

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

MAPEAMENTO DO RELEVO DO EMBASAMENTO DE
BACIAS SEDIMENTARES ATRAVÉS DA INVERSÃO
GRAVIMÉTRICA VINCULADA

TESE APRESENTADA POR
VALÉRIA CRISTINA FERREIRA BARBOSA

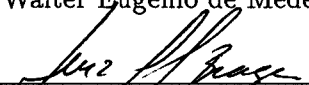
COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE
DOUTOR EM CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

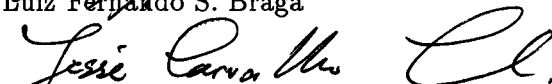
Data de Aprovação : 02 / 03 / 1998

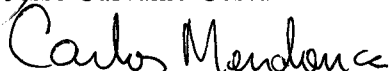
COMITÊ DE TESE:


Dr. João Batista Corrêa da Silva (Orientador)


Dr. Walter Eugênio de Medeiros (Coorientador)


Dr. Luiz Fernando S. Braga


Dr. Jessé Carvalho Costa


Dr. Carlos Alberto Mendonça

BELÉM

1998

A Bucheb

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi realizado ao longo de intermináveis dois anos nesta bela, porém distante cidade de Belém do Pará. Neste período de exílio e solidão algumas pessoas e instituições contribuíram, direta ou indiretamente, para a finalização deste trabalho e são a elas que, neste momento, expresso os meus sinceros agradecimentos.

Ao CNPq pelo suporte financeiro em forma de bolsa.

À UFPA pelo apoio logístico, tanto em termos da infra-estrutura das instalações que estão disponíveis inclusive nos fins de semana, como também pela manutenção do sistema computacional. Em especial, agradeço à secretária Benildes Lopes, à auxiliar de serviços gerais Dona Odinéia e aos dois gerentes da rede Ricardo Tavares e Dr. André Andrade.

Ao Dr. João Batista Corrêa da Silva que ao longo deste período tornou-se muito mais que um excelente orientador tornou-se um grande amigo.

Ao Dr. Walter Eugênio de Medeiros pela amizade e coorientação dedicadamente perfeita expressa em críticas, sugestões e infindáveis revisões.

Aos membros da banca examinadora Dr. Carlos Alberto Mendonça, Dr. Jessé Carvalho Costa e Dr. Luiz Fernando Santana Braga que de forma responsável e generosa realizaram a revisão deste trabalho resultando em ótimas sugestões.

Às instituições UFRN, LNCC, ON, UERJ e USP pelos convites recebidos de seus pesquisadores interessados em dar uma oportunidade de trabalho a esta recém-doutora.

Às professoras Dra. Sônia Guerreiro e Dra. Jacira Beltrão pelo incentivo e estímulo para a inicialização, realização e finalização deste trabalho.

Ao colega e professor Leão pelos solícitos auxílios computacionais:

Ao amigo Licurgo pelos dias de sobrevivência em São Paulo no congresso da SBGf-97.

Ao amigo Paulo Buarque pela preocupação em solucionar a minha vida profissional.

Aos amigos Hiroko, Ronaldo e Inaura que se tornaram para mim uma família a qual serei eternamente agradecida.

Aos amigos Mauro José, Ana Cristina e o pequeno Gabriel que me socorreram, com

enorme carinho, quando cheguei a Belém.

As minhas vizinhas Sra. Nelli e Yllen que sempre me ajudaram nas horas difíceis.

À companhia dos colegas Paulo Carvalho e Lúcia Costa que foi sempre presente nos inúmeros fins de semana.

Aos colegas de curso Cícero, Vinícius, Valdívia e Marcus pelas divertidas conversas.

Aos amigos de coração Ronaldo, Milberto e Garabito que estiveram sempre presentes em todos os dias deste trabalho.

Aos amigos Eduardo Salgado e Lurdes Salgado pelas animadas lanchas em Belém.

A todos os colegas da Academia Oficina do Corpo pelos descontraídos momentos, especialmente aos amigos Dr. Carlos Coimbra, Sra. Raiumunda e professor Evandro. Não poderia deixar de agradecer à famosa “Turma da Madrugada” que compõe, a não menos famosa, diretoria do “Escritório” que são os amigos Sérgio, Artur e Ronaldo.

À Ivanise Wolff pelos dezesseis anos de grande amizade e pelo apoio a distância via e-mail que foi fundamental neste período de isolamento em Belém.

À amiga Luzilene Gomes, cuja amizade foi uma das jóias preciosas que o curso de geofísica me proporcionou.

À amiga Sandrinha pelo carinho de “anja-da-guarda”, nestes muitos anos de amizade que nos une, estando sempre paciente e disposta a escutar esta velha amiga. Meus agradecimentos são extensivos a sua família, que são os meus dois sobrinhos de coração e opção Déco e Juninho e a nossa querida e saudosa Dinah.

Aos amigos Leonor, Wagner e Marina pelo grande incentivo.

Aos meus pais pelo amor, carinho e compreensão nestes muitos anos de ausência.

Ao meu grande amor Cláudio e minha irmã de coração Fernanda.

A Henrique pela amizade, cumplicidade e amor sempre presentes nestes milhões de anos.

Finalmente, a meu marido Bucheb pelo grande amor e companheirismo que nos une nestes nove anos. Em especial, agradeço a sua compreensão pelos muitos meses de ausência que se fizeram necessários para a conclusão desta tese. A sua participação foi mais do que importante, foi vital. Sem o seu incentivo constante e sem a sua força seria praticamente impossível estar, neste momento, escrevendo as últimas linhas deste trabalho. A você dedico esta tese e com muito amor te confesso que serei eternamente grata.

SUMÁRIO

	p.
DEDICATÓRIA	i
AGRADECIMENTOS	ii
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	vi
RESUMO	1
ABSTRACT	4
1 - INTRODUÇÃO	6
2 - MÉTODO I: SUAVIDADE GLOBAL	11
2.1 INTRODUÇÃO	11
2.2 METODOLOGIA	11
2.2.1 Modelo interpretativo	11
2.2.2 Formalismo matemático do problema inverso	13
2.2.3 Solução através do método do subespaço	15
2.2.4 Selecionando o subespaço	17
2.2.5 Definição das matrizes $\tilde{R}$ e $\tilde{A}$	18
2.2.6 Procedimentos computacionais	19
2.3 APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS	21
2.4 APLICAÇÃO A DADOS REAIS	30
2.5 CONCLUSÕES	34
3 - MÉTODO II: SUAVIDADE PONDERADA	36
3.1 INTRODUÇÃO	36
3.2 METODOLOGIA	37
3.2.1 Modelo interpretativo	37
3.2.2 Formalismo matemático do problema inverso	38
3.2.3 Solução iterativa para o problema inverso	41
3.2.4 Procedimentos computacionais	43

3.3	APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS	45
3.3.1	Modelo 2-D.	45
3.3.2	Modelo 3-D.	47
3.4	APLICAÇÃO A DADOS REAIS	56
3.5	CONCLUSÕES	60
4	MÉTODO III: MÍNIMO MOMENTO DE INÉRCIA	62
4.1	INTRODUÇÃO	62
4.2	METODOLOGIA	63
4.2.1	Modelo interpretativo	63
4.2.2	Formalismo matemático do problema inverso	63
4.2.3	Procedimentos computacionais	70
4.2.4	Implementação prática	71
4.3	APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS	71
4.3.1	Embasamento predominantemente suave com descontinuidades isoladas	72
4.3.2	Embasamento predominantemente descontínuo	74
4.4	APLICAÇÃO A DADOS REAIS	79
4.4.1	Bacia do Recôncavo	79
4.4.2	Graben de San Jacinto	87
4.5	CONCLUSÕES	90
5	CONCLUSÃO	92
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	95

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS

Figura 2.1	Modelo interpretativo de uma bacia sedimentar consistindo de M prismas verticais tridimensionais justapostos. As espessuras de cada prisma (p_j , $j = 1, 2, \dots, M$) são os parâmetros a serem estimados e representam as profundidades do embasamento em M pontos.	12
Figura 2.2	Exemplo Sintético. Relevo do embasamento de uma bacia sedimentar complexa consistindo de 4 sub-bacias (A-D). P_1 - P_5 localizam as posições de furos de sondagem simulados que interceptam o embasamento. Intervalo de contorno: 0,5 km.	22
Figura 2.3	Exemplo Sintético. Anomalia Bouguer contaminada com ruído (linhas contínuas) devido à bacia sedimentar simulada na Figura 2.2 com um contraste de densidade de $-0,2 \text{ g/cm}^3$ e anomalia ajustada (linhas tracejadas) usando o método SG. P_1 - P_5 localizam as posições de furos de sondagem simulados que interceptam o embasamento. Intervalo de contorno: 1 mGal.	23
Figura 2.4	Exemplo Sintético. Relevo do embasamento estimado com o método SG com subespaço usando-se $\mu^r = 0,001$ e $\mu^a = 1$. P_1 - P_5 localizam as posições de furos de sondagem simulados que interceptam o embasamento. Intervalo de contorno: 0,5 km.	26
Figura 2.5	Exemplo Sintético. Diferença absoluta entre o relevo do embasamento verdadeiro (Figura 2.2) e estimado (Figura 2.4). Intervalo de contorno: 0,25 km.	27
Figura 2.6	Exemplo Sintético. Relevo do embasamento estimado com o método SG com subespaço usando-se $\mu^r = 0,001$ e $\mu^a = 0,0$. Intervalo de contorno: 0,5 km.	28
Figura 2.7	Exemplo Sintético. Relevo do embasamento estimado através do método do LEÃO et al. (1996). W_1 - W_5 localizam as posições de furos de sondagem simulados que interceptam o embasamento. Intervalo de contorno: 0,2 km.	29

Figura 2.8	Bacia do Recôncavo. Anomalia Bouguer (linhas contínuas) devida ao relevo do embasamento, segundo LEÃO et al. (1996), e anomalia ajustada (linhas tracejadas) usando o método SG. Intervalo de contorno: 2 mGal.	31
Figura 2.9	Bacia do Recôncavo. Relevo do embasamento estimado com o método SG com subespaço usando-se $\mu^r = 0,5$ e $\mu^a = 0,5$. Intervalo de contorno: 0,25 km.	33
Figura 3.1	Dados sintéticos de uma bacia 2-D. (a) Anomalias Bouguer: observada (pontos) e ajustada (linha contínua) usando a inversão SP; (b) relevos do embasamento: verdadeiro (linha contínua) e estimado (linha tracejada) usando a inversão SG sem o vínculo de desigualdade; (c) relevos do embasamento: verdadeiro (linha contínua) e estimado (linha tracejada) usando a inversão SP.	46
Figura 3.2	Dados sintéticos de uma bacia 3-D. Anomalia Bouguer contaminada com ruído (linhas contínuas) devida à bacia sedimentar mostrada na Figura 3.3 com um contraste de densidade de $-0,2 \text{ g/cm}^3$ e anomalia ajustada (linhas tracejadas) usando a inversão SP com $\mu^r = 0,009$ e $\mu^a = 0,05$. Intervalo de contorno: 1 mGal.	50
Figura 3.3	Dados sintéticos de uma bacia 3-D. Relevo do embasamento de uma bacia sedimentar tectonicamente controlada por falhamentos. Intervalo de contorno: 0,5 km.	51
Figura 3.4	Dados sintéticos de uma bacia 3-D. Relevo do embasamento da bacia sedimentar estimado usando o método de inversão SG, sem o vínculo de desigualdade, com $\mu^r = 0,1$ e $\mu^a = 0$. Intervalo de contorno: 0,5 km.	52
Figura 3.5	Dados sintéticos de uma bacia 3-D. Relevo do embasamento da bacia sedimentar estimado usando o método de inversão SG, com o vínculo de desigualdade, com $\mu^r = 0,009$ e $\mu^a = 0$. Intervalo de contorno: 0,5 km.	53
Figura 3.6	Dados sintéticos de uma bacia 3-D. Relevo do embasamento da bacia sedimentar estimado usando o método de inversão SP com $\mu^r = 0,009$ e $\mu^a = 0,05$. Intervalo de contorno: 0,5 km.	54
Figura 3.7	Diferença esquemática entre as estimativas do relevo obtidas pelo método de inversão SG quando os deslocamentos verticais presentes no relevo verdadeiro são: grande (a) e pequeno (b).	55

Figura 3.8	Steptoe Valley, Nevada. Anomalia Bouguer residual (linhas contínuas) obtida removendo-se um polinômio de primeira ordem ajustado aos dados publicados por CARLSON & MABEY (1963), e anomalia ajustada (linhas tracejadas) usando a inversão SP com $\mu^r = 0,05$ e $\mu^a = 0,001$. Intervalo de contorno: 2,5 mGal.	57
Figura 3.9	Steptoe Valley, Nevada. Relevo estimado usando o método de inversão SG, sem o vínculo de desigualdade, com $\mu^r = 0,05$ e $\mu^a = 0$. Intervalo de contorno: 0,3 km.	58
Figura 3.10	Steptoe Valley, Nevada. Relevo estimado usando o método de inversão SP com $\mu^r = 0,05$ e $\mu^a = 0,001$. Intervalo de contorno: 0,3 km.	59
Figura 4.1	Modelo Interpretativo. (a) Anomalia Bouguer (pontos) observada em N pontos; (b) região R no espaço $x-z$ contendo as fontes anômalas discretizada em M prismas elementares retangulares bidimensionais. .	64
Figura 4.2	Exemplo Sintético. (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) contaminada com ruído e anomalia ajustada (linha contínua); (b) embasamento da bacia sedimentar (linha contínua grossa) e o resultado da inversão MMI, em porcentagem do valor verdadeiro do contraste de densidade ($-0,3 \text{ g/cm}^3$).	73
Figura 4.3	Exemplo Sintético. (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) contaminada com ruído e anomalia ajustada (linha contínua); (b) embasamento da bacia sedimentar (linha contínua grossa) e o resultado da inversão MMI, em porcentagem do valor verdadeiro do contraste de densidade ($-0,2 \text{ g/cm}^3$).	76
Figura 4.4	Exemplo Sintético. (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua); (b) relevos do embasamento: verdadeiro (linha contínua) e estimado (linha tracejada) usando a inversão SG com contraste de densidade de $-0,2 \text{ g/cm}^3$, $\mu^r = 0,5$ e $\mu^a = 0$. . .	77
Figura 4.5	Exemplo Sintético. (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua); (b) relevos do embasamento: verdadeiro (linha contínua) e estimado (linha tracejada) usando a inversão SP com contraste de densidade de $-0,2 \text{ g/cm}^3$, $\mu^r = 0,5$, $\mu^a = 0,0001$, $\eta = 10$, $p_{\min j} = 0 \text{ km}$, $p_{\max j} = 6,5 \text{ km}$ e $p^a_j = 10 \text{ km}$, $j = 1, 2, \dots, M$. .	78

Figura 4.6	Bacia do Recôncavo. Anomalia Bouguer, devida ao relevo do embasamento, segundo LEÃO et al. (1996). Intervalo de contorno: 2 mGal. A linha AA' indica a localização do perfil gravimétrico mostrado nas Figuras 4.7, 4.8 e 4.9.	83
Figura 4.7	Bacia do Recôncavo. (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua) do perfil AA' (Figura 4.6); (b) resultado da inversão MMI, em porcentagem do valor do contraste de densidade homogêneo presumido ($-0,26 \text{ g/cm}^3$) entre os sedimentos e embasamento.	84
Figura 4.8	Bacia do Recôncavo. (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua) do perfil AA' (Figura 4.6); (b) relevo estimado usando a inversão SG com contraste de densidade de $-0,26 \text{ g/cm}^3$, $\mu^r = 0,2$ e $\mu^a = 0$	85
Figura 4.9	Bacia do Recôncavo. (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua) do perfil AA' (Figura 4.6); (b) relevo estimado usando a inversão SP com contraste de densidade de $-0,26 \text{ g/cm}^3$, $\mu^r = 0,2$, $\mu^a = 0,001$, $\eta = 40$, $p_{\min j} = 0 \text{ km}$, $p_{\max j} = 6 \text{ km}$ e $p^a_j = 9 \text{ km}$, $j = 1, 2, \dots, M$	86
Figura 4.10	Graben de San Jacinto. (a) Anomalia Bouguer observada segundo CORDELL (1973) (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua) ; (b) resultado da inversão MMI presumindo-se uma sedimentação heterogênea seguindo a lei de variação da densidade em z apresentada por CHAI & HINZE (1988).	88
Figura 4.11	Graben de San Jacinto. (a) Anomalia Bouguer observada segundo CORDELL (1973) (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua) ; (b) resultado da inversão MMI presumindo-se uma sedimentação heterogênea seguindo a lei de variação da densidade em z apresentada por CORDELL (1973).	89

TABELAS

Tabela 2.1	Exemplo sintético: coordenadas x e y dos cinco furos de sondagem ($P_1 - P_5$ na Figura 2.2) e as correspondentes profundidades verdadeiras do embasamento.	24
Tabela 2.2	Exemplo sintético: profundidades observadas e estimadas em cinco furos de sondagem ($P_1 - P_5$ nas Figuras 2.2 e 2.4).	25
Tabela 2.3	Bacia do Recôncavo: coordenadas geográficas dos sete furos de sondagem (A-G na Figura 2.8) e as correspondentes profundidades do embasamento.	32
Tabela 2.4	Bacia do Recôncavo: profundidades observadas e estimadas do embasamento e as diferenças entre estes valores em sete furos de sondagem (A-G na Figura 2.9).	34
Tabela 4.1	Exemplo sintético: Intervalos ao longo de x e os multiplicadores de Lagrange usados nas sete janelas de dados e de fontes na Figura 4.2. .	72
Tabela 4.2	Bacia do Recôncavo: intervalos ao longo de x e os multiplicadores de Lagrange usados nas quatro janelas de dados e de fontes na Figura 4.7.	80

RESUMO

Apresentamos três novos métodos estáveis de inversão gravimétrica para estimar o relevo de uma interface arbitrária separando dois meios. Para a garantia da estabilidade da solução, introduzimos informações a priori sobre a interface a ser mapeada, através da minimização de um (ou mais) funcional estabilizante. Portanto, estes três métodos se diferenciam pelos tipos de informação físico-geológica incorporados.

No primeiro método, denominado **suavidade global**, as profundidades da interface são estimadas em pontos discretos, presumindo-se o conhecimento a priori sobre o contraste de densidade entre os meios. Para a estabilização do problema inverso introduzimos dois vínculos: (a) proximidade entre as profundidades estimadas e verdadeiras da interface em alguns pontos fornecidas por furos de sondagem; e (b) proximidade entre as profundidades estimadas em pontos adjacentes. A combinação destes dois vínculos impõe uma suavidade uniforme a toda interface estimada, minimizando, simultaneamente em alguns pontos, os desajustes entre as profundidades conhecidas pelas sondagens e as estimadas nos mesmos pontos.

O segundo método, denominado **suavidade ponderada**, estima as profundidades da interface em pontos discretos, admitindo o conhecimento a priori do contraste de densidade. Neste método, incorpora-se a informação geológica que a interface é suave, exceto em regiões de descontinuidades produzidas por falhas, ou seja, a interface é predominantemente suave porém localmente descontínua. Para a incorporação desta informação, desenvolvemos um processo iterativo em que três tipos de vínculos são impostos aos parâmetros: (a) ponderação da proximidade entre as profundidades estimadas em pontos adjacentes; (b) limites inferior e superior para as profundidades; e (c) proximidade entre todas as profundidades estimadas e um valor numérico conhecido. Inicializando com a solução estimada pelo método da suavidade global, este segundo método, iterativamente, acentua as feições geométricas presentes na solução inicial; ou seja, regiões suaves da interface tendem a tornar-se mais suaves e regiões abruptas tendem a tornar-se mais abruptas. Para tanto, este método atribui diferentes pesos ao vínculo de proximidade entre as profundidades adjacentes. Estes pesos são automaticamente atualizados de modo a acentuar as descontinuidades sutilmente detectadas pela solução da suavidade global. Os vínculos (b) e (c) são usados para compensar a perda da estabilidade, devida à introdução de pesos próximos a zero em alguns dos vínculos

de proximidade entre parâmetros adjacentes, e incorporar a informação a priori que a região mais profunda da interface apresenta-se plana e horizontal. O vínculo (b) impõe, de modo estrito, que qualquer profundidade estimada é não negativa e menor que o valor de máxima profundidade da interface conhecido a priori; o vínculo (c) impõe que todas as profundidades estimadas são próximas a um valor que deliberadamente viola a profundidade máxima da interface. O compromisso entre os vínculos conflitantes (b) e (c) resulta na tendenciosidade da solução final em acentuar discontinuidades verticais e apresentar uma estimativa suave e achatada da região mais profunda.

O terceiro método, denominado **mínimo momento de inércia**, estima os contrastes de densidade de uma região da subsuperfície discretizada em volumes elementares prismáticos. Este método incorpora a informação geológica que a interface a ser mapeada delimita uma fonte anômala que apresenta dimensões horizontais maiores que sua maior dimensão vertical, com bordas mergulhando verticalmente ou em direção ao centro de massa e que toda a massa (ou deficiência de massa) anômala está concentrada, de modo compacto, em torno de um nível de referência. Conceitualmente, estas informações são introduzidas pela minimização do momento de inércia das fontes em relação ao nível de referência conhecido a priori. Esta minimização é efetuada em um subespaço de parâmetros consistindo de fontes compactas e apresentando bordas mergulhando verticalmente ou em direção ao centro de massa. Efetivamente, estas informações são introduzidas através de um processo iterativo inicializando com uma solução cujo momento de inércia é próximo a zero, acrescentando, em cada iteração, uma contribuição com mínimo momento de inércia em relação ao nível de referência, de modo que a nova estimativa obedeça a limites mínimo e máximo do contraste de densidade, e minimize, simultaneamente, os desajustes entre os dados gravimétricos observados e ajustados. Adicionalmente, o processo iterativo tende a "congelar" as estimativas em um dos limites (mínimo ou máximo). O resultado final é uma fonte anômala compactada em torno do nível de referência cuja distribuição de contraste de densidade tende ao limite superior (em valor absoluto) estabelecido a priori.

Estes três métodos foram aplicados a dados sintéticos e reais produzidos pelo relevo do embasamento de bacias sedimentares. A suavidade global produziu uma boa reconstrução do arcabouço de bacias que violam a condição de suavidade, tanto em dados sintéticos como em dados da Bacia do Recôncavo. Este método, apresenta a menor resolução quando comparado com os outros dois métodos. A suavidade ponderada produziu uma melhoria na resolução de relevos de embasamentos que apresentam falhamentos com grandes rejeitos e altos ângulos de mergulho, indicando uma grande potencialidade na interpretação do arcabouço de bacias extensionais, como mostramos em testes com dados sintéticos e dados do Steptoe Valley, Nevada, EUA, e da Bacia do Recôncavo. No método do mínimo momento de

inércia, tomou-se como nível de referência o nível médio do terreno. As aplicações a dados sintéticos e às anomalias Bouguer do Graben de San Jacinto, California, EUA, e da Bacia do Recôncavo mostraram que, em comparação com os métodos da suavidade global e ponderada, este método estima com excelente resolução falhamentos com pequenos rejeitos sem impor a restrição da interface apresentar poucas descontinuidades locais, como no método da suavidade ponderada.

ABSTRACT

We present three new stable gravity inversion methods to estimate the relief of an interface separating two media. Solution stability is attained by introducing a priori information about the interface, through the minimization of one (or more) stabilizing functional. These methods are, therefore, characterized by the physical and geological information incorporated to the problem.

The first method, named **global smoothness**, estimates the depths to the interface at discrete points by assuming that the density contrast between the media is known. To stabilize the inverse problem, we introduce two different constraints: (a) proximity between the true and estimated interface depths at a few isolated points, and (b) proximity between the estimated depths at adjacent points. The combination of these two constraints impose a uniform degree of smoothness all over the estimated interface, minimizing, simultaneously, the misfit between the known and estimated depths at a few boreholes, for example.

The second method, named **weighted smoothness**, estimates the interface depths at discrete points, assuming that the density contrast is known a priori. In this method, it is incorporated the information that the interface is smooth almost everywhere, but at a few fault discontinuities. To incorporate this attribute to the estimated relief, we developed an iterative process where three kinds of constraints are imposed on parameters: (a) weighted smoothness between values of adjacent parameters, (b) lower and upper bounds on the estimated depths, and (c) proximity between the values of the parameters and a known numerical value. Starting with an initial solution produced by the the global smoothness method, this method enhances initially estimated geometric features of the interface; that is, flat areas will tend to become flatter and steep areas will tend to become steeper. This is accomplished by weighting the constraints which require proximity between adjacent parameters. The weights are updated at each iteration so as to enhance the discontinuities detected in a subtle way by the global smoothness method. Constraints (b) and (c) are used both to compensate for the decrease in solution stability due to the introduction of small weights, and to reinforce flatness at the basin bottom. Constraint (b) imposes that any depth be nonnegative and smaller than an a priori known maximum depth value whereas constraint (c) imposes that all depths be closest to a value deliberately violating the maximum depth. The trade-off between these conflicting constraints is attained with a final relief presenting flat bottom and

steep borders.

The third method, named **minimum moment of inertia**, estimates the density contrasts of a subsurface region discretized into elementary prismatic cells. It incorporates the geological information that the interface to be mapped encompasses an anomalous source which besides presenting horizontal extents much larger than its largest vertical extent, exhibits borders dipping either vertically or toward the center of mass, and that most of the anomalous mass (or mass deficiency) is concentrated, in a compact way, about a reference level. Conceptually, these information are introduced through the minimization of the moment of inertia of the anomalous sources with respect to a reference level coinciding with the mean topographic surface. This minimization is performed in a subspace of parameters consisting of compact sources and presenting borders which dip either vertically or toward the center of mass. Effectively, these informations are introduced by means of an iterative process starting with a tentative solution close to the null solution, and adds, at each iteration, a contribution which has minimum moment of inertia with respect to the reference level, in such a way that the estimate of the next iteration does not violate the bounds on the density contrast and minimizes, at the same time, the misfit between the observed and the fitted data. Additionally, the iterative process "freezes" a density estimate if it becomes very close to either bound. The final solution at the end of the iterative process is an estimated solution exhibiting a compact mass distribution concentrated about the reference level, whose density contrast distribution is close to the upper (in absolute value) bound established a priori.

All three methods were applied to synthetic and field gravity data, produced, respectively, by simulated and real sedimentary basins. The global smoothness method produced a good reconstruction of the basin structural framework even when the true basements were not globally smooth, as was the case of the Recôncavo Basin, Brazil. This method presents, however, the lowest resolution as compared with the other two methods. The weighted smoothness method improved the resolution of basements presenting discontinuities produced by gravity faults with large vertical offsets. It is, therefore, potentially useful in interpreting the structural framework of extensional basins as illustrated both with synthetic data and data from the Steptoe Valley, Nevada, USA and from Recôncavo Basin, Brazil. The minimum moment of inertia method was also applied to synthetic data and data from Recôncavo Basin and from San Jacinto Graben, California, USA. The results showed that, as compared with the other two methods, this method produces excellent estimates of a basement relief consisting of several adjacent discontinuities with small vertical offsets. This is a remarkable advantage over the weighted smoothness method which requires that the interface present few, local discontinuities with large vertical offsets.

