

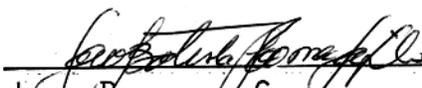
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS GEOFÍSICAS E GEOLÓGICAS

ANALISE COMPARATIVA DE TRES METODOS DE INVERSAO APLICADOS A
DADOS GRAVIMETRICOS E MAGNETICOS EM PERFIL

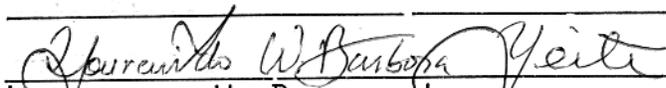
Tese Apresentada por
ALTEREDO OLIVEIRA CUTRIM
como requisito parcial à obtenção do grau em
MESTRE EM CIENCIAS
Na área de
GEOFISICA

Conferido pelo Programa de Pós-Graduação em
Ciências Geofísicas e Geológicas da
Universidade Federal do Pará

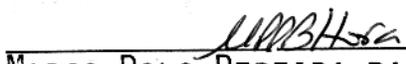
Aprovado: 07.10.85



JOÃO BATISTA CORREA DA SILVA (ORIENTADOR)



LOURENILDO W. BARBOSA LEITE



MARCO POLO PEREIRA DA BOA HORA

Comitê de Tese

À minha esposa LUZIA,
minha filha JANICIA e aos
meus pais HIDELBRANDO e
MARIA.

S U M Á R I O

	Pag.
DEDICATÓRIA	
AGRADECIMENTOS	
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	
RESUMO	01
ABSTRACT	02
1 INTRODUÇÃO	04
2 REVISÃO DOS MÉTODOS DE INTERPRETAÇÃO	07
3 ANÁLISE DE DADOS TEÓRICOS	15
3.1 Gravimetria	18
3.1.1. Efeito do Ruído Gaussiano	18
3.1.2 Efeito de Pequenos Corpos Rasos	26
3.1.3 Efeito de Corpo Interferente Grande	29
3.1.4 Efeito Combinado de Ruído Geológico (pequeno corpo raso) e Ruído Gaussiano	29
3.1.5 Efeito Combinado de Ruído Geológico (corpo gran de interferente) e Ruído Gaussiano	32
3.1.6 Efeito do Modelo Interpretativo Errado	35
3.1.7 Estimativa da Densidade	37
3.2 Magnetometria	39
3.2.1 Efeito de Ruído Gaussiano	39
3.2.2 Efeito de Pequenos Corpos Rasos	39
3.2.3 Efeito de Corpo Interferente Grande	47
3.2.4 Efeito de Modelo Interpretativo Errado	47
3.2.5 Estimativa do Módulo, Inclinação e Azimute em Relação ao Eixo y do Vetor Magnetização	51
4 APLICAÇÃO A UMA ANOMALIA REAL	54
5 CONCLUSÕES	62
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	64

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer às pessoas e entidades que direta e indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

Ào professor Dr. João Batista Corrêa da Silva, orientador desta tese, por seus ensinamento, incentivos, interese e sugestões durante a elaboração da mesma;

Ào professor Dr. Lourenildo Willliame Barbosa Leite e ao Dr. Marco Polo Pereira da Boa Hora, membros da banca examinadora, pelas sugestões e críticas prestadas durante a leitura deste trabalho;

À diretoria do Centro de Geociências (CG) e coordenação do Curso de Pós-Graduação pelo apoio prestado para a conclusão do mesmo;

Àos técnicos Afonso pela ajuda na coleta dos dados de campo e Paulo Magalhães pelo apoio na utilização do laboratório de computação;

Ào aluno Cleomar Fernandes de Souza pela ajuda na coleta dos dados de campo e pela contribuição durante as discussões no decorrer da elaboração da tese;

À professora Dra. Sônia Dias Cavalcanti Guerreiro por ceder as amostras de diabásios para medidas de susceptibilidade magnética;

À professora Benaia Vieira de Alencar e ao mestrando Orlando Tadeu Lima de Souza pela ajuda na utilização do laboratório de propriedades magnéticas;

À bibliotecária Leila pelas sugestões referentes às citações bibliográficas;

À equipe da biblioteca do CG pelo apoio constante no que se refere ao material bibliográfico;

À Maria da Gloria Costa secretária e Aracilda da Costa Santos datilógrafa da coordenação do Curso de Pós-Graduação, pela gentileza e boa vontade que sempre tiveram para comigo;

Àos professores, alunos e funcionários do CG

que direta e indiretamente contribuíram para a realização des
te trabalho;

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico
e Tecnológico (CNPq), à Fundação de Amparo e Desenvolvimento
à Pesquisa (FAPESP), e à Financiadora de Estudos e Projetos
(FINEP) pelo suporte financeiro para a realização deste traba
lho.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS		PAG
01	Fluxograma do ajuste-M.	14
02	Prisma bi-dimensional indicando sua localização e seus parâmetros geométricos.....	16
03	Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano, usando a primeira seqüência. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.....	19
04	Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano usando a primeira seqüência com aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 3.	21
05	Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano usando a segunda seqüência.	22
06	Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano usando a segunda seqüência com aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 5. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.	23
07	Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano usando a terceira seqüên -	

	cia. Estrutura geológica com a parte hori zontal inferior em branco indica profundi dade da base maior que 210m.	24
08	Campo gravimétrico (acima) e modelo inter pretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano usando a terceira sequên cia com aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 7.	25
09	Campo gravimétrico (acima) e modelo inter pretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso) em que a fonte de ruído está diretamente acima do corpo principal. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indi ca profundidade da base maior que 210m. ..	27
10	Campo gravimétrico (acima) e modelo inter pretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso) em que a fon te de ruído está afastada do corpo princi pal. Estrutura geológica com a parte hori zontal inferior em branco indica profundi dade da base maior que 210m.	28
11	Campo gravimétrico (acima) e modelo inter pretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande interferente) onde a fonte de ruído está situada fora do per fil observado. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.	30
12	Campo gravimétrico (acima) e modelo inter pretativo (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano (terceira sequência) e ruído geo	

- lógico (pequeno corpo raso afastado do corpo principal) combinados. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m 31
- 13 Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano (terceira sequência) e ruído geológico (corpo grande interferente) combinados. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m 33
- 14 Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano (terceira sequência) e ruído geológico (corpo grande interferente) combinados usando aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na fig. 13 34
- 15 Campo gravimétrico filtrado (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano e ruído geológico (corpo grande interferente) combinados usando a mesma aproximação inicial dos parâmetros empregada no teste da fig. 14 36
- 16 Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com o modelo interpretativo errado 37
- 17 Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído

	do Gaussiano	
18	Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano com aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 17	41
19	Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso) em que a fonte de ruído está afastada do corpo principal.	43
20	Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso) em que a fonte de ruído está afastada do corpo principal usando aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 19. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.	44
21	Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso) em que a fonte de ruído está diretamente acima do corpo principal.	45
22	Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso) em que a fonte de ruído está diretamente acima do corpo principal usando aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 21. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco	

	Pag.
indica profundidade da base maior que 210m.	46
23. Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande interferente) onde a fonte de ruído está situada fora do perfil observado. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210 m.	48
24. Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande interferente) usando aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na fig.23. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade de base maior que 210m.....	49
25. Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com modelo interpretativo errado.	50
26. Mapa geológico da área de Floriano, segundo carta geológica PETROBRÁS/DNPM,1979...	55
27. Perfil geológico perpendicular à direção do dique mostrando as posições dos pontos de observação.	56
28. Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com dados reais. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica espessura semi-infinita.	58
29. Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com dados	

	reais usando informação sobre a magnetiza- ção remanescente. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco in- dica espessura semi-infinita	60
--	--	----

TABELAS

01	Contraste de densidade	38
02	Contraste de densidade	38
03	Contraste de densidade	38
04	Contraste de densidade	38
05	Módulo do vetor magnetização expresso em unidades de 10^{-2} A/m	51
06	Módulo do vetor magnetização expresso em unidades de 10^{-2} A/m	51
07	Inclinação magnética expressa em graus ..	52
08	Inclinação magnética expressa em graus ..	52
09	Azimute do vetor magnetização em relação ao eixo y expresso em graus	52
10	Azimute do vetor magnetização em relação ao eixo y expresso em graus	52
11	Módulo do vetor magnetização expresso em unidades de 10^{-2} A/m	59
12	Inclinação magnética expressa em graus ..	61
13	Azimute do vetor magnetização em relação ao eixo y expresso em graus	61

RESUMO

Tradicionalmente, o método dos mínimos quadrados tem sido empregado na inversão não linear de dados de campo potencial. No caso em que as observações dos campos gravimétrico ou magnético contém apenas ruído Gaussiano. O método dos mínimos quadrados não apresenta problemas. Entretanto, quando as observações são perturbadas por ruído não Gaussiano, ou mesmo por ruído não aleatório, como é o caso de muitos ruídos geológicos, o método dos mínimos quadrados torna-se bastante ineficiente, e métodos alternativos devem ser empregados a fim de produzir interpretações realísticas.

Neste trabalho, uma comparação é feita entre os métodos dos mínimos quadrados, dos mínimos absolutos e do ajuste-M, aplicados à inversão não linear de dados de campo potencial. A comparação é efetuada usando-se dados teóricos, onde diversas situações geológicas são simuladas. Os resultados mostram que na presença de ruído geológico, caracterizado por pequeno corpo raso acima do corpo principal, ou por corpo grande, adjacente ao corpo principal, o ajuste-M apresenta desempenho muito superior ao dos mínimos quadrados e dos mínimos absolutos. Na presença de ruído Gaussiano, entretanto, o ajuste-M tem um desempenho inferior aos outros dois métodos. Como o ruído Gaussiano é um ruído branco, parte dele pode ser removido por um filtro passa baixa adequado, sem muita perda do sinal, o que não ocorre com o ruído geológico que contém componentes importantes de baixo número de onda. Desse modo o ajuste-M se torna uma ferramenta importante na interpretação de áreas geologicamente complexas, onde é comum a contaminação das anomalias por ruído geológico.

Os três métodos em estudo são aplicados a uma anomalia magnética real causada por uma intrusão de diabásio em forma de dique, em sedimentos arenosos da formação Piauí na Bacia do Parnaíba. Os três métodos apresentaram resultados semelhantes indicando que tanto o nível de ruído Gaussiano como geológico são baixos nesta anomalia.

A B S T R A C T

Nonlinear inversion of potential field data has been traditionally accomplished by the least squares method. As far as the anomalous field is corrupted by Gaussian random noise, least squares inversion has a good performance. However, when the data are contaminated by non Gaussian noise, which is the case of most geological noise, the least squares method presents an extremely poor performance. As a result, alternative methods must be employed in this case in order to produce realistic and meaningful interpretations.

This paper presents a comparison among the least squares method, the minimum absolute error and M-fitting applied to non linear inversion of potential field data. The analysis is performed using theoretical data generated by synthetic models simulating several geological settings. The results show that in the presence of geological noise represented either by small shallow bodies above the main body, or by large interfering bodies adjacent to the main body, M-fitting presents a much better performance as compared with the least squares or the minimum absolute error methods. In the presence of Gaussian random noise, however M-fitting has a poor performance. Since a Gaussian noise is a white noise, a low pass filter applied to the observed data would remove part of the Gaussian noise with a minimum loss of the low wavenumber signal.

On the other hand, most geological noise have important low wavenumber spectral components so that this noise cannot be eliminated without a significant loss of signal. Therefore, the M-fitting method may become an important interpretation tool when applied to complex areas (where anomalies are usually contaminated by geological noise) provided the data have been previously filtered by a suitable low pass filter.

All three methods analysed in the paper are applied to a real magnetic anomaly due to a dike of diabasic rock intruded

in sandstones and shales from the Piauí Formation, in Parnaíba Basin, Brazil. All three methods yielded similar interpretations which are consistent with the available a priori geological information. The fact that all methods produced similar results indicates a low level of geological and Gaussian random noise in the data.

1. INTRODUÇÃO

Comumente, a interpretação de dados de campo potencial consiste em se determinar M parâmetros (definindo de modo único um modelo pré-selecionado), a partir de N observações dos campos gravimétrico ou magnético.

Se os dados observados não contém ruído e se o número de observações N for igual ao número de parâmetros M , o campo ajustado coincide com o campo observado e os M parâmetros estimados serão idênticos aos parâmetros verdadeiros do modelo. No entanto, se os dados observados contém ruído e se N ainda é igual a M , os parâmetros estimados certamente diferirão dos verdadeiros porque estaremos distorcendo as estimativas dos parâmetros para ajustar o ruído contido nos dados. Para contornar esse problema, emprega-se o método dos mínimos quadrados com N maior que M . Neste caso, o campo ajustado não será igual ao campo observado e haverá sempre um resíduo tal que a soma dos quadrados dos resíduos é a menor possível. Tradicionalmente, a interpretação de dados de campo potencial emprega o método dos mínimos quadrados. Na gravimetria temos como exemplo: Al-Chalabi (1972), Braile et al (1974), Corbato (1965), Last e Kubik (1983), Oldenburge (1974) e Tanner (1967). Na magnetometria citamos como exemplo: Bhattacharyya (1980), Coles (1976), Johnson (1969), McGrath e Hood (1973), Silva e Hohmann (1983) e Whitehill (1973). Aplicação a ambas gravimetria e magnetometria incluem: Cribb (1976), Hall (1958), Pedersen (1977) e Vogel (1964). O método dos mínimos quadrados tornou-se popular pela sua simplicidade e por não necessitar de qualquer premissa estatística (erro aditivo, erro não correlacionado, média zero, variância unitária, etc.) sobre as observações. O fato da função objeto empregada (soma dos quadrados dos resíduos) ser diferenciáveis também contribui para colocar o método dos mínimos quadrados numa posição mais vantajosa, em particular sobre o método da mínima soma dos valores absolutos dos resíduos, cuja função objeto (soma dos valores absolutos dos resíduos) não é diferenciável.

Se o ruído nas observações tem uma distribuição

Gaussiana padrão (média zero e variância unitária) o método dos mínimos quadrados é bastante eficiente, no sentido em que o ruído é levado em conta automaticamente na estimativa dos parâmetros. Caso contrário, o método torna-se ineficiente. Se o ruído não tem distribuição Gaussiana padrão e se existe informação a priori sobre o ruído, pode-se empregar o método da máxima verossimilhança (Gol'tsman, 1975; Kalinina, 1976) que consiste em aplicar uma transformação aos dados de tal modo que os dados transformados contêm uma componente aleatória com distribuição Gaussiana padrão. Se o ruído tem ou não distribuição Gaussiana padrão e se existe informação a priori sobre os parâmetros pode-se usar o método dos mínimos quadrados vinculado (Vignerresse, 1978; Fisher e Howard, 1980) que no caso mais simples consiste em impor limites superiores e inferiores aos parâmetros. Outras abordagens para incorporação de informação a priori são empregadas por Jackson (1979) e Richard et al. (1984).

Quando o ruído nas observações não pode ser descrito por uma variável aleatória, como é o caso de certos ruídos geológicos, nenhum dos métodos acima apresenta desempenho satisfatório. Existem dois tipos de ruído geológico muito comuns: pequenos corpos rasos e corpos grandes interferentes circunvizinhos ao corpo de interesse. Quando os corpos rasos contribuem com uma anomalia estreita e de grande amplitude, o método da mínima soma dos valores absolutos dos resíduos apresenta desempenho superior ao método dos mínimos quadrados (Claerbout e Muir, 1973; Silva e Hohmann, 1983). A situação em que o ruído geológico é causado por corpos circunvizinhos, com dimensões aproximadamente iguais às do corpo em estudo, representa um dos grandes desafios às técnicas interpretativas dos métodos de campo potencial, que são, via de regra desenvolvidas para fontes isoladas (Whitchill, 1973, Gupta, 1983 por exemplo).

O método do ajuste - M desenvolvido por Steiner (1980) é particularmente eficiente quando os dados contêm ruído geológico dos tipos descritos acima. Conceitualmente, o método de ajuste - M pode ser visto como um método dos mínimos quadrados ponderado em que os pesos atribuídos a cada observação são calculados automaticamente de tal forma que as observações produ

zindo resíduos grandes no ajuste dos mínimos quadrados simples sejam ponderadas com valores menores que as observações produzindo resíduos pequenos. O ajuste-M tem sido aplicado no processamento de dados magneteluricos (Ferenczy, 1980), mas sua aplicação na interpretação de dados de campo potencial tem sido pouco divulgada.

A disponibilidade dos diversos métodos básicos de interpretação (mínimos quadrados, mínimos absolutos, etc.) bem como a presença de diversos tipos de ruídos nos dados ~~demanda~~ demandam uma análise comparativa dos métodos para cada tipo de ruído; Claerbout e Muir (1973) usaram dados sísmicos para comparar o método dos mínimos quadrados com o método da mínima soma dos valores absolutos dos resíduos; Hjelt (1973) comparou os métodos dos mínimos quadrados simples, mínimos quadrados ponderados e minimax; Vignerresse (1977) usou dados de gravimetria contendo ruído Gaussiano para comparar as normas ℓ_1 , ℓ_2 e ℓ_∞ na inversão linear, e Silva e Hohmann (1983) compararam as normas ℓ_1 e ℓ_2 usando dados magnéticos contaminados com ruído Gaussiano e geológico através de um algoritmo de busca aleatória.

O objetivo deste trabalho é fazer uma análise teórica comparativa de três métodos: mínimos quadrados, mínima soma dos valores absolutos dos resíduos e ajuste-M aplicados à inversão não linear de dados gravimétricos e magnéticos produzidos por um prisma bi-dimensional, vertical e finito em profundidade. A comparação é feita através de testes usando dados sintéticos onde diversas situações práticas são simuladas, como: presença de ruído Gaussiano, ruído geológico (pequenos corpos rasos e interferência de corpo grande) e modelo interpretativo errado. Uma análise dos resultados é representada para cada teste, mostrando que o método do ajuste-M apresenta um desempenho superior na presença de ruído geológico, tornando-se no entanto inferior aos outros dois métodos na presença de ruído Gaussiano.

Os métodos descritos neste trabalho são aplicados a dados reais da área de Floriano, Estado do Piauí onde uma intrusão básica em forma de dique corta sedimentos arenosos da Formação Piauí da Bacia do Parnaíba.

2. REVISÃO DOS MÉTODOS DE INTERPRETAÇÃO

A partir de um vetor de N observações \bar{g}^o do campo potencial, queremos encontrar um vetor de M parâmetros tal que

$$\| \bar{g}^o(\bar{x}) - \bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p}) \| < \delta, \quad (1)$$

onde $\| \cdot \|$ é uma norma qualquer, $\bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p})$ é uma função contínua em \bar{x} , exprimindo o campo anômalo gravimétrico ou magnético devido a um modelo interpretativo definido de modo único pelo vetor \bar{p} ; \bar{x} é o vetor contendo as posições dos pontos de observação, e δ é um valor que depende da amplitude dos erros nas observações e da validade do modelo interpretativo postulado. O vetor $\bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p})$ contém as expressões do campo anômalo devido ao modelo, avaliados nas posições correspondentes às observações, sendo portanto função contínua de \bar{p} .

Se a norma $\| \cdot \|$ é a ℓ_1 , a equação (1) define o método da mínima soma dos valores absolutos dos resíduos que, para parâmetros lineares com o campo, é resolvida através de programação linear (Claerbout e Muir, 1973). Se a norma $\| \cdot \|$ adotada é a ℓ_2 , a equação (1) define o método dos mínimos quadrados, cuja função objeto é:

$$Q = \| \bar{g}^o(\bar{x}) - \bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p}) \|^2 = [\bar{g}^o(\bar{x}) - \bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p})]^T [\bar{g}^o(\bar{x}) - \bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p})]. \quad (2)$$

A minimização do escalar Q dado pela equação (2) é efetuada através de sua diferenciação com respeito ao vetor de parâmetros \bar{p} , e igualando a zero em $\bar{p} = \hat{\bar{p}}$:

$$\nabla_{\bar{p}} \{ [\bar{g}^o(\bar{x}) - \bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p})]^T [\bar{g}^o(\bar{x}) - \bar{g}^c(\bar{x}, \bar{p})] \} = \bar{A}^T(\hat{\bar{p}}) [\bar{g}^o - \bar{A}(\hat{\bar{p}})\hat{\bar{p}}] = \bar{0}, \quad (3)$$

onde

$$\nabla_{\bar{p}} = \left[\frac{\partial}{\partial p_1}, \frac{\partial}{\partial p_2}, \dots, \frac{\partial}{\partial p_M} \right]^T,$$

e $\bar{A}^T(\hat{\bar{p}})$ é a transposta da matriz de sensibilidade, que é uma função de \bar{p} neste problema não linear, e é obtida por

$$\bar{A}^T(\hat{\bar{p}}) = \nabla_{\bar{p}} [\bar{g}^c(\bar{x}, \hat{\bar{p}})]$$

Se o problema for linear, a matriz \bar{A} não é função de \bar{p} , e $\bar{g}^c(\bar{x}, \hat{\bar{p}})$ será dado por $\bar{A}\hat{\bar{p}}$, tal que obtém-se a solução padrão para os mínimos quadrados. Contudo, no nosso caso, não

linear, o estimador \hat{p} aparece implicitamente em \bar{A} e \bar{g}^c , de modo que a solução para \hat{p} não é facilmente obtida. Suponhamos que nós temos uma estimativa \hat{p}^0 de \hat{p} e que \bar{g}^c tenha as primeiras derivadas contínuas em relação a \hat{p} . Aproximando agora $\bar{A}(\hat{p})$ por $\bar{A}(\hat{p}^0)$, e expandindo $\bar{g}^c(\hat{p})$ em série de Taylor em torno do ponto \hat{p}^0 , e tomando somente os termos de ordem zero e um, a equação (3) torna-se

$$\bar{A}^T(\hat{p}^0) [\bar{g}^0 - \bar{g}^c(\hat{p}^0) + (\hat{p} - \hat{p}^0) \bar{g}^c] = \bar{0}. \quad (4)$$

Supondo que \bar{g}^c é aproximadamente linear em relação a \hat{p} na região em torno da solução da eq. (3) e que esta região contém a aproximação \hat{p}^0 , então o valor \hat{p} , obtido da solução da eq. (4) igualada a zero, será uma aproximação melhor da solução de (3) do que a aproximação \hat{p}^0 . Assim, o problema é resolvido iterativamente, obtendo-se na i-ésima iteração a solução de

$$\bar{A}^T(\hat{p}^i) [\bar{g}^0 - \bar{g}^c(\hat{p}^i) - \bar{A}(\hat{p}^i) (\hat{p}^{i+1} - \hat{p}^i)] = \bar{0}, \text{ ou} \quad (5)$$

$$\bar{A}^i T \bar{A}^i \Delta \hat{p}^i = \bar{A}^i T \Delta \bar{g}^i,$$

onde

$$\Delta \hat{p}^i = \hat{p}^{i+1} - \hat{p}^i$$

$$\Delta \bar{g}^i = \bar{g}^0 - \bar{g}^c(\hat{p}^i).$$

No tratamento a seguir eliminaremos o índice i da iteração por simplicidade de notação. Assim, a equação (5) fornece a solução dos mínimos quadrados em cada iteração:

$$\Delta \hat{p} = (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T \Delta \bar{g}.$$

(6)

Se os dados observados não contêm ruído (o que nunca ocorre na prática), e o modelo interpretativo é correto, M observações do campo gravimétrico ou magnético são necessárias e suficientes para determinar os M parâmetros do modelo. Neste caso, o campo ajustado na última iteração coincidirá com o campo observado. O estimador da correção dos parâmetros em cada iteração é dado neste caso por

$$\Delta \hat{p} = \bar{A}^{-1} \Delta \bar{g},$$

(7)

se \bar{A} for não singular.

Se os dados observados contêm ruído, podemos ainda obter $\Delta \hat{p}$ como em (7). Entretanto, o campo produzido pela inver

são será fortemente influenciado pelo ruído, de modo que os pa
râmetros estimados certamente serão diferentes dos verdadeiros.
 Para minimizar esse problema, emprega-se o método dos mínimos
 quadrados com N maior que M, sendo o estimador dado pela eq.(6).
 Neste caso o campo ajustado não coincide em geral com o cam
 po observado de modo que há sempre um resíduo tal que a soma
 dos quadrados dos resíduos é a menor possível. Se o erro nas
 observações puder ser modelado por uma variável aleatória com
 distribuição Gaussiana padrão (média zero e desvio padrão uni
 tário), então o método dos mínimos quadrados produz o resíduo
 mais semelhante a esse variável aleatória. Em outras palavras,
 o ruído nos dados é, neste caso, levado em conta automaticamen
 te, pelo método dos mínimos quadrados de modo que o ruído pro
 duzirá o mínimo de distorção na estimativa dos parâmetros.

Na inversão de dados de campo potencial, a matriz ,
 $\bar{A}^T \bar{A}$ é em geral mal condicionada, tornando o problema instável
 na presença de ruído. Para estabilizar o problema, emprega-se
 uma modificação da eq.(6) (Hoerl e Kennard, 1970 a.b; Marquardt,
 1963):

$$\Delta \bar{p} = (\bar{A}^T \bar{A} + \lambda \bar{I})^{-1} \bar{A}^T \Delta g, \quad (8)$$

onde λ é um escalar positivo e \bar{I} é a matriz identidade.

Quando o ruído nas observações ainda é Gaussiano
 mas não padronizado, o método dos mínimos quadrados torna-se in
 satisfatório. Se existe informação a priori sobre o ruído, pode
 se empregar o método da máxima verossimilhança que consiste em
 aplicar uma transformação aos dados observados tal que o ruído
 presente seja transformado em uma variável aleatória com distri
 buição Gaussiana padrão. Para tanto, é necessário conhecer a
 matriz de covariância do ruído. O estimador da máxima varossi
 milhança é dado por

$$\Delta \bar{p}^* = (\bar{A}^T \bar{W} \bar{A})^{-1} \bar{A}^T \bar{W} \Delta g. \quad (9)$$

Quando o ruído nas observações não puder ser descri
 to por uma variável aleatória, como é o caso de certos tipos
 de ruído geológico, nenhum dos métodos referidos acima apresenta
 desempenho satisfatório. Dois tipos de ruído geológico muito

comuns são a presença de pequenos corpos rasos e a presença de corpos interferentes circunvizinhos ao corpo principal.

Quando os corpos rasos contribuem com uma anomalia estreita e de grande amplitude, o método da mínima soma dos valores absolutos dos resíduos apresenta desempenho superior aos mínimos quadrados (Claerbout e Muir, 1973; Silva e Hohmann, 1983). A estimativa dos parâmetros pela minimização da norma L_1 é encontrada quando a função objeto (soma dos valores absolutos dos resíduos) for minimizada. A minimização da norma L_1 é efetuada através de programação linear (Barrodale e Roberts, 1974; Menke, 1984).

A situação em que o ruído geológico é causado por corpos circunvizinhos em estudo, representa um dos grandes desafios às técnicas interpretativas dos métodos de campo potencial. Poucos autores tem atacado esse problema, como por exemplo (O'Brien, 1972; Gol'tsmann, 1970; Hartmann et al., 1971).

