogeneidade forem suficientes para que ela seja considerada um semi-espaco homogêneo. Por outro lado, o valor de $St \rightarrow Sp_1$ e $\Delta \rightarrow 0$ quando as dimensões da heterogeneidade forem desprezíveis. Esta última situação também se verifica na função Δ definida na equação (2.36).

Infelizmente, a definição de Δ_6 apresentada na equação (2.37) envolve Sp_2 cujo cálculo requer o valor de σ_2 , a condutividade da heterogeneidade, que é desconhecida, a não ser em estudos teóricos onde são conhecidos previamente todos os parâmetros do modelo. Se, todavia, pretende-se obter uma função que tenha utilidade prática, a função Δ dada pela equação (2.36) é mais adequada, pois St é o sinal medido experimentalmente e Sp pode ser obtido através de uma estimativa para a condutividade do "background" a partir de informações *a priori*, de medidas em regiões "estéreis" (onde não se espera que ocorram heterogeneidades) ou, como é usual em métodos eletromagnéticos, medidas em alta frequência.

Dessa forma, uma função com as características de Δ_6 será substituída por outra, como a função Δ , com vistas à sua aplicação a situações práticas. Esta função tem as propriedades necessárias para representar a influência de qualquer heterogeneidade no interior de um semi-espaco. Na próxima seção, serão definidos os parâmetros envolvidos na sua representação gráfica.

Outra abordagem para identificar a influência da heterogeneidade em medidas eletromagnéticas é a de *Derivadas de Fréchet*, que teve origem nos trabalhos de BACKUS & GILBERT (1967 e 1968) sobre inversão de dados geofísicos. Esta abordagem consiste em determinar uma função de ponto chamada "função de sensibilidade", capaz de revelar a influência de uma heterogeneidade de dimensões pontuais e propriedade física ligeiramente diferente daquela do meio que a envolve. A abordagem das Derivadas de Fréchet vem descrita no Anexo B. No caso de métodos elétricos, contribuições significativas voltadas para a indução eletromagnética em modelos unidimensionais foram dadas por PARKER (1971, 1972 e 1977) e OLDENBURG (1979) para o caso magnetotelúrico, OLDENBURG (1978) sobre sondagens de resistividade dc, CHAVE (1984) para fontes de campo elétrico com forma arbitrária e em GÓMES-TREVIÑO (1987 a, b) comparando medidas magnetotelúricas nos domínios do tempo e da frequência.

O método das Derivadas de Fréchet é bastante útil na identificação das regiões em que a heterogeneidade mais influencia nas medidas. Entretanto, como decorrência da própria formulação teórica, duas restrições podem ser observadas:

- a) a perturbação no valor da propriedade física deve ser arbitrariamente pequena;
- b) esta perturbação é pontualmente localizada.

As duas restrições acima são cruciais, pois através da função de sensibilidade não se pode verificar a influência de elevados contrastes de condutividade, como também não é possível estudar, pelo menos com a formulação apresentada nas referências citadas, a influência das dimensões da heterogeneidade na sua localização. A última observação é especialmente importante, pois é necessário verificar como as dimensões do corpo influenciam na localização da região em questão.

2.7 - CÁLCULO E REPRESENTAÇÃO DA FUNÇÃO Δ : UM EXEMPLO

Será apresentado, nesta seção, um exemplo de utilização da função Δ , definida pela equação (2.36), para o caso de uma heterogeneidade unidimensional (modelo 1D), visando interpretar seu comportamento e apresentar os parâmetros utilizados na sua representação gráfica.

Entre os fatores, que influenciam na posição da zona principal, estão a condutividade do "background" e a frequência de operação. Estas grandezas físicas podem ser agrupadas com a profundidade da heterogeneidade (p) no parâmetro $p/\delta = p(\omega\mu\sigma_1/2)^{1/2}$, onde δ é o "skin depth" da onda plana em um semi-espaco homogêneo de condutividade σ_1 . Como p/δ reúne, em um só parâmetro, a profundidade da heterogeneidade, a frequência de operação e a condutividade do "background", este parâmetro será utilizado na representação gráfica de Δ , o que é sempre possível no intervalo de validade da aproximação quase-estática ($\sigma/\omega\epsilon \gg 1$). Outro fator importante na localização da zona principal é a separação transmissor-receptor (r), que pode ser parametrizada pela profundidade da heterogeneidade (r/p), sendo então utilizada desta forma na representação da função Δ , dentro da aproximação quase-estática. Portanto, no parâmetro p/δ , a frequência é a única grandeza sobre a qual se tem controle durante um levantamento de campo de dados eletromagnéticos, as demais são características da área onde se faz o levantamento. Já no parâmetro r/p , r é a grandeza sobre a qual se tem controle. Estes dois parâmetros, então, representam variações da frequência e da separação transmissor-receptor, respectivamente.

Calculando o campo magnético total através das equações (2.2) e (2.3), e o campo magnético primário através das equações (2.11) e (2.12) ou (2.17) e (2.18), obtém-se os valores da função Δ aplicando a equação (2.36). O cálculo de Δ será então efetuado para quatro grandezas: amplitude de H_x , amplitude de H_z , fase de H_x e fase de H_z . Para facilitar,

essas quatro grandezas serão referidas utilizando os símbolos:

$\Delta_{|H_x|}$ - Função Δ calculada para amplitude de H_x

$\Delta_{|H_z|}$ - Função Δ calculada para amplitude de H_z

$\Delta_{\phi H_x}$ - Função Δ calculada para fase de H_x

$\Delta_{\phi H_z}$ - Função Δ calculada para fase de H_z

Os valores obtidos para a função Δ em cada um dos casos estão representados nas Figuras 2.10 e 2.11, para o modelo 1D (Figura 2.1) utilizando $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $\sigma_2/\sigma_1 = 10$, $p = 100$ m, $r/p = 2$ e $e/p = 1/10$.

Observam-se, porém, algumas peculiaridades dos parâmetros envolvidos na representação da função Δ . Os valores de p/δ na Figura 2.10 foram obtidos com p e σ_1 fixos, variando-se apenas a frequência ω . Entretanto, o mesmo resultado seria obtido fixando a frequência e a condutividade e variando a profundidade, de modo a manter constantes as razões r/p e e/p . Isto equivale a dizer que, para efeito de interpretação, variações de frequência e de profundidade produzem efeitos equivalentes. Além disso, a função Δ é também invariante em relação a σ_1 , quando essa variação pode ser compensada pela variação da frequência (ω). A importância deste fato é que o parâmetro p/δ associado a cada extremo de Δ é único, independente dos valores particulares de p e de σ_1 que produzem o extremo considerado. Portanto, pode-se referir às variações de p/δ como sendo devidas exclusivamente a variações na frequência, sobre a qual se tem controle durante um levantamento de dados eletromagnéticos.

Deve-se, ainda, notar que a função Detetabilidade representada nas Figuras 2.10 e 2.11, possui r/p e e/p como parâmetros fixos. A utilização destes é conveniente porque a função Δ é invariante em relação a p , desde que, evidentemente, mantidos constantes os parâmetros σ_2/σ_1 , r/p e e/p . Pode-se verificar este fato também nas Figuras 2.10 e 2.11, onde as linhas cheia e tracejada foram obtidas com $p = 100$ m, $r = 200$ m e $e = 10$ m, e as marcas ($\diamond$ e $\square$) sobre essas curvas representam os correspondentes valores de Δ para $p = 200$ m com $r = 400$ m e $e = 20$ m, mantendo $r/p = 2$ e $e/p = 1/10$.

Verifica-se, nas Figuras 2.10 e 2.11, que a função Δ tende a zero, tanto para valores muito pequenos quanto para valores muito grandes de p/δ . Isto ocorre tanto para as medidas de amplitude (Figura 2.10) como para as de fase (Figura 2.11), indicando que o valor do campo magnético total tende para o valor do campo magnético primário nesses limites. Isto significa que, para frequências baixas ou pequenas profundidades da heterogeneidade, predomina a influência do "background" no Sinal Total, o mesmo ocorrendo para altas frequências ou

heterogeneidades a grandes profundidades. No entanto, existe um valor intermediário de frequência ou de profundidade, no qual a contribuição da heterogeneidade para o Sinal Total é máxima, o que leva a função Δ a um extremo. Este valor particular é importante, pois sendo conhecidas a frequência de operação e a condutividade do “background”, pode-se obter uma estimativa para o valor da profundidade da heterogeneidade. No próximo capítulo, serão utilizados esses extremos para localizar heterogeneidades.

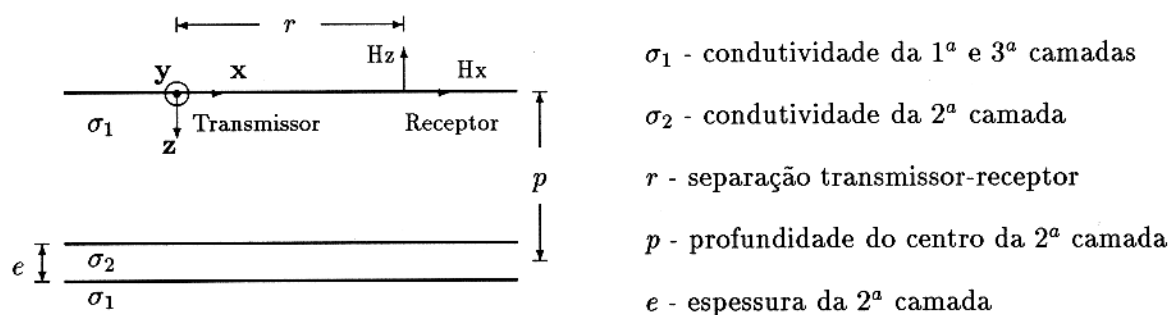


Figura 2.1 - Modelo unidimensional (Modelo 1D).

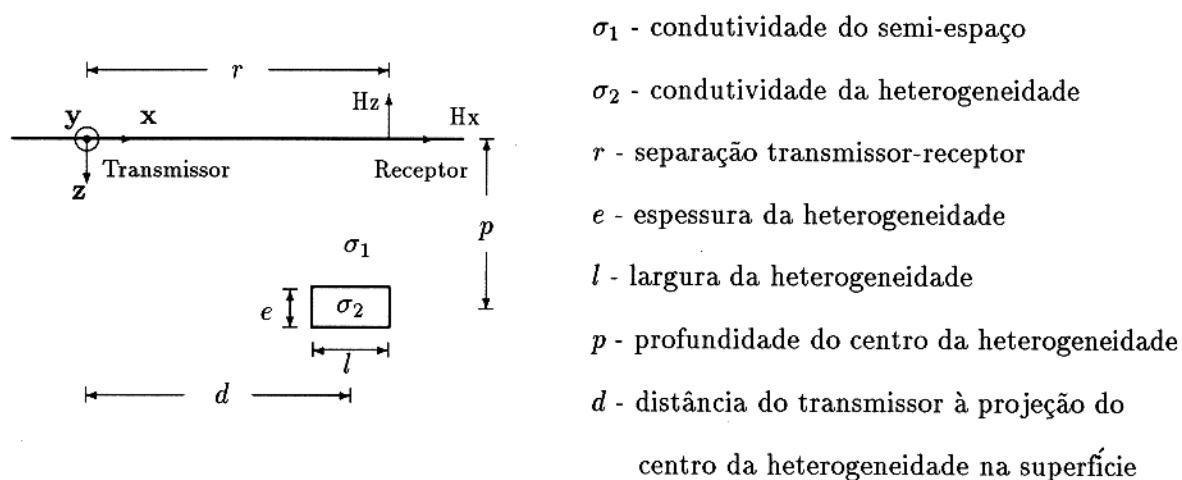


Figura 2.2 - Modelo bidimensional (Modelo 2D).

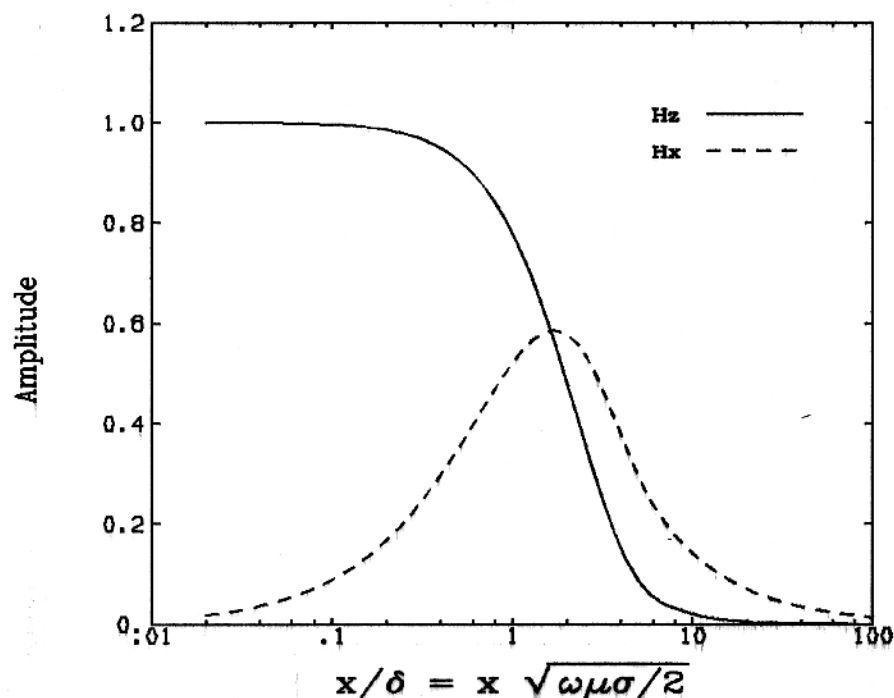


Figura 2.3 - Amplitude das componentes normal (H_z) e tangencial (H_x) do campo magnético normalizado, devido a uma linha de corrente, na superfície de um semi-espaco homogêneo, em função de x/δ .

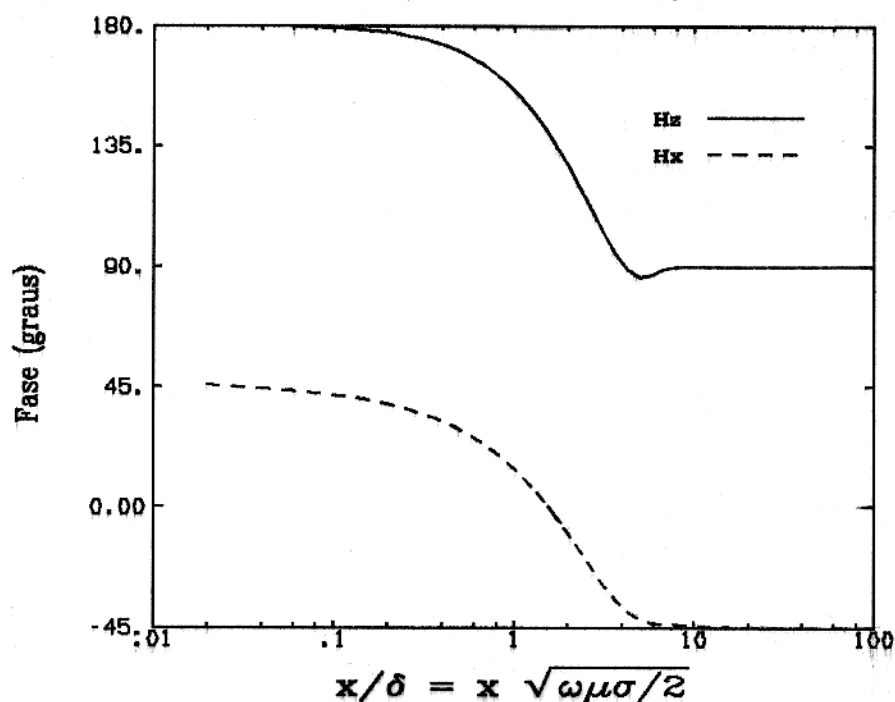


Figura 2.4 - Fase das componentes normal (H_z) e tangencial (H_x) do campo magnético normalizado, devido a uma linha de corrente, na superfície de um semi-espaco homogêneo, em função de x/δ .

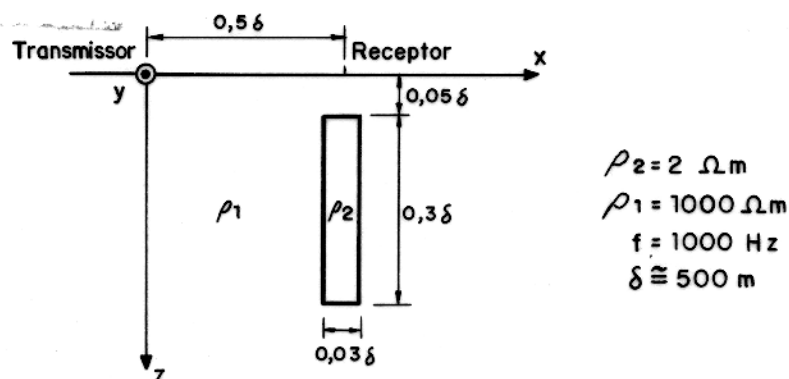


Figura 2.5 - Modelo bidimensional utilizado para comparação do algoritmo de elementos finitos com o de equação integral, adaptado de HOHMANN (1971).

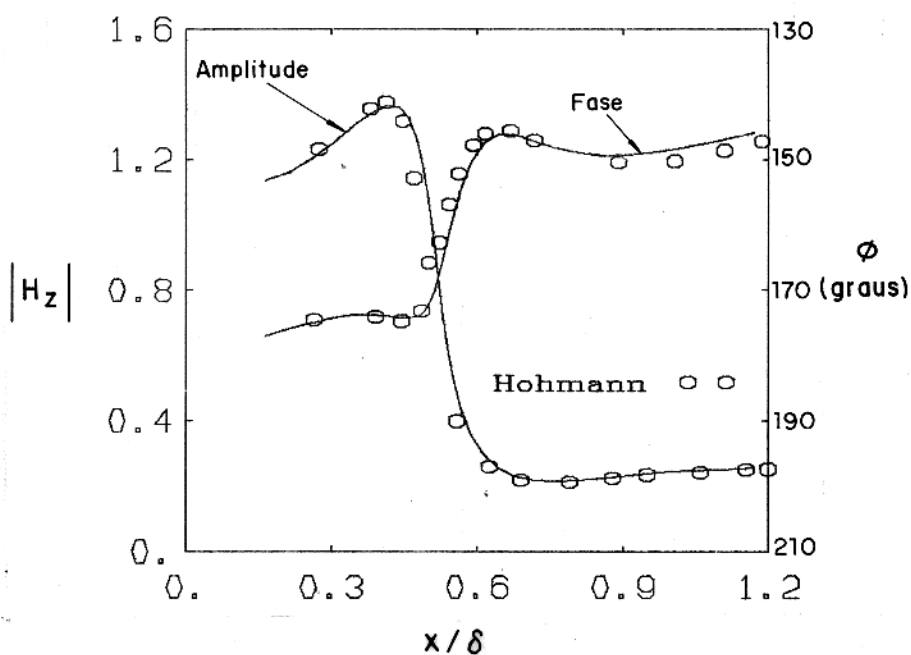


Figura 2.6 - Amplitude e fase da componente normal (H_z) do campo magnético normalizado, comparando resultados fornecidos pelo algoritmo de elementos finitos por nós desenvolvido (representado em linha cheia), com o de equação integral de HOHMANN (1971), representado por círculos.

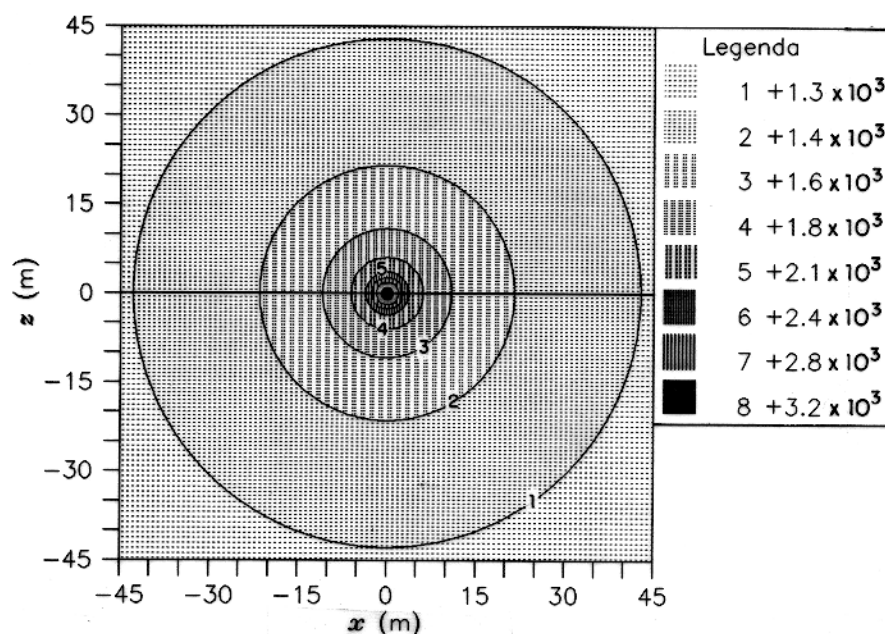


Figura 2.7 - Linhas de contorno do campo elétrico normalizado, nas proximidades de uma linha de corrente localizada no vácuo. Os valores indicados foram calculados para frequência de 10^5 Hz.

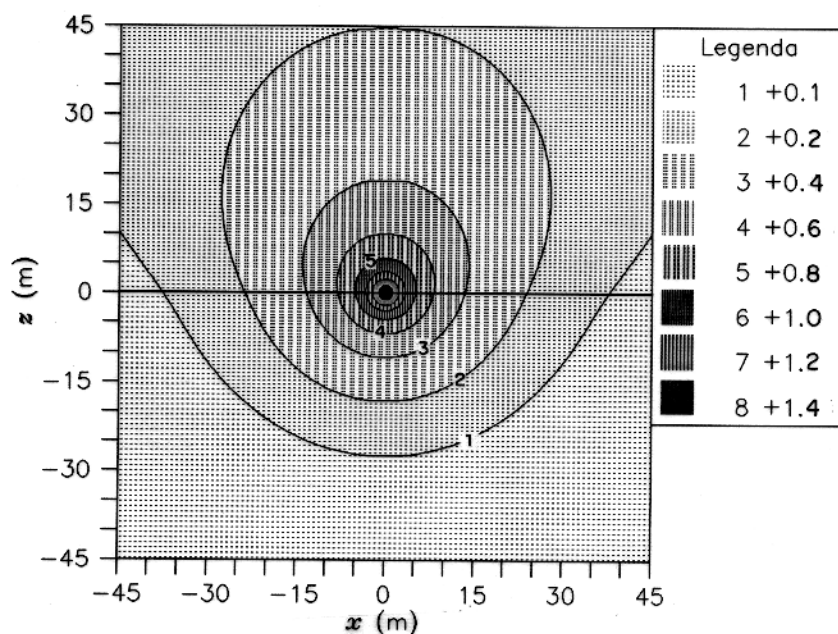


Figura 2.8 - Linhas de contorno do campo elétrico normalizado, nas proximidades de uma linha de corrente localizada na superfície de um semi-espaço homogêneo de condutividade $\sigma_1 = 0,01$ S/m, com frequência de 10^5 Hz.

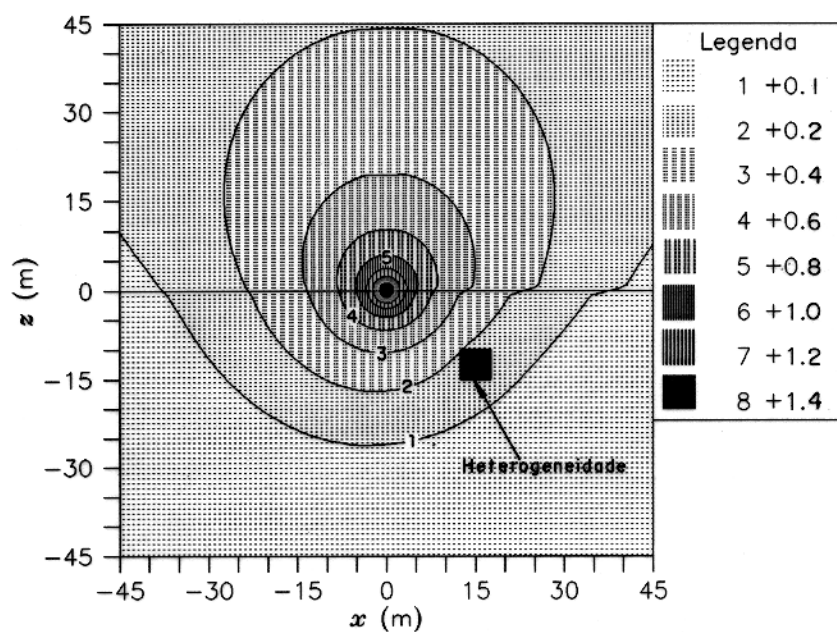


Figura 2.9 - Linhas de contorno do campo elétrico normalizado, nas proximidades de uma linha de corrente localizada na superfície de um semi-espço homogêneo de condutividade $\sigma_1 = 0,01$ S/m, contendo uma heterogeneidade bidimensional com $\sigma_2 = 0,1$ S/m, $d = 15$ m, $e = 5$ m, $l = 5$ m, $p = 12,5$ m, com frequência de oscilação da corrente igual a 10^5 Hz.

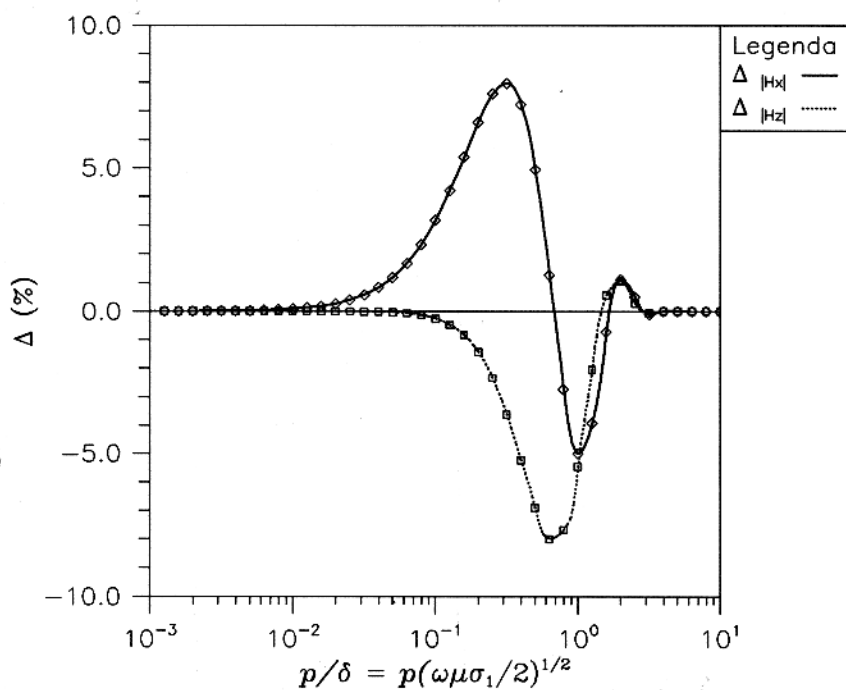


Figura 2.10 - Função Δ calculada para amplitude das componentes tangencial (H_x) e normal (H_z), do campo magnético normalizado, em função de (p/δ) , para o modelo 1D da Figura 2.1, com os seguintes dados: $\sigma_1 = 0,01$ S/m; $\sigma_2/\sigma_1 = 10$; $r/p = 2$ e $e/p = 1/10$. Os valores representados pelas linhas cheia e tracejada foram obtidos com $e = 10$ m, $r = 200$ m e $p = 100$ m, enquanto que aqueles indicados por $\diamond$ e $\square$ foram obtidos com $e = 20$ m, $r = 400$ m e $p = 200$ m.

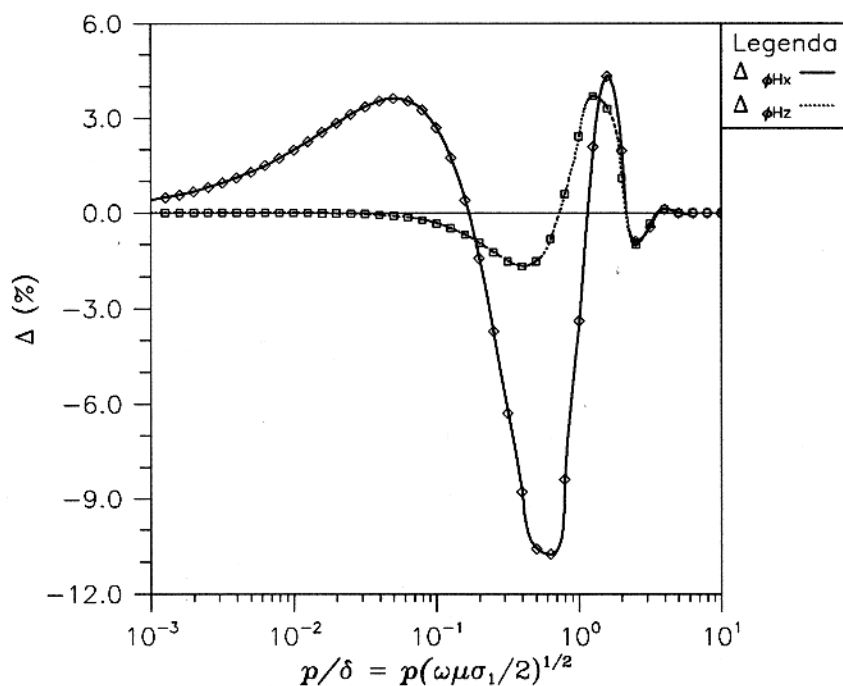


Figura 2.11 - Função Δ calculada para fase das componentes tangencial (H_x) e normal (H_z), do campo magnético normalizado, em função de (p/δ) , para o modelo 1D da Figura 2.1, com os seguintes dados: $\sigma_1 = 0,01$ S/m; $\sigma_2/\sigma_1 = 10$; $r/p = 2$ e $e/p = 1/10$. Os valores representados pelas linhas cheia e tracejada foram obtidos com $e = 10$ m, $r = 200$ m e $p = 100$ m, enquanto que aqueles indicados por $\diamond$ e $\square$ foram obtidos com $e = 20$ m, $r = 400$ m e $p = 200$ m.

3 - ESTUDO DO MODELO UNIDIMENSIONAL

Com o objetivo de localizar a zona principal, será feito primeiramente o estudo de heterogeneidades unidimensionais, consistindo de uma camada ilimitada (Figura 2.1). Para tanto, será estudada a influência dos diversos parâmetros físicos e geométricos do modelo na caracterização dos extremos da função Detetabilidade (Δ), tanto para amplitude como para fase das componentes do campo magnético tangencial (H_x) e normal (H_z) à superfície da Terra.

O sistema físico a ser estudado, neste capítulo, está representado na Figura 2.1, sendo caracterizado pelas variáveis p , e , r , σ_1 , σ_2 , indicadas na própria figura, incluindo também a frequência (ω) de oscilação da corrente na fonte.

O nosso objetivo é determinar o valor da profundidade p_o , na qual a heterogeneidade (2ª camada) provoca um valor extremo na função Δ , ou seja, precisa-se saber em que profundidade uma heterogeneidade em forma de camada infinita pode ser melhor detetada através de medidas obtidas na superfície da Terra. Para maior generalidade dos resultados, a função Δ será representada em termos dos parâmetros adimensionais p/δ , r/p , e/p e σ_2/σ_1 , variando apenas o parâmetro em relação ao qual se quer obter a influência em cada caso.

Três questões fundamentais podem ser levantadas sobre a profundidade (p_o) da zona principal: 1) Ela *existe* ? 2) Caso exista, ela é *única* ? 3) Uma vez que seu valor tenha sido determinado, ele é *estável* ? Existência, unicidade e estabilidade são condições necessárias e suficientes para que um problema seja considerado *bem posto* (TIKHONOV & ARSENIN, 1977). Grande parte, porém, dos problemas físicos são *mal postos*, ou seja, pelo menos uma das três condições acima não é satisfeita. Para melhor caracterizar a solução aqui obtida, será verificada cada uma dessas condições no decorrer deste trabalho.

3.1 - EXISTÊNCIA E UNICIDADE DA ZONA PRINCIPAL

Sendo r (separação transmissor-receptor) e ω (frequência de oscilação da corrente no transmissor) os únicos parâmetros sujeitos ao controle do operador em um levantamento típico de dados de campo, a função Δ será representada em função dos parâmetros adimensionais r/p e $p/\delta = p(\omega\mu\sigma_1/2)^{1/2}$, sendo o primeiro associado às variações de r e o segundo às variações de ω , com p , μ e σ_1 fixos para uma determinada situação. Além disso, serão

mantidos constantes, neste caso, os valores de $e/p = 1/10$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. A influência da variação destes parâmetros será analisada em separado, posteriormente.

Variando a separação transmissor-receptor (r) no modelo 1D, a contribuição da heterogeneidade para o sinal obtido no receptor será diferente para cada r . No entanto, é fácil obter os comportamentos assintóticos extremos. Tanto para $r/p \ll 1$ como para $r/p \gg 1$ há predominância do "background" em relação à heterogeneidade, fazendo $\Delta \rightarrow 0$ em ambos os casos. Além disso, existem valores intermediários de r para os quais a influência da heterogeneidade é extremizada. Por outro lado, para uma distância r fixa, sempre que $p/\delta \ll 1$ ou $p/\delta \gg 1$, a influência da heterogeneidade é desprezível e $\Delta \rightarrow 0$ em ambos os casos. Os extremos da função Δ também são igualmente reproduzidos para os valores intermediários de p/δ .

Para confirmar os resultados acima indicados, a função Δ , calculada através da equação (2.36), vem apresentada nas Figuras 3.1 a 3.4 para amplitude e fase das componentes normal e tangencial do campo magnético observado no receptor. Observe-se que em todas as figuras b, foi limitado o valor máximo de p/δ em 2,0, por conter a região de interesse. De um modo geral, o comportamento das assíntotas de Δ se confirmam. Note-se, porém, que fixando p/δ e variando r/p a contribuição da heterogeneidade, em geral, é atenuada muito mais lentamente do que no caso contrário, isto é, fixando r/p e variando p/δ .

A primeira das três questões levantadas sobre a profundidade da zona principal já pode ser respondida. Identificam-se nas Figuras 3.1 a 3.4 dois extremos globais de Δ , em todos os casos: um extremo positivo e outro negativo. A presença desses extremos de Δ garante que a solução procurada para a profundidade da zona principal *existe*, isto é, há uma configuração transmissor-receptor, frequência e profundidade ($p = p_o$) em que uma heterogeneidade provoca a máxima influência nas medidas do campo eletromagnético.

Quanto à unicidade de p_o , o fato de haver dois extremos, cada um deles associado a um par $(r/p, p/\delta)$, indica que existem dois diferentes arranjos de (r, ω) que ocasionam pontos extremos para a função Δ : um arranjo associado ao máximo e o outro ao mínimo do Sinal Total, que poderão ser facilmente determinados em um levantamento de rotina no campo. Os valores de r/p e p/δ correspondentes a esses extremos de Δ vem associados, de modo redundante, à profundidade da heterogeneidade e ao produto $\mu\sigma_1$, na posição em que ela é melhor identificada através de medidas em superfície, podendo portanto ser utilizados para determinar, independentemente, em duas situações de (r, ω) , o valor da profundidade (p_o) do centro da heterogeneidade e o valor do produto $\mu\sigma_1$ do "background". A unicidade está assegurada nas duas situações, que por corresponderem a diferentes porções de um semi-espaço (em decorrência de dois "skin depths" diferentes), nos casos práticos podendo até

corresponder a múltiplas heterogeneidades, não devem normalmente dar valores exatamente iguais. Desse modo, os valores obtidos poderão ser utilizados no cálculo dos valores médios mais prováveis de p_o e $\mu\sigma_1$. Como, nos ambientes geológicos em geral, a permeabilidade magnética pode ser aproximada para o seu valor no vácuo $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}$ Henry/m, fica então determinado univocamente o valor de σ_1 .

Os extremos globais de Δ e os correspondentes valores de r/p e p/δ vem indicados na Tabela 3.1. Note-se que os extremos de Δ obtidos para diferentes funções ocorrem em diferentes valores de r/p e p/δ .

Tabela 3.1 - Extremos globais de Δ e correspondentes valores de r/p e p/δ para amplitude e fase de H_x e H_z . Modelo 1D com $e/p = 1/10$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

Função calculada	Pico positivo			Pico negativo		
	Δ (%)	r/p	p/δ	Δ (%)	r/p	p/δ
$\Delta_{ H_x }$	7,97	2,10	0,30	-13,00	6,90	0,50
$\Delta_{ H_z }$	1,19	2,70	1,70	-10,74	3,90	0,54
$\Delta_{\phi H_x}$	17,97	6,96	0,84	-15,77	10,25	0,27
$\Delta_{\phi H_z}$	11,84	6,20	0,84	-7,22	14,72	0,24

As detetabilidades associadas às fases, em especial à de H_x , atingem valores mais elevados do que as detetabilidades associadas às amplitudes (Tabela 3.1). Assim, as medidas de fase são, em geral, mais sensíveis à presença de condutores unidimensionais do que as medidas de amplitude.

Comparando os valores extremos de $\Delta_{|H_x|}$ e $\Delta_{\phi H_x}$ com os de $\Delta_{|H_z|}$ e $\Delta_{\phi H_z}$, respectivamente, verifica-se que a componente tangencial H_x do campo magnético é mais sensível à presença da heterogeneidade do que a componente normal H_z , tanto para medidas de amplitude como de fase. Este resultado já havia sido qualitativamente observado por DEY & MORRISON (1973), entretanto, a partir dos valores indicados na Tabela 3.1 pode-se avaliar quantitativamente a superioridade das medidas de H_x em relação à H_z , em cada caso, no que se refere à capacidade de detetar a presença de uma heterogeneidade condutora unidimensional.

O pico positivo de $\Delta_{|H_z|}$ corresponde à pior condição de detetabilidade ($\Delta_{|H_z|} = 1,19$ %). Nesta situação, o campo total e o campo primário têm amplitudes muito próximas. Portanto, fica comprometida a confiabilidade na interpretação dos resultados baseados nessa função, pois tal diferença poderia ser produzida até por ruídos geológicos e/ou instrumentais.

Para facilitar a avaliação do desempenho de cada um dos extremos de Δ em relação

aos diferentes aspectos que serão considerados, foi elaborado um quadro-resumo (Tabela 3.4 apresentada ao final da seção 3.3) construído ao longo da análise dos diversos parâmetros. As informações qualitativas contidas neste quadro estão baseadas nos resultados quantitativos indicados nas demais tabelas, gráficos e discussões deste capítulo. Uma avaliação qualitativa referente ao valor numérico da função Δ em cada extremo vem apresentada na primeira linha da Tabela 3.4. Este valor numérico revela a intensidade do Sinal Total comparado ao Primário; vem daí o termo *intensidade do sinal*, utilizado neste caso. Note-se que este parâmetro é crucial na comparação com a relação sinal-ruído que deve ser sempre considerada na interpretação de dados. Foram utilizados, neste caso, apenas dois índices qualitativos, *Bom* e *Ruim*, para facilitar a avaliação final, sendo classificados como *Bom* valores de, pelo menos, uma ordem de grandeza superior a 1 % (nível de ruído da medida), e *Ruim* abaixo desse índice.

Vamos considerar agora os valores de r/p associados aos extremos de Δ . A Figura 3.5 representa os oito extremos de Δ em ordem crescente dos valores de r/p a eles associados. O pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ ocorre quando a heterogeneidade está a uma profundidade $p = 0,48r$ que é aproximadamente igual à metade da separação transmissor-receptor. A relação $p_o = 0,5r$ tem sido *empiricamente* associada à profundidade da zona principal para o caso de baixas frequências (HALLOF, 1957; SATO, 1979). Por outro lado, o pico negativo de $\Delta_{\phi Hz}$ ocorre quando a heterogeneidade está a uma profundidade $p = 0,07r$. Estas são a maior e a menor profundidades da heterogeneidade, respectivamente, associadas aos extremos de Δ . Em termos práticos, pode-se então afirmar que, para uma separação transmissor-receptor fixa, o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ vem associado a heterogeneidades de maior profundidade do que qualquer uma das outras funções calculadas. Portanto, é possível estabelecer um critério de qualidade dentre as diversas funções medidas, em relação à sua profundidade máxima de exploração. Este critério será arbitrado com base nos valores de r/p dados na Tabela 3.1, conforme passamos a expor: *Excelente* para $r/p \leq 2$, *Bom* para $2 < r/p \leq 3$ e *Ruim* para $r/p > 3$. A avaliação qualitativa das funções quanto à profundidade de exploração vem indicada na Tabela 3.4, seguindo o critério acima citado.