1 - INTRODUÇÃO

O problema gravimétrico de estimar o relevo de uma interface separando dois meios é um problema inverso matematicamente mal-posto. Admitindo que exista solução, um problema é mal-posto no sentido de HADAMARD (1902) se não houver unicidade ou estabilidade de sua solução. Isto na prática significa a existência de infinitas soluções que reproduzem os dados observados dentro da precisão experimental. A transformação de um problema inverso mal-posto em outro bem-posto pode ser efetuada por meio de duas abordagens distintas. Na primeira, impõe-se uma redução da demanda de informação a respeito das fontes, o que implica estimar apenas propriedades das fontes anômalas que são comuns a todas as possíveis soluções (GRANT & WEST, 1965; BACKUS & GILBERT, 1967 e 1968; PARKER, 1974 e 1975; HUESTIS & ANDER, 1983 e ANDER & HUESTIS, 1987, por exemplo). A determinação do excesso de massa que produz uma determinada anomalia gravimétrica é um exemplo deste tipo de abordagem. Na segunda abordagem, incorpora-se ao problema inverso, informações geológicas sobre as fontes anômalas através da minimização de um funcional estabilizante, empregando-se o método de regularização de TIKHONOV (TIKHONOV, 1963; HOERL & KENNARD, 1970; LAST & KUBIK, 1983; GUILLEN & MENICHETTI, 1984; LI & OLDENBURG, 1995; MEDEIROS & SILVA, 1996; BARBOSA et al., 1997; LEÃO et al., 1997 e CASTRO et al., 1997, por exemplo).

Especificamente, a maioria dos métodos apresentados para a solução do problema gravimétrico inverso de estimar o relevo de uma interface separando dois meios pode ser agrupada em duas categorias. Os métodos da primeira categoria não utilizam a minimização de um funcional estabilizante, ao passo que os métodos da segunda categoria baseiam-se na minimização de um funcional permitindo, portanto, incorporar informações a priori sobre as fontes anômalas (método de regularização de TIKHONOV, 1963).

Dentro da primeira categoria destacam-se dois grupos de métodos: no primeiro não há garantia de estabilidade nas soluções, ao passo que no segundo grupo há. No grupo em que não há garantia de estabilidade, destacam-se, por exemplo, BOTT (1960), TANNER (1967), e CORDELL & HENDERSON (1968). Estes métodos presumem o conhecimento a priori do contraste de densidade entre os dois meios e propõem procedimentos iterativos semelhantes ao processo de "tentativa-e-erro", realizados, porém, de forma automática, em

que a solução do problema não linear de estimar as profundidades de uma interface separando dois meios é obtida através de sucessivas aproximações lineares para as espessuras do meio superior. Cada um destes métodos se diferencia pelo procedimento de atualização destas espessuras. BOTT (1960), por exemplo, atualizou a estimativa da profundidade do embasamento em cada ponto diretamente abaixo da posição de uma observação, computando a espessura de uma placa Bouguer equivalente à observação em questão. TANNER (1967) usou a razão entre o contraste de densidade superficial de uma placa fina e o contraste de densidade real (presumivelmente conhecido) da estrutura anômala. Finalmente, CORDELL & HENDERSON (1968) usando como aproximação inicial as espessuras de placas Bouguer equivalentes, atualizou as espessuras multiplicando a estimativa da profundidade corrente num determinado ponto pela razão entre o valor da anomalia observada e o valor da anomalia ajustada neste ponto. Ressaltamos que nestes métodos nem a convergência do algoritmo e nem a estabilização da solução são garantidas, particularmente para o caso em que o contraste de densidade entre os meios inferior e superior decresce com a profundidade.

Ainda dentro da primeira categoria, citamos métodos que apesar de não incorporarem, explicitamente, informações a priori sobre o relevo da interface a ser mapeada, obtém, ainda assim, soluções estáveis através da imposição, de modo implícito, da informação a priori de suavidade à interface estimada. Dentre estes métodos destacamos aqueles que empregam a equação de PARKER (1973) para o cálculo do efeito gravimétrico de uma interface separando dois meios homogêneos. OLDENBURG (1974), por exemplo, desenvolveu um método inverso não linear para o cálculo das profundidades da interface. GUSPÍ (1993) mapeou a interface expressando a equação inversa de PARKER (1973) como função da recíproca do contraste de densidade expandindo-a em uma série infinita de potências. Estes métodos estabilizam a solução aplicando aos dados um filtro passa-baixa. PILKINGTON & CROSSLEY (1986), também utilizando a equação de PARKER (1973), desenvolveram um método iterativo linearizado no domínio dos espaços que estima, em uma dada iteração, uma perturbação da profundidade do relevo que é somada à aproximação do relevo calculada na iteração anterior. Neste método a estabilização do problema é feita empregando-se um parâmetro de amortecimento. Todos os métodos acima citados executam uma operação equivalente à continuação para baixo, que, além de acentuar o efeito produzido por fontes rasas, amplifica o ruído presente nos dados, levando à instabilidade da solução. Para a estabilização de suas soluções, estes métodos aplicam aos dados um filtro passa-baixa, ou empregam um parâmetro de amortecimento. Indiretamente, estes métodos incorporam, implicitamente, a restrição que a superfície que descreve o embasamento pode ser representada por uma função harmônica, ou seja, é contínua e apresenta derivadas de primeira e segunda ordens também contínuas. Geologicamente, portanto, incorpora-se a informação a priori que a interface a ser mapeada é

suave. Concretamente, quanto menor a frequência de corte do filtro passa-baixa empregado, ou maior o parâmetro de amortecimento, mais suave será a interface estimada, havendo, portanto, uma substancial perda da resolução na recuperação da interface.

Por outro lado, na segunda categoria, um funcional estabilizante é minimizado, permitindo a introdução de diferentes tipos de informação geológica. RICHARDSON & MACINNES (1989), por exemplo, minimizaram a norma ponderada da distância entre a solução procurada e uma solução de referência usando uma matriz de covariância a priori dos parâmetros como pesos. Pesos altos são assinalados às informações mais confiáveis da profundidade (informações fornecidas por furos de sondagens, por exemplo). A principal vantagem deste método é permitir a introdução de conhecimentos geológicos reais e concretos sobre a interface a ser mapeada. Ao mesmo tempo, o fato que tais conhecimentos devem ser concretos e bastante confiáveis, representa uma desvantagem, exigindo uma estimativa a priori da profundidade da interface em cada fonte elementar de discretização. Conseqüentemente, a solução final, embora estável, é fortemente tendenciosa em relação à solução de referência. Logo, qualquer incerteza nesta solução pode conduzir a resultados irreais na estimativa do relevo da interface. Esta característica restringe a aplicação deste método a áreas com grande volume de informações geológicas concretas e confiáveis.

Ainda na segunda categoria, LEÃO et al. (1996) usaram, somente, o primeiro termo da equação de PARKER (1973), o que corresponde a realizar uma continuação para baixo da anomalia gravimétrica no processo de estimar as profundidades da interface. O funcional a ser minimizado é a norma da diferença entre as profundidades estimadas e conhecidas em alguns poucos pontos. Vale ressaltar, no entanto, que a estabilização do problema foi obtida através da combinação do parâmetro de amortecimento (usado no processo da continuação para baixo através da camada equivalente) com a minimização do funcional empregado (que impõe proximidade entre as profundidades conhecidas em alguns pontos isolados e suas estimativas, sujeito a explicar os dados gravimétricos). Neste método, uma grande suavidade é imposta à solução final, não apenas pelo emprego de um parâmetro de amortecimento, mas também pelo fato do relevo estimado diferir da anomalia gravimétrica continuada para baixo apenas por um fator constante. Em outras palavras, a estimativa do relevo mantém a propriedade do campo gravimétrico de ser harmônico, ou seja, o relevo é presumido ser contínuo com derivadas de primeira e segunda ordens, também contínuas.

Esta tese tem por objetivo o desenvolvimento de três novos métodos estáveis de inversão de dados gravimétricos visando o mapeamento da interface sedimento-embasamento de uma bacia sedimentar. Nestes métodos, a estabilidade da solução é garantida através do método

da regularização de TIKHONOV (1963), ou seja, através da minimização de um funcional estabilizante definido positivo que introduz informações a priori sobre a interface a ser mapeada (embasamento cristalino de uma bacia sedimentar). Nos dois primeiros métodos, o funcional estabilizante a ser minimizado resulta da soma de diferentes funcionais que, isoladamente, podem não transformar o problema inverso originalmente mal-posto em bem-posto, ou levar a soluções não realísticas; porém, quando combinados, garantem a estabilidade e o significado geológico das soluções. No terceiro método a minimização de um funcional estabilizante é efetuada em um subespaço o qual particulariza uma classe de soluções. Como o funcional estabilizante associado a cada método impõe características físico-geológicas particulares à solução, estes três novos métodos se diferenciarão pelas informações físico-geológicas introduzidas. Desta forma, cada método terá sua aplicabilidade dirigida à interpretação do relevo do embasamento de uma bacia sedimentar cuja evolução tectono-sedimentar seja compatível com a informação a priori matematicamente introduzida.

O primeiro método (método I, capítulo 2), denominado **suavidade global**, impõe uma variação espacial suave da estimativa do relevo do embasamento, sendo atribuído um grau constante de suavidade a todas as porções das estimativas deste relevo. Adicionalmente, para garantia do significado geológico, impõe-se que a profundidade deste relevo em alguns pontos esteja próxima a valores numéricos conhecidos, como por exemplo, valores fornecidos por furos de sondagem. Comparado com métodos anteriores, o método da suavidade global destaca-se por apresentar uma boa resolução da solução, não sendo tendencioso em relação à aproximação inicial e não exigindo uma solução de referência. O desempenho do método foi testado em dados sintéticos com ruído, objetivando o mapeamento de uma interface separando o pacote sedimentar do embasamento cristalino de uma bacia sedimentar complexa, consistindo de quatro baixos e três altos estruturais. Apesar do efeito gravimétrico de algumas das principais feições estruturais desta bacia sintética não ser perceptível na anomalia gravimétrica observada, o método mostrou-se eficiente na detecção de todos os altos e baixos estruturais, com erro médio de 4% da máxima amplitude da profundidade verdadeira. O método também foi aplicado à anomalia Bouguer da Bacia do Recôncavo, resultando em uma melhor definição das principais feições geológicas, de caráter regional, que configuram a topografia do embasamento desta bacia, como depocentros e terraços, quando comparado com a interpretação gravimétrica anterior (LEÃO et al., 1996).

O segundo método (método II, capítulo 3), denominado **suavidade ponderada**, generaliza o método I, uma vez que diferentes graus de suavidade são atribuídos, de forma automática, às estimativas de diferentes porções do relevo do embasamento. Isto possibilitará o relaxamento local do vínculo de suavidade, permitindo, assim, o mapeamento de um

relevo localmente descontínuo devido a falhamentos do embasamento. Este aumento de resolução implica o decrescimento da estabilidade da solução que será assegurada impondo-se não só limites inferior e superior à profundidade do relevo do embasamento, como também a proximidade do relevo a um valor que, intencionalmente, viola a máxima profundidade permitida para este relevo. O resultado final desta combinação de informações é uma bacia cuja topografia do embasamento apresenta um fundo achatado e bordas abruptas. Este método foi aplicado a dados sintéticos produzidos por uma bacia sedimentar simulada cujo embasamento é controlado por falhamentos, apresentando um fundo suave com máxima profundidade conhecida e bordas laterais abruptas. O resultado mostrou uma excelente reconstrução do embasamento falhado comparado com métodos anteriores, como por exemplo com o método I (impondo o vínculo de suavidade global ao relevo do embasamento). O método II foi também aplicado à anomalia Bouguer da porção norte do Steptoe Valley, Nevada, EUA, em que a tectônica extensional da província "Basin and Range" condiciona a formação de bacias isoladas com fundo achatado e bordas laterais abruptas. Os resultados mostraram que estas feições foram ressaltadas pelo método II em comparação com o método I que impõe apenas o vínculo de suavidade global à estimativa do relevo do embasamento.

Finalmente, o terceiro método (método III, capítulo 4), denominado **mínimo momento de inércia**, impõe que a estimativa do pacote sedimentar apresente, no caso de fontes bidimensionais, o mais próximo possível de um eixo horizontal coincidente com o nível médio do terreno. Implicitamente, isto é equivalente a impor que a estimativa do pacote sedimentar apresenta extensões horizontais muito maiores que sua maior dimensão vertical e que as bordas da bacia sedimentar mergulham verticalmente ou em direção ao seu centro, o que em geral é válido para a maior parte das bacias sedimentares não afetada por falhas de empurrão. Adicionalmente, introduzem-se limites inferior e superior para o contraste de densidade entre os sedimentos e o embasamento, limites estes presumivelmente conhecidos, impondo-se ainda que as estimativas do contraste de densidade estejam o mais próximas possível a um destes limites. Tanto na aplicação a dados sintéticos quanto a dados reais, o método mostrou-se eficiente na estimativa de relevos com um grande número de descontinuidades verticais (falhamentos). Especificamente, na aplicação à anomalia Bouguer da Bacia do Recôncavo, este método, comparado com os métodos I e II, mostrou melhor resolução na porção mais rasa da bacia possibilitando o mapeamento de falhamentos de pequeno rejeito e melhor definição das feições geológicas já conhecidas desta bacia. O método também foi aplicado à anomalia Bouguer do Graben de San Jacinto, California, EUA, produzindo resultados consistentes com as interpretações anteriores, porém mostrando uma caracterização mais explícita das descontinuidades verticais.

2 - MÉTODO I: SUAVIDADE GLOBAL

2.1 INTRODUÇÃO

Apresentamos neste capítulo um método estável de interpretação gravimétrica para o mapeamento de uma interface separando dois meios homogêneos. Especificamente a interface a ser mapeada é a interface separando os sedimentos do embasamento cristalino de uma bacia sedimentar. O meio superior (pacote sedimentar) é discretizado, ao longo de duas direções horizontais perpendiculares, em prisma justapostos cujas espessuras representam as profundidades da interface e são os parâmetros a serem estimados a partir dos dados gravimétricos. A estabilidade é conseguida através da introdução de vínculos aproximados de igualdades relativa e absoluta (MEDEIROS & SILVA, 1996) nas profundidades da interface. O vínculo de igualdade relativa impõe uma *suauidade global* para a distribuição espacial das estimativas dos parâmetros (profundidades da interface). O vínculo de igualdade absoluta impõe que, em pontos onde as profundidades da interface são conhecidas, as profundidades estimadas devem ser tão próximas quanto possível das profundidades conhecidas a priori. A combinação destes dois vínculos garante a estabilidade das soluções e o seu significado geológico, tornando, portanto, a solução final independente da aproximação inicial.

2.2 METODOLOGIA

2.2.1 Modelo interpretativo

Seja uma bacia sedimentar constituída de sedimentos e embasamento homogêneos, modelada por um conjunto de fontes elementares. Uma região finita do espaço x - y - z , incluindo toda a bacia, é discretizada em M prismas verticais tridimensionais justapostos (Figura 2.1) cujos topos são coincidentes com o plano x - y que define a superfície da Terra. Todos os prismas têm dimensões horizontais iguais e conhecidas e suas espessuras são os parâmetros a serem estimados a partir dos dados gravimétricos que, presumivelmente, foram interpolados em uma malha regular com espaçamentos dx e dy ao longo das direções x e y , respectivamente. As coordenadas x e y do centro de cada prisma coincidem com as respectivas coordenadas de uma observação, de modo que as dimensões horizontais dos prismas são iguais aos espaçamentos entre as observações. Por simplicidade, o número M de prismas é igual ao número total de

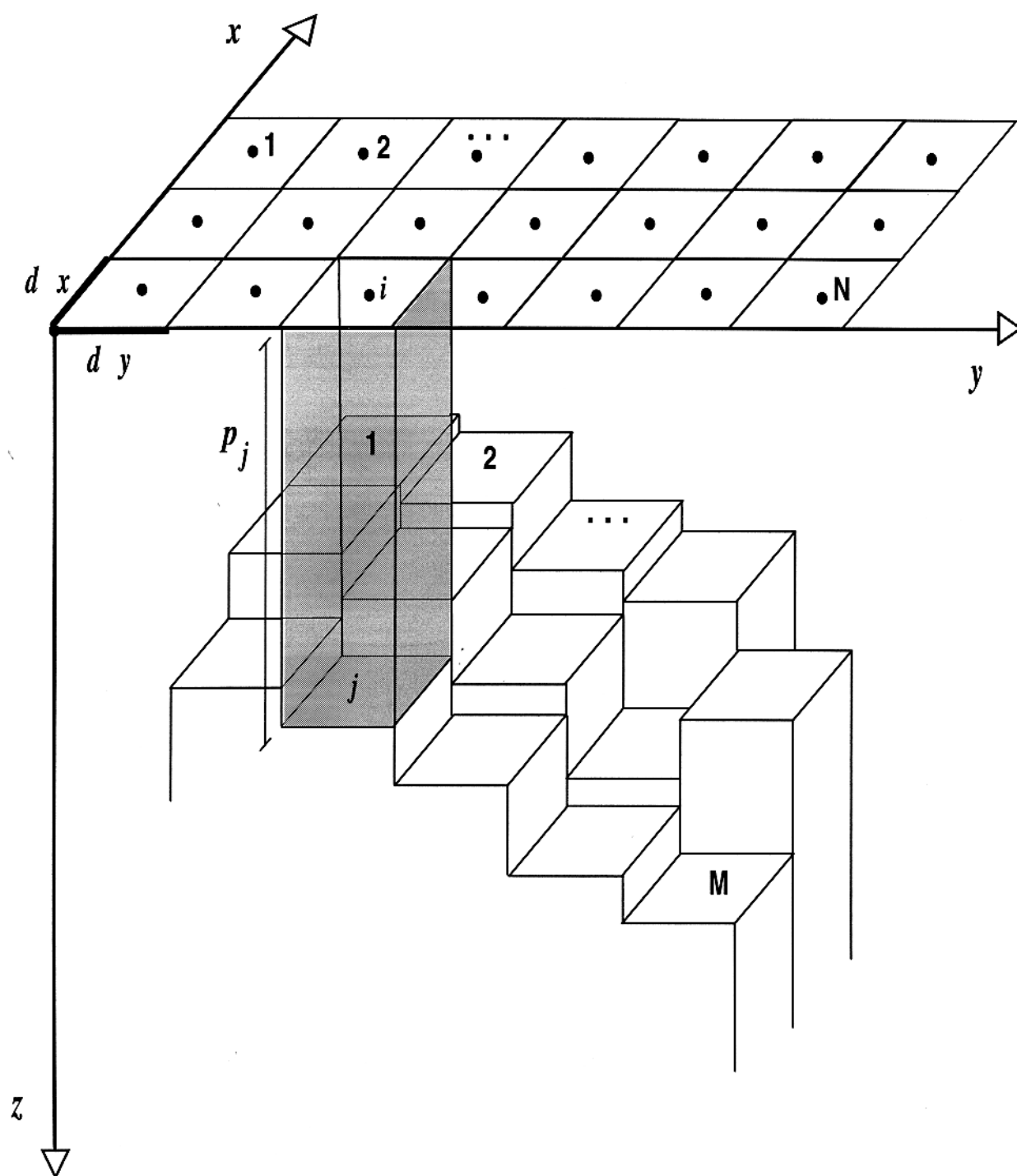


Figura 2.1 - Modelo interpretativo de uma bacia sedimentar consistindo de M prismas verticais tridimensionais justapostos. As espessuras de cada prisma (p_j , $j = 1, 2, \dots, M$) são os parâmetros a serem estimados e representam as profundidades do embasamento em M pontos.

observações gravimétricas N ; ou seja, $M = N$. Além disso, pressupõem-se que o contraste de densidade entre os sedimentos e o embasamento é uniforme e conhecido.

2.2.2 Formalismo matemático do problema inverso

Os parâmetros a serem estimados (as espessuras dos prismas elementares) estão relacionados com o campo gravimétrico por uma relação não linear:

$$g_i = \sum_{j=1}^M F(p_j, r_i), \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (2.1)$$

em que $F(p_j, r_i)$ é uma função não linear (TELFORD et al., 1976) que associa a i -ésima observação gravimétrica ao j -ésimo parâmetro p_j (espessura do j -ésimo prisma) do modelo interpretativo e r_i é o vetor posição da i -ésima observação no espaço x - y - z . O termo g_i define o i -ésimo elemento do vetor $\underline{\mathbf{g}} \equiv \underline{\mathbf{g}}(\underline{\mathbf{p}}) \equiv \{g_1, g_2, \dots, g_M\}^T$ contendo a anomalia gravimétrica calculada, em que $\underline{\mathbf{p}} \equiv \{p_1, p_2, \dots, p_M\}^T$ é o vetor de parâmetros do modelo interpretativo e o superscrito T denota transposição.

O problema inverso não linear de estimar $\underline{\mathbf{p}} \in R^M$ a partir de $\underline{\mathbf{g}}$ pode ser formulado como um problema de minimização do funcional

$$\phi^g(\underline{\mathbf{g}}, \underline{\mathbf{g}}^o) = \frac{1}{M} \|\underline{\mathbf{g}} - \underline{\mathbf{g}}^o\|^2, \quad (2.2)$$

sendo $\underline{\mathbf{g}}^o \equiv \{g^o_1, g^o_2, \dots, g^o_M\}^T$ o vetor contendo as observações gravimétricas e $\|\cdot\|$ a norma Euclideana. Este problema, no entanto, é um problema mal-posto devido à instabilidade das soluções. Para transformar este problema em um problema bem-posto, introduziremos dois tipos de vínculos de igualdade: relativa e absoluta (MEDEIROS & SILVA, 1996). Os vínculos de igualdade relativa estabelecem uma relação linear de igualdade entre elementos do vetor-solução dos parâmetros. A suavidade espacial entre os parâmetros é um exemplo deste tipo de vínculo, pois impõe a proximidade entre os valores numéricos dos parâmetros adjacentes (espessuras dos prismas adjacentes). Os vínculos de igualdade absoluta, por sua vez, incorporam a informação que alguns (ou todos) elementos do vetor de parâmetros devem estar o mais próximo possível de valores numéricos conhecidos a priori, como por exemplo valores fornecidos por furos de sondagem. Os vínculos de igualdades relativa e absoluta são, respectivamente, introduzidos através da minimização dos funcionais:

$$\phi^r(\underline{\mathbf{p}}) = \frac{f^r}{M} \|\underline{\mathbf{R}} \underline{\mathbf{p}}\|^2, \quad (2.3)$$

e

$$\phi^a(\underline{\mathbf{p}}) = \frac{f^a}{M} \|\underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{p}} - \underline{\mathbf{h}}^o\|^2. \quad (2.4)$$

$\tilde{\mathbf{R}}$ é uma matriz $K \times M$ cujas K linhas permitem, dentre outras possibilidades, estabelecer, a priori, K relações lineares de igualdade entre K pares de elementos do vetor de parâmetros. Por exemplo, se há uma informação a priori que o i -ésimo parâmetro é duas vezes maior que o j -ésimo parâmetro então, o vetor M -dimensional $\tilde{\mathbf{r}}_l$, definindo a l -ésima linha da matriz $\tilde{\mathbf{R}}$, será composto por elementos nulos à exceção do i -ésimo e j -ésimo elementos cujos valores são 1 e -2, respectivamente. Como resultado, o produto escalar $\tilde{\mathbf{r}}_l^T \cdot \tilde{\mathbf{p}}$ implica, neste exemplo, e via a minimização do funcional $\phi^r(\tilde{\mathbf{p}})$ [equação (2.3)], a relação $p_i - 2p_j \approx 0$. $\tilde{\mathbf{A}}$ é uma matriz $H \times M$ ($H \leq M$) que força H parâmetros serem próximos a H valores numéricos conhecidos a priori (os elementos de $\tilde{\mathbf{h}}^0$). Por exemplo, se há uma informação a priori que o i -ésimo parâmetro deve estar próximo de 0,5, então a k -ésima linha de $\tilde{\mathbf{A}}$ será o vetor M -dimensional $\tilde{\mathbf{a}}_k$, composto por elementos nulos à exceção do i -ésimo elemento que será igualado ao valor 1. O k -ésimo elemento do vetor $\tilde{\mathbf{h}}^0$ será 0,5, tal que o produto escalar $\tilde{\mathbf{a}}_k^T \cdot \tilde{\mathbf{p}}$, estabelece, neste exemplo, e via a minimização do funcional $\phi^a(\tilde{\mathbf{p}})$ [equação (2.4)], a relação $p_i \approx 0,5$. Enfatizamos que os vínculos de igualdade tanto relativa quanto absoluta são apenas *aproximados*, ou seja, ao longo do processo de inversão, p_i , neste exemplo acima, será forçado, no sentido dos mínimos quadrados, a ser *tão próximo quanto possível* de 0,5 e ao mesmo tempo *tão próximo quanto possível* a duas vezes o valor do parâmetro p_j . Finalmente, f^r e f^a são fatores de normalização das matrizes $\tilde{\mathbf{R}}$ e $\tilde{\mathbf{A}}$, respectivamente.

O problema inverso estabilizado será, portanto, definido como:

$$\text{MINIMIZE } \phi^r(\tilde{\mathbf{p}}) \text{ e } \phi^a(\tilde{\mathbf{p}}),$$

$$\text{sujeito a: } \phi^g(\tilde{\mathbf{g}}, \tilde{\mathbf{g}}^0) = \delta, \quad (2.5)$$

sendo δ o valor esperado para a média da soma dos quadrados das realizações do ruído que contamina as observações gravimétricas. Para solução deste problema vinculado usamos o método dos multiplicadores de Lagrange. Conseqüentemente, a função-objeto não vinculada a ser minimizada será:

$$\phi(\tilde{\mathbf{p}}) = \mu^r(\delta) \phi^r(\tilde{\mathbf{p}}) + \mu^a(\delta) \phi^a(\tilde{\mathbf{p}}) + \phi^g(\tilde{\mathbf{g}}, \tilde{\mathbf{g}}^0), \quad (2.6)$$

sendo $\mu^r(\delta)$ e $\mu^a(\delta)$ os multiplicadores de Lagrange (escalares não negativos). Por simplicidade, a explícita dependência de μ^r e μ^a em δ será omitida.