Neste trabalho mostraremos que o método do ajuste - M desenvolvido por Steiner (1980) é particularmente eficiente na presença de ruídos geológicos dos tipos descritos acima. Conceitualmente, o método do ajuste-M pode ser visto como um método dos mínimos quadrados ponderados em que os pesos atribuídos a cada observação são automaticamente calculados tal que as observações produzindo resíduos grandes no ajuste dos mínimos quadrados simples (indicando presença de interferência) sejam ponderadas com valores menores que as observações produzindo resíduos pequenos. Desse modo, o ajuste-M seleciona automaticamente as observações livres de interferência. A eficiência do ajuste - M nestes casos é função da sensibilidade do método dos mínimos quadrados ao ruído geológico e da amplitude deste ruído. A eficiência é grande quando o ruído produz um ajuste dos mínimos quadrados bom em uma parte da anomalia e pobre em outra parte, ou seja, quando a interferência é localizada.

O ajuste-M é um ajuste segundo o valor mais frequente de uma distribuição de probabilidade $f(x)$. O valor mais frequente M é obtido pela resolução simultânea das seguintes equações integrais.

$$M = \frac{\int \frac{x f(x) dx}{(x-M)^2 + \epsilon^2}}{\int \frac{f(x) dx}{(x-M)^2 + \epsilon^2}}, \quad (10)$$

$$F = \epsilon^3 \left[\int \frac{f(x)}{(x-M)^2 + \epsilon^2} dx \right]^2 = \text{Max}, \quad (11)$$

onde ϵ é o recíproco da coesão η . Os parâmetros M e ϵ são análogos à média e desvio padrão. M é calculado através de uma média ponderada com pesos $1/[(x-M)^2 + \epsilon^2]$, o peso será máximo em $x=M$. A determinação de M , no entanto só pode ser feita através da maximização do funcional definido em (11), uma vez que os pesos são função de M . O valor de ϵ é determinado de modo que os maiores valores de $f(x)$ (representando a maior probabilidade de ocorrência de x) tenham pesos máximos, e os valores desprezíveis de $f(x)$ tenham pesos insignificantes. Desse modo, a ponderação é proporcional à frequência de ocorrência de x .

O cálculo de M e ϵ envolve a solução simultânea das equações (10) e (11). Isto é feito iterativamente através de uma aproximação inicial para M , cujo valor é a estimativa da média de x .

A semelhança entre os métodos do ajuste-M e dos mínimos quadrados é mostrado no desenvolvimento a seguir.

A probabilidade de ocorrência de um conjunto de N amostras de observações independentes é dada por

$$L(g^0, \bar{p}) = \prod_{i=1}^N f(g_i^0, \bar{p}), \quad (12)$$

onde $f(g_i^0, \bar{p})$ é a função distribuição de probabilidade, supostamente conhecida.

Como a eq. (12) é a função de verossimilhança, deseja-se maximizá-la, pois neste caso a probabilidade de ocorrência do conjunto amostrado está sendo maximizada.

Comumente, assume-se $f(g_i^0, \bar{p})$ como sendo a distribui

ção normal. Neste caso temos

$$L(\bar{p}) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_i} e^{-\frac{1}{2\sigma_i^2} [g_i^o - E(g_i^o)]^2},$$

ou

$$L(\bar{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} (\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2 \cdot \dots \cdot \sigma_N^2)^{1/2}} e^{-\frac{1}{2} [\bar{g}^o - E(\bar{g}^o)]^T \bar{\Phi}^{-1} [\bar{g}^o - E(\bar{g}^o)]}, \quad (13)$$

onde $E(g_i^o)$ é o valor esperado de g_i^o ,

σ_i^2 é a variância do erro presente na i -ésima observação e $\bar{\Phi}$

é a matriz de covariância do ruído presente nas observações.

Como por hipótese os erros nas observações são independentes,

$$\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2 \cdot \dots \cdot \sigma_N^2 = |\bar{\Phi}|,$$

então:

$$L(\bar{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\bar{\Phi}|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2} [\bar{g}^o - E(\bar{g}^o)]^T \bar{\Phi}^{-1} [\bar{g}^o - E(\bar{g}^o)]}. \quad (14)$$

Mesmo que os erros não sejam independentes, a eq. (14) define a função de verossimilhança.

Para maximizar a eq. (14) basta minimizar:

$$Q = [\bar{g}^o - E(\bar{g}^o)]^T \bar{\Phi}^{-1} [\bar{g}^o - E(\bar{g}^o)], \quad (15)$$

uma vez que a função exponencial é monotônica. A equação (15) representa o critério da máxima verossimilhança, onde $E(\bar{g}^o)$ é o valor esperado das observações. Para obter o critério do ajuste-M, basta substituir o valor esperado $E(\bar{g}^o)$ pelo valor mais frequente de i -ésima observação $M(\bar{g}_i^o)$ e σ_i^2 por $(g_i^o - M(\bar{g}_i^o))^2 + \epsilon^2$, na equação (13).

O resultado análogo à equação (15) será:

$$Q = [\bar{g}^o - M(\bar{g}^o)]^T \bar{\Phi}^{-1} [\bar{g}^o - M(\bar{g}^o)] = \min, \quad (16)$$

onde $M(\bar{g}^o)$ é um vetor cujos elementos são os valores mais frequentes de cada observação. A eq. (16) só pode ser resolvida com o vínculo adicional (Steiner, 1980):

$$F(\epsilon) = \epsilon^3 \left[\sum_{i=1}^N \psi_i \right]^2 = \max, \quad (17)$$

onde ψ_i é o i -ésimo elemento da matriz diagonal $\bar{\phi}$ dado por

$$\psi_i = 1 / [(g_i^0 - M(g_i^0))^2 + \epsilon^2] \quad (18)$$

As equações (16) e (17) são resolvidas iterativamente a partir de aproximações iniciais para ϵ e $M(\bar{g}^0)$. Steiner (1980) sugere a aproximação inicial $M^0(\bar{g}^0) = E(\bar{g}^0)$, isto é, $M^0(\bar{g}^0) = \bar{g}^c(\hat{p})$, onde $\bar{g}^c(\hat{p})$ é o campo do modelo interpretativo avaliado na solução \hat{p} , estimada pelos mínimos quadrados. A seguir, $\psi_i^1(\hat{p})$ é calculado por:

$$\psi_i^1(\hat{p}) = 1 / [(g_i^0 - g_i^c(\hat{p}))^2 + \epsilon^2], \quad (19)$$

onde g_i^c é o valor do campo calculado no i -ésimo ponto através da relação funcional definindo o modelo interpretativo.

A matriz diagonal $\bar{\phi}^{-1}$ cujos elementos são dados em (19) é então empregada na eq. (16) para determinar \hat{p}_1 que por sua vez é usado para obter $\psi_i^2(\hat{p}_1)$, e o processo é repetido até que uma norma $\| \hat{p}_j - \hat{p}_{j-1} \|$ seja menor que um valor pré-estabelecido. Quando isto ocorre, o funcional $F(\epsilon)$ dado em (17) é avaliado com os valores correntes de ψ_i . A seguir ϵ^0 é multiplicado por uma constante $K \leq 1$ e o processo é repetido, partindo agora do novo valor de ϵ e da mesma aproximação inicial $M^0(\bar{g}^0) = \bar{g}^c(\hat{p})$, até que o funcional $F(\epsilon)$ atinja um valor máximo.

Observa-se que a solução da equação (16), uma vez fixado os valores dos elementos da matriz $\bar{\phi}$ dados em (19), é um problema de estimativa de parâmetros pelo método dos mínimos quadrados ponderados, seja ele linear ou não. Para melhor entendimento veja a fig. 1.

Hajagos (1980) apresenta um método mais eficiente que o descrito acima para o cálculo do ajuste-M.

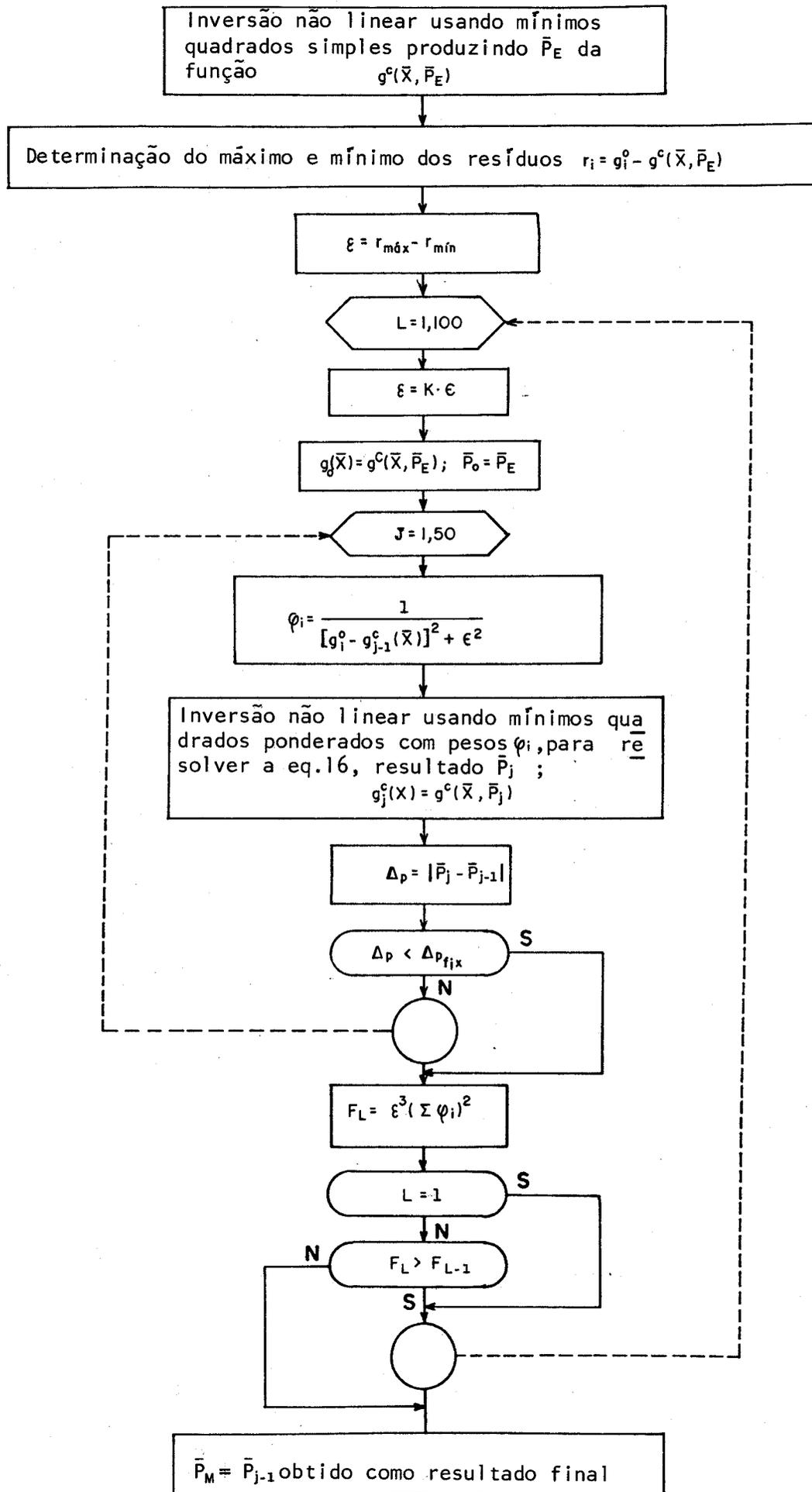


FIG. 1 - Fluxograma do ajuste-M

3. ANÁLISE DE DADOS TEÓRICOS

Os dados de campo anômalo gravimétrico e magnético empregados nos testes teóricos são devidos a um corpo vertical bi-dimensional de forma prismática, finito em profundidade. A figura 2. representa o corpo anômalo com coordenada horizontal' do centro x_0 , largura b , profundidades do topo e da base d e D respectivamente. O eixo x indica a direção do perfil e o eixo y é paralelo à extensão infinita do corpo. O eixo z é positivo para baixo.

As intensidades dos campos anômalos gravimétrico e magnético são dadas respectivamente pelas equações (20) (Telford et al., 1976) e (21) (McGrath e Hood, 1970):

$$g = 2\gamma\sigma \left[\frac{x_2}{2} \log \left\{ \frac{D^2 + x_2}{d^2 + x_2} \cdot \frac{d^2 + (x_2 - b)^2}{D^2 + (x_2 - b)^2} \right\} + \frac{b}{2} \log \left\{ \frac{D^2 + (x_2 - b)^2}{d^2 + (x_2 - b)^2} \right\} \right] - D \left[\tan^{-1} \frac{x_2 - b}{D} - \tan^{-1} \frac{x_2}{D} \right] + d \left[\tan^{-1} \frac{x_2 - b}{d} - \tan^{-1} \frac{x_2}{d} \right], \quad (20)$$

onde γ é a constante gravitacional, σ é o contraste de densidade e $x_2 = x - x_0$.

$$f = m \frac{\sin(I_c) \sin(I_t)}{\sin(D_c) \sin(D_t)} \left\{ 2 \sin \alpha \left[\tan^{-1} \left(\frac{x_2 + W/2}{d} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{x_2 - W/2}{d} \right) \right] - \cos \alpha \left[\log \frac{(x_2 + W/2)^2 + d^2}{(x_2 - W/2)^2 + d^2} \right] \right\}, \quad (21)$$

onde I_t = inclinação do campo geomagnético,

D_t = inclinação da componente do campo geomagnético no plano xz ,

I_c = inclinação do vetor magnetização,

D_c = inclinação da componente do vetor magnetização no plano xz ,

m = módulo do vetor magnetização,

$\alpha = D_c + D_t - 90^\circ$

d = profundidade do topo do prisma no plano de medidas, e

W = largura do prisma.

A anomalia produzida por um prisma de espessura fini-

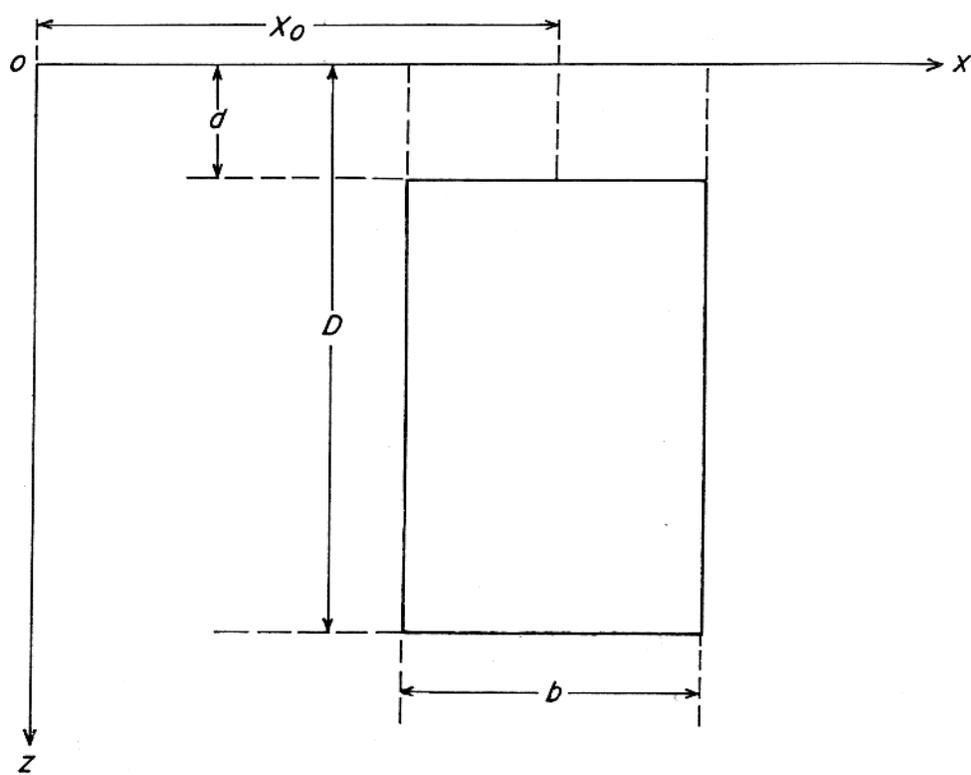


FIG. 2 - Prisma bi-dimensional indicando sua localização e seus parâmetros geométricos.

ta é obtida subtraindo as anomalias produzidas por dois prismas infinitos.

O problema não linear, definido pela equação (1), no caso dos mínimos quadrados é resolvido pelo método de Gauss - Newton, que na i -ésima iteração fornece a solução da eq. (6). No caso do ajuste-M emprega-se o método dos mínimos quadrados ponderados cujos pesos são dados pela eq. (18) para valores iniciais de $M(g_1^0)$ e ϵ , e cuja função objeto é dada pela eq. (16), que é minimizada pelo método de Gauss-Newton. A última iteração do método de Gauss-Newton fornece uma nova aproximação inicial para $M(g_1^0)$ e o processo é repetido conforme descrito no capítulo anterior, até que a eq. (17) seja satisfeita. No caso da minimização da norma $\| \cdot \|_1$, a eq. (1) é também resolvida pelo método de Gauss-Newton, diferindo do método dos mínimos quadrados apenas na resolução do sistema de equação lineares (5) em cada iteração. No caso dos mínimos quadrados a solução é obtida através da equação (6), enquanto na minimização da norma $\| \cdot \|_1$, o sistema (5) é resolvido por programação linear minimizando-se a soma dos valores absolutos dos resíduos. Utilizamos nos três casos as subrotinas: CURFIT fornecida por Bevington (1969) que incorpora a modificação do método de Gauss-Newton proposta por Marquardt (1963) e a $\| \cdot \|_1$ fornecida por Barrodale e Roberts (1974) que calcula uma solução, na norma $\| \cdot \|_1$, de um sistema sobredeterminado de equações lineares.

Devido ao mal condicionamento do problema usou-se, na minimização da norma $\| \cdot \|_1$, a técnica de estabilização proposta por Marquardt para os mínimos quadrados. Diversos valores iniciais foram atribuídos ao parâmetro estabilizador λ . Através de testes para cada valor inicial de λ usando conjuntos distintos de dados, verificamos que uma pequena mudança no valor inicial de λ produz um efeito muito grande na estimativa dos parâmetros. Observamos ainda que o valor inicial ótimo de λ é grandemente influenciado pelo tipo de ruído presente. Dados contendo ruído Gaussiano, por exemplo requerem valores iniciais de λ menores do que aqueles necessários para a interpretação de dados perturbados por corpos grandes adjacentes.

Apresentaremos a seguir uma análise de dados teóricos.

onde os efeitos isolados e combinados dos rúídos Gaussiano e geológico, bem como do modelo interpretativo errado são analisados.

Em todos os testes teóricos usamos 21 observações posicionadas num perfil de comprimento 200m, indo de -100 até 100m, com espaçamento de 10 metros.

Nos testes com ruído Gaussiano os processos iterativos dos mínimos quadrados e da minimização da norma ℓ_1 são interrompidos na iteração em que o qui-quadrado reduzido cai abaixo da variância do ruído. Nos demais testes o critério de interrupção do processo iterativo é baseado na diferença entre os qui-quadrados reduzidos. Quando essas diferenças apresentam uma brusca diminuição, o processo é interrompido.

3.1 Gravimetria

O vetor de parâmetros do prisma empregado para gerar os dados sintéticos tem cinco componentes descritas abaixo com seus valores numéricos: profundidade do topo $p_1 = 25m$, profundidade da base $p_2 = 200m$, largura $p_3 = 65m$, contraste de densidade $p_4 = 300 \text{ Kg/m}^3$, e posição do centro do corpo $p_5 = 10m$.

3.1.1 Efeito do Ruído Gaussiano

Usamos três sequências de ruído pseudo aleatório gerado no computador com média zero e desvio padrão $0,17 \text{ U.G.}$. Este desvio padrão corresponde a 5% da média dos valores absolutos do campo gravimétrico "observado". Para cada sequência de ruído somada ao campo do modelo real dois testes são efetuados diferindo cada teste apenas na aproximação inicial dos parâmetros. O valor de λ usado no caso da norma ℓ_1 foi 0,003.

Primeira Sequência

a) A figura 3 mostra a comparação entre a geometria do modelo real e as estimadas pelas normas ℓ_1 e ℓ_2 , e pelo ajuste-M. A norma ℓ_2 fornece uma estimativa muito próxima do modelo real,

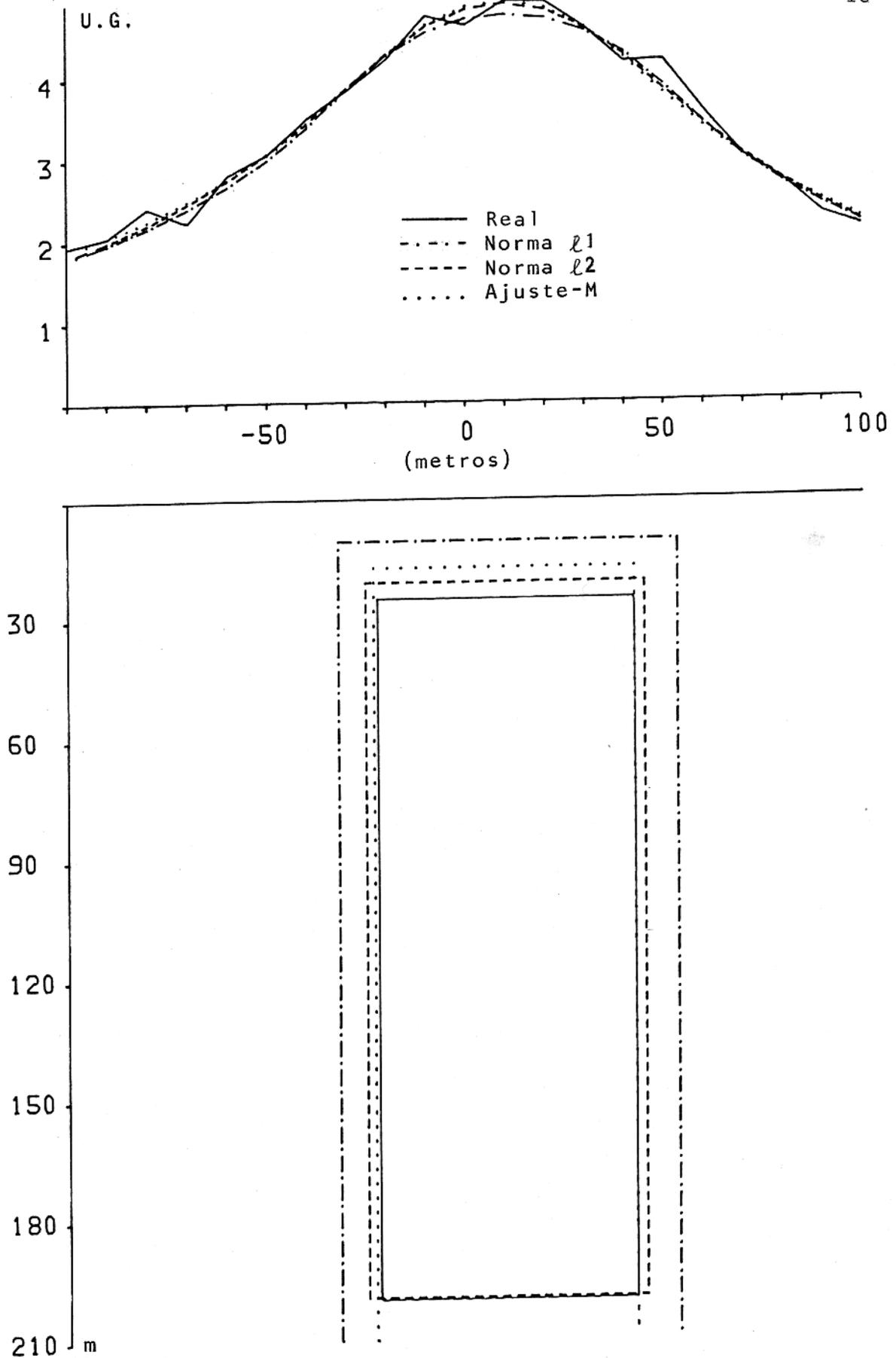


FIG.3 - Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano, usando a primeira sequência. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.

enquanto o ajuste-M fornece boas estimativas para a largura e posição apenas, tendo os demais parâmetros estimativas razoáveis. A norma ℓ_1 por sua vez, apresenta um modelo estimado longe do modelo real.

b) Este teste difere do anterior apenas nas aproximações iniciais dos parâmetros p_1 , p_3 e p_4 . A figura 4 mostra os resultados. Comparando este resultado com o anterior vemos que a estimativa do ajuste-M e das normas ℓ_1 e ℓ_2 são grandemente influenciadas pela aproximação inicial dos parâmetros.

Segunda Sequência

c) Este teste é semelhante ao teste (a) mudando apenas a sequência do ruído. A figura 5 mostra a comparação entre o ajuste-M e as normas ℓ_1 e ℓ_2 . Os modelos estimados pelos três métodos estão longe do modelo real, sendo que a norma ℓ_1 apresenta melhor desempenho.

d) Este teste difere do teste (c) apenas nas aproximações iniciais de alguns parâmetros, as quais são as mesmas do teste (b). A figura 6 ilustra os resultados. Neste teste apenas a norma ℓ_1 apresenta uma mudança significativa no modelo ajustado, com relação ao teste (c).

Terceira Sequência

e) Este teste é semelhante aos testes (a) e (b) diferindo apenas a sequência de ruído. Na figura 7 estão ilustrados os resultados. As normas ℓ_1 e ℓ_2 estimam o modelo bem próximo do modelo real, enquanto o ajuste-M apresenta boas estimativas apenas para a posição do centro do corpo e largura, os demais parâmetros tem estimativa razoável.

f) Este teste é semelhante ao teste (e) mudando apenas as aproximações iniciais de alguns parâmetros, as quais são as mesmas dos testes (b) e (d). O resultado é mostrado na figura 8. Comparando este resultado com o do teste (e) verifica-se a influência da aproximação inicial dos parâmetros sobre o ajuste-M e as normas ℓ_2 e ℓ_1 .