É possível também utilizar esses resultados para confirmar a presença da heterogeneidade a uma certa profundidade. Imagine que a camada que representa a heterogeneidade esteja a uma profundidade p_h , e que o levantamento de dados inicia com uma separação transmissor-receptor $r < p_h$, com r aumentando sucessivamente. Já se sabe que o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ será o primeiro a indicar a presença da camada condutora quando $r = 2,10p_h$ e $p_h/\delta = 0,30$. Continuando a aumentar r , os outros extremos passarão também a indicar a presença da referida heterogeneidade. Por exemplo, o extremo negativo de $\Delta_{|Hz|}$ o fará em $r = 3,90p_h$ e $p_h/\delta = 0,54$ e o extremo positivo de $\Delta_{\phi Hz}$ em $r = 6,20p_h$ e $p_h/\delta = 0,84$. Assim, se

ocorrerem todos ou a maioria dos picos da função Δ nos valores de r previstos, iniciando com $r/p_h = 2, 10$, fica confirmada a profundidade da heterogeneidade. Deve-se, ainda, ressaltar que na sequência citada, os valores de tais extremos de Δ irão ocorrer para valores de ω cada vez mais altos.

Vejamos agora os valores de p/δ associados aos extremos de Δ na Tabela 3.1. Esses valores indicam que a profundidade em que a heterogeneidade produz os extremos de Δ é inferior ao "skin depth", com exceção do pico positivo de $\Delta_{|Hz|}$, para o qual $p = 1,70\delta$. Note-se que o sinal associado ao máximo desta função está obrigatoriamente atenuado, o que explica o baixo valor obtido para Δ , perdendo na verdade o seu valor prático.

Pode-se, também, utilizar os valores de p/δ para estimar a profundidade da heterogeneidade. Para melhor visualizar a relação dos extremos de Δ com diferentes profundidades, cada um desses extremos será representado na Figura 3.6, em ordem crescente de p/δ . É interessante notar que os valores de p/δ associados aos picos positivos de $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$ são iguais, e os picos negativos muito próximos, o que indica que ambos devem estar relacionados a uma mesma característica física do modelo. Essa mesma evidência vem reforçada pela coincidência dos valores de p/δ , quando este varia em função de e/p (sendo e a espessura da camada), correspondentes aos extremos (positivo e negativo) de $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$, conforme mostrado nas Figuras 3.9 c e d. Embora não aprofundado nesta tese, acreditamos que essa coincidência dos extremos de Δ na fase deve estar associada às profundidades do topo e da base da camada condutora. Somente o caso limite, quando a base se distancia muito do topo ($e/p \geq 1$), será estudado em detalhe nesta tese, na seção 3.3.1.

A partir de um modelo particular, em que a heterogeneidade possui espessura e condutividade fixas, foram obtidos os valores de r/p e p/δ associados aos extremos globais de Δ , conforme se indica na Tabela 3.1. Esses valores podem ser utilizados para calcular a profundidade da zona principal, pois conhecendo-se o valor de r em que ocorre um determinado extremo de Δ e o valor de r/p tabelado, calcula-se $p = p_o$. Da mesma forma, conhecendo-se o valor de δ em que ocorre o extremo de Δ e o valor de p/δ tabelado, pode-se obter $p = p_o$. Portanto, a determinação de p_o está vinculada aos valores de r/p e p/δ associados aos extremos globais de Δ . Assim sendo, é necessário que tais extremos de Δ apresentem boa resolução em relação a esses parâmetros e que estes sejam estáveis sob variações de espessura e condutividade da heterogeneidade. Estes aspectos serão analisados a seguir.

3.2 - RESOLUÇÃO DOS EXTREMOS DA FUNÇÃO Δ PARA O MODELO 1D

Os extremos da função Δ para as amplitudes e fases de H_x e H_z apresentam diferentes resoluções variando r e ω . Observando as Figuras 3.1 a 3.4, verifica-se que esses extremos são bem definidos em p/δ , o que implica em boa resolução em frequência, mas, em geral não em r/p , isto é, não na separação transmissor-receptor. Na verdade, a função Δ preserva o comportamento do campo primário, pois este é mais sensível às variações de ω do que de r , para a faixa de frequências típicas em exploração geofísica.

Para avaliar quantitativamente a resolução da função Δ , serão utilizadas as Figuras 3.1 b a 3.4 b, onde são indicadas as linhas de isovalores de Δ . Em torno de cada extremo, foi traçada uma linha de contorno indicando os valores de Δ com módulo 10 % menor do que o extremo correspondente. Assim, na Figura 3.1 b o pico positivo que ocorre em $\Delta = 7,97$ % está envolvido por uma linha de contorno com $\Delta = 7,17$ %, enquanto que o pico negativo (-13,0 %) está envolvido por uma linha com $\Delta = -11,70$ %. Este procedimento facilita a identificação da resolução de Δ através da extensão da região limitada pela linha de Δ em que essa função é 10 % menor do que o seu valor extremo. Observando as regiões limitadas desta forma, confirma-se que, de modo geral; a função Δ é mais sensível às variações de p/δ do que de r/p . É importante lembrar que p/δ varia linearmente com $\sqrt{\omega}$.

As dimensões das regiões, limitadas pela linha dos valores iguais a 90 % dos extremos de Δ , estão indicadas na Tabela 3.2, tanto para r/p como para p/δ , adotando o centro do intervalo para ponto de referência, variando de $\pm$ metade do intervalo, exceto quando o intervalo é indeterminado. Indica-se, também, o percentual que esta variação representa em relação ao valor do parâmetro no centro do intervalo. Observando a extensão das regiões em r/p , verifica-se que as melhores resoluções são a do pico positivo de $\Delta_{\phi H_z}$, seguida de $\Delta_{|H_z|}$, vindo depois, com resoluções equivalentes os picos negativos de $\Delta_{|H_z|}$, $\Delta_{|H_x|}$ e o pico positivo de $\Delta_{|H_x|}$. Por outro lado, as medidas de fase revelam baixa resolução em r/p , praticamente indefinida para o pico positivo de $\Delta_{\phi H_x}$ e o pico negativo de $\Delta_{\phi H_z}$. As resoluções dos extremos de Δ em r/p estão registradas qualitativamente na Tabela 3.4, tomando como referência os valores indicados na Tabela 3.2 e o seguinte critério de classificação : *Excelente* para variação < 20 %, *Bom* para $20 \% \leq \text{variação} \leq 50$ %, *Ruim* para variação > 50 %, *Péssimo* para variação indeterminada.

Com relação à extensão das regiões em p/δ apenas, as melhores resoluções são a do pico positivo de $\Delta_{|H_z|}$, seguida de $\Delta_{\phi H_x}$ e, em seguida, aproximadamente iguais, o pico negativo de $\Delta_{|H_z|}$ e o positivo de $\Delta_{\phi H_z}$, seguido ainda pelos picos positivo de $\Delta_{|H_x|}$ e negativo de $\Delta_{\phi H_x}$ de mesma resolução. De um modo geral, as medidas de fase apresentam boa resolução com

relação a este parâmetro (50% no pior caso).

Tabela 3.2 - Intervalo de valores de r/p e p/δ em que Δ difere em menos de 10 % dos valores extremos.

Função calculada	Pico positivo				Pico negativo			
	extensão em r/p		extensão em p/δ		extensão em r/p		extensão em p/δ	
$\Delta_{ Hx }$	2,30 ± 1,00	43,5 %	0,30 ± 0,10	33,3 %	7,85 ± 3,35	42,7 %	0,50 ± 0,20	40,0 %
$\Delta_{ Hz }$	2,60 ± 0,90	34,6 %	1,70 ± 0,30	17,6 %	4,30 ± 1,80	41,9 %	0,55 ± 0,15	27,3 %
$\Delta_{\phi Hx}$	[4,80; > 20)		0,90 ± 0,20	22,2 %	12,50 ± 7,50	60,0 %	0,30 ± 0,10	33,3 %
$\Delta_{\phi Hz}$	6,50 ± 2,00	30,8 %	0,85 ± 0,25	29,4 %	[8,50; > 20)		0,20 ± 0,10	50,0 %

Considerando que o parâmetro p/δ varia com $\sqrt{\omega}$, a variação da frequência por um fator multiplicativo fica atenuada pela raiz quadrada desse fator no que diz respeito à resolução. Para exemplificar, considerem-se os limites de p/δ para os valores de Δ que diferem em menos de 10 % do pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$. Da Tabela 3.2 tem-se $0,2 < p/\delta < 0,4$. Considerando $\sigma_1 = 10^{-2}$ S/m e $p = 50$ m, tem-se que as frequências correspondentes são 405 Hz e 1620 Hz. Portanto, qualquer valor de frequência compreendido nesse intervalo indicaria um valor de detetabilidade diferindo do pico positivo no máximo em 10%. Verifica-se, então, que a boa resolução em p/δ não representa necessariamente boa resolução em ω . A resolução dos extremos de Δ em relação ao parâmetro p/δ vem traduzida qualitativamente na Tabela 3.4, adotando o mesmo critério de classificação usado para r/p .

Uma vez que o baixo valor do pico positivo de $\Delta_{|Hz|}$ o exclui de uso prático (Tabela 3.1), os resultados apresentados na Tabela 3.2 levam à conclusão de que os melhores parâmetros para uso, em termos de resolução, na determinação de r/p e p/δ , são o pico positivo de $\Delta_{\phi Hx}$ e o negativo de $\Delta_{|Hz|}$, ou ainda, de modo aproximadamente equivalente ao último, o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$.

3.3 - ESTABILIDADE DA ESTIMATIVA DA PROFUNDIDADE DA ZONA PRINCIPAL

Os valores de r/p e p/δ indicados na Tabela 3.1 foram obtidos para um modelo particular com e/p e σ_2/σ_1 constantes. Uma vez que a profundidade da zona principal será obtida a partir desses valores, torna-se necessário verificar se eles variam ou não quando forem alteradas as propriedades físicas e as dimensões geométricas do modelo. Portanto, nesta Seção, será verificada a estabilidade dos valores obtidos para r/p e p/δ sob variações de espessura e condutividade da heterogeneidade.

3.3.1 - Efeito devido à variação da espessura da heterogeneidade

Será analisada, agora, a influência da espessura da heterogeneidade unidimensional na função Δ e nos valores de r/p e p/δ associados aos seus extremos. Mantendo fixo o contraste de condutividade em $\sigma_2/\sigma_1 = 10$, será calculada a função Δ para diversos valores de r/p e p/δ com e/p variando de $1/10$ a $19/10$ com intervalo de $1/10$.

Para facilitar a interpretação, serão mostrados os valores de Δ , r/p , e p/δ , associados aos extremos globais positivos e negativos da função Δ calculada para amplitude e fase de H_x e H_z . As Figuras 3.7 a 3.9 indicam esses valores em função de e/p .

Os valores dos extremos globais de Δ , representados na Figura 3.7, revelam o comportamento esperado para esta função. Quando e/p tende a zero os extremos de Δ também tendem a zero, concordando com o fato de que o meio se reduz ao semi-espaco homogêneo de condutividade σ_1 . Porém, à medida que e/p aumenta, os extremos de Δ aumentam assintoticamente em módulo. Este comportamento assintótico é devido ao fato de o Sinal Total tender para a resposta de um meio homogêneo de condutividade σ_2 , quando a espessura da heterogeneidade aumenta. De um modo geral, os valores absolutos dos extremos de Δ variam significativamente com a espessura da heterogeneidade, exceto o pico positivo de $\Delta_{|H_x|}$ que apresenta valores extremamente baixos e insensíveis à espessura da heterogeneidade (Figura 3.7 b). Confirma-se, então, que esta grandeza é incapaz de identificar heterogeneidades condutivas ($\sigma_2/\sigma_1 = 10$), qualquer que seja sua espessura. Observa-se, também, que os picos positivos de $\Delta_{\phi H_x}$ e $\Delta_{\phi H_z}$ praticamente não variam a partir de $e/p = 1/2$ (Figuras 3.7 c e 3.7 d). Este comportamento indica que esses extremos não estão associados *diretamente* à espessura da heterogeneidade.

Os valores de r/p associados aos extremos globais de Δ estão representados em função de e/p na Figura 3.8. Em geral, a separação r correspondente aos extremos globais de Δ varia com a espessura da heterogeneidade. Note-se que os valores de r/p associados aos picos positivos de $\Delta_{\phi H_x}$, assim como aqueles associados aos picos negativos de $\Delta_{\phi H_z}$, não estão representados na Figura 3.8. De fato, nesses dois casos, a função Δ apresenta um patamar e não um extremo localizado (Figuras 3.3 e 3.4). A má definição no máximo aumenta para valores de $e/p > 1/10$. Portanto, são indefinidos os valores de r/p que correspondem aos picos positivos de $\Delta_{\phi H_x}$ e aos picos negativos de $\Delta_{\phi H_z}$.

No caso do pico positivo de $\Delta_{|H_x|}$, conforme mostra a Figura 3.8 a, os valores de r/p praticamente não variam com e/p , posto que $2,1 < r/p < 2,3$. A relevância deste resultado é que a separação transmissor-receptor associada ao máximo de $\Delta_{|H_x|}$ é invariante com a espessura da heterogeneidade. Do ponto de vista prático, isto significa que qualquer que seja

a espessura da heterogeneidade unidimensional, o pico positivo de $\Delta_{|H_x|}$ ocorrerá sempre para um valor de r/p determinado com erro muito inferior ao dado na Tabela 3.2. A variação dos valores de r/p associados aos picos negativos de $\Delta_{|H_z|}$ ($3,9 < r/p < 4,6$), embora maior do que a daqueles correspondentes aos picos positivos de $\Delta_{|H_x|}$, pode também ser considerada pequena, e muito menor do que a indicada na Tabela 3.2. Já os valores de r/p associados aos extremos das demais funções variam consideravelmente com a espessura da heterogeneidade, apesar de que podem eventualmente estar nos intervalos de variação dados na Tabela 3.2.

As informações contidas na Figura 3.8 foram sintetizadas qualitativamente na Tabela 3.4, através da classificação quanto à invariância de r/p em relação à espessura da heterogeneidade, dada por *Excelente* para variação $< 10\%$, *Bom* para variação de 10% a 30% , *Ruim* para variação $> 30\%$ e *Péssimo* para variação indeterminada. A variação foi calculada, como anteriormente, em relação ao ponto médio do intervalo. Este comportamento reflete a estabilidade do valor calculado de r/p sob variações de e/p . Verifica-se, portanto, que os valores de r/p variam fortemente com a espessura da heterogeneidade na metade dos casos dos extremos de Δ .

Os valores de p/δ associados aos extremos de Δ vem representados em função de e/p na Figura 3.9, para amplitude e fase de H_x e H_z . Os picos positivos e negativos de $\Delta_{|H_x|}$ (Figura 3.9 a) ocorrem em $p/\delta < 0,5$. Para esses valores de p/δ , a influência da heterogeneidade no Sinal Total é considerável, o que explica os valores elevados de Δ obtidos para esses casos. Note-se, ainda, que o comportamento assintótico de p/δ quando $e/p \rightarrow 2$, assim como dos valores absolutos dos extremos de Δ (Figura 3.7 a), é devido à heterogeneidade tender para o semi-espaco de condutividade σ_2 à medida que aumenta sua espessura. Por outro lado, a diminuição de p/δ (portanto diminuição de ω) com o aumento da espessura do condutor (2ª camada), para esses picos, é devida à necessidade de compensar a atenuação mais forte que este condutor, cada vez mais próximo da superfície, provoca no sinal.

Pela própria definição de δ , quando $p/\delta > 1$ o campo primário está bastante atenuado ao atingir o centro da heterogeneidade, reduzindo portanto a influência da heterogeneidade no Sinal Total. Isto se verifica nos picos positivos de $\Delta_{|H_z|}$ (Figura 3.9 b) para os quais tem-se $p/\delta > 1,6$. Explicam-se, assim, os baixos valores de Δ para esses picos (Figura 3.7 b), pois para esses valores de p/δ , o Sinal Total é devido quase que exclusivamente à primeira camada do modelo 1D, que possui a mesma condutividade do semi-espaco homogêneo responsável pelo Sinal Primário. Portanto, os picos positivos de $\Delta_{|H_z|}$ não se prestam para interpretação, qualquer que seja a espessura da heterogeneidade. Os valores de p/δ associados aos picos negativos de $\Delta_{|H_z|}$ apresentam, todavia, comportamento diverso, análogo àqueles correspondentes aos picos positivos e negativos de $\Delta_{|H_x|}$.

No caso de medidas de fase, conforme observado anteriormente, verifica-se uma grande semelhança nos comportamentos dos valores de p/δ associados aos extremos de $\Delta_{\phi Hx}$ com os de $\Delta_{\phi Hz}$, tanto dos picos positivos como dos negativos (Figura 3.9 c e d). Os valores de p/δ associados aos picos negativos dessas grandezas decaem com o aumento de e/p , do mesmo modo que no caso dos picos positivos e negativos de $\Delta_{|Hx|}$ e negativos de $\Delta_{|Hz|}$. No entanto, para grandes espessuras, os picos positivos estão associados a $p/\delta > 1$, mas conservando elevados os valores da função Δ correspondentes (o que não ocorreu com o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$). Nesse caso, quando $e/p > 1$, os picos positivos de $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$ ficam associados somente à interface do topo da heterogeneidade, conforme será demonstrado a seguir.

A profundidade do topo da heterogeneidade pode ser escrita como

$$p_t = p \left(1 - \frac{e/p}{2}\right), \quad (3.1)$$

onde p é a profundidade do centro da heterogeneidade e e sua espessura. Escrevendo p_t/δ em função de e/p e p/δ , tem-se

$$p_t/\delta = \left(1 - \frac{e/p}{2}\right)p/\delta. \quad (3.2)$$

Portanto, conhecendo os valores do par $(e/p; p/\delta)$, a equação (3.2) fornece a profundidade do topo da heterogeneidade em função do "skin depth" (δ). Para verificar se os picos positivos de $\Delta_{\phi Hx}$ estão de fato associados ao topo da heterogeneidade quando $e/p > 1$, substituem-se os valores de p/δ e e/p da Figura 3.9 c na equação (3.2). Os resultados obtidos estão indicados na Tabela 3.3 a seguir, onde, a título de exemplificação, a profundidade do centro da heterogeneidade foi tomada igual a 100 m.

Na Tabela 3.3, a relação $\bar{p}_t = 0,37\delta$, obtida pela média aritmética dos valores de $p_t(\delta)$, indicados na segunda coluna, corresponde à relação de dependência procurada entre a profundidade do topo e o "skin depth". Note-se que a diferença entre os valores de p_t extraídos do modelo e aqueles calculados através dos picos positivos de $\Delta_{\phi Hx}$ é no máximo de 7,5 %. Resultados análogos podem ser obtidos com os picos positivos de $\Delta_{\phi Hz}$.

Para $e/p < 1$ os picos positivos de $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$ são influenciados também pela interface da base da heterogeneidade, dificultando uma relação direta.

Finalmente, observa-se que as variações de p/δ com e/p determinados via extremos de Δ são suaves e pequenas, na maioria dos casos. Mesmo assim, não se pode considerar que p/δ seja invariante com relação a e/p , em nenhum dos casos. Um dos menores intervalos de p/δ é o do pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ ($0,16 < p/\delta < 0,30$) com uma variação de 30 % em relação ao centro do intervalo. A invariância dos valores de p/δ , associados aos extremos globais

de Δ , vem classificada qualitativamente na Tabela 3.4, usando os mesmos critérios definidos anteriormente para r/p .

Tabela 3.3 - Valores da profundidade do topo da heterogeneidade, calculados através da equação (3.2), com dados do pico positivo de $\Delta_{\phi Hx}$. Comparação com os valores do modelo, calculados pela equação (3.1), considerando-se $p = 100$ m.

$(e/p; p/\delta)$ Picos positivos de $\Delta_{\phi Hx}$	p_t/δ Usando $(e/p; p/\delta)$ anterior e eq. 3.2	δ (m) Usando $p = 100$ m e p/δ anterior	$\bar{p}_t = 0,37\delta$ (Valor médio de p_t)	p_t (m) extraída do modelo via equação 3.1	Erro (%)
(1,0 ; 0,70)	0,35	142,86	52,8	50	5,6
(1,1 ; 0,89)	0,40	112,36	41,6	45	7,5
(1,2 ; 1,00)	0,40	100,00	37,0	40	7,5
(1,3 ; 1,12)	0,39	89,28	33,0	35	5,7
(1,4 ; 1,25)	0,37	80,00	29,6	30	1,3
(1,5 ; 1,41)	0,35	70,92	26,2	25	4,8
(1,6 ; 1,77)	0,35	56,49	20,9	20	4,5
(1,7 ; 2,50)	0,37	40,00	14,8	15	1,3
(1,8 ; 3,53)	0,35	28,33	10,5	10	5,0
(1,9 ; 7,20)	0,36	13,89	5,1	5	2,0

3.3.2 - Efeito devido à variação do contraste de condutividade

Nesta seção, é apresentado um estudo da estabilidade dos valores de r/p e p/δ associados aos extremos globais de Δ sob variações de condutividade da heterogeneidade. Fixando a espessura da segunda camada do modelo 1D ($e/p = 1/10$), e variando o contraste de condutividade, buscam-se os valores de r/p e p/δ correspondentes aos extremos globais da função Δ . Este procedimento foi aplicado para $\sigma_2/\sigma_1 = 10, 20, 40, 60, 80, 100, 200, 400, 600, 800$, e 1000 . Nas Figuras 3.10, 3.11 e 3.12 vem representados os valores de Δ , r/p e p/δ , respectivamente, que correspondem aos extremos globais positivos e negativos de Δ calculados para amplitude e fase de H_x e H_z , para cada valor de σ_2/σ_1 .

Os extremos globais de $\Delta_{|Hx|}$, $\Delta_{|Hz|}$, $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$ em função de σ_2/σ_1 estão representados nas Figuras 3.10 a, b, c e d, respectivamente. Quando $\sigma_2/\sigma_1 \rightarrow 1$, os extremos de $\Delta \rightarrow 0$. Por outro lado, com o aumento do contraste de condutividade, os extremos de Δ aumentam assintoticamente indicando que a heterogeneidade tende para o caso do condutor perfeito.

Este comportamento dos extremos de Δ é observado tanto em amplitude como em fase nas componentes H_x e H_z .

É interessante observar a grande semelhança que existe entre as curvas correspondentes, para as mesmas grandezas, geradas quando variam os parâmetros e/p (Figuras 3.7 a, b, c e d) e σ_2/σ_1 (Figuras 3.10 a, b, c e d). Isto acontece, provavelmente, em decorrência da repetição dos mesmos valores para a função, quando esses parâmetros variam em determinados intervalos, mantendo constante o produto $(\sigma_2/\sigma_1)(e/p)$. Trata-se, portanto, de uma questão fundamental de grande importância, que será analisada na próxima seção, mas cuja omissão até este ponto não compromete o alcance nem as conclusões da discussão em curso.

Nota-se que os valores do pico positivo de $\Delta_{|H_z|}$ (Figura 3.10 b) são muito pequenos, qualquer que seja o contraste de condutividade σ_2/σ_1 , confirmando o que já foi dito anteriormente.

As variações de r/p com o contraste de condutividade estão representadas nas Figuras 3.11 a, b, c e d, para os extremos de $\Delta_{|H_x|}$, $\Delta_{|H_z|}$, $\Delta_{\phi H_x}$ e $\Delta_{\phi H_z}$, respectivamente. Verifica-se que, nem sempre, r/p varia suavemente com σ_2/σ_1 , no intervalo de variação considerado dos parâmetros. As variações observadas indicam a sensibilidade do parâmetro r/p , quando determinado via picos negativos de $\Delta_{|H_x|}$ e $\Delta_{\phi H_x}$ e pico positivo de $\Delta_{\phi H_z}$, às variações de σ_2/σ_1 . No entanto, no caso do pico positivo de $\Delta_{|H_x|}$ (Figura 3.11 a), as variações de r/p com σ_2/σ_1 estão no intervalo $2,1 < r/p < 3,2$, quando o contraste de condutividade varia de 10 a 1000, portanto dentro dos limites indicados na Tabela 3.2. Isto significa que a separação transmissor-receptor correspondente ao máximo de $\Delta_{|H_x|}$ pode ser considerada, em termos práticos, invariante em relação ao contraste de condutividade. Por outro lado, os valores de r/p associados aos picos positivos de $\Delta_{|H_z|}$ (Figura 3.11 b) também são invariantes em relação a σ_2/σ_1 , entretanto este resultado não é relevante uma vez que os valores de Δ para esses picos são muito baixos, conforme citado anteriormente. A variação dos valores de r/p correspondentes aos picos negativos de $\Delta_{|H_z|}$ é de 36 %, aproximadamente, em torno do valor médio do intervalo, podendo portanto ser considerada pequena quando comparada com aquelas correspondentes aos picos negativos de $\Delta_{|H_x|}$ e $\Delta_{\phi H_x}$ (aproximadamente 58 %). Os valores de r/p associados aos picos positivos de $\Delta_{\phi H_x}$ (Figura 3.11 c) e aqueles associados aos picos negativos de $\Delta_{\phi H_z}$ (Figura 3.11 d), assim como no caso das variações de r/p com a espessura (e/p) da heterogeneidade, não estão representadas nas respectivas figuras, por falta de resolução das funções correspondentes.

No caso dos picos negativos de $\Delta_{\phi H_x}$, assim como no dos picos positivos de $\Delta_{\phi H_z}$, os valores de r/p apresentam grande variação com o contraste de condutividade. Na Tabela 3.4 encontra-se um resumo qualitativo da estabilidade do parâmetro r/p com relação a variações

do contraste de condutividade, para cada um dos extremos globais de Δ , adotando os mesmos critérios usados na classificação das funções quanto à variação com a espessura.

Os valores de p/δ associados aos extremos de $\Delta_{|Hx|}$, $\Delta_{|Hz|}$, $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$ estão representados nas Figuras 3.12 a, b, c e d, respectivamente. Com exceção do pico positivo de $\Delta_{|Hz|}$ (Figura 3.12 b), todos os valores de p/δ estão abaixo de 1. Com relação à exceção mencionada, vale lembrar que os valores dos picos positivos de $\Delta_{|Hz|}$ são muito baixos, indicando que a heterogeneidade tem pouca influência nas medidas dessa grandeza, semelhantemente ao que foi observado para este pico no estudo da influência da espessura da heterogeneidade. Para as demais funções, os valores de p/δ associados aos extremos de Δ diminuem sensivelmente com o aumento do contraste de condutividade. Este comportamento revela o compromisso $\sigma \times \omega$ relacionado à profundidade de penetração do campo eletromagnético. Um aumento da condutividade requer diminuição na frequência para manter a profundidade de penetração, dando de volta o extremo de Δ . Neste caso, a profundidade de penetração deve ser mantida para alcançar a heterogeneidade que está a uma profundidade fixa.

Com exceção do pico positivo de $\Delta_{|Hz|}$, as variações de p/δ com o contraste de condutividade, para todas as funções, foi superior a 30 % (variando entre 47,6 % a 77,6 %) em relação ao centro do intervalo, recebendo a classificação *Ruim* na Tabela 3.4, onde foram aplicados os mesmos critérios utilizados na classificação das funções quanto à variação com a espessura da heterogeneidade. No entanto, os picos positivos de $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$ apresentam variações de 17,1 % e 22,6 %, respectivamente, quando o contraste de condutividade varia de 200 a 1000. Portanto, estas funções apresentam um comportamento *Bom* em um expressivo subintervalo do domínio estudado (> 80 %).

Finalizando esta seção, conclui-se que o pico global positivo de $\Delta_{|Hx|}$ apresenta as melhores condições de estabilidade, sob condição de variação de espessura da heterogeneidade e contraste de condutividade, para localização de heterogeneidades em subsuperfície. Acrescente-se que, conforme vem indicado na Tabela 3.4, o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ apresenta boa resolução tanto em r/p como em p/δ e, além disso, tem intensidade adequada para a medida experimental. Por outro lado, a grande variação do pico negativo de $\Delta_{|Hx|}$, com os parâmetros e/p e σ_2/σ_1 , pode ser usada para determinação desses próprios parâmetros. Além disso, o pico negativo de $\Delta_{|Hz|}$ apresenta-se como a segunda melhor opção para localizar heterogeneidades em subsuperfície, podendo ser utilizada para confirmar os resultados indicados pelo pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$. Apesar do pico positivo de $\Delta_{|Hz|}$ apresentar o mesmo número de indicações *Bom* ou *Excelente* que o pico negativo de $\Delta_{|Hz|}$, a intensidade do sinal do pico positivo é sempre muito pequena, de modo que inviabiliza a utilização desta função para finalidades práticas.

Tabela 3.4 - Quadro-resumo do comportamento qualitativo dos extremos de Δ em relação a diversos parâmetros analisados.

Característica observada	$\Delta_{ Hx }$		$\Delta_{ Hz }$		$\Delta_{\phi Hx}$		$\Delta_{\phi Hz}$	
	pico +	pico -	pico +	pico -	pico +	pico -	pico +	pico -
Intensidade do sinal	Bom	Bom	Ruim	Bom	Bom	Bom	Bom	Bom
Profundidade de exploração	Bom	Ruim	Bom	Ruim	Ruim	Ruim	Ruim	Ruim
Resolução em r/p	Bom	Bom	Bom	Bom	Péssimo	Ruim	Bom	Péssimo
Resolução em p/δ	Bom	Bom	Exc	Bom	Bom	Bom	Bom	Bom
Invariância de r/p quanto à espessura da heterogeneidade	Exc	Bom	Ruim	Exc	Péssimo	Bom	Ruim	Péssimo
Invariância de p/δ quanto à espessura da heterogeneidade	Bom	Ruim	Ruim	Bom	Ruim	Ruim	Ruim	Ruim
Invariância de r/p quanto à σ_2/σ_1	Bom	Ruim	Bom	Ruim	Péssimo	Ruim	Ruim	Péssimo
Invariância de p/δ quanto à σ_2/σ_1	Ruim	Ruim	Exc	Ruim	Ruim	Ruim	Ruim	Ruim
$\frac{N^\circ \text{ Bom ou Exc}}{\text{Total de características}}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{8}$

3.4 - POSSIBILIDADE DE USAR A CONDUTÂNCIA LONGITUDINAL COMO PARÂMETRO NA DETETABILIDADE

Verificou-se que, tanto o aumento da espessura como da condutividade, produzem variação na detetabilidade de um modo tal que a condutância longitudinal da heterogeneidade ($\sigma_2 e$) deve ser analisada quanto à sua possibilidade de ser um parâmetro a considerar. Portanto, é interessante verificar o que ocorre com a detetabilidade quando aumenta a espessura e diminui a condutividade proporcionalmente, mantendo constante o produto *condutividade x espessura*.

A função Δ tem sido representada em termos de e/p e σ_2/σ_1 em lugar de e e σ_2 . Portanto, a condutância $\sigma_2 e$ deve ser normalizada através do produto $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \times \frac{e}{p} = \frac{\sigma_2 e}{\sigma_1 p}$, onde o denominador ($\sigma_1 p$) é uma condutância fixa aparente, relacionada à 1ª camada do Modelo 1D, que atua como fator de parametrização da condutância $\sigma_2 e$ que caracteriza a heterogeneidade.

A função Δ é calculada para $\frac{\sigma_2 e}{\sigma_1 p} = 10$ com $e/p = 1/16, 1/8, 1/4, 1/2, 1$ e 2 , e σ_2/σ_1 variando inversamente para manter o produto constante. As Figuras 3.13 a 3.16 indicam o comportamento dos extremos de Δ para cada r/p (variando p/δ) e variando parametricamente e/p , para os picos positivos e negativos de $\Delta_{|Hx|}$, $\Delta_{|Hz|}$, $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$. Em todos os casos os extremos de Δ ficam compreendidos entre duas situações-limite:

- a) $e/p = 2$ (e $\sigma_2/\sigma_1 = 5$) em que o topo da heterogeneidade está na superfície da Terra;
- b) $e/p \rightarrow 0$ (e $\sigma_2/\sigma_1 \rightarrow \infty$) em que o modelo é equivalente a um semi-espaco de condutividade finita, contendo um plano infinitamente condutivo à profundidade p .

No caso da Figura 3.13, a e b, são representados os extremos de $\Delta_{|Hx|}$, como função de r/p e p/δ , para diferentes valores de e/p e σ_2/σ_1 de modo a manter constante o produto $\frac{\sigma_2 e}{\sigma_1 p} = 10$. Verifica-se que os picos positivo e negativo tem um valor fixo para os pontos extremos (máximo global e mínimo global), com exceção dos casos em que $1/2 < e/p \leq 2$. Daí conclui-se que os extremos de Δ (máximo e mínimo) no domínio (r/p , p/δ) são invariantes para valores de e/p e σ_2/σ_1 tais que $\frac{\sigma_2 e}{\sigma_1 p} = 10$ e $e/p < 1/2$, caso aliás muito comum no ambiente geofísico.

Situação análoga se repete para os picos negativos das funções $\Delta_{|Hz|}$, $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$. Todavia, no caso dos picos positivos de $\Delta_{|Hz|}$ (Figura 3.14 a), $\Delta_{\phi Hx}$ (Figura 3.15 a), e $\Delta_{\phi Hz}$ (Figura 3.16 a) os máximos de Δ (em função de r/p e p/δ) não são coincidentes quando varia e/p , além de serem muito mal definidos.

Os valores de r/p em torno dos quais a invariância é observada são 2,5 para o pico positivo

de $\Delta_{|Hx|}$, 11,5 para o pico negativo de $\Delta_{|Hx|}$, 5,0 para o pico negativo de $\Delta_{|Hz|}$, 18,0 para o pico negativo de $\Delta_{\phi Hx}$ e 28,0 para o pico negativo de $\Delta_{\phi Hz}$. Note-se que, neste último caso, o mínimo da função $\Delta_{\phi Hx}$ é definido com ambiguidade em razão da pequena variação da função em torno desse ponto. Como os valores extremos de Δ são independentes de σ_2 e de e (mantendo fixo $\frac{\sigma_2 e}{\sigma_1 p}$) para os valores de r/p , nas condições acima indicadas, é possível traçar curvas dos extremos de Δ em função de $\sigma_2 \times e$. Essas curvas estão representadas na Figura 3.17. Conhecendo o valor de um dos extremos de Δ obtido com o correspondente r/p , pode-se obter o valor da condutância ($\sigma_2 \times e$) a partir da Figura 3.17. Devido ao comportamento assintótico dessas curvas quando $\frac{\sigma_2 e}{\sigma_1 p} \rightarrow \infty$, a determinação da condutância é feita com maior confiabilidade para $\frac{\sigma_2 e}{\sigma_1 p} \leq 10$ (Figura 3.17). No entanto, os picos negativos de $\Delta_{\phi Hx}$ podem ser utilizados com boa resolução mesmo para valores mais elevados ($\frac{\sigma_2 e}{\sigma_1 p} \leq 30$).

Portanto, além da determinação da profundidade da heterogeneidade unidimensional, através dos procedimentos anteriormente indicados, pode-se também determinar o valor da sua condutância, através da Figura 3.17. Por exemplo, supondo que o valor máximo de $\Delta_{|Hx|}$ é 35, projeta-se esse valor sobre a curva referente aos picos positivos de $\Delta_{|Hx|}$ e, projetando-se em seguida o ponto obtido na curva sobre o eixo das condutâncias, obtém-se $\sigma_2 e / \sigma_1 p \approx 10$. Estas informações são fundamentais para a interpretação de dados eletromagnéticos.

Fica, portanto, caracterizada uma situação de ambigüidade para este método, quando $e/p \leq 1/2$. Nessa situação, o método eletromagnético só pode determinar o produto $\sigma_2 e / \sigma_1 p$. A completa solução do problema somente poderá ser obtida com o auxílio de informações complementares, de outro tipo. Todavia, quando ocorre $e/p > 1/2$ (ou, melhor ainda, $e/p > 1$, para ter-se uma melhor resolução), o método eletromagnético sozinho poderá dar uma solução única para todos os parâmetros.

3.5 - PROFUNDIDADE DA ZONA PRINCIPAL: APLICAÇÕES

Os resultados apresentados, sobre a estabilidade da determinação dos valores de r/p e p/δ associados aos extremos de Δ , indicam que o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ apresenta a melhor estabilidade na determinação desses parâmetros. Portanto, será definida nesta Seção a profundidade da zona principal com base apenas nos resultados obtidos para o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$.

Sob variações de espessura da heterogeneidade, os parâmetros r/p e p/δ ficaram nos intervalos $2,1 < r/p < 2,3$ e $0,16 < p/\delta < 0,30$, enquanto que para variações de contraste de condutividade os intervalos foram $2,1 < r/p < 3,2$ e $0,05 < p/\delta < 0,30$. Note-se que os valores de r/p são mais estáveis que os de p/δ , tanto sob variações de espessura como

de condutividade. Por outro lado, as variações de espessura influenciam muito menos esses parâmetros do que variações de condutividade.

Para determinar o centro da zona principal em modelos unidimensionais, serão utilizados os valores médios dos intervalos acima citados. Como a variação total de r/p está limitada entre 2,1 e 3,2 será utilizado o centro desse intervalo, dado por $r/p = 2,6$. Analogamente, sendo a variação total de p/δ entre 0,05 e 0,30, será utilizado $p/\delta = 0,17$.

Os intervalos e os valores médios, citados no parágrafo anterior, poderão ser utilizados para localizar heterogeneidades em subsuperfície através do pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$. Será então discutido como se pode localizar esses extremos a partir de dados obtidos em medidas de campo.

Considerando a prática de um levantamento de dados pelo método TURAM, a função Δ será calculada de acordo com a equação (2.36): tem-se o Sinal Total (St) medido para cada par (r, ω) e o Sinal Primário máximo (Sp_{max}) indicado na Tabela 2.1, mas não se conhece o Sinal Primário (Sp). De acordo com as equações (2.11) e (2.18), o Sinal Primário pode ser calculado conhecendo-se r , ω e σ_1 . Em geral, não se conhece o valor da condutividade σ_1 , o que, em princípio, poderia dificultar a aplicação do método. No entanto, este valor desconhecido poderá ser obtido como informação *a priori* se a área do levantamento foi previamente estudada ou pela inversão do sinal medido em região quase homogênea, ou, ainda, medido com alta frequência (por exemplo 10^5 Hz). Com o valor de σ_1 , assim obtido, pode-se calcular o Sinal Primário para cada par (r, ω) . As etapas seguintes podem ser assim descritas:

1. Operando com diversos valores de (r, ω) , calcula-se a função Δ e identifica-se o par (r_o, ω_o) associado ao pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$. Então, conhecendo-se r/δ associado a esse pico, calculado a partir de $r/p = 2,6$ e $p/\delta = 0,17$ ($r/\delta = r/p \times p/\delta = 2,6 \times 0,17 = 0,44$), pode-se calcular um valor para σ_1 ($= \frac{2}{\omega_o \mu_o r_o^2} (0,44)^2$).
2. Com o novo valor de σ_1 pode-se recalcular o Sinal Primário e a função Δ , atualizando-se os valores de (r_o, ω_o) . Obtém-se então, um novo valor para σ_1 , e o processo se repete até a convergência do valor de σ_1 .
3. Nesta situação, além de σ_1 , o valor de p é obtido, através da relação $r/p = 2,6$, substituindo-se r pelo valor atualizado de r_o .

Pode-se também, por medida de segurança, utilizar os limites de r/p (2,1 e 3,2) para fornecer uma faixa de valores prováveis para a profundidade da heterogeneidade.

Outra observação a respeito de aplicações práticas, se refere à utilização de mais de uma grandeza para confirmar a estimativa da profundidade da heterogeneidade. Avaliando os resultados apresentados na Tabela 3.4, concluímos que o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ é a grandeza mais adequada para indicar a profundidade da heterogeneidade unidimensional. Todavia, em um levantamento de dados pode-se tirar proveito dos resultados fornecidos pelas outras grandezas, desde que sejam observadas as características próprias de cada uma delas. Em particular, o pico negativo de $\Delta_{|Hz|}$, que apresenta as melhores condições depois do pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$, pode ser utilizado para confirmar as estimativas de profundidade. Na medida em que se aumenta a separação transmissor-receptor, o pico negativo de $\Delta_{|Hz|}$ passará a indicar a presença da heterogeneidade que já tinha sido indicada pelo pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$. Enquanto o máximo valor deste ocorre em $r = 2,6p$, o extremo para o pico negativo de $\Delta_{|Hz|}$ ocorrerá em $r = 3,9p$.