2.2.3 Solução através do método do subespaço

A minimização do funcional $\phi(\underline{\mathbf{p}})$, dado na equação (2.6), em relação a $\underline{\mathbf{p}}$ é um problema não linear que será resolvido iterativamente. Em primeiro lugar, expande-se a função $\phi(\underline{\mathbf{p}})$ em série de Taylor em torno da aproximação $\underline{\mathbf{p}}_{(k)}$ obtida na k -ésima iteração, mantendo-se, somente, os termos até a segunda ordem:

$$\begin{aligned} \phi(\underline{\mathbf{p}}_{(k)} + \underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}) = & \mu^r [\phi^r(\underline{\mathbf{p}}_{(k)}) + \underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}^T \underline{\mathbf{J}}_{(k)}^r + \frac{1}{2} \underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}^T \underline{\mathbf{H}}_{(k)}^r \underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}] + \\ & \mu^a [\phi^a(\underline{\mathbf{p}}_{(k)}) + \underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}^T \underline{\mathbf{J}}_{(k)}^a + \frac{1}{2} \underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}^T \underline{\mathbf{H}}_{(k)}^a \underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}] + \\ & [\phi^g(\underline{\mathbf{p}}_{(k)}) + \underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}^T \underline{\mathbf{J}}_{(k)}^g + \frac{1}{2} \underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}^T \underline{\mathbf{H}}_{(k)}^g \underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}], \quad (2.7) \end{aligned}$$

sendo

$$\underline{\mathbf{J}}_{(k)}^r = \nabla_{\underline{\mathbf{p}}} \{\phi^r(\underline{\mathbf{p}})\} \Big|_{\underline{\mathbf{p}} = \underline{\mathbf{p}}_{(k)}}, \quad (2.8)$$

$$\underline{\mathbf{J}}_{(k)}^a = \nabla_{\underline{\mathbf{p}}} \{\phi^a(\underline{\mathbf{p}})\} \Big|_{\underline{\mathbf{p}} = \underline{\mathbf{p}}_{(k)}}, \quad (2.9)$$

e

$$\underline{\mathbf{J}}_{(k)}^g = \nabla_{\underline{\mathbf{p}}} \{\phi^g[\underline{\mathbf{g}}(\underline{\mathbf{p}}), \underline{\mathbf{g}}^0]\} \Big|_{\underline{\mathbf{p}} = \underline{\mathbf{p}}_{(k)}}, \quad (2.10)$$

vetores gradientes avaliados em $\underline{\mathbf{p}}_{(k)}$, e

$$\underline{\mathbf{H}}_{(k)}^r = \nabla_{\underline{\mathbf{p}}} \nabla_{\underline{\mathbf{p}}}^T \{\phi^r(\underline{\mathbf{p}})\}, \quad (2.11)$$

$$\underline{\mathbf{H}}_{(k)}^a = \nabla_{\underline{\mathbf{p}}} \nabla_{\underline{\mathbf{p}}}^T \{\phi^a(\underline{\mathbf{p}})\}, \quad (2.12)$$

e

$$\underline{\mathbf{H}}_{(k)}^g = \nabla_{\underline{\mathbf{p}}} \nabla_{\underline{\mathbf{p}}}^T \{\phi^g[\underline{\mathbf{g}}(\underline{\mathbf{p}}), \underline{\mathbf{g}}^0]\} \Big|_{\underline{\mathbf{p}} = \underline{\mathbf{p}}_{(k)}}, \quad (2.13)$$

os Hessianos e $\nabla_{\underline{\mathbf{p}}}$ é um operador vetorial M -dimensional cujo j -ésimo elemento é definido como $\partial/\partial p_j$. Note que as matrizes $\underline{\mathbf{H}}_{(k)}^a$ e $\underline{\mathbf{H}}_{(k)}^r$ são constantes ao longo das iterações porque as matrizes $\underline{\mathbf{R}}$, $\underline{\mathbf{A}}$, e o vetor $\underline{\mathbf{h}}^0$ são independentes de $\underline{\mathbf{p}}$.

A equação normal para o estimador $\underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}^*$ do vetor perturbação $\underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}$, na k -ésima iteração, pode ser obtida derivando-se $\phi(\underline{\mathbf{p}}_{(k)} + \underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)})$ em relação a $\underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}$ e igualando o resultado ao vetor nulo:

$$\underline{\mathbf{H}}_{(k)} \underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}^* = -\underline{\mathbf{J}}_{(k)}, \quad (2.14)$$

sendo

$$\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{H}}}_{(k)} = \mu^r \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{H}}}^r + \mu^a \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{H}}}^a + \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{H}}}^g, \quad (2.15)$$

e

$$\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{J}}}_{(k)} = \mu^r \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{J}}}^r + \mu^a \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{J}}}^a + \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{J}}}^g. \quad (2.16)$$

A partir de agora, nós usaremos o símbolo “*” para denotar a estimativa do parâmetro. A seguir, a estimativa $\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{p}}}_{(k)}^*$ é somada à aproximação $\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{p}}}_{(k)}^*$ produzindo a estimativa $\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{p}}}_{(k+1)}^*$. No entanto, obter uma estimativa $\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{p}}}_{(k)}^*$ implica resolver a equação (2.14), ou seja, resolver um sistema de M equações lineares em M incógnitas. A inviabilidade prática decorrente de limitações de memória e tempo computacional quando um grande número de parâmetros é utilizado (maior que 1000, por exemplo), levou-nos a incorporar, na formulação acima, o método do subespaço (SKILLING & BRYAN, 1984 e OLDENBURG et al., 1993), descrito a seguir.

Considere um operador discreto $\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)}$ mapeando, na k -ésima iteração, uma perturbação $\underset{\sim}{\underset{\sim}{\Delta \mathbf{p}}}_{(k)} \in R^M$ a partir de um vetor $\underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}$ pertencente a um subespaço Q -dimensional de R^M :

$$\underset{\sim}{\underset{\sim}{\Delta \mathbf{p}}}_{(k)} = \sum_{i=1}^Q \alpha_{i(k)} \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{v}}}_{i(k)} = \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)} \underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}, \quad (2.17)$$

sendo $\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)}$ um operador matricial ($M \times Q$) cujos vetores-coluna, $\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{v}}}_{i(k)}$, $i = 1, 2, \dots, Q$, geram um subespaço de R^M que é, no máximo, Q -dimensional.

Substituindo a equação (2.17) na equação (2.7), obtemos a expansão de $\phi(\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{p}}}_{(k)})$ em relação a $\underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}$:

$$\begin{aligned} \phi(\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{p}}}_{(k)} + \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)} \underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}) &= \mu^r [\phi^r(\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{p}}}_{(k)}) + \underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{J}}}^r + \frac{1}{2} \underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{H}}}^r \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)} \underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}] + \\ &\mu^a [\phi^a(\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{p}}}_{(k)}) + \underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{J}}}^a + \frac{1}{2} \underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{H}}}^a \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)} \underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}] + \\ &[\phi^g(\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{p}}}_{(k)}) + \underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{J}}}^g + \frac{1}{2} \underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{H}}}^g \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)} \underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}]. \quad (2.18) \end{aligned}$$

Derivando-se a equação (2.18) em relação a $\underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}$ e igualando-se o resultado ao vetor nulo, obtemos a equação normal para o estimador $\underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}^*$ do vetor $\underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}$ na k -ésima iteração:

$$\underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{H}}}_{(k)} \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)} \underset{\sim}{\underset{\sim}{\alpha}}_{(k)}^* = - \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{V}}}_{(k)}^T \underset{\sim}{\underset{\sim}{\mathbf{J}}}_{(k)}. \quad (2.19)$$

A equação (2.19) representa um sistema de Q equações lineares em Q incógnitas, demandando, portanto, um esforço computacional muito menor (se $Q \ll M$) comparado ao problema original: resolver um sistema de M equações lineares em M incógnitas.

O problema original de estimar, na k -ésima iteração, o vetor-solução $\underline{\mathbf{p}}_{(k+1)}^*$ que minimiza o funcional expresso na equação (2.6) foi, portanto, transformado no problema de se estimar, iterativamente, $\underline{\alpha}_{(k)}$ e $\underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}$ através das equações (2.19) e (2.17), respectivamente.

2.2.4 Selecionando o subespaço

Dado um espaço de parâmetros M -dimensional R^M , existem diversos subespaços Q -dimensionais de R^M . Um subespaço particular é considerado adequado para a solução iterativa do problema inverso não linear se, a cada iteração, a estimativa $\underline{\alpha}_{(k)}^*$ levar a uma perturbação $\underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}^*$ que implica uma eficiente diminuição da função-objeto $\phi(\underline{\mathbf{p}}_{(k)}^*)$ avaliada em $\underline{\mathbf{p}}_{(k)}^*$. Nas primeiras iterações, em que a aproximação $\underline{\mathbf{p}}_{(k)}^*$ está distante do mínimo, a função $\phi(\underline{\mathbf{p}}_{(k)}^*)$ rapidamente decresce simplesmente perturbando-se a aproximação $\underline{\mathbf{p}}_{(k)}^*$ na direção do gradiente de $\phi^g(\underline{\mathbf{p}}_{(k)}^*)$. No entanto, na vizinhança da solução do problema, o gradiente de $\phi^g(\underline{\mathbf{p}}_{(k)}^*)$ torna-se baixo devido à ambigüidade do problema inverso em geofísica. Portanto, nas proximidades do mínimo, o decrescimento da função $\phi(\underline{\mathbf{p}}_{(k)}^*)$ somente pode ser alcançado de modo eficiente perturbando-se a aproximação $\underline{\mathbf{p}}_{(k)}^*$ na direção dos gradientes de $\phi^r(\underline{\mathbf{p}}_{(k)}^*)$ e $\phi^a(\underline{\mathbf{p}}_{(k)}^*)$. Deste modo, definiremos um subespaço R^Q selecionando $Q - 2$ vetores associados ao funcional $\phi^g(\underline{\mathbf{p}})$, um vetor associado ao funcional $\phi^r(\underline{\mathbf{p}})$ e um vetor associado ao funcional $\phi^a(\underline{\mathbf{p}})$.

Os $Q - 2$ vetores associados com $\phi^g(\underline{\mathbf{p}})$ são obtidos subdividindo-se o conjunto das M observações em $Q - 2$ subconjuntos disjuntos. Conseqüentemente, o funcional ajustante $\phi^g(\underline{\mathbf{p}})$ será similarmente subdividido em $Q - 2$ subconjuntos:

$$\phi^g(\underline{\mathbf{p}}) = \sum_{m=1}^{Q-2} \phi_m^g(\underline{\mathbf{p}}), \quad (2.20)$$

em que o funcional $\phi_m^g(\underline{\mathbf{p}})$, pertencente ao m -ésimo subconjunto, é definido como

$$\phi_m^g(\underline{\mathbf{p}}) = \frac{1}{M} \|\underline{\mathbf{g}}_m - \underline{\mathbf{g}}_m^o\|^2, \quad (2.21)$$

sendo $\underline{\mathbf{g}}_m^o$ e $\underline{\mathbf{g}}_m$ vetores contendo, respectivamente, valores gravimétricos observados e calculados, pertencentes ao m -ésimo subconjunto. Desta forma, cada subconjunto do funcional

$\phi^g(\underline{\mathbf{p}})$ contém informação sobre um subconjunto dos M dados observados (e calculados). Neste trabalho, o m -ésimo vetor-coluna $\underline{\mathbf{v}}_{\tilde{m}}$ da matriz $\underline{\mathbf{V}}_{\tilde{(k)}}$ é dado por:

$$\underline{\mathbf{v}}_{\tilde{m}} = \nabla_{\underline{\mathbf{p}}} \{ \phi_m^g(\underline{\mathbf{p}}) \} \Big|_{\substack{\underline{\mathbf{p}} = \underline{\mathbf{p}} \\ \tilde{(k)}}}, \quad m = 1, 2, \dots, Q - 2. \quad (2.22)$$

Os vetores associados aos funcionais $\phi^r(\underline{\mathbf{p}})$ e $\phi^a(\underline{\mathbf{p}})$ compõem as duas últimas colunas de $\underline{\mathbf{V}}_{\tilde{(k)}}$ e são definidos como

$$\underline{\mathbf{v}}_{\tilde{Q}-1} = \nabla_{\underline{\mathbf{p}}} \{ \phi^r(\underline{\mathbf{p}}) \} \Big|_{\substack{\underline{\mathbf{p}} = \underline{\mathbf{p}} \\ \tilde{(k)}}} \quad (2.23)$$

e

$$\underline{\mathbf{v}}_{\tilde{Q}} = \nabla_{\underline{\mathbf{p}}} \{ \phi^a(\underline{\mathbf{p}}) \} \Big|_{\substack{\underline{\mathbf{p}} = \underline{\mathbf{p}} \\ \tilde{(k)}}}. \quad (2.24)$$

Ressalte-se que esta definição dos vetores $\underline{\mathbf{v}}_{\tilde{m}}$, $m = 1, 2, \dots, Q$, não garante que estes formem um conjunto linearmente independente. Portanto, estes vetores geram um espaço, no máximo, Q -dimensional. Se os vetores $\underline{\mathbf{v}}_{\tilde{m}}$ vierem a ser linearmente dependentes, outro conjunto de vetores (ou outro valor para Q) deve ser escolhido uma vez que, neste caso, a solução da equação (2.19) não é única. No entanto, nunca encontramos tal situação mesmo quando foram usados valores de Q tão pequeno quanto um décimo de M .

2.2.5 Definição das matrizes $\underline{\mathbf{R}}_{\tilde{}}$ e $\underline{\mathbf{A}}_{\tilde{}}$

Usamos neste trabalho, uma matriz $\underline{\mathbf{R}}_{\tilde{}}$ cujas linhas contém apenas dois elementos não nulos cujos valores são 1 e -1, correspondentes a dois parâmetros adjacentes. No caso particular do problema de estimar a espessura de M prismas (Figura 2.1), considere que o i -ésimo e o j -ésimo prismas do modelo interpretativo definam o l -ésimo par de prismas espacialmente adjacentes. Desta forma, o vetor M -dimensional $\underline{\mathbf{r}}_{\tilde{l}}$, definindo a l -ésima linha da matriz $\underline{\mathbf{R}}_{\tilde{}}$, será composto por elementos nulos à exceção do i -ésimo e do j -ésimo elementos cujos valores são 1 e -1, respectivamente. Como resultado, o produto escalar $\underline{\mathbf{r}}_{\tilde{l}}^T \cdot \underline{\mathbf{p}}$ implica, neste exemplo, e via a minimização do funcional $\phi^r(\underline{\mathbf{p}})$ [equação (2.3)], a relação $p_i \approx p_j$. Note que p_i e p_j são, respectivamente, as espessuras do i -ésimo e do j -ésimo prismas adjacentes, correspondendo, portanto às profundidades do embasamento em dois pontos espacialmente adjacentes. Desta forma, matematicamente, a introdução deste vínculo aproximado de igualdade relativa implica impor o mínimo da derivada primeira dos parâmetros e, geologicamente, implica

impor uma *Suavidade Global* (SG) à distribuição espacial dos parâmetros (profundidades do embasamento).

Neste capítulo, o vínculo aproximado de igualdade absoluta apenas incorpora informações pontuais disponíveis sobre a profundidade do embasamento. Portanto, se há H informações a priori, fornecidas, por exemplo, por H furos de sondagem, cada linha da matriz $\tilde{\mathbf{A}}$ ($H \times M$) será composta por elementos nulos à exceção de um elemento que será igualado ao valor 1. Por exemplo, se há a informação a priori que a profundidade do embasamento correspondente ao i -ésimo prisma elementar é igual a 2 km, então a k -ésima linha de $\tilde{\mathbf{A}}$ será o vetor M -dimensional $\tilde{\mathbf{a}}_k$, composto por elementos nulos à exceção do i -ésimo elemento que será igualado ao valor 1. Em consequência, o k -ésimo elemento do vetor $\tilde{\mathbf{h}}^o$ será 2, tal que o produto escalar $\tilde{\mathbf{a}}_k^T \cdot \tilde{\mathbf{p}}$, estabelece, neste exemplo, e via a minimização do funcional $\phi^a(\tilde{\mathbf{p}})$ [equação (2.4)], a relação $p_i \approx 2$. Desta forma, a introdução deste vínculo aproximado de igualdade absoluta implica impor que, nos pontos onde as profundidades do embasamento são conhecidas a priori, as profundidades estimadas deverão ser tão próximas quanto possível aos correspondentes valores conhecidos a priori.

2.2.6 Procedimentos computacionais

Na k -ésima iteração, $\tilde{\alpha}_{(k)}$ é estimado resolvendo-se o sistema de equações lineares (2.19). Quando a aproximação $\tilde{\mathbf{p}}_{(k)}^*$ cai fora da região onde a expansão quadrática de $\phi(\tilde{\mathbf{p}}_{(k)}^*)$ é válida, o incremento computado $\tilde{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}^*$ pode levar a uma aproximação $\tilde{\mathbf{p}}_{(k+1)}^*$ produzindo um valor maior para a função-objeto que aquele produzido por $\tilde{\mathbf{p}}_{(k)}^*$, comprometendo desta forma a convergência do algoritmo. Objetivando superar esta dificuldade, utilizamos o método de otimização não linear de MARQUARDT (1963) que adiciona, a cada iteração um número positivo λ à diagonal da matriz $\tilde{\mathbf{B}}_{(k)} = (\mu^r \tilde{\mathbf{H}}^r + \mu^a \tilde{\mathbf{H}}^a + \tilde{\mathbf{H}}^g)$ na equação (2.19). Este número é inicializado com o valor de 1% do maior valor singular de $\tilde{\mathbf{B}}_{(k)}$. Para reduzir o tempo computacional, empregamos a aproximação de Gauss-Newton para o Hessiano $\tilde{\mathbf{H}}^g_{(k)}$.

Os fatores de normalização f^r e f^a nas equações (2.3) e (2.4), respectivamente, são definidos a cada iteração como:

$$f_{(k)}^r = \frac{E_{(k)}^g}{E^r} \quad \text{e} \quad f_{(k)}^a = \frac{E_{(k)}^g}{E^a} \quad (2.25)$$

em que $E_{(k)}^g$, E^r , e E^a são as normas Euclidianas de $\tilde{\mathbf{H}}^g_{(k)}$, $\tilde{\mathbf{H}}^r$, e $\tilde{\mathbf{H}}^a$, respectivamente.

O processo iterativo é interrompido quando a seguinte inequação é satisfeita:

$$\left| \frac{\phi(\underline{\mathbf{p}}_{(k+1)}^*) - \phi(\underline{\mathbf{p}}_{(k)}^*)}{\phi(\underline{\mathbf{p}}_{(k+1)}^*)} \right| \leq \epsilon, \quad (2.26)$$

sendo $\phi(\underline{\mathbf{p}}_{(k)}^*)$ e $\phi(\underline{\mathbf{p}}_{(k+1)}^*)$ o funcional $\phi(\underline{\mathbf{p}})$ [dado na equação (2.6)] avaliado, respectivamente, na k -ésima e $(k+1)$ -ésima primeira iterações e ϵ um limiar abaixo do qual o decaimento relativo de $\phi(\underline{\mathbf{p}})$ é considerado constante. Neste método empregamos $\epsilon = 0,1$. Observe que o critério de parada é definido em relação ao funcional $\phi(\underline{\mathbf{p}})$ dado na equação (2.6), e não em relação ao funcional ajustante $\phi^g(\underline{\mathbf{p}})$ dado na equação (2.2). Esta escolha assegura a incorporação dos vínculos de igualdade aproximada aos parâmetros, além de garantir o ajuste das observações geofísicas.

Os multiplicadores de Lagrange μ^r e μ^a na equação (2.6) expressam, respectivamente, as importâncias relativa de $\phi^r(\underline{\mathbf{p}})$ e $\phi^a(\underline{\mathbf{p}})$ em relação a $\phi^g(\underline{\mathbf{p}})$, ou seja, μ^r e μ^a refletem a confiança do intérprete na informação a priori incorporada pelos vínculos relativos e absolutos, em relação às informações geofísicas. O intérprete deve selecionar valores para μ^a e μ^r que produzirão um valor elevado para a razão μ^a/μ^r satisfazendo, adicionalmente, os seguintes vínculos: (a) as observações devem ser explicadas dentro do erro experimental, (b) a solução deve ser estável, e (c) a solução não deve apresentar grandes altos ou baixos (pináculos) no entorno dos pontos associados com o vínculo absoluto. A presença de pináculos indica um conflito entre os vínculos de igualdade absoluta e relativa produzido pela simultânea imposição que o relevo deve ser suave e passar em pontos cujos valores da profundidade, embora confiáveis, não sejam representativos.

A metodologia proposta neste capítulo foi implementada através do algoritmo que denominamos *Suavidade Global* (SG), adaptado ao método do subespaço e consistindo dos seguintes passos:

- 1) Iteração $k = 0$: definem-se os valores numéricos dos elementos das matrizes $\underline{\mathbf{R}}$ e $\underline{\mathbf{A}}$, dos escalares μ^a , μ^r e Q e dos vetores $\underline{\mathbf{g}}^o$, $\underline{\mathbf{h}}^o$ e $\underline{\mathbf{p}}_0$ (aproximação inicial).
- 2) Obtém-se $\underline{\alpha}_{(k)}^*$ na k -ésima iteração, solucionando a equação (2.19) pelo método de MARQUARDT (1963).
- 3) Obtém-se $\underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}^*$ usando a equação (2.17).
- 4) Computa-se: $\underline{\mathbf{p}}_{(k+1)}^* = \underline{\mathbf{p}}_{(k)}^* + \underline{\Delta \mathbf{p}}_{(k)}^*$.

- 5) Testa-se a convergência do algoritmo avaliando-se a inequação (2.26). Se esta inequação for satisfeita a iteração é interrompida, caso contrário, incrementa-se k e retorna-se ao passo 2.

Os valores de μ^a e μ^r satisfazendo as restrições acima mencionadas, são determinados por tentativa-e-erro de modo que algumas execuções do algoritmo SG podem ser necessárias para determinar valores adequados para estes parâmetros.

2.3 APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS

A Figura 2.2 mostra o mapa de isovalores do relevo do embasamento de uma bacia sedimentar sintética composta por uma malha regular de 33×26 prismas verticais justapostos com dimensões de 1 km em ambas as direções x e y (norte-sul e este-oeste, respectivamente). As coordenadas horizontais das observações coincidem com as coordenadas dos centros dos prismas. As espessuras dos prismas são os parâmetros a serem estimados e representam as profundidades do embasamento. Foi utilizado, para todos os prismas, um contraste de densidade constante de $-0,2 \text{ g/cm}^3$. A anomalia gravimétrica teórica foi calculada em um plano a 50 cm acima da superfície. Um ruído Gaussiano pseudo-aleatório com média nula e desvio padrão de 0,1 mGal foi adicionado à anomalia teórica, produzindo a anomalia mostrada na Figura 2.3, em linhas contínuas.

A bacia simulada apresenta quatro sub-bacias, todas com trende noroeste (A-D na Figura 2.2). No entanto, este complexo arcabouço estrutural não produz nenhum reflexo na anomalia gravimétrica da Figura 2.3 (em linhas contínuas) que mostra apenas dois baixos gravimétricos isolados (B_1 e D_1) e nenhum alto isolado. A única evidência sobre a existência da sub-bacia C é a deflexão da curva de isovalor de -26 mGal na direção nordeste às proximidades do ponto C_1 na Figura 2.3. Portanto, uma análise qualitativa da Figura 2.3 poderia indicar, erroneamente, um possível baixo estrutural com trende nordeste entre os baixos B_1 e D_1 . Por outro lado, conquanto o baixo estrutural B_1 coincide com o baixo estrutural B, o baixo gravimétrico D_1 está situado entre o alto estrutural H (Figura 2.2) e o baixo estrutural D. Finalmente, a existência da sub-bacia A poderia ser, na melhor das hipóteses, inferida pela distorção sutil da curva de isovalor de -23 mGal às proximidades de A_1 (Figura 2.3).

Usamos um modelo interpretativo idêntico ao modelo verdadeiro descrito acima. Incorporamos o vínculo de igualdade absoluta em cinco pontos ($P_1 - P_5$ na Figura 2.2) onde as profundidades do embasamento foram consideradas conhecidas a partir de furos de sondagem. O valor usado para μ^a na equação (2.19) foi igual a 1. As coordenadas x e y destes furos de

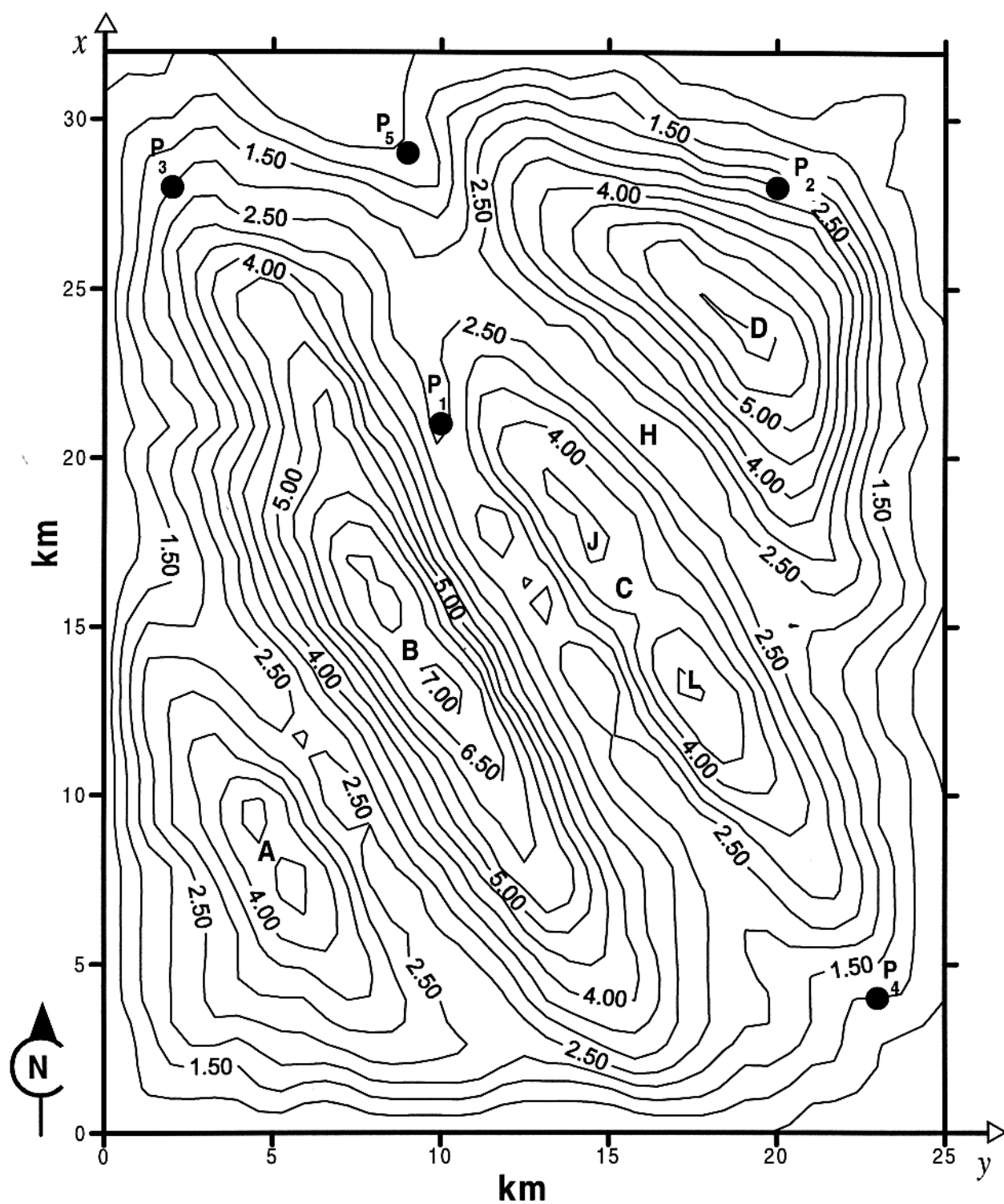


Figura 2.2 - **Exemplo Sintético.** Relevo do embasamento de uma bacia sedimentar complexa consistindo de 4 sub-bacias (A-D). P_1 - P_5 localizam as posições de furos de sondagem simulados que interceptam o embasamento. Intervalo de contorno: 0,5 km.