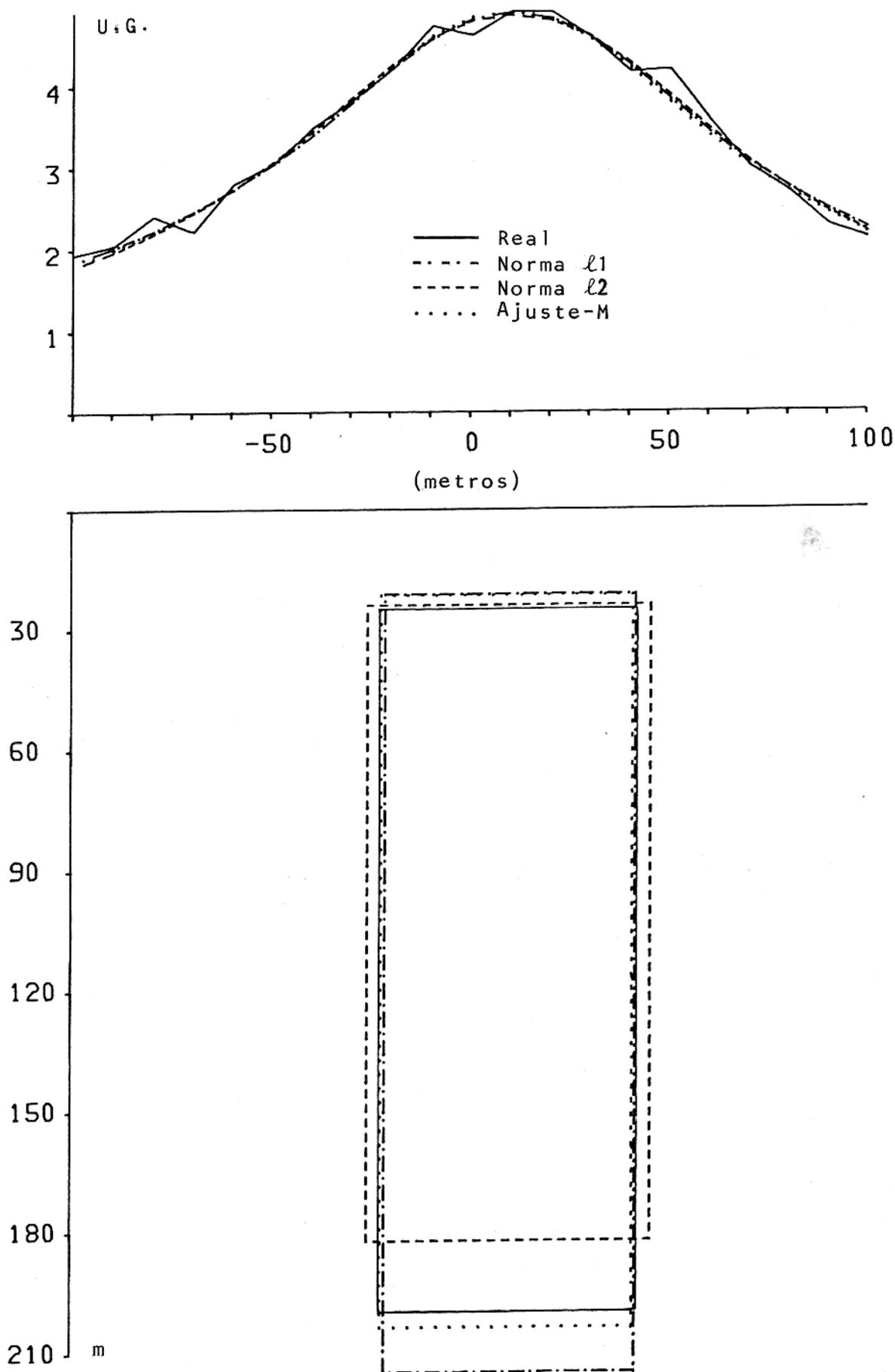


FIG. 4 - Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano, usando a primeira sequência com aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 3.

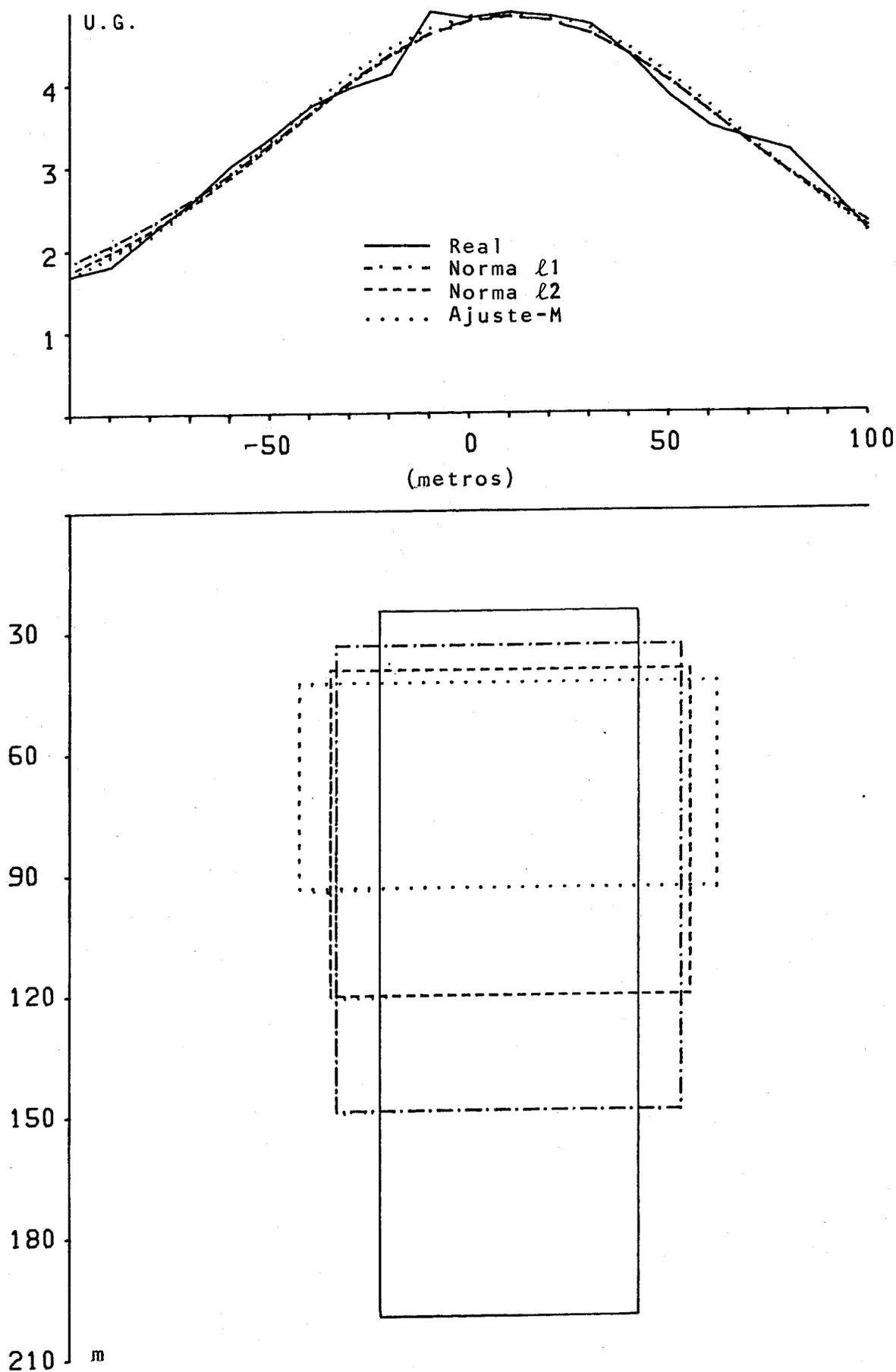


FIG. 5 - Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano, usando a segunda sequência.

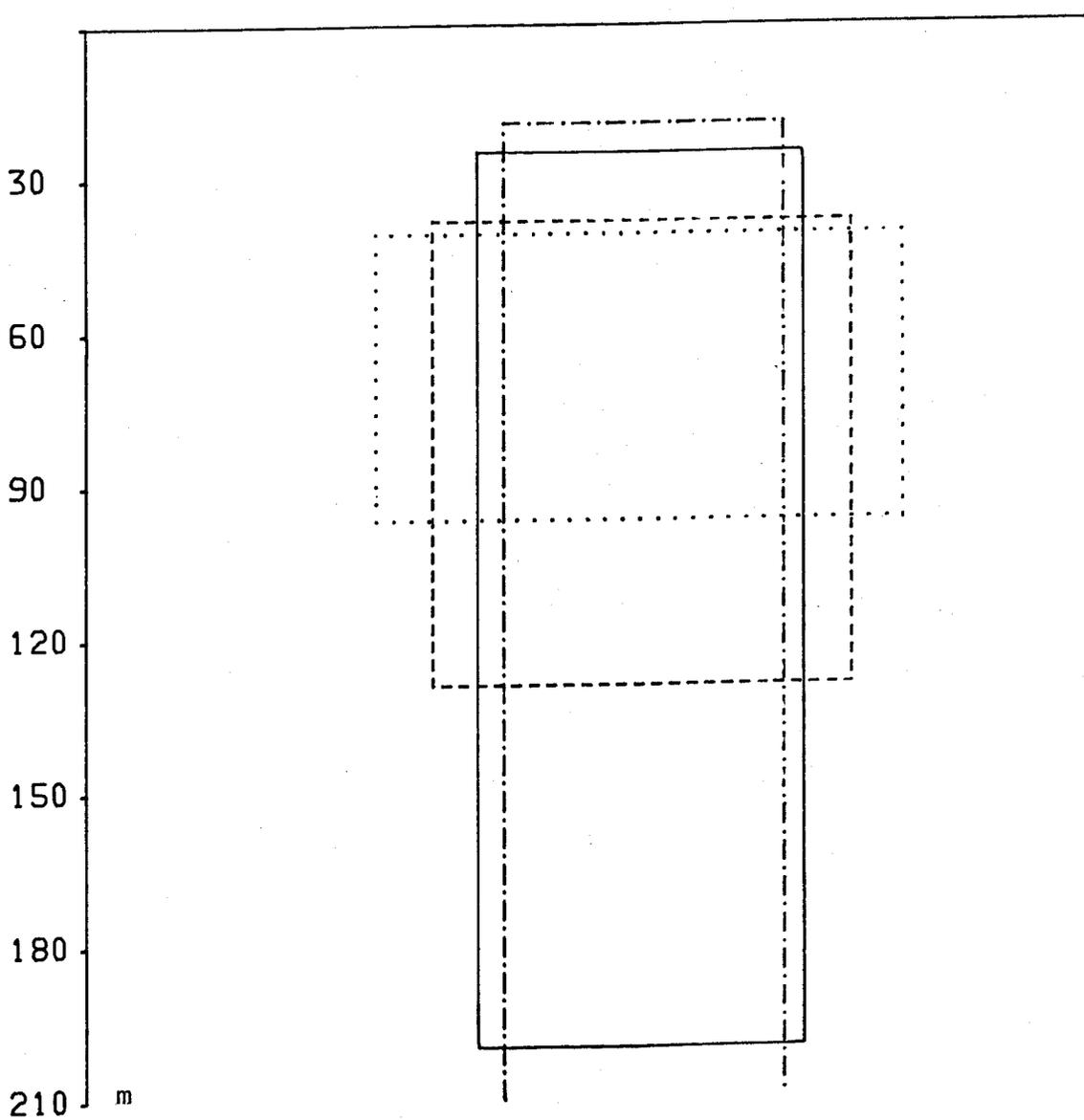
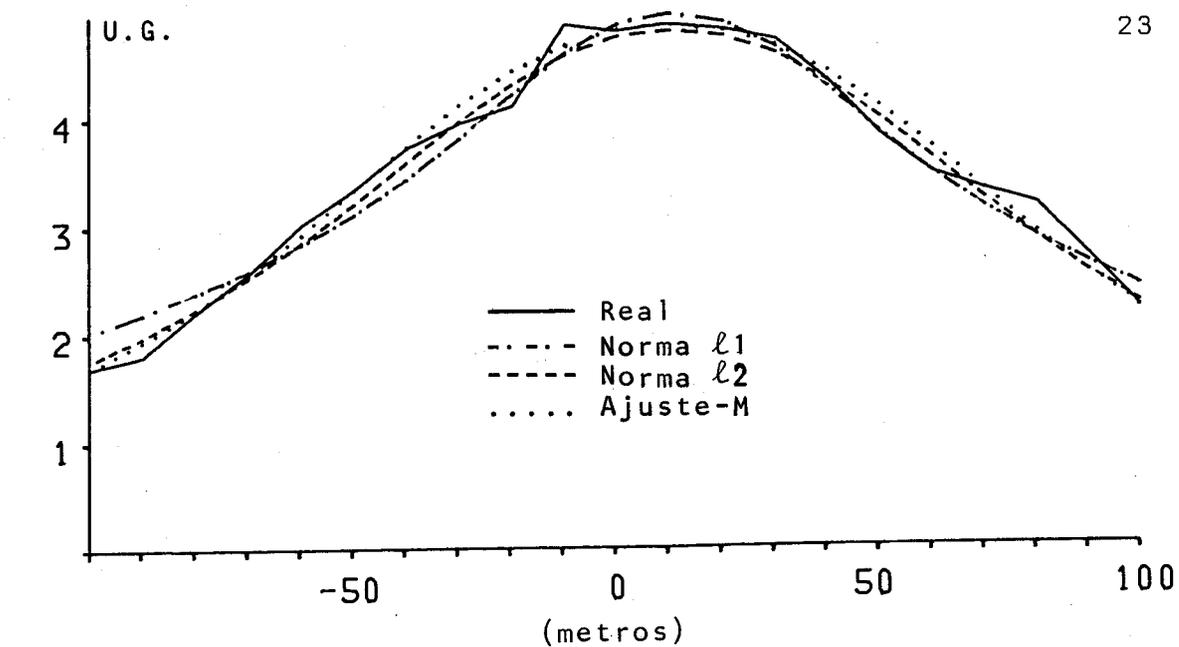


FIG. 6 - Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano, usando a segunda sequência com aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 5. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.

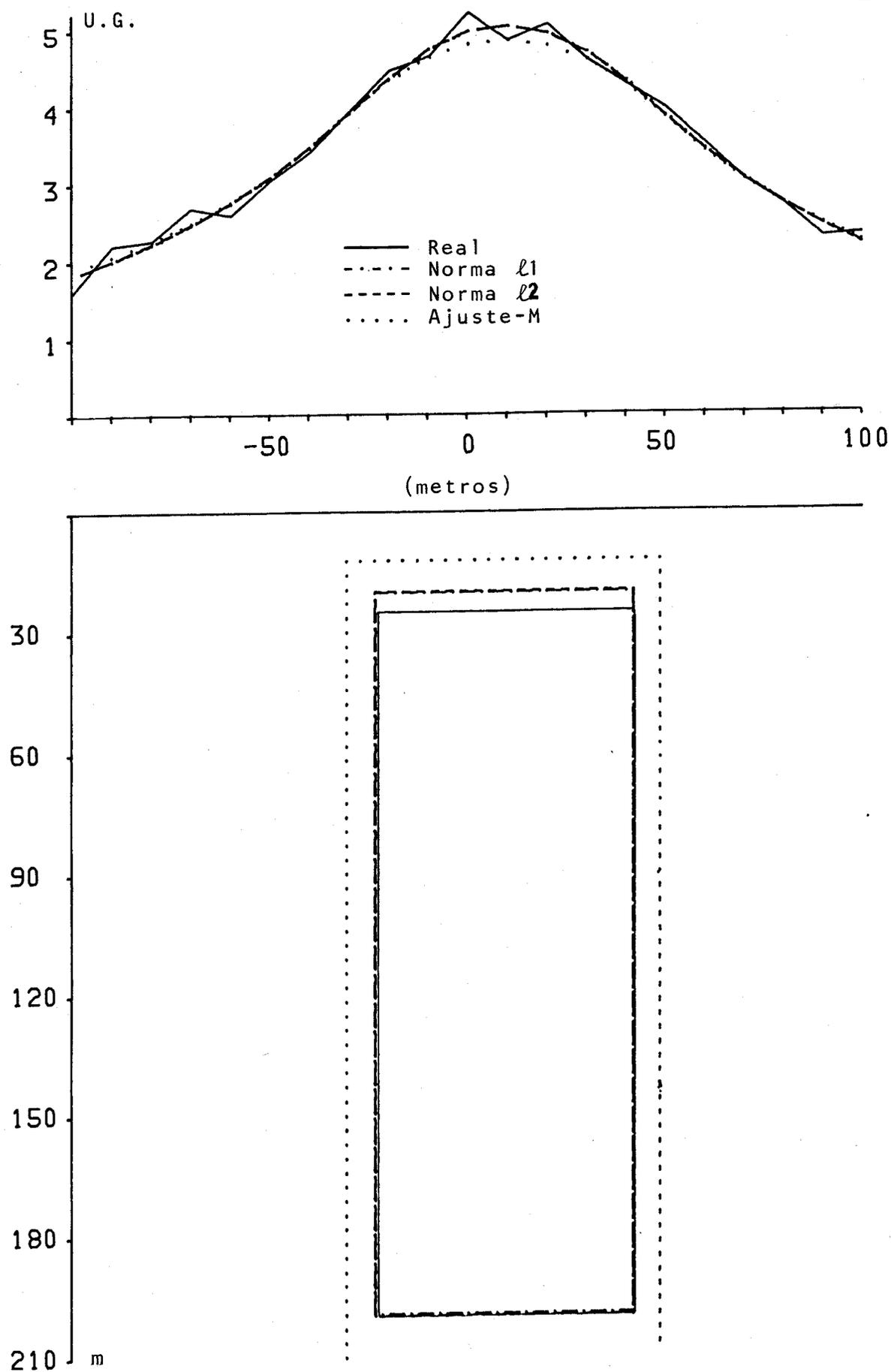


FIG. 7 - Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano, usando a terceira sequência. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.

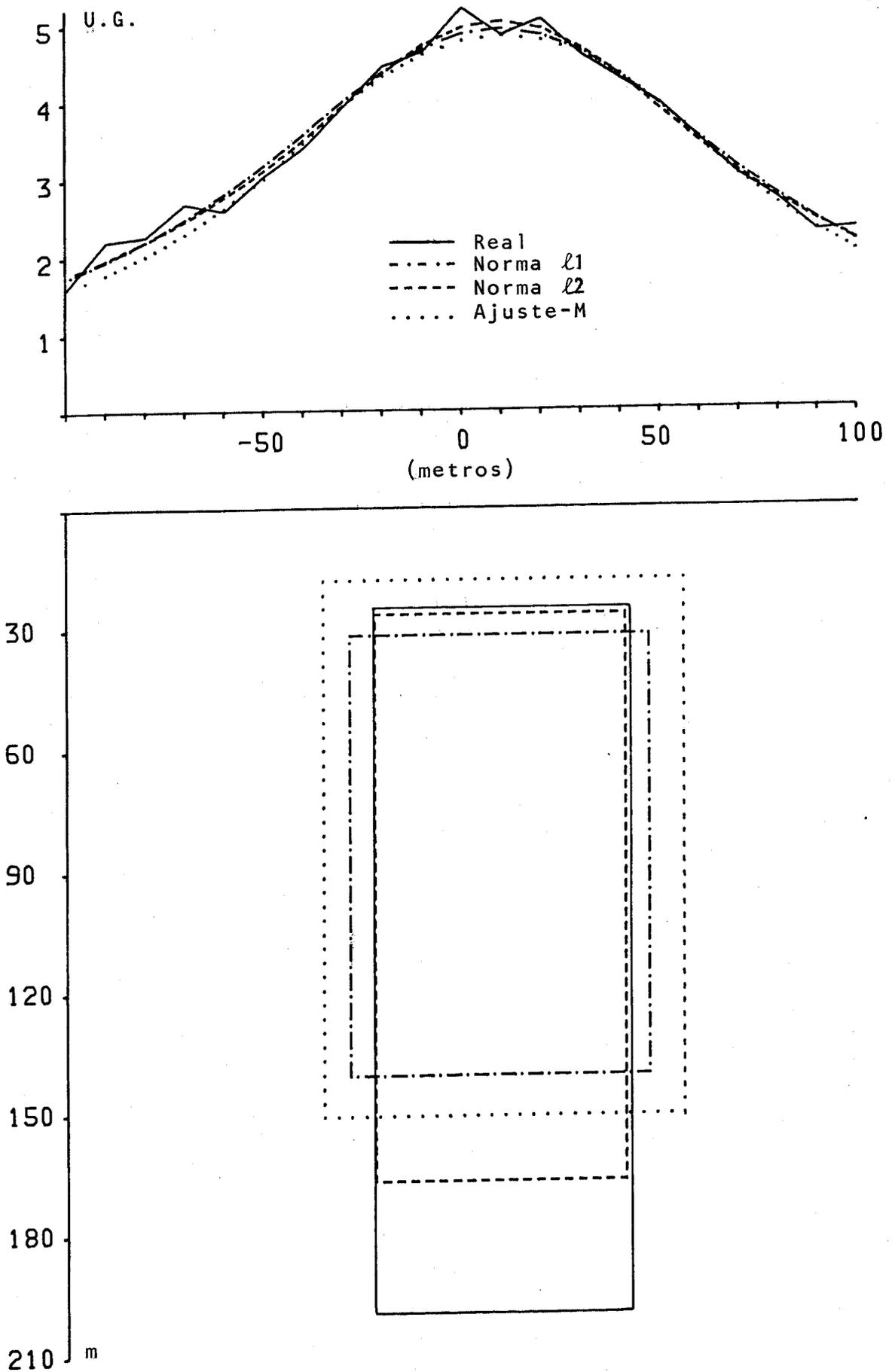


FIG. 8 - Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano, usando a terceira sequência com aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 7.

Nos testes (b), (d) e (f) vemos a influência da aproximação inicial dos parâmetros na estimativa do ajuste-M e das normas ℓ_1 e ℓ_2 , ilustrando a não-unicidade do problema não linear.

3.1.2 Efeito de Pequenos Corpos Rasos

Este tipo de ruído geológico foi simulado por um pequeno corpo prismático raso com as seguintes dimensões: largura 6m, espessura 6m, centro localizado a 5m abaixo da superfície. O contraste de densidade é de 1.000 kg/m^3 . Executamos dois testes usando o corpo raso em duas posições (figuras 9 e 10). Os valores de λ usados nos testes das figuras 9 e 10 foram respectivamente 0,035 e 0,15 para a norma ℓ_1 .

a) O corpo raso está diretamente acima do corpo principal (a coordenada horizontal do centro é 10m). A figura 9 mostra as geometrias dos modelos reais e as estimadas pelo ajuste-M e pelas normas ℓ_2 e ℓ_1 . Com as normas ℓ_2 e ℓ_1 , apenas a posição do centro e a largura são bem estimadas, os demais parâmetros estão tão muito longe dos valores verdadeiros. Entretanto, o ajuste-M fornece um ajuste quase perfeito do modelo postulado, apresentando apenas pequenas distorções na profundidade do topo, profundidade da base e na largura.

b) O corpo raso está afastado do corpo principal (a coordenada horizontal do centro é 60m). A figura 10 mostra as geometrias dos modelos reais e as estimadas pelo ajuste-M e pelas normas ℓ_2 e ℓ_1 . Os modelos ajustados pelas normas ℓ_2 e ℓ_1 estão muito longe do modelo real, sendo que a norma ℓ_1 apresenta melhor estimativa que a norma ℓ_2 . O ajuste-M, no entanto, fornece um ajuste praticamente perfeito do modelo postulado.

Os testes (a) e (b) mostram que na presença de ruído

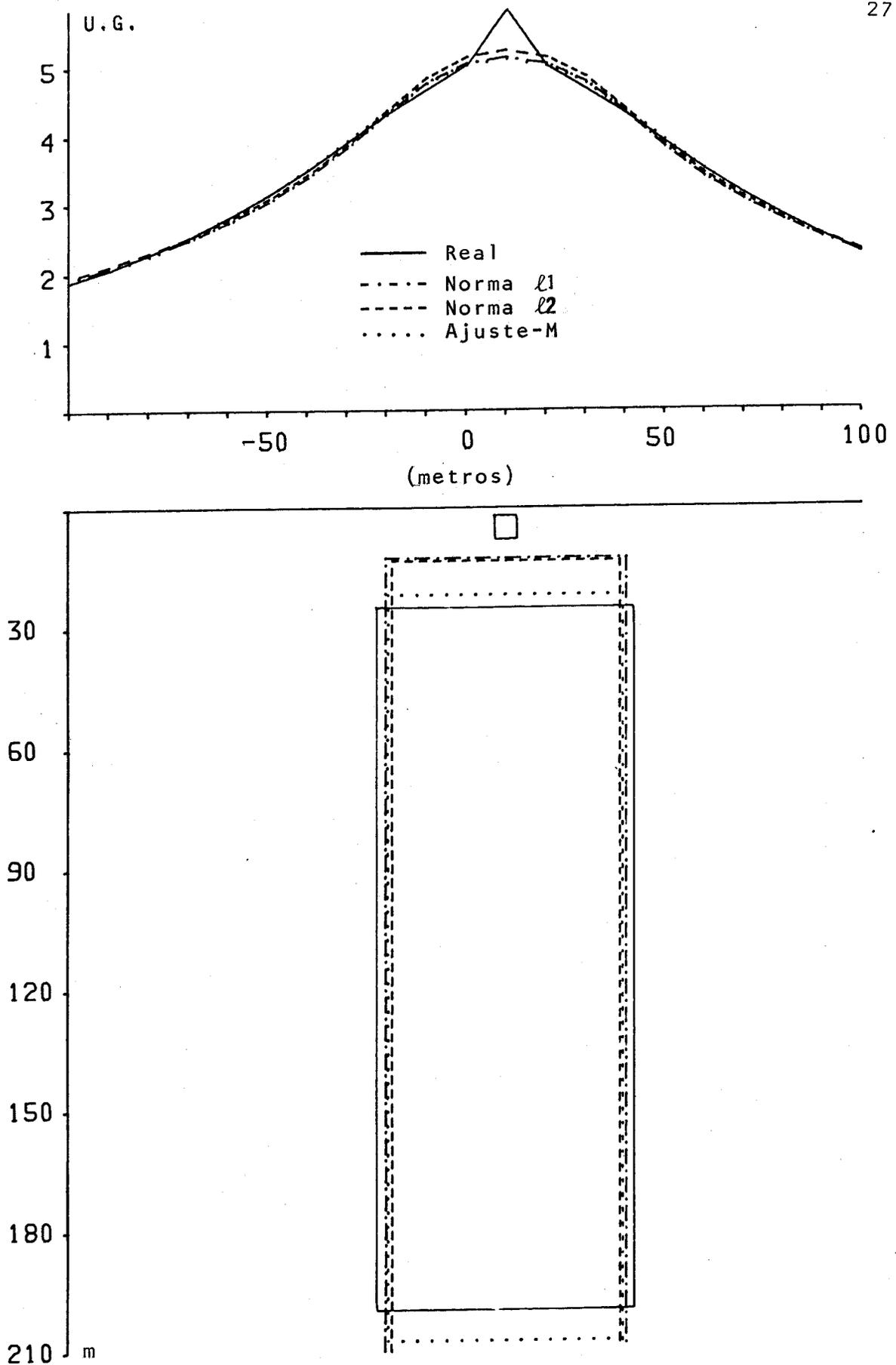


FIG. 2 - Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso) em que a fonte de ruído está diretamente acima do corpo principal. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.