3.6 - CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo, nos propusemos a resolver o seguinte problema: determinar a profundidade em que uma heterogeneidade unidimensional mais influencia no sinal medido na superfície da Terra. Verifica-se, então, que a solução para este problema *existe e é única*. Porém, os parâmetros em que foi baseada esta análise, para obter estimativas dos valores da profundidade da heterogeneidade (r/p e p/δ), sofrem, em geral, variações quando variam a espessura e a condutividade da heterogeneidade. Portanto, os valores de profundidade obtidos a partir desses parâmetros são *instáveis*, exceto quando determinados através do pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$, que apresenta pequenas variações nesses parâmetros para grandes variações de espessura e condutividade da heterogeneidade.

O pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ reúne ainda as melhores condições de intensidade do sinal, resolução e estabilidade, podendo portanto ser usado para localizar heterogeneidades. Além disso, para um valor fixo da separação transmissor-receptor, o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ vem associado a heterogeneidades em maior profundidade do que qualquer uma das outras funções calculadas. Neste caso, o centro da zona principal pode ser calculado, através do pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$, a partir das relações $r/p = 2,6$ e $p/\delta = 0,17$, usando os valores de r e ω correspondentes.

Mesmo as grandezas, que apresentam variabilidade na determinação da profundidade da heterogeneidade, podem ser utilizadas para fornecer informações complementares, observando-se as suas limitações peculiares.

Outro resultado importante é que os picos positivos de $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$ estão associados

ao topo da heterogeneidade unidimensional para $e/p > 1$, quando a influência da base da heterogeneidade é pequena. Torna-se possível localizar o topo da heterogeneidade, através desses picos, pela relação $p_t = 0,37\delta$.

Note-se também que, quando $e/p \leq 1/2$, só é possível obter o produto $\sigma_2 e$, além da profundidade p do centro da heterogeneidade. Porém, quando $e/p > 1/2$, a separação das curvas dos extremos de Δ indicadas nas Figuras 3.13 a 3.16 possibilita a determinação da espessura da heterogeneidade através de e/p e, conseqüentemente, de sua condutividade σ_2 .

Finalmente, em uma situação prática de aplicação do método TURAM, baseando a interpretação em modelos unidimensionais, pode-se obter a profundidade da heterogeneidade a partir de uma estimativa da condutividade do "background", e das medidas da componente $|Hx|$ para diversos valores de ω e r .

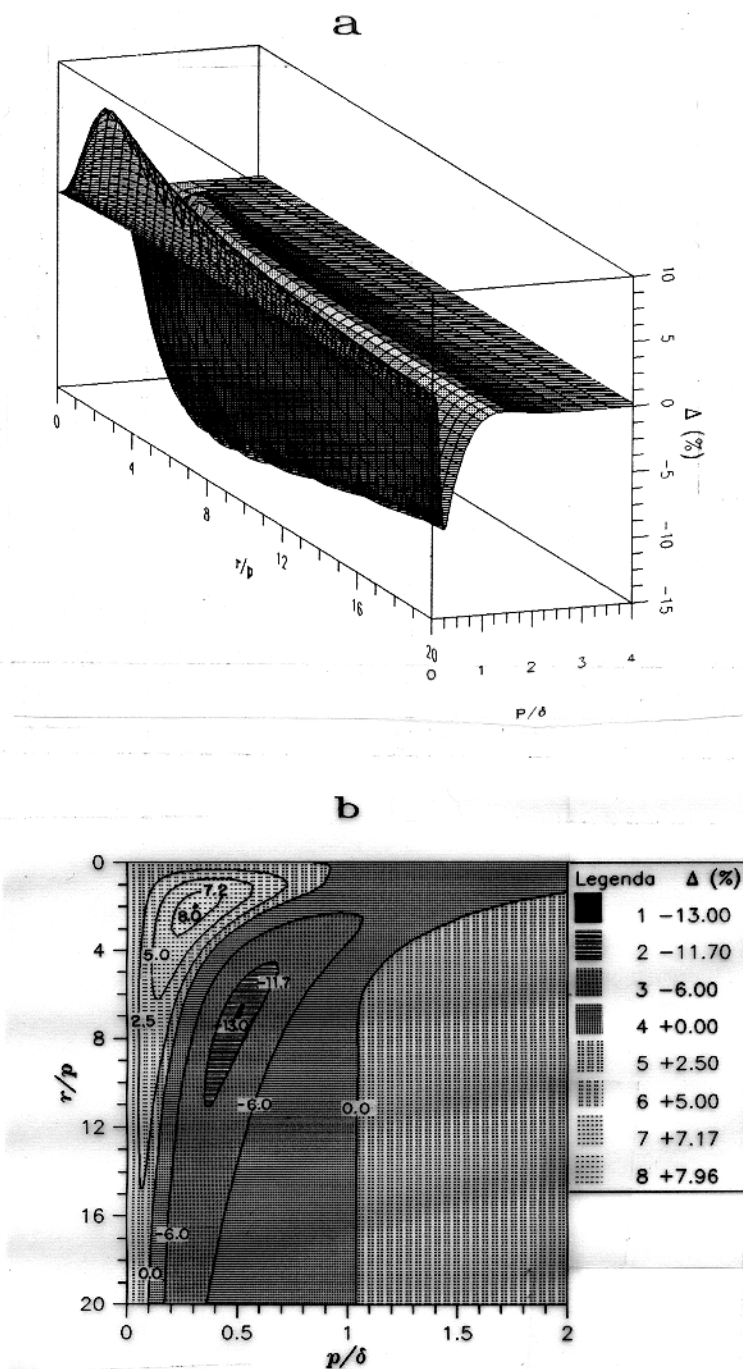


Figura 3.1 - Função Detetabilidade calculada para amplitude de H_x , representada em função de r/p e p/δ . Modelo 1D com $e/p = 1/10$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. a) vista em perspectiva. b) linhas de isovalores.

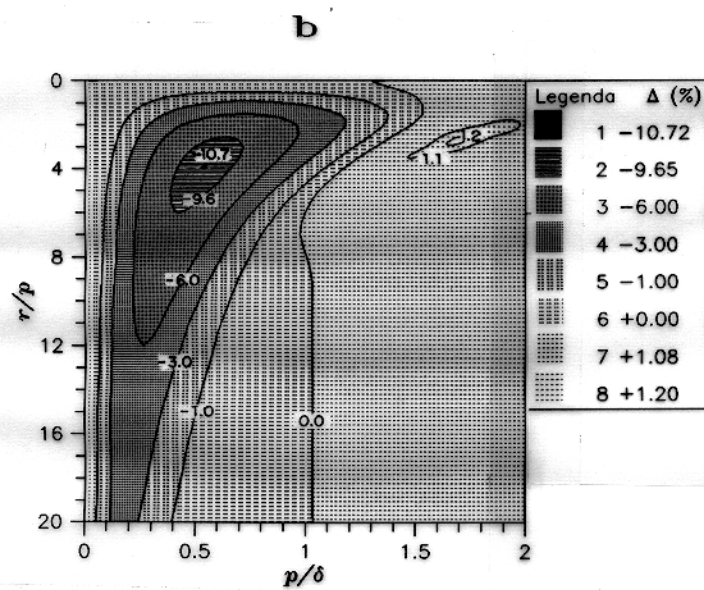
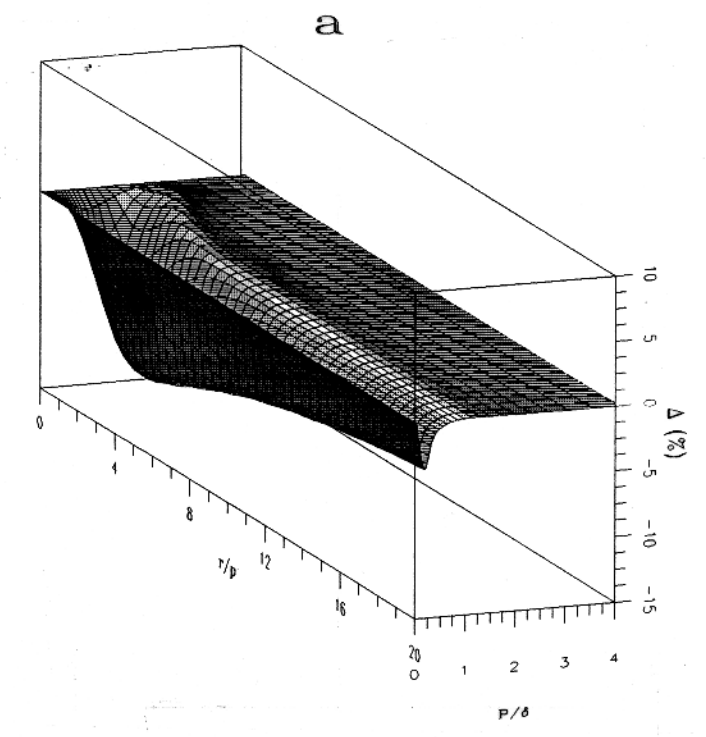


Figura 3.2 - Função Detetabilidade calculada para amplitude de H_z , representada em função de r/p e p/δ . Modelo 1D com $e/p = 1/10$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. a) vista em perspectiva. b) linhas de isovalores.

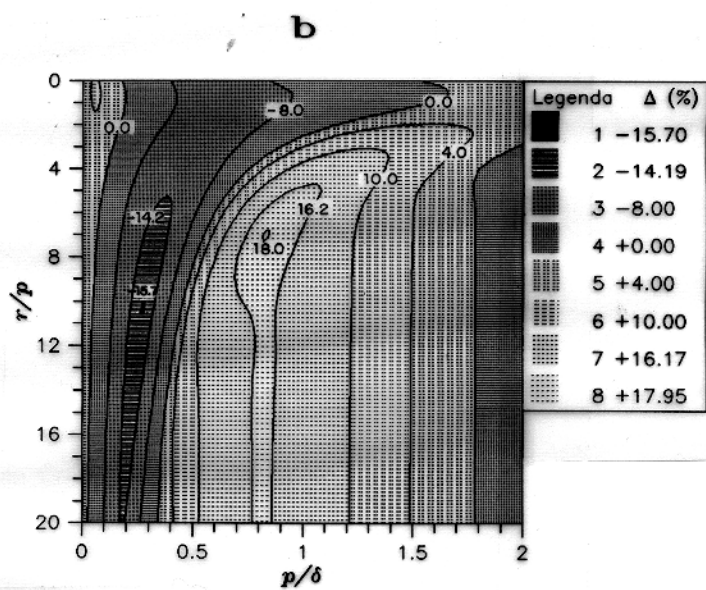
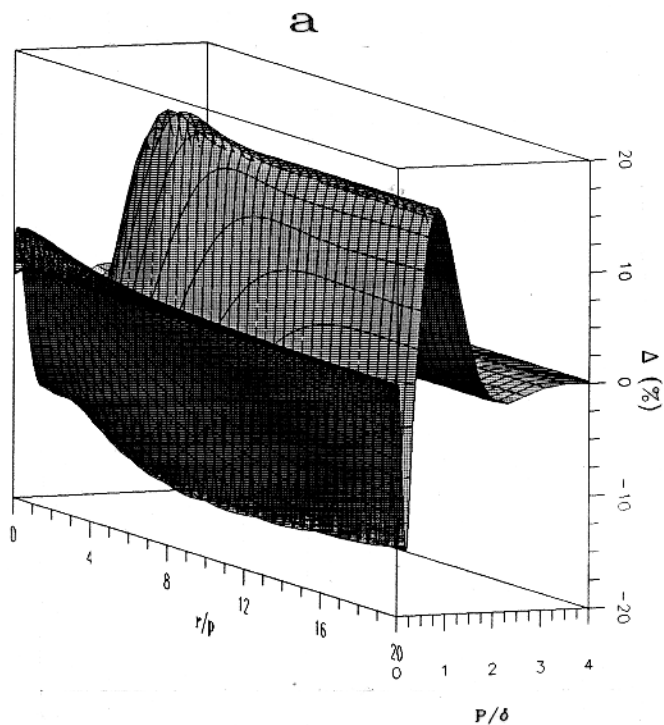


Figura 3.3 - Função Detetabilidade calculada para fase de H_x , representada em função de r/p e p/δ . Modelo 1D com $e/p = 1/10$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. a) vista em perspectiva. b) linhas de isovalores.

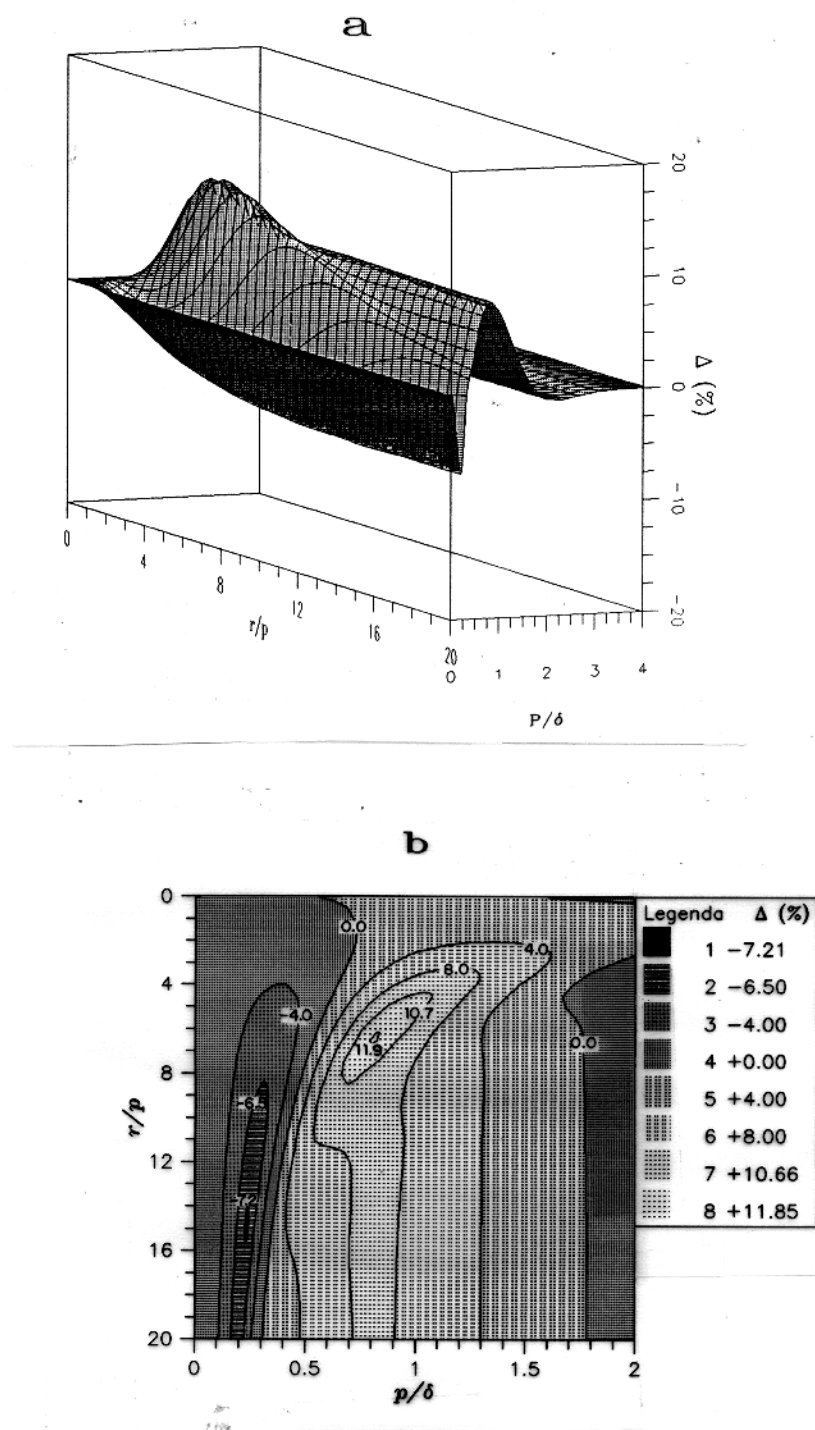


Figura 3.4 - Função Detetabilidade calculada para fase de H_z , representada em função de r/p e p/δ . Modelo 1D com $e/p = 1/10$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. a) vista em perspectiva. b) linhas de isovalores.

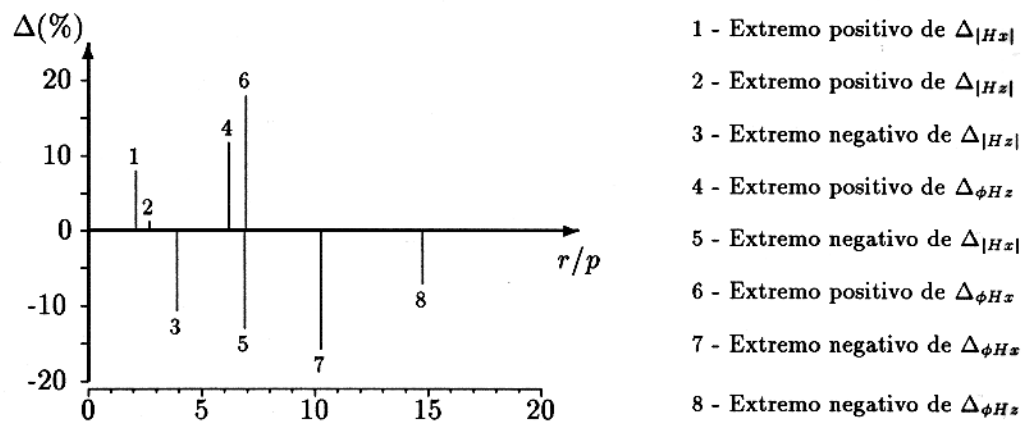


Figura 3.5 - Extremos globais da Função Detetabilidade em ordem crescente de r/p . Modelo 1D com $e/p = 1/10$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

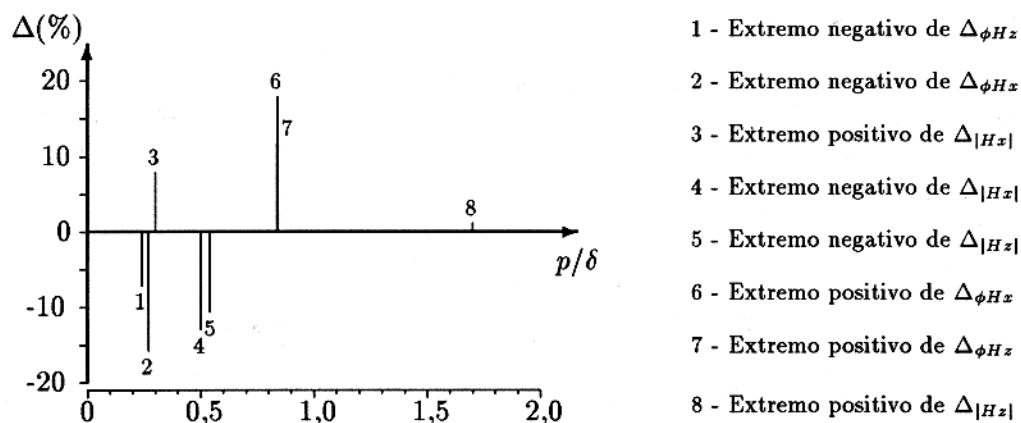


Figura 3.6 - Extremos globais da Função Detetabilidade em ordem crescente de p/δ . Modelo 1D com $e/p = 1/10$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

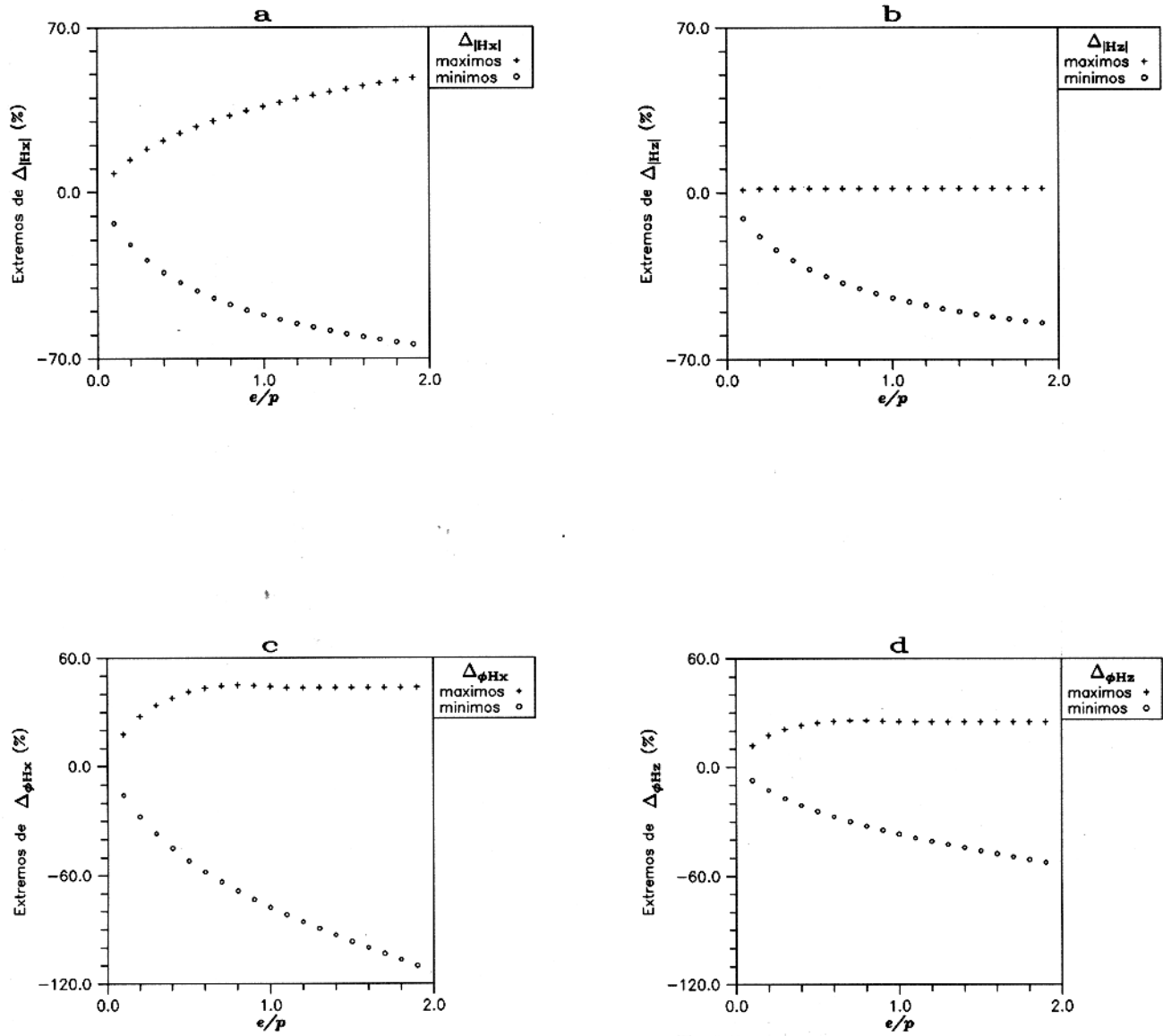


Figura 3.7 - Extremos globais da Função Detetabilidade em função de e/p . a) $\Delta|Hx|$, b) $\Delta|Hz|$, c) $\Delta\phi_{Hx}$ e d) $\Delta\phi_{Hz}$. Modelo 1D com $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

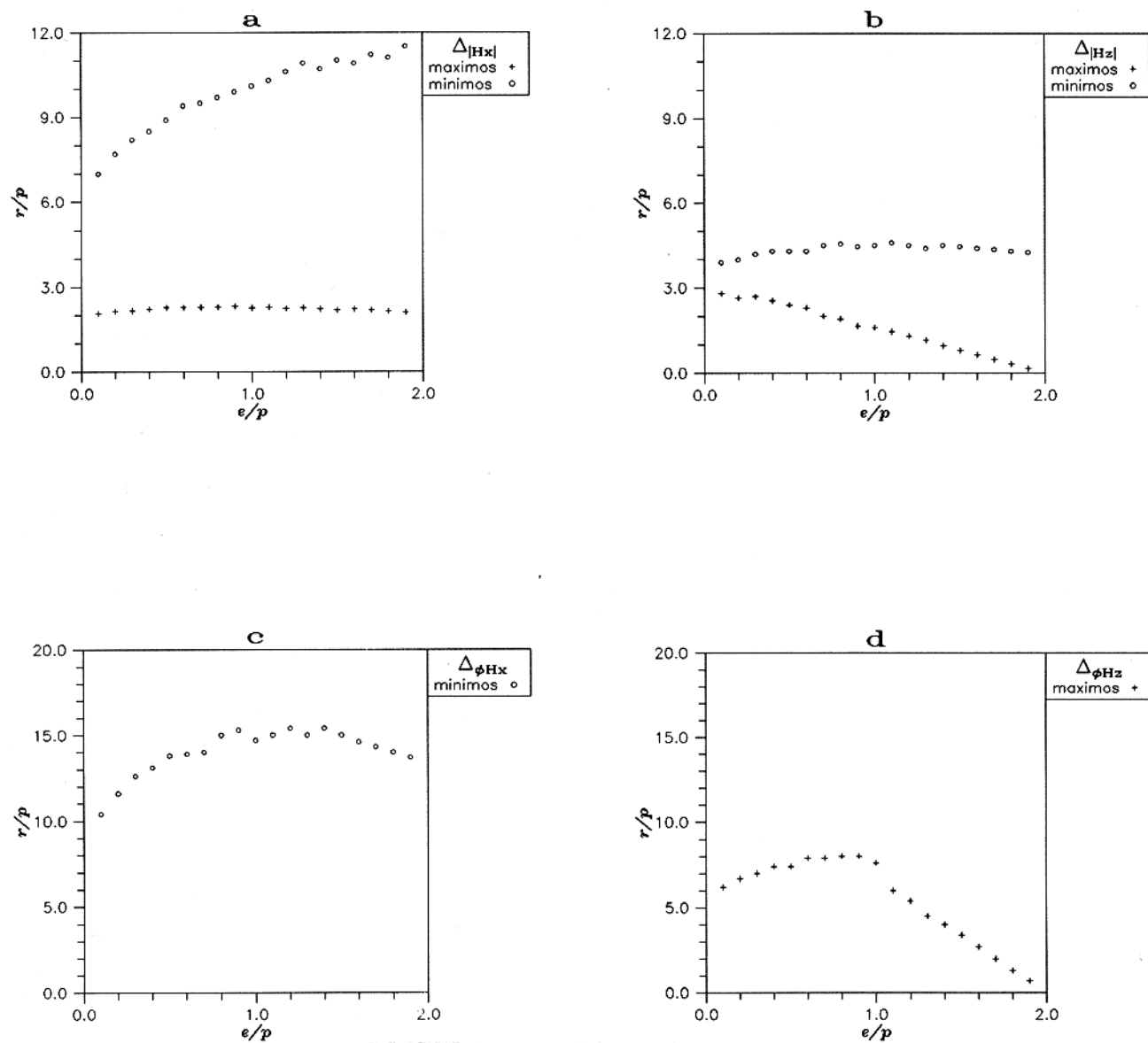


Figura 3.8 - Valores de r/p correspondentes aos extremos globais da Função Detectabilidade, em função de e/p . a) $\Delta|Hx|$, b) $\Delta|Hz|$, c) $\Delta\phi_{Hx}$ e d) $\Delta\phi_{Hz}$. Modelo 1D com $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

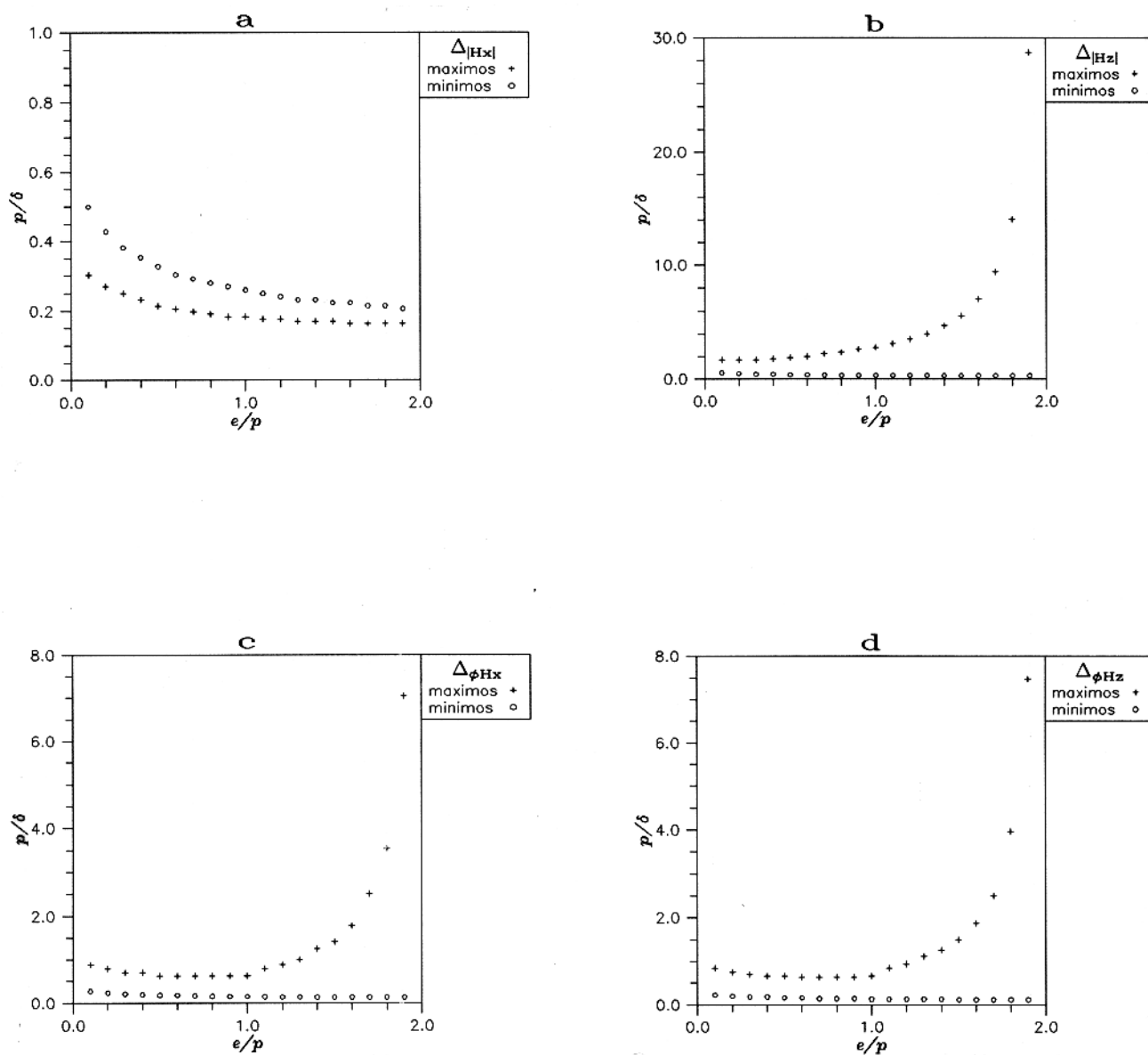


Figura 3.9 - Valores de p/δ correspondentes aos extremos globais da Função De-tetabilidade, em função de e/p . a) $\Delta_{|Hx|}$, b) $\Delta_{|Hz|}$, c) $\Delta_{\phi Hx}$ e d) $\Delta_{\phi Hz}$. Modelo 1D com $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

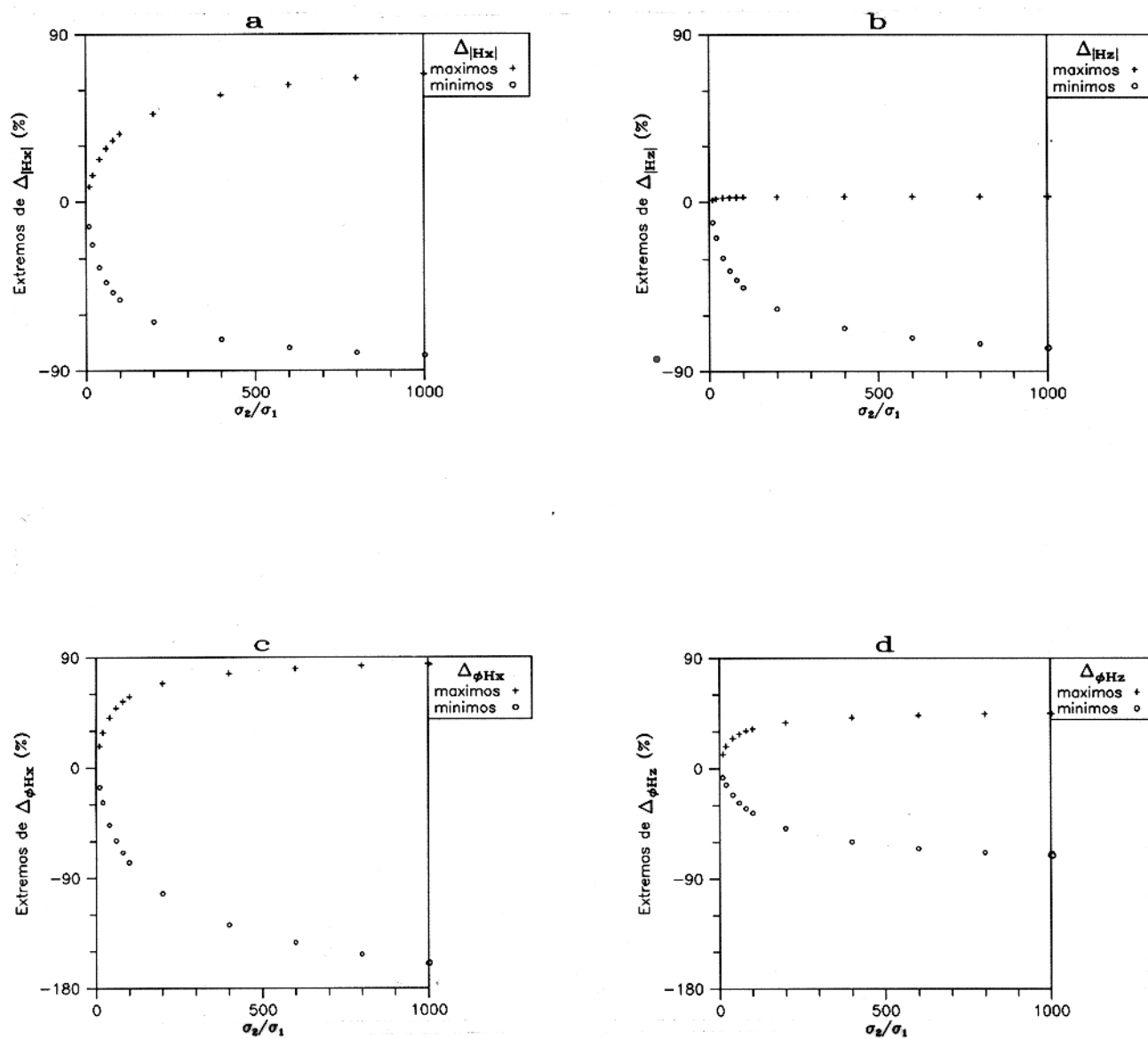


Figura 3.10 - Extremos globais da Função Detetabilidade em função de σ_2/σ_1 . a) $\Delta_{|Hx|}$, b) $\Delta_{|Hz|}$, c) $\Delta_{\phi Hx}$ e d) $\Delta_{\phi Hz}$. Modelo 1D com $e/p = 1/10$.

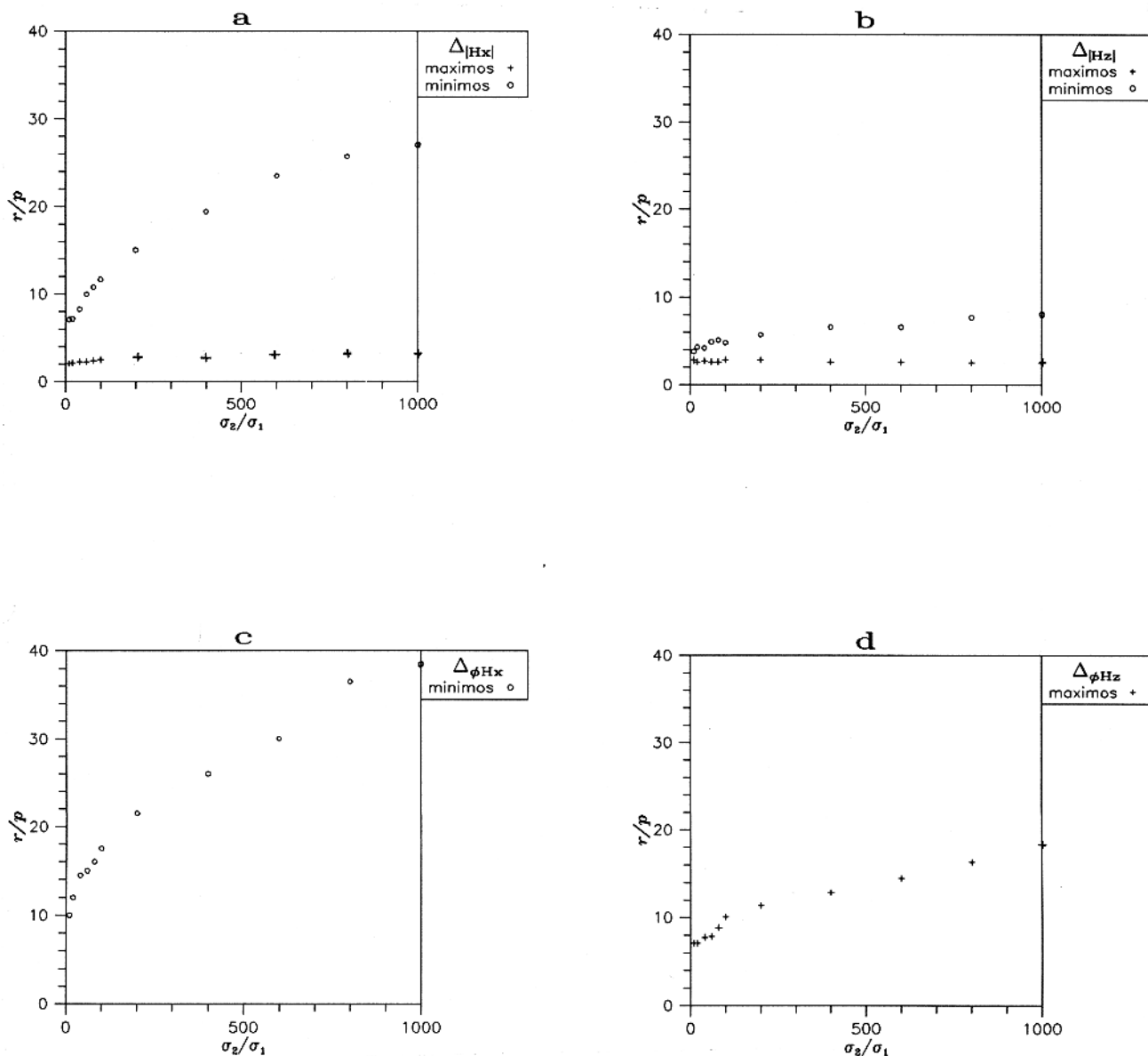


Figura 3.11 - Valores de r/p correspondentes aos extremos globais da Função Detectabilidade em função de σ_2/σ_1 . a) $\Delta|Hx|$, b) $\Delta|Hz|$, c) $\Delta\phi Hx$ e d) $\Delta\phi Hz$. Modelo 1D com $e/p = 1/10$.