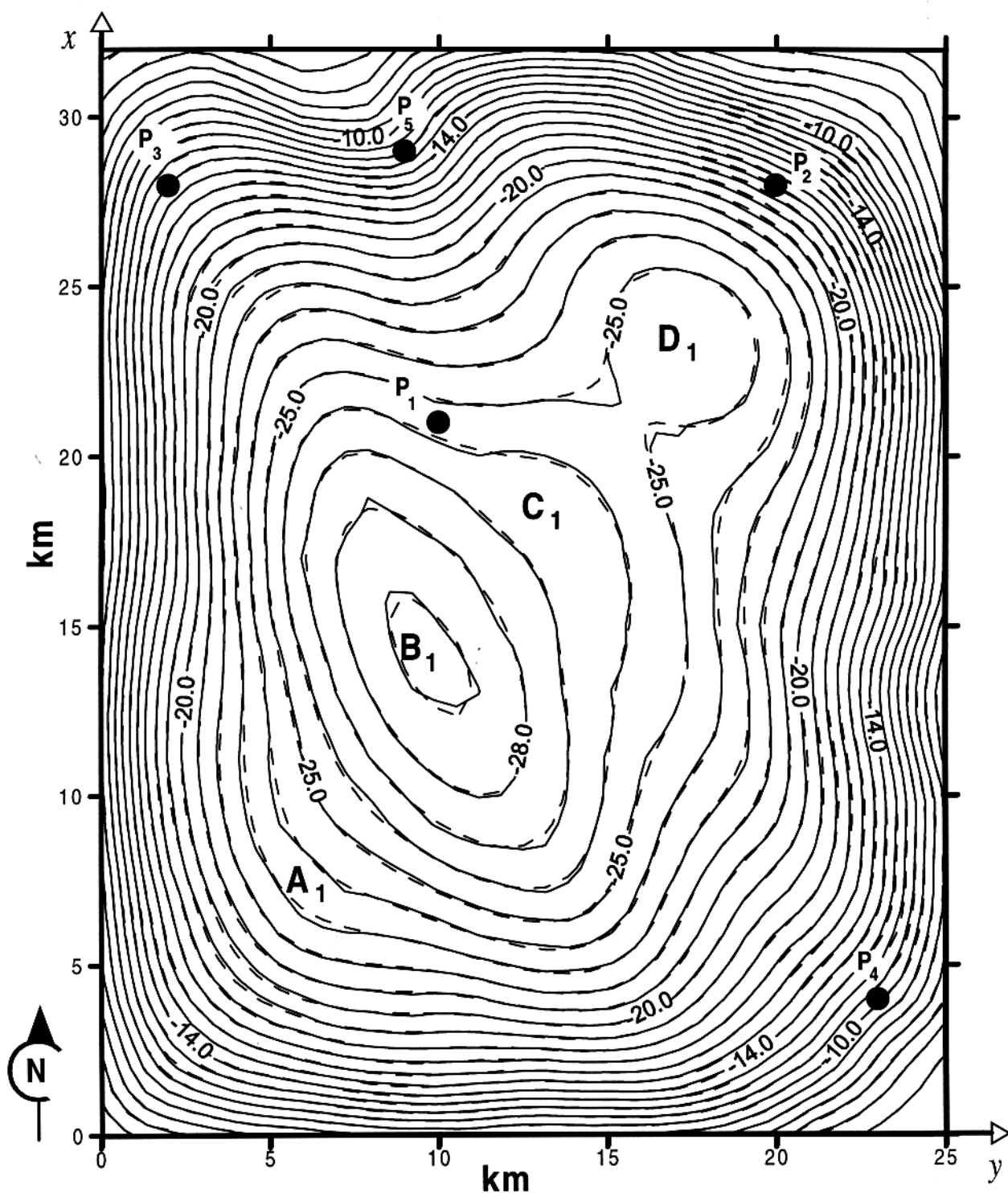


Figura 2.3 - **Exemplo Sintético.** Anomalia Bouguer contaminada com ruído (linhas contínuas) devido à bacia sedimentar simulada na Figura 2.2 com um contraste de densidade de $-0,2 \text{ g/cm}^3$ e anomalia ajustada (linhas tracejadas) usando o método SG. P_1 - P_5 localizam as posições de furos de sondagem simulados que interceptam o embasamento. Intervalo de contorno: 1 mGal.

sondagem, assim como as correspondentes profundidades do embasamento são apresentadas na Tabela 2.1.

Fixamos o valor de μ^r como o menor valor positivo ainda produzindo uma solução com significado geológico (0,001 neste teste). Na aplicação do método do subespaço, em primeiro lugar subdividimos o conjunto dos dados gravimétricos em 85 subconjuntos disjuntos de 10 observações e um subconjunto de oito observações que foram selecionados do seguinte modo. Começando no canto noroeste, o primeiro subconjunto consiste das 10 primeiras observações localizadas ao longo da linha de observações com direção este-oeste, situada mais ao norte. O segundo subconjunto inclui as próximas 10 observações desta mesma linha, e assim sucessivamente, até que tal linha de dados tenha sido completamente coberta. Em seguida, movemos para a linha adjacente imediatamente ao sul e continuamos o procedimento. A aproximação inicial p_0 é obtida assinalando-se a cada prisma elementar, a espessura de uma placa Bouguer que reproduz o valor da anomalia gravimétrica diretamente acima do centro do prisma.

Tabela 2.1 - **Exemplo sintético:** coordenadas x e y dos cinco furos de sondagem ($P_1 - P_5$ na Figura 2.2) e as correspondentes profundidades verdadeiras do embasamento.

Furos de Sondagem	Coordenada x (km)	Coordenada y (km)	Profundidade do embasamento (km)
P_1	21,0	10,0	2,0
P_2	28,0	20,0	2,5
P_3	28,0	2,0	2,0
P_4	4,0	23,0	1,0
P_5	29,0	9,0	0,5

Os resultados são mostrados na Figura 2.4. Um total de onze iterações foram necessárias para atingir o critério de convergência usando-se o valor de 0,1 para a constante ϵ na equação (2.26). Comparando-se as estimativas obtidas para as profundidades (Figura 2.4) com as profundidades verdadeiras do relevo do embasamento (Figura 2.2), concluímos sobre o excelente desempenho do método apresentado na recuperação da interface sedimento-embasamento. Observe que, apesar da inevitável perda de resolução necessária para estabilizar a solução, o relevo estimado do embasamento determina a posição horizontal, a extensão e a direção das quatro sub-bacias e, conseqüentemente, dos altos que as separam. A Figura 2.5 mostra a diferença absoluta entre o relevo do embasamento verdadeiro e o estimado. Para grande

parte da área, esta diferença é menor que 0,5 km, que corresponde a cerca de 7% da amplitude máxima do relevo. Grandes diferenças, acima de 1,25 km, correspondem a 18% da amplitude máxima do relevo e são coincidentes, principalmente, com as sub-bacias apresentando bordas abruptas e fundos estreitos (baixos B e D na Figura 2.2). Note, no entanto, que sobre os altos estruturais, que são particularmente importantes para a prospecção de óleo, estas diferenças são muito pequenas. A Figura 2.3 mostra, em linhas tracejadas, a anomalia gravimétrica ajustada, e a Tabela 2.2 mostra as profundidades observadas e estimadas nas localizações dos furos de sondagem. A raiz quadrada da média dos quadrados das diferenças entre as profundidades observadas e estimadas é 0,037 km, constatando, portanto, a excelente adequação do método na incorporação dos vínculos de igualdade absoluta.

Tabela 2.2 - **Exemplo sintético:** profundidades observadas e estimadas em cinco furos de sondagem (P_1 - P_5 nas Figuras 2.2 e 2.4).

Furos de sondagem	Profundidade observada (km)	Profundidade estimada (km)
P_1	2,00	1,96
P_2	2,50	2,47
P_3	2,00	2,00
P_4	1,00	1,04
P_5	0,50	0,45

Para avaliar a importância do vínculo absoluto, repetimos a inversão descrita acima usando apenas o vínculo de igualdade relativa. Os resultados (Figura 2.6) mostram que a extensão do fundo da sub-bacia B ao longo da direção noroeste está agora ligeiramente subestimada. O fundo da sub-bacia C mostra uma baixa resolução: apresenta um aspecto achatado e uniforme, em contraste com os resultados usando vínculos absolutos que permitiram inferir a presença dos baixos J e L (referidos na Figura 2.2) não somente pela presença de uma curva de isovalor de 4,5 km em J (Figura 2.4), mas também em virtude do estreitamento da curva de isovalor de 4 km em K. Apesar destas diferenças serem sutis, enfatizamos que esta é uma situação conservativa, uma vez que os furos de sondagem foram localizados aleatoriamente. Em uma situação real, é de se esperar que os furos de sondagem estejam localizados dentro dos limites dos baixos estruturais, vinculando, desta forma, o relevo estimado de modo mais efetivo, como foi de fato confirmado com exemplos sintéticos (não mostrados).

Objetivando fazer uma comparação, mostramos na Figura 2.7 a inversão da anomalia gravimétrica da Figura 2.3 usando o método de LEÃO et al. (1996). Os furos de sondagem

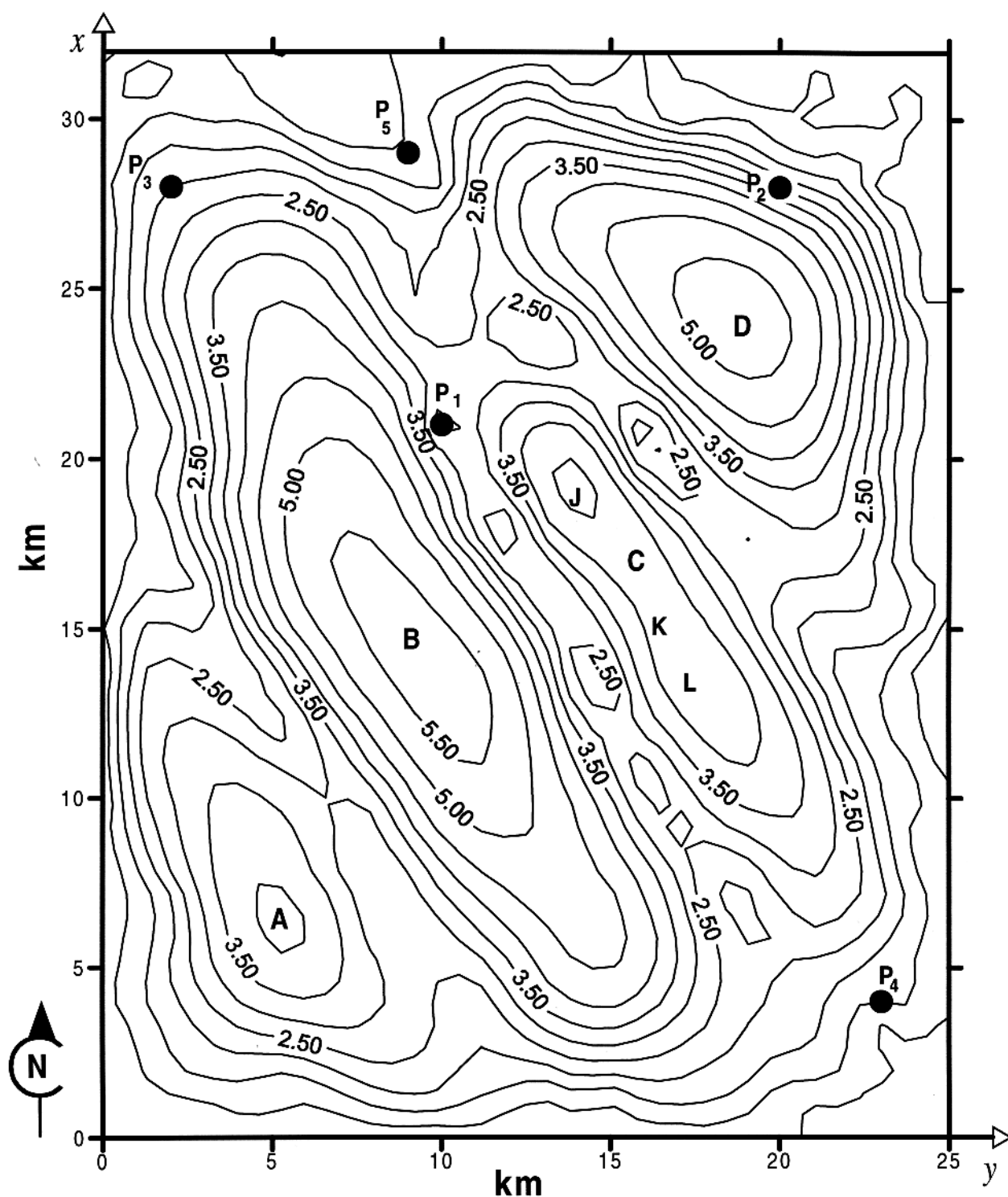


Figura 2.4 - **Exemplo Sintético.** Relevo do embasamento estimado com o método SG com subespaço usando-se $\mu^r = 0,001$ e $\mu^a = 1$. P_1 - P_5 localizam as posições de furos de sondagem simulados que interceptam o embasamento. Intervalo de contorno: 0,5 km.

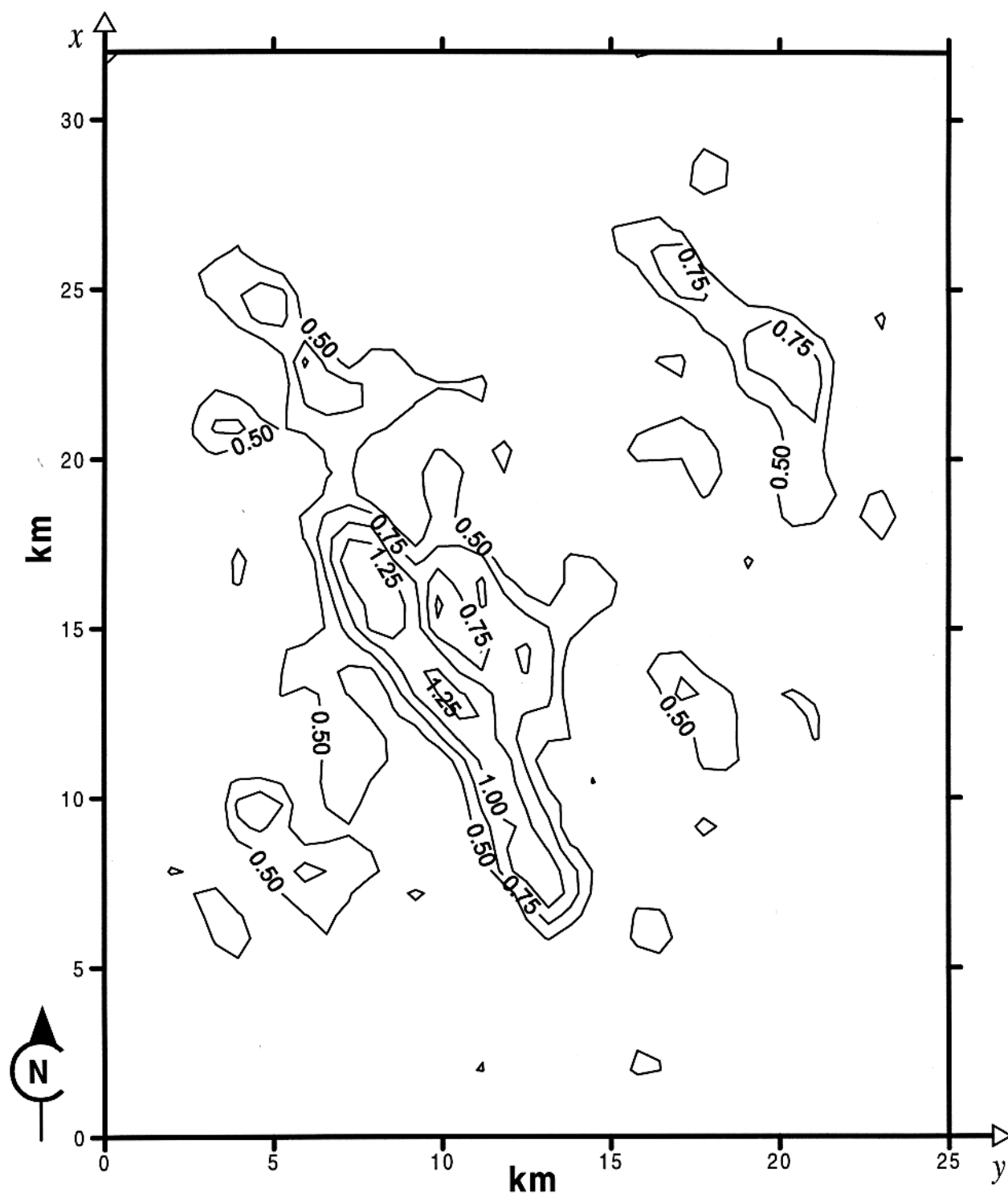


Figura 2.5 - **Exemplo Sintético.** Diferença absoluta entre o relevo do embasamento verdadeiro (Figura 2.2) e estimado (Figura 2.4). Intervalo de contorno: 0,25 km.

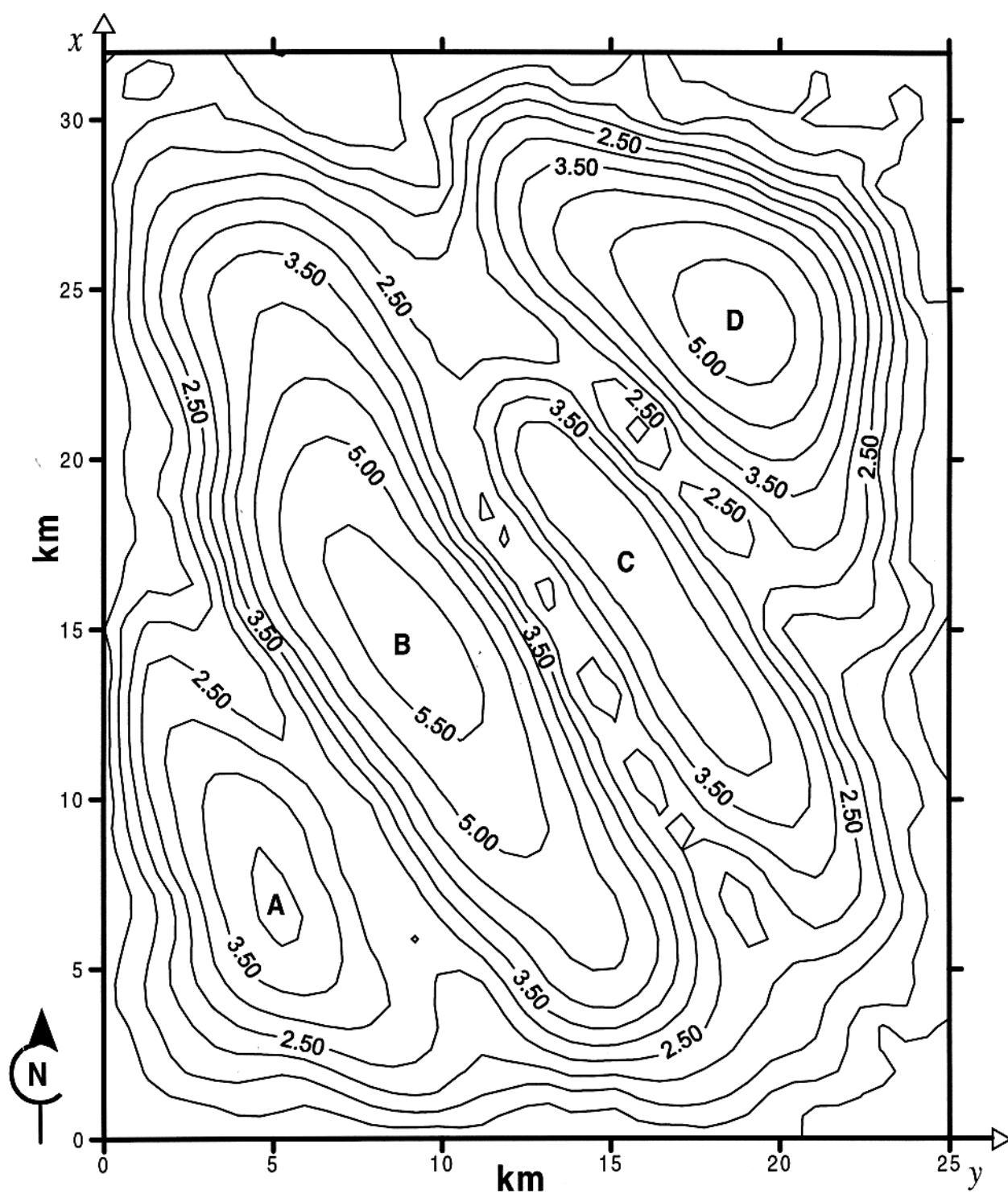


Figura 2.6 - **Exemplo Sintético.** Relevo do embasamento estimado com o método SG com subespaço usando-se $\mu^r = 0,001$ e $\mu^a = 0,0$. Intervalo de contorno: 0,5 km.

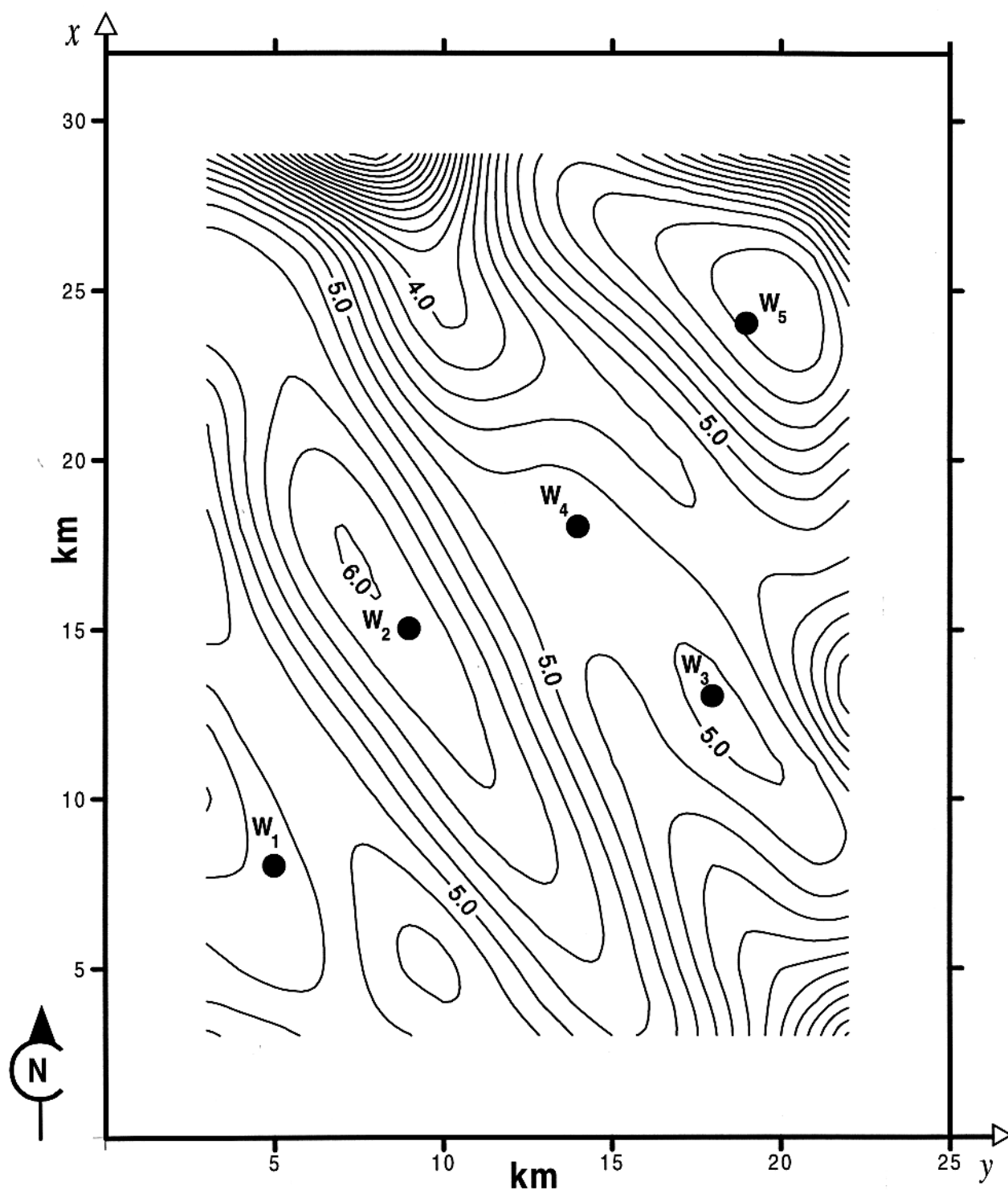


Figura 2.7 - **Exemplo Sintético.** Relevo do embasamento estimado através do método do LEÃO et al. (1996). W_1 - W_5 localizam as posições de furos de sondagem simulados que interceptam o embasamento. Intervalo de contorno: 0,2 km.

simulados ($W_1 - W_5$ na Figura 2.7) coincidem com os pontos mais profundos de cada sub-bacia. Os furos de sondagem são intencionalmente diferentes daqueles usados no teste anterior. Neste teste as posições dos furos de sondagem são ótimas porque, os pontos mais profundos do relevo da bacia são mal resolvidos pelos dados gravimétricos. Comparando a Figura 2.4 com a Figura 2.7 notamos o melhor desempenho do método proposto em definir este complexo relevo do embasamento, mesmo utilizando uma péssima escolha das localidades dos furos de sondagem. A expressiva suavidade observada na Figura 2.7 deve-se ao fato que, no método desenvolvido por LEÃO et al. (1996), a interface estimada é aproximada (a menos de uma constante multiplicativa) pela anomalia gravimétrica continuada para baixo. Portanto, implicitamente, a interface é presumivelmente uma superfície contínua apresentando primeiras e segundas derivadas contínuas.