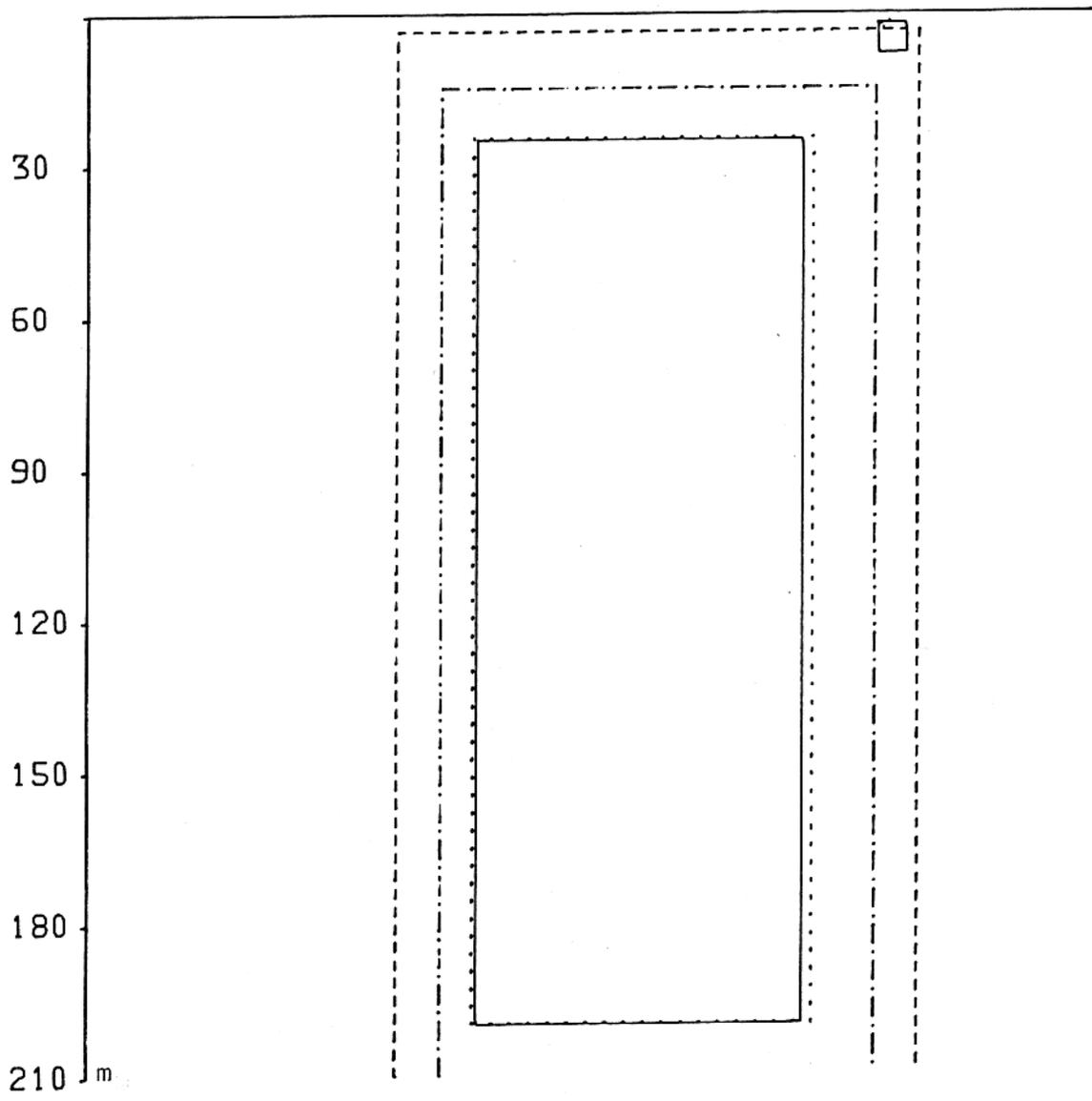
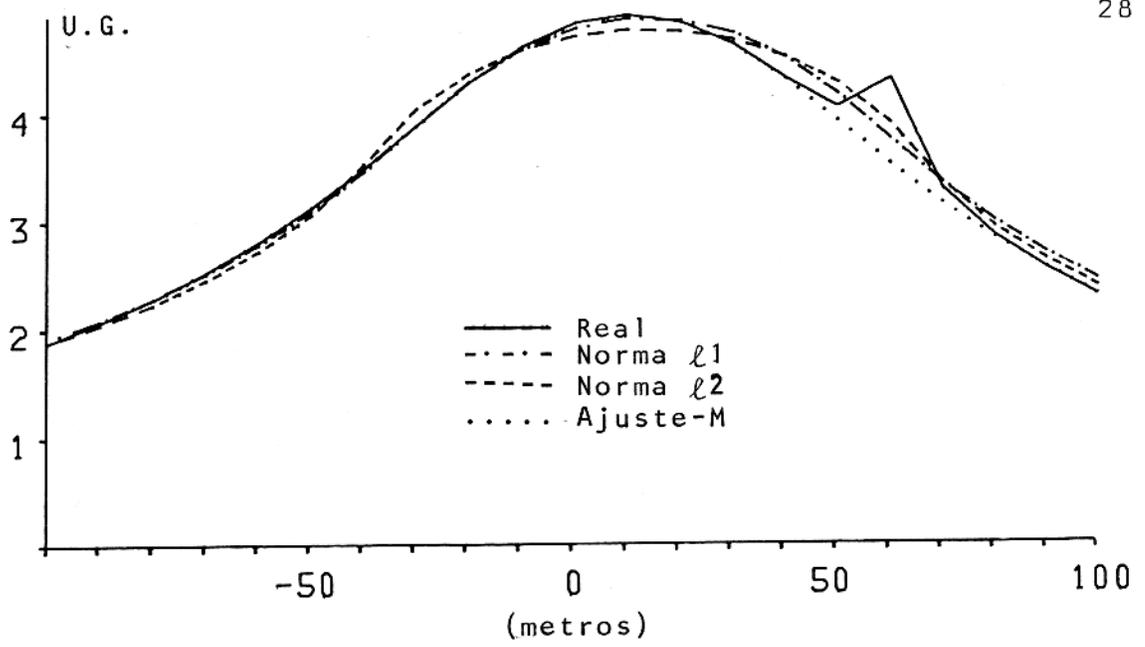


FIG.10 - Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso) em que a fonte de ruído está afastada do corpo principal. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.

geológico produzido por corpos pequenos e rasos, as normas λ_2 e λ_1 produzem estimativas pobres, enquanto o ajuste-M fornece resultados excelentes.

3.1.3 Efeito de Corpo Interferente Grande

Neste teste o ruído geológico é causado pela interferência devida a um corpo de mesmas dimensões e com mesmo contraste de densidade do corpo principal (o que está localizado diretamente abaixo das observações), mas deslocado de 170m, estando portanto localizado fora do perfil de observações (figura 11). Usou-se para a norma λ_1 $\lambda=0,1$.

Os resultados obtidos estão ilustrados na figura 11, que mostra a geometria dos modelos reais e as estimadas pelas normas λ_2 e λ_1 e pelo ajuste-M, postulando-se um único prisma como modelo interpretativo. As normas λ_2 e λ_1 fornecem estimativas muito pobres para a geometria do modelo, enquanto o ajuste-M fornece um ajuste bem próximo para a profundidade do topo, posição e densidade.

Este teste indica que as normas λ_2 e λ_1 são altamente sensíveis à interferência de corpos adjacentes, enquanto o ajuste-M mostra baixa sensibilidade à essa interferência, fornecendo sempre boas estimativas para os parâmetros.

3.1.4 Efeito Combinado de Ruído Geológico (pequeno corpo raso) e Ruído Gaussiano

Este teste é semelhante ao teste da figura 10, diferindo apenas na presença agora de ruído aleatório além do ruído geológico. Neste teste foi usado $\lambda=0,15$ para a norma λ_1 . Os resultados apresentados pelo ajuste-M e pelas normas λ_1 e λ_2 estão ilustrados na figura 12. Comparando os resultados das normas λ_2 e λ_1 com o resultado da figura 10 verifica-se que o comportamento das mesmas foi conservado, no entanto o ajuste-M apresentou comportamento totalmente diferente, com características semelhantes à do ruído Gaussiano (figura 7). Isto significa que o ajuste-M é altamente sensível à presença de ruído Gaussiano.

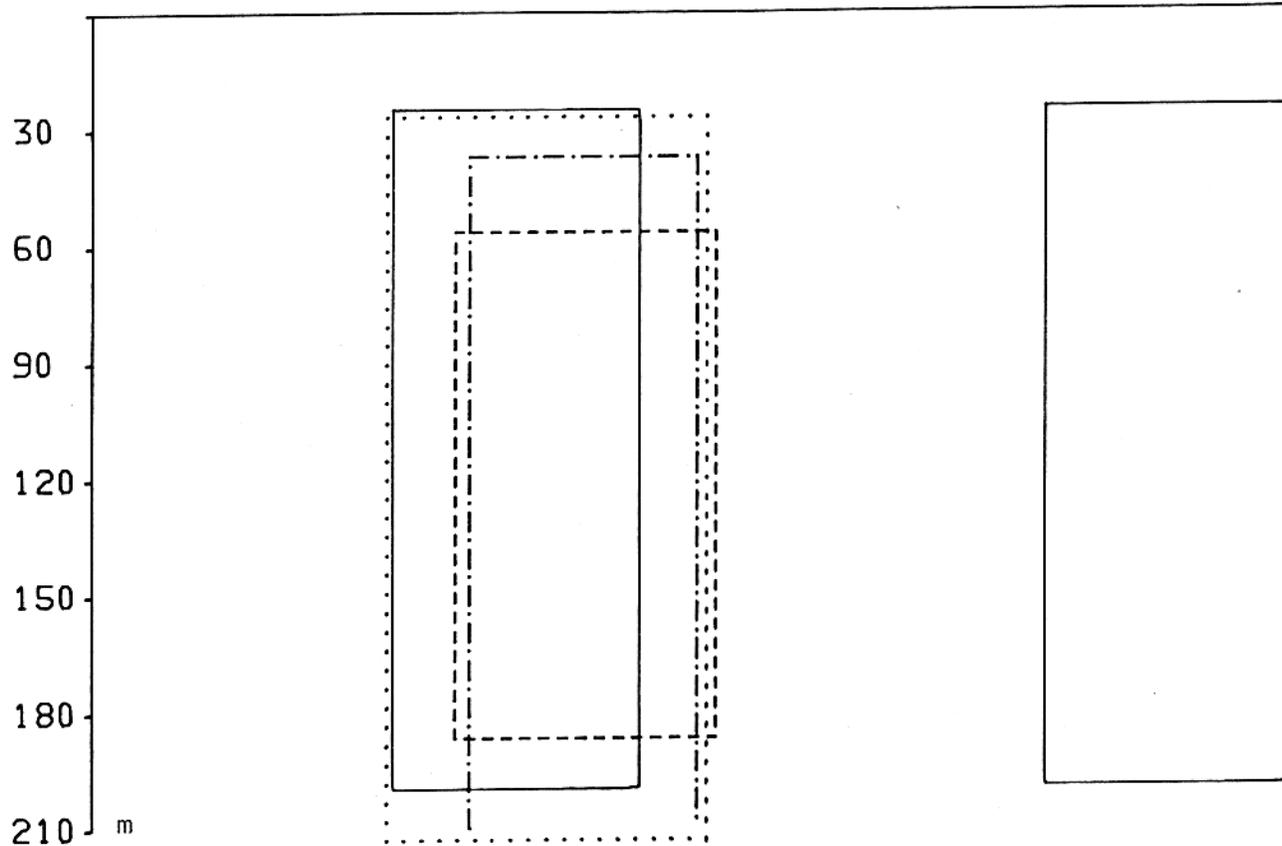
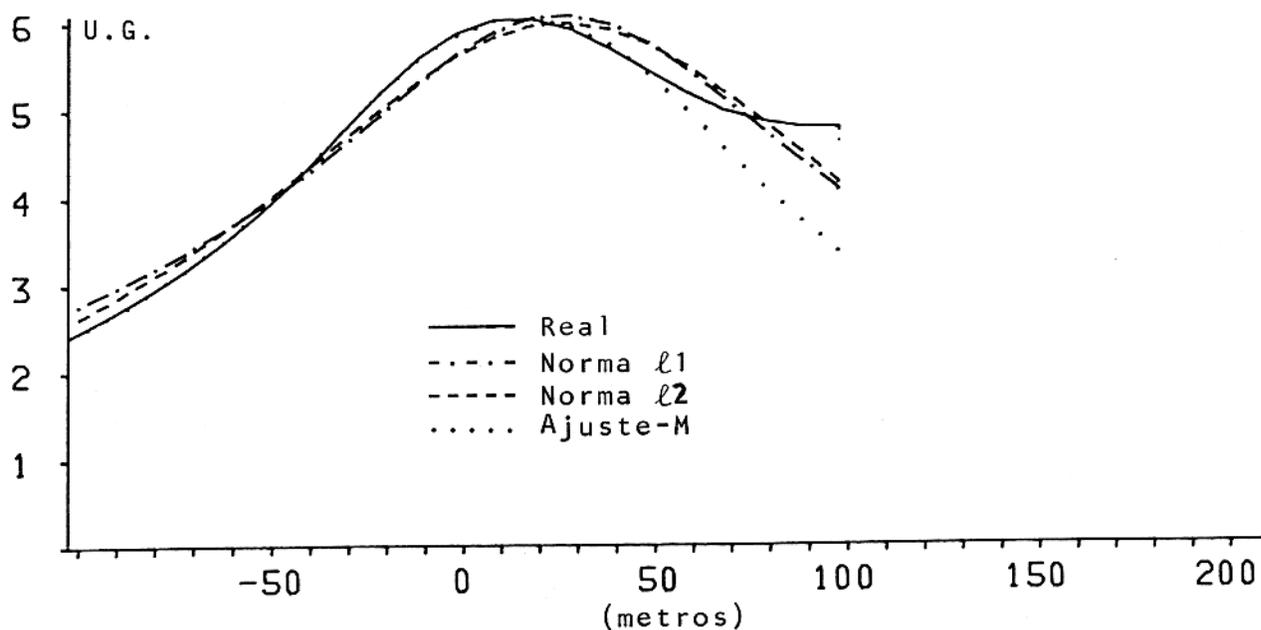


FIG.11 - Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande interferente) onde a fonte de ruído está situada fora do perfil observado. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.

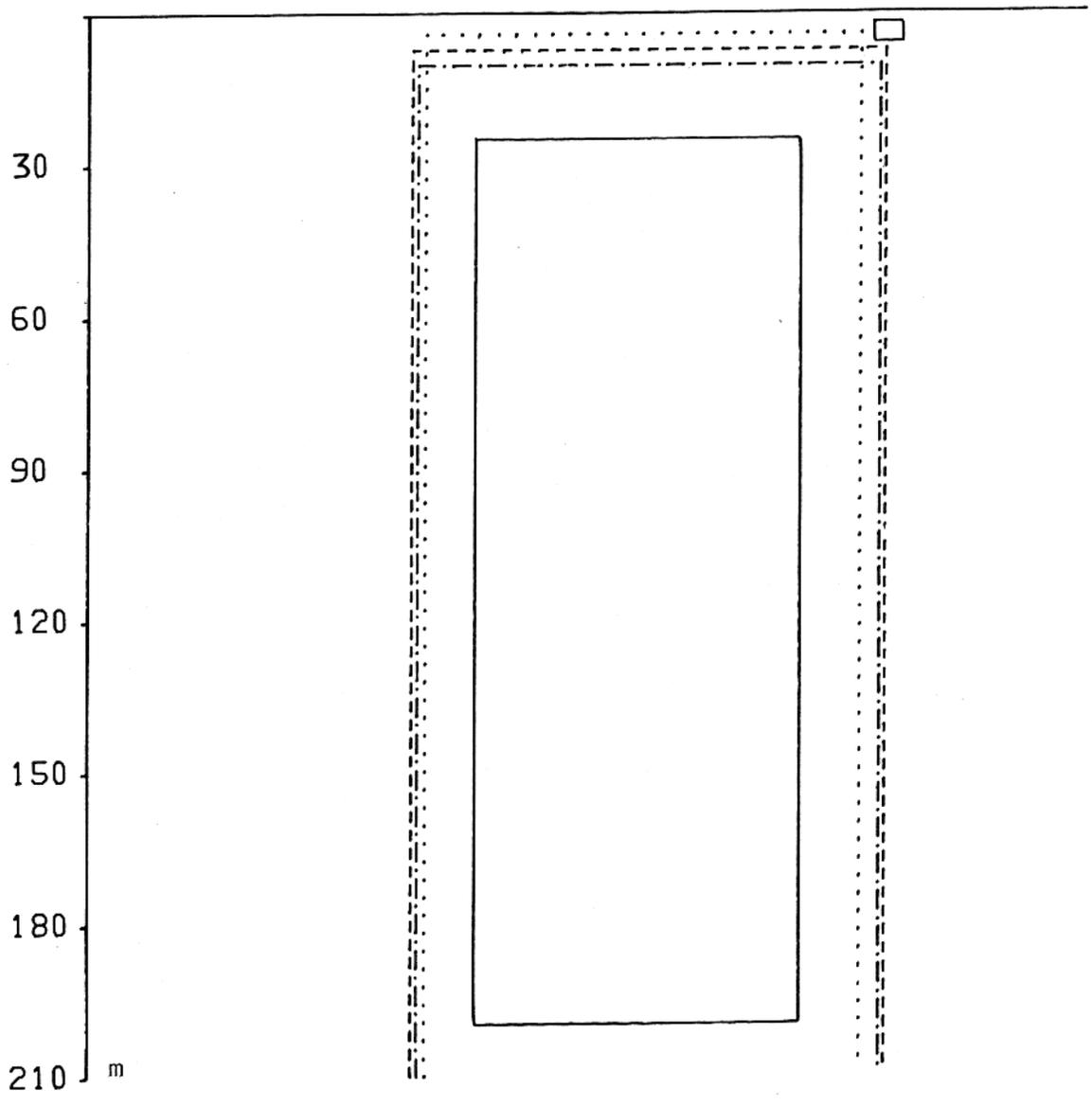
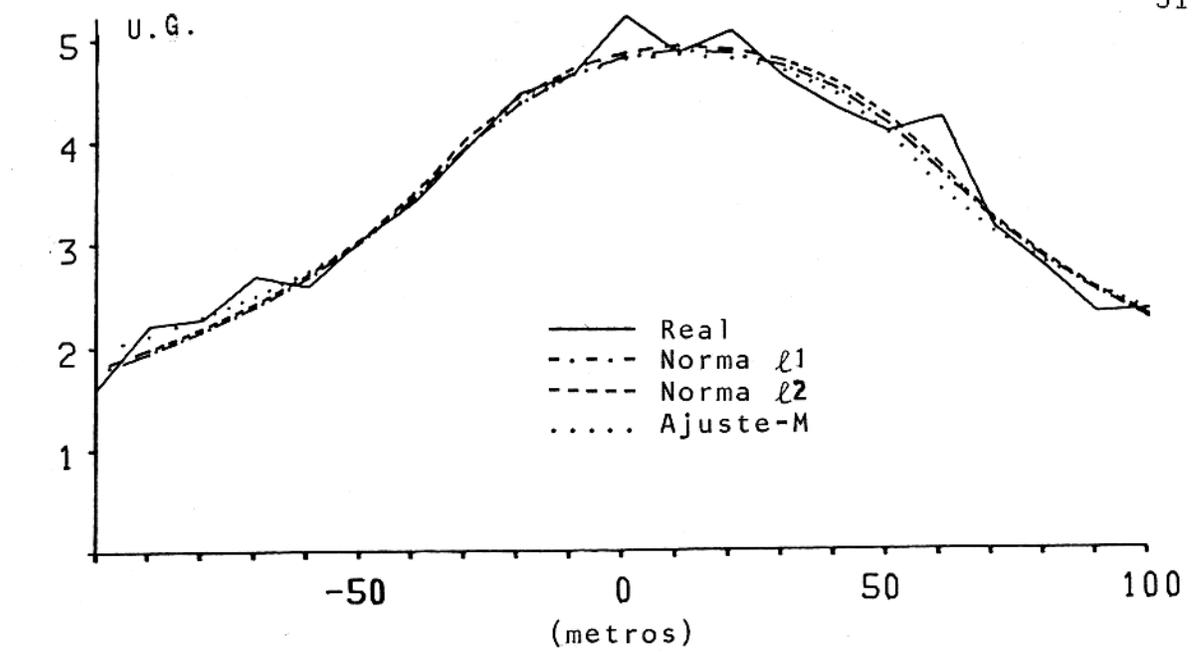


FIG.12 - Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano (terceira seqüência) e ruído geológico (pequeno corpo raso afastado do corpo principal) combinados. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.

3.1.5 Efeito Combinado de Ruído Geológico (corpo grande interferente) e Ruído Gaussiano.

Neste teste o ruído aleatório é o mesmo da figura 12 e o ruído geológico é o mesmo da figura 11. O valor de λ usado para a norma ℓ_1 é 0.1. Para este caso fizemos dois testes, mantendo a fonte interferente na mesma posição e a mesma sequência de ruído e modificando apenas as aproximações iniciais de alguns parâmetros.

a) Este teste difere do teste da figura 11 apenas na presença do ruído aleatório. A figura 13 mostra os resultados. Comparando estes resultados com os da figura 11, vemos que as estimativas da ℓ_2 e da ℓ_1 não sofreram mudanças bruscas, como as estimativas do ajuste-M, cujas características assemelham-se aos resultados da figura 7.

b) Este teste é semelhante ao teste (a) acima, mudando apenas a aproximação inicial dos parâmetros p_1 e p_3 . A figura 14 ilustra os resultados obtidos. Comparando estes resultados com os da figura 13 verifica-se a influência da aproximação inicial dos parâmetros na estimativa das normas ℓ_1 e ℓ_2 e do ajuste-M.

Os resultados ilustrados pelas figuras 12, 13 e 14 mostram mais uma vez que se as observações contêm ruído aleatório com característica Gaussiana, o método do ajuste-M não é aplicável.

No teste a seguir parte do ruído Gaussiano é removido a fim de verificarmos o comportamento do ajuste-M.

c) Neste teste nós usamos um filtro passa baixa para remover parte do ruído Gaussiano existente nas observações do teste (b) acima. A filtragem foi efetuada no domínio da frequência, cuja frequência de corte foi determinada tomando os pontos da parte extritamente decrescente do espectro de potência das observações, que neste caso corresponde às frequências abaixo de 0,05 ciclo/int.dados. O efeito de borda foi contornado anexando-se 23 observações no lado direito e 20 no lado esquerdo do

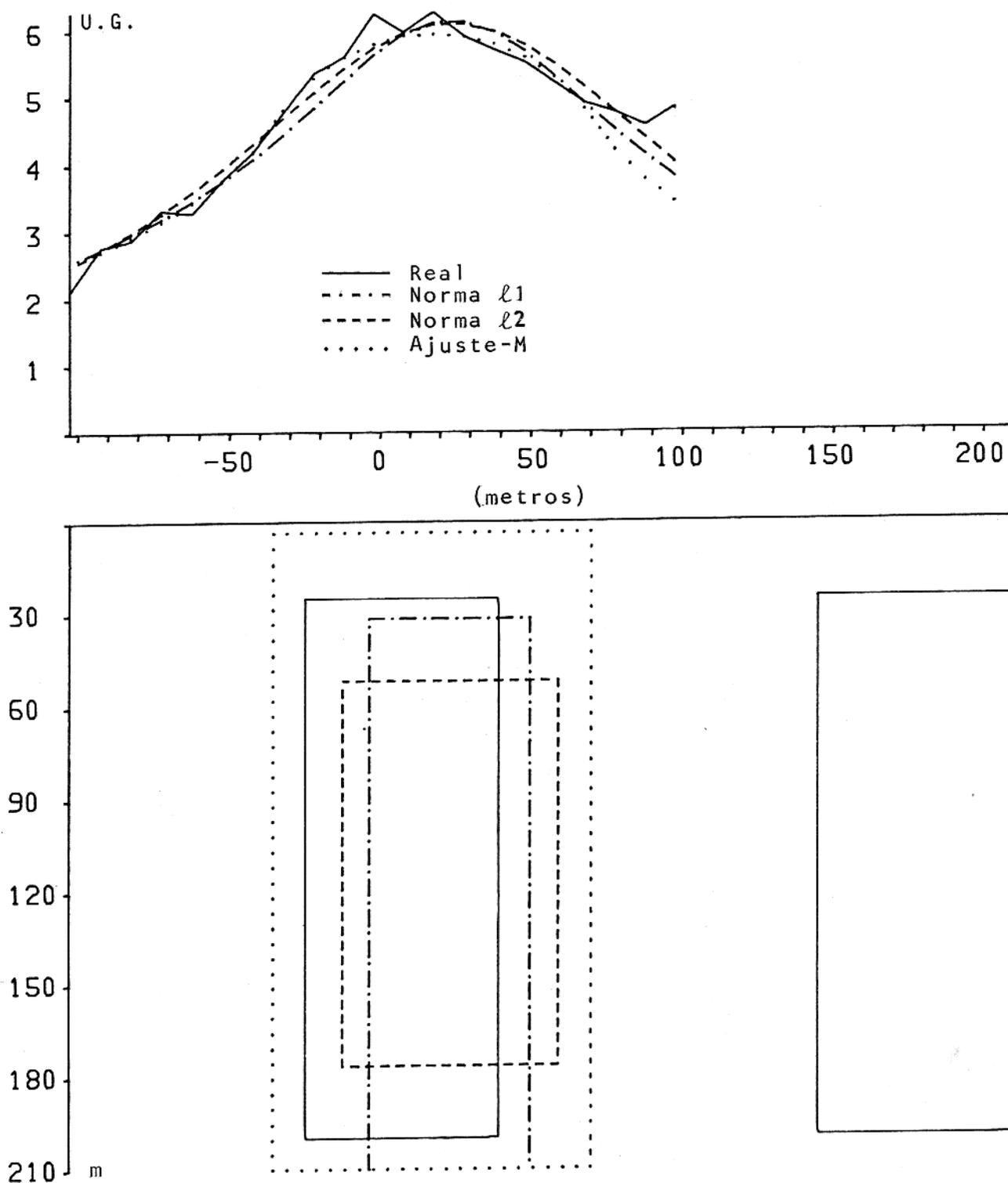


FIG.13 - Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano (terceira sequência) e ruído geológico (corpo grande interferente) combinados. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.

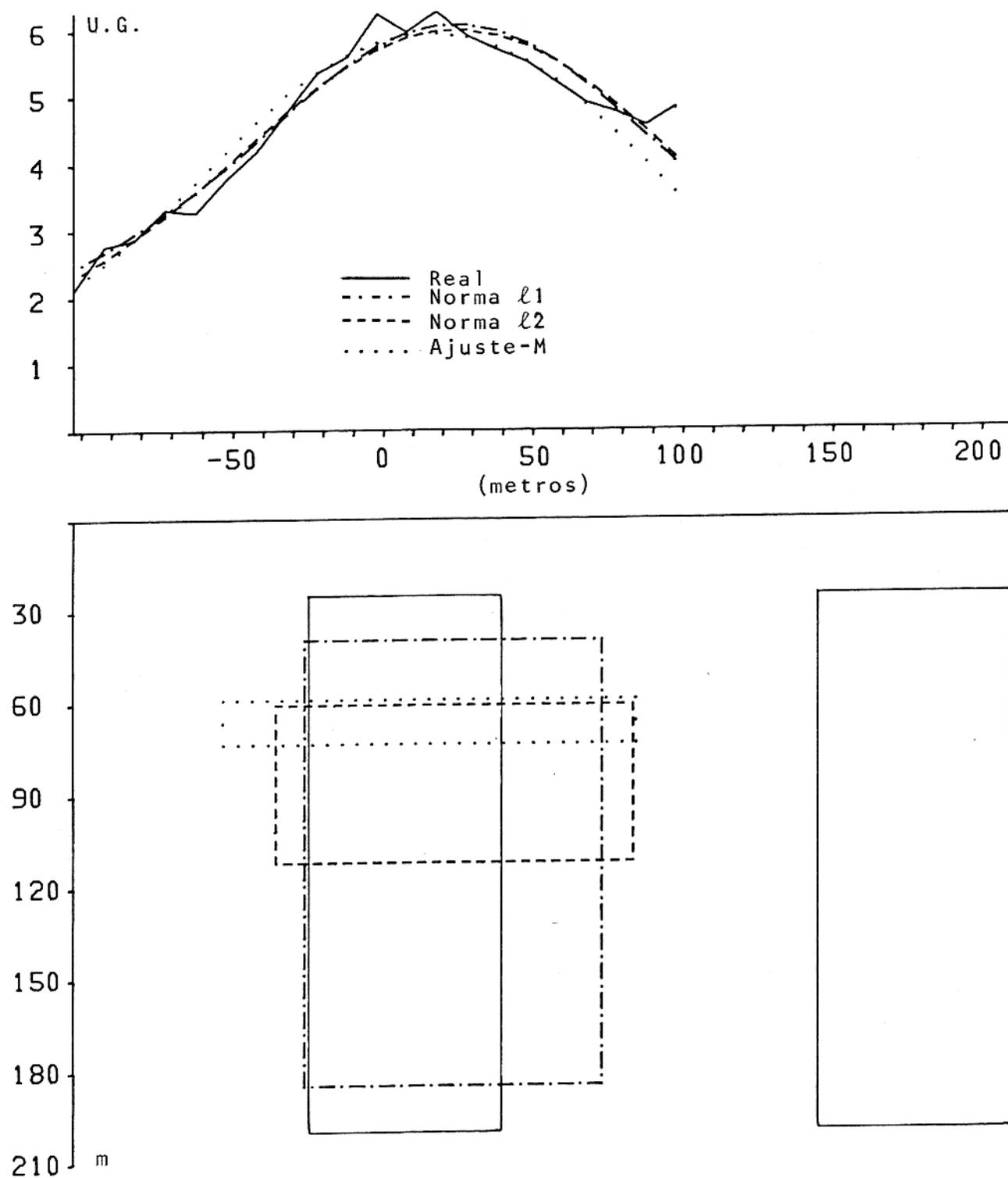


FIG.14 - Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano (terceira sequência) e ruído geológico (corpo grande interferente) combinados usando aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 13.

perfil. Estas observações são de valor constante e iguais aos valores extremos respectivos.