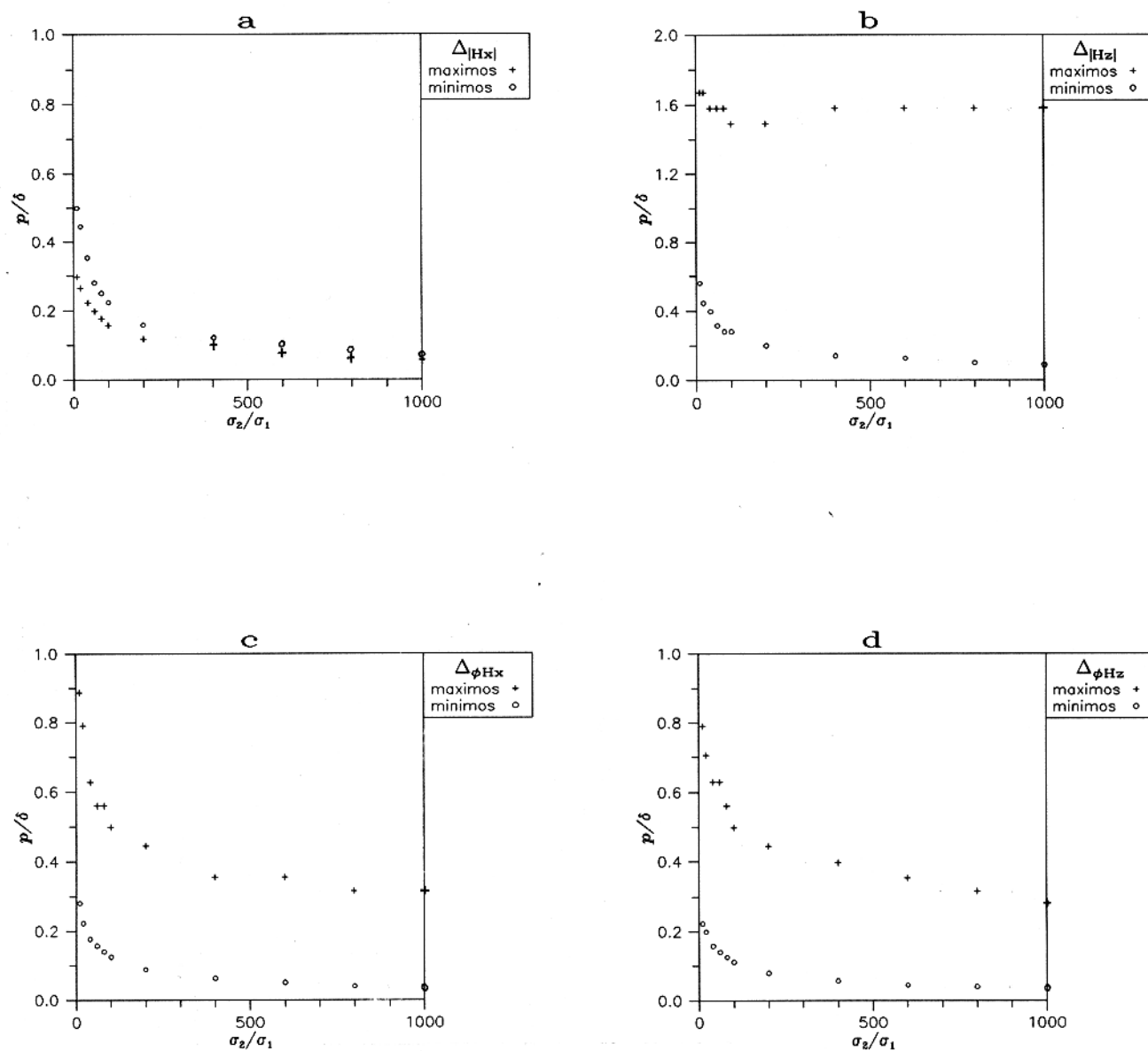


Figura 3.12 - Valores de p/δ correspondentes aos extremos globais da Função Detetabilidade em função de σ_2/σ_1 . a) $\Delta_{|Hx|}$, b) $\Delta_{|Hz|}$, c) $\Delta_{\phi Hx}$ e d) $\Delta_{\phi Hz}$. Modelo 1D com $e/p = 1/10$.

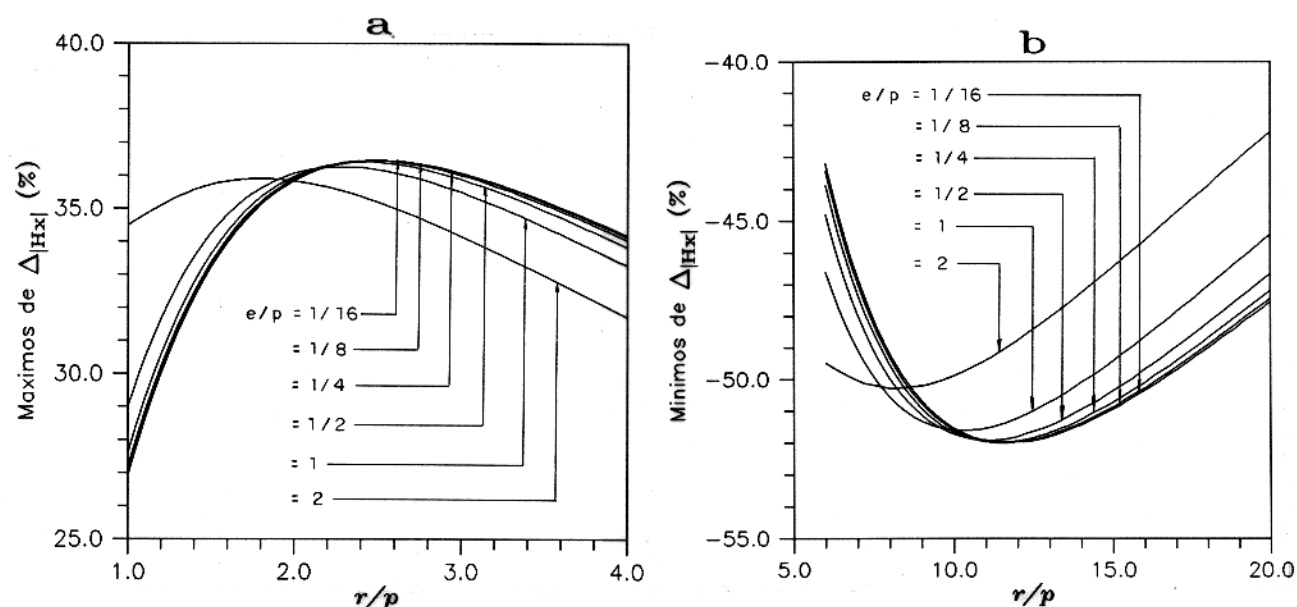


Figura 3.13 - Extremos globais de $\Delta|H_x|$ em função de r/p ($e p/\delta$) para diferentes valores de e/p e σ_2/σ_1 com $\sigma_2 e / \sigma_1 p = 10$. a) extremos positivos; b) extremos negativos.

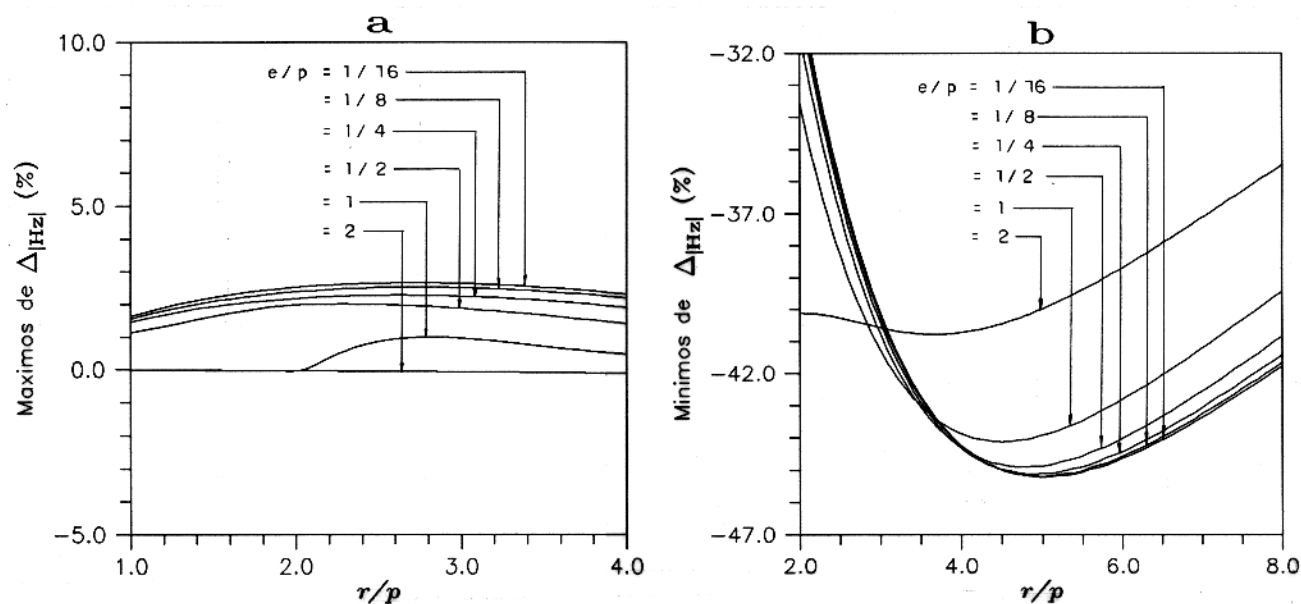


Figura 3.14 - Extremos globais de $\Delta|H_z|$ em função de r/p ($e p/\delta$) para diferentes valores de e/p e σ_2/σ_1 com $\sigma_2 e / \sigma_1 p = 10$. a) extremos positivos; b) extremos negativos.

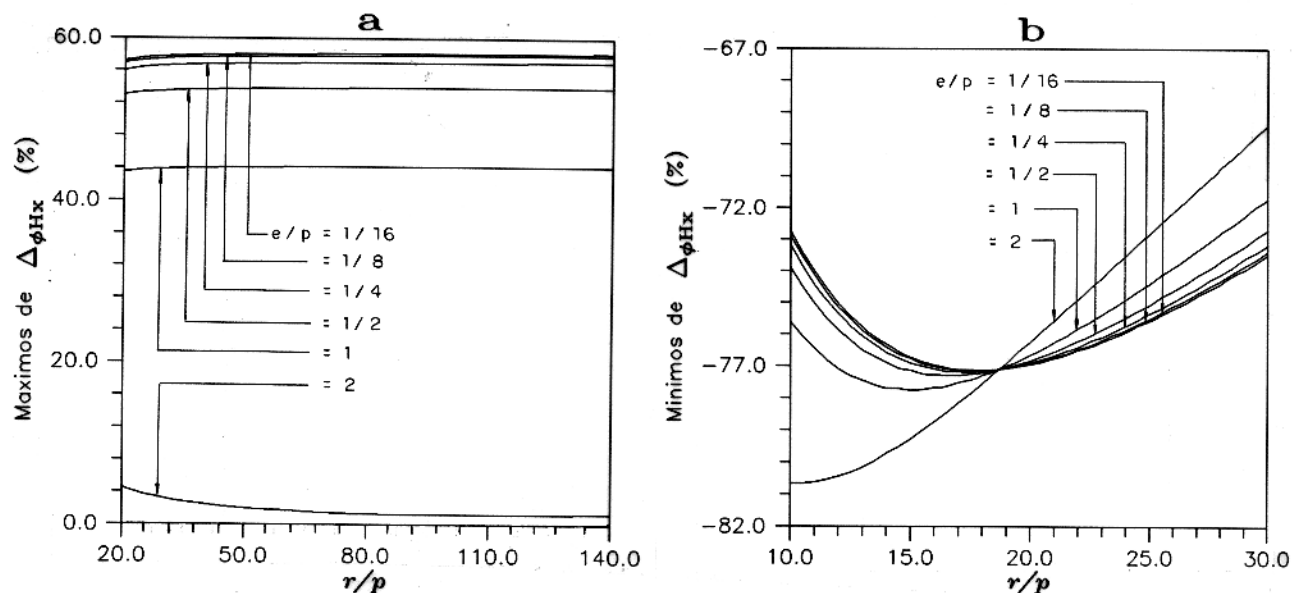


Figura 3.15 - Extremos globais de $\Delta\phi_{Hx}$ em função de r/p ($e\ p/\delta$) para diferentes valores de e/p e σ_2/σ_1 com $\sigma_2 e/\sigma_1 p = 10$. a) extremos positivos; b) extremos negativos.

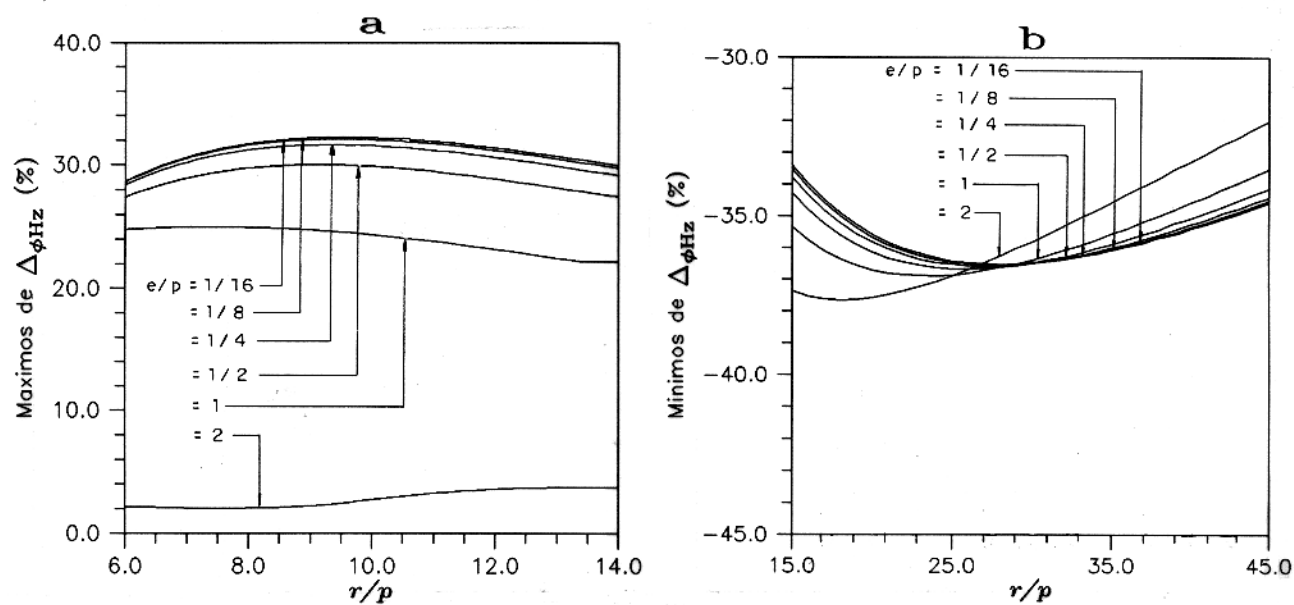


Figura 3.16 - Extremos globais de $\Delta\phi_{Hz}$ em função de r/p ($e\ p/\delta$) para diferentes valores de e/p e σ_2/σ_1 com $\sigma_2 e/\sigma_1 p = 10$. a) extremos positivos; b) extremos negativos.

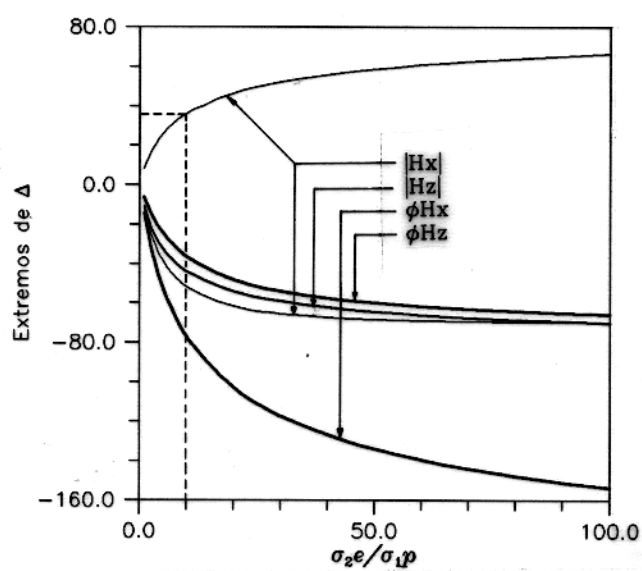


Figura 3.17 - Variação dos extremos de Δ com a condutância longitudinal quando $e/p \leq 1/2$ e os extremos da função Δ diferem uns dos outros em menos de 1,0 %.

4 - ESTUDO DO MODELO BIDIMENSIONAL

O modelo bidimensional mostrado na Figura 2.2 será estudado neste capítulo. Primeiramente, será feito um estudo sobre a largura mínima que uma heterogeneidade bidimensional deve ter para ser confundida com uma heterogeneidade unidimensional. Em seguida, será verificada a existência e unicidade da zona principal no modelo 2D, fixando as dimensões, a posição e o contraste de condutividade da heterogeneidade, e determinando os valores de r e ω (frequência da corrente na fonte) associados aos extremos de Δ . Será, então, verificada a estabilidade dos valores obtidos, sob variação de cada uma das grandezas que inicialmente foram mantidas fixas. Finalmente, será delimitada a zona principal, tanto em profundidade como lateralmente, em relação ao sistema transmissor-receptor.

Para o cálculo da função Δ , o Sinal Total (St) é obtido resolvendo-se as equações (2.32), (2.34) e (2.35) como se indica na Seção 2.4. O Sinal Primário Sp e o Sinal Primário Máximo Sp_{max} são obtidos do mesmo modo como no capítulo anterior.

Sabe-se, intuitivamente, que uma heterogeneidade bidimensional tende para uma camada infinita quando sua largura (l) aumenta. No entanto, deve haver um valor limite l_0 para a largura da heterogeneidade 2D, acima do qual, ela pode ser considerada ilimitada lateralmente, no que se refere ao sinal observado em superfície, a menos de um erro inferior ao erro experimental da medida. A primeira aplicação da função Δ a modelos bidimensionais será feita para calcular o referido valor limite.

4.1 - INFLUÊNCIA DA LIMITAÇÃO LATERAL DA CAMADA

Para determinar o valor l_0 da largura, acima do qual uma heterogeneidade bidimensional pode ser considerada unidimensional, calcula-se a função Δ para o modelo 2D, aumentando sucessivamente a largura l da heterogeneidade e comparando o valor de Δ com aquele obtido para a camada infinita. Para esta comparação, foram adotados os valores $e/p = 1/10$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$, para calcular a função Δ .

Conforme visto no caso 1D, o máximo global de $\Delta_{|Hx|}$ e o mínimo global de $\Delta_{|Hz|}$ que ocorrem no modelo unidimensional em $r/p = 2,1$ e $r/p = 3,9$, respectivamente, são as funções que apresentaram as melhores condições para a detetabilidade de heterogeneidades em subsuperfície. Por esse motivo, apenas essas funções serão utilizadas na análise da influência da

limitação lateral da camada no modelo 2D. A Figura 4.1 mostra a função $\Delta_{|H_x|}$, em função de p/δ , para o modelo 2D em que o centro da heterogeneidade está a uma distância horizontal $d = r/2$ da fonte e a razão l/r varia de $1/4$ a 7 . Os valores de $\Delta_{|H_x|}$ estão indicados na Figura 4.2, em que l/r varia de $1/4$ a $3/2$, também com $d = r/2$.

Nos dois casos, com o aumento da largura da heterogeneidade, a função Δ correspondente ao modelo 2D tende para os valores da camada infinita, em todo o espectro de frequência. No entanto, os valores de $\Delta_{|H_x|}$ indicam que para $l/r > 6$ a heterogeneidade bidimensional comporta-se como se fosse lateralmente infinita, com erros inferiores a $5,0\%$, no pico da função. Para valores de $\Delta_{|H_z|}$ o mesmo acontece para valores de $l/r > 3/2$. Estes resultados evidenciam que, assim como no caso unidimensional, as duas componentes do campo magnético são influenciadas diferentemente pelas heterogeneidades em subsuperfície.

É particularmente importante observar que a intensidade do sinal depende fortemente da dimensão lateral da heterogeneidade, conforme mostram as Figuras 4.1 e 4.2. Assim, a intensidade do pico positivo de $\Delta_{|H_x|}$ varia por um fator de aproximadamente 8 quando l/r varia de $1/4$ para 2 , reduzindo-se para 7 quando l/r é igual a 7 (estabilizando nesse patamar para valores de $l/r > 7$), e o pico negativo de $\Delta_{|H_z|}$ varia por um fator de aproximadamente 3 quando l/r varia de $1/4$ para $3/2$ (estabilizando aí para valores maiores de l/r).

4.2 - DETETABILIDADE DE UMA HETEROGENEIDADE BIDIMENSIONAL

Considerando o meio encaixante um semi-espaco eletricamente definido ($\mu = \mu_0$, $\sigma_1 =$ valor conhecido), o problema geral bidimensional, que nos propomos resolver, possui 7 variáveis independentes: 2 referentes ao sistema transmissor-receptor (r, ω), 2 referentes à posição espacial do centro da heterogeneidade (d, p) e 3 referentes à caracterização da heterogeneidade em si (e, l, σ_2), conforme pode ser visualizado na Figura 2.2. Para simplificar o problema, sem perda da sua generalidade, vamos praticar três passos:

- simplificar geometricamente o corpo condutor a um prisma de seção transversal quadrada e eixo infinito na direção do eixo y ;
- parametrizar as variáveis de caracterização do corpo do modo seguinte: $\frac{e}{d} (= \frac{l}{d})$, $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$;
- reduzir as variáveis a quatro (d, p, δ, r), onde $\delta = (\mu_0 \omega \sigma_1 / 2)^{-1/2}$ é o "skin depth" da onda plana, no meio homogêneo de condutividade σ_1 .

Como será demonstrado mais adiante, essas quatro variáveis também podem ser parametrizadas, podendo com isso o número das variáveis cair para 3 , através da divisão por

uma delas ($\frac{d}{r}$, $\frac{p}{r}$, $\frac{\delta}{r}$). Por conveniência, vamos usar as funções inversas desses quocientes e substituir r/p pela relação $\frac{r/d}{r/p} = p/d$, e r/δ pela relação $\frac{r/\delta}{r/p} = p/\delta$. Assim sendo, o problema será tratado usando como sistema de coordenadas ($\frac{r}{d}$, $\frac{p}{d}$, $\frac{\delta}{d}$).

Devido às dificuldades inerentes à representação gráfica de uma função de três variáveis, vamos apresentar nesta tese a função detetabilidade Δ em função de r/d e p/δ apenas para quatro valores da variável $p/d = 0,5, 1,0, 1,5$ e $2,0$. Por outro lado, quando desejado, podem-se extrair os valores de r/p , correspondentes para o caso particular, dividindo a variável r/d pelo parâmetro p/d .

Conforme foi observado anteriormente, é geometricamente equivalente, neste problema, fixar-se a configuração transmissor-receptor (mantendo conseqüentemente r constante) e variar a posição da heterogeneidade no espaço bidimensional (deslocando a sua seção reta de forma quadrada no plano $x-z$), ou, então, fixar-se a posição espacial do centro da heterogeneidade e variar as posições do transmissor e do receptor na superfície (deslocando o transmissor e o receptor sobre o eixo x). Para melhor auxiliar a visualização física e a intuição, ao longo da análise deste problema, é melhor supor o sistema transmissor-receptor fixo em uma dada configuração, e deixar variar a posição do centro da heterogeneidade, as suas dimensões geométricas e o contraste de condutividade. Assim, no sistema de coordenadas (d, p) mostrado na Figura 4.3, ao fixar-se o quociente p/d , tem-se o centro da heterogeneidade vinculado a só poder deslocar-se sobre a reta que saindo da origem (posição do transmissor) acha-se inclinada com a horizontal para o lado do receptor segundo um ângulo $\arctg(p/d)$. Além disso, o valor do lado do quadrado correspondente à seção reta da heterogeneidade virá dado por $e/d = c$, para cada valor constante atribuído a c . Portanto, o lado do quadrado crescerá linearmente com d em uma direção horizontal e ficará fixo ao longo de uma direção vertical, conforme vem ilustrado na Figura 4.3. Naturalmente, durante os cálculos a serem efetuados, nem sempre será adotada essa opção.

Com o objetivo de localizar a zona principal, tanto lateralmente como em profundidade, será calculada a função Δ para o modelo 2D (Figura 2.2), variando r e ω , mantendo todos os outros parâmetros fixos. Se d é mantida fixa, o parâmetro r/d representará a variação da distância do ponto de observação à fonte. Por outro lado, se p e σ_1 são fixos, o parâmetro p/δ indicará as variações de frequência. Note-se que r/d serve para indicar a posição lateral do centro da zona principal, enquanto que p/δ a sua profundidade.

A profundidade da zona principal, obtida no caso unidimensional, será reexaminada para o caso 2D. Isto é necessário porque a dimensão lateral finita da heterogeneidade pode modificar o valor de p/δ associado ao extremo de Δ , conforme se observa nas Figuras 4.1 e 4.2. Será verificado, portanto, se no caso de heterogeneidades bidimensionais se mantém ou não a

mesma profundidade estimada, obtida no caso unidimensional.

Seria intuitivo continuar usando o par de parâmetros $(r/p, p/\delta)$ como as variáveis principais, dando continuidade ao que foi feito anteriormente e tendo, graficamente, o caso 1D como caso limite do presente estudo (2D), para fins de referência e comparação. Todavia, a maior conveniência para a análise do afastamento lateral da heterogeneidade (no caso 2D) levou-nos a enfatizar o parâmetro r/d , embora conservando também r/p , mesmo particularizado. A situação em que se teria $d = 0$ (centro da heterogeneidade abaixo do transmissor) pode ser evitada, considerando que, com base no estudo preliminar apresentado na seção 2.5, a região mais importante corresponde à configuração em que a heterogeneidade está deslocada lateralmente no sentido do receptor, com o seu centro situado horizontalmente a uma distância do transmissor maior do que $r/4$, onde r é a distância transmissor-receptor.

Nesta seção, os valores dos parâmetros mantidos constantes são $d = 100$ m, $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $e/d = l/d = 1/5$, $\sigma_2/\sigma_1 = 10$ e $p/d = 0,5, 1,0, 1,5$ e $2,0$. Variando convenientemente os parâmetros r/d e p/δ , são obtidas as seções de $\Delta_{|Hx|}$, $\Delta_{|Hz|}$, $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$ representadas nas Figuras 4.4 a 4.19. A função Detetabilidade, representada nessas figuras, possui l/d , e/d , p/d e σ_2/σ_1 como parâmetros fixos. Essa representação paramétrica é possível porque, mantidos constantes esses parâmetros, a função Δ não varia com d ou σ_1 . Mostra-se, na Figura 4.20, em linhas cheias, as linhas de contorno da Figura 4.4, obtidas com $d = 100$ m e $\sigma_1 = 0,01$ S/m, e, em linhas tracejadas, as linhas de contorno com $d = 50$ m e $\sigma_1 = 0,1$ S/m, mantidos constantes os quocientes indicados na Figura 4.4. De modo análogo e com a mesma finalidade, vem reproduzidas nas Figuras 4.21, 4.22 e 4.23, respectivamente, as curvas de contorno das Figuras 4.5, 4.6 e 4.7, para comparação dos valores dos parâmetros resultantes da inversão, para dois valores das variáveis d (igual a 100 m e 50 m) e σ_1 (igual a 0,01 e 0,1 S/m), mantendo-se constantes os quocientes l/d , e/d , p/d e σ_2/σ_1 .

São bem definidos, em cada seção de Δ , pelo menos um extremo positivo e um extremo negativo, indicando portanto a existência da zona principal também para modelos bidimensionais. Da análise dos gráficos da função Δ , verifica-se que à medida que a variável p/d cresce fica menor a intensidade do sinal, que rapidamente chega à ordem de grandeza ou abaixo da marca de 1 %, normalmente atribuída ao nível de ruído. Naturalmente, o valor da intensidade do sinal pode voltar a crescer, dentro de certos limites, conforme será examinado mais adiante, com o aumento do tamanho da heterogeneidade (e/d) e do contraste de condutividade (σ_2/σ_1). Devido a isto, a presente análise ficará limitada ao valor de p/d , no máximo, igual a 2. Verifica-se, ainda, a ocorrência de extremos locais secundários ao lado dos extremos globais em diversos casos. Nesse sentido, valem as seguintes observações :

- a) pico positivo de $\Delta_{|H_x|}$: somente a partir de $p/d = 1,5$ ocorre um extremo secundário, e, ainda assim, com uma intensidade relativa muito baixa, correspondendo ao centro da heterogeneidade em uma posição muito próxima do transmissor ($d < r/4$), região essa já reconhecida de pouco interesse. Para $p/d = 2,0$ esse extremo secundário passa a ser extremo global, porém, com intensidade inferior a 1 %. Para a finalidade da exploração, esse extremo secundário pode ser ignorado;
- b) pico negativo de $\Delta_{|H_x|}$: apenas quando $p/d = 2,0$ esta função apresenta um extremo secundário, cujo valor é de aproximadamente 30 % do mínimo global de $\Delta_{|H_x|}$ que, para este modelo representado na Figura 4.16, tem intensidade de -1,01 %. Portanto, esse extremo secundário também não é relevante para esta análise;
- c) pico positivo de $\Delta_{|H_z|}$: surgem máximos secundários quando $p/d = 1,0$ e $1,5$, sendo que o máximo principal em $p/d = 0,5$ desaparece quando $p/d = 2,0$, e o máximo secundário que surgiu quando $p/d = 1,0$, subdividido em duas partes, une essas partes em uma única e ganha expressão de principal em $p/d = 1,5$, tornando-o o único máximo quando $p/d = 2,0$. Infelizmente, a intensidade, exceto em $p/d = 0,5$, assume valores abaixo de 1 %, perdendo o interesse para esta análise;
- d) pico negativo de $\Delta_{|H_z|}$: situação favorável, a função apresenta um único extremo;
- e) pico positivo de $\Delta_{\phi_{H_x}}$: quando $p/d = 0,5$ e $1,0$, surge um máximo secundário de pequena expressão de intensidade e extensão, quando a heterogeneidade tem seu centro abaixo do receptor ($r/d = 1$) e o “skin depth” varia de 5 a 20 vezes a profundidade ($p/\delta \approx 0,05$ a $0,2$). Esse extremo secundário não mais aparece a partir de $p/d = 1,5$. Por outro lado, a partir de $p/d = 1,0$ o pico positivo de $\Delta_{\phi_{H_x}}$ ocorre para $d < r/4$, estando portanto fora da região de interesse para esta análise;
- f) pico negativo de $\Delta_{\phi_{H_x}}$: situação favorável, a função apresenta um único extremo;
- g) pico positivo de $\Delta_{\phi_{H_z}}$: situação favorável, a função apresenta um único extremo;
- h) pico negativo de $\Delta_{\phi_{H_z}}$: quando $p/d = 0,5$ ocorrem três extremos da função que se agrupam em torno do pico positivo, com o extremo principal abaixo e dois secundários, um menor na lateral à esquerda e outro acima do pico positivo. Quando $p/d = 1,0$, o que era secundário acima do pico positivo torna-se principal, o secundário da lateral esquerda quase desaparece e o situado abaixo do pico positivo passa a secundário. Quando $p/d = 1,5$, continuam o principal acima e o secundário abaixo do pico positivo e o terceiro secundário desaparece. Os mesmos picos são observados quando $p/d = 2,0$, porém, todos com menor intensidade e extensão. Nota-se um deslocamento lateral,

tanto do extremo positivo como dos extremos negativos, no sentido de aumento de valores de r/d , quando p/d aumenta de 0,5 para 2,0. A partir de $p/d = 1,5$, tanto o pico positivo quanto o negativo de $\Delta_{\phi H_z}$ acham-se na região de $d < r/4$, considerada de pouco interesse. Por este fato, deve-se excluir desta análise a função $\Delta_{\phi H_z}$ quando $p/d \geq 1,5$.

Os valores dos extremos principais de Δ , bem como dos pares $(r/d, p/\delta)$ a eles associados, e complementarmente também r/p , vem indicados na Tabela 4.1. A ocorrência de extremos locais secundários, além de extremos globais, indica multiplicidade de soluções para r/d e p/δ , e certamente vem relacionada com a influência devida às bordas laterais da heterogeneidade. Esta conexão torna-se clara diante do fato de não existirem extremos secundários no caso 1D. Pelo mesmo fato, a presença de extremos secundários é mais significativa na medida da fase.

Tabela 4.1 - Valores extremos de Δ e os correspondentes valores de r/d , r/p e p/δ para amplitude e fase de H_x e H_z . Modelo 2D com $d = 100$ m, $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $e/d = l/d = 1/5$, $\sigma_2/\sigma_1 = 10$ e $p/d = 0,5, 1,0, 1,5$ e $2,0$.

Valores de p/d	Função calculada	Pico positivo				Pico negativo			
		Δ (%)	r/d	r/p	p/δ	Δ (%)	r/d	r/p	p/δ
0,5	$\Delta_{ H_x }$	11,91	1,1	2,2	0,40	-4,85	2,7	5,4	0,63
	$\Delta_{ H_z }$	2,78	0,7	1,4	0,55	-6,19	1,6	3,2	0,63
	$\Delta_{\phi H_x}$	7,65	2,9	5,8	0,90	-11,50	1,1	2,2	0,80
	$\Delta_{\phi H_z}$	5,55	2,1	4,2	1,10	-1,89	1,9	3,8	0,40
1,0	$\Delta_{ H_x }$	2,96	1,3	1,3	0,54	-1,93	4,0	4,0	0,72
	$\Delta_{ H_z }$	0,49	(*)	(*)	(*)	-2,13	2,2	2,2	0,72
	$\Delta_{\phi H_x}$	3,45	(**)	(**)	(**)	-3,90	1,1	1,1	0,83
	$\Delta_{\phi H_z}$	1,74	3,4	3,4	1,29	-0,65	(*)	(*)	(*)
1,5	$\Delta_{ H_x }$	1,36	1,6	1,1	0,54	-1,55	(**)	(**)	(**)
	$\Delta_{ H_z }$	0,41	(*)(**)	(*)(**)	(*)(**)	-1,20	3,2	2,1	0,72
	$\Delta_{\phi H_x}$	2,87	(**)	(**)	(**)	-2,14	1,2	0,8	0,82
	$\Delta_{\phi H_z}$	1,59	(**)	(**)	(**)	-0,49	(*)(**)	(*)(**)	(*)(**)
2,0	$\Delta_{ H_x }$	0,65	(*)(**)	(*)(**)	(*)(**)	-1,01	(**)	(**)	(**)
	$\Delta_{ H_z }$	0,40	(*)(**)	(*)(**)	(*)(**)	-0,56	(*)	(*)	(*)
	$\Delta_{\phi H_x}$	2,02	(**)	(**)	(**)	-1,02	1,2	0,6	0,94
	$\Delta_{\phi H_z}$	1,14	(**)	(**)	(**)	-0,40	(*)(**)	(*)(**)	(*)(**)

(*) excluída desta análise, por ser o sinal < 1 %.

(**) excluída desta análise, por corresponder à região $d < r/4$.

Os maiores valores absolutos de Δ foram obtidos para o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ e o negativo de $\Delta_{\phi Hx}$ quando $p/d = 0,5$, para os picos positivo e negativo de $\Delta_{\phi Hx}$ quando $p/d = 1,0$ e $1,5$, e para os picos positivos de $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hx}$ quando $p/d = 2,0$. Os menores valores absolutos de Δ foram aqueles associados ao pico negativo de $\Delta_{\phi Hx}$ e pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ para $p/d = 0,5, 1,0, 1,5$ e $2,0$. Como a precisão da medida de Δ está associada à relação sinal-ruído, atribui-se maior confiabilidade aos resultados obtidos através dos maiores valores absolutos de Δ .

A respeito dos valores de r/d associados aos extremos de Δ , observa-se, para $p/d = 0,5$, que o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ e o negativo de $\Delta_{\phi Hx}$ ocorrem para o mesmo valor de $r/d = 1,1$, isto é, quando o receptor está ligeiramente deslocado para a direita acima do centro da heterogeneidade. Esta situação torna-se interessante porque, nestes dois casos, os extremos de Δ ocorrem quando o receptor está aproximadamente acima do centro da heterogeneidade. Note-se que, quando $p/d = 1,0$, o pico negativo de $\Delta_{\phi Hx}$ continua ocorrendo em $r/d = 1,1$, sofrendo apenas um pequeno aumento para $r/d = 1,2$ quando $p/d = 1,5$ e $2,0$ (Figuras 4.14 e 4.18). Por outro lado, o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ passa a ocorrer em $r/d = 1,3$ para $p/d = 1,0$, $r/d = 1,6$ para $p/d = 1,5$ e torna-se irrelevante para $p/d = 2,0$, ocorrendo como pico secundário, com intensidade da ordem de $\Delta = 0,58 \%$, em r/d na faixa de $1,6$ a $1,9$.

Ainda com relação aos valores de r/d associados aos extremos de Δ , deve-se notar que, de modo geral, ocorre um aumento de r/d quando a profundidade da heterogeneidade aumenta. Valores elevados de r/d podem vir a ser um obstáculo do ponto de vista operacional, pela necessidade de se alcançar valores elevados para a separação transmissor-receptor para obter o extremo da função Δ . Além disso, a intensidade do sinal torna-se relativamente baixa nesses casos.

Os valores de p/δ associados aos extremos de Δ para $p/d = 0,5$ (Tabela 4.1), com exceção do pico positivo de $\Delta_{\phi Hx}$, são inferiores a 1. Isto significa que, exceto para uma função, a máxima contribuição da heterogeneidade em subsuperfície ocorre quando suas profundidades são inferiores a δ . Os picos positivo de $\Delta_{|Hx|}$ e negativo de $\Delta_{\phi Hx}$ ocorrem coincidentemente no menor valor de profundidade ($p = 0,40\delta$) para o modelo estudado. De um modo geral, o aumento da profundidade da heterogeneidade, representada pelo parâmetro p/d , provoca um aumento nos valores de p/δ associados aos extremos da função Δ , no entanto, nos casos de interesse prático, tem-se sempre $p < \delta$.

A exemplo do capítulo anterior, foi elaborado um quadro-resumo (Tabela 4.4, localizada no final da seção 4.4) que indica qualitativamente os resultados mais importantes do estudo do modelo bidimensional. Nesta tabela, estão indicadas, entre outras características, a *intensidade do sinal* e o *comportamento quanto à unicidade*, analisados nesta Seção. Esta

avaliação qualitativa está baseada nos resultados indicados na Tabela 4.1 e Figuras 4.4 a 4.19. Para a intensidade do sinal foram utilizados apenas dois índices qualitativos: *Bom* para os valores de pelo menos uma ordem de grandeza superior a 1 % (nível de ruído da medida) e *Ruim* para valores da ordem de 1 % ou mais baixos. Para a análise apresentada na Tabela 4.4 foi considerada apenas a situação em que ocorrem os maiores valores absolutos de Δ , ou seja, quando $p/d = 0,5$. Note-se que esta é a única situação (dentre aquelas apresentadas na Tabela 4.1) em que nenhum dos picos das funções calculadas foi excluído da análise, o que confere confiabilidade à avaliação quanto à intensidade do sinal. No caso do comportamento quanto à unicidade, foram utilizados também apenas dois índices, sendo classificados como *Bom* os casos em que ocorreu apenas um extremo de mesmo sinal, ou foi reduzido a uma situação equivalente quando considerando somente intensidade acima do nível do ruído, e como *Ruim* aqueles em que ocorreu efetivamente mais de um.

Tabela 4.2 - Valores de r/p associados aos extremos de Δ , comparando o caso 1D (dimensão lateral infinita) com o caso 2D, mantendo fixo: $\sigma_2/\sigma_1 = 10$ nos dois casos, e $e/d = l/d = 1/5$ e $p/d = 0,5, 1,0, 1,5$ e $2,0$ no caso 2D.

p/d (caso 2D)	Função calculada	Pico positivo			Pico negativo		
		1D ¹	2D	variação %	1D	2D	variação %
0,5	$\Delta_{ Hx }$	2,2	2,2	0,0	8,5	5,4	-36,5
	$\Delta_{ Hz }$	2,5	1,4	-44,0	4,3	3,2	-25,6
	$\Delta_{\phi Hx}$	8,3	5,8	-30,1	13,1	2,2	-83,2
	$\Delta_{\phi Hz}$	7,4	4,2	-43,2	18,4	3,8	-79,3
1,0	$\Delta_{ Hx }$	2,1	1,3	-38,1	7,7	4,0	-48,0
	$\Delta_{ Hz }$	2,6	(*)	-	4,0	2,2	-45,0
	$\Delta_{\phi Hx}$	7,3	(**)	-	11,6	1,1	-90,0
	$\Delta_{\phi Hz}$	6,7	3,4	-49,2	17,4	(*)	-
1,5	$\Delta_{ Hx }$	2,1	1,1	-47,6	7,2	(**)	-
	$\Delta_{ Hz }$	2,6	(*)(**)	-	3,9	2,1	-46,1
	$\Delta_{\phi Hx}$	7,1	(**)	-	11,2	0,8	-92,8
	$\Delta_{\phi Hz}$	6,4	(**)	-	15,6	(*)(**)	-
2,0	$\Delta_{ Hx }$	2,1	(*)(**)	-	6,9	(**)	-
	$\Delta_{ Hz }$	2,7	(*)(**)	-	3,9	(*)	-
	$\Delta_{\phi Hx}$	7,0	(**)	-	10,2	0,6	-94,1
	$\Delta_{\phi Hz}$	6,2	(**)	-	14,7	(*)(**)	-

¹ Notar que para manter a mesma espessura da camada, para fins de comparação nos casos 1D e 2D, as situações em que $p/d = 0,5, 1,0, 1,5$ e $2,0$ correspondem, respectivamente a ter $e/p = 0,4, 0,2, 0,13$ e $0,1$.