2.4 APLICAÇÃO A DADOS REAIS

O método proposto foi aplicado à anomalia gravimétrica da Bacia do Recôncavo. Esta bacia desenvolveu-se entre o Jurrássico Inferior e o Eocretáceo culminando com a implantação de uma feição raptural eocretácia sobre o cinturão granulítico Atlântico. A origem deste rifte está relacionada ao processo de estiramento crustal que resultou na fragmentação do Gondwana e deu origem à abertura do Oceano Atlântico Sul. A coluna estratigráfica sedimentar da Bacia do Recôncavo compreende rochas depositadas desde o Jurássico Superior ao Terciário, podendo, localmente, apresentar espessura de 6 km (MILANI & DAVISON, 1988). O arcabouço estrutural do embasamento desta bacia é segmentado por um sistema de falhas normais com direções nordeste e noroeste resultando, desta forma, na compartimentação desta bacia em sub-bacias distintas.

A Figura 2.8 mostra, em linhas contínuas, a anomalia Bouguer, obtida por LEÃO et al. (1996), devida à topografia do embasamento da Bacia do Recôncavo. O espaçamento da malha dos dados foi de 3 km tanto na direção norte-sul quanto na este-oeste. Para aplicarmos o método do subespaço, subdividimos o conjunto das 889 observações gravimétricas em 88 subconjuntos disjuntos contendo 10 observações e um subconjunto contendo 9 observações. Para a produção destes subconjuntos usamos o mesmo procedimento descrito no exemplo com dados sintéticos.

Segundo MENEZES (1990), a espessura dos sedimentos é conhecida em sete pontos isolados onde os furos de sondagem atingiram o embasamento (A-G na Figura 2.8). Estas profundidades foram usadas como vínculos de igualdade absoluta assinalando-se o valor igual a

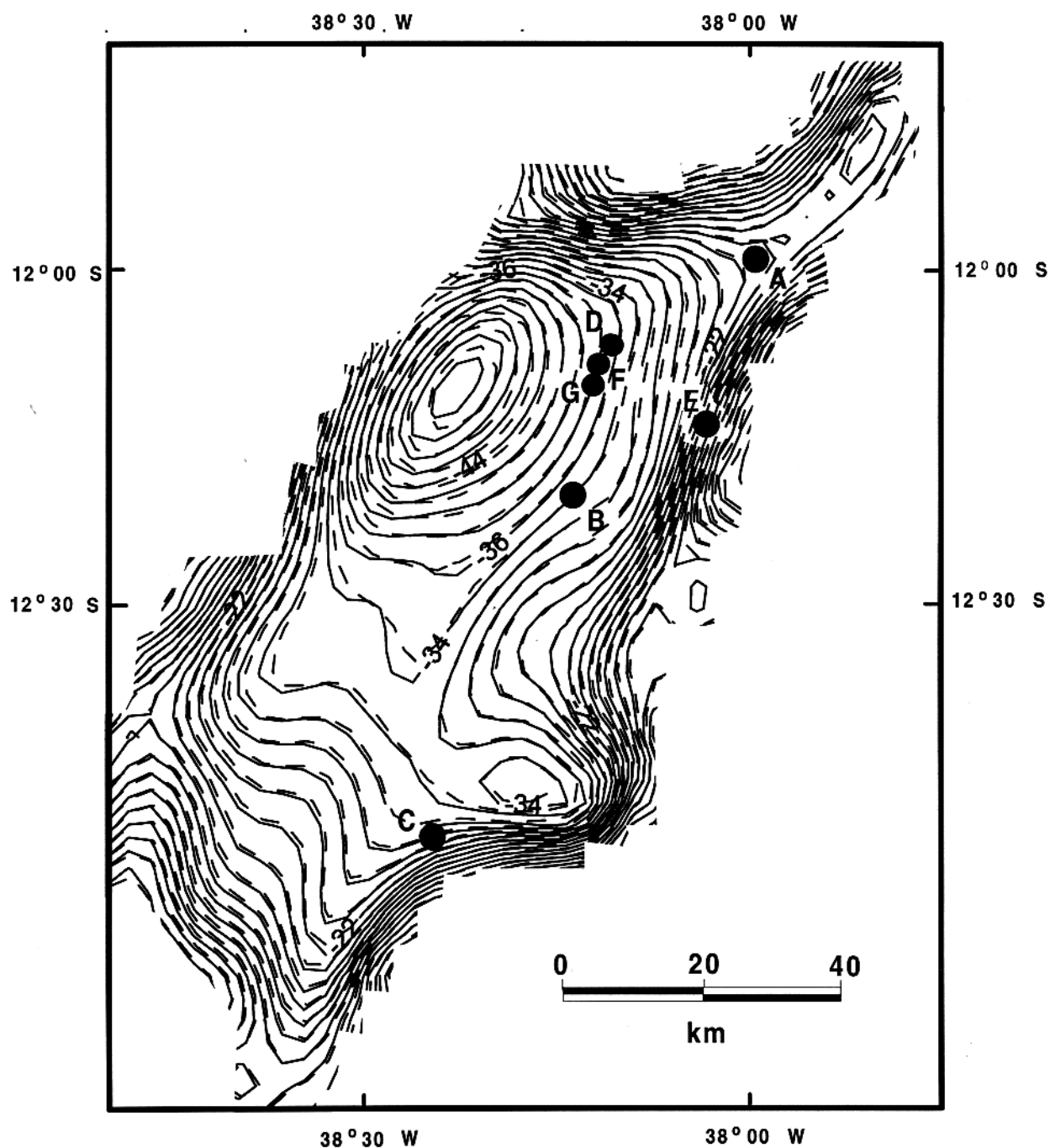


Figura 2.8 - **Bacia do Recôncavo**. Anomalia Bouguer (linhas contínuas) devida ao relevo do embasamento, segundo LEÃO et al. (1996), e anomalia ajustada (linhas tracejadas) usando o método SG. Intervalo de contorno: 2 mGal.

0,5 à constante μ^a na equação (2.19). As localizações dos furos de sondagem e as correspondentes profundidades do embasamento da bacia estão mostradas na Tabela 2.3. Além disso, incorporamos o vínculo de igualdade relativa usando uma matriz $\tilde{\mathbf{R}}$ similar à empregada no exemplo com dados sintéticos. Portanto, uma suavidade global é imposta ao relevo do embasamento. Para o multiplicador de Lagrange μ^r foi adotado o valor 0,5. Empregando-se valores menores para μ^r , verificamos a ocorrência de pináculos no relevo estimado no entorno dos furos de sondagem. A presença dos pináculos indica um conflito entre os vínculos absoluto e relativo produzida pela exigência simultânea que o relevo seja suave e passe pelos pontos cujas profundidades são conhecidas. Para determinar o contraste de densidade, foram realizadas várias inversões presumindo-se diferentes valores para o contraste de densidade dentro da faixa $[-0,25 \text{ g/cm}^3, -0,46 \text{ g/cm}^3]$. Tendo por base a minimização da diferença entre as profundidades observadas e as estimadas nos pontos A-G, adotamos como estimativa do contraste de densidade o valor $-0,26 \text{ g/cm}^3$. O critério de convergência empregado foi o mesmo adotado no teste com dados sintéticos e a aproximação inicial foi obtida do mesmo modo como no exemplo sintético.

Tabela 2.3 - **Bacia do Recôncavo**: coordenadas geográficas dos sete furos de sondagem (A-G na Figura 2.8) e as correspondentes profundidades do embasamento.

Furos de sondagem	Latitude	Longitude	Profundidade observada (km)
A	12° 01' 26,4" S	37° 59' 16,8" W	2,29
B	12° 19' 54,9" S	38° 14' 42,6" W	2,88
C	12° 47' 34,8" S	38° 26' 45,6" W	3,80
D	12° 08' 09,6" S	38° 11' 08,5" W	2,95
E	12° 15' 09,6" S	38° 04' 15,2" W	1,62
F	12° 10' 08,4" S	38° 12' 27,7" W	2,97
G	12° 11' 20,4" S	38° 13' 19,2" W	3,14

A Figura 2.9 mostra, como resultado da inversão, o relevo do embasamento estimado e a Figura 2.8 a anomalia gravimétrica ajustada (em linhas tracejadas). Este resultado define algumas das principais feições estruturais conhecidas na literatura e estão apontadas na Figura 2.9. Dentre tais feições destacam-se os baixos estruturais de Alagoinhas (T), Camaçari (U) e Quiambina (Q), que coincidem com os três baixos gravimétricos na Figura 2.8. Adicionalmente, ressaltamos a coincidência das áreas de baixos gradientes com os conhecidos terraços de Cassarongongo (V), São Domingos (SD) e Mata-Araças (MA) e com o baixo estrutural de Miranga (MI). A presença de um terraço com direção nordeste é inferida pela

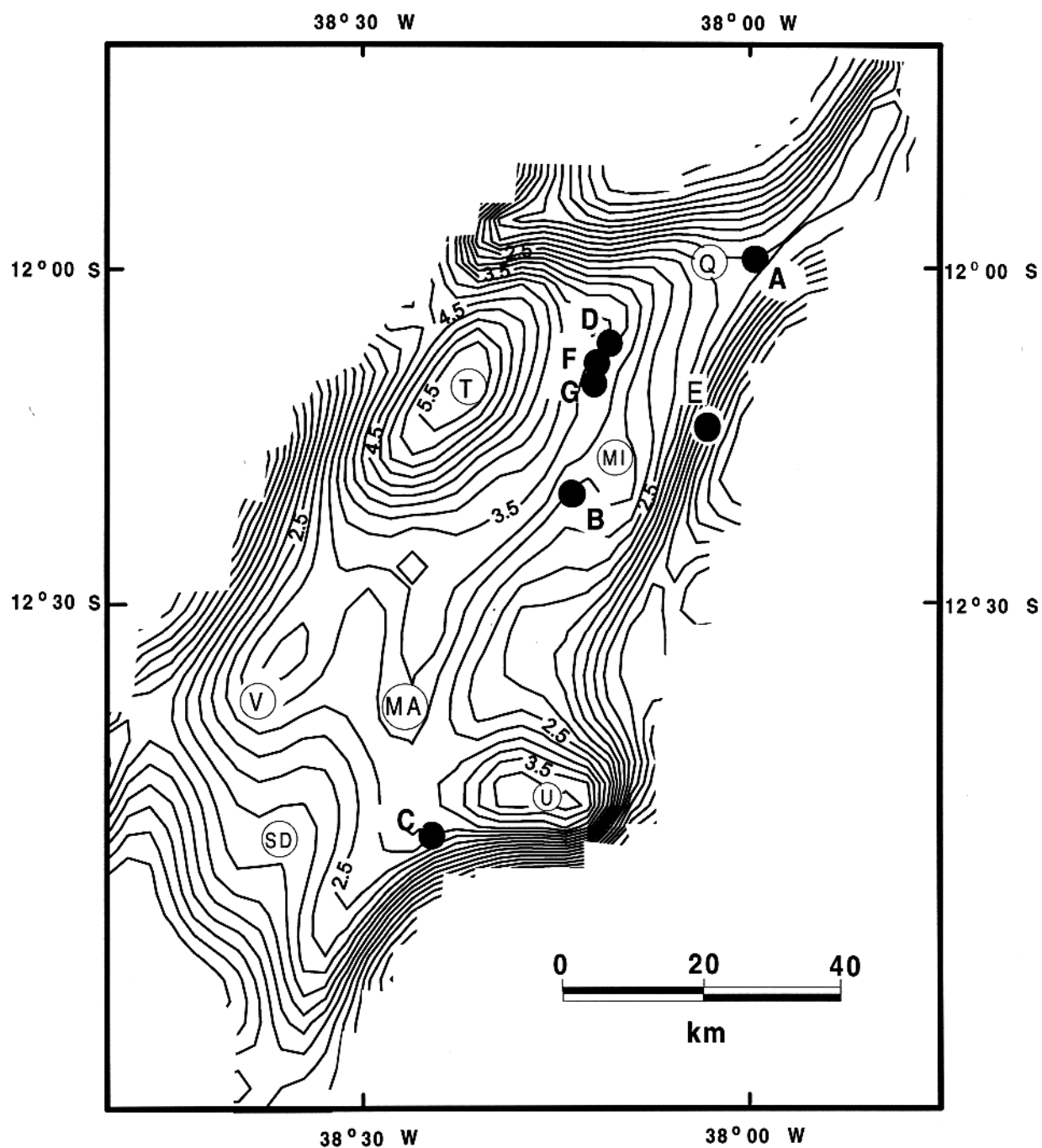


Figura 2.9 - **Bacia do Recôncavo**. Relevo do embasamento estimado com o método SG com subespaço usando-se $\mu^r = 0,5$ e $\mu^a = 0,5$. Intervalo de contorno: 0,25 km.

região de baixo gradiente limitada pelas curvas de isovalores de 2,5 km e 3,5 km em torno do baixo estrutural MI. Este terraço, conjuntamente com o terraço de Mata-Araçás isolam o principal baixo estrutural (Alagoinhas) do depocentro da bacia (Camaçari). Estes resultados são consistentes com as interpretações anteriores sobre o embasamento da Bacia do Recôncavo que apontam um arcabouço tectonicamente segmentado, pela ação de falhas normais, em um mosaico de blocos. Ressaltamos que a definição de um terraço entre os dois principais baixos estruturais (Alagoinhas e Camaçari) só foi possível devido à boa resolução inerente a este novo método.

A Tabela 2.4 apresenta as profundidades observadas e estimadas do embasamento e as diferenças absolutas entre elas nos furos de sondagem A-G, na Figura 2.9.

Tabela 2.4 - **Bacia do Recôncavo**: profundidades observadas e estimadas do embasamento e as diferenças entre estes valores em sete furos de sondagem (A-G na Figura 2.9).

Furos de sondagens	Profundidade observada (km)	Profundidade estimada (km)	Diferença (km)
A	2,29	2,09	0,20
B	2,88	2,91	0,03
C	3,80	3,26	0,54
D	2,95	3,38	0,43
E	1,62	1,56	0,06
F	2,97	3,33	0,36
G	3,14	3,35	0,21

2.5 CONCLUSÕES

Apresentamos um método de interpretação gravimétrica para o mapeamento estável do relevo de uma interface separando dois meios. O método é estabilizado através da incorporação de vínculos aproximados de igualdades absoluta e relativa sobre as profundidades da interface. Este problema é não linear e foi resolvido pelo método de MARQUARDT (1963) modificado para incorporar o método do subespaço, que basicamente reduz em pelo menos uma ordem de grandeza a dimensão do sistema de equações lineares a ser resolvido em cada iteração.

O vínculo aproximado de igualdade relativa tem a potencialidade de incorporar, facilmente, informações geológicas que podem ser expressas sob a forma de relações lineares entre

grupos de parâmetros. Neste trabalho apresentamos a igualdade entre pares de parâmetros adjacentes, o que implica impor uma variação espacial suave para a interface estimada (vínculo de suavidade global). O grau desta suavidade é controlado por uma constante (multiplicador de Lagrange) que consideramos o menor valor possível que ainda produza uma solução estável. Adicionalmente, ressaltamos que outras relevantes informações geológicas, tais como a presença de terraços estruturais onde se verifica um alto grau de suavidade localizado, podem ser incorporadas introduzindo-se uma dependência em x e y ao multiplicador de Lagrange μ^r . Portanto, o vínculo de igualdade relativa pode impor à solução tanto uma suavidade global como uma suavidade local.

O vínculo aproximado de igualdade absoluta incorpora informações pontuais disponíveis sobre a profundidade da interface, ou seja, localmente exigimos que as profundidades estimadas estejam tão próximas quanto possível das profundidades conhecidas a priori. Indiretamente, este vínculo permite estimar tanto o contraste de densidade como os coeficientes de um polinômio que representa um nível de base não removido. Nestes dois últimos casos, o critério é selecionar valores para estes parâmetros que produzam o menor desajuste entre as profundidades estimadas e as conhecidas.

Comparado com outros métodos disponíveis na literatura, o presente método destaca-se por ser estável e não exigir que a interface a ser mapeada tenha primeira e segunda derivadas contínuas nas direções x e y .

Especificamente, aplicamos o método apresentado ao mapeamento da interface separando os sedimentos do embasamento de uma bacia sedimentar. Enfatizamos, porém, que outras interfaces podem ser interpretadas, como por exemplo a interface crosta-manto. Embora tenhamos considerado apenas meios homogêneos, o método pode ser facilmente adaptado para admitir variação do contraste de densidade com a profundidade de acordo com alguma lei empírica pré-estabelecida através de perfilação de poços.

A boa resolução e adequação do método no mapeamento do relevo de um arcabouço complexo do embasamento de uma bacia sedimentar foram ilustradas em dados sintéticos em que os efeitos gravimétricos não são perceptíveis por uma simples interpretação da anomalia. Ressaltamos que o relevo do embasamento simulado, neste teste, não apresenta comportamento espacial suave. No entanto, apesar da informação a priori incorporada por este método não refletir a realidade geológica do arcabouço da bacia simulada, ainda assim, o método produziu uma boa reconstrução das várias feições geológicas desta bacia sedimentar.

3 - MÉTODO II: SUAVIDADE PONDERADA

3.1 INTRODUÇÃO

No segundo capítulo apresentamos um método que obtém uma boa resolução de uma interface através do vínculo de proximidade entre parâmetros adjacentes (profundidades da interface), sujeito a alguns dos parâmetros estimados serem próximos, no sentido dos mínimos quadrados, a valores verdadeiros da profundidade da interface em alguns pontos isolados onde as profundidades são conhecidas a priori. Ressaltou-se que o grau de suavidade imposto à interface estimada é controlado por um parâmetro de amortecimento que é mantido como o menor valor possível sujeito à solução ser estável. Apesar deste método apresentar uma melhoria na resolução quando comparado com outros métodos, (como por exemplo, com o método de LEÃO et al., 1996) este método, assim como qualquer outro disponível na literatura, não é capaz de mapear com boa resolução uma interface descontínua devido a falhamentos do embasamento. Isto ocorre porque o mesmo grau de suavidade é imposto a todos os pares de parâmetros adjacentes.

Neste capítulo apresentamos um método estável para estimar as profundidades do embasamento de uma bacia sedimentar homogênea. Para tanto, o meio superior (pacote sedimentar) é discretizado, ao longo de duas direções horizontais perpendiculares, em prismas justapostos, cujas espessuras representam as profundidades do embasamento e são os parâmetros a serem estimados a partir da anomalia gravimétrica. A estabilização deste problema inverso foi obtida introduzindo-se os vínculos geológicos: i) o relevo do embasamento é predominantemente suave no fundo da bacia, exceto nas bordas onde ocorrem descontinuidades produzidas por falhas; e ii) as profundidades do embasamento não excedem um valor máximo conhecido. Estes vínculos são particularmente significativos para uma bacia cratônica do tipo extensional. Esta informação geológica qualitativa foi incorporada ao problema inverso através da combinação de três diferentes vínculos matemáticos nas profundidades do embasamento. O primeiro é o vínculo aproximado de igualdade relativa ponderada (IRP), o segundo é o vínculo aproximado de igualdade absoluta (IA) e, finalmente, o terceiro é o vínculo de desigualdade estrita (DE). O vínculo IRP impõe uma suavidade ponderada ao relevo: onde o relevo é suave, um grande peso é assinalado ao vínculo impondo uma proximidade entre as profundidades do embasamento estimadas em pontos adjacentes. Por outro lado, onde o relevo é abrupto um baixo peso é assinalado, permitindo que as estimativas das

profundidades em pontos adjacentes sejam muito diferentes entre si. Como o relevo do embasamento é desconhecido, as regiões do embasamento com comportamentos suave e abrupto são também desconhecidas a priori. Assim, os pesos serão determinados por um processo iterativo, inicializando-se com a solução produzida pelo método apresentado no capítulo anterior, adaptado para incorporar vínculos de desigualdade sobre os parâmetros. Este processo iterativo acentua as feições geométricas do embasamento inicialmente estimadas, ou seja, regiões suaves tenderão a tornar-se mais suaves e regiões abruptas tenderão a tornar-se mais abruptas.

Como o vínculo *IRP* não é suficiente para estabilizar o problema inverso, acrescentamos a combinação dos vínculos *IA* e *DE* para incorporar, adicionalmente, a informação geológica que quase todas as regiões planas e horizontais do relevo a ser mapeado estão localizadas no fundo da bacia, ou seja, a existência de terraços laterais está limitada, em extensão, a pequenas áreas. Presumindo que a máxima profundidade d do fundo da bacia é conhecida e usando o vínculo *DE*, restringimos as profundidades do embasamento a serem mais rasas que esta profundidade máxima. Por outro lado, empregando-se o vínculo *IA*, impomos, intencionalmente, que as profundidades estimadas devem ser maiores que d . Como nenhum parâmetro pode ser maior que d , uma vez que os vínculos *DE* são rígidos, as profundidades estimadas de uma porção substancial do embasamento deverão ser próximas a este valor. O resultado final é uma bacia cuja topografia apresenta um fundo achatado e bordas abruptas.

3.2 METODOLOGIA

3.2.1 Modelo interpretativo

Seja g^o um conjunto de N observações gravimétricas produzidas por uma bacia sedimentar constituída de sedimentos e embasamento homogêneos, com contraste de densidade entre eles conhecido. Para estimar o relevo do embasamento desta bacia, presumimos como modelo interpretativo um conjunto de M prismas verticais justapostos tridimensionais cujas espessuras são os parâmetros a serem estimados (Figura 2.1). O topo de cada prisma coincide com a superfície da Terra e todos os prismas têm dimensões horizontais iguais. Por simplicidade, presumimos que os dados gravimétricos foram interpolados em uma malha regular com espaçamentos dx e dy ao longo das direções x e y , respectivamente. Estes espaçamentos são iguais às dimensões horizontais dos prismas. Geralmente, o número de observações gravimétricas (N) difere do número dos prismas (M), porém as coordenadas x e y do centro de cada prisma coincidem com as coordenadas horizontais de um ponto de observação.

3.2.2 Formalismo matemático do problema inverso

Inicialmente, desenvolveremos o procedimento matemático para incorporar os vínculos *IRP*, *IA* e *DE*. Seja $\underline{\mathbf{p}}$ o vetor M -dimensional cujos elementos p_j são as espessuras dos prismas a serem estimadas e $\underline{\mathbf{g}}(\underline{\mathbf{p}})$ o vetor N -dimensional cujo i -ésimo elemento $g_i(\underline{\mathbf{p}})$ é o campo gravimétrico produzido pelos M prismas no i -ésimo ponto de observação. O problema inverso não linear de estimar $\underline{\mathbf{p}}$ a partir dos dados gravimétricos pode ser formulado como um problema de minimização do funcional

$$\phi^g(\underline{\mathbf{g}}, \underline{\mathbf{g}}^o) = \frac{1}{N} \|\underline{\mathbf{g}}(\underline{\mathbf{p}}) - \underline{\mathbf{g}}^o\|^2, \quad (3.1)$$

em que $\|\cdot\|$ é a norma Euclideana.

O vínculo *IRP* nas espessuras é incorporado através da minimização do funcional

$$\phi^r(\underline{\mathbf{p}}) = \frac{f^r}{M} \|\underline{\mathbf{W}} \underline{\mathbf{R}} \underline{\mathbf{p}}\|^2, \quad (3.2)$$

sendo f^r um fator de normalização, $\underline{\mathbf{W}}$ uma matriz diagonal de pesos $K \times K$ e $\underline{\mathbf{R}}$ uma matriz $K \times M$ cujas linhas contêm apenas dois elementos não nulos: 1 e -1. Estes elementos estão associados com cada par de parâmetros adjacentes conforme descrito no segundo capítulo. Definindo-se $\underline{\mathbf{W}}$ como a matriz identidade $\underline{\mathbf{I}}$, de ordem K , ou seja, usando-se apenas $\|\underline{\mathbf{R}} \underline{\mathbf{p}}\|^2$, um comportamento suave é imposto a todo o relevo estimado do embasamento. O papel da matriz $\underline{\mathbf{W}}$ é relaxar o vínculo de suavidade, ponderando a i -ésima linha da matriz $\underline{\mathbf{R}}$ pelo i -ésimo elemento $w_{ii} \in (0,1]$, da diagonal de $\underline{\mathbf{W}}$. Por exemplo, se $w_{ii} = 1$, a suavidade entre as espessuras dos prismas adjacentes associados com o i -ésimo vínculo será a maior possível, desde que compatível com os dados gravimétricos; por outro lado, se $w_{ii} \approx 0$, nenhuma suavidade é imposta entre estas espessuras, ou seja, não há qualquer imposição de transição suave entre os valores numéricos dos parâmetros.

Definimos o elemento w_{ii} da matriz $\underline{\mathbf{W}}$ como sendo um valor inversamente proporcional à diferença entre as estimativas das espessuras dos prismas adjacentes definindo o i -ésimo vínculo, ou seja, quanto maior a diferença entre as estimativas das espessuras dos prismas adjacentes, menor será o peso assinalado à suavidade entre eles. Desta forma, estimativas de parâmetros adjacentes próximas entre si tenderão a tornar-se ainda mais próximas e vice-versa. Como o problema de estimar $\underline{\mathbf{p}}$ é um problema não linear e a matriz $\underline{\mathbf{W}}$ é função do vetor $\underline{\mathbf{p}}$, ambos, $\underline{\mathbf{p}}$ e $\underline{\mathbf{W}}$ serão estimados através de um processo iterativo. Nas próximas subseções o processo iterativo será descrito e a expressão usada para definir w_{ii} será apresentada. Conceitualmente, o procedimento iterativo para definir $\underline{\mathbf{W}}$ é análogo ao

método gravimétrico robusto de separação entre os campos regional e residual (BELTRÃO et al., 1991), em que o campo gravimétrico regional deve ser predominantemente suave e as anomalias gravimétricas residuais deveriam estar preferencialmente concentradas apenas em algumas regiões isoladas. Assim, o emprego da matriz $\tilde{\mathbf{W}}$, definida acima, é equivalente a introduzir um critério robusto de suavidade para a estimativa do relevo do embasamento; ou seja, o relevo deve ser predominantemente suave e as descontinuidades devem estar preferencialmente concentradas apenas em algumas regiões isoladas do relevo do embasamento.