As aproximações iniciais dos parâmetros são as mesmas do teste (b) acima. Os resultados estão ilustrados na figura 15. As estimativas fornecidas pelo ajuste-M são superiores às das normas ℓ_1 e ℓ_2 , exceto a espessura e a largura estimadas pela norma ℓ_1 .

O teste (c) acima mostra que se parte do ruído aleatório existente nas observações for removido o ajuste-M fornece resultados aceitáveis e superiores aos outros dois métodos.

3.1.6 Efeito do Modelo Interpretativo Errado

Neste teste as observações são devidas a um cilindro horizontal (figura 16). Os parâmetros com seus valores numéricos são dados a seguir: profundidade do centro $p_1=45m$, raio $p_2=30m$, contraste de densidade $p_3=350 \text{ kg/m}^3$ e posição horizontal do centro $p_4=10m$. O modelo interpretativo postulado é o prisma vertical finito da figura 2. O valor de λ usado na norma ℓ_1 foi 0,1. Os resultados estão ilustrados na figura 16. Os ajustes obtidos através do ajuste-M e das normas ℓ_1 e ℓ_2 , para o modelo postulado, são bons, sendo que o ajuste-M fornece melhores resultados, seguido dos mínimos quadrados.

3.1.7 Estimativas da Densidade

Os testes descritos acima mostram comparações entre o ajuste-M e as normas ℓ_1 e ℓ_2 baseadas apenas na geometria e posição dos modelos estimados em relação ao real. A fim de comparar tais métodos com base nas estimativas da densidade, estas foram compiladas nas tabelas 1, 2, 3 e 4 abaixo para os testes descritos acima. Os valores estão expressos em kg/m^3 .

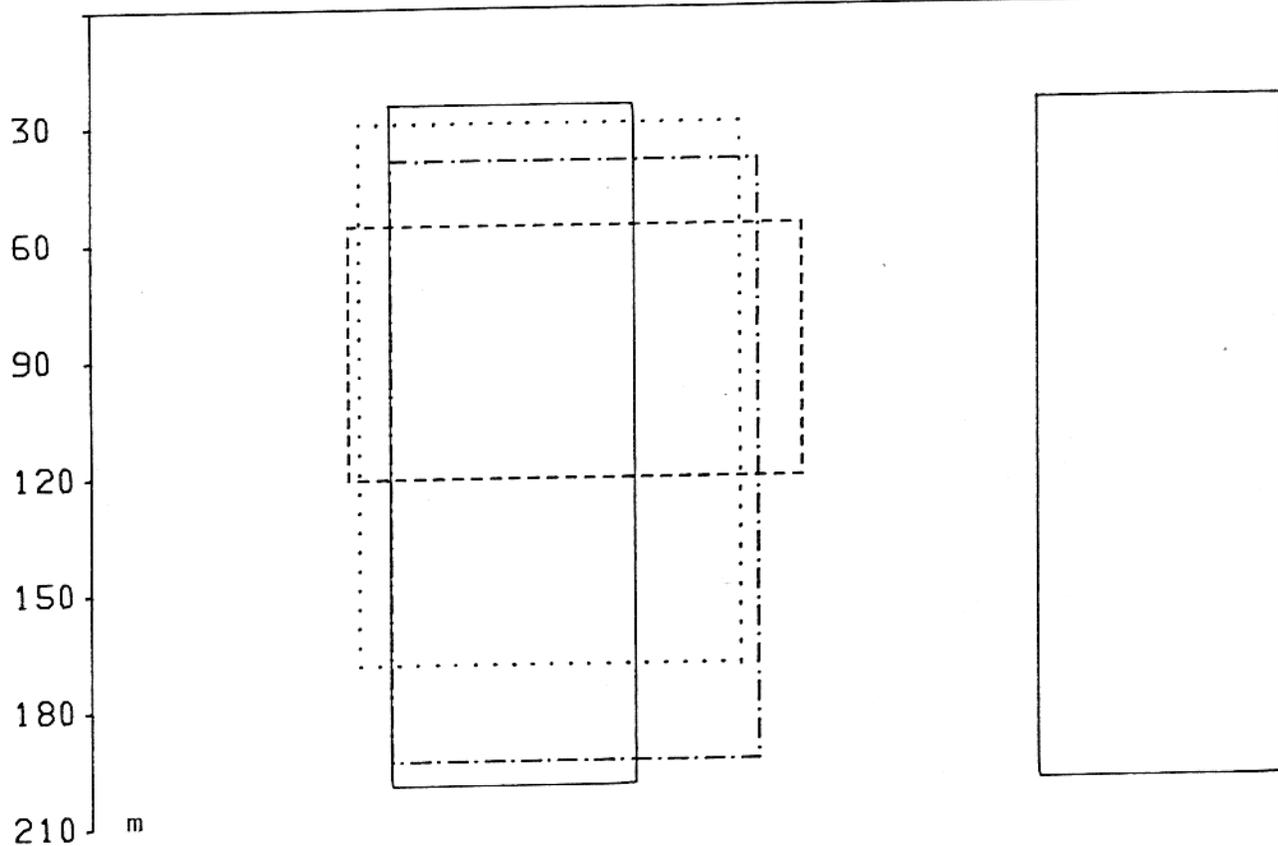
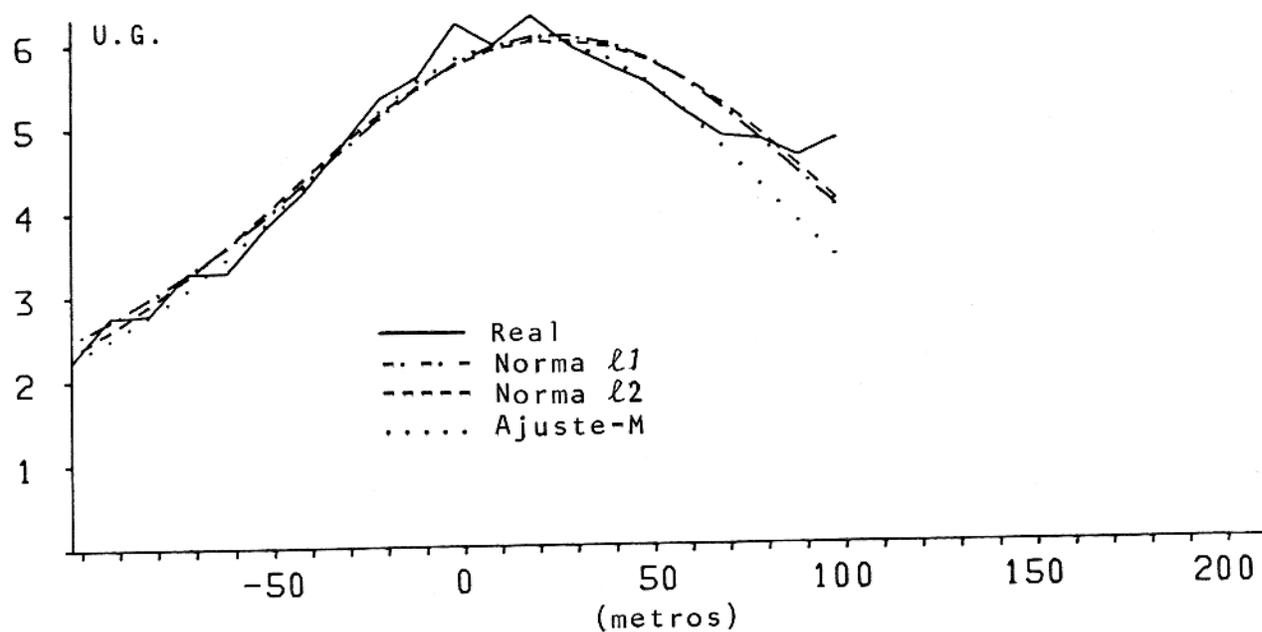


FIG.15 - Campo gravimétrico filtrado (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído Gaussiano e ruído geológico (corpo grande interferente) combinados usando a mesma aproximação inicial dos parâmetros empregada no teste da figura 14.

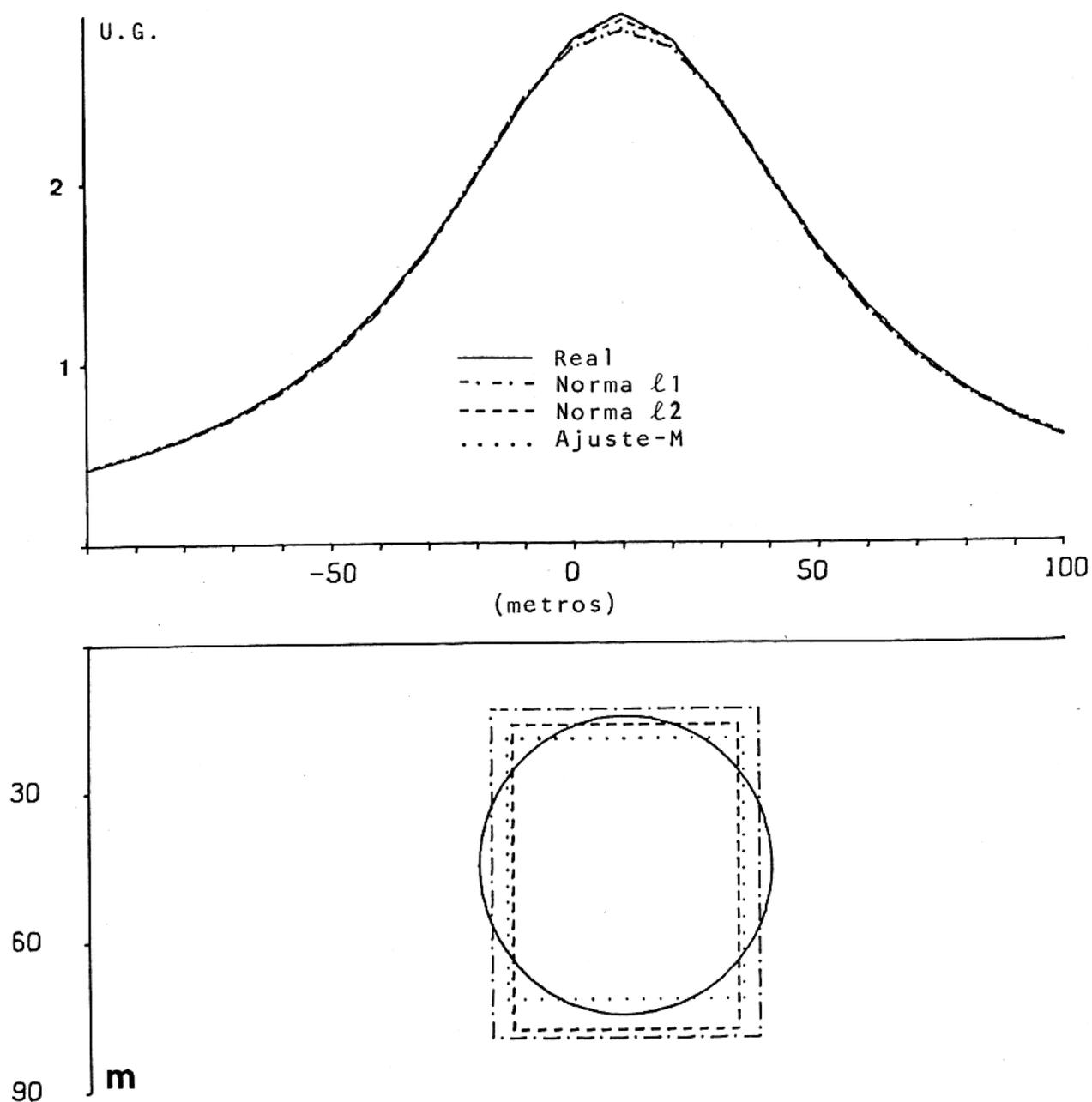


FIG.16 - Campo gravimétrico (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com o modelo interpretativo errado.

Tabela 1. Contraste de Densidade

	Ruído Gaussiano					Modelo Errado	
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	
Real	300	300	300	300	300	300	350
Norma &1	170	280	310	270	280	360	270
Norma &2	260	280	400	360	280	350	350
Ajuste-M	240	280	530	520	190	230	380

Tabela 2. Contraste de Densidade

	Ruído Geológico		
	(pequeno corpo raso)	(interferência)	
	(a)	(b)	
Real	300	300	300
Norma &1	240	180	390
Norma &2	260	130	570
Ajuste-M	310	290	290

Tabela 3. Contraste de Densidade

	Ruído Geológico e Gaussiano Combinados			
	(pequeno corpo raso)		(corpo grande interferente)	
	(a)	(b)	(a)	(b)
Real	300	300	300	300
Norma &1	170		410	330
Norma &2	160		540	710
Ajuste-M	140		140	1890

Tabela 4. Contraste de Densidade

	Ruídos Geológico (corpo grande interferente) e Gaussiano Combinados usando dados filtrados.
Real	300
Norma &1	320
Norma &2	480
Ajuste-M	260

Pela análise a norma &1 produziu em geral melhor estimativa que a norma &2 independentemente do tipo de ruído presente. O ajuste-M apresentou estimativas superiores às normas &1 e &2 nos testes com ruído geológico, mas inferiores nos casos de ruído Gaussiano.

3.2 Magnetometria

O vetor de parâmetros do prisma empregado para gerar os dados sintéticos tem sete componentes descritas abaixo com seus valores numéricos: profundidade do topo $p_1=25\text{m}$, profundidade da base $p_2=200\text{m}$, largura $p_3=65\text{m}$, inclinação da magnetização $p_4=60^\circ$, azimute da magnetização em relação ao eixo y $p_5=10^\circ$, posição do centro $p_6=10\text{m}$ e módulo do vetor magnetização $p_7=2,5 \text{ A/m}$.

3.2.1 Efeito do Ruído Gaussiano

Uma sequência de ruído aleatório com média zero e desvio padrão 10 nT foi somada ao campo magnético do modelo real (figura 17). Este desvio padrão corresponde a 5% da média dos valores absolutos do campo magnético observado. Usamos para a norma ℓ_1 $\lambda=0,003$. Com este nível de ruído executamos dois testes:

a) A figura 17 mostra a comparação entre a geometria do modelo real e as estimadas pelo ajuste-M e pelas normas ℓ_1 e ℓ_2 . O ajuste-M e a norma ℓ_2 fornecem boas estimativas para a posição, profundidade do topo e largura, os demais parâmetros tem estimativas pobres, enquanto a norma ℓ_1 apresenta boa estimativa para a profundidade do topo e estimativas aceitáveis para os demais parâmetros.

b) Este teste difere do teste (a) apenas na aproximação inicial dos parâmetros p_1 , p_2 , p_3 e p_7 . Os resultados obtidos estão ilustrados na figura 18. Comparando este resultado com o do teste anterior verifica-se a influência da aproximação inicial dos parâmetros na estimativa do ajuste-M e das normas ℓ_2 e ℓ_1 , ilustrando uma vez mais a não unicidade deste problema não linear.

3.2.2 Efeito de Pequenos Corpos Rasos

Este tipo de ruído geológico foi simulado por um pequeno corpo prismático raso com as seguintes dimensões: largura 6m, profundidade da base 8m, inclinação magnética 60° e azimute

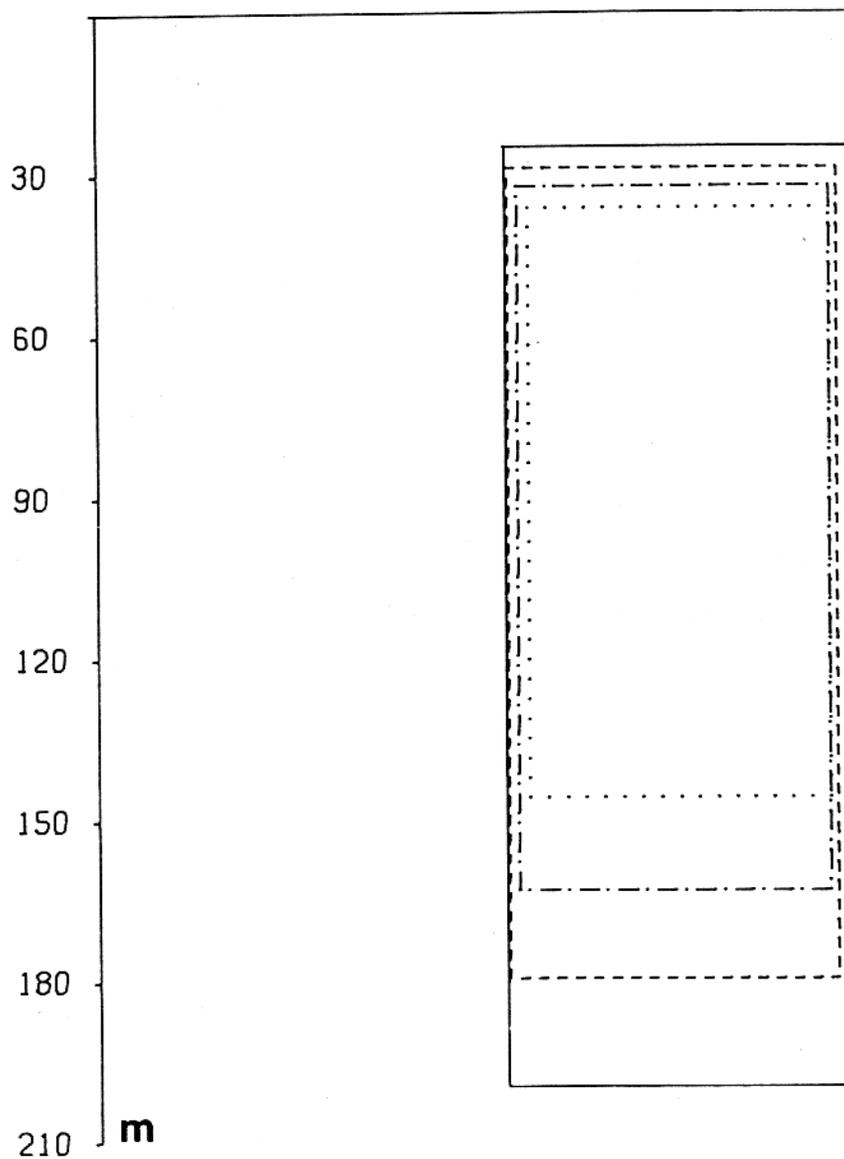
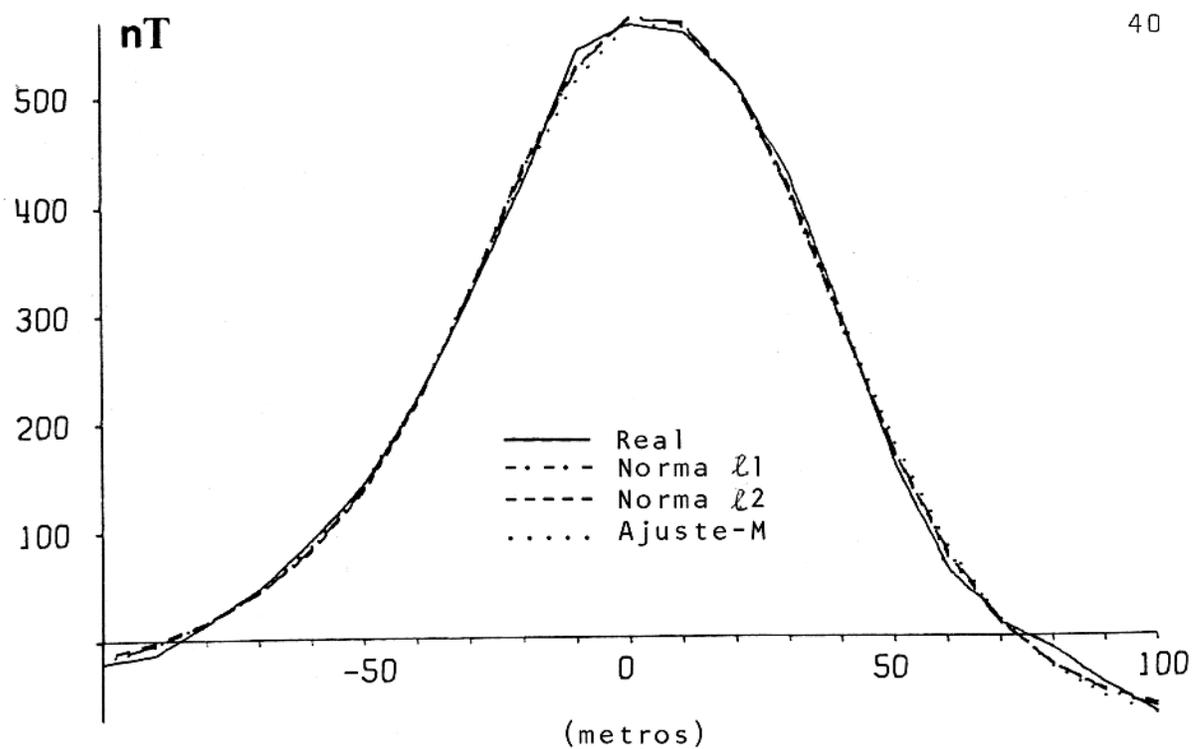


FIG.17 - Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano

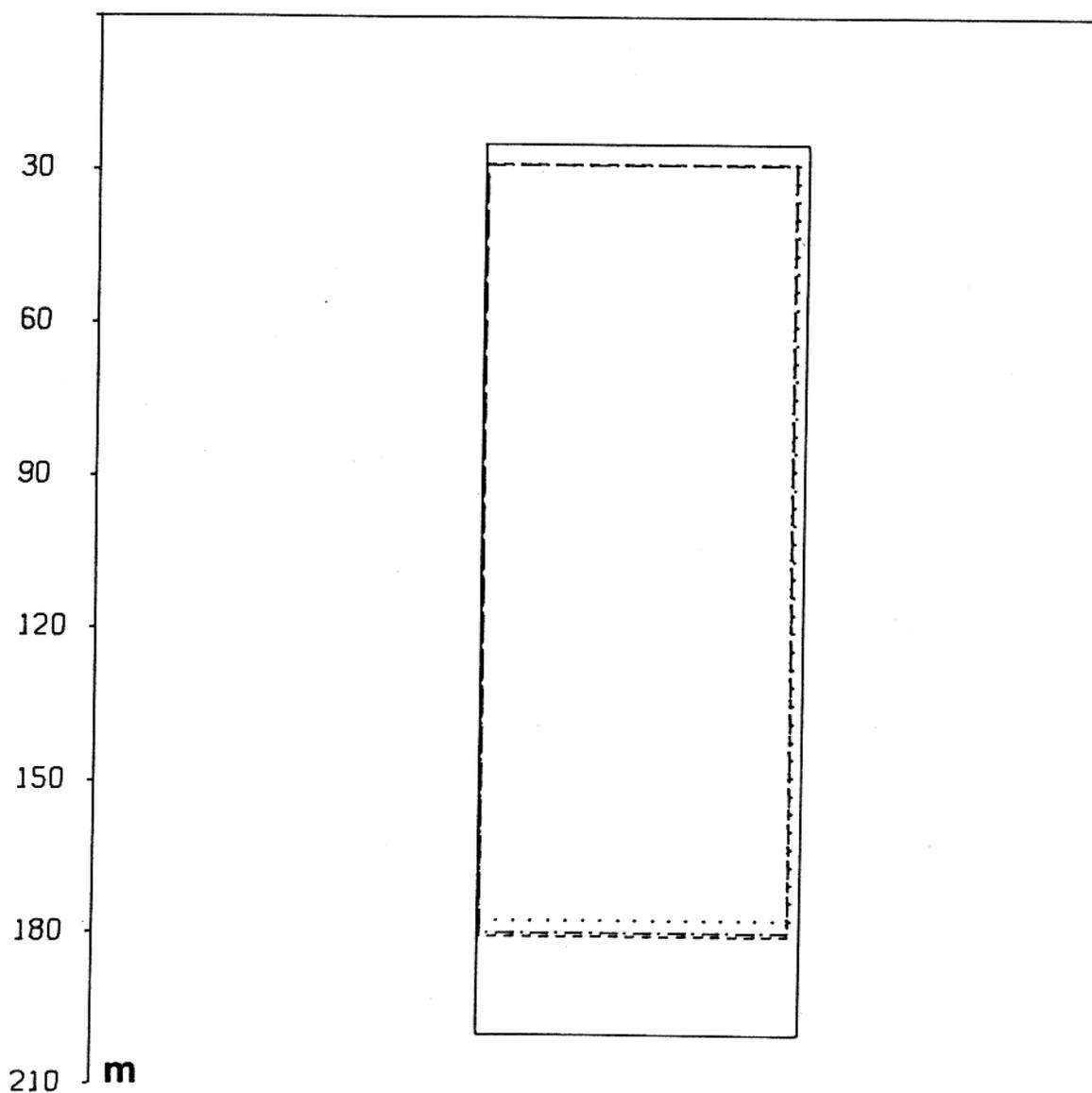
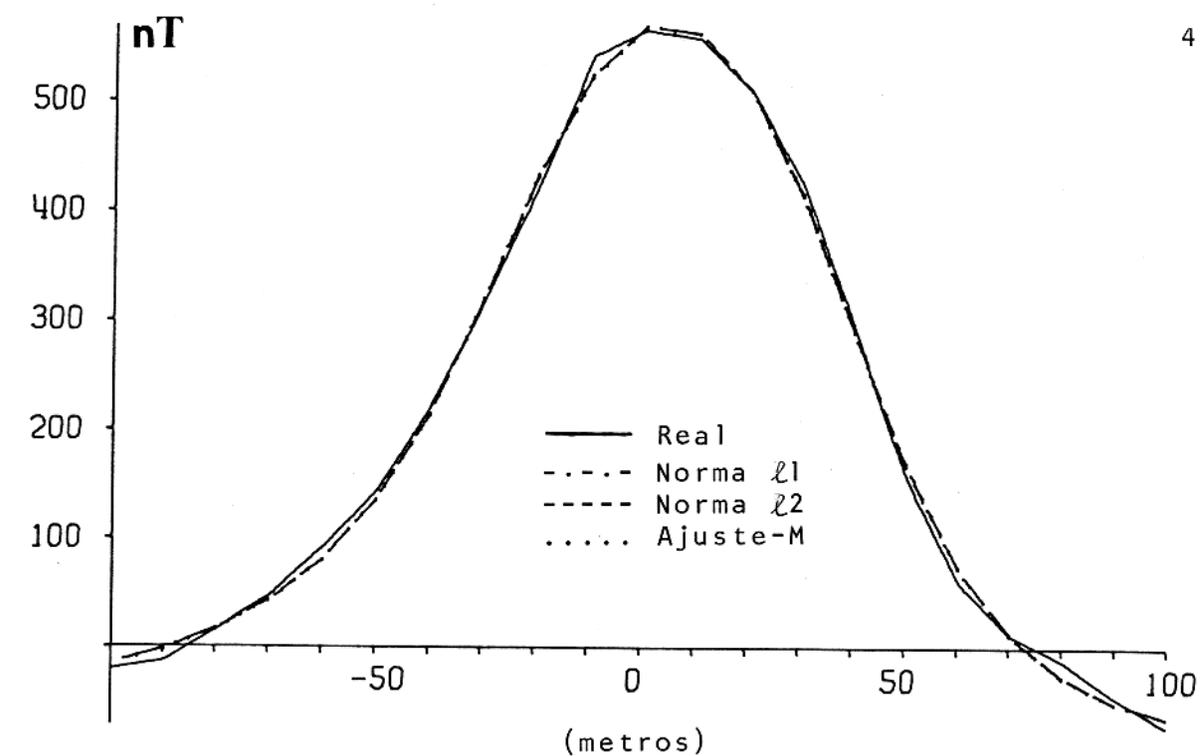


FIG. 18 - Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com 5% de ruído Gaussiano com aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 17.

te do vetor magnetização em relação ao eixo y 10^9 . Foram executados testes com este corpo em duas posições: afastado do corpo principal e acima dele. Os valores de λ usados para a norma ℓ_1 são respectivamente 0,35 e 0,15 para o corpo raso acima e afastado do corpo principal.

a) O corpo raso está afastado do corpo principal (coordenada horizontal do centro é 60m) e com centro localizada a 5m abaixo da superfície. O módulo do vetor magnetização é 2,5 A/m. A figura 19 mostra as geometrias dos modelos reais e as ajustadas pelo ajuste-M e pelas normas ℓ_1 e ℓ_2 . O modelo ajustado pela norma ℓ_2 está muito longe do modelo real, a norma ℓ_1 , no entanto, fornece uma estimativa mais próxima do modelo real. O resultado apresentado pelo ajuste-M é excelente, com exceção da estimativa da profundidade da base, que é no entanto razoável.

b) Este teste difere do teste anterior apenas na aproximação inicial dos parâmetros p_1 , p_2 , p_6 e p_7 . Na figura 20 encontram-se as geometrias dos modelos estimados e reais. Este teste e o teste anterior mostram que a norma ℓ_2 é mais sensível que a norma ℓ_1 e a ajuste-M no caso do ruído geológico nesta posição.

c) O corpo raso está diretamente acima do corpo principal (a coordenada horizontal do centro é 10m) com centro localizado a 8m abaixo da superfície e módulo do vetor magnetização 2,5 A/m. A figura 21 mostra os resultados obtidos. A norma ℓ_2 fornece estimativas muito pobres, enquanto a norma ℓ_1 estima muito bem a profundidade do topo e a profundidade da base, os demais parâmetros tem estimativa próxima do corpo principal.

d) Este teste difere do teste anterior apenas na aproximação inicial dos parâmetros p_1 e p_2 . Os resultados estão na figura 22. Comparando estes resultados com os do teste anterior verificamos a sensibilidade dos diferentes métodos de inversão à aproximação inicial.