Para efeito de comparação com os resultados do estudo do modelo 1D, são indicados na Tabela 4.2 os valores de r/p associados aos extremos de Δ , para os casos 1D e 2D, de uma heterogeneidade de mesma espessura, mantendo $p/d = 0,5, 1,0, 1,5$ e $2,0$, que correspondem, respectivamente, a ter $e/p = 0,4, 0,2, 0,13$ e $0,1$. O parâmetro r/p , relacionado com a profundidade de exploração, indica no caso 2D que, mantendo fixa a separação transmissor-receptor (r), tem-se:

- a) no caso em que $p/d = 0,5$, o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ ocorrerá para $p = 0,71r$, sendo esta a maior profundidade em que a heterogeneidade produz um extremo de Δ . O pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ e o pico negativo de $\Delta_{\phi Hx}$ vem em seguida com $p = 0,45r$. O pico positivo de $\Delta_{\phi Hx}$ está associado à menor profundidade da heterogeneidade $p = 0,17r$. Note-se que, tanto no caso 1D como no caso 2D, o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ ocorre quando $p = 0,45r$, portanto sem qualquer distorção qualquer que seja a dimensão lateral da heterogeneidade. Por outro lado, há uma distorção de -83,2 % no valor da profundidade estimada através do pico negativo de $\Delta_{\phi Hx}$, correspondendo à máxima distorção verificada dentre todas as funções. Esta alta distorção também revela uma grande sensibilidade do pico negativo de $\Delta_{\phi Hx}$ em relação à dimensão lateral da heterogeneidade, podendo, talvez, ser inclusive usada como um medidor dessa dimensão lateral. Essa análise não será incluída no escopo desta tese;
- b) no caso em que $p/d = 1,0$, a maior profundidade $p = 0,91r$ é indicada pelo pico negativo de $\Delta_{\phi Hx}$, porém, assim como no caso anterior ($p/d = 0,5$), esta é a função que apresenta a maior distorção no valor da profundidade estimada (-90,0 %). Note-se que a menor distorção, neste caso, ocorreu para o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ (-38,1 %). Ainda assim, esse é um valor considerado elevado para um erro na estimativa da profundidade de uma heterogeneidade. Os valores não representados, substituídos por (*) e (**), foram omitidos pelas mesmas razões citadas na Tabela 4.1;
- c) no caso em que $p/d = 1,5$, novamente o pico negativo de $\Delta_{\phi Hx}$ está associado à maior profundidade da heterogeneidade ($p = 1,25r$) e também à maior distorção (-92,8 %) nos valores estimados para a profundidade em comparação com o caso 1D. A menor distorção foi a do pico negativo de $\Delta_{|Hx|}$ (-46,1 %), vindo em seguida, mas muito próxima, a do pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ (-47,6 %). Note-se que, em todos os casos, as distorções crescem com o aumento da profundidade do corpo;
- d) no caso em que $p/d = 2,0$, apenas o pico negativo de $\Delta_{\phi Hx}$ ainda pode ser analisado. Confirma-se aqui a grande sensibilidade desta função à extensão lateral da heterogeneidade, apresentando uma distorção de -94,1 %.

A classificação dos diversos extremos de Δ em relação à profundidade de exploração vem dada na Tabela 4.4, através do mesmo critério adotado no estudo do modelo 1D, a saber: *Excelente* para $r/p \leq 2$, *Bom* para $2 < r/p < 3$ e *Ruim* para $r/p > 3$. Para a classificação indicada na Tabela 4.4, foi considerado o pior desempenho quanto à profundidade de exploração dentre os quatro valores de p/d indicados na Tabela 4.2 (isto é, para $p/d = 0,5$).

Os contornos de Δ apresentados nas Figuras 4.5, 4.9 e 4.13 indicam que $\Delta_{|H_z|}$ assume sucessivamente valores positivos, nulo e negativos, quando aumenta a separação transmissor-receptor (r/d) para um determinado valor de p/δ . Esta seqüência corresponde, nessa ordem, ao centro da heterogeneidade fora da região limitada pelo sistema eletromagnético (à sua direita), imediatamente abaixo do receptor e entre o transmissor e o receptor, respectivamente. A importância deste resultado é evidente, pois, em um levantamento de dados no campo, a seqüência positivo-nulo-negativo para os valores de $\Delta_{|H_z|}$ revela a posição lateral do centro da heterogeneidade, que fica bem determinada em $r/d = 1$, posição associada a $\Delta_{|H_z|} = 0$.

No caso da heterogeneidade possuir um plano vertical de simetria, o campo magnético (secundário) por ela produzido em um ponto qualquer desse plano, fora da heterogeneidade, só apresenta a componente horizontal (H_x). Essa é a razão pela qual $\Delta_{|H_z|}$ passa por um zero em $r/d = 1$. Além disso, o campo primário induz um campo de correntes mais intenso na metade (da heterogeneidade) mais próxima do transmissor, explicando-se assim porque o máximo de $\Delta_{|H_x|}$ ocorre quando a heterogeneidade está ligeiramente deslocada para dentro do intervalo transmissor-receptor com relação à posição do receptor.

Uma análise da resolução dos extremos de Δ em relação aos parâmetros r/d e p/δ será feita a seguir, para verificar as dificuldades de localizar esses extremos e, em consequência, a heterogeneidade.

4.3 - RESOLUÇÃO DOS EXTREMOS DE Δ

Para verificar a resolução dos extremos de Δ em r/d e p/δ , serão utilizadas as Figuras 4.4 a 4.19. Nessas figuras, cada extremo de Δ está indicado por uma região clara (máximos) ou escura (mínimos), em torno da qual tem-se uma linha de contorno cujo valor é, em módulo, 10 % inferior ao extremo correspondente. A extensão da região limitada por essa linha, nas direções horizontal e vertical, indica a resolução do referido extremo em relação a cada um dos parâmetros.

As dimensões das regiões, limitadas pela linha de contorno dos valores iguais a 10 % menor do que os extremos de Δ , estão indicados na Tabela 4.3, para r/d , r/p e p/δ , adotando

o centro do intervalo para referência, com variação de $\pm$ metade do intervalo. Indica-se, também, o percentual que esta variação representa em relação ao valor do parâmetro no centro do intervalo. Os parâmetros r/d e r/p possuem os mesmos intervalos de variação, pelo fato de r/p estar sendo particularizado neste caso, gerado a partir de r/d , dividindo-o por uma constante (p/d). Os extremos de Δ com intensidade inferior a 1% não foram analisados nesta seção e estão indicados com (*) na Tabela 4.3. Além disso, os extremos que ocorrem para $d < r/4$ também não foram incluídos nesta análise e estão representados por (**) na Tabela 4.3.

Comparando os valores apresentados na Tabela 4.3 para o modelo 2D, com aqueles da Tabela 3.2 para o modelo 1D, verifica-se que a resolução dos extremos de Δ , em quase todos os casos, foi melhor no modelo 2D. Este resultado já era esperado, pois, sendo a heterogeneidade no modelo 2D limitada lateralmente, o campo secundário por ela produzido é percebido com maior intensidade, em uma faixa mais estreita de valores de r , do que no caso da heterogeneidade lateralmente ilimitada do modelo 1D.

Observando a extensão das regiões em r/d para $p/d = 0,5$, verifica-se que os picos positivos de $\Delta_{|Hx|}$ e $\Delta_{|Hz|}$ e o pico negativo de $\Delta_{\phi Hx}$ apresentam as melhores resoluções, vindo em seguida os picos negativos de $\Delta_{|Hz|}$, $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{|Hx|}$ e os picos positivos de $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$, nesta ordem. Com o aumento de p/d , a resolução dos extremos das funções indicadas na Tabela 4.3 torna-se pior para o parâmetro r/d . Quando p/d aumenta de 0,5 para 1,0, os valores percentuais das extensões em r/d aumentam de no mínimo 38 % (pico negativo de $\Delta_{|Hx|}$) até, no máximo, 83 % (pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$). Confirma-se, assim, que quanto maior a profundidade de um condutor em subsuperfície, menos precisa é sua localização através de medidas eletromagnéticas na superfície da Terra.

Uma avaliação qualitativa da resolução desses picos em r/d está indicada na Tabela 4.4, onde foi conservado o mesmo critério utilizado no caso 1D, a saber: *Excelente* para variação < 20 %; *Bom* para $20 \% \leq \text{variação} \leq 50$ %, *Ruim* para variação > 50 % e *Péssimo* para variação indeterminada. Para esta avaliação, foi usado o maior valor percentual da extensão em r/d associado a uma função, dentre aqueles apresentados na Tabela 4.3 (ou seja, com o maior valor de p/d em que a função foi representada na Tabela 4.3).

Com relação à resolução em p/δ , para $p/d = 0,5$, o pico positivo de $\Delta_{\phi Hx}$ apresenta a melhor resolução (extensão de 16,3 % em torno do pico), vindo em seguida o pico positivo de $\Delta_{\phi Hz}$ (extensão de 16,7 %). A pior resolução em p/δ é a do pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ com extensão de 29,4 % em torno desse extremo. Os valores percentuais das extensões, em p/δ , das regiões em torno dos extremos de Δ que diferem em menos de 10 % dos valores desses extremos, apresentam variações menores do que em r/d quando a profundidade da

heterogeneidade aumenta, havendo inclusive uma pequena diminuição em alguns casos. Isto ocorre porque no parâmetro p/δ , a frequência pode ser ajustada de modo a compensar as variações da profundidade p , o que não acontece com os parâmetros r/d e r/p . A resolução em p/δ para esses extremos vem classificada na Tabela 4.4, segundo os mesmos critérios aplicados à resolução em r/d .

Tabela 4.3 - Extensão das regiões em torno dos extremos globais de Δ que diferem em menos de 10 % dos valores desses extremos. Modelo 2D com $d = 100$ m, $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $e/d = l/d = 1/5$, $\sigma_2/\sigma_1 = 10$ e $p/d = 0,5, 1,0, 1,5$ e $2,0$.

Valor de p/d	Função calculada	Pico positivo			Pico negativo		
		extensão em r/d	extensão em r/p	extensão em p/δ	extensão em r/d	extensão em r/p	extensão em p/δ
0,5	$\Delta_{ H_x }$	$1,05 \pm 0,15$	$2,10 \pm 0,30$	$0,42 \pm 0,12$	$2,85 \pm 0,65$	$5,70 \pm 1,30$	$0,57 \pm 0,12$
	$\Delta_{ H_z }$	$0,70 \pm 0,10$	$1,40 \pm 0,20$	$0,55 \pm 0,15$	$1,60 \pm 0,30$	$3,20 \pm 0,60$	$0,60 \pm 0,15$
	$\Delta_{\phi H_x}$	$3,05 \pm 0,75$	$6,10 \pm 1,50$	$0,90 \pm 0,15$	$1,05 \pm 0,15$	$2,10 \pm 0,30$	$0,77 \pm 0,17$
	$\Delta_{\phi H_z}$	$2,15 \pm 0,55$	$4,30 \pm 1,10$	$1,07 \pm 0,17$	$1,85 \pm 0,35$	$3,70 \pm 0,70$	$0,40 \pm 0,10$
1,0	$\Delta_{ H_x }$	$1,32 \pm 0,27$	$1,32 \pm 0,27$	$0,55 \pm 0,15$	$4,37 \pm 1,37$	$4,37 \pm 1,37$	$0,70 \pm 0,20$
	$\Delta_{ H_z }$	(*)	(*)	(*)	$2,35 \pm 0,55$	$2,35 \pm 0,55$	$0,77 \pm 0,17$
	$\Delta_{\phi H_x}$	(**)	(**)	(**)	$1,02 \pm 0,22$	$1,02 \pm 0,22$	$0,90 \pm 0,20$
	$\Delta_{\phi H_z}$	$4,15 \pm 1,65$	$4,15 \pm 1,65$	$1,20 \pm 0,30$	(*)	(*)	(*)
1,5	$\Delta_{ H_x }$	$1,65 \pm 0,45$	$1,10 \pm 0,30$	$0,55 \pm 0,15$	(**)	(**)	(**)
	$\Delta_{ H_z }$	(*)(**)	(*)(**)	(*)(**)	$3,35 \pm 0,95$	$2,23 \pm 0,63$	$0,75 \pm 0,15$
	$\Delta_{\phi H_x}$	(**)	(**)	(**)	$1,20 \pm 0,50$	$0,80 \pm 0,33$	$0,85 \pm 0,20$
	$\Delta_{\phi H_z}$	(**)	(**)	(**)	(*)(**)	(*)(**)	(*)(**)
2,0	$\Delta_{ H_x }$	(*)(**)	(*)(**)	(*)(**)	(**)	(**)	(**)
	$\Delta_{ H_z }$	(*)(**)	(*)(**)	(*)(**)	(*)	(*)	(*)
	$\Delta_{\phi H_x}$	(**)	(**)	(**)	$1,27 \pm 0,62$	$0,63 \pm 0,31$	$0,95 \pm 0,20$
	$\Delta_{\phi H_z}$	(**)	(**)	(**)	(*)(**)	(*)(**)	(*)(**)

4.4 - ESTABILIDADE DOS VALORES DE r/d E p/δ

Os valores de r/d e p/δ associados aos extremos globais de Δ , indicados na Tabela 4.1, foram obtidos para valores particulares de dimensões e propriedades físicas da heterogeneidade. Portanto, é necessário verificar a estabilidade dessas estimativas sob variação do tamanho, da profundidade e condutividade da heterogeneidade.

4.4.1 - Efeito devido à variação das dimensões da heterogeneidade

É nosso intuito, nesta análise, evitar a proliferação de gráficos que não acrescentem informações novas. Assim, ao estudar a influência do tamanho da heterogeneidade, bastará efetuar a análise para $p/d = 1$. Evita-se, com isso, trabalhar com valores demasiadamente baixos da função Δ (como ocorre, quando $p/d = 2,0$) e o tamanho máximo da heterogeneidade pode chegar até $l/d = 2,0$ (enquanto só poderia chegar a até $l/d = 1,0$, com $p/d = 0,5$). Por outro lado, com $p/d = 1,0$, pode-se apreciar o comportamento e as tendências de todas as funções e a influência devida ao parâmetro analisado.

Utilizando uma heterogeneidade de seção reta quadrada ($l = e$ no modelo 2D), calculam-se os extremos de Δ e os correspondentes valores de r/d e p/δ , para diferentes valores de l . Os valores de $d = 100$ m e $\sigma_1 = 0,01$ S/m e dos parâmetros $\sigma_2/\sigma_1 = 10$ e $p/d = 1$ são mantidos constantes, porém, os valores de e e l são aumentados de modo que a razão $l/d = e/d$ varia de 0,2 a 2,0, em intervalos de 0,1. Para cada valor de l/d , o parâmetro r/d varia de 0,1 a 10,0 e p/δ varia de 0,06 a 6,00, calculando-se $\Delta_{|Hx|}$, $\Delta_{|Hz|}$, $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$ para cada par $(r/d, p/\delta)$. Os máximos e mínimos de Δ são identificados, assim como os valores de r/d e p/δ a eles associados.

Os valores dos extremos de Δ e os correspondentes r/d e p/δ estão representados em função de l/d nas Figuras 4.24 a 4.26, respectivamente. Os extremos de $\Delta_{|Hx|}$, $\Delta_{|Hz|}$, $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$, representados na Figura 4.24 a, b, c e d, indicam que quando $l/d \rightarrow 0$, $\Delta \rightarrow 0$, qualquer que seja a função medida. Porém, quando l/d aumenta, os valores dos extremos de Δ aumentam consideravelmente, com excessão do pico positivo de $\Delta_{|Hz|}$ que, a exemplo do caso unidimensional, mantém-se com valores baixos. A tendência geral é previsível, já que quanto maior a heterogeneidade, maior sua influência no campo total.

Os valores de r/d associados aos extremos de $\Delta_{|Hx|}$, $\Delta_{|Hz|}$, $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$ estão representados na Figura 4.25 a, b, c e d. Verifica-se, então, que, sob variação das dimensões da heterogeneidade, os valores de r/d sofrem pequenas variações em alguns casos e grandes variações em outros. Entre os mais estáveis estão o pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$, os picos positivo e

negativo de $\Delta_{|Hx|}$ e, em menor grau, o pico negativo de $\Delta_{\phi Hx}$, entretanto merecendo destaque o primeiro deles com $r/d = 1,3$ na maior parte do intervalo analisado, chegando a 1,5 no final desse intervalo ($l/d > 1,5$).

As variações abruptas dos valores de r/d associados aos picos positivos de $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$, em torno de $l/d = 1$, são devidas à multiplicidade desses extremos, que, a exemplo do que ocorre com o modelo representado nas Figuras 4.6 e 4.7, ocorrem em mais de um ponto ($r/d; p/\delta$) e, além disso, suas posições mudam quando as características do modelo são alteradas. Para exemplificar o comportamento desses múltiplos extremos, foram representados dois extremos na Figura 4.25 c e d. O primeiro, em torno de $r/d = 5,4$, corresponde a um máximo global para $l/d \leq 1$, sendo, a partir daí, superado pelo segundo. Note-se que o primeiro extremo já não ocorre para $l/d > 1,2$. Um estudo das seções dos valores de Δ , em função r/d e p/δ , revela que, aumentando as dimensões da heterogeneidade, um extremo secundário pode aumentar de valor a uma taxa superior ao aumento do extremo global original, podendo superar este último, tornando-se o extremo global da função. É exatamente esse comportamento que provoca as bruscas variações de r/d e p/δ associados aos picos positivos de $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$, conforme se evidencia nas Figuras 4.25 c e d, onde vem mostrados os valores de r/d associados a cada um dos máximos secundários com o símbolo “x”, mas com o símbolo “+” quando se torna o máximo global. Esta multiplicidade de extremos nas medidas de fase, se não impede, pelo menos prejudica a utilização dessas medidas para a localização da heterogeneidade. A invariância de r/d com as dimensões da heterogeneidade vem classificada, qualitativamente, na Tabela 4.4, utilizando o seguinte critério: *Excelente* para variação < 10 %, *Bom* para variação de 10 % a 30 %, *Ruim* para variação > 30 % e *Péssimo* para variação indeterminada. A variação foi calculada, como anteriormente, em relação ao ponto médio do intervalo.

Os valores de p/δ associados aos extremos de $\Delta_{|Hx|}$, $\Delta_{|Hz|}$, $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$ estão representados na Figura 4.26 a, b, c e d. Neste caso, a função para a qual se observa menor variação de p/δ quando variam as dimensões da heterogeneidade é o pico negativo de $\Delta_{|Hz|}$, com uma variação de 18,7 %. As variações de p/δ para os picos positivo e negativo de $\Delta_{|Hx|}$ e pico negativo de $\Delta_{\phi Hx}$ também foram pequenas (23,5 % e 24,4 %, respectivamente) quando comparadas com as variações dos valores de p/δ associados aos picos positivos de $\Delta_{\phi Hx}$ e $\Delta_{\phi Hz}$ (69,6 % e 72,0 %, respectivamente). A avaliação qualitativa da invariância de p/δ em função das dimensões da heterogeneidade vem indicada na Tabela 4.4, segundo o mesmo critério utilizado para a invariância de r/d .

4.4.2 - Efeito devido à variação da profundidade da heterogeneidade

Em continuação ao estudo da estabilidade dos valores de r/d e p/δ associados aos extremos de Δ , será verificado agora o comportamento desses valores sob variação da profundidade da heterogeneidade.

Na presente análise, os valores de $d = 100$ m e $\sigma_1 = 0,01$ S/m são mantidos constantes e a heterogeneidade tem seção quadrada com $l/d = 1/2$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. A profundidade da heterogeneidade aumenta, com o parâmetro p/d variando de 0,3 a 2,0, em intervalos de 0,1 (note-se que o menor valor possível para p/d seria 0,25, correspondente a $e/p = 2,0$). Para cada valor de p/d a função Δ foi calculada para amplitude e fase de H_x e H_z , com r/d variando de 0,1 a 10,0 e p/δ variando de 0,06 a 6,00, selecionado-se os extremos de $\Delta_{|H_x|}$, $\Delta_{|H_z|}$, $\Delta_{\phi H_x}$ e $\Delta_{\phi H_z}$ e os correspondentes valores de r/d e p/δ . Os valores dos extremos de Δ , assim obtidos, estão representados na Figura 4.27, enquanto que as Figuras 4.28 e 4.29 mostram os correspondentes valores de r/d e p/δ , em função do parâmetro p/d que indica a profundidade da heterogeneidade.

Da Figura 4.27 destacam-se duas observações:

- a) Em todos os casos, quando a profundidade da heterogeneidade aumenta, os extremos de Δ tendem assintoticamente para zero. Para profundidades maiores que $2d$ os extremos de Δ são muito pequenos, sendo portanto difícil detectar a heterogeneidade nessas condições. Pode-se, portanto, dizer que existe uma espécie de “cunha de sombra”, cuja seção reta sobre o plano xz vem determinada pela reta $p/d = 2,0$ (Figura 4.3) e o semi-eixo negativo dos x. A região à esquerda, delimitada por essa seção, não contribui para o sinal observado na superfície. Este resultado é do mesmo tipo do “cone de sombra” a que se referiu SATO (1979), no problema análogo, quando o transmissor é um dipolo magnético vertical em um ponto da superfície de um semi-espaco condutor;
- b) O pico positivo de $\Delta_{|H_x|}$ apresenta os maiores valores de Δ (Figura 4.27 a), enquanto que medidas de Δ através do pico negativo de $\Delta_{|H_x|}$ e de amplitude e fase de H_z (Figura 4.27 b e d) apresentam os menores valores de Δ .

Os valores de r/d associados aos extremos de Δ estão representados na Figura 4.28 em função da profundidade da heterogeneidade (p/d). Note-se que o pico negativo de $\Delta_{\phi H_x}$ possui os mais estáveis valores de r/d (variando entre 1,1 e 1,2) seguido pelo pico positivo de $\Delta_{|H_x|}$ com r/d variando de 1,1 a 1,8 quando p/d aumenta de 0,3 a 2,0. Para os demais extremos, os valores de r/d sofrem variações maiores. Os valores de r/d associados aos máximos de $\Delta_{|H_z|}$ (Figura 4.28 b) deixam de ser representados a partir de $p/d > 1,3$. Neste

caso, a função $\Delta_{|H_z|}$ assume valores inferiores a 1,0 %, dificultando a localização de extremos. Além disso, valores tão baixos da função Δ não poderiam ser medidos com a confiabilidade necessária. Situação análoga ocorre com o pico negativo de $\Delta_{\phi H_z}$ para $p/d > 1,7$. No caso das medidas de fase, tanto de H_x como de H_z (Figura 4.28 c e d), observam-se descontinuidades nos valores de r/d associados aos extremos de Δ , do mesmo modo que se verificou no estudo do efeito das dimensões da heterogeneidade. Trata-se da presença de múltiplos extremos, conforme explicado anteriormente.

Com relação aos valores de p/δ associados aos extremos de Δ , representados na Figura 4.29, observa-se que para o pico negativo de $\Delta_{\phi H_x}$ os valores de p/δ sofrem as menores variações com a profundidade da heterogeneidade (31,3 %), enquanto que a maior variação coube ao pico negativo de $\Delta_{\phi H_z}$ (64,9 %). Em geral, todos os extremos mostram uma variação elevada de p/δ . Entretanto, os picos positivo e negativo de $\Delta_{|H_x|}$ apresentam uma variação da ordem de 17 % e 16 %, respectivamente, no intervalo em que p/d varia de 0,6 a 2,0, e, respectivamente, 30 % e 25 % no intervalo entre 0,3 e 0,6. Analogamente, o pico negativo de $\Delta_{\phi H_x}$ apresenta uma variação da ordem de 10 % no intervalo em que p/d varia de 0,6 a 2,0, e da ordem de 22 % no intervalo de 0,3 a 0,6. Portanto, todas as funções caem na classificação de *Ruim* quanto à invariância de p/δ com a profundidade da heterogeneidade (Tabela 4.4), mas os picos positivo e negativo de $\Delta_{|H_x|}$ e o negativo de $\Delta_{\phi H_x}$ irão receber um asterisco (*) que significará que essas funções apresentaram um comportamento *Bom* em um expressivo subintervalo do domínio estudado (> 80 %). Por outro lado, pelas mesmas razões apresentadas anteriormente, os valores de p/δ associados ao pico positivo de $\Delta_{|H_z|}$ não foram representados para $p/d > 1,3$, assim como os do pico negativo de $\Delta_{\phi H_z}$ para $p/d > 1,7$.

A avaliação qualitativa das invariâncias de r/d e p/δ sob influência de diferentes profundidades da heterogeneidade estão indicadas na Tabela 4.4. Para essa avaliação, foram utilizados os mesmos critérios aplicados para o estudo do efeito do tamanho da heterogeneidade.

4.4.3 - Efeito devido à variação do contraste de condutividade

Será agora estudado o comportamento dos parâmetros r/d e p/δ , correspondentes aos extremos globais de Δ , sob variação do contraste de condutividade σ_2/σ_1 . Para isto, são mantidas fixas a posição e as dimensões da heterogeneidade, fazendo $d = 100$ m, $p/d = 1$ e $l/d = e/d = 1/5$, variando o contraste de condutividade. Neste caso, $\sigma_1 = 0,01$ S/m e $\sigma_2/\sigma_1 = 10, 20, 40, 60, 80, 100, 200, 400, 600, 800$ e 1000 . Para cada um desses valores, foram calculadas $\Delta_{|H_x|}$, $\Delta_{|H_z|}$, $\Delta_{\phi H_x}$ e $\Delta_{\phi H_z}$, buscando-se os extremos globais de cada uma dessas funções e r/d e p/δ a eles associados.

Os extremos globais de Δ estão representados na Figura 4.30 em função do contraste de condutividade. O aumento do contraste de condutividade provoca o aumento dos valores extremos de Δ , em todos os casos. No entanto, o comportamento assintótico desse crescimento é evidente. Para contrastes de condutividade entre 200 e 1000, as variações dos extremos de Δ são pequenas em comparação com aquelas ocorridas quando σ_2/σ_1 aumenta de 10 para 200. Por outro lado, os extremos da função Δ calculada para amplitude e fase de H_z são, em geral, menores que os correspondentes calculados para amplitude e fase de H_x .

Os valores de r/d associados aos extremos de Δ estão representados na Figura 4.31, em função do contraste de condutividade. Verifica-se que, na maioria dos casos, os valores de r/d variam muito pouco com o contraste de condutividade. Destacam-se os picos positivos de $\Delta_{|H_x|}$ e $\Delta_{|H_z|}$, para os quais r/d permanece constante, respectivamente, em 1,3 e 0,6, quando σ_2/σ_1 varia de 10 a 1000. Nos casos em que o valor absoluto da função Δ é inferior a 1 %, não foram representados os correspondentes valores de r/d e p/δ . A descontinuidade nos valores de r/d associados aos picos positivos de $\Delta_{\phi H_x}$ (Figura 4.31 c) é devida à multiplicidade de extremos de Δ para esse caso, conforme se mostrou anteriormente (Figura 4.10). No caso do pico positivo de $\Delta_{\phi H_z}$ (Figura 4.31 d) essa mesma situação ocorre para $\sigma_2/\sigma_1 > 400$, porém, neste caso, os valores de r/d associados a esses extremos são maiores que 10, estando portanto fora do intervalo de r/d representado na Figura 4.31; o pequeno interesse desta função não recomenda uma análise mais detalhada. No caso dos picos negativos de $\Delta_{\phi H_z}$, $\Delta_{\phi H_x}$ e $\Delta_{|H_z|}$, os valores de r/d apresentam variações de 7,2 %, 10,0 % e 12,0 %, respectivamente, em relação ao valor central do intervalo de r/d . Esses valores podem ser considerados pequenos em comparação com aqueles associados ao pico negativo de $\Delta_{|H_x|}$, para o qual tem-se r/d variando de 38,8 % em relação ao centro do intervalo.

A variação dos valores de p/δ , associados aos extremos de Δ , vem representada na Figura 4.32 em função de σ_2/σ_1 . Há um comportamento geral de diminuição de p/δ com o aumento do contraste de condutividade, que se justifica pela diminuição de ω para contrabalançar o aumento da condutividade do meio, com o aumento de σ_2 , a fim de manter a mesma profundidade de exploração. As variações de p/δ foram superiores a 50%, em quase todos os casos. Note-se que, em torno $\sigma_2/\sigma_1 = 400$, assim como no caso dos valores de r/d , ocorre uma descontinuidade nos valores de p/δ associados ao pico positivo de $\Delta_{\phi H_x}$.

Adotando um procedimento análogo ao do item imediatamente anterior a este, os picos positivos de $\Delta_{|H_x|}$, $\Delta_{|H_z|}$ e $\Delta_{\phi H_z}$ e os negativos de $\Delta_{|H_x|}$, $\Delta_{|H_z|}$ e $\Delta_{\phi H_x}$ podem ser classificados como *Ruim**, com uma variação de p/δ inferior a 30 % quando σ_2/σ_1 varia no intervalo de 200 a 1000. Na Tabela 4.4 indica-se uma avaliação qualitativa da invariância dos valores de r/d e p/δ associados aos extremos de Δ , sob influência do contraste de condutividade,

seguindo os mesmos critérios adotados anteriormente.

Finalizando esta seção, conclui-se que no caso 2D, como também ocorreu no caso 1D, o pico global positivo de $\Delta_{|H_x|}$ apresenta as melhores condições de intensidade do sinal, unicidade, resolução (em r/d e p/δ), e invariabilidade dos valores dos parâmetros usados na localização da heterogeneidade, sob condições de variação das dimensões, da profundidade e do contraste de condutividade da heterogeneidade. A segunda melhor opção vem dada pelos picos negativos de $\Delta_{\phi_{Hx}}$ e de $\Delta_{|H_z|}$, mas com vantagens para a primeira.

Tabela 4.4 - Quadro-resumo do comportamento qualitativo dos extremos de Δ em relação a diversos parâmetros analisados no modelo 2D.

Característica observada	$\Delta_{ Hx }$		$\Delta_{ Hz }$		$\Delta_{\phi Hx}$		$\Delta_{\phi Hz}$	
	pico +	pico -	pico +	pico -	pico +	pico -	pico +	pico -
Intensidade do sinal	Bom	Ruim	Ruim	Bom	Bom	Bom	Bom	Ruim
Comportamento quanto à unicidade	Bom	Bom	Bom	Bom	Ruim	Bom	Bom	Ruim
Profundidade de exploração	Bom	Ruim	Exc	Ruim	Ruim	Bom	Ruim	Ruim
Resolução em r/d	Bom	Bom	Exc	Bom	Bom	Bom	Bom	Exc
Resolução em p/δ	Bom	Bom	Bom	Bom	Exc	Bom	Bom	Bom
Invariância de r/d quanto às dimensões da heterogeneidade	Exc	Bom	Ruim	Bom	Ruim	Ruim	Ruim	Bom
Invariância de p/δ quanto às dimensões da heterogeneidade	Bom	Bom	Ruim	Bom	Ruim	Bom	Ruim	Ruim
Invariância de r/d quanto à profundidade da heterogeneidade	Bom	Ruim	Exc	Ruim	Ruim	Exc	Ruim	Ruim
Invariância de p/δ quanto à profundidade da heterogeneidade	Ruim*	Ruim*	Ruim	Ruim	Ruim	Ruim*	Ruim	Ruim
Invariância de r/d quanto à σ_2/σ_1	Exc	Ruim	Exc	Bom	Ruim	Exc	Péssimo	Exc
Invariância de p/δ quanto à σ_2/σ_1	Ruim*	Ruim*	Ruim*	Ruim*	Ruim	Ruim*	Ruim*	Ruim
$\frac{N^\circ \text{ Bom ou Exc}}{\text{Total de características}}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{6}{11}$	$\frac{7}{11}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{8}{11}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{4}{11}$

* Apresentaram comportamento *Bom* em mais de 80 % do intervalo estudado.

4.5 - LOCALIZAÇÃO DA ZONA PRINCIPAL

Com base nos resultados apresentados até aqui e na definição de zona principal introduzida no capítulo 2, conclui-se que, para cada grandeza observada (amplitude ou fase da componente horizontal ou vertical do campo magnético), existe uma região do espaço onde uma heterogeneidade condutora ali posicionada produzirá o máximo valor da grandeza medida. Em outras palavras, existe uma zona principal associada a cada configuração (r, ω, Δ) , onde r designa o posicionamento do transmissor, ω um valor determinado de frequência, e Δ uma das funções aqui definidas ($\Delta_{|H_x|}$, $\Delta_{|H_z|}$, $\Delta_{\phi H_x}$ ou $\Delta_{\phi H_z}$).

Para uma configuração fixa do sistema transmissor-receptor, a zona principal para uma determinada grandeza pode ser localizada através dos valores de r/d e p/δ associados aos extremos de Δ . Para exemplificar, citam-se os resultados particulares, apresentados na Tabela 4.1, indicando que a posição da zona principal é dada por $r/d = 1,1$ e $p/\delta = 0,4$ usando o pico positivo da amplitude de H_x . Esses parâmetros apresentaram as melhores condições de determinabilidade (invariabilidade, resolução e intensidade do sinal), com exceção do parâmetro p/δ que sofre influência significativa da profundidade e do contraste de condutividade, como se verifica na Tabela 4.4. Portanto, para que se estabeleça o procedimento mais estável para obtenção da zona principal, apenas o pico positivo de $\Delta_{|H_x|}$ será utilizado.

Tabela 4.5 - Valores de r/d e p/δ associados ao pico positivo de $\Delta_{|H_x|}$

Parâmetro	r/d	p/δ
Dimensões ($2/10 < l/d < 2$)	1,3 a 1,5	0,26 a 0,52
Profundidade ($3/10 < p/d < 15/10$)	1,1 a 1,5	0,23 a 0,50
Condutividade ($10 < \sigma_2/\sigma_1 < 1000$)	1,3	0,17 a 0,54
Valor mínimo	1,1	0,17
Valor máximo	1,5	0,54
Valor médio	1,3	0,36

A Tabela 4.5 mostra as faixas de valores de r/d e p/δ associados aos picos positivos globais de $\Delta_{|H_x|}$, obtidas do conjunto dos estudos de variabilidade destes parâmetros. Nessa tabela, incluiu-se a influência da profundidade apenas até $p/d = 1,5$. Para valores mais elevados (Figura 4.27 a), o módulo da função Δ é muito pequeno, dificultando a identificação da heterogeneidade e tornando instáveis os valores de r/d associados a esse extremo. Por outro lado, considerando as características geofísicas usuais de alvos condutores, pode-se utilizar $\sigma_2/\sigma_1 < 1000$. Os valores indicados nessa tabela nos permitem estabelecer os limites inferior e superior desses parâmetros, assim como o valor médio a ser utilizado para cada um deles,

também indicados na Tabela 4.5. Esse valor médio corresponde à média aritmética dos valores mínimo e máximo de cada grandeza.

Ficaram estabelecidos, portanto, os valores máximo e mínimo de r/d e p/δ como os limites para as dimensões da zona principal, lateralmente e em profundidade, e os valores médios indicados na Tabela 4.5 como centro da zona principal. Esses valores serão utilizados para localizar heterogeneidades em subsuperfície, na próxima seção.

4.6 - SUGESTÃO DE UM MÉTODO PARA DETERMINAÇÃO DO CENTRO DA ZONA PRINCIPAL

Os valores de r/d e p/δ , associados aos extremos de $\Delta_{|H_x|}$, podem ser utilizados para localizar heterogeneidades em subsuperfície. Para isto, admite-se que a condutividade (σ_1) do semi-espaco condutor, que envolve a heterogeneidade, é conhecida *a priori*. O valor dessa condutividade pode ser obtido do mesmo modo já indicado no estudo do modelo unidimensional, conforme descrito na Seção 3.5. Dispondo do valor de σ_1 , é possível determinar o "skin depth" e o valor da função $\Delta_{|H_x|}$ para cada frequência ω , em cada posição do receptor onde se efetuam medidas.

O procedimento para localizar heterogeneidades condutivas pode ser resumido nas seguintes etapas:

1. Estima-se a condutividade do "background" (σ_1).
2. Efetuam-se as medidas da amplitude da componente H_x do campo magnético com diferentes valores de r e ω . Nos exemplos apresentados nesta seção, a frequência ($\omega/2\pi$) varia de 10^0 a 10^4 Hz com intervalos de $10^{1/6}$. E o valor de r varia de r_1 ($0,2 d$) a r_2 ($4,0 d$), com intervalo relativo de 1:38 (o que corresponde ao intervalo de $0,1 d$ no nosso exemplo).
3. Com o valor da condutividade do "background", calcula-se a resposta do modelo primário (Sp) para cada par (r, ω) e o máximo Sp_{max} .
4. Determina-se a função $\Delta_{|H_x|}$ através da equação (2.36) para cada par (r, ω).
5. Com as relações entre os valores médios de r/d e p/δ dados na Tabela 4.5 e os valores de r e δ correspondentes a cada medida obtida no item 2 acima, calculam-se os valores de d e p , respectivamente.

6. A cada par (d, p) , obtido no item 5, associam-se os correspondentes valores de $\Delta_{|Hx|}$ e traçam-se as curvas de isovalores dessa função.
7. As curvas de isovalores de $\Delta_{|Hx|}$ devem convergir sobre o máximo desta função correspondente à localização do centro da zona principal.
8. A partir da localização do centro da zona principal, constrói-se:
 - a) a região central da zona principal, delimitada pela curva de isovalores do máximo de Δ subtraído de 10%;
 - b) a região máxima correspondente à zona principal, determinada segundo a Tabela 4.5, levando em conta o grau de incerteza nas coordenadas do centro da zona principal, devido à possibilidade de influência dos diversos parâmetros.

Evidentemente, existem erros inerentes a este processo de localização de heterogeneidades. A escolha do pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ visa minimizar esses erros no que se refere às variações dos valores de r/d e p/δ associados aos extremos de Δ . No entanto, mesmo para esta função, os parâmetros em questão variam com as propriedades físicas e dimensões geométricas da heterogeneidade, conforme se registra na Tabela 4.5. Além disso, tem-se ainda os erros associados ao processo e aos instrumentos de medida, que devem ser inferiores àqueles provenientes da instabilidade acima citada. Por este motivo, em lugar de determinar um único par (d, p) , correspondente ao centro da heterogeneidade, deve-se calcular uma faixa de valores para d e outra para p , utilizando os limites inferior e superior de r/d e p/δ , delimitando assim a região mais provável, onde a heterogeneidade deve estar localizada.

Para ilustrar este procedimento, vem representados nas Figuras 4.33, 4.34 e 4.35 os contornos positivos de $\Delta_{|Hx|}$, em que os valores de profundidade e de distância horizontal até a fonte foram determinados utilizando-se, nesta ordem, os valores mínimos, valores máximos e valores médios de r/d e p/δ indicados na Tabela 4.5. Nesses exemplos, fez-se $\sigma_2/\sigma_1 = 100$, $p/d = 1$ e $l/d = 0,2$. Para efeito de comparação, a heterogeneidade foi superposta a essa seção. Os valores no desenho estão em escala.

Para mostrar a influência do contraste de condutividade na localização de condutores, pelo método aqui indicado, são apresentadas as Figuras 4.36, 4.37 e 4.38, análogas às Figuras 4.33, 4.34 e 4.35, porém, com contraste de condutividade $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. Note-se que, sendo este contraste um dos limites do intervalo indicado na Tabela 4.5, a heterogeneidade é melhor indicada (sem um grande desvio lateral) pelos contornos gerados pela média, mas com a melhor profundidade determinada através do limite máximo.

Um exemplo para três corpos é apresentado na Figura 4.39. Neste caso, a profundidade

e a posição horizontal foram obtidas a partir dos valores médios indicados na Tabela 4.5. Observa-se, nessa figura, a semelhança com as seções de resistividade usualmente utilizados em métodos elétricos. Quando dois condutores estão próximos eles parecem constituir um só condutor. Apesar disto, para efeito de interpretação, seções deste tipo são bastante úteis pois é possível localizar condutores em subsuperfície com precisão aceitável, inclusive distinguir múltiplos condutores em circunstâncias favoráveis.

4.7 - CONCLUSÕES PARCIAIS

Serão destacados, agora, alguns resultados referentes aos modelos bidimensionais obtidos neste capítulo.

Para que um corpo condutor bidimensional, cujo centro está verticalmente abaixo do ponto médio da separação transmissor-receptor, produza o mesmo efeito de uma camada infinita paralela à superfície, no caso de medidas do pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$, é necessário que sua largura l seja no mínimo $6r$, sendo r a separação transmissor-receptor. Por outro lado, através de medidas do pico negativo de $\Delta_{|Hx|}$, basta que sua largura seja $1,5r$.