No caso particular em que $\tilde{\mathbf{W}}$ é igual a $\tilde{\mathbf{I}}$, o vínculo de suavidade máxima é imposto a todos os parâmetros (espessuras), como mostramos no segundo capítulo. Este caso particular, corresponde a um estimador bastante empregado na literatura de inversão geofísica. Como exemplo destacamos: PHILLIPS (1962); TWOMEY (1963); CONSTABLE et al. (1987); SCALES et al. (1990); BLOCK et al. (1994); MEDEIROS & SILVA (1996) e BARBOSA, et al. (1997). De modo análogo ao segundo capítulo, neste capítulo a estimativa do relevo do embasamento usando uma suavidade uniforme a todos os parâmetros será referida como inversão com *suavidade global*. Por outro lado, a interpretação usando-se pesos não uniformes será designada inversão com *suavidade ponderada*. Nos casos práticos em que a imposição do vínculo de suavidade às profundidades do embasamento não for conflitante com as feições reais presentes no relevo do embasamento, uma solução com significado geológico é obtida. Caso contrário, um grau indesejável de suavidade será imposto ao relevo a ser mapeado. No presente método, o papel da matriz $\tilde{\mathbf{W}}$ é reduzir o conflito entre o vínculo de suavidade global, introduzido a priori pela matriz $\tilde{\mathbf{R}}$, e as reais descontinuidades existentes no relevo do embasamento. No entanto, esta tentativa de aumentar a resolução implica o inevitável decréscimo na estabilidade da solução. Para compensar este decréscimo na estabilidade, incorporaremos ao problema os vínculos *DE* e *IA* descritos abaixo.

Os vínculos desigualdades estrita (*DE*) para as espessuras são definidos, elemento por elemento, como

$$\tilde{\mathbf{p}}_{\min} < \tilde{\mathbf{p}} < \tilde{\mathbf{p}}_{\max}, \quad (3.3)$$

em que $\tilde{\mathbf{p}}_{\min}$ e $\tilde{\mathbf{p}}_{\max}$ são vetores M -dimensionais que definem os limites inferior e superior, respectivamente, para as espessuras dos prismas. Para incorporar estas inequações ao problema inverso definimos a transformação $f(\tilde{\mathbf{p}})$ que mapeia o vetor $\tilde{\mathbf{p}} \equiv \{p_j\} \in (p_{\min j}, p_{\max j})$, $j = 1, 2, \dots, M$, no vetor sem vínculos $\tilde{\mathbf{p}}^\dagger \equiv \{p_j^\dagger\} \in (-\infty, +\infty)$, $j = 1, 2, \dots, M$. Esta transformação é realizada elemento por elemento. Para tanto, o

j -ésimo parâmetro $p_j^\dagger$ é definido como:

$$p_j^\dagger = f(p_j) = -\ln \left(\frac{p_{\max j} - p_j}{p_j - p_{\min j}} \right). \quad (3.4)$$

A transformação $f(\underline{p})$ é uma transformação homeomórfica sendo sua inversa dada por:

$$p_j = f^{-1}(p_j^\dagger) = \frac{p_{\max j} - p_{\min j}}{1 + e^{-p_j^\dagger}} + p_{\min j}. \quad (3.5)$$

O vínculo aproximado de igualdade absoluta (IA) nas espessuras é incorporado através da minimização do funcional

$$\phi^a(\underline{p}) = \frac{f^a}{M} \| \underline{A} \underline{p} - \underline{p}^a \|^2, \quad (3.6)$$

em que $\underline{A}$ é uma matriz $H \times M$ ($H \leq M$) cujas linhas contêm apenas um elemento não nulo, igual ao valor 1 (MEDEIROS & SILVA, 1996) e $\underline{p}^a$ é um vetor de referência para as espessuras, especificado a priori e tendo dimensão H . A minimização de $\phi^a(\underline{p})$ força, no sentido dos mínimos quadrados, H parâmetros a serem próximos a H valores de referência conhecidos a priori. A constante f^a é um fator de normalização.

Na literatura geofísica, o vínculo aproximado de igualdade absoluta, com $H = M$, tem sido muito empregado tanto para estabilizar um problema inverso (VIGNERESSE, 1978 e SILVA & HOHMANN, 1984, por exemplo), como para incorporar informação a priori sobre os parâmetros em pontos isolados tais como as profundidades do relevo do embasamento fornecidas por furos de sondagem (capítulo 2 desta tese). No presente método, a finalidade do uso deste vínculo é dupla: *i*) permitir, como mencionado acima, compensar o decréscimo da estabilidade resultante do uso de vínculos de suavidade ponderada e *ii*) em combinação com o vínculo de desigualdade estrita, permitir incorporar a informação de que o fundo da bacia sedimentar é suave e horizontal. O segundo objetivo é alcançado assinalando-se a todos os elementos do vetor de referência $\underline{p}^a$ (com $H = M$) um valor que *intencionalmente* viola o limite superior dos parâmetros, isto é, $\underline{p}^a \geq \underline{p}_{\max}$. Como nenhum parâmetro estimado pode violar o limite superior imposto a priori, uma vez que os vínculos de desigualdade são incorporados de modo rígido, a solução estimada tenderá a apresentar espessuras congeladas em $\underline{p}_{\max}$. Desta forma, o relevo estimado da bacia tenderá a apresentar um fundo achatado, sujeito a explicar a anomalia gravimétrica.

O problema inverso pode então ser formulado como

$$\text{MINIMIZE } \phi^r(\underline{p}) \text{ e } \phi^a(\underline{p}), \quad (3.7)$$

$$\text{sujeito a: } \phi^g(\underline{\mathbf{g}}, \underline{\mathbf{g}}^o) = \delta \quad (3.8)$$

$$\text{e } \underline{\mathbf{p}}_{\min} < \underline{\mathbf{p}} < \underline{\mathbf{p}}_{\max}, \quad (3.9)$$

sendo δ o valor esperado para a média da soma dos quadrados das realizações do ruído contido nos dados gravimétricos.

3.2.3 Solução iterativa para o problema inverso

A incorporação do vínculo (3.8) ao problema de minimização (3.7) pode ser feita através da minimização do funcional não vinculado

$$\phi(\underline{\mathbf{p}}) = \mu^r(\delta) \phi^r(\underline{\mathbf{p}}) + \mu^a(\delta) \phi^a(\underline{\mathbf{p}}) + \phi^g(\underline{\mathbf{g}}, \underline{\mathbf{g}}^o), \quad (3.10)$$

sendo $\mu^r(\delta)$ e $\mu^a(\delta)$ multiplicadores de Lagrange (números reais não negativos). Este problema não linear será resolvido iterativamente através do método de Gauss-Newton. Em primeiro lugar, expande-se $\phi(\underline{\mathbf{p}})$ [equação (3.10)] em série de Taylor em torno da aproximação $\underline{\mathbf{p}}_{(k)}$ obtida na k -ésima iteração, conservando-se apenas os termos até a segunda ordem. Derivando-se a função expandida e truncada, $\phi(\underline{\mathbf{p}}_{(k)} + \underline{\Delta} \underline{\mathbf{p}}_{(k)})$, em relação a $\underline{\Delta} \underline{\mathbf{p}}_{(k)}$ e igualando o resultado ao vetor nulo, obtemos a equação normal para a estimativa de $\underline{\Delta} \underline{\mathbf{p}}_{(k)}$ (a partir de agora, neste capítulo, usaremos o símbolo " $\hat{}$ " para denotar estimativa):

$$\underline{\mathbf{H}}_{(k)} \underline{\Delta} \hat{\underline{\mathbf{p}}}_{(k)} = - \underline{\mathbf{J}}_{(k)}, \quad (3.11)$$

em que

$$\underline{\mathbf{H}}_{(k)} = \mu^r \underline{\mathbf{H}}_{(k)}^r + \mu^a \underline{\mathbf{H}}_{(k)}^a + \underline{\mathbf{H}}_{(k)}^g, \quad (3.12)$$

e

$$\underline{\mathbf{J}}_{(k)} = \mu^r \underline{\mathbf{J}}_{(k)}^r + \mu^a \underline{\mathbf{J}}_{(k)}^a + \underline{\mathbf{J}}_{(k)}^g, \quad (3.13)$$

sendo

$$\underline{\mathbf{J}}_{(k)}^r = \nabla_{\underline{\mathbf{p}}} \{\phi^r(\underline{\mathbf{p}})\} \Big|_{\underline{\mathbf{p}} = \hat{\underline{\mathbf{p}}}_{(k)}}, \quad (3.14)$$

$$\underline{\mathbf{J}}_{(k)}^a = \nabla_{\underline{\mathbf{p}}} \{\phi^a(\underline{\mathbf{p}})\} \Big|_{\underline{\mathbf{p}} = \hat{\underline{\mathbf{p}}}_{(k)}}, \quad (3.15)$$

e

$$\underset{\sim}{J}_{(k)}^g = \underset{\sim}{\nabla}_{\underset{\sim}{p}} \{ \phi^g[\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{p}), \underset{\sim}{g}^o] \} \Big|_{\underset{\sim}{p} = \underset{\sim}{\hat{p}}_{(k)}}, \quad (3.16)$$

vetores gradientes avaliados em $\underset{\sim}{\hat{p}}_{(k)}$, e

$$\underset{\sim}{H}_{(k)}^r = \underset{\sim}{\nabla}_{\underset{\sim}{p}} \underset{\sim}{\nabla}_{\underset{\sim}{p}}^T \{ \phi^r(\underset{\sim}{p}) \} \Big|_{\underset{\sim}{p} = \underset{\sim}{\hat{p}}_{(k)}}, \quad (3.17)$$

$$\underset{\sim}{H}^a = \underset{\sim}{\nabla}_{\underset{\sim}{p}} \underset{\sim}{\nabla}_{\underset{\sim}{p}}^T \{ \phi^a(\underset{\sim}{p}) \} \quad (3.18)$$

e

$$\underset{\sim}{H}_{(k)}^g = \underset{\sim}{\nabla}_{\underset{\sim}{p}} \underset{\sim}{\nabla}_{\underset{\sim}{p}}^T \{ \phi^g[\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{p}), \underset{\sim}{g}^o] \} \Big|_{\underset{\sim}{p} = \underset{\sim}{\hat{p}}_{(k)}}, \quad (3.19)$$

os Hessianos sendo $\underset{\sim}{\nabla}_{\underset{\sim}{p}}$ um operador vetorial M -dimensional cujo j -ésimo elemento é definido como $\partial/\partial p_j$.

Os vínculos de desigualdade (3.9) são incorporados substituindo a equação (3.11) por

$$\underset{\sim}{H}_{(k)} \underset{\sim}{T}_{(k)} \underset{\sim}{\Delta} \underset{\sim}{\hat{p}}_{(k)}^\dagger = - \underset{\sim}{J}_{(k)}, \quad (3.20)$$

em que $\underset{\sim}{T}_{(k)}$ é uma matriz diagonal $M \times M$ cujo j -ésimo elemento na k -ésima iteração é

$$T_{jj(k)} = \left(\frac{\partial f(p_j)}{\partial p_j} \Big|_{p_j = \hat{p}_{j(k)}} \right)^{-1}. \quad (3.21)$$

Desta forma, estima-se a perturbação não vinculada $\underset{\sim}{\Delta} \underset{\sim}{\hat{p}}_{(k)}^\dagger$ e não a perturbação vinculada $\underset{\sim}{\Delta} \underset{\sim}{\hat{p}}_{(k)}$. A substituição que resultou na equação (3.20) baseia-se na relação analítica entre as derivadas totais dos j -ésimos elementos de $\underset{\sim}{p}_{(k)}$ e $\underset{\sim}{p}_{(k)}^\dagger$ dada por

$$dp_{j(k)} = \left(\frac{\partial f(p_j)}{\partial p_j} \Big|_{p_j = \hat{p}_{j(k)}} \right)^{-1} \cdot dp_{j(k)}^\dagger. \quad (3.22)$$

Substituindo a equação (3.4) na equação (3.21), obtemos

$$T_{jj(k)} = \frac{(\hat{p}_{j(k)} - p_{\min_j})(p_{\max_j} - \hat{p}_{j(k)})}{(p_{\max_j} - p_{\min_j})}. \quad (3.23)$$

Teoricamente, a existência de um valor nulo nunca ocorreria na equação (3.23) porque $\Delta \hat{p}_{j(k-1)}^\dagger$ deve ser infinito para produzir uma estimativa de $\hat{p}_{j(k)}^\dagger$ também infinita, tal que

$\hat{p}_{j(k)}$ se situe exatamente em um dos extremos do intervalo $(p_{\min_j}, p_{\max_j})$. Na prática, no entanto, valores nulos de $T_{jj(k)}$ podem ocorrer devido a erros de arredondamento na avaliação da exponencial da equação (3.5). Assim, objetivando evitar a ocorrência de valores nulos na diagonal da matriz $\tilde{\mathbf{T}}_{(k)}$, um número positivo pequeno ξ foi somado a cada parcela multiplicativa do numerador da equação (3.23). Isto é equivalente a estender artificialmente os limites $p_{\min_j}$ e $p_{\max_j}$ para $p_{\min_j} - \xi$ e $p_{\max_j} + \xi$, respectivamente. Ressaltamos, entretanto, que esta extensão é realizada exclusivamente na avaliação numérica dos elementos da matriz $\tilde{\mathbf{T}}_{(k)}$.

Uma vez obtida a estimativa de $\Delta \mathbf{p}_{(k)}^\dagger$, solucionando-se a equação (3.20), soma-se a esta estimativa a aproximação $\hat{\mathbf{p}}_{(k)}^\dagger$, produzindo uma estimativa para $\mathbf{p}_{(k+1)}^\dagger$. Finalmente, a estimativa $\hat{\mathbf{p}}_{(k+1)}$ é obtida usando-se a equação (3.5). Salientamos que, para reduzir o tempo computacional, empregamos a aproximação de Gauss-Newton para o Hessiano $\mathbf{H}_{(k)}^g$.

Os fatores de normalização nas equações (3.2) e (3.6) em cada iteração são $f_{(k)}^r = \frac{E_{(k)}^g}{E_{(k)}^r}$ e $f_{(k)}^a = \frac{E_{(k)}^g}{E^a}$ sendo $E_{(k)}^g$, $E_{(k)}^r$ e E^a as normas Euclidianas de $\mathbf{H}_{(k)}^g$, $\mathbf{H}_{(k)}^r$ e $\mathbf{H}^a$, respectivamente.

3.2.4 Procedimentos computacionais

A metodologia proposta neste capítulo foi implementada em dois passos isto é, através de dois algoritmos, denominados *Suavidade Global* (SG) e *Suavidade Ponderada* (SP).

Neste capítulo, o algoritmo SG se diferencia do apresentado no capítulo anterior por não utilizar o método do subespaço e por permitir a incorporação de limites mínimo e máximo aos elementos do vetor de parâmetros. Apesar destas diferenças, intencionalmente, preservamos a mesma denominação, SG, tanto para o algoritmo apresentado no capítulo anterior como para o que apresentaremos a seguir, porque objetivamos enfatizar o vínculo geológico incorporado por ambos os algoritmos: o vínculo de suavidade global às estimativas das profundidades. Neste capítulo, o algoritmo SG consiste dos seguintes passos:

- 1) Iteração $k = 0$: definem-se os valores numéricos dos elementos das matrizes $\tilde{\mathbf{R}}$ e $\tilde{\mathbf{A}}$, dos escalares μ^a e μ^r , dos elementos dos vetores $\tilde{\mathbf{g}}^0$, $\tilde{\mathbf{p}}_{\min}$ e $\tilde{\mathbf{p}}_{\max}$ e dos elementos da aproximação inicial $\tilde{\mathbf{p}}_0$ satisfazendo ao vínculo de desigualdade, ou seja, $\tilde{\mathbf{p}}_{\min} < \tilde{\mathbf{p}}_0 < \tilde{\mathbf{p}}_{\max}$. Faz-se $\tilde{\mathbf{W}}_{(k)} = \tilde{\mathbf{I}}$ para todo k .
- 2) Obtém-se $\hat{\mathbf{p}}_{(k)}^\dagger = f(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})$ usando a equação (3.4).

- 3) Obtém-se $\Delta \hat{\mathbf{p}}_{\sim(k)}^{\dagger}$ na k -ésima iteração, solucionando a equação (3.20) pelo método de MARQUARDT (1963).
- 4) Computa-se: $\hat{\mathbf{p}}_{\sim(k+1)}^{\dagger} = \hat{\mathbf{p}}_{\sim(k)}^{\dagger} + \Delta \hat{\mathbf{p}}_{\sim(k)}^{\dagger}$.
- 5) Obtém-se $\hat{\mathbf{p}}_{\sim(k+1)}$ usando a equação (3.5).
- 6) Testa-se a convergência do algoritmo avaliando

$$\left| \frac{\phi(\hat{\mathbf{p}})_{\sim(k+1)} - \phi(\hat{\mathbf{p}})_{\sim(k)}}{\phi(\hat{\mathbf{p}})_{\sim(k+1)}} \right|, \quad (3.24)$$

em que $\phi(\hat{\mathbf{p}})_{\sim(k)}$ e $\phi(\hat{\mathbf{p}})_{\sim(k+1)}$ são avaliações do funcional $\phi(\mathbf{p})$ [dado na equação (3.10)], respectivamente, na k -ésima e $(k+1)$ -ésima primeira iterações. Se o valor encontrado para a razão expressa na equação (3.24) for igual ou menor que um valor limiar τ , abaixo do qual o decaimento relativo de $\phi(\mathbf{p})$ é presumivelmente constante, e o funcional $\phi^g(\mathbf{p})$ for igual ou menor que o valor esperado δ para a média da soma dos quadrados das realizações do ruído, então, o processo iterativo é interrompido e a estimativa final $\hat{\mathbf{p}}^{gs}$ é armazenada. Caso contrário, incrementa-se k e retorna-se ao passo 2.

Os valores de μ^a e μ^r devem ser selecionados da maneira descrita no capítulo 2 para o método SG. Desta forma, são necessárias algumas execuções do algoritmo SG objetivando encontrar um valor adequado para estes parâmetros. Observe que neste algoritmo, o vínculo aproximado de igualdade absoluta incorpora apenas informação a priori sobre a profundidade *em pontos isolados, como por exemplo informações fornecidas por furos de sondagem*. Enfatizamos, mais uma vez, que as diferenças entre este algoritmo e o proposto no capítulo anterior são a incorporação do vínculo de desigualdade estrita e a não utilização do método do subespaço.

O algoritmo SP consiste dos seguintes passos:

- 1) Iteração $k = 0$: definem-se os valores numéricos dos elementos da matriz $\mathbf{R}_{\sim}$, dos escalares μ^a e μ^r e dos elementos dos vetores $\mathbf{g}^o$, $\mathbf{p}_{\sim \min}$ e $\mathbf{p}_{\sim \max}$. Faz-se $\mathbf{p}_0 = \hat{\mathbf{p}}^{gs}$, ou seja, a aproximação inicial será a solução dada pelo algoritmo SG.
- 2) Faz-se $\mathbf{A}_{\sim}$ igual à matriz identidade de ordem M e especifica-se um vetor de referência $\mathbf{p}^a$ satisfazendo à desigualdade $\mathbf{p}^a > \mathbf{p}_{\sim \max}$, exceto nos pontos onde a profundidade do relevo a ser mapeado é conhecida. Deste modo, o vínculo aproximado de igualdade absoluta será assinalado a todas as espessuras.

- 3) Computa-se a matriz de peso $\mathbf{W}_{\approx(k)}$ através da expressão

$$\mathbf{W}_{\approx(k)} = \{w_{ii(k)}\} = e^{-\eta \left(\frac{(\hat{p}_{j(k)} - \hat{p}_{l(k)})^2 - \varepsilon_{(k)}}{(p_{\max j} - p_{\min j})(p_{\max l} - p_{\min l})} \right)}, \quad (3.25)$$

em que os subscritos j e l definem o i -ésimo par de parâmetros adjacentes, η é um escalar positivo e $\varepsilon_{(k)}$ é, na k -ésima iteração, um fator constante de normalização, vinculando o maior valor de w_{ii} a ser igual a 1.

- 4) Executam-se os passos 2 a 5 do algoritmo SG, usando-se a matriz $\mathbf{W}_{\approx(k)}$ dada pela equação (3.25). Para resolver a equação (3.20), são utilizadas aproximações do Hessiano $\mathbf{H}_{\approx(k)}^r$ e do vetor gradiente $\mathbf{J}_{\approx(k)}^r$ desprezando-se a dependência da matriz $\mathbf{W}_{\approx(k)}$ no vetor de parâmetros $\mathbf{p}$.
- 5) Testa-se a convergência do algoritmo como no passo 6 do algoritmo SG. Se o critério de convergência não for satisfeito, incrementa-se k e retorna-se ao passo 3.

Os valores de μ^a e μ^r devem ser os mesmos empregados no algoritmo SG.

3.3 APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS

Nesta seção os algoritmos SG e SP serão aplicados a dados gravimétricos sintéticos produzidos por modelos 2-D e 3-D.

3.3.1 Modelo 2-D.

A Figura 3.1a mostra o perfil de uma anomalia Bouguer (pontos), no intervalo $x \in [-50 \text{ km}, 148 \text{ km}]$, contendo 100 observações com espaçamento constante, contaminadas com ruído aditivo, Gaussiano, pseudo-aleatório, com média nula e desvio padrão igual a 0,5 mGal. Esta anomalia foi produzida por uma bacia sedimentar 2-D simulada com contraste de densidade uniforme de $-0,2 \text{ g/cm}^3$ em relação ao embasamento. Como mostram a Figura 3.1b e a Figura 3.1c em linha contínua, a configuração da bacia sedimentar simulada apresenta bordas abruptas e fundo achatado. Este modelo simula uma bacia extensional cratônica cujas principais feições são falhas normais abruptas que, dependendo da evolução tectônica da área, podem apresentar altos ângulos de mergulho.

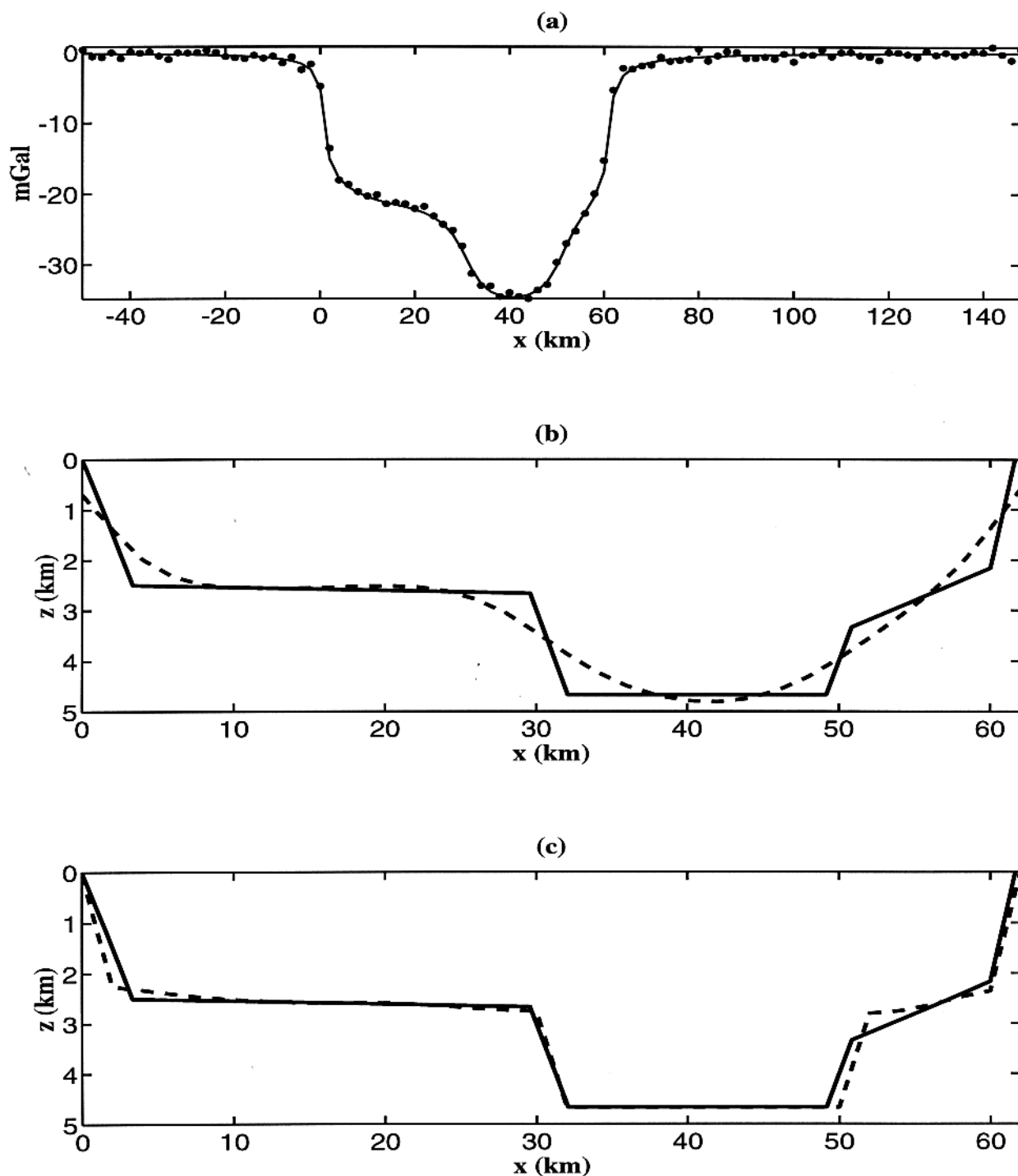


Figura 3.1 - Dados sintéticos de uma bacia 2-D. (a) Anomalias Bouguer: observada (pontos) e ajustada (linha contínua) usando a inversão SP; (b) relevos do embasamento: verdadeiro (linha contínua) e estimado (linha tracejada) usando a inversão SG sem o vínculo de desigualdade; (c) relevos do embasamento: verdadeiro (linha contínua) e estimado (linha tracejada) usando a inversão SP.

Presumimos um modelo interpretativo consistindo de 31 prismas verticais com largura de 2 km definidos no intervalo $x \in [-1 \text{ km}, 63 \text{ km}]$. Para estimar o relevo do embasamento, foram usados ambos os métodos de inversão apresentados neste capítulo através dos algoritmos SG e SP. O relevo estimado produzido pelo algoritmo SG, sem o vínculo de desigualdade estrita e sem o vínculo aproximado de igualdade absoluta, são mostrados na Figura 3.1b em linha tracejada. O valor do escalar τ usado para definir o critério de convergência [expressão (3.24)] nesta e nas demais aplicações foi 0,001. Os multiplicadores de Lagrange empregados na equação (3.10) foram $\mu^r = 5$ e $\mu^a = 0$. Apesar de usarmos o menor μ^r , ainda produzindo uma solução estável ou, em outras palavras, apesar do método extrair a máxima resolução permitida pelos dados, o vínculo de suavidade global implicou estimar bordas suavizadas da bacia, em vez de bordas abruptas, e um fundo da bacia estreito e curvado, em lugar de largo e achatado. Como não foi empregado o vínculo de desigualdade estrita para o vetor de parâmetros, equivalendo a estabelecer $p_{\min,j} = -\infty$ e $p_{\max,j} = +\infty$, $j = 1, \dots, M$, o relevo do embasamento estimado excede a profundidade máxima verdadeira do fundo da bacia. A baixa resolução é uma consequência da informação a priori usada pelo algoritmo SG para estabilizar a solução: uma suavização global. Em síntese, o relevo do embasamento estimado, apesar de ser substancialmente diferente do relevo verdadeiro da bacia, explica os dados gravimétricos e é consistente com a informação a priori introduzida.