Os testes desta seção mostram o desempenho superior do ajuste -M com relação às normas ℓ_1 e ℓ_2 na presença de cor

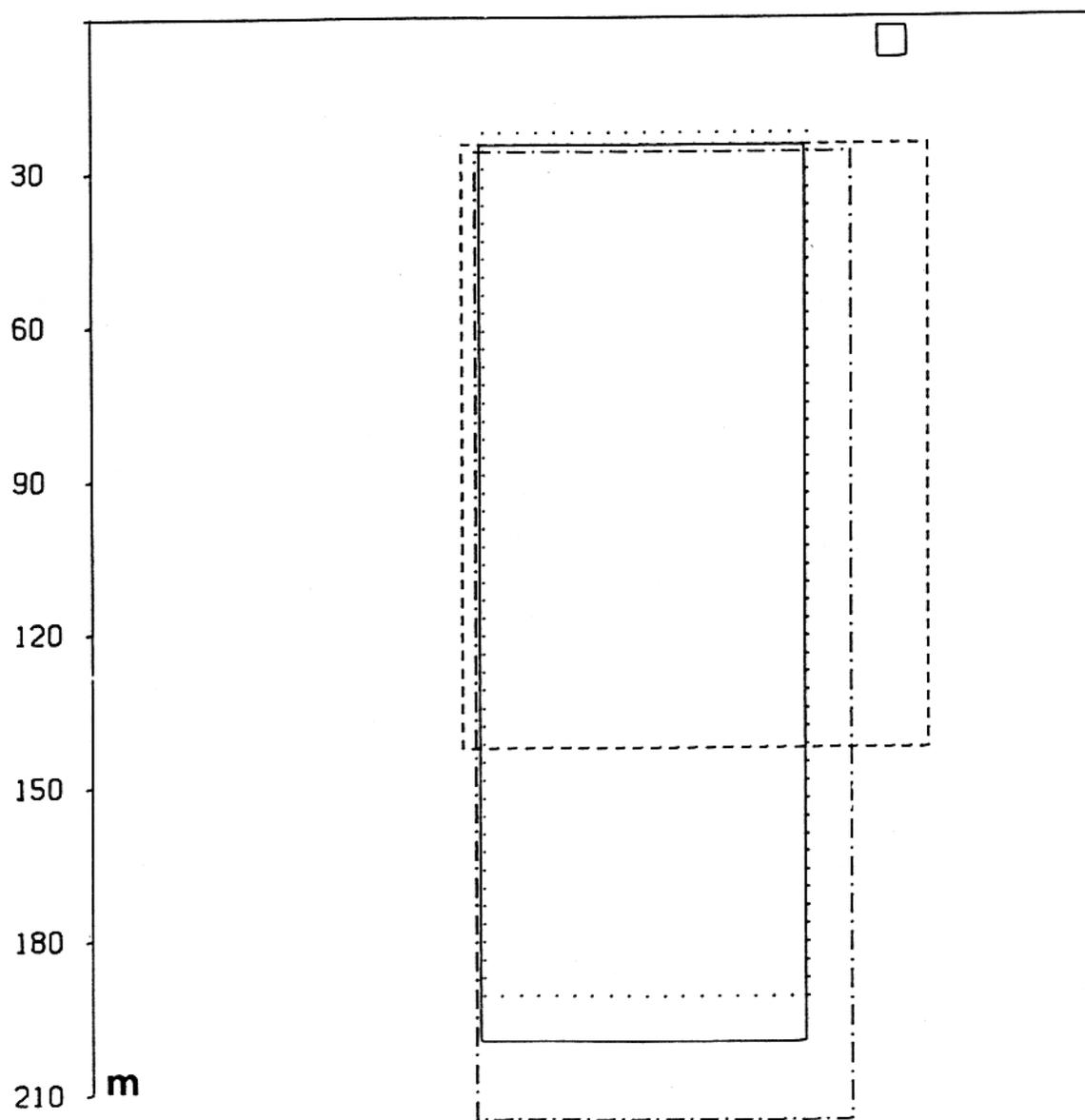
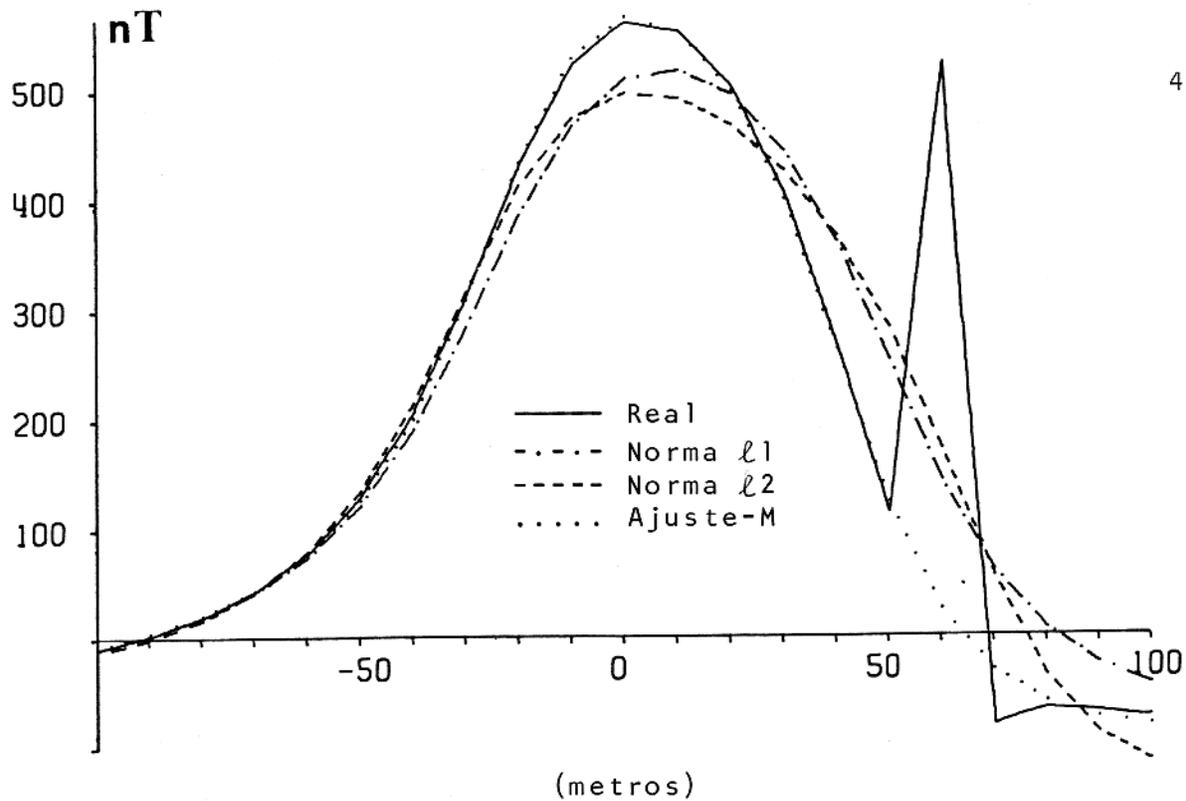


FIG.19 - Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso) em que a fonte de ruído está afastada do corpo principal.

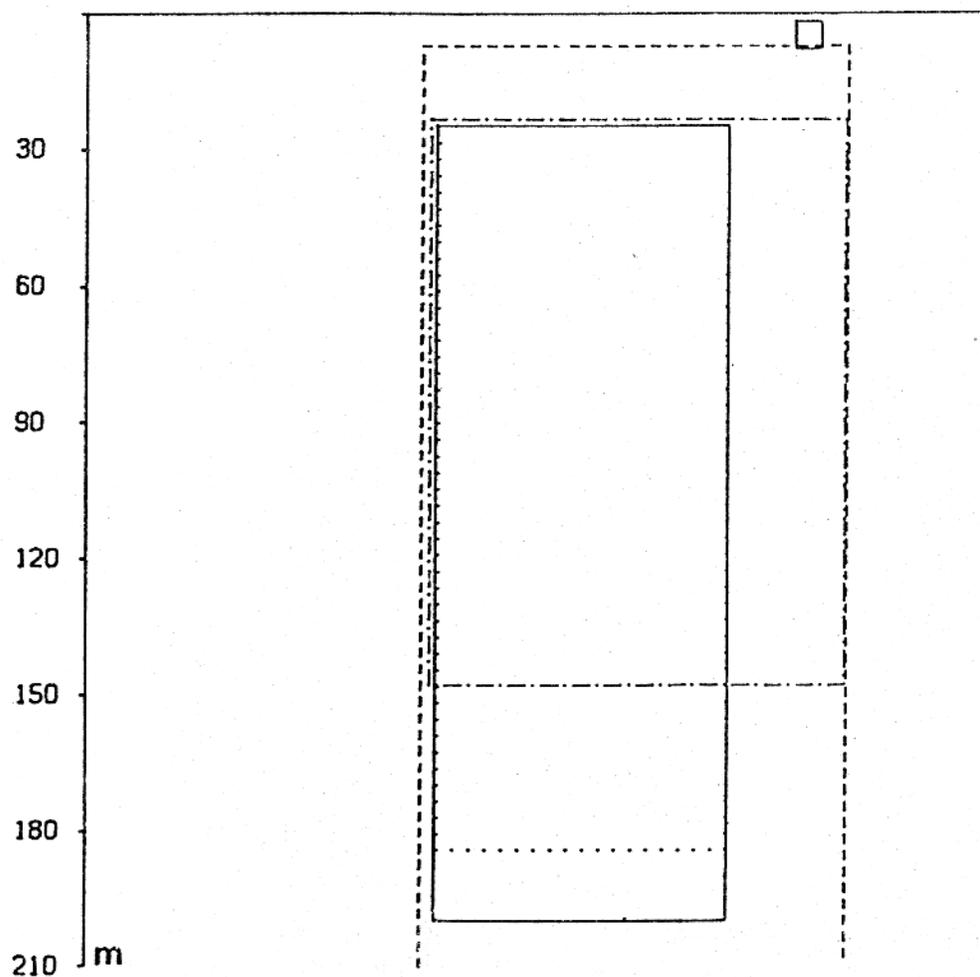
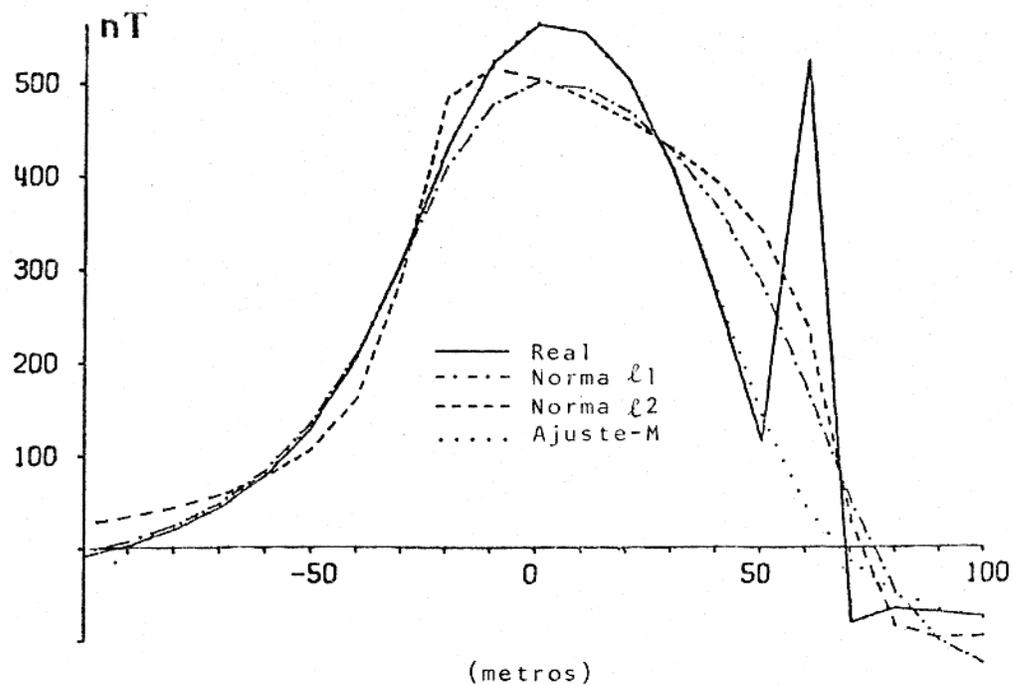


FIG.20 - Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso) em que a fonte de ruído está afastada do corpo principal usando aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 19. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.

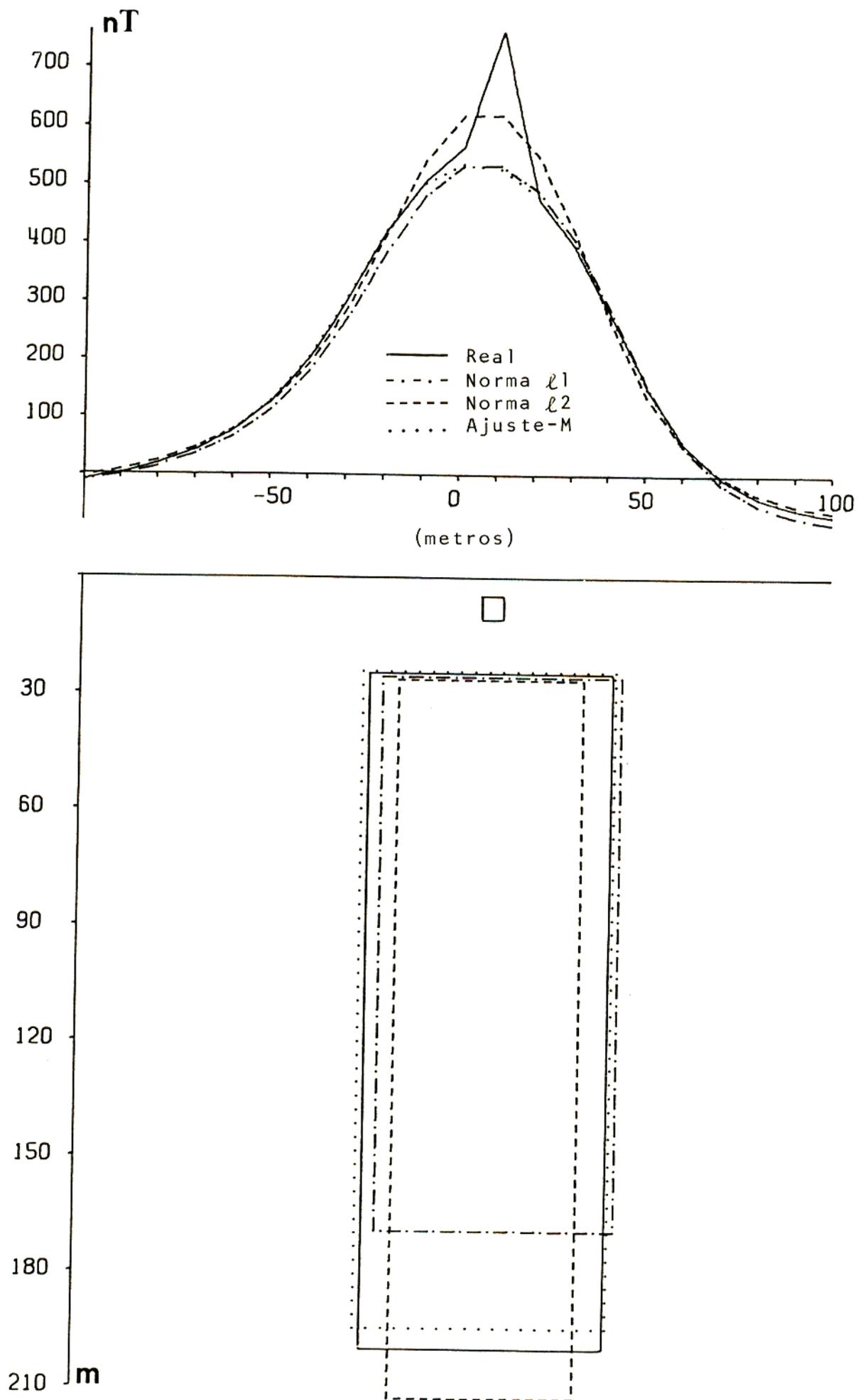


FIG. 21 - Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso) em que a fonte de ruído está diretamente acima do corpo principal.

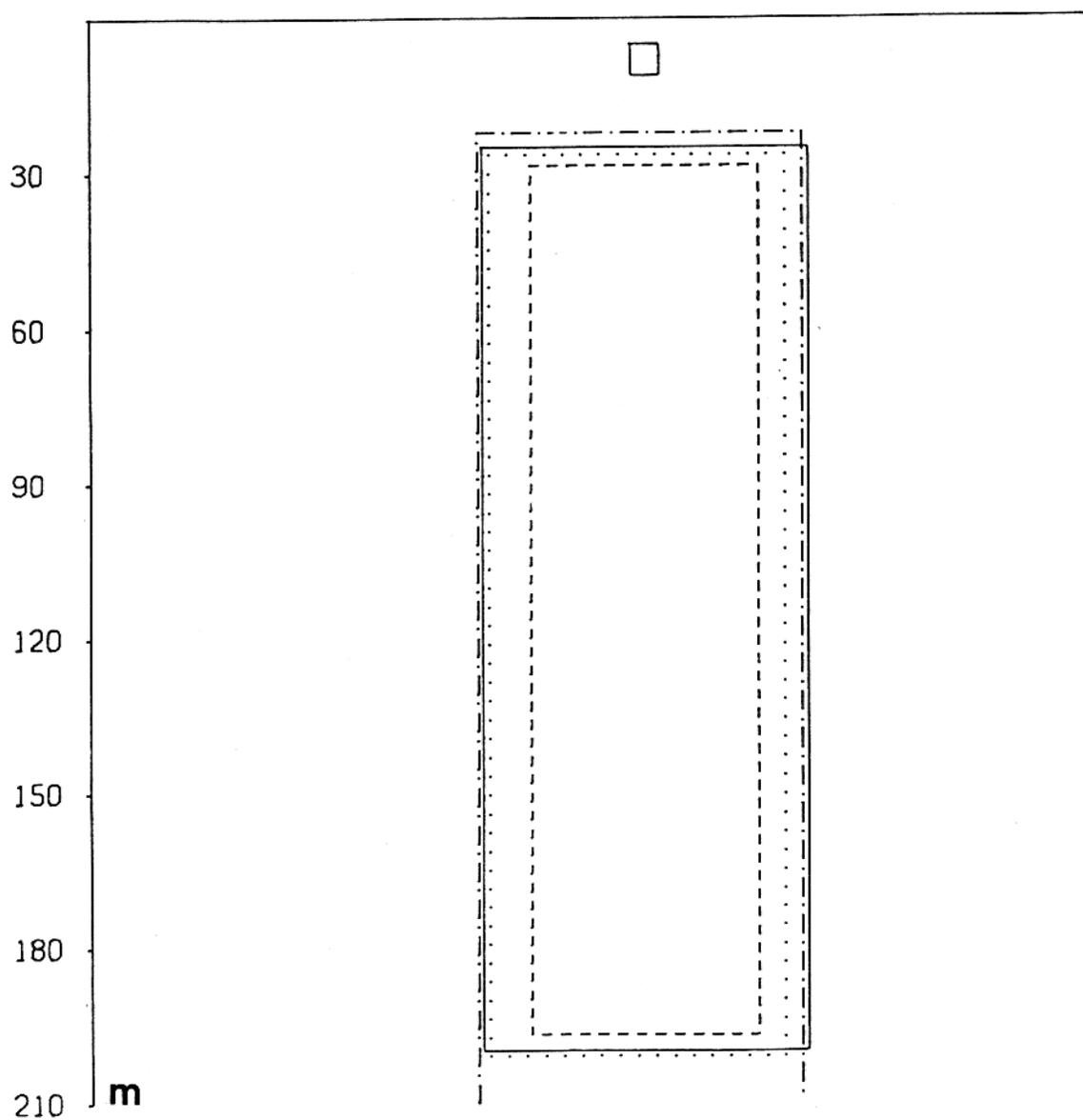
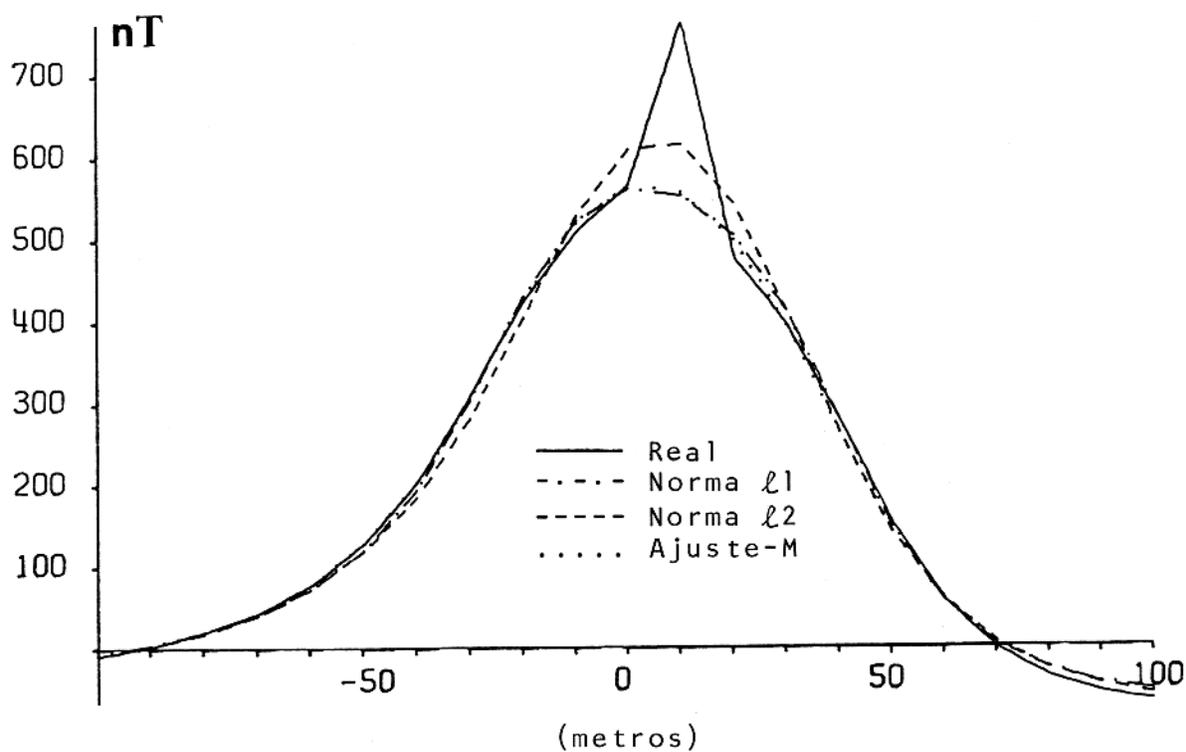


FIG.22 - Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (pequeno corpo raso) em que a fonte de ruído está diretamente acima do corpo principal usando aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 21. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.

pos rasos, sendo que a norma ℓ_1 apresenta desempenho superior à norma ℓ_2 .

3.2.3 Efeito de Corpo Interferente Grande

a) Neste teste a interferência é devida a um corpo de, mesmas dimensões, com mesmo módulo do vetor magnetização do corpo principal (o que está localizado diretamente abaixo das observações), mas deslocado de 140m, estando portanto localizado fora do perfil de observações (figura 23). Usou-se o valor de $\lambda = 0,1$ para a ℓ_1 . Os resultados obtidos encontram-se ilustrados na figura 23, que mostra a geometria dos modelos reais e dos ajustados pelo ajuste-M e pelas normas ℓ_1 e ℓ_2 . A norma ℓ_2 fornece um ajuste muito pobre para a geometria do modelo, enquanto o ajuste-M fornece boas estimativas para a profundidade do topo e largura, a profundidade da base tem estimativa aceitável. A norma ℓ_1 apresenta boa estimativa apenas para a profundidade do topo, tendo os demais parâmetros geométricos estimativas aceitáveis.

b) Este teste é semelhante ao teste anterior mudando apenas a aproximação inicial dos parâmetros p_1 , p_2 , p_6 e p_7 . Os resultados estão ilustrados na figura 24.

Os dois últimos testes mostram que o ajuste-M é mais eficiente que as normas ℓ_1 e ℓ_2 quando os dados contêm influência de corpos grandes, sendo porém que a norma ℓ_1 apresenta melhor desempenho que a norma ℓ_2 .