Os valores de $\Delta_{|Hx|}$ fornecem uma indicação muito precisa sobre a posição lateral do centro da heterogeneidade, já que esta grandeza passa por um zero quando o receptor está verticalmente acima do eixo principal de simetria da heterogeneidade, por valores positivos quando o receptor está entre o transmissor e a heterogeneidade e valores negativos quando o receptor desloca-se, tendo a heterogeneidade na região intermediária.

Os valores de r/d e p/δ associados ao pico positivo de $\Delta_{|Hx|}$ apresentaram as melhores características para localizar a zona principal. Em comparação com as demais funções, esses parâmetros, determinados através de $\Delta_{|Hx|}$, apresentam boa resolução e as menores variações quando são modificados os valores de tamanho, profundidade e condutividade da heterogeneidade. Por este motivo, as dimensões e localização da zona principal foram estabelecidas com base nessa função. A extensão lateral da zona principal corresponde ao intervalo $1,1 < r/d < 1,5$, sendo r a separação transmissor-receptor associada ao máximo valor de $\Delta_{|Hx|}$ e d é a distância horizontal da fonte a um ponto qualquer da zona principal, para o lado em que o receptor está situado. Explicitando d , tem-se $0,67r < d < 0,91r$. A extensão em profundidade fica no intervalo $0,17\delta < p < 0,54\delta$, em que δ é o "skin depth" da onda plana, em um meio homogêneo com σ_1 e a frequência ω (correspondente ao máximo valor de $\Delta_{|Hx|}$) e p a profundidade de um ponto qualquer da zona principal. O centro da região que mais influencia nas medidas em superfície é então definido por $d_o = 0,77r$ e $p_o = 0,36\delta$, que correspondem ao ponto médio dos intervalos acima citados.

No estudo de modelos unidimensionais, a profundidade do plano horizontal médio da zona principal foi dada por $p_o = 0,17\delta$ ($p_o = 0,38r$ com $r = 0,44\delta$). A sua comparação com o valor obtido para o caso bidimensional, pode melhor ser feita pela Tabela 4.2. Estando uma heterogeneidade posicionada, em relação ao sistema transmissor-receptor, de modo que satisfaça a condição $p/d \leq 0,5$, a profundidade fornecida pelo modelo 2D converge para o valor dado para o modelo 1D. Mas, sob ângulos altos (ver Figura 4.3, para $p/d \geq 1,0$), a profundidade de uma heterogeneidade bidimensional pode ser maior que o valor fornecido pelo modelo 1D, em até mais de 90 %.

Tendo-se definido as dimensões da zona principal, aplicou-se essa definição para localizar heterogeneidades em subsuperfície. Determinando-se $\Delta_{|Hx|}$ para diversos valores de r e δ , e substituindo-se esses valores nas relações $d = 0,77r$ e $p = 0,36\delta$, respectivamente, foram obtidos os valores de d e p associados a cada medida de $\Delta_{|Hx|}$. Construindo-se seções de isovalores de $\Delta_{|Hx|}$ foi possível obter a posição do centro do corpo condutor em subsuperfície, com muito boa aproximação, e ainda reconstituir, aproximadamente, sua forma geométrica.

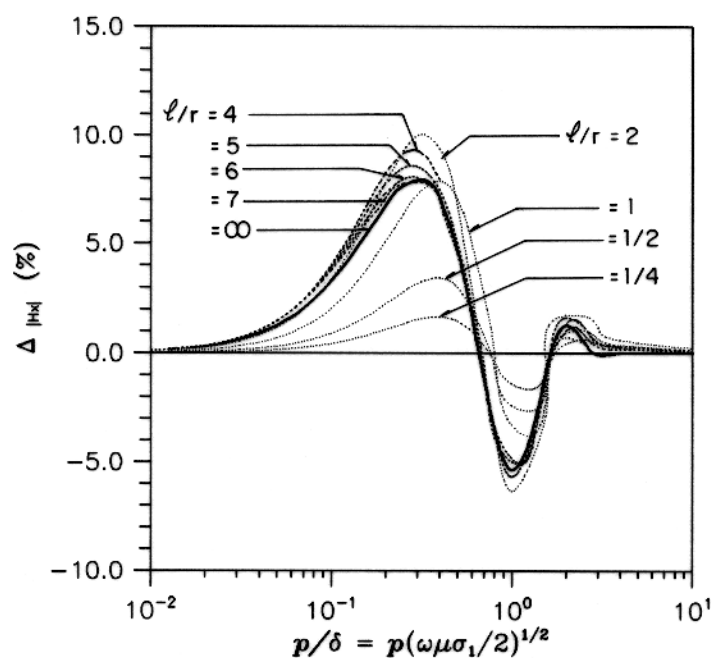


Figura 4.1 - Função Detetabilidade calculada para amplitude de H_x , num modelo 2D, em que a largura da heterogeneidade varia de $l/r = 1/4$ até 7. A linha cheia representa a função Δ de uma camada lateralmente ilimitada (Modelo 1D). Neste exemplo, foram mantidos constantes os valores de $e/p = 1/10$, $\sigma_2/\sigma_1 = 10$, $d/r = 1/2$ e $r/p = 2,1$.

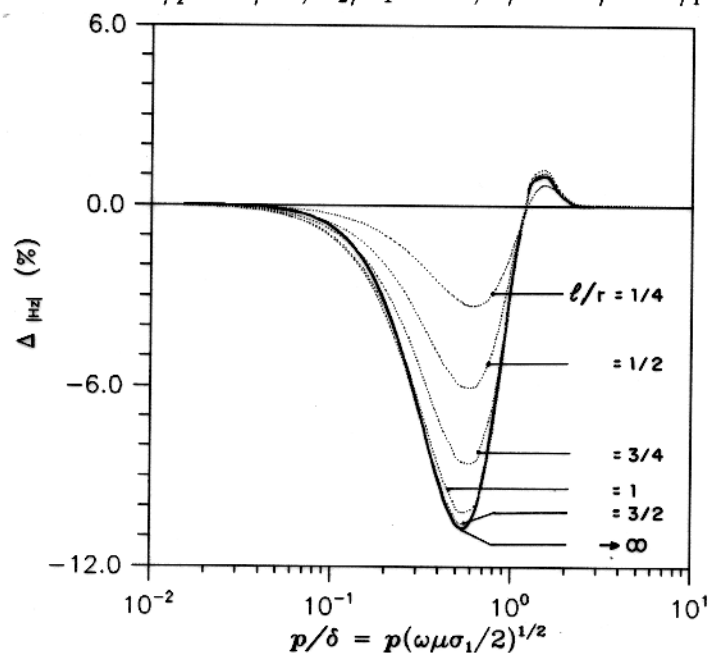


Figura 4.2 - Função Detetabilidade calculada para amplitude de H_z , num modelo 2D, em que a largura da heterogeneidade varia de $l/r = 1/4$ até $3/2$. A linha cheia representa a função Δ de uma camada lateralmente ilimitada (Modelo 1D). Neste exemplo, foram mantidos constantes os valores de $e/p = 1/10$, $\sigma_2/\sigma_1 = 10$, $d/r = 1/2$ e $r/p = 3,9$.

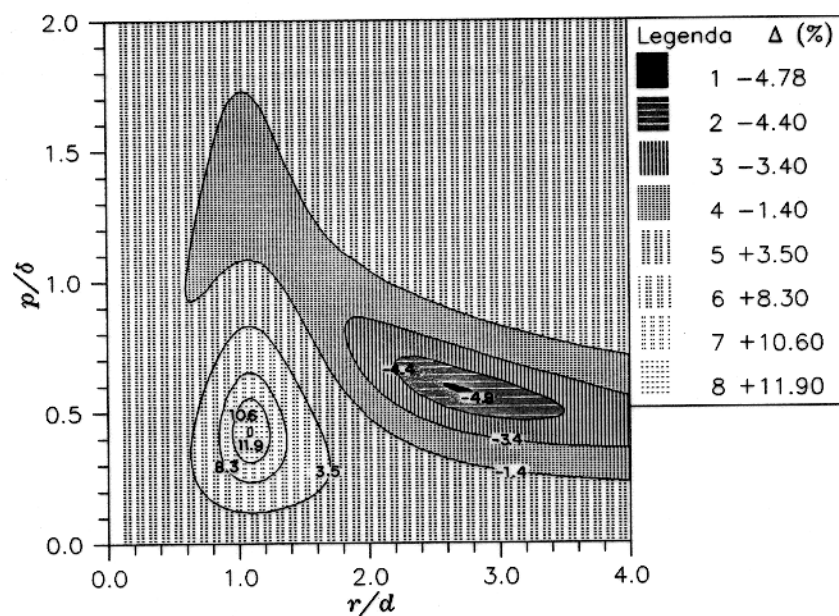


Figura 4.4 - Contornos de $\Delta_{|H_x|}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 0,5$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

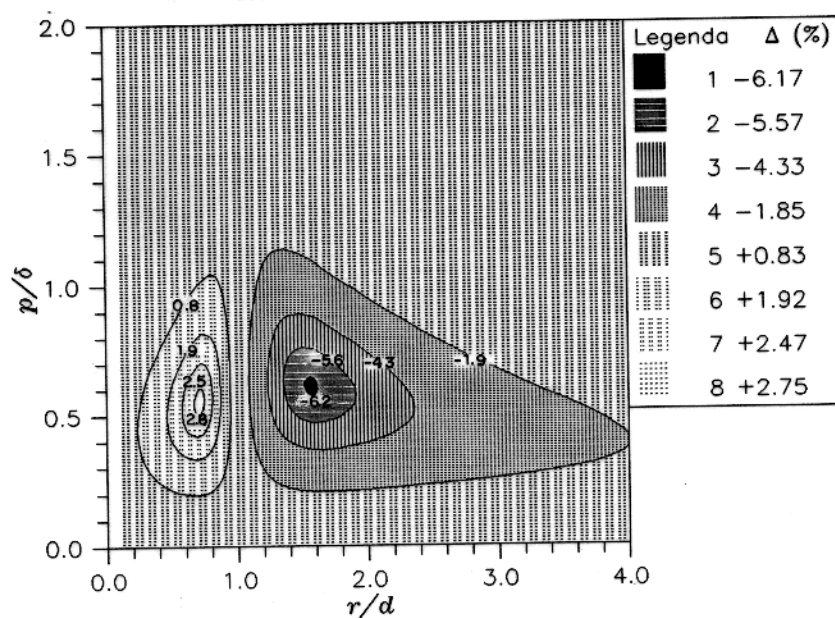


Figura 4.5 - Contornos de $\Delta_{|H_z|}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 0,5$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

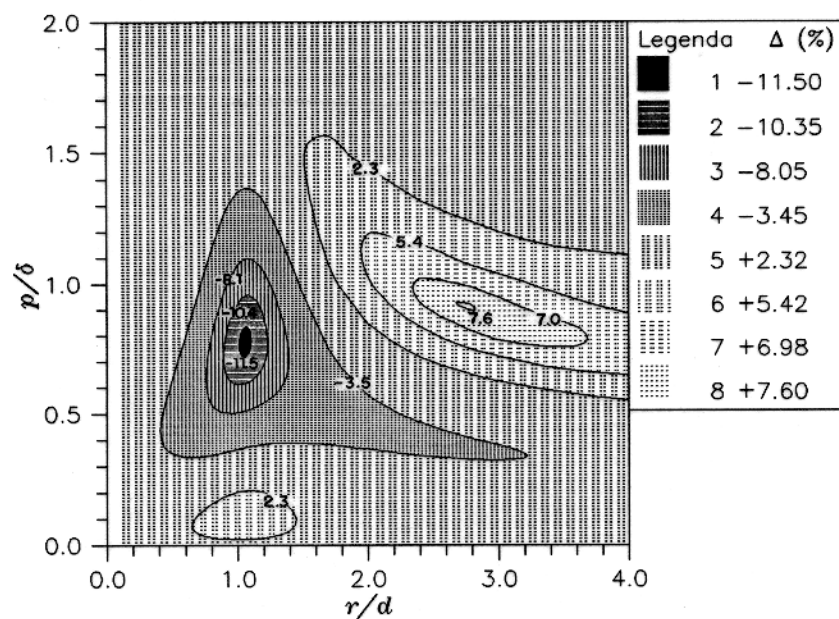


Figura 4.6 - Contornos de $\Delta_{\phi Hx}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 0,5$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

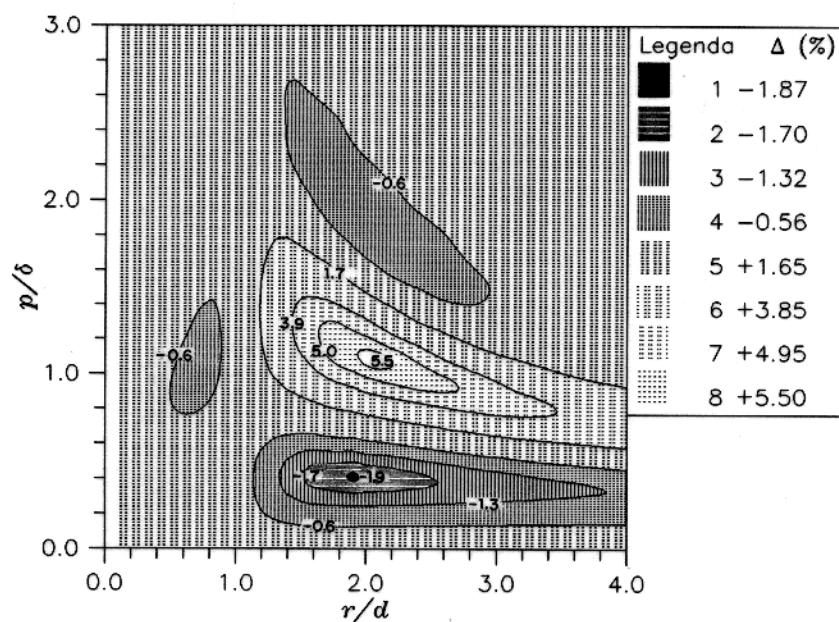


Figura 4.7 - Contornos de $\Delta_{\phi Hz}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 0,5$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

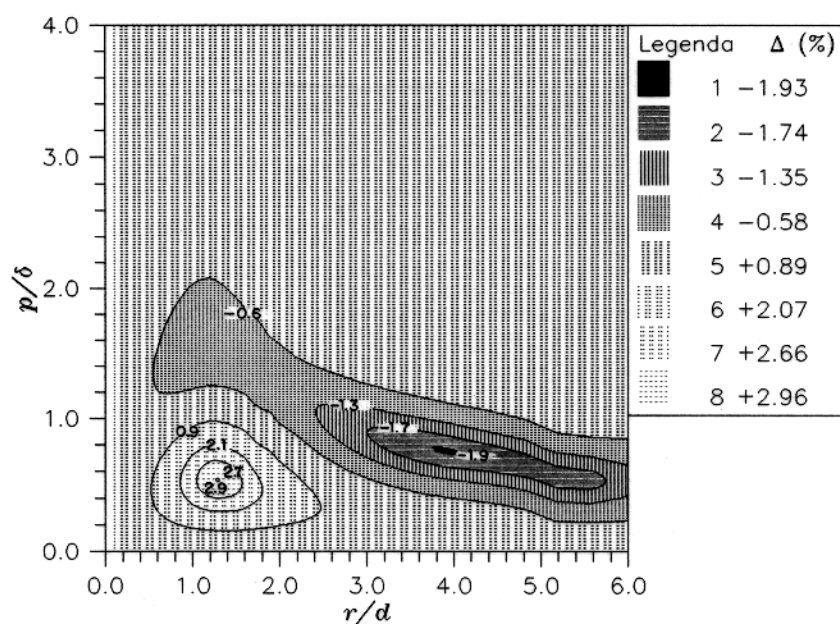


Figura 4.8 - Contornos de $\Delta_{|Hx|}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 1,0$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

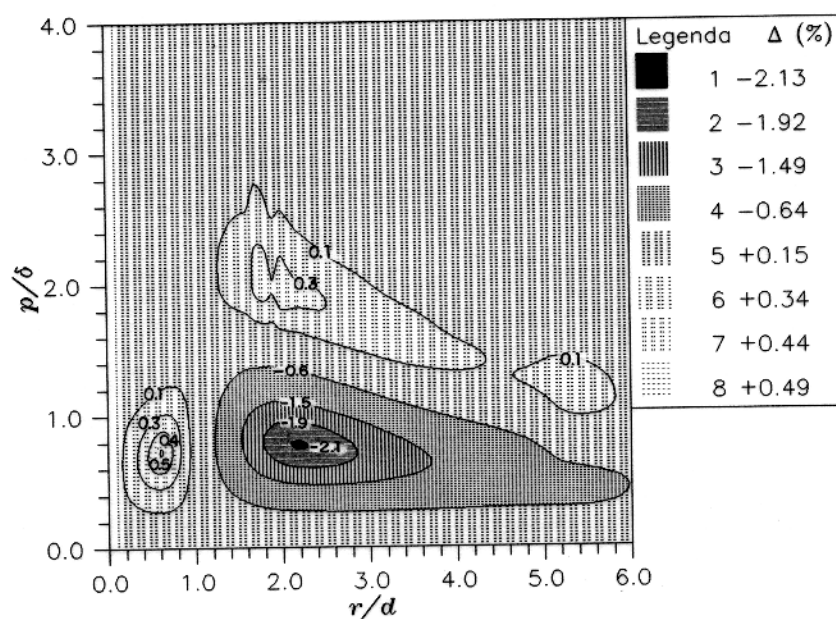


Figura 4.9 - Contornos de $\Delta_{|Hz|}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 1,0$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

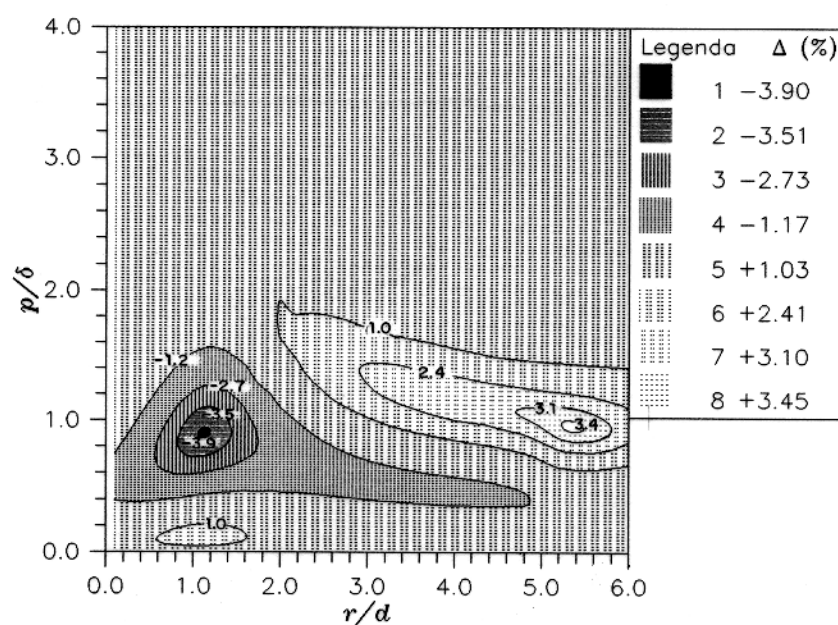


Figura 4.10 - Contornos de $\Delta_{\phi Hx}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 1,0$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

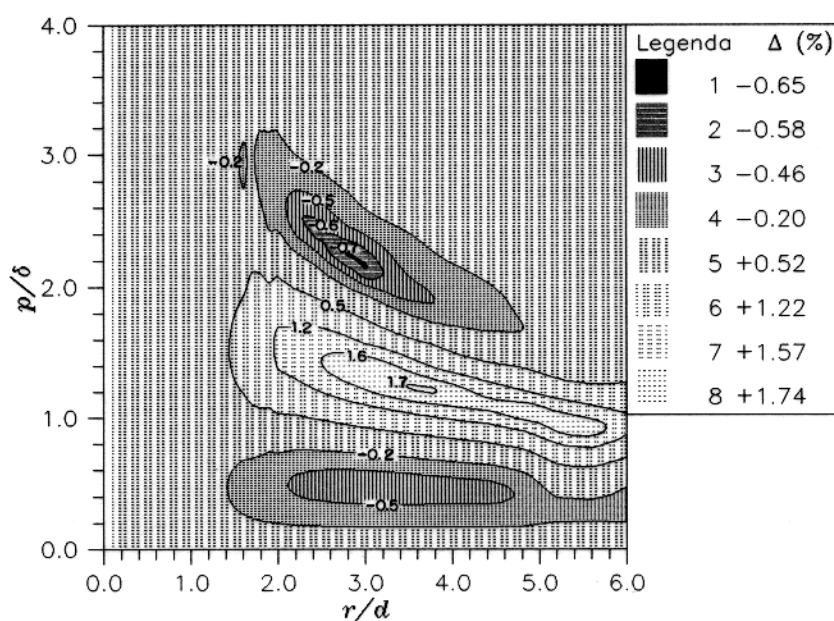


Figura 4.11 - Contornos de $\Delta_{\phi Hz}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 1,0$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

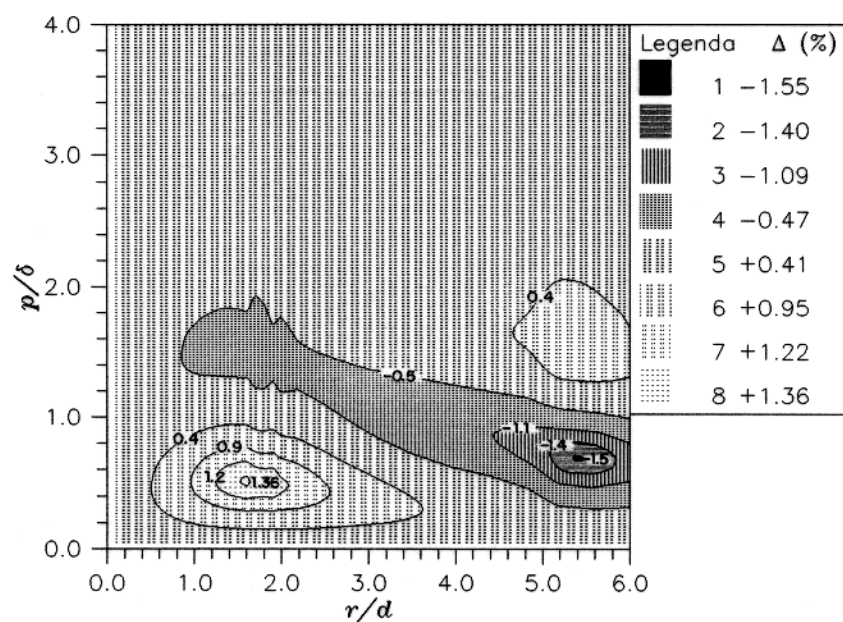


Figura 4.12 - Contornos de $\Delta|H_x|$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 1,5$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

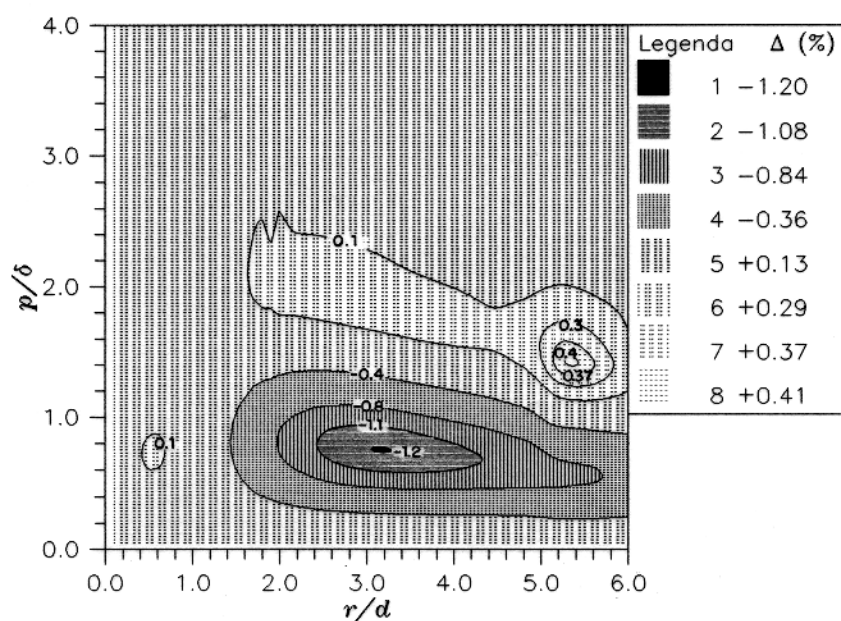


Figura 4.13 - Contornos de $\Delta|H_z|$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 1,5$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

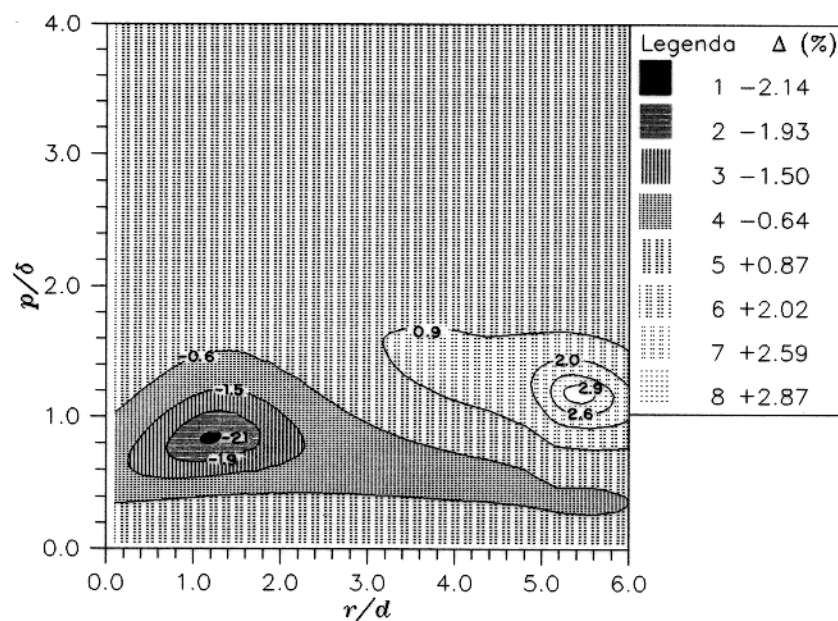


Figura 4.14 - Contornos de $\Delta_{\phi Hx}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 1,5$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

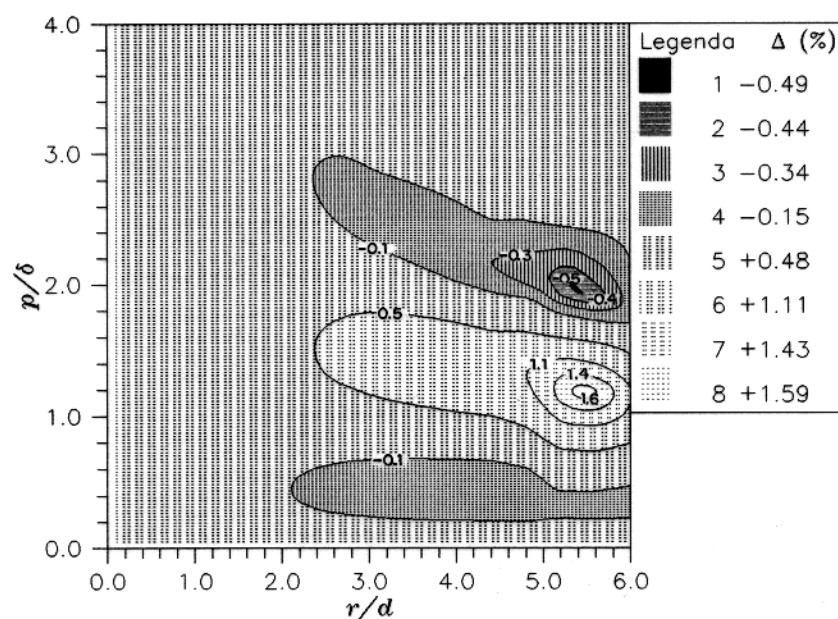


Figura 4.15 - Contornos de $\Delta_{\phi Hz}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 1,5$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

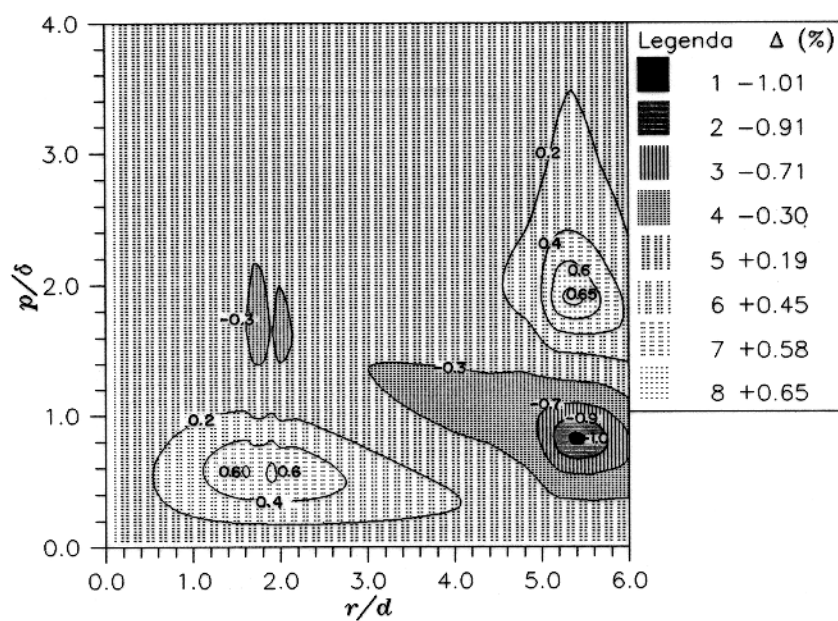


Figura 4.16 - Contornos de $\Delta_{|H_x|}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 2,0$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

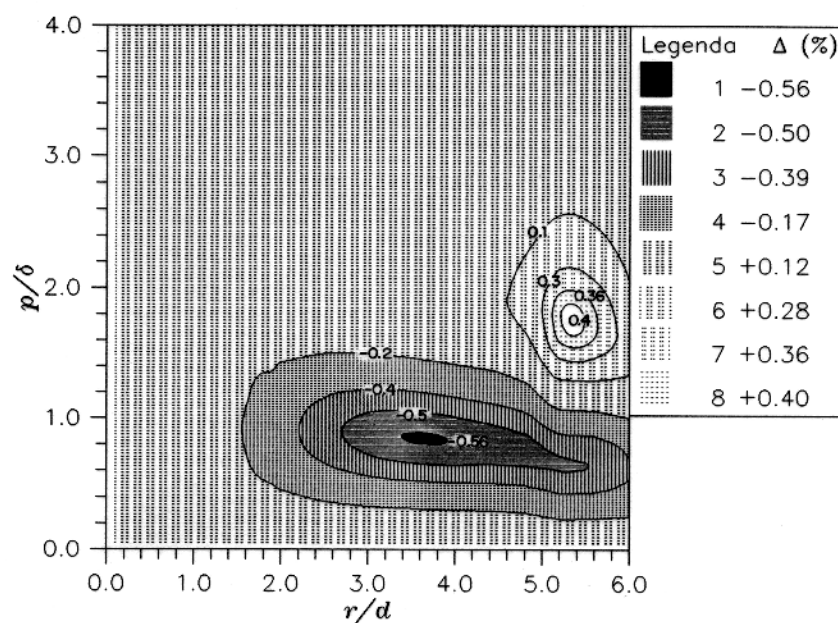


Figura 4.17 - Contornos de $\Delta_{|H_z|}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 2,0$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

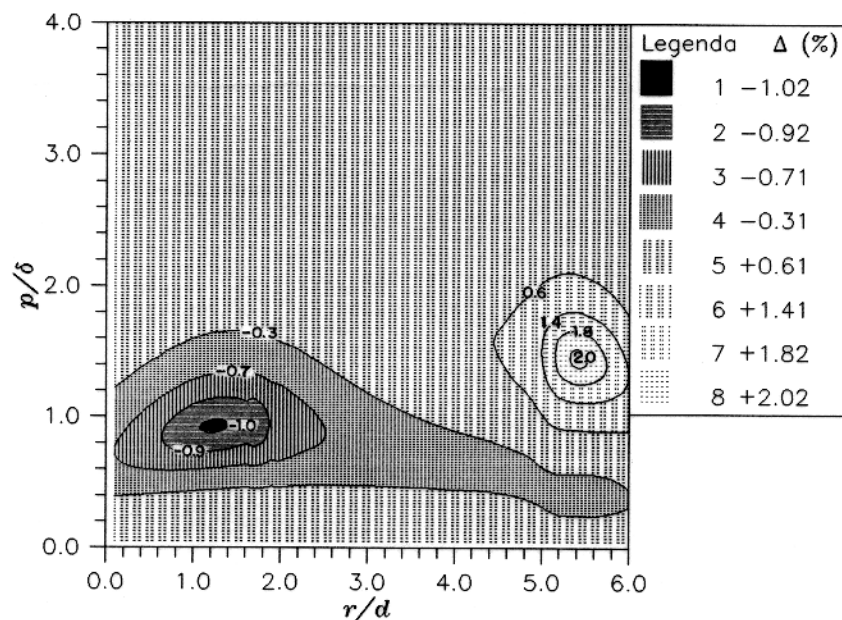


Figura 4.18 - Contornos de $\Delta\phi_{Hx}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 2,0$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

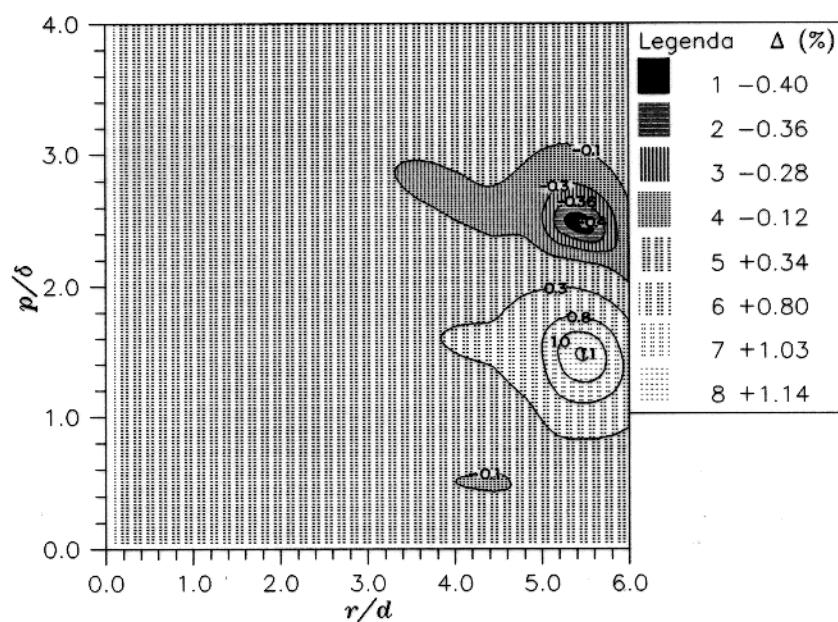


Figura 4.19 - Contornos de $\Delta\phi_{Hz}$, modelo 2D, para largura da heterogeneidade $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 2,0$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

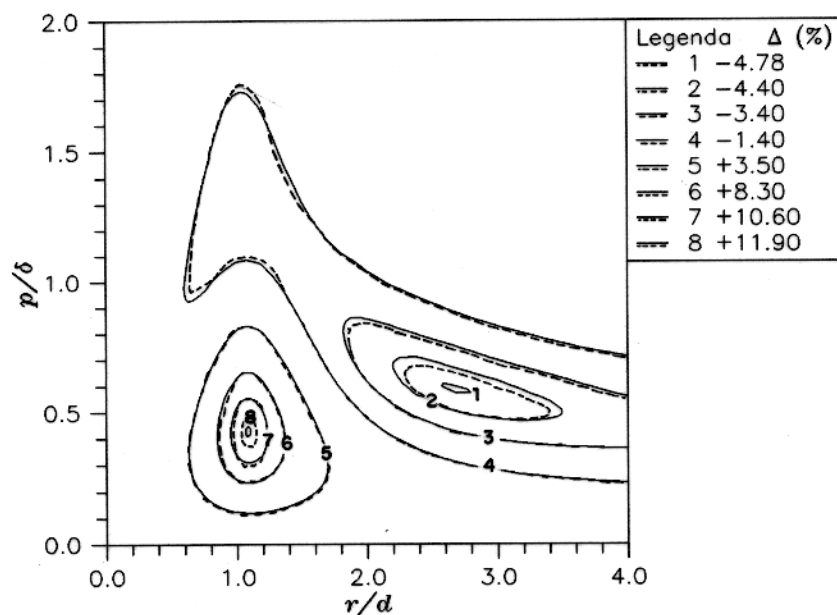


Figura 4.20 - Comparação de $\Delta|H_x|$, modelo 2D, com $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 1/2$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. Os resultados representados em linha cheia foram obtidos com $d = 100$ m e $\sigma_1 = 0,01$ S/m, enquanto que aqueles representados em linhas tracejadas foram obtidos com $d = 50$ m e $\sigma_1 = 0,1$ S/m.

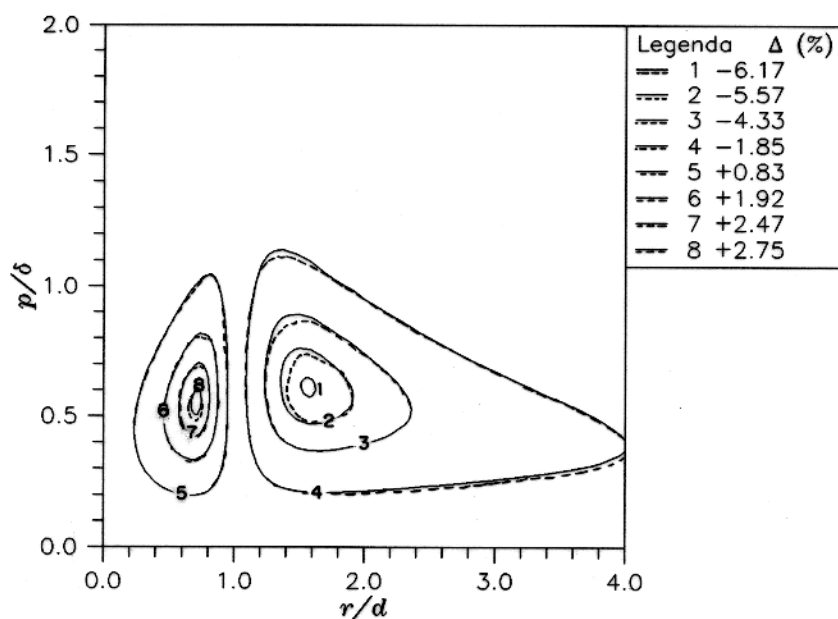


Figura 4.21 - Comparação de $\Delta|H_z|$, modelo 2D, com $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 1/2$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. Os resultados representados em linha cheia foram obtidos com $d = 100$ m e $\sigma_1 = 0,01$ S/m, enquanto que aqueles representados em linhas tracejadas foram obtidos com $d = 50$ m e $\sigma_1 = 0,1$ S/m.

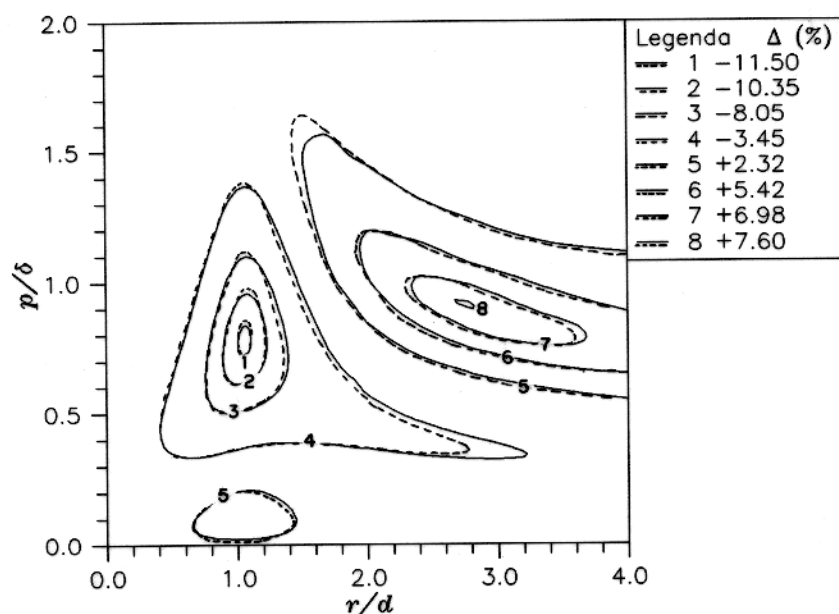


Figura 4.22 - Comparação de $\Delta\phi_{Hx}$, modelo 2D, com $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 1/2$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. Os resultados representados em linha cheia foram obtidos com $d = 100$ m e $\sigma_1 = 0,01$ S/m, enquanto que aqueles representados em linhas tracejadas foram obtidos com $d = 50$ m e $\sigma_1 = 0,1$ S/m.