Na aplicação do algoritmo SP, empregamos $\underline{p}_{\min} = \underline{0}$ km (vetor nulo), $\mu^a = 0,05$, $\mu^r = 5$ e $\eta = 30$ e assinalamos a todos os elementos de $\underline{p}_{\max}$ e $\underline{p}^a$ os valores, respectivamente, iguais a 4,67 km e 8 km. O resultado (Figura 3.1c em linha tracejada) mostra uma melhoria na resolução do relevo, possibilitando a definição das diferentes regiões do relevo do embasamento caracterizadas tanto por descontinuidades quanto por baixos gradientes. A anomalia gravimétrica ajustada é mostrada na Figura 3.1a em linha contínua.

3.3.2 Modelo 3-D.

A Figura 3.2 mostra, em linhas contínuas, a anomalia gravimétrica calculada sobre uma malha regular de 24×15 pontos com espaçamento igual a 1 km em ambas as direções x e y (norte-sul e este-oeste, respectivamente). Os dados foram contaminados com ruído pseudo-aleatório, aditivo, Gaussiano, com média nula e desvio padrão de 0,1 mGal. Esta anomalia foi produzida por uma bacia sedimentar simulada, com contraste de densidade uniforme de $-0,2 \text{ g/cm}^3$ e que foi gerada por um conjunto de 24×15 prismas verticais justapostos, com dimensões de 1 km nas direções x e y . A Figura 3.3 mostra as curvas de isovalores do relevo do embasamento desta bacia que consiste de duas sub-bacias isoladas (A e B), controladas tectonicamente por falhamentos. Estas sub-bacias estão evidenciadas no mapa

da anomalia gravimétrica (Figura 3.2) por dois baixos gravimétricos A_1 e B_1 , respectivamente. O ângulo médio do plano de falha na sub-bacia A é cerca de 77° enquanto na sub-bacia B é aproximadamente 56° . Ambas as sub-bacias apresentam um fundo com topografia achatada atingindo a profundidade máxima de 7 km, na sub-bacia A, e 4,5 km, na B.

O modelo interpretativo usado foi idêntico ao modelo empregado para gerar a anomalia gravimétrica verdadeira (descrito acima). O relevo do embasamento estimado usando-se o algoritmo SG, sem o vínculo de desigualdade estrita e sem o vínculo aproximado de igualdade absoluta, com $\mu^r = 0,1$ e $\mu^a = 0$, está mostrado na Figura 3.4. O método impôs uma suavidade indesejável ao relevo estimado, produzindo um gradiente médio de cerca de 45° ao longo dos perfis AA' e BB' na Figura 3.4. Ainda utilizando o algoritmo SG, porém adicionando à inversão o vínculo de desigualdade estrita e empregando $\mu^r = 0,009$, obtivemos a estimativa para o relevo do embasamento, mostrado na Figura 3.5. O vínculo de desigualdade estrita foi introduzido estabelecendo-se $\tilde{p}_{\min} = 0$ km e assinalando-se aos elementos p_{maxj} de $\tilde{p}_{\max}$, valores iguais a 7,0 km ou 4,5 km, dependendo se o centro do j -ésimo prisma estiver mais próximo do baixo gravimétrico A_1 ou do baixo B_1 (Figura 3.2), respectivamente. Em comparação com o resultado anterior (Figura 3.4) notamos que a topografia achatada do fundo de ambas as sub-bacias está mais claramente definida. Por outro lado, nenhum ganho significativo na definição das bordas abruptas da bacia foi alcançado. Neste teste, o ângulo médio do plano de falha ao longo dos perfis AA' e BB' (Figura 3.5) são, respectivamente, 59° e 47° .

Ao aplicarmos o algoritmo SP estabelecemos $\mu^a = 0,05$, $\mu^r = 0,009$ e introduzimos o vínculo de desigualdade estrita do mesmo modo como descrito acima. O vetor $\tilde{p}^a$ foi definido do seguinte modo: se o j -ésimo elemento de $\tilde{p}_{\max}$ for igual a 7 km, então o elemento p^a_j é igualado a 10 km; caso contrário, ele é igualado a 7,5 km. Neste teste, a liberação do vínculo de suavidade foi apenas permitida entre prismas adjacentes ao longo da direção leste-oeste, isto é, apenas os elementos w_{ii} , ponderando o i -ésimo vínculo de suavidade entre prismas p_j e p_l , adjacentes na direção leste-oeste, são calculados através da equação (3.25) com $\eta = 40$. Diferentemente, os elementos w_{ii} ponderando o i -ésimo vínculo de suavidade entre prismas adjacentes na direção norte-sul, são igualados ao valor 1. O objetivo da liberação do vínculo de suavidade apenas ao longo de uma direção é impedir um aumento desnecessário da instabilidade da solução, mantendo ao mesmo tempo, uma boa resolução das bordas das sub-bacias ao longo das direções norte-sul e leste-oeste. Note que, liberando-se o vínculo de suavidade na direção leste-oeste, permitem-se detectar as bordas abruptas com direção norte-sul. Entretanto, ainda assim, também são detectadas, com boa resolução, as bordas abruptas com direção leste-oeste. Isto ocorre como consequência da imposição de uma topografia achatada do fundo destas sub-bacias ao longo de todas as

direções, o que é uma feição geológica real sobre grande parte do relevo verdadeiro destas duas sub-bacias. Ressaltamos que resultados análogos foram obtidos através da liberação do vínculo de suavidade ao longo da direção norte-sul, enquanto foi mantido o vínculo de máxima suavidade ao longo da direção leste-oeste. O relevo estimado do embasamento está mostrado na Figura 3.6 e a anomalia gravimétrica ajustada está mostrada na Figura 3.2 em linhas tracejadas. A Figura 3.6 mostra que o método de inversão SP produz uma melhor resolução das bordas abruptas e da topografia achatada do fundo das sub-bacias quando comparado ao método SG usando ou não o vínculo de desigualdade estrita (Figura 3.5 e Figura 3.4, respectivamente). Observe que ao longo dos perfis AA' e BB' na Figura 3.6, os ângulos médios estimados dos mergulhos dos planos de falha das bordas das sub-bacias são 74° e 52° , respectivamente, sendo portanto excelentes estimativas dos ângulos médios verdadeiros.

A maior resolução obtida na estimativa do relevo da sub-bacia A, comparada com a sub-bacia B, é devida ao maior deslocamento vertical dos blocos falhados na sub-bacia A. Para os maiores deslocamentos verticais dos planos de falha, o algoritmo SG tende a produzir estimativas mais abruptas do relevo (Figura 3.7a) em comparação com os menores deslocamentos (Figura 3.7b). Uma vez que a solução SG é usada como aproximação inicial para o algoritmo SP, relevos estimados pelo algoritmo SG mais abruptos levarão a uma maior liberação do vínculo de suavidade entre blocos adjacentes à região do plano de falha no algoritmo SP.

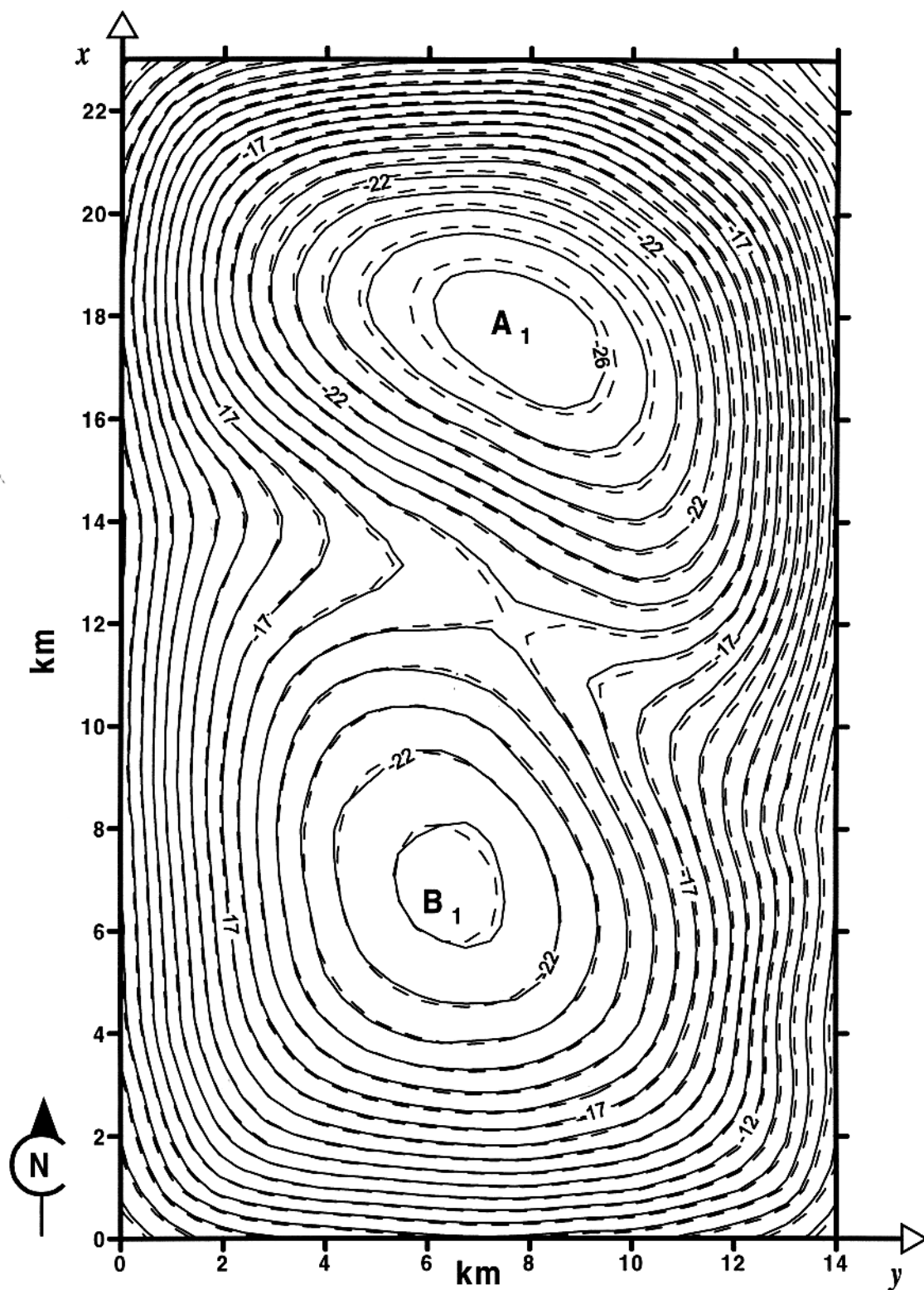


Figura 3.2 - Dados sintéticos de uma bacia 3-D. Anomalia Bouguer contaminada com ruído (linhas contínuas) devida à bacia sedimentar mostrada na Figura 3.3 com um contraste de densidade de $-0,2 \text{ g/cm}^3$ e anomalia ajustada (linhas tracejadas) usando a inversão SP com $\mu^r = 0,009$ e $\mu^a = 0,05$. Intervalo de contorno: 1 mGal.

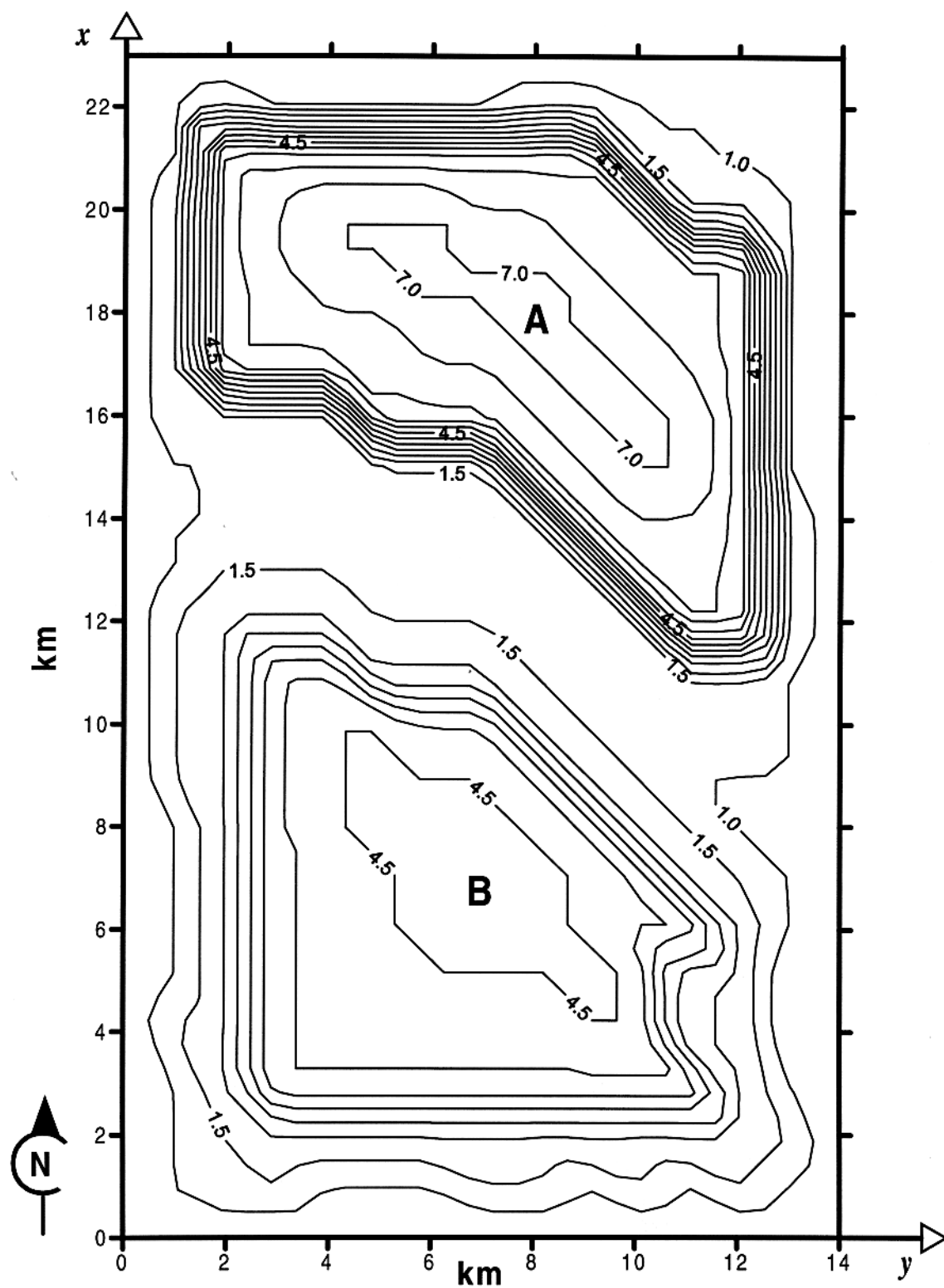


Figura 3.3 - Dados sintéticos de uma bacia 3-D. Relevo do embasamento de uma bacia sedimentar tectonicamente controlada por falhamentos. Intervalo de contorno: 0,5 km.

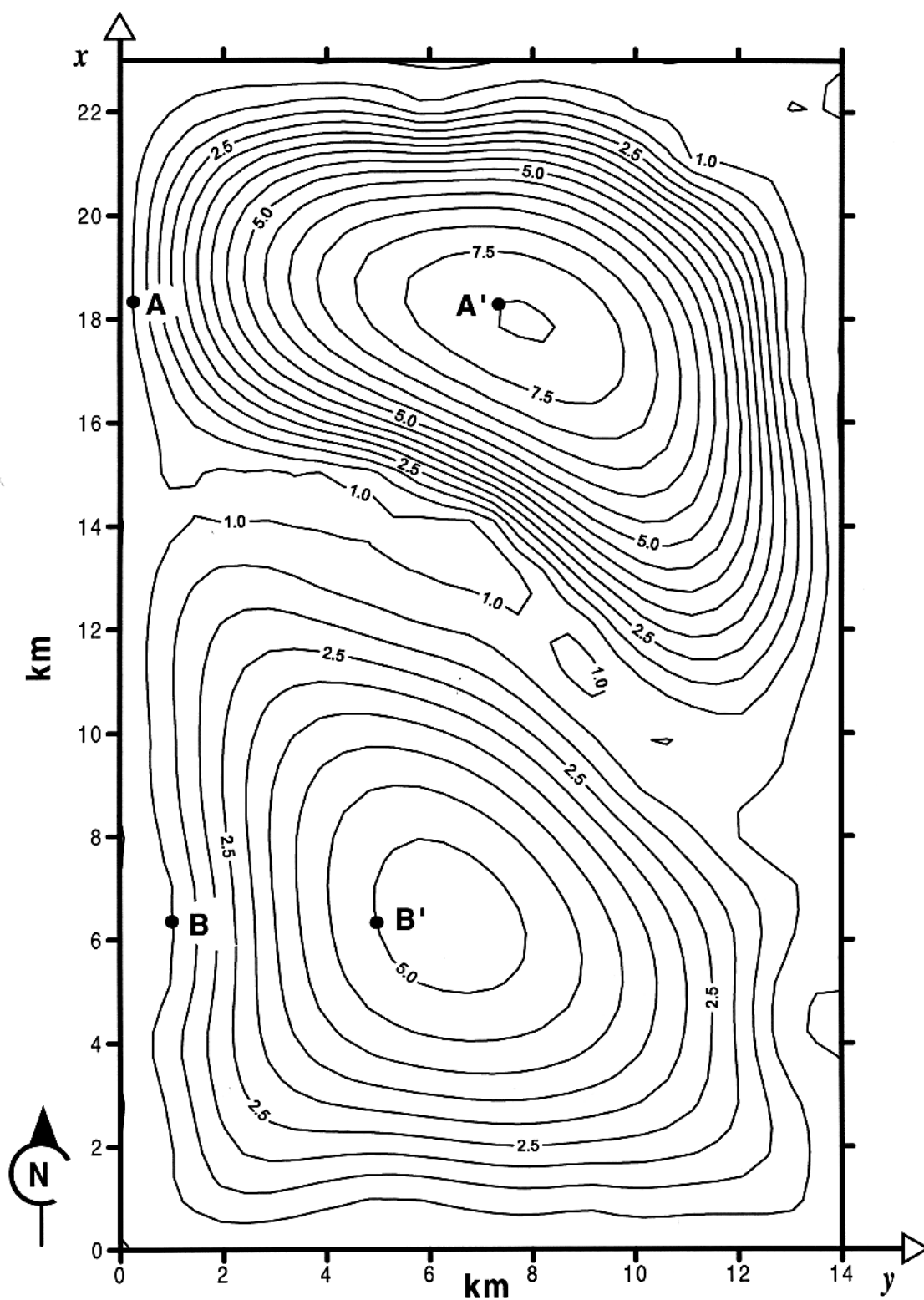


Figura 3.4 - Dados sintéticos de uma bacia 3-D. Relevo do embasamento da bacia sedimentar estimado usando o método de inversão SG, sem o vínculo de desigualdade, com $\mu^r = 0,1$ e $\mu^a = 0$. Intervalo de contorno: 0,5 km.

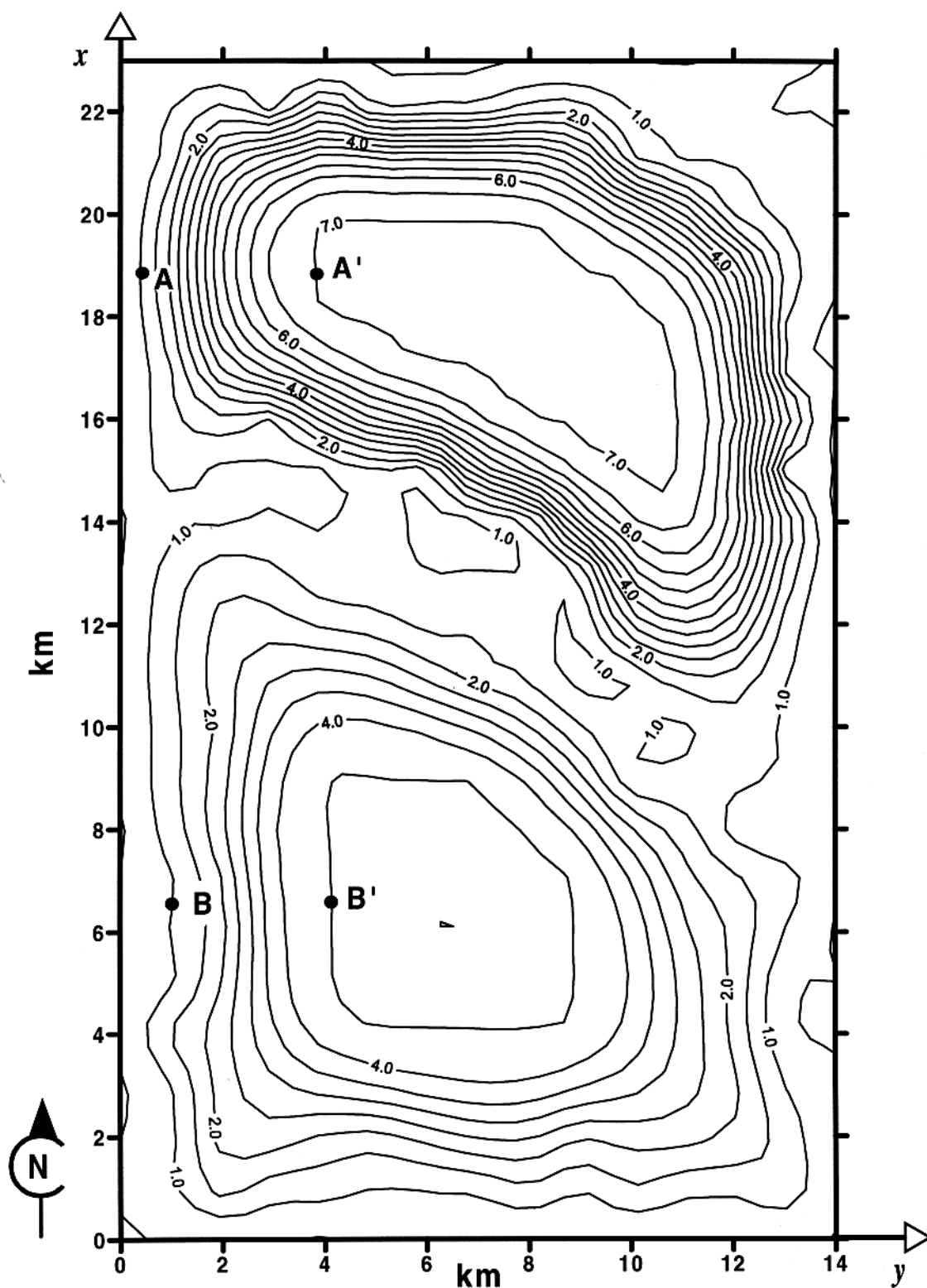


Figura 3.5 - Dados sintéticos de uma bacia 3-D. Relevo do embasamento da bacia sedimentar estimado usando o método de inversão SG, com o vínculo de desigualdade, com $\mu^r = 0,009$ e $\mu^a = 0$. Intervalo de contorno: 0,5 km.

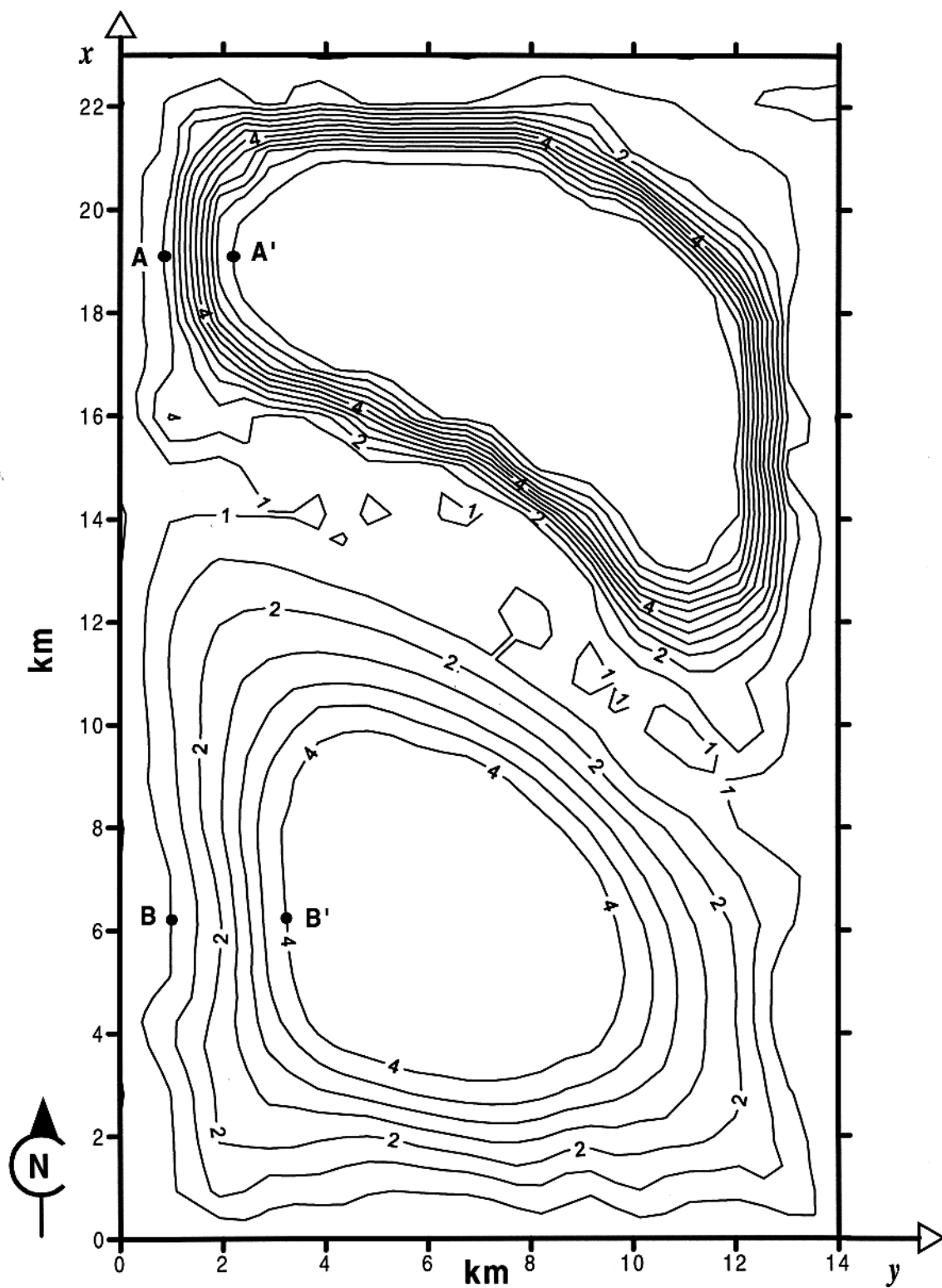
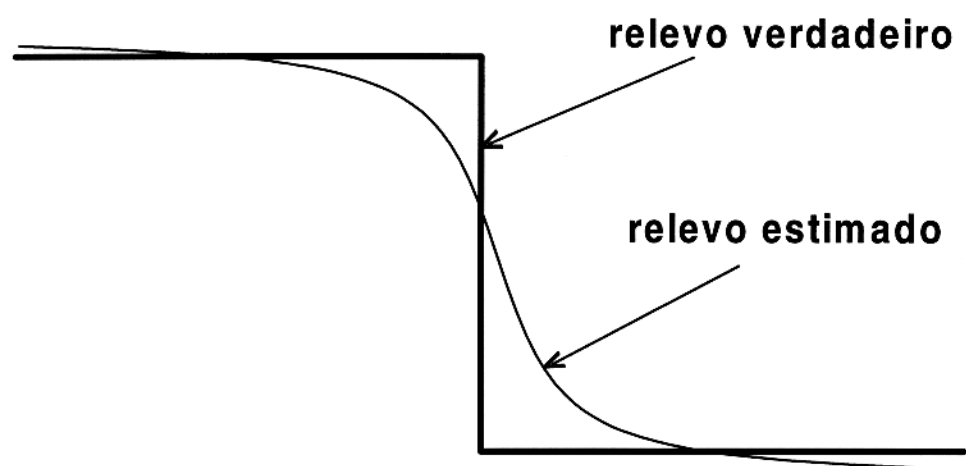
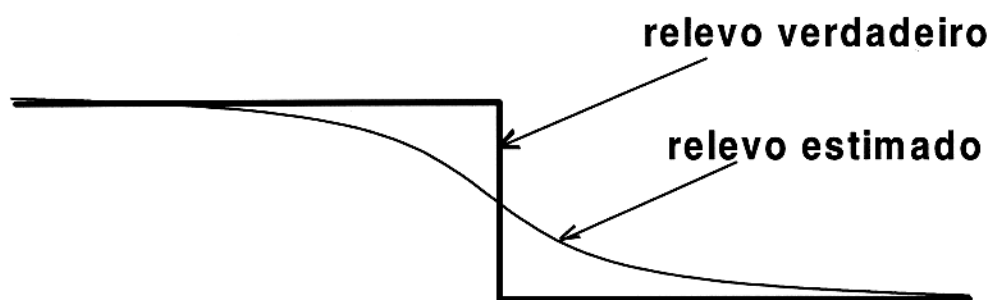


Figura 3.6 - Dados sintéticos de uma bacia 3-D. Relevo do embasamento da bacia sedimentar estimado usando o método de inversão SP com $\mu^r = 0,009$ e $\mu^a = 0,05$. Intervalo de contorno: 0,5 km.