3.2.4 Efeito de Modelo Interpretativo Errado

Neste teste as observações são devidas a um cilindro horizontal (figura 25). Os parâmetros com seus valores numéricos são descritos a seguir: profundidade do centro $p_1 = 45\text{m}$, raio $p_2 = 30\text{m}$, inclinação magnética $p_3 = 60^\circ$, azimute da magnetização com relação ao eixo $p_4 = 10^\circ$, posição $p_5 = 10\text{m}$ e módulo do vetor magnetização $p_6 = 2,5 \text{ A/m}$. O modelo interpretativo postulado é o prisma vertical finito da figura 2. O valor de λ usado para a norma ℓ_1 foi 0,1. A figura 25 mostra as geometrias do modelo real e as ajustadas pelo ajuste-M e pelas normas ℓ_1 e ℓ_2 . O ajuste-M e as normas ℓ_1 e ℓ_2 fornecem bons ajustes do modelo postulado,

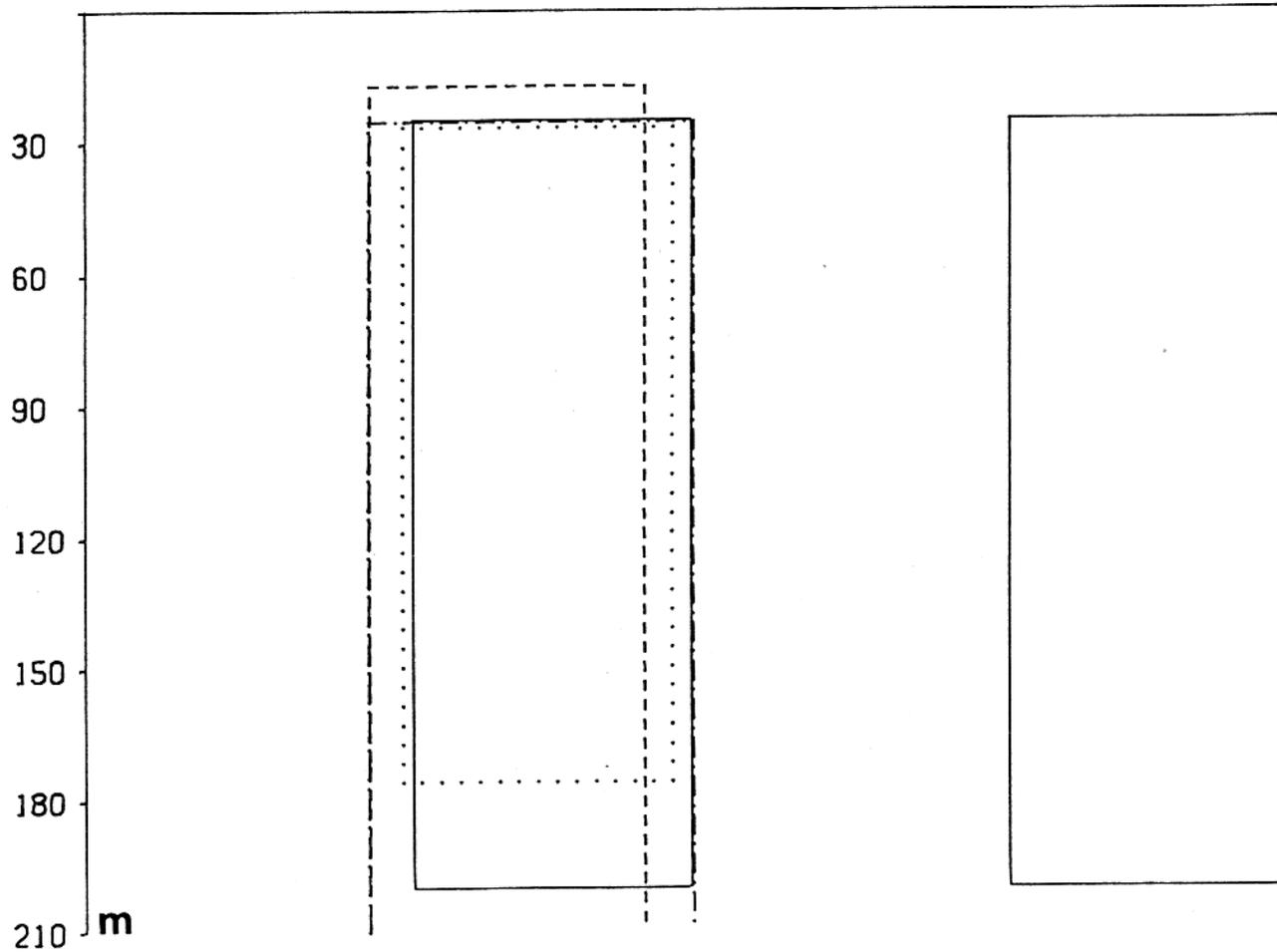
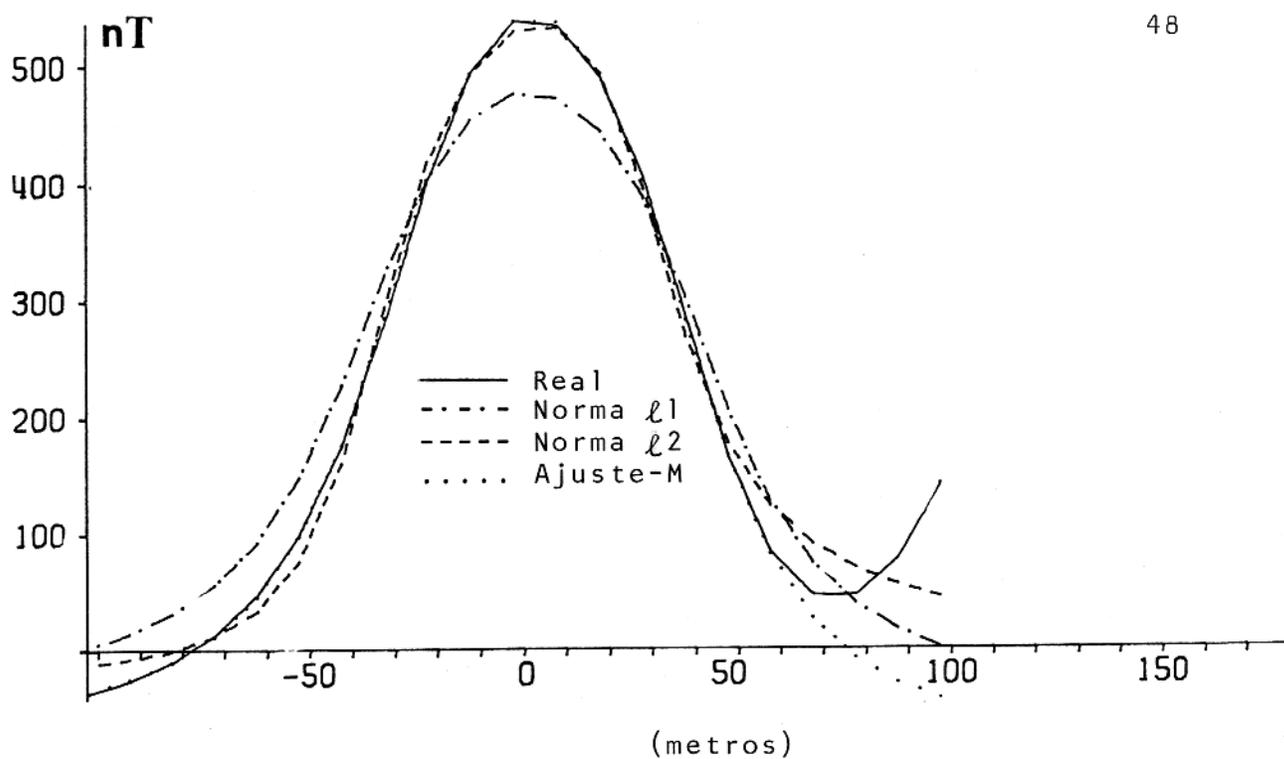


FIG. 23 - Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande interfere) onde a fonte de ruído está situada fora do perfil observado. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.

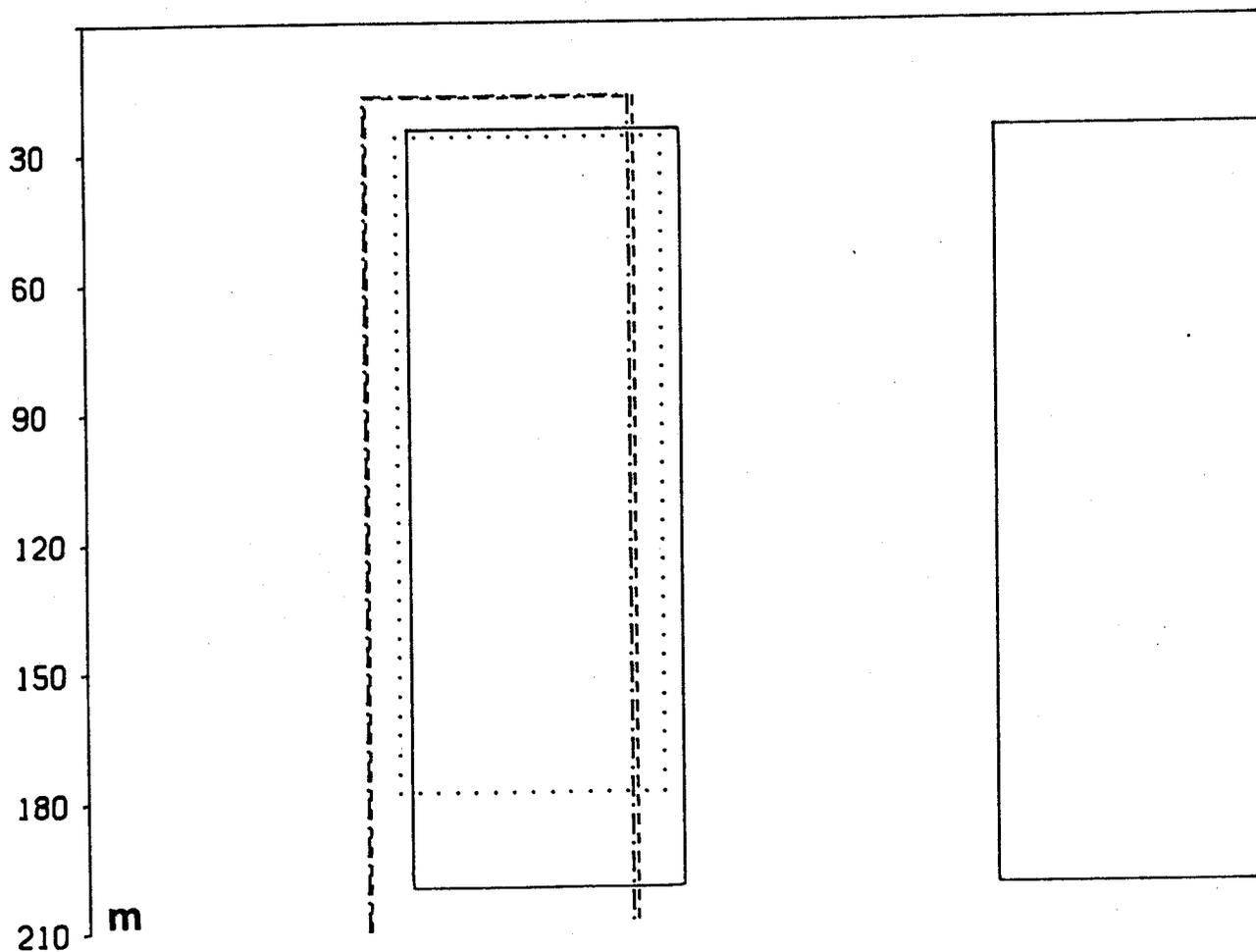
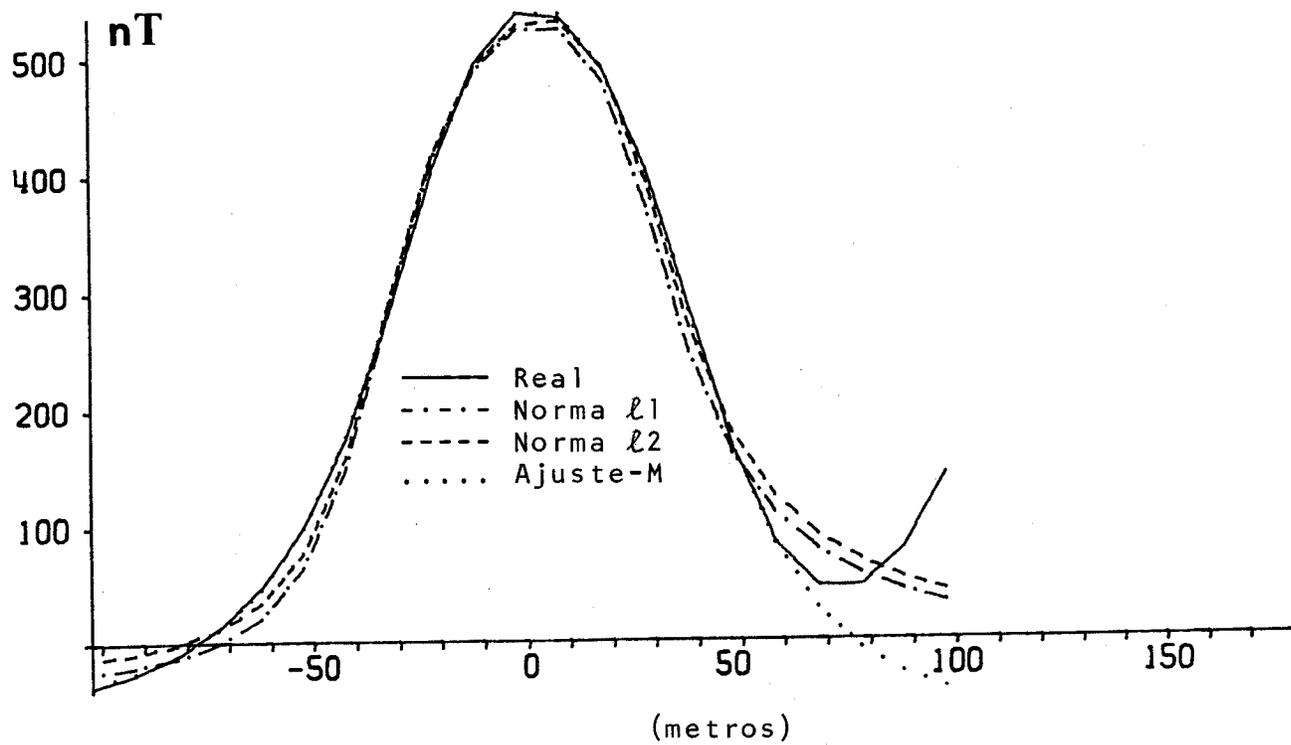


FIG.24 - Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com ruído geológico (corpo grande interferente) usando aproximação inicial dos parâmetros diferente da empregada no teste mostrado na figura 23. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica profundidade da base maior que 210m.

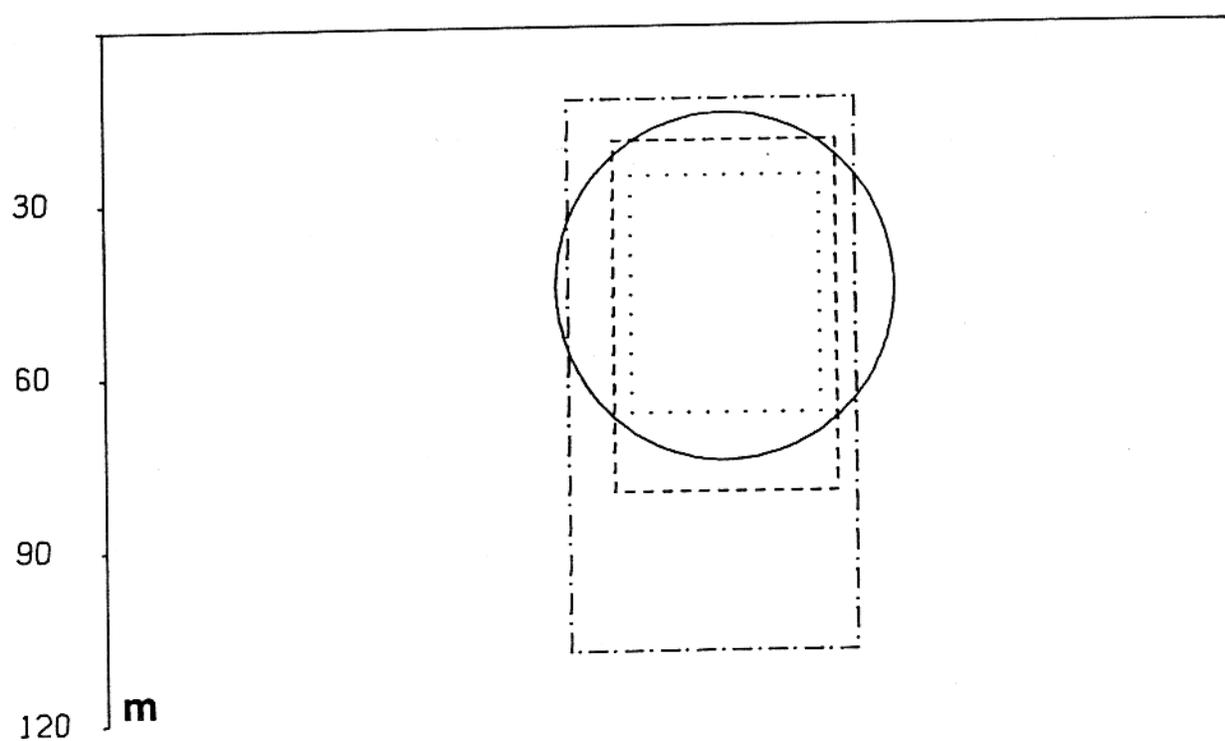
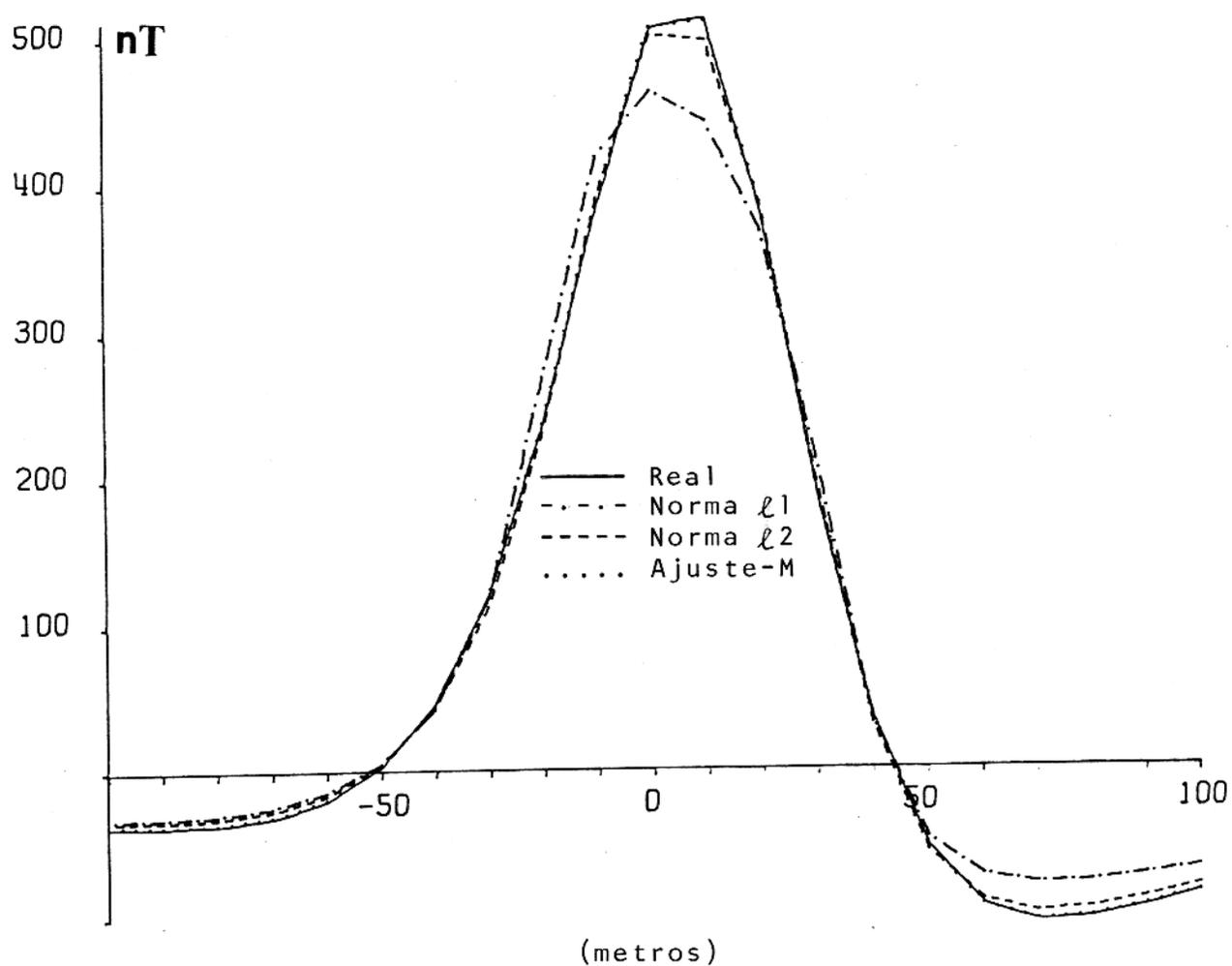


FIG.25 - Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com modelo interpretativo errado.

sendo que o ajuste-M apresenta melhores resultados, seguido da norma $\&2$.

3.2.5 Estimativa do Módulo, Inclinação e Azimute em relação ao eixo y do vetor Magnetização.

Os testes descritos acima mostram comparações entre as normas $\&1$ e $\&2$ e o ajuste-M baseadas apenas na geometria e posição dos modelos estimados em relação ao real. A fim de comparar os métodos com base nas estimativas do módulo, inclinação e azimute do vetor magnetização, estas foram compiladas nas tabelas 5,6,7,8,9 e 10 abaixo para os testes descritos acima.

Tabela 5. Módulo do vetor magnetização expresso em unidades de 10^{-2} A/m

	Ruído Gaussiano		Modelo Errado
	(a)	(b)	(a)
Real	250	250	250
Norma $\&1$	298	259	185
Norma $\&2$	257	258	276
Ajuste-M	349	258	467

Tabela 6. Módulo do vetor magnetização expresso em unidades de 10^{-2} A/m

	Ruído Geológico					
	(pequeno corpo raso)				(interferência)	
	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)
Real	250	250	250	250	250	250
Norma $\&1$	219	273	337	212	188	172
Norma $\&2$	211	210	290	320	180	170
Ajuste-M	219	294	205	235	228	224

	Ruído Gaussiano		Modelo Errado
	(a)	(b)	
Real	60	60	60
Norma $\lambda 1$	83	76	54
Norma $\lambda 2$	81	76	76
Ajuste-M	84	76	78

Tabela 8. Inclinação magnética expressa em graus

	Ruído Geológico					
	(pequeno corpo raso)				(interferência)	
	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)
Real	60	60	60	60	60	60
Norma $\lambda 1$	59	39	66	63	56	55
Norma $\lambda 2$	58	29	79	84	51	56
Ajuste-M	67	48	75	84	79	84

Tabela 9. Azimute do vetor magnetização em relação ao eixo y expresso em graus.

	Ruído Geológico					
	(pequeno corpo raso)				(interferência)	
	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)
Real	10	10	10	10	10	10
Norma $\lambda 1$	7	14	21	8	6	25
Norma $\lambda 2$	25	8	31	55	20	25
Ajuste-M	23	8	24	50	14	30

Tabela 10. Azimute do vetor magnetização em relação ao eixo y expresso em graus.

	Ruído Gaussiano		Modelo Errado
	(a)	(b)	
Real	10	10	10
Norma $\lambda 1$	37	17	10
Norma $\lambda 2$	28	17	52
Ajuste-M	65	18	90

O ajuste-M e a norma $\lambda 1$ fornecem melhores estimativas do

módulo do vetor magnetização comparada às estimativas produzidas pela norma ℓ_2 , com exceção de alguns testes (tabela 5 e 6). Na estimativa da inclinação e azimute do vetor magnetização a norma ℓ_1 apresenta desempenho superior ao ajuste-M e à norma ℓ_2 (tabelas 7,8,9 e 10).

4. APLICAÇÃO A UMA ANOMALIA REAL

Nesta seção mostramos os resultados da aplicação do método do ajuste-M, dos mínimos quadrados e dos mínimos absolutos a dados magnéticos reais. O campo anômalo observado é devido a uma intrusão de diabásio, em forma de dique que corta os sedimentos arenosos da Formação Piauí da Bacia do Parnaíba (figura 26).

A Bacia do Parnaíba se estende por uma área de aproximadamente 600.000Km² e é constituída por sedimentos que atingem cerca de 3.200m de espessura e por rochas vulcânicas básicas (PETROBRÁS e DNPM, 1979). A evolução estrutural da Bacia compreende duas fases principais. A primeira relaciona-se à seção sedimentar do paleozóico constituída de sedimentos clásticos depositados em ambiente marinho, desenvolvido no Siluriano; Devoniano e parte do Carbonífero e por sedimentos clásticos e químicos, que desenvolveram-se no Carbonífero, Permiano até o Triássico. A segunda fase, que ocorreu entre o Juro Triássico e o Cretáceo, é atribuída ao tectonismo de ruptura do continente gonduânico, onde se registra intenso vulcanismo básico e falhas tensionais.

A Formação Piauí é de idade neocarbonífera constituída de arenitos vermelhos e amarelos, finos a médio, eventualmente grossos, estratificados com intercalações de folhelhos e siltos vermelhos e róseo arroxeados. Os arenitos são friáveis e sua coloração é devida a uma película de óxido de ferro (limonita ou hematita) que os envolvem (Faria Jr., 1979). Nos estudos geológicos desses arenitos não se encontra informação sobre a presença de minerais pesados magnéticos.

As observações do campo magnético total foram coletadas ao longo de um perfil perpendicular à direção do dique de diabásio aflorante evidenciado pelo círculo na figura 26. A superfície topográfica na vizinhança do perfil é aproximadamente plana e horizontal (figura 27).