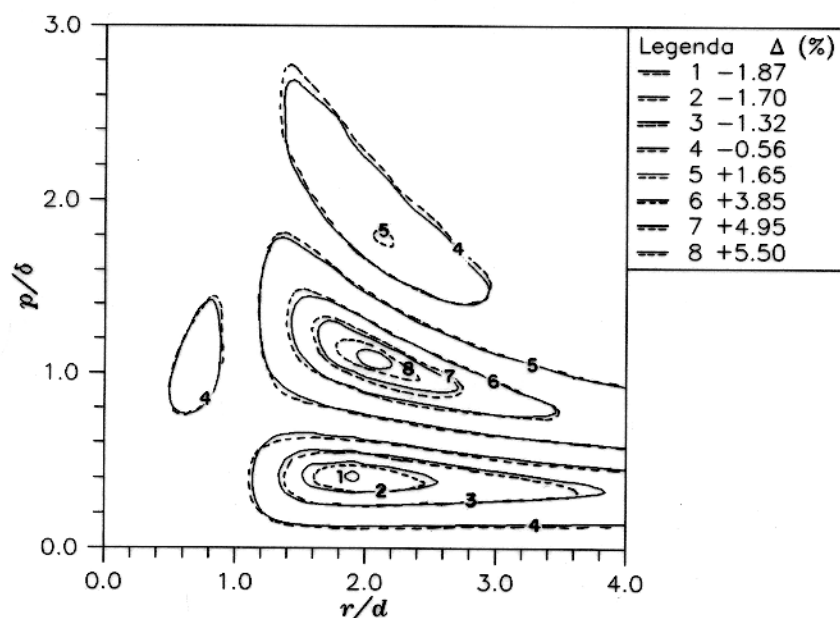


Figura 4.23 - Comparação de $\Delta\phi_{Hz}$, modelo 2D, com $l/d = 1/5$, $e/d = 1/5$, $p/d = 1/2$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. Os resultados representados em linha cheia foram obtidos com $d = 100$ m e $\sigma_1 = 0,01$ S/m, enquanto que aqueles representados em linhas tracejadas foram obtidos com $d = 50$ m e $\sigma_1 = 0,1$ S/m.

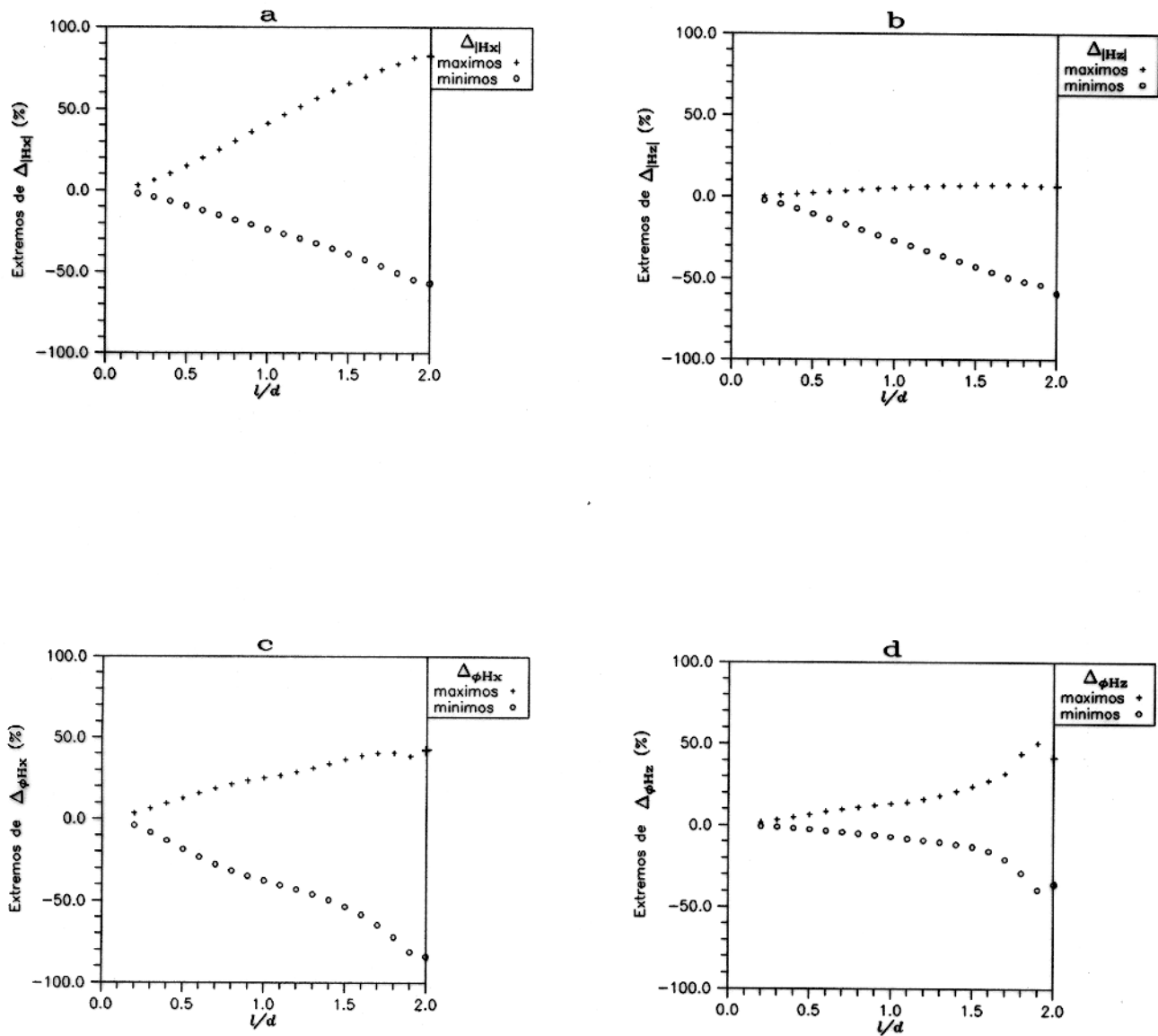


Figura 4.24 - Extremos globais da Função Detetabilidade em função de l/d . a) $\Delta|Hx|$, b) $\Delta|Hz|$, c) $\Delta\phi_{Hx}$ e d) $\Delta\phi_{Hz}$. Modelo 2D com $d = 100$ m, $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $p/d = 1$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

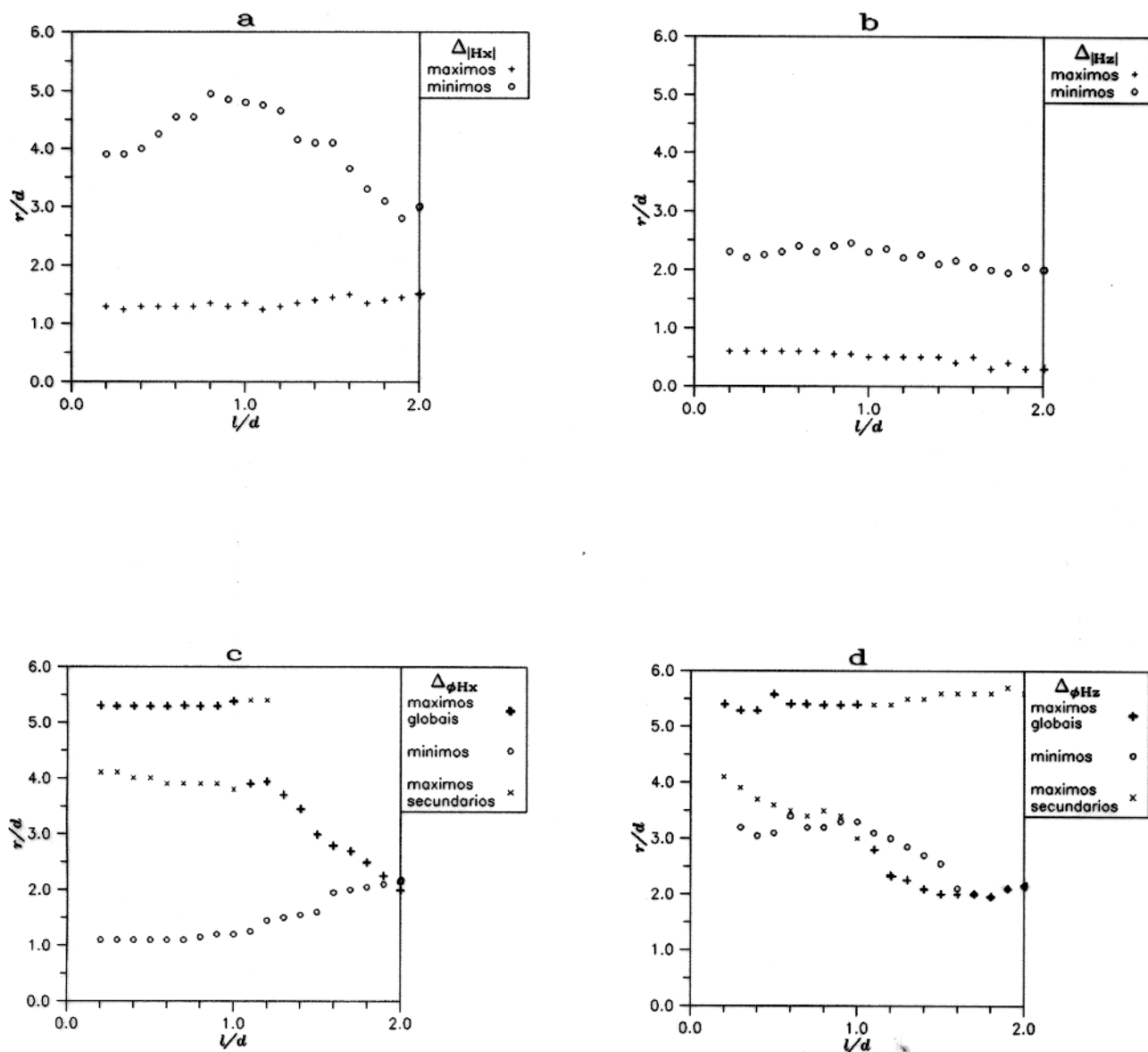


Figura 4.25 - Valores de r/d associados aos extremos globais da Função Detetabilidade em função de l/d . a) $\Delta|H_x|$, b) $\Delta|H_z|$, c) $\Delta\phi_{H_x}$ e d) $\Delta\phi_{H_z}$. Modelo 2D com $d = 100$ m, $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $p/d = 1$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. Em c e d estão também representados valores de r/d associados a dois máximos secundários com o símbolo "x", mas com o símbolo "+" quando se torna um máximo global.

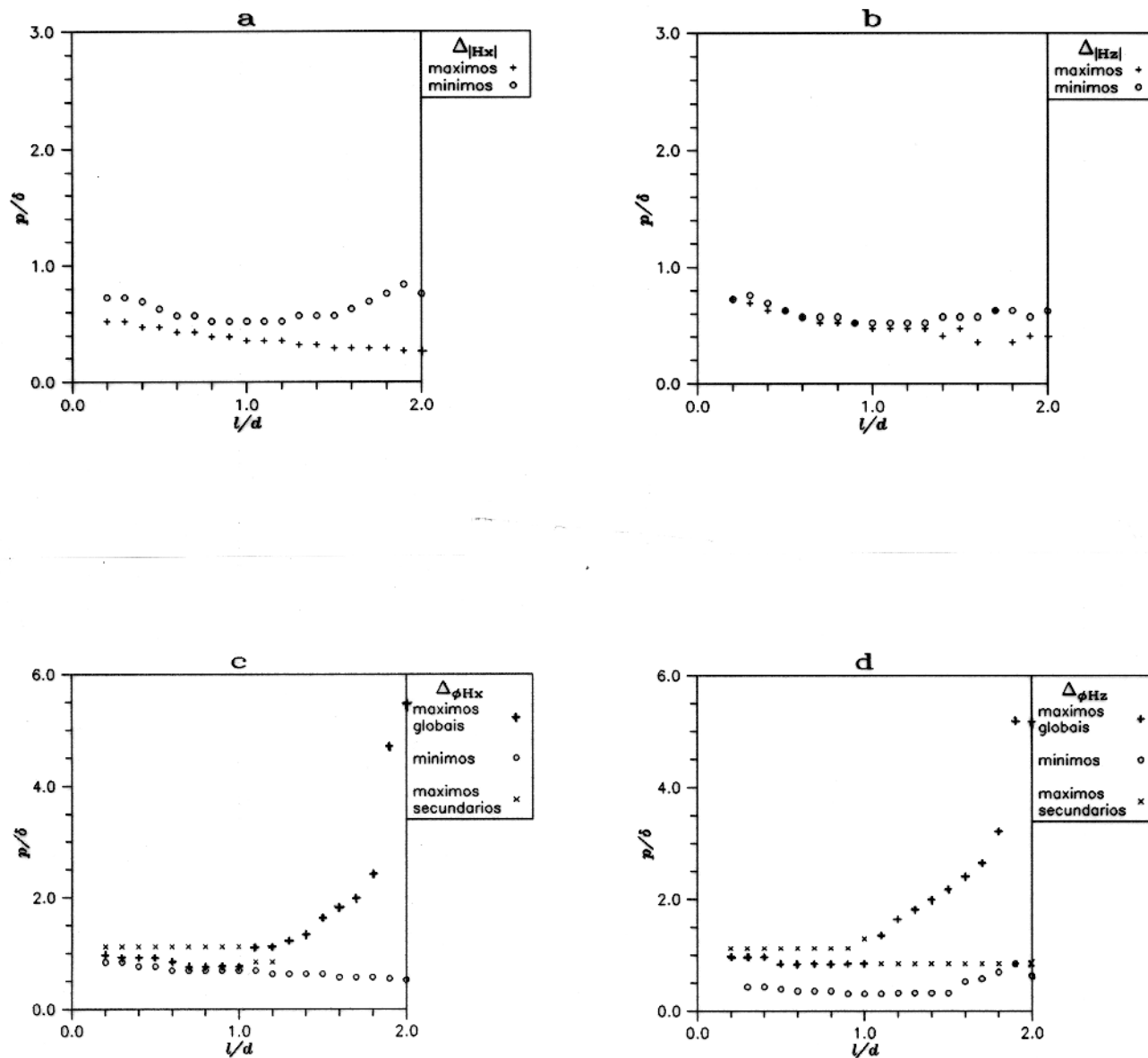


Figura 4.26 - Valores de p/d associados aos extremos globais da Função Detetabilidade em função de l/d . a) $\Delta_{|Hx|}$, b) $\Delta_{|Hz|}$, c) $\Delta_{\phi Hx}$ e d) $\Delta_{\phi Hz}$. Modelo 2D com $d = 100$ m, $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $p/d = 1$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. Em c e d estão também representados dois máximos secundários com o símbolo “x”, mas com o símbolo “+” quando se torna um máximo global.

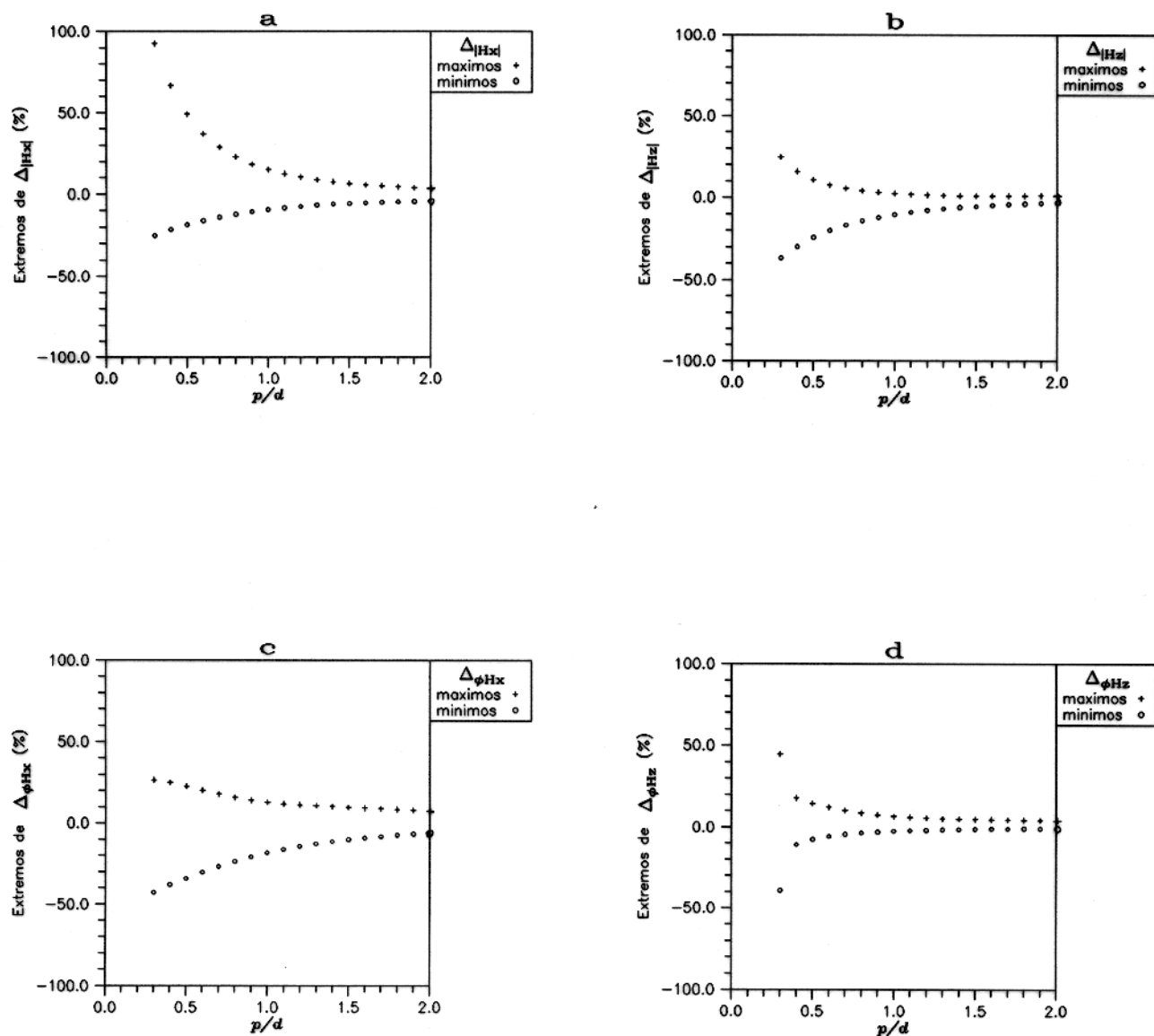


Figura 4.27 - Extremos globais da Função Detetabilidade em função de p/d . a) $\Delta_{|Hx|}$, b) $\Delta_{|Hz|}$, c) $\Delta_{\phi Hx}$ e d) $\Delta_{\phi Hz}$. Modelo 2D com $d = 100$ m, $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $e/d = l/d = 1/2$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

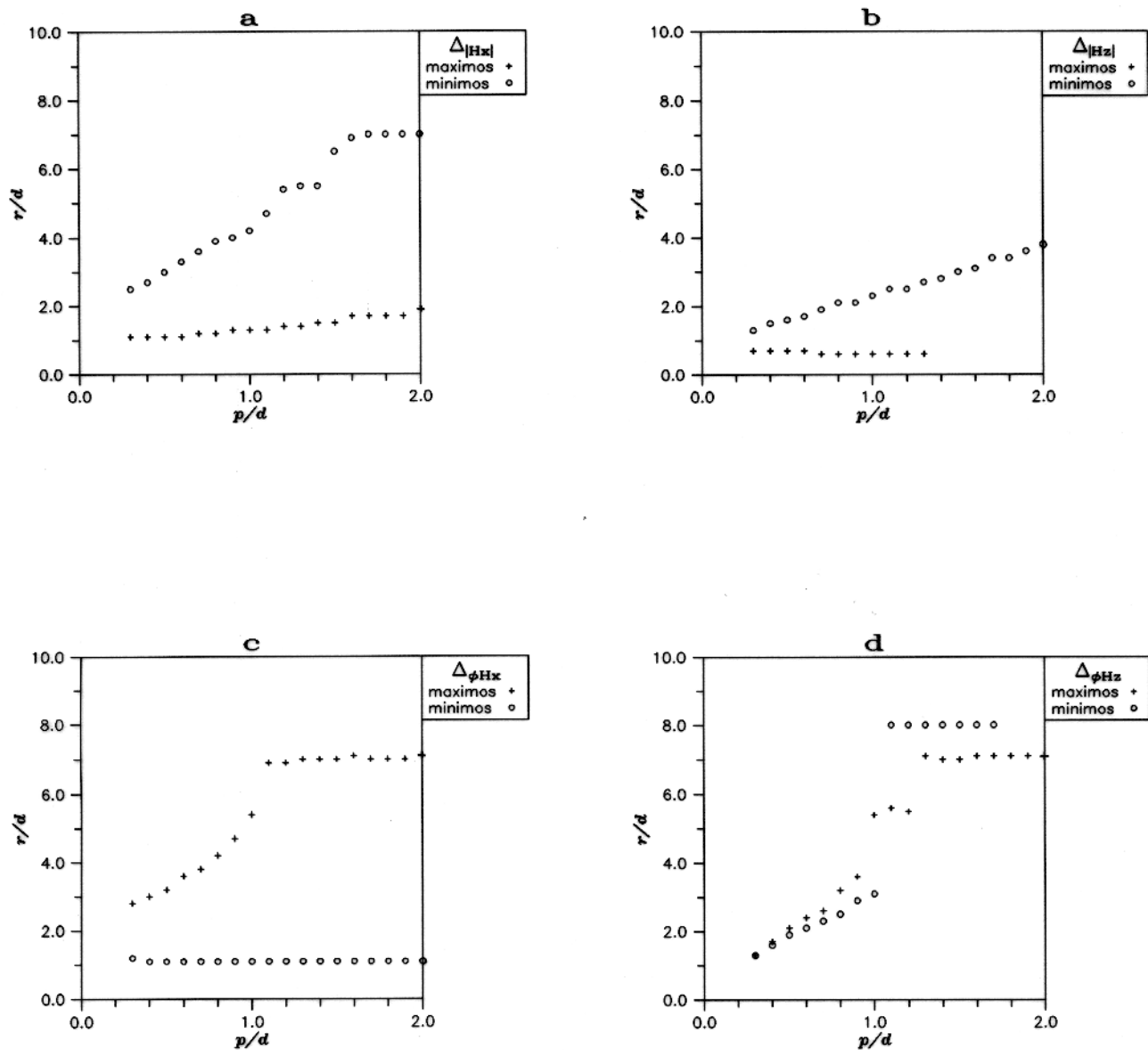


Figura 4.28 - Valores de r/d associados aos extremos globais da Função Detetabilidade em função de p/d . a) $\Delta_{|Hx|}$, b) $\Delta_{|Hz|}$, c) $\Delta_{\phi Hx}$ e d) $\Delta_{\phi Hz}$. Modelo 2D com $d = 100$ m, $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $e/d = l/d = 1/2$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

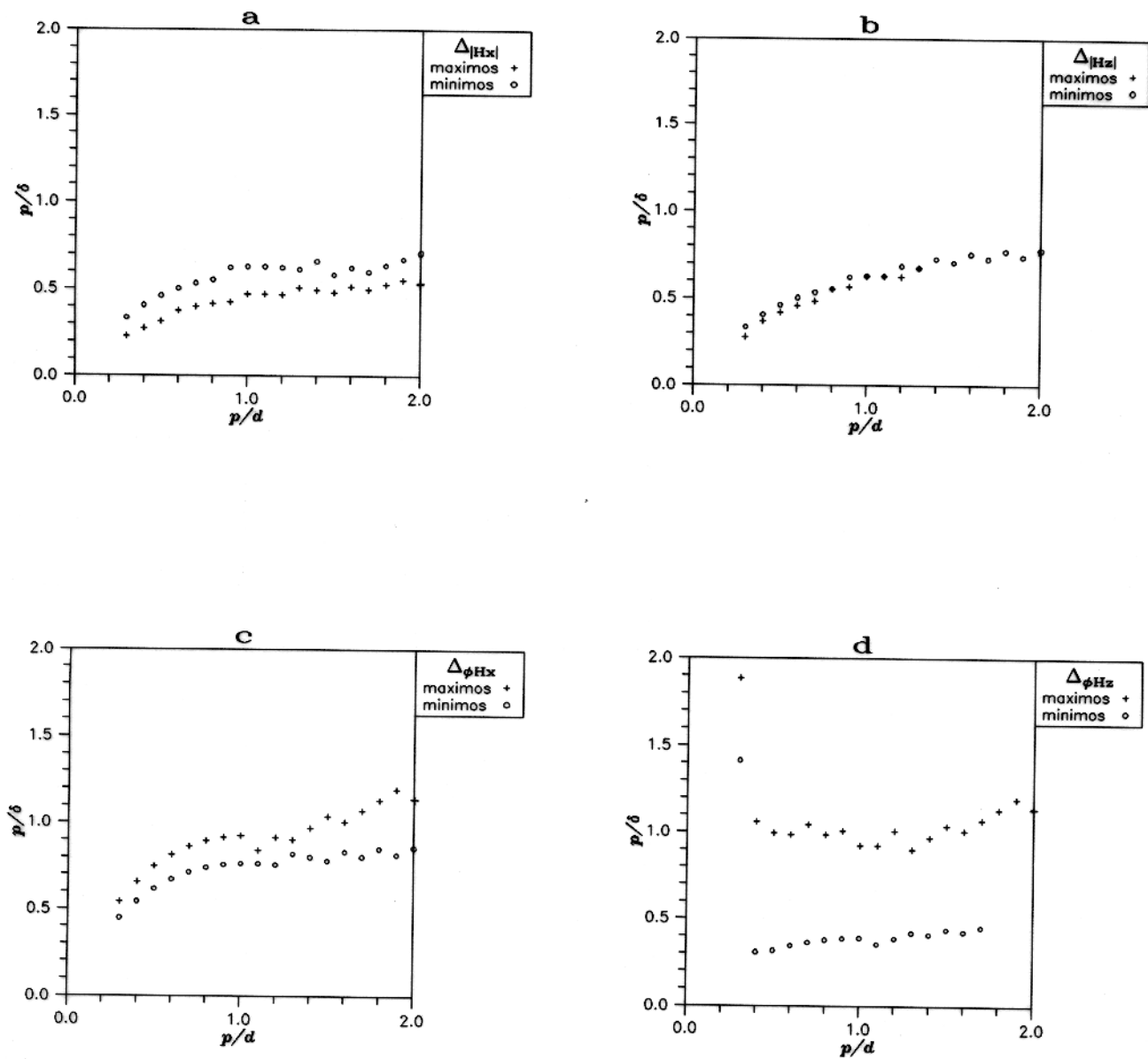


Figura 4.29 - Valores de p/δ associados aos extremos globais da Função Detetabilidade em função de p/d . a) $\Delta_{|Hx|}$, b) $\Delta_{|Hz|}$, c) $\Delta_{\phi Hx}$ e d) $\Delta_{\phi Hz}$. Modelo 2D com $d = 100$ m, $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $e/d = l/d = 1/2$ e $\sigma_2/\sigma_1 = 10$.

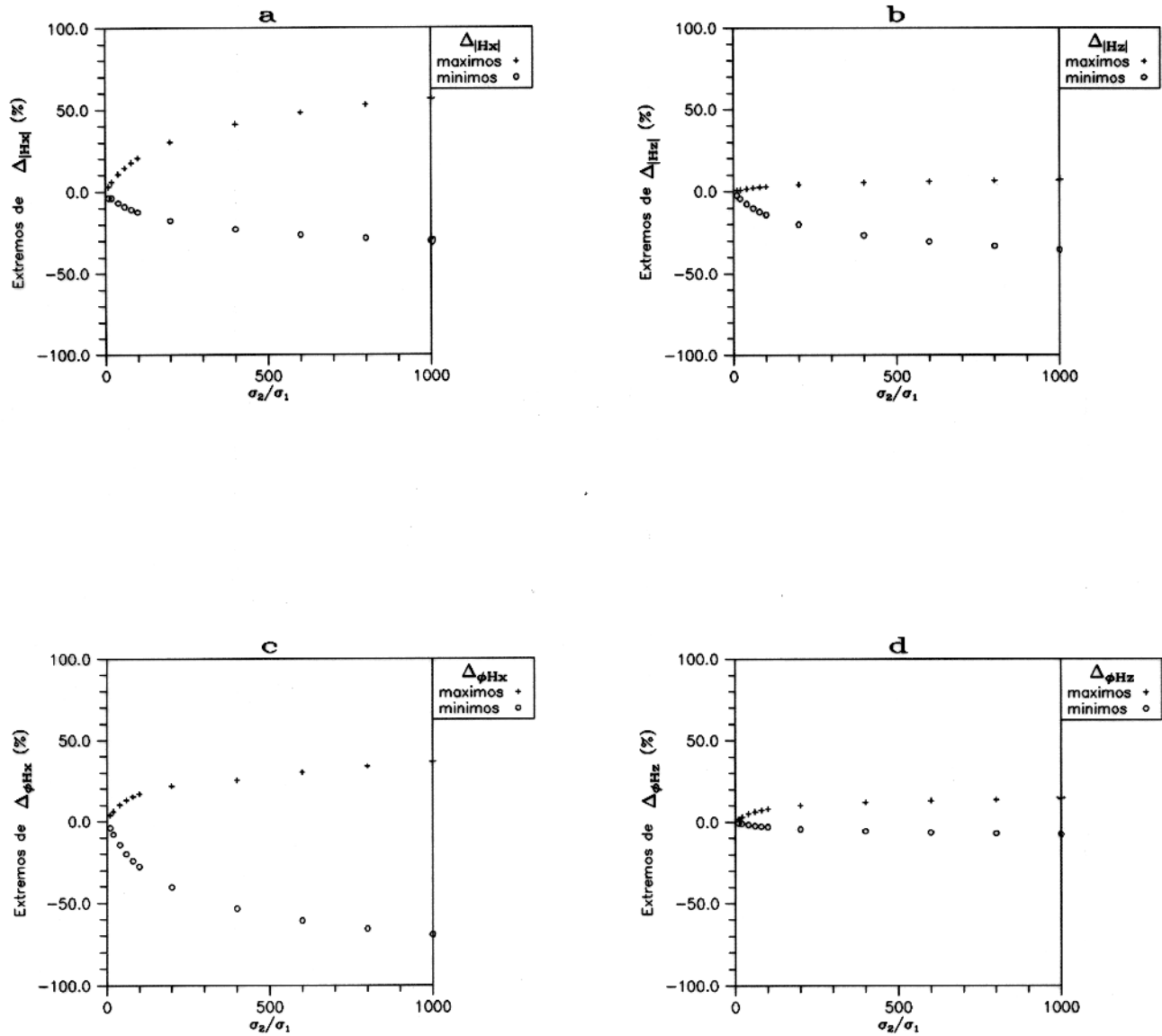


Figura 4.30 - Extremos globais da Função Detetabilidade em função de σ_2/σ_1 .
a) $\Delta_{|Hx|}$, b) $\Delta_{|Hz|}$, c) $\Delta_{\phi Hx}$ e d) $\Delta_{\phi Hz}$. Modelo 2D com $d = 100$ m,
 $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $p/d = 1$ e $l/d = e/d = 1/5$.

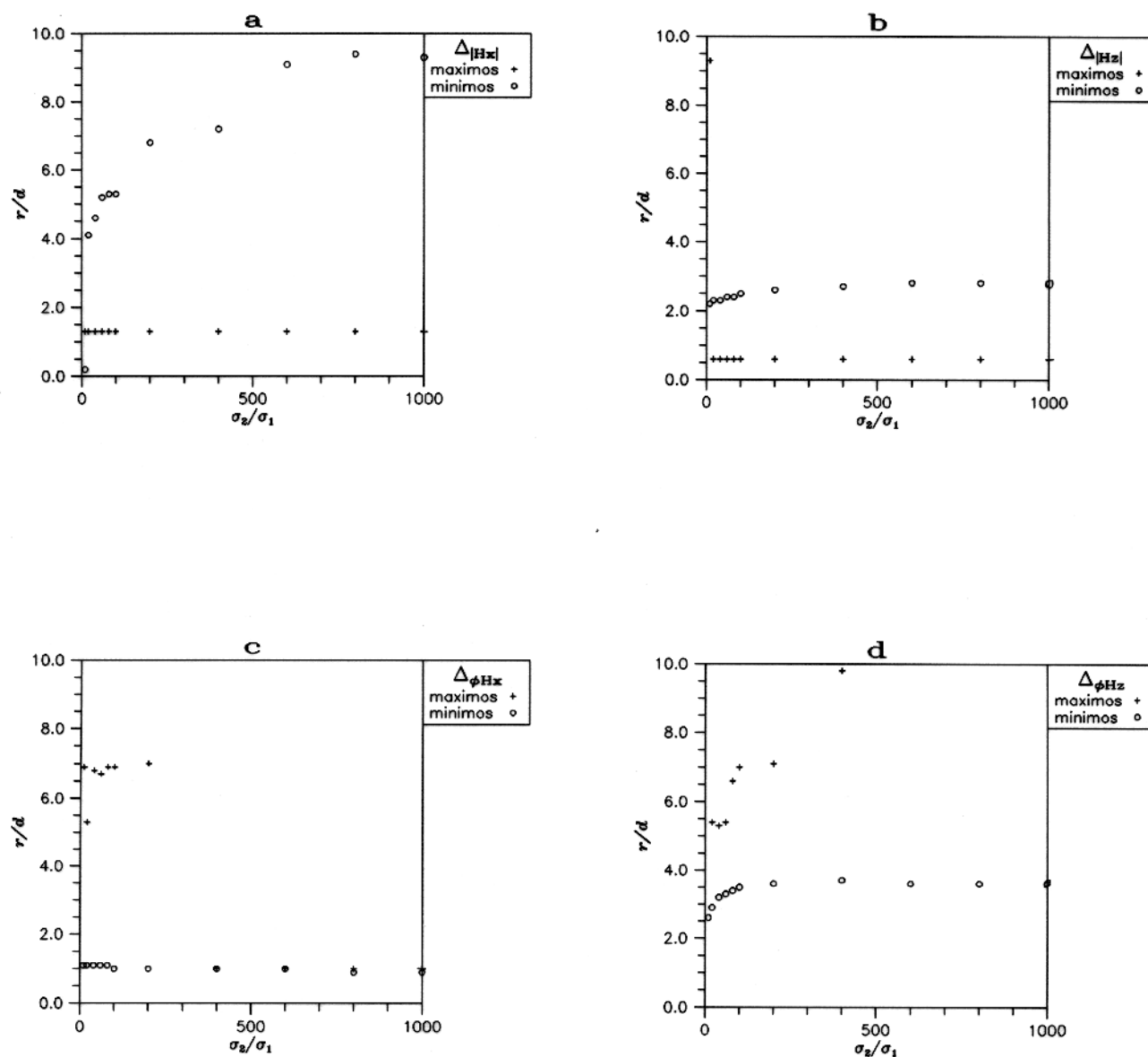


Figura 4.31 - Valores de r/d associados aos extremos globais da Função Detectabilidade em função de σ_2/σ_1 . a) $\Delta_{|Hx|}$, b) $\Delta_{|Hz|}$, c) $\Delta_{\phi Hx}$ e d) $\Delta_{\phi Hz}$. Modelo 2D com $d = 100$ m, $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $p/d = 1$ e $l/d = e/d = 1/5$.

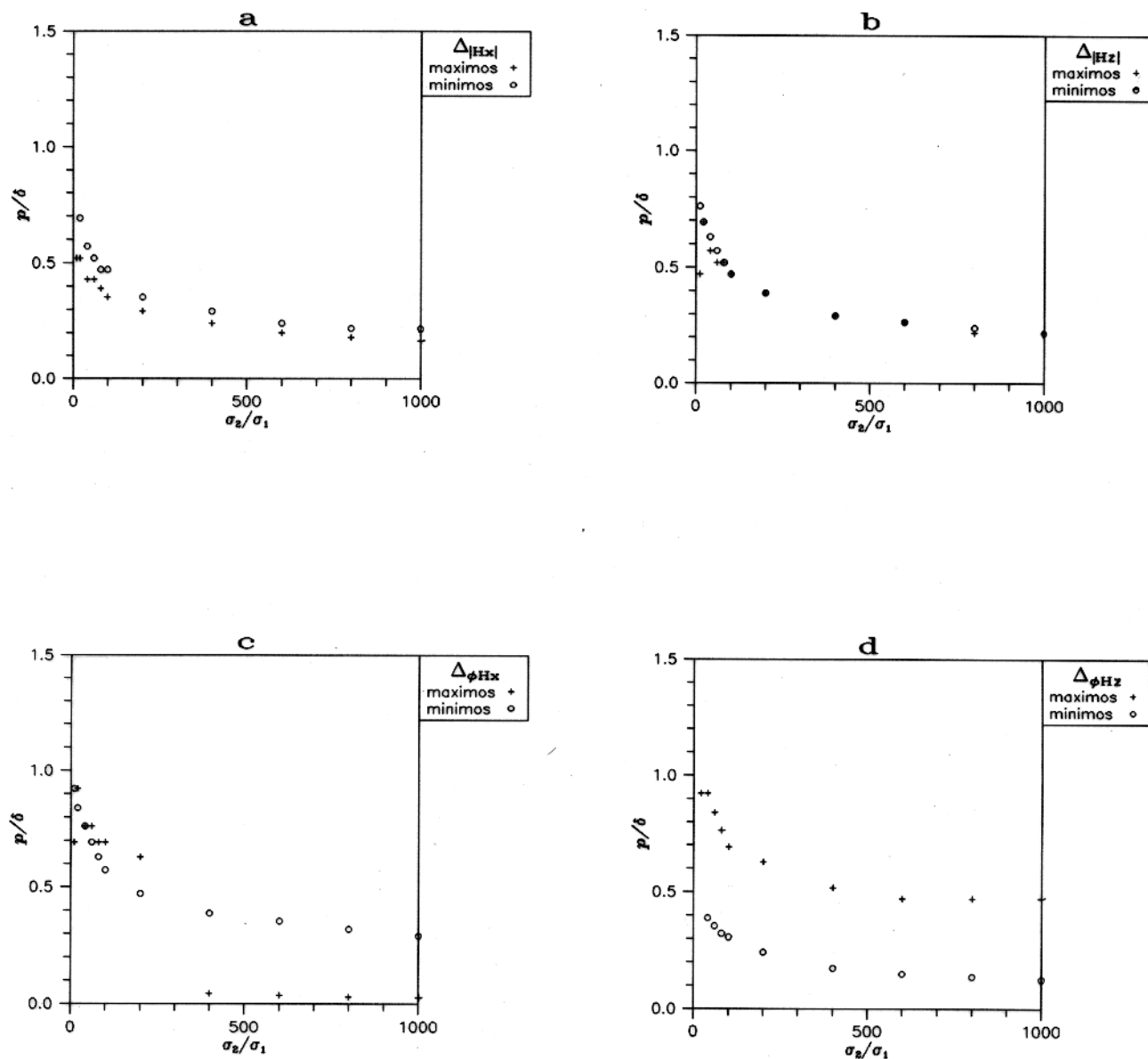


Figura 4.32 - Valores de p/δ associados aos extremos globais da Função Detetabilidade em função de σ_2/σ_1 . a) $\Delta_{|Hx|}$, b) $\Delta_{|Hz|}$, c) $\Delta_{\phi Hx}$ e d) $\Delta_{\phi Hz}$. Modelo 2D com $d = 100$ m, $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $p/d = 1$ e $l/d = e/d = 1/5$.