O modelo interpretativo postulado foi o prisma verti

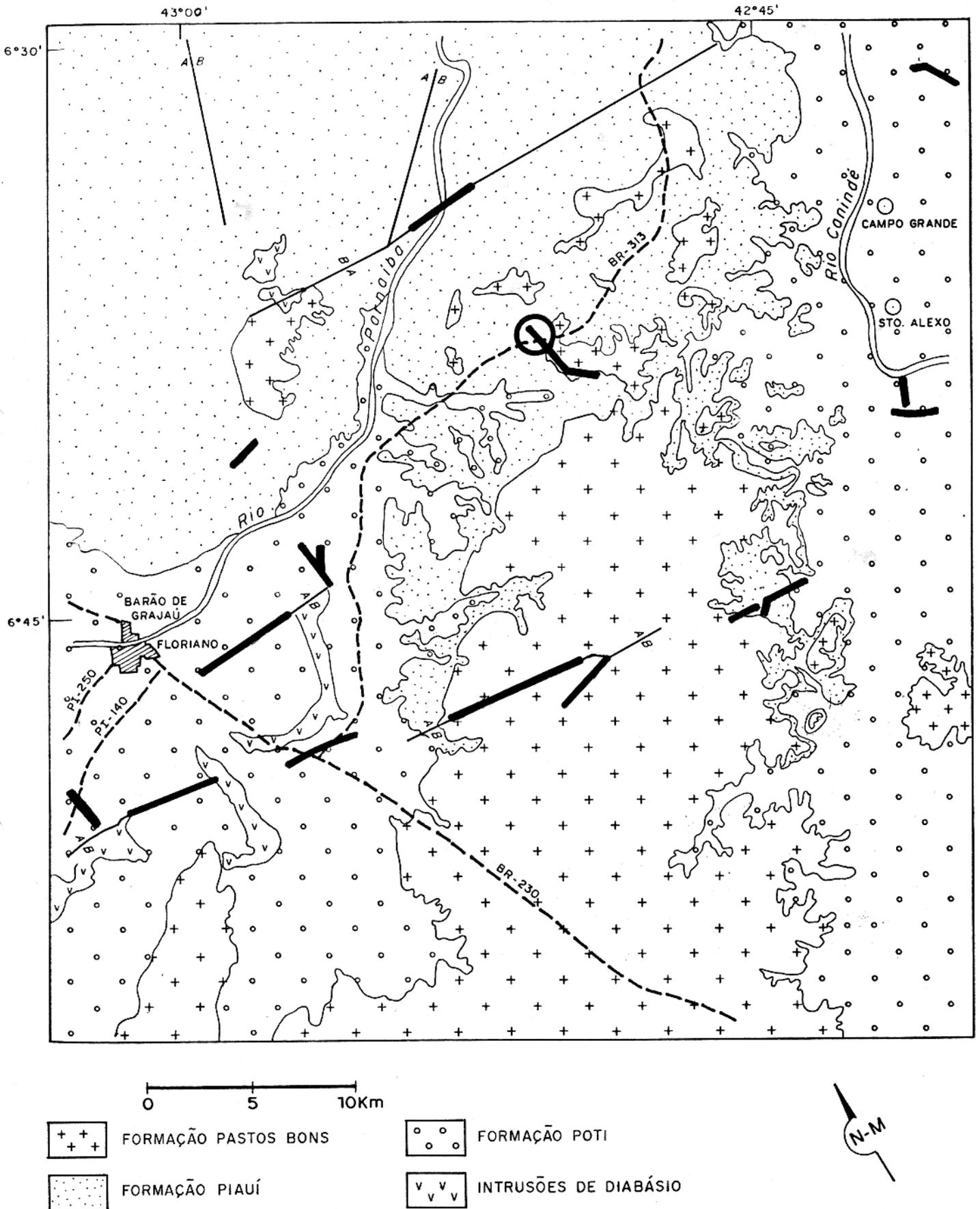


FIG. 26 - Mapa geológico da área de Floriano, segundo carta geológica PETROBRÁS / DNPM, 1979.

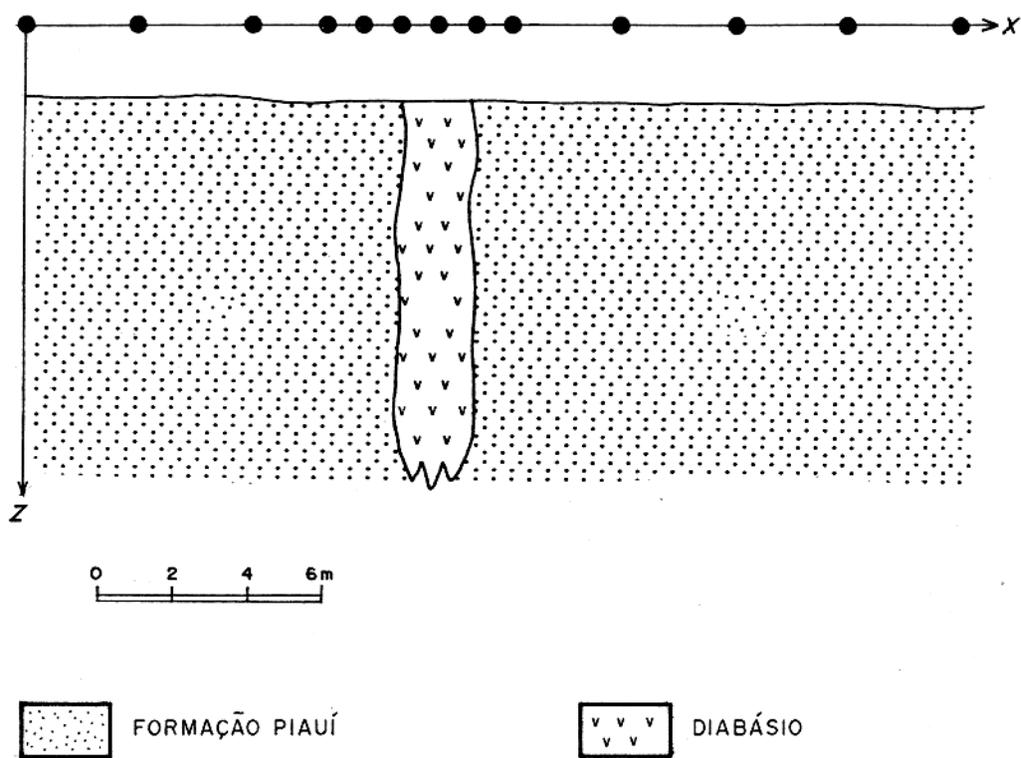


FIG.27 - Perfil geológico perpendicular à direção do dique mostrando as posições dos pontos de observação.

cal infinito ao longo do eixo y (perpendicular à direção do perfil) e semi infinito ao longo do eixo z. O campo magnético total devido a esse modelo é dado pela eq. 21. O vetor de parâmetros a ser determinado tem seis componentes descritas a seguir: profundidade do topo p1, largura p2, inclinação magnética p3, azimute da magnetização em relação ao eixo y p4, módulo do vetor magnetização p5 e coordenada horizontal do centro do corpo p6. Os valores verdadeiros dos parâmetros geométricos e posição do corpo real forma medidos no campo e são: p1=1,9m (altura do sensor), p2=2m e p6=11m.

O diabásio é de idade Cretáceo Inferior (Guerreiro, 1983) e se encontra bastante intemperizado. Através de amostras dessa rocha, coletadas na superfície, constatou-se que a magnetita foi quase que totalmente oxidada pelo intemperismo, impossibilitando assim a determinação da susceptibilidade magnética. A susceptibilidade magnética para esse diabásio foi estimada através da média dos valores de susceptibilidade medidos em vinte amostras frescas de diabásio da Bacia do Parnaíba próximo da área estudada. O valor médio encontrado foi de 0,05 SI.

Em virtude das características mineralógicas da rocha encaixante, sua susceptibilidade magnética foi postulada como sendo praticamente nula. O campo geomagnético local tem inclinação de -5° e azimute de 25° em relação ao eixo y.

Dois testes foram realizados supondo magnetização induzida e remanescente. Nos dois casos, os processos iterativos da minimização das normas λ_1 e λ_2 são interrompidos na iteração em que a diferença entre os qui-quadrados reduzidos de duas iterações sucessivas apresenta uma brusca diminuição. O valor de λ usado para a minimização da norma λ_1 foi 0,15.

a) Neste teste a magnetização é, a priori, suposta induzida. A figura 28 ilustra os resultados. A norma λ_1 estima bem a profundidade do topo os demais parâmetros tem estimativas aceitáveis. A norma λ_2 e o ajuste-M fornecem estimativas boas para a largura e aceitáveis para os demais parâmetros. A profundidade do topo estimada pelos três métodos é maior que a verdadeira.

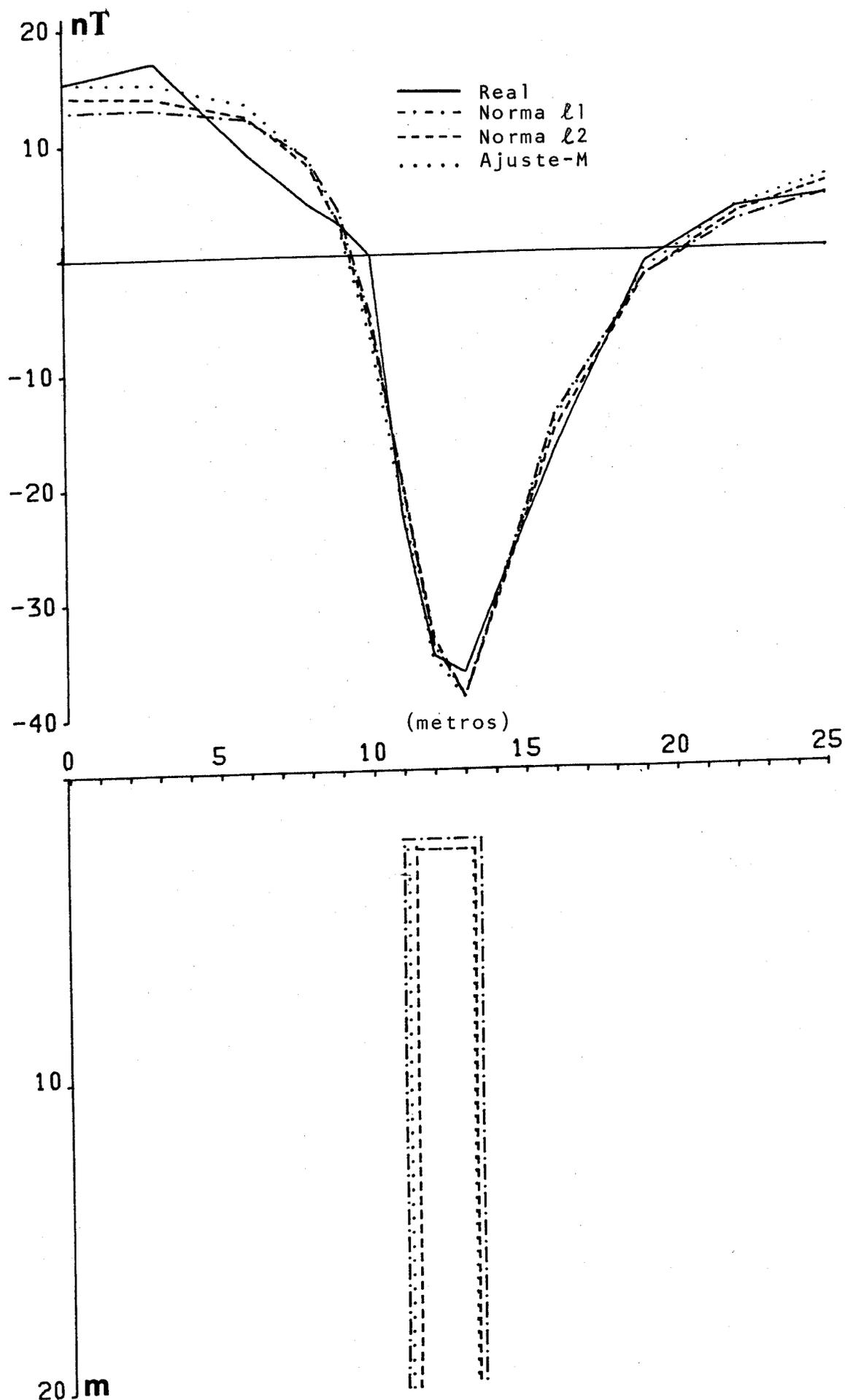


FIG.28 - Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com dados reais. Estrutura geológica com a parte horizontal inferior em branco indica espessura semi-infinita.

b) Neste teste usamos magnetização remanescente cuja existência foi evidenciada, principalmente, pelo deslocamento da posição do corpo determinada no teste (a) acima. Sua inclinação de 27° e azimute de 210° foram fixados durante o processo iterativo.

As geometrias e as posições dos modelos estimados estão ilustrados na figura 29. A posição do corpo foi bem determinada por todos os métodos, entretanto, a largura estimada pelas normas λ_1 e λ_2 é boa, porém inferior à fornecida pelo ajuste-M. A profundidade do topo estimado pelos três métodos é bem maior que a verdadeira.

Estes testes mostram que se existir magnetização remanescente nos dados e não for levada em consideração um dos parâmetros mais atingido será a posição do centro do corpo. O fato das estimativas da profundidade do topo serem maior do que a verdadeira é provavelmente devido à alteração da rocha na superfície pela ação do intemperismo.

Os testes descritos nesta seção mostram comparações entre as normas λ_1 e λ_2 e o ajuste-M baseadas apenas na geometria e posição dos modelos estimados com relação ao real. A fim de comparar os métodos com base nas estimativas do módulo, inclinação e azimute em relação ao eixo y do vetor magnetização, estas foram compiladas nas tabelas 11, 12 e 13 abaixo para os testes descritos acima.

Tabela 11. Módulo do vetor magnetização expresso em unidades de 10^{-2} A/m.

	(a)	(b)
Norma λ_1	105	98
Norma λ_2	128	141
Ajuste-M	122	146

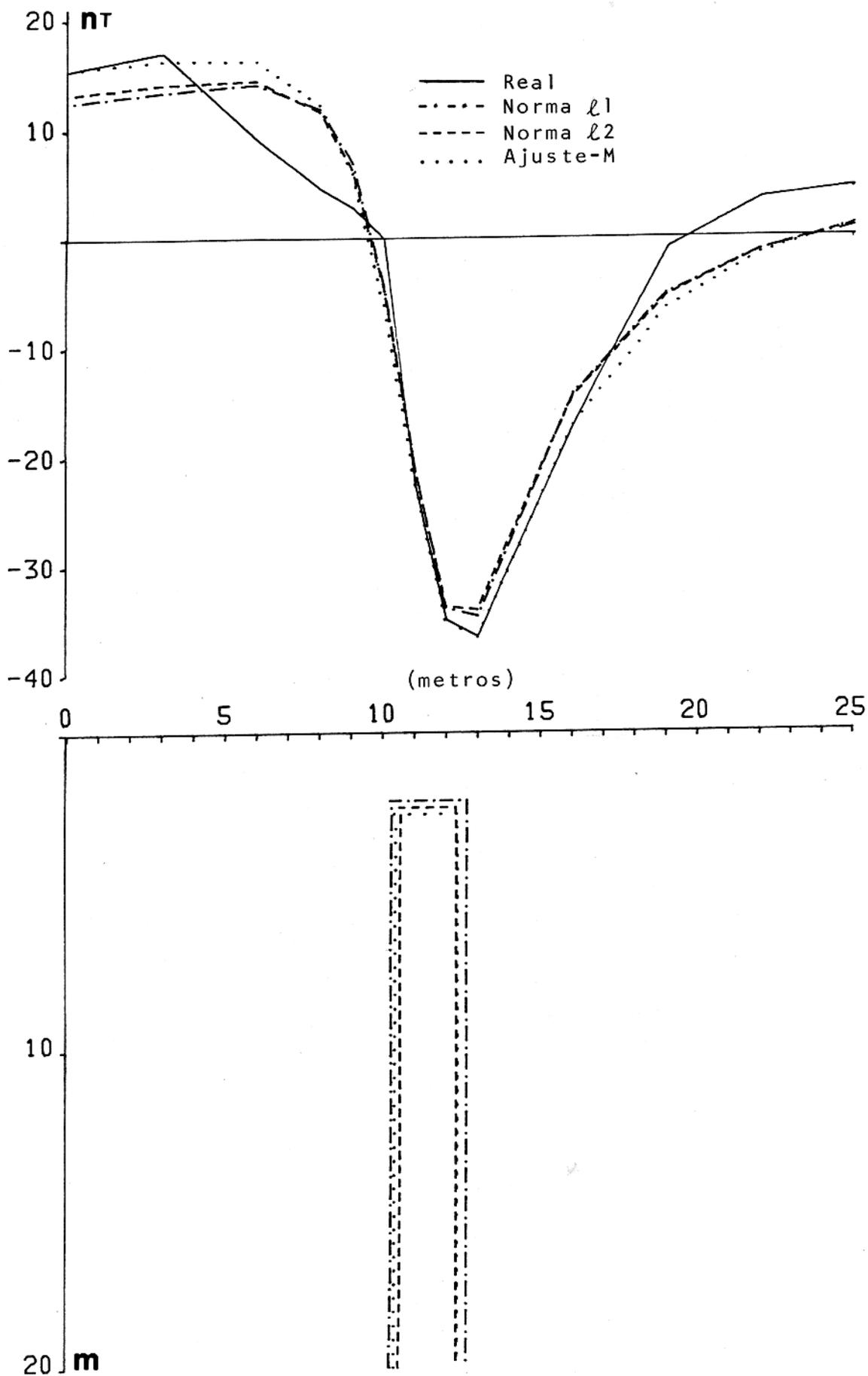


FIG.29 - Campo magnético (acima) e modelo interpretativo (abaixo) para o teste com dados reais usando in formação sobre a magnetização remanescente. Es trutura geológica com a parte horizontal inferi or em branco indica espessura semi-infinita.

Tabela 12 - Inclinação magnética expressa em graus.

	(a)
Norma λ_1	20
Norma λ_2	23
Ajuste-M	23

Tabela 13 - Azimute do vetor magnetização em relação ao eixo y expresso em graus.

	(a)
Norma λ_1	27
Norma λ_2	35
Ajuste-M	34

As estimativas obtidas acima para o módulo do vetor magnetização, correspondem a uma susceptibilidade magnética de 0,048 SI, o que está em acordo com os valores de susceptibilidade de média medidos para os diabásios da área estudada.

As estimativas da inclinação e azimute do vetor magnetização, sob a hipótese de predominância de magnetização induzida, estão consistentemente diferentes dos valores do campo geomagnético, indicando presença de magnetização remanescente.

5. CONCLUSÕES

Este trabalho consiste na comparação entre os métodos dos mínimos quadrados, dos mínimos absolutos e do ajuste-M aplicados à inversão não-linear de dados de campo potencial. A comparação é feita empregando-se dados teóricos em perfil devidos a um modelo de prisma bi-dimensional finito em profundidade.

Foram analisados casos de contaminação dos dados pela presença de ruídos Gaussianos, bem como pela interferência devida a fontes não levadas em conta pelo modelo interpretativo (ruído geológico). O efeito combinado do ruído Gaussiano e geológico com e sem filtragem, assim como o efeito de se postular um modelo interpretativo errado foram também investigados.

Os resultados obtidos são em geral, semelhantes tanto para a gravimetria como para a magnetometria. Na presença de ruído Gaussiano, o ajuste-M apresenta desempenho inferior aos outros dois métodos, que mostram resultados equivalentes. Na presença de ruído geológico, entretanto, o ajuste-M produz resultados excelentes, seguido do método dos mínimos absolutos. O método dos mínimos quadrados neste caso apresenta desempenho extremamente pobre. Na presença do efeito combinado de ruído geológico e ruído Gaussiano, sem remoção de parte do ruído Gaussiano, nenhum dos três métodos apresenta desempenho satisfatório, porém no caso em que parte do ruído aleatório é removido o ajuste-M apresenta desempenho superior aos outros dois métodos. No caso de se postular um modelo interpretativo errado os três métodos apresentam desempenhos satisfatórios sendo que o ajuste-M é mais eficiente, seguido dos mínimos quadrados.

Do exposto acima concluímos que, numa situação real, onde é comum a presença de ambos ruído geológico e ruído Gaussiano, nenhum dos três métodos aqui considerados deve ser em

pregado diretamente. Entretanto, parte do ruído Gaussiano presente pode ser eliminado sem muita perda do sinal, uma vez que esse ruído contém componentes em todos os números de onda, devidos a erros instrumentais, de posicionamento e discretização dos dados. Assim, o sinal devido à fonte principal e as fontes interferentes podem ser parcialmente separados do ruído Gaussiano por um filtro que corte os altos números de onda. O sinal filtrado pode então ser interpretado, com sucesso através do método do ajuste-M que é pouco sensível à presença de ruído geológico.

A restrição mais séria ao uso do ajuste-M é a presença de ruído Gaussiano nas observações, que pode ser contornada conforme descrito acima. A outra restrição é a demanda computacional ser entre 6 e 10 vezes maior comparada com os mínimos quadrados e mínimos absolutos. Existem, no entanto, algoritmos mais eficientes que o empregado neste trabalho para o cálculo do ajuste-M, que o torna comparável com os mínimos quadrados em termos de tempo de computação (Hajagos, 1980).

A restrição mais séria ao uso dos mínimos absolutos é a sua sensibilidade ao parâmetro de Marquardt inicial e a subjetividade na escolha desse parâmetro para cada tipo de ruído presente, conforme discutido no início da seção 3.

Numa situação prática as anomalias podem certamente apresentar uma complexidade bem maior do que as situações modeladas neste trabalho. Acreditamos no entanto que os resultados apresentados representam uma contribuição no sentido de direcionar futuras pesquisas voltadas à interpretação de dados de campo potencial em áreas geologicamente complexas.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AL-CHALABI, M.-1972- Interpretation of gravity anomalies by nonlinear optimisation, Geophys. Prosp. 20(1):1-16.
- BARRODALE, I.; ROBERTS, F.D.K.-1974- Solution of an overdetermined system of equations in the ℓ_1 norm. ACM. Comm. 17(6): 319-320.
- BEVINGTON, R.P.-1969- Data reduction and error analysis for the physical sciences, 1st ed., New York, McGraw-Hill Book, 336p.
- BHATTACHARYYA, B.K.-1980- A generalized multibody model for inversion of magnetic anomalies. Geophysics. 45(2):255-270.
- BRAILE, L.W.; KELLER, G.R.; PEEPLES, W. J.-1974- Inversion of gravity data for two-dimensional density distributions. J. Geophys. Res. 79(14): 2017-2021.
- CLAERBOUT, J.F.; MUIR, F.-1973- Robust modeling with erratic data. Geophysics. 38(5):826-844.
- COLES, R.L.-1976- A flexible iterative magnetic anomaly interpretation technique using multiple rectangular prisms. Geexpl. 14:125-141.
- CORBATO', C.E.-1965- A least-squares procedure for gravity interpretation. Geophysics. 30(2):228-233.
- CRIBB, J.-1976- Application of the generalized linear inverse to the inversion of static potential data. Geophysics. 41(6): 1365-1369.
- FARIA Jr., L.E.C.-1979- Estudo sedimentológico da Formação Pedra de Fogo-Permiano, Bacia do Maranhão. Tese de Mestrado Belém, UFPA-CG. 70 p.
- FERENCZY, L.-1980- M-fitting in the processing of magnetotelluric data. Acta Geod. Geoph. et Mont. Hung.

15:45-48.

FISHER, N.J.; HOWARD, L.E.-1980- Gravity interpretation with the aid of quadrastic programming. *Geophysics*, 45(3): 403 - 419.

GOL'TSMAN, F.M., -1970- Estimates of moments of complex source distributions, *Bull. Acad. of Sci. USSR. Physics of the Solid Earth*. 2(12):768-773.

GOL'TSMAN, F.M.-1975- Statistical theory for the interpretation of geophysical fields. *Bull. Acad. of Sci., USSR, physics of the solid Earth*. 11(1):33-35.

GUERREIRO, S.D.C.-1983- Paleomagnetismo de rochas vulcanicas do nordeste do Brasil e a época da abertura do Oceano Atlantico Sul. Tese de Doutorado. Belém, UFPA-CG. 148p.

GUPTA, O. P.-1983- A least-squares approach to depth determination from gravity data. *Geophysics*. 48:357-360.

HAGGOS, B.-1980- Method for the rapid calculation of the most frequent value and M-fitting problems. *Acta Geodaet. Geophys. et Montannist. Acad. Sci. Hung.* 15:75-85.

HALL, D.H.-1958- Least squares in magnetic and gravity interpretation, *Trans. AGU*. 39(1):35-39.

HARTMAN, R.R.; TESKEY, D.J.; FRIEDBERG, J.L.-1971- A system for rapid digital aeromagnetic interpretation. *Geophysics*. 36:891-918.

HJELT, S.E.-1973- Experiences with automatic magnetic interpretation using the thick plate model. *Geophys. Prosp.* 21(2):243-265.

HOERL, A.E.; KENNARD, R.W.-1970a- Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems. *Technometrics*, 12: 55-67.

- HOERL, A.E.; KENNARD, R.W.-1970b- Ridge regression: Applications to nonorthogonal problems. *Technometrics*. 12:69-82.
- JACKSON, D.D.-1979- The use of a priori data to resolve non-uniqueness in linear inversion. *Geophys. J.R. Astr. Soc.* 57:137-157.
- JOHNSON, W.W.-1969- A least-squares method of interpreting magnetic anomalies caused by two-dimensional structures. *Geophysics*. 34(1):65-74.
- KALININA, T. B.-1976- Statistical algorithms for interpreting magnetic and gravitational anomalies. *Bull. Acad. of Sci., USSR, Physics of the solid Earth*. 12(8): 518-521.
- LAST, B.J.; KUBIK, K.-1983- Compact gravity inversion. *Geophysics*, 48(6):713-721.
- MARQUARDT, D.W.-1963- An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *J. Soc. Indust. Appl. Math.* 11(21): 431-441.
- MCGRATH, P.H; HOOD, P.J.-1970- The dipping dike case: a computer curve-matching method of magnetic interpretation. *Geophysics*. 35:831-848.
- MCGRATH, P.H.; HOOD, P.J.-1973- An automatic least-squares multimodel method for magnetic interpretation. *Geophysics*. 38(2):349-358.
- MENKE, W.-1984- *Geophysical data analysis*, Oregon, Academic Press. 280 p.
- O'BRIEN, D.-1972- CompuDepth, a new method for depth to basement computation. In. Trabalho apresentado na 42ª reunião da Society of Exploration Geophysicists, Anaheim, California, 29 de novembro, pp. 1-48.
- OLDENBURG, D.W.-1974- The inversion and interpretation of

- gravity anomalies. *Geophysics*. 39(4): 526-536.
- PEDERSEN, L.B.-1977- Interpretation of potential field data-
A generalized inverse approach. *Geophys. Prosp.* 25(2): 199-
230.
- PETROBRAS e DNPM-1979- Carta geológica da Bacia do Parnaíba, Fo
cha SB, 23-Z-B Floriano.
- RICHARD, V.; BAYER, R.; CUER, M.-1984- An attempt to formulate
well-posed questions in gravity. Application of nonlinear
inverse techniques to mining exploration. *Geophysics*. 49:
1781-1793.
- SABATIER, P.C.-1977- On Geophysical inverse problems and
constraints. *J. Geophys.* 43:115-137.
- SILVA, J.B.C.; HOHMANN, G.W.-1983- Nonlinear magnetic inversion
using a random search method. *Geophysics*. 48(12):1645-1658.
- STEINER, F.-1980- M-fitting (fitting according to the most
frequent value) and its comparison with the method of least
squares. *Acta. Geodaet., Geophys. et Montanist.* 15(1):37-44.
- TANDER, J.G.-1967- An automated method of gravity
interpretation. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 13:339-347.
- TELFORD, W.M.; GELDART, L.P.; SHERIFF, R.E.; KEYS, D.A.-1976-
Applied geophysics. London, Cambridge, University Press. 860p.
- VIGNERESSE, J.L.-1977- Linear Inverse Problem in Gravity Profile
Interpretation. *J. Geophys.* 43:193-213.
- VIGNERESSE, J.L.-1978- Damped and Constrained Least Squares
Method with application to Gravity Interpretation. *J.*
Geophys. 45:17-28.
- VOGEL, A.-1964- Least squares in three-dimensional gravity
and magnetic interpretation. *Geoexpl.* 2(1):1-19.

WHITEHILL, D.E.-1973- Automated interpretation of magnetic anomalies using the vertical prism model. Geophysics.38(6): 1070-1987.