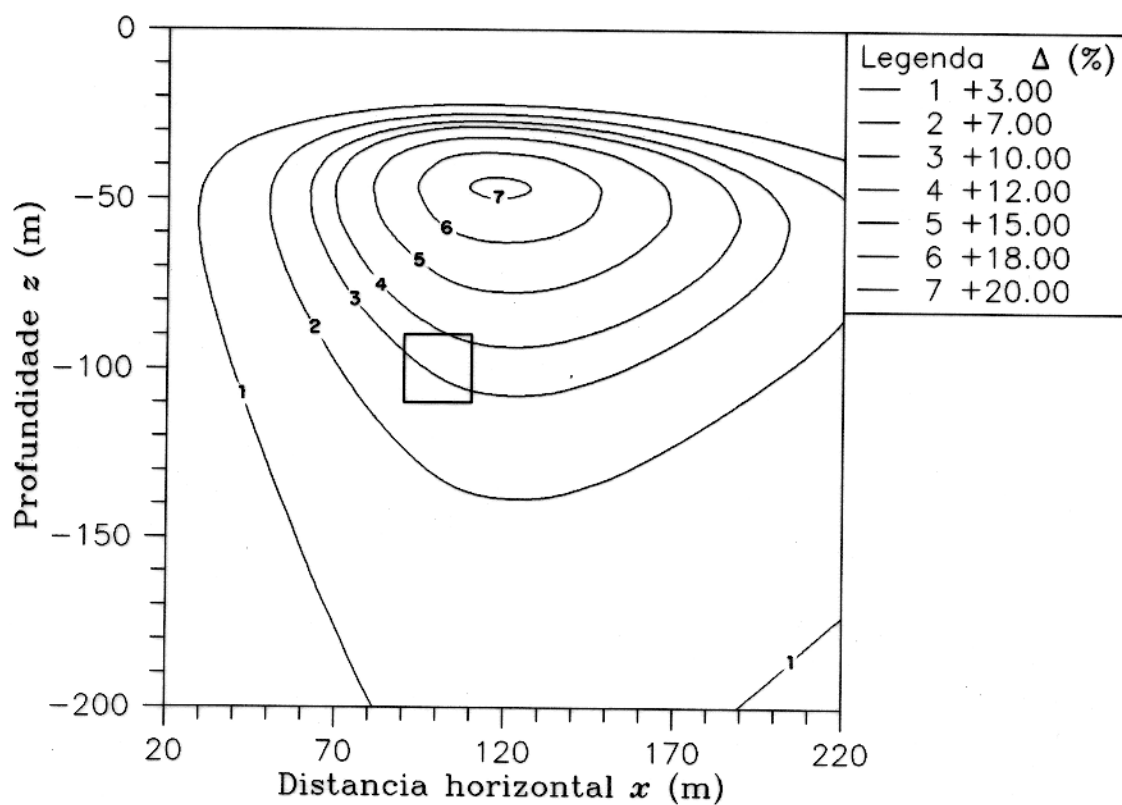


Figura 4.33 - Linhas de contorno de $\Delta|H_x|$ calculada para o Modelo 2D com $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $\sigma_2/\sigma_1 = 100$. Os valores de profundidade e distância lateral foram obtidos com os valores *mínimos* da Tabela 4.5

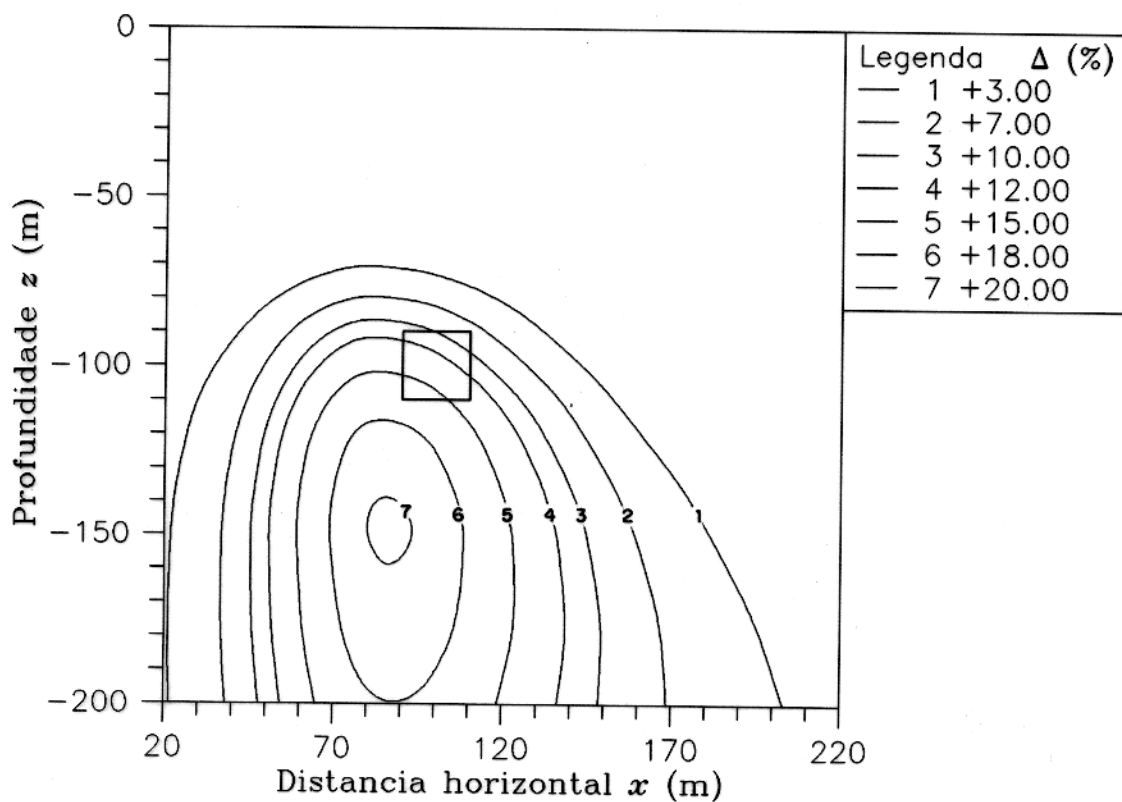


Figura 4.34 - Linhas de contorno de $\Delta_{|Hx|}$ calculada para o Modelo 2D com $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $\sigma_2/\sigma_1 = 100$. Os valores de profundidade e distância lateral foram obtidos com os valores *máximos* da Tabela 4.5

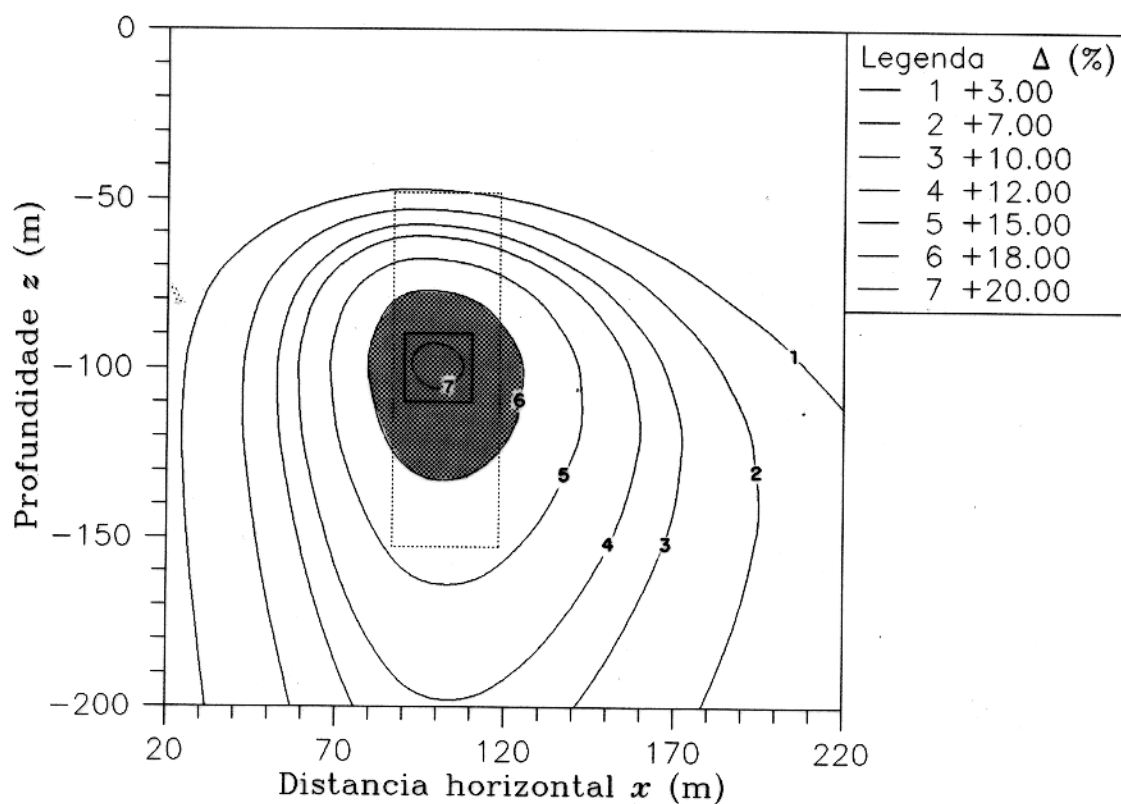


Figura 4.35 - Linhas de contorno de $\Delta|H_x|$ calculada para o Modelo 2D com $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $\sigma_2/\sigma_1 = 100$. Os valores de profundidade e distância lateral foram obtidos com os valores *médios* da Tabela 4.5. A área sombreada corresponde à região central da zona principal, em que os valores de $\Delta|H_x|$ diferem em menos de 10 % de seu valor máximo. A região delimitada por linhas pontilhadas corresponde à zona principal, conforme foi definida na seção 4.5, utilizando-se os valores mínimo e máximo de r/d e p/δ indicados na Tabela 4.5.

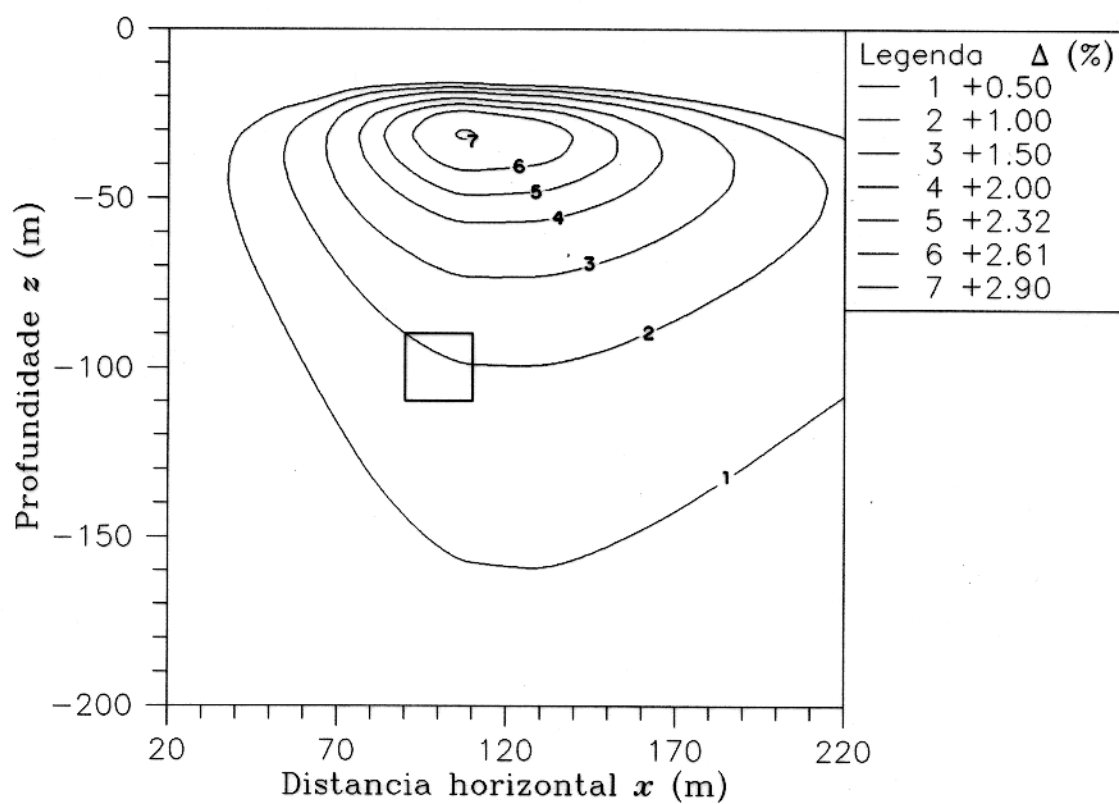


Figura 4.36 - Linhas de contorno de $\Delta_{|Hx|}$ calculada para o Modelo 2D com $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. Os valores de profundidade e distância lateral foram obtidos com os valores *mínimos* da Tabela 4.5

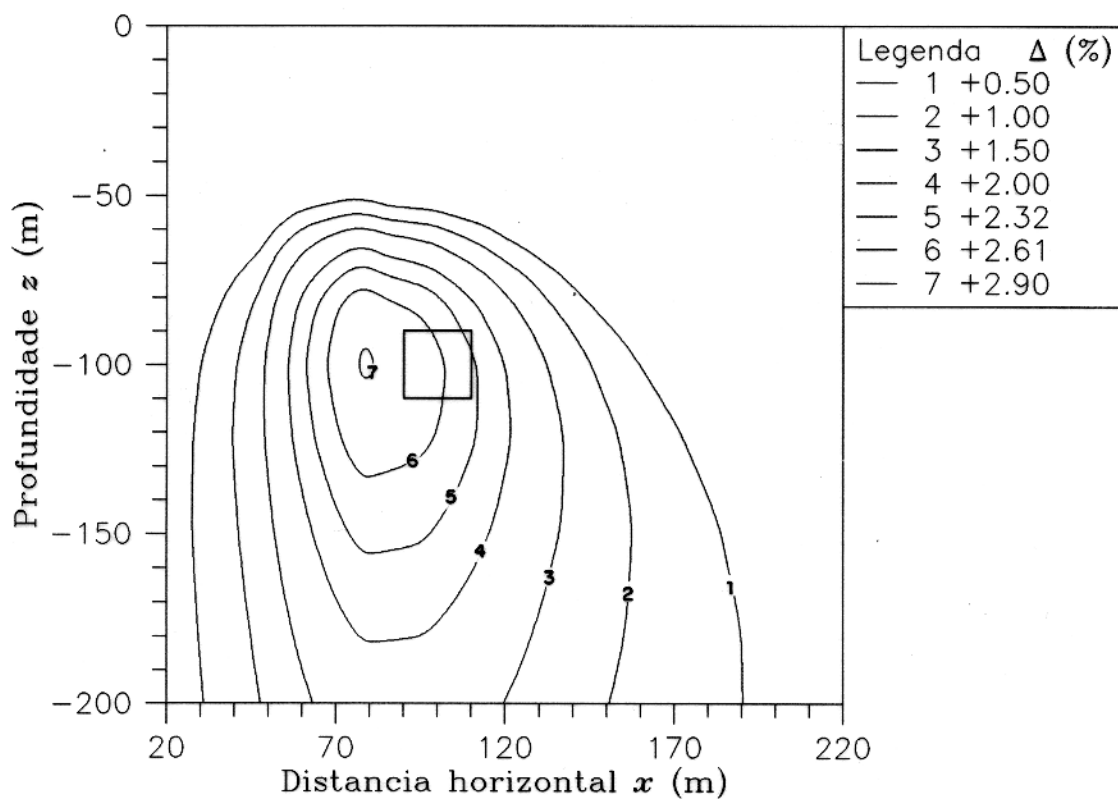


Figura 4.37 - Linhas de contorno de $\Delta_{|Hx|}$ calculada para o Modelo 2D com $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. Os valores de profundidade e distância lateral foram obtidos com os valores *máximos* da Tabela 4.5

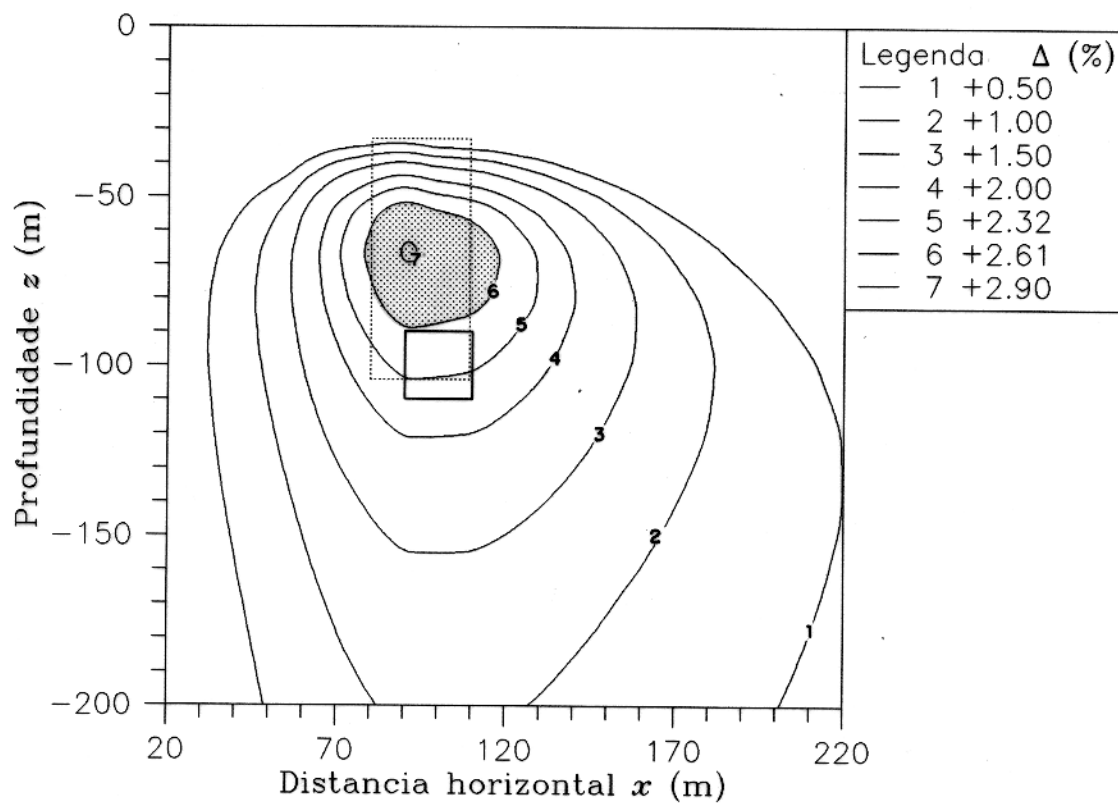


Figura 4.38 - Linhas de contorno de $\Delta|Hx|$ calculada para o Modelo 2D com $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $\sigma_2/\sigma_1 = 10$. Os valores de profundidade e distância lateral foram obtidos com os valores *médios* da Tabela 4.5. A área sombreada corresponde à região central da zona principal, em que os valores de $\Delta|Hx|$ diferem em menos de 10 % de seu valor máximo. A região delimitada por linhas pontilhadas corresponde à zona principal, conforme foi definida na seção 4.5, utilizando-se os valores mínimo e máximo de r/d e p/δ indicados na Tabela 4.5.

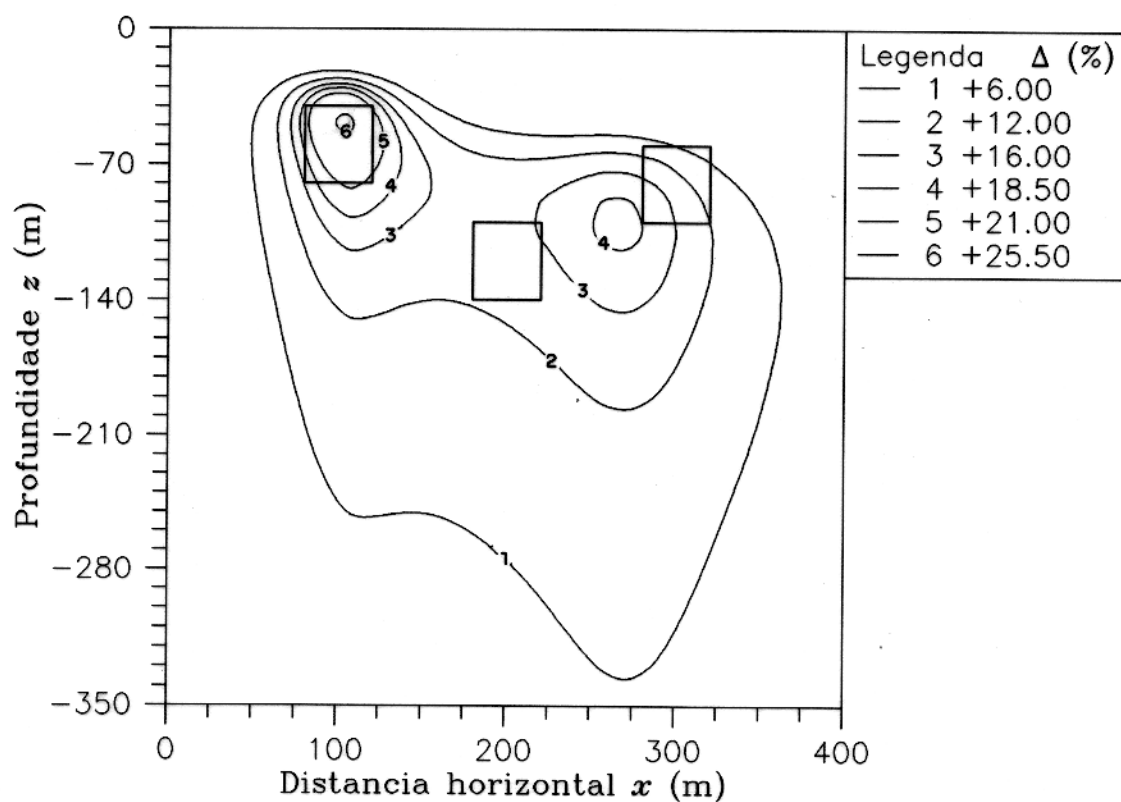


Figura 4.39 - Linhas de contorno de $\Delta_{|Hx|}$ calculada para três heterogeneidades bidimensionais com $\sigma_1 = 0,01$ S/m, $\sigma_2/\sigma_1 = 10$ para todos os corpos. Os valores de profundidade e distância lateral foram obtidos com os valores *médios* da Tabela 4.5

5 - CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi identificada uma região de um semi-espaço condutor em que colocada uma heterogeneidade, mais condutora que o semi-espaço, é máxima a sua contribuição para o campo magnético observado sobre o semi-espaço, para uma determinada configuração transmissor-receptor, quando o transmissor é uma linha infinita de corrente alternada situada sobre o semi-espaço. Ficou, então, definida como zona principal a região compreendida pelo conjunto dos pontos do semi-espaço em que deve ser posicionado o centro da heterogeneidade para que a sua contribuição seja maximizada, para a dada configuração transmissor-receptor e a frequência ω utilizada. Para isto, foi definida uma função Detetabilidade, Δ , capaz de medir a influência de uma dada heterogeneidade nas medidas. Através dos extremos desta função, calculada para heterogeneidades unidimensionais e bidimensionais, com várias características físicas e geométricas, foram obtidas as dimensões da zona principal e a localização do seu centro.

Calculando a função Δ para amplitude e fase das componentes tangencial (H_x) e normal (H_z) à superfície da Terra, verifica-se que essas grandezas apresentam comportamentos diferentes. Cada uma de tais funções indica a máxima influência de uma determinada heterogeneidade para uma configuração característica correspondente, isto é, para valores distintos de separação transmissor-receptor (r) e frequência de oscilação da corrente (ω). Além disso, a estimativa de localização da zona principal sofre variações diversas quando são alteradas as características da heterogeneidade. Por este motivo, decidiu-se utilizar os extremos positivos da função Δ calculada para a amplitude de H_x , a fim de localizar e definir a extensão da zona principal, pois, em comparação com as demais, esta grandeza apresentou as melhores características de intensidade, profundidade de exploração, resolução e estabilidade nas estimativas de localização da zona principal. Para o sistema eletromagnético estudado, no caso unidimensional, a profundidade do centro da zona principal foi estabelecida em $p_o = 0,17\delta$ (ou $p_o = 0,38 r$). Já para o caso bidimensional, a profundidade obtida foi $p_o = 0,36 \delta$ e a distância horizontal até à fonte $d_o = 0,77 r$, onde δ é o "skin depth" da onda plana para o semi-espaço homogêneo cuja condutividade é a da rocha encaixante ou "background", e para um valor de frequência (ω) que corresponde ao máximo valor de Δ calculada através da amplitude de H_x . A zona principal estende-se de $0,67 r$ a $0,91 r$ de distância horizontal do transmissor, e, em profundidade, de $0,17 \delta$ a $0,54 \delta$ de distância da superfície da Terra.

Com as relações estipuladas para as coordenadas do centro da zona principal, foram construídas seções da função Δ , para os dados de um levantamento típico simulado, com frequências variando de 10^0 a 10^4 Hz. Estas seções forneceram imagens da subsuperfície, nas quais os corpos condutores são localizados pelas linhas de contorno de Δ com os valores mais elevados. Comparando essas seções com os modelos que as geraram, observa-se que corpos isolados são bem identificados pelas seções de Δ , porém, dois condutores próximos um do outro podem ser interpretados como um único condutor, especialmente se suas profundidades forem elevadas. Apesar disto, as seções de Δ podem ser muito úteis na exploração com métodos eletromagnéticos.

Evidentemente, os resultados apresentados neste trabalho não esgotam o assunto em estudo. A análise de modelos tridimensionais constitui uma extensão natural desta tese. Neste caso, deve ser verificada a influência na localização da zona principal, devida à limitação da dimensão da heterogeneidade na direção y .

Os procedimentos desenvolvidos neste trabalho, para localização da zona principal, podem ser aplicados a outros sistemas eletromagnéticos, representando-se adequadamente os parâmetros de cada sistema. Neste caso, deve-se esperar que, para cada sistema eletromagnético, a zona principal tenha dimensões e localização características, uma vez que, para um mesmo sistema, verificou-se neste trabalho que diferentes funções medidas apresentaram diferentes comportamentos e zonas principais peculiares.

Comparando a metodologia desenvolvida nesta tese com a abordagem das derivadas de Fréchet, observa-se que a influência da heterogeneidade indicada pela função Δ não sofre qualquer restrição quanto ao contraste de condutividade ou às dimensões da heterogeneidade, enquanto que no caso das derivadas de Fréchet esses parâmetros estão restritos a pequenos valores e variações. Usando a função Δ , por nós introduzida, foi possível analisar a influência de grandes dimensões e contrastes de condutividade da heterogeneidade.

Finalmente, a possibilidade de construir seções de Δ , qualquer que seja o sistema eletromagnético utilizado, é promissora, pois essas seções fornecem importantes subsídios para a interpretação. Nessa direção, o próximo passo será a inversão da função para associar uma condutividade aparente de um semi-espaço homogêneo equivalente, e transformar as seções de Δ em pseudo-seções de resistividade aparente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRAMOWITZ, M. & STEGUN, I.A. 1965. **Handbook of mathematical functions**; with formulas, graphics and mathematical tables. New York, Dover Publications. 1055p.
- APPARAO, A. & RAO, T.G. 1974. Depth of investigation in resistivity methods using linear electrodes. **Geophysical Prospecting**, 22(2) : 211 - 223.
- AXELSON, O. & BARKER, V.A. 1984. **Finite element solution of boundary value problems. Theory and computation**. Orlando, Academic Press. 432p.
- BACKUS, G.E. & GILBERT, J.F. 1967. Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems. **Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society**, 13(1/3) : 247 - 276.
- BACKUS, G.E. & GILBERT, J.F. 1968. The resolving power of gross earth data. **Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society**, 16(2) : 169 - 205.
- BARKER, R.D. 1989. Depth of investigation of collinear symmetrical four-electrode arrays. **Geophysics**, 54(8) : 1031 - 1037.
- BECKER, E.B.; CAREY, G.F.; ODEN, J.T. 1981. **Finite elements: an introduction**. New Jersey, Prentice-Hall. v.1, 258p.
- BHATTACHARYA, B.B. & DUTTA, I. 1982. Depth of investigation studies for gradient arrays over homogeneous isotropic half-space. **Geophysics**, 47(8) : 1198 - 1203.
- BHATTACHARYA, B.B. & SEN, M.K. 1981. Depth of investigation of collinear electrode arrays over homogeneous anisotropic half-space in direct-current methods. **Geophysics**, 46(5) : 768 - 780.
- BIEWINGA, D.T. 1977. Electromagnetic depth sounding experiment. **Geophysical Prospecting**, 25(1) : 13 - 28.
- CHAVE, A.D. 1984. The Fréchet derivatives of electromagnetic induction. **Journal of Geophysical Research**, 89(B5) : 3373 - 3380.
- COGGON, J.H. 1971. Electromagnetic and electrical modelling by finite element method. **Geophysics**, 36(1) : 132 - 155.

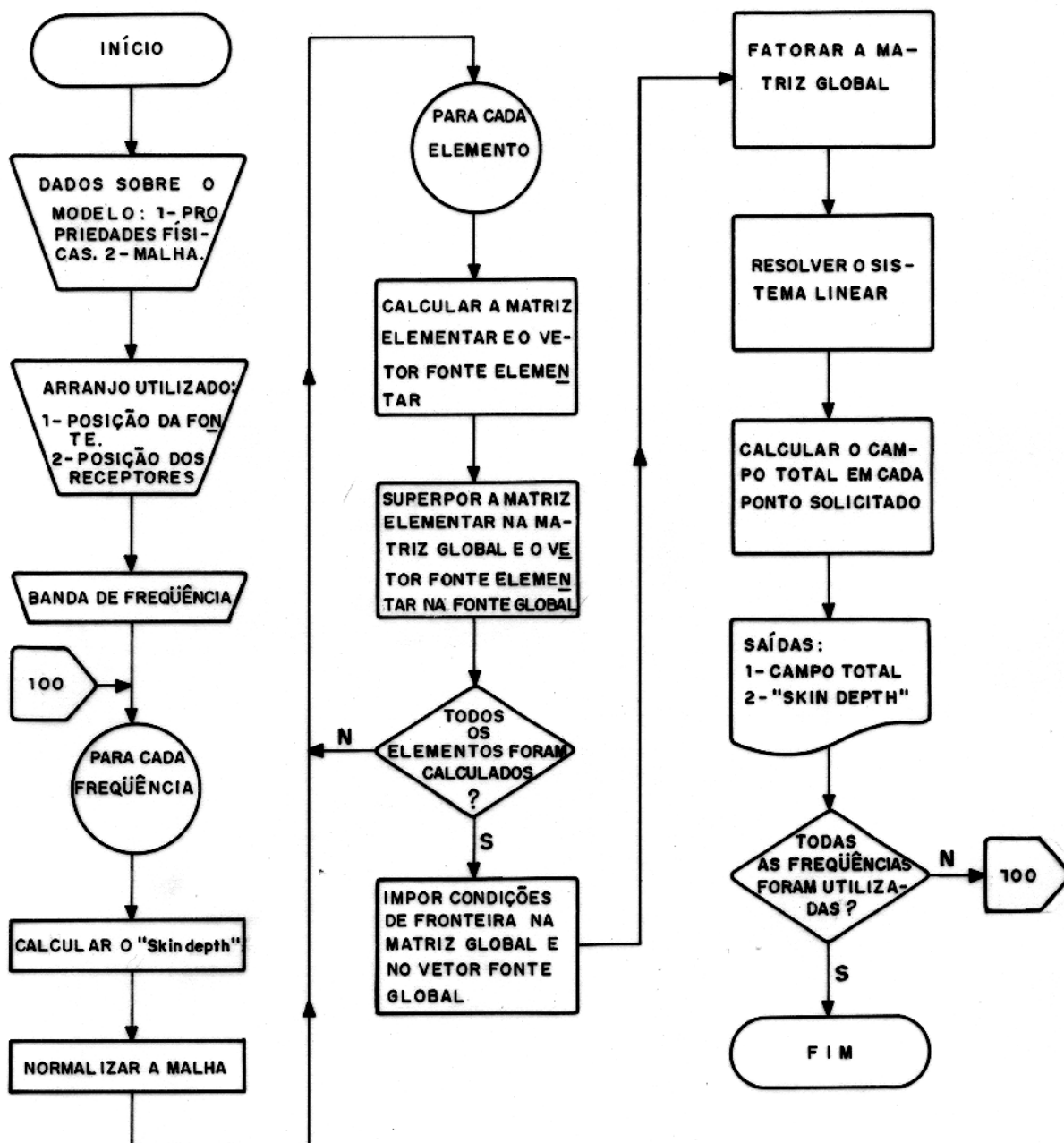
- DEY, A. & MORRISON, H.F. 1973. Electromagnetic response of two-dimensional inhomogeneities in a dissipative half-space for Turam interpretation. **Geophysical Prospecting**, 21(2) : 340 - 365.
- DIAS, C.A. 1983. Projeto "Transiente eletromagnético aplicado à exploração de petróleo" (TRANSIEL). Salvador, 174p. (Rel. Téc. apresentado à PETROBRAS)
- DIAS, C.A. & SATO, H.K. 1981. A multifrequency electromagnetic method for interpretation of IP and resistivity: theory and experimental work using a system operating in the range 21 to 43,008 Hz. In: 51st ANNUAL INTERNATIONAL MEETING AND EXPOSITION OF THE SOCIETY OF EXPLORATION GEOPHYSICISTS. Los Angeles, 1981. Abstracts. SEG Tulsa, EM3.4.
- DIZIOGLU, M.Y., 1967. Response of a two-layer ground to an infinite cable carrying alternating current with reference to Turam anomalies. **Geophysical Prospecting**, 15(3) : 438 - 444.
- DUVAL, J. & LOEB, J. 1967. Electromagnetic prospecting by Turam cable induction versus conduction effects. **Geoexploration**, 5(1) : 31 - 51.
- EDWARDS, L.S. 1977. A modified pseudosection for resistivity and IP. **Geophysics**, 42(5) : 1020 - 1036.
- EVJEN, H.M. 1938. Depth factors and resolving power of electrical measurements. **Geophysics**, 3 : 78 - 95.
- GÓMEZ-TREVIÑO, E. 1987a. Non-linear integral equations for electromagnetic inverse problems. **Geophysics**, 52(9) : 1297 - 1302.
- GÓMEZ-TREVIÑO, E. 1987b. A simple sensitivity analysis of time-domain and frequency-domain electromagnetic measurements. **Geophysics**, 52(10) : 1418 - 1423.
- HALLOF, P.G. 1957. **On the interpretation of resistivity and induced polarization results**. Massachusetts, Massachusetts Institute of Technology. 182p. Ph.D. thesis - Department of Geology and Geophysics. MIT, 1957.
- HALLOF, P.G. 1964. A comparison of the various parameters employed in the variable-frequency induced-polarization method. **Geophysics**, 29(1/6) : 425 - 433.
- HOHMANN, G.W. 1971. Electromagnetic scattering by conductors in the earth near a line source of current. **Geophysics**, 36(1) : 101 - 131.

- HOHMANN, G.W. 1989. Numerical modeling for electromagnetic methods of geophysics. In: NABIGHIAN, M.N. ed. **Electromagnetic methods in applied geophysics**, Tulsa. SEG. v.1. p. 313 - 363.
- KAUFMAN, A.A. & KELLER, G.V. 1985. **Inductive Mining Prospecting**. Part I: Theory New York, Elsevier. 620p. (Methods in Geochemistry and Geophysics, 20A)
- LEE, T. 1977. Estimation of depth to conductors by the use of electromagnetic transients. **Geophysical Prospecting**, 25(1) : 61 - 75.
- LILE, O.B.; PELKONEN, R.; ANDERSEN, O.W.; SINGSAAS, P. 1982. On the importance of gathered current in Turam measurements. **Geoexploration**, 19(4) : 277 - 295.
- NEGI, J.G.; GUPTA, C.P.; RAVAL, U. 1972. Induction anomaly due to an elongated covered ore-zone excited by a long current carrying cable. **Geophysical Prospecting**, 20(1) : 193 - 211.
- NISSEN, J. 1986. A versatile electromagnetic modeling program for 2-D structures. **Geophysical Prospecting**, 34(7) : 1099 - 1110.
- OLDENBURG, D.W. 1978. The interpretation of direct current resistivity measurements. **Geophysics**, 43(3) : 610 - 625.
- OLDENBURG, D.W. 1979. One-dimensional inversion of natural source magnetotelluric observations. **Geophysics**, 44(7) : 1218 - 1244.
- PARKER, R.L. 1971. The inverse problem of electrical conductivity in the mantle. **Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society**, 22(2) : 121 - 138.
- PARKER, R.L. 1972. Inverse theory with grossly inadequate data. **Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society**, 29 : 123 - 138.
- PARKER, R.L. 1977. The Fréchet derivative for the one-dimensional electromagnetic induction problem. **Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society**, 49(2) : 543 - 547
- PATRA, H.P. & MALLICK, K. 1980. **Geosounding principles**, time-varying geoelectric soundings. Amsterdam, Elsevier. 419p. (Methods in Geochemistry and Geophysics, 14B)
- PRIDMORE, D.F.; HOHMANN, G.W.; WARD, S.H.; SILL, W.R. 1981. An investigation of finite element modeling for electrical and electromagnetic data in three dimensions **Geophysics** 46(7) : 1009 - 1024.

- RIJO, L. 1977. Modeling of electric and electromagnetic data. University of Utah. Ph.D. thesis.
- ROY, A. 1972. Depth of investigation in Wenner, Three-electrode and Dipole-dipole DC resistivity methods. **Geophysical Prospecting**, 20(2) : 329 - 340.
- ROY, A. & APPARAO, A. 1971. Depth of investigation in direct-current methods. **Geophysics**, 36 : 943 - 959.
- ROY, K.K. & RAO, K.P. 1977. Limiting depth of detection in line electrode systems. **Geophysical Prospecting**, 25(4) : 758 - 767.
- RYU, J.; MORRISON, H.F.; WARD, S.H. 1972. Electromagnetic depth sounding experiment across Santa Clara Valley. **Geophysics**, 37(1/6) : 351 -374.
- SATO, H.K. 1979. Método eletromagnético para interpretação de polarização induzida e resistividade usando o protótipo de um sistema de multi-frequência. Salvador, Universidade Federal da Bahia. 95p. Tese (Mestrado em Geofísica) - Programa de Pesquisa e Pós-graduação em Geofísica, UFBa, 1979.
- SPIES, B.R. 1989. Depth of investigation in electromagnetic sounding methods. **Geophysics**, 54(7) : 872 - 888.
- TIKHONOV, A.N. & ARSENIN, V.Y. 1977. **Solutions of ill-posed problems**. Washington, D.C., V.H. Winston & Sons. 258p. (Scripta series in mathematics).
- WARD, S.H. & HOHMANN, G.W. 1989. Electromagnetic theory for geophysical applications. In: NABIGHIAN, M.N. ed. **Electromagnetic methods in applied geophysics**, v.1. Tulsa. SEG. p. 131 - 311.
- WOODHOUSE, J.H. 1976. On Rayleigh's principle. **Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society**, 46 : 11 - 22.

ANEXO A - ALGORITMO DE ELEMENTOS FINITOS

FLUXOGRAMA



ANEXO B - DERIVADAS DE FRÉCHET

Neste anexo será feita uma breve descrição do método das Derivadas de Fréchet. Seja um modelo unidimensional descrito por um vetor $\vec{p}(z)$, cujas componentes p_j são as propriedades físicas do modelo e seja um vetor $\vec{g}(\omega)$ de dimensão N contendo as medidas g_i que caracterizam o modelo em relação ao parâmetro ω . Os vetores $\vec{g}$ e $\vec{p}$ estão relacionados através de um funcional $\mathcal{F}$ que descreve as leis físicas que regem o problema, na forma

$$\vec{g} = \mathcal{F}[\vec{p}]. \quad (\text{B.1})$$

Se uma pequena perturbação $\delta\vec{p}$ for produzida nas propriedades físicas do modelo, uma pequena mudança $\delta\vec{g}$ será observada nas medidas. Em particular, variando a propriedade p_j em um valor δp_j , a variação δg_i produzida na medida g_i será (CHAVE, 1984)

$$\delta g_i = \int K_i(p_j, z) \delta p_j(z) dz + R. \quad (\text{B.2})$$

O termo residual R , em geral, é de ordem n em relação à perturbação do modelo ($R = O[||\delta p_j||^n]$). Por exemplo, WOODHOUSE (1976) mostrou que R é de primeira ordem para o problema de oscilações livres da Terra quando o modelo apresenta descontinuidades, enquanto que PARKER (1977) mostrou que este termo é de segunda ordem para a impedância magnetotelúrica, mesmo quando a estrutura é descontínua. No caso em que R é de segunda ordem em δp_j , $R \rightarrow 0$ quando δp_j for muito pequena. Nesta situação, o núcleo (ou "kernel") $K_i(p_j, z)$ é denominado *derivada de Fréchet* do funcional $\mathcal{F}_i$ em p_j para a grandeza g_i na norma L_2 . Outra denominação para $K_i(p_j, z)$ é *função de sensibilidade* ("sensitivity function"), uma vez que ele indica a maneira como as variações de propriedades físicas $\vec{p}$ modificam o valor das medidas $\vec{g}$.