(a)



(b)

Figura 3.7 - Diferença esquemática entre as estimativas do relevo obtidas pelo método de inversão SG quando os deslocamentos verticais presentes no relevo verdadeiro são: grande (a) e pequeno (b).

3.4 APLICAÇÃO A DADOS REAIS

A Figura 3.8 mostra, em linhas contínuas, a anomalia Bouguer da porção norte do Steptoe Valley, Nevada, corrigida dos efeitos crustais mais profundos. A correção consistiu em remover das observações um polinômio de primeira ordem ajustado aos dados gravimétricos (CARLSON & MABEY, 1963) pelo método robusto de BELTRÃO et al. (1991). O polinômio de primeira ordem foi selecionado porque ele leva a uma melhor coincidência entre a curva de isovalor de zero mGal e os afloramentos do embasamento cristalino nas bordas da bacia. Segundo CARLSON & MABEY (1963), os gradientes gravimétricos são provavelmente produzidos por falhas normais de alto ângulo que apresentam grandes deslocamentos verticais entre os blocos falhados, indicando que o vale é um graben. Os dados gravimétricos foram interpolados usando-se um espaçamento entre os pontos da malha de 2,5 km nas direções norte-sul e leste-oeste. O contraste de densidade entre os sedimentos e o embasamento foi presumido constante e igual a $-0,3 \text{ g/cm}^3$.

Os resultados obtidos aplicando-se o algoritmo SG, sem os vínculos de desigualdade estrita e fazendo-se $\mu^r = 0,05$ e $\mu^a = 0$, são mostrados na Figura 3.9, onde são evidenciados dois baixos estruturais (A e B), separados por uma região de baixo gradiente (C). O principal baixo estrutural (A) tem uma topografia do fundo levemente achatada e direção norte-nordeste.

Ao aplicarmos o algoritmo SP usando-se $\mu^a = 0,001$ e $\mu^r = 0,05$, o vínculo de desigualdade estrita foi introduzido estabelecendo-se $\underline{p}_{\min} = 0$ km e assinalando-se ao elemento $p_{\max,j}$ de $\underline{p}_{\max}$ valores iguais a 3,0 km ou 1,5 km, dependendo se o centro do j -ésimo prisma estiver mais próximo ao baixo gravimétrico A_1 ou ao baixo B_1 (Figura 3.8), respectivamente. Estes valores foram baseados em informações relatadas por CARLSON & MABEY (1963). O j -ésimo elemento do vetor $\underline{p}^a$ foi definido como $p_j^a = p_{\max,j} + 1$ km. A todos os pares de parâmetros adjacentes foram assinalados os pesos dados na equação (3.25), usando-se $\eta = 40$. A estimativa do relevo do embasamento é mostrada na Figura 3.10 e a anomalia gravimétrica ajustada é mostrada na Figura 3.8 em linhas tracejadas. Comparando a Figura 3.9 com a Figura 3.10, notamos que o método de inversão SP leva a uma melhoria na definição do relevo do embasamento no baixo estrutural A. Na Figura 3.10, esta sub-bacia apresenta uma topografia do fundo visivelmente mais achatada em comparação com os resultados mostrados na Figura 3.9. Adicionalmente, observa-se que o baixo A está claramente destacado como uma sub-bacia isolada, possivelmente controlada tectonicamente por falhamentos com direção norte-sul que limitam um único e alongado depocentro. Finalmente, destacamos que os ângulos dos planos de falha são mais regulares ao longo de todas as direções das falhas (Figura 3.10), em contraste com os resultados usando-se o vínculo de suavidade global (Figura 3.9). Ressaltamos, porém, que nenhuma variação substancial nos ângulos médios dos

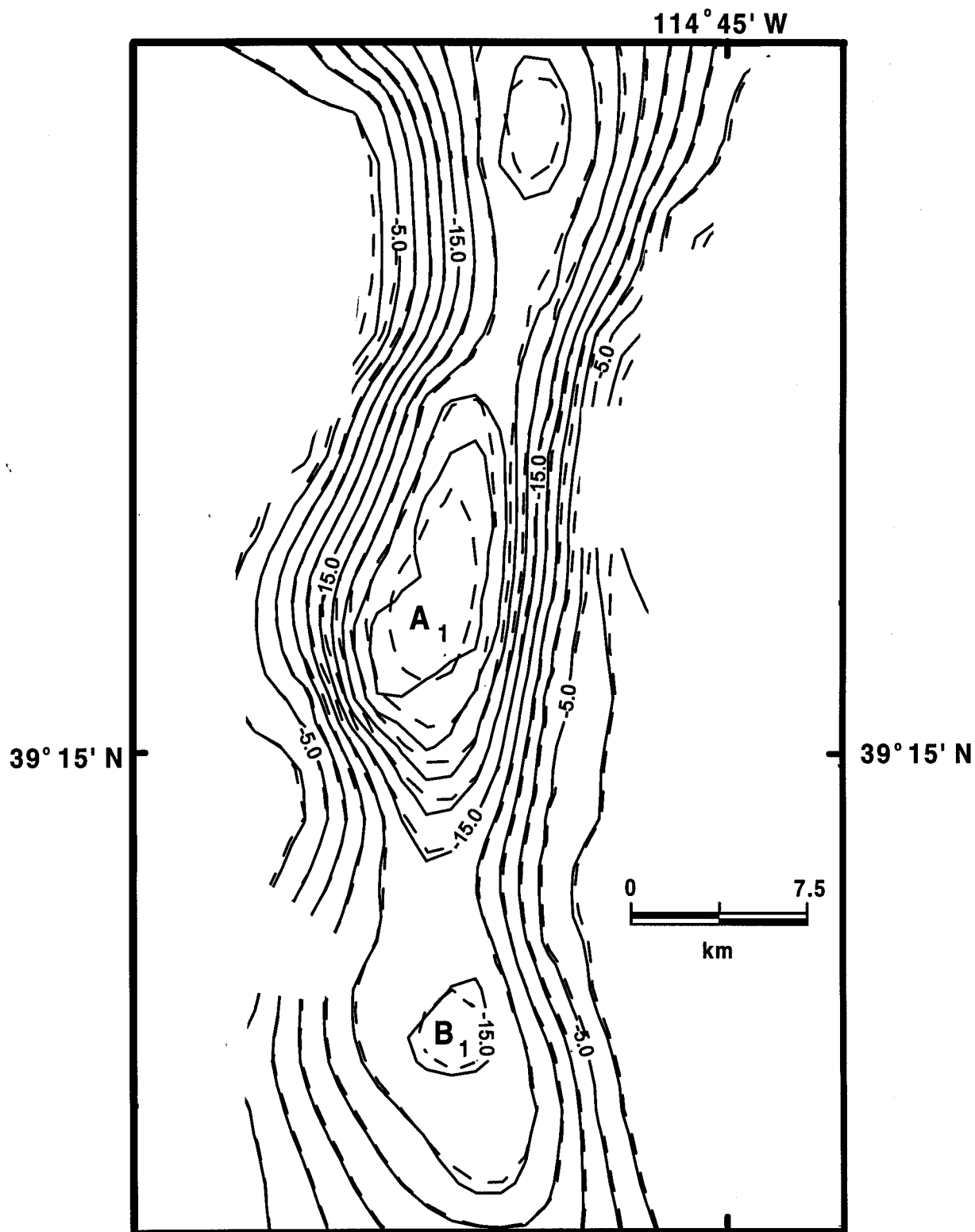


Figura 3.8 - Steptoe Valley, Nevada. Anomalia Bouguer residual (linhas contínuas) obtida removendo-se um polinômio de primeira ordem ajustado aos dados publicados por CARLSON & MABEY (1963), e anomalia ajustada (linhas tracejadas) usando a inversão SP com $\mu^r = 0,05$ e $\mu^a = 0,001$. Intervalo de contorno: 2,5 mGal.

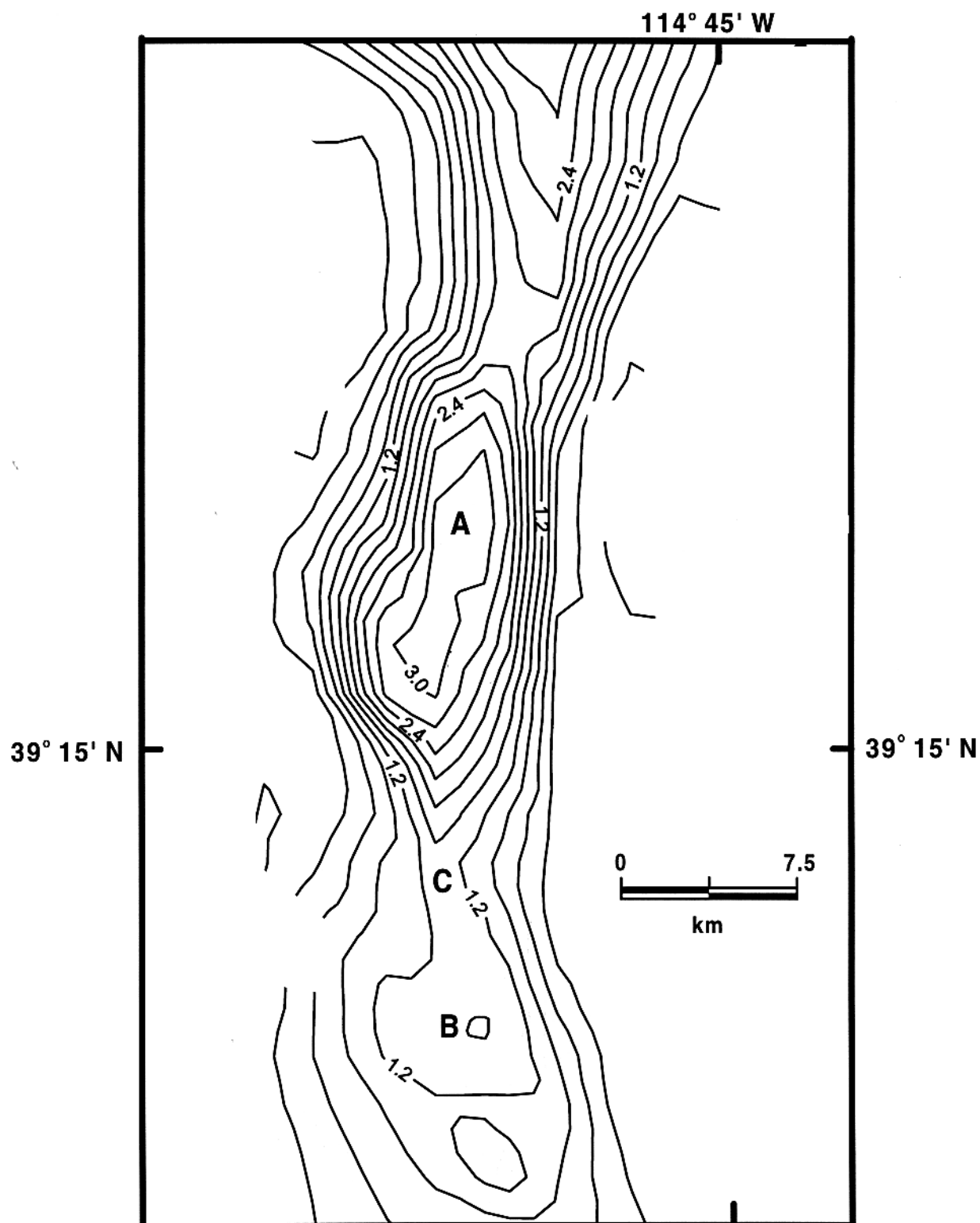


Figura 3.9 - Steptoe Valley, Nevada. Relevo estimado usando o método de inversão SG, sem o vínculo de desigualdade, com $\mu^r = 0,05$ e $\mu^a = 0$. Intervalo de contorno: 0,3 km.

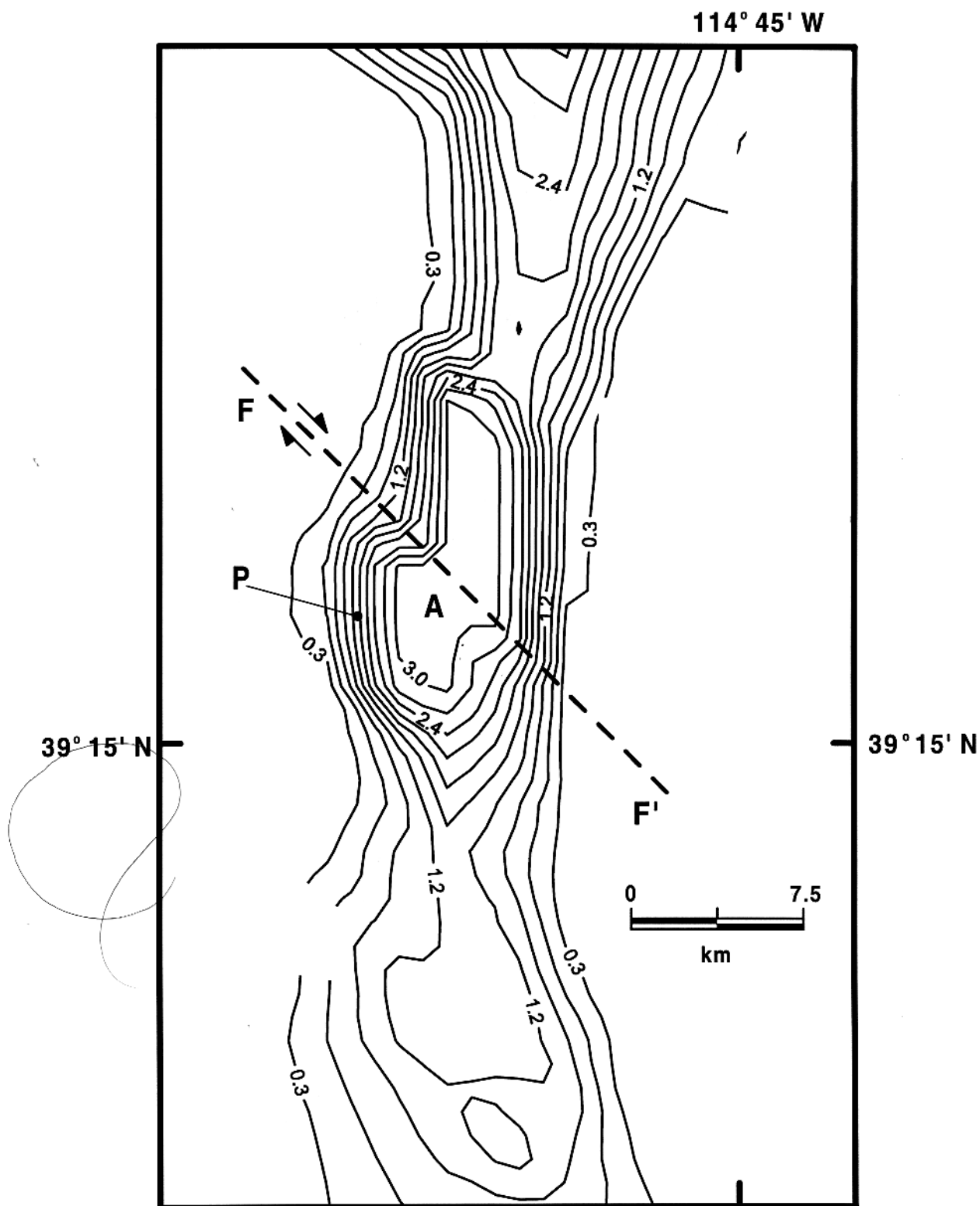


Figura 3.10 - Steptoe Valley, Nevada. Relevo estimado usando o método de inversão SP com $\mu^r = 0,05$ e $\mu^a = 0,001$. Intervalo de contorno: 0,3 km.

mergulhos dos planos de falha foi notada em comparação com os resultados mostrados na Figura 3.9. A maior variação foi observada na borda oeste, no entorno do ponto P (Figura 3.10), onde foi estimado um ângulo de 39° , em contraste com a estimativa de 28° no mesmo ponto na Figura 3.9. O aumento na resolução das bordas da sub-bacia A permitiu inferir a presença de uma falha dextral de direção noroeste-sudeste (FF' na Figura 3.10), mais nova que os falhamentos extensionais norte-sul que controlaram o desenvolvimento desta bacia.

Enfatizamos que, *se o conhecimento sobre o ângulo médio de mergulho dos falhamentos que limitam o vale estivesse disponível*, esta informação poderia ser indiretamente incorporada ao presente método ajustando-se, por tentativa, tanto o parâmetro η na equação (3.25) como o contraste de densidade entre os sedimentos e o embasamento.

3.5 CONCLUSÕES

Apresentamos um novo método de interpretação gravimétrica direcionado ao mapeamento de uma interface separando dois meios homogêneos. Este método não exige que a interface a ser mapeada seja suave ou contínua; desta forma, o método torna-se particularmente adequado para o mapeamento do relevo de uma bacia sedimentar controlada por sistemas de falhas normais.

Testes usando dados sintéticos e reais mostraram que o método melhora a resolução das bordas da bacia permitindo uma clara definição dos falhamentos que controlaram a evolução da bacia. A obtenção deste aumento na resolução foi possível uma vez que introduzimos a informação a priori adicional de que a bacia tem uma topografia do fundo achatada, cuja profundidade máxima é conhecida. Esta informação geológica a priori é introduzida ao problema inverso através da combinação de vários vínculos matemáticos: i) o mínimo da derivada primeira ponderada dos parâmetros (vínculo aproximado de suavidade ponderada); ii) proximidade dos parâmetros a um valor fixo (vínculo aproximado de igualdade absoluta); e iii) limites mínimos e máximos dos parâmetros (vínculo de desigualdade estrita).

Se houvesse disponibilidade de informação geológica sobre o ângulo médio de mergulho dos falhamentos, que controlam as bordas da bacia, ela poderia ser usada para determinar, adicionalmente, o contraste de densidade ou a profundidade máxima do fundo da bacia.

O método proposto neste capítulo generaliza o método apresentado no segundo capítulo que impõe uma suavidade global à estimativa do relevo do embasamento. Portanto, a inversão com vínculo de suavidade ponderada é aplicável à interpretação do embasamento tanto de bacias extensionais, cujos relevos apresentam grandes descontinuidades, quanto de bacias flexurais, cujos relevos não apresentam grandes descontinuidades.

Similarmente ao método da suavidade global, o presente método também pode ser facilmente adaptado para admitir uma lei de variação do contraste de densidade com a profundidade estabelecida a priori.

O rápido desenvolvimento de novos vínculos matemáticos refletindo relevantes características geológicas, ocorrido na última década, permite atualmente incorporar diferentes classes de vínculos, o que pode resultar na possibilidade de incorporação de novos atributos geológicos das fontes anômalas. O método apresentado neste capítulo pode ser considerado como um exemplo desta nova tendência de buscar métodos inversos estáveis incorporando novas informações geológicas concretas a partir da **associação** de diferentes vínculos matemáticos.

4 - MÉTODO III: MÍNIMO MOMENTO DE INÉRCIA

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentamos um método estável para estimar, a partir da anomalia gravimétrica, o relevo do embasamento de uma bacia sedimentar caracterizada por sedimentos homogêneos ou heterogêneos e um embasamento cristalino homogêneo. Neste método, uma região da subsuperfície, contendo o meio superior (pacote sedimentar), é discretizada nas direções horizontal e vertical em prismas bidimensionais justapostos com dimensões conhecidas e cujos contrastes de densidade, em relação ao embasamento, são os parâmetros desconhecidos a serem estimados. A estabilização do problema gravimétrico inverso de estimar o contraste de densidade de cada prisma elementar é alcançada incorporando-se, indiretamente, a informação geológica que a bacia sedimentar é uma fonte compacta, que suas dimensões horizontais são muito maiores que sua maior dimensão vertical e que suas bordas apresentam mergulhos verticais ou em direção ao centro da bacia. Portanto, toda a deficiência de massa devida à presença de uma bacia sedimentar estará concentrada o mais próximo possível da superfície da Terra. Conceitualmente, a incorporação matemática desta informação geológica ao problema inverso é efetuada através da minimização do momento de inércia (MMI) da fonte anômala em relação a um nível de referência que é coincidente com o nível médio do terreno. Esta minimização é efetuada em um subespaço de parâmetros consistindo de fontes compactas e apresentando bordas mergulhando verticalmente ou em direção ao centro de massa. Efetivamente, estas informações são introduzidas através de um processo iterativo em que, partindo-se de uma aproximação cujo momento de inércia é próximo a zero, buscamos, nas sucessivas iterações, mínimos incrementos a esta aproximação inicial de modo que a aproximação em cada iteração obedeça a vínculos de desigualdade estrita (DE), concentre a deficiência de massas nas proximidades da superfície da Terra, de modo compacto, e explique uma fração da anomalia gravimétrica. Neste processo iterativo, a solução compacta é obtida via um procedimento em que os contrastes de densidade estimados são forçados a estar congelados em um dos limites mínimo e máximo que definem o vínculo de desigualdade. Então, o relevo do embasamento será delineado pelo contato entre os prismas com estimativas mínimas e máximas para o contraste de densidade. Desse modo, ao final do processo iterativo, a solução deve explicar a anomalia gravimétrica dentro da precisão imposta pelo ruído existente nos dados e, simultaneamente, concentrar toda a deficiência de

massas da bacia sedimentar na região próxima à superfície da Terra.

4.2 METODOLOGIA

4.2.1 Modelo interpretativo

Seja $\mathbf{g}^o$ um conjunto de N observações gravimétricas sobre uma bacia sedimentar com sedimentos heterogêneos e um embasamento homogêneo. Por simplicidade, este modelo é apresentado na (Figura 4.1a) na versão bidimensional; no entanto, todo o desenvolvimento que se segue pode ser estendido ao caso tridimensional. Para estimar a distribuição do contraste de densidade dentro da bacia, uma região finita R envolvendo a bacia é dividida em M prismas elementares retangulares bidimensionais justapostos (Figura 4.1b) cujas dimensões do j -ésimo prisma a_j e h_j ao longo das direções x e z , respectivamente, são conhecidas. O contraste de densidade de cada prisma é constante, podendo haver, no entanto, variação deste contraste entre os prismas.

4.2.2 Formalismo matemático do problema inverso

O problema de estimar o vetor M -dimensional $\mathbf{p}$ contendo os contrastes de densidade dos M prismas elementares usando-se apenas $\mathbf{g}^o$ pode ser formulado como a minimização do funcional

$$\phi^g[\mathbf{g}(\mathbf{p}), \mathbf{g}^o] = \frac{1}{N} \parallel \mathbf{W}_e^{1/2} [\mathbf{g}^o - \mathbf{g}(\mathbf{p})] \parallel^2, \quad (4.1)$$

em que $\parallel \cdot \parallel$ é a norma Euclideana, $\mathbf{W}_e$ é uma matriz diagonal de pesos definida positiva que permite a introdução de informação a priori sobre o ruído contido nos dados e $\mathbf{g}(\mathbf{p})$ é um vetor N -dimensional contendo a anomalia gravimétrica ajustada e definido por

$$\mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathbf{A} \mathbf{p}, \quad (4.2)$$

em que $\mathbf{A} \equiv \{a_{ij}\}$ é a matriz $N \times M$ das funções de Green cujo elemento a_{ij} é a contribuição do j -ésimo prisma, com contraste de densidade unitário, à i -ésima observação. Se a topografia do terreno for muito acidentada, a anomalia $\mathbf{g}(\mathbf{p})$ deve ser calculada de modo a levar em consideração as irregularidades do terreno.

Infelizmente, o problema de minimizar a equação (4.1) é matematicamente mal-posto, isto é, um problema caracterizado por soluções não únicas e instáveis. Para transformar este problema mal-posto em um problema bem-posto, introduziremos a informação adicional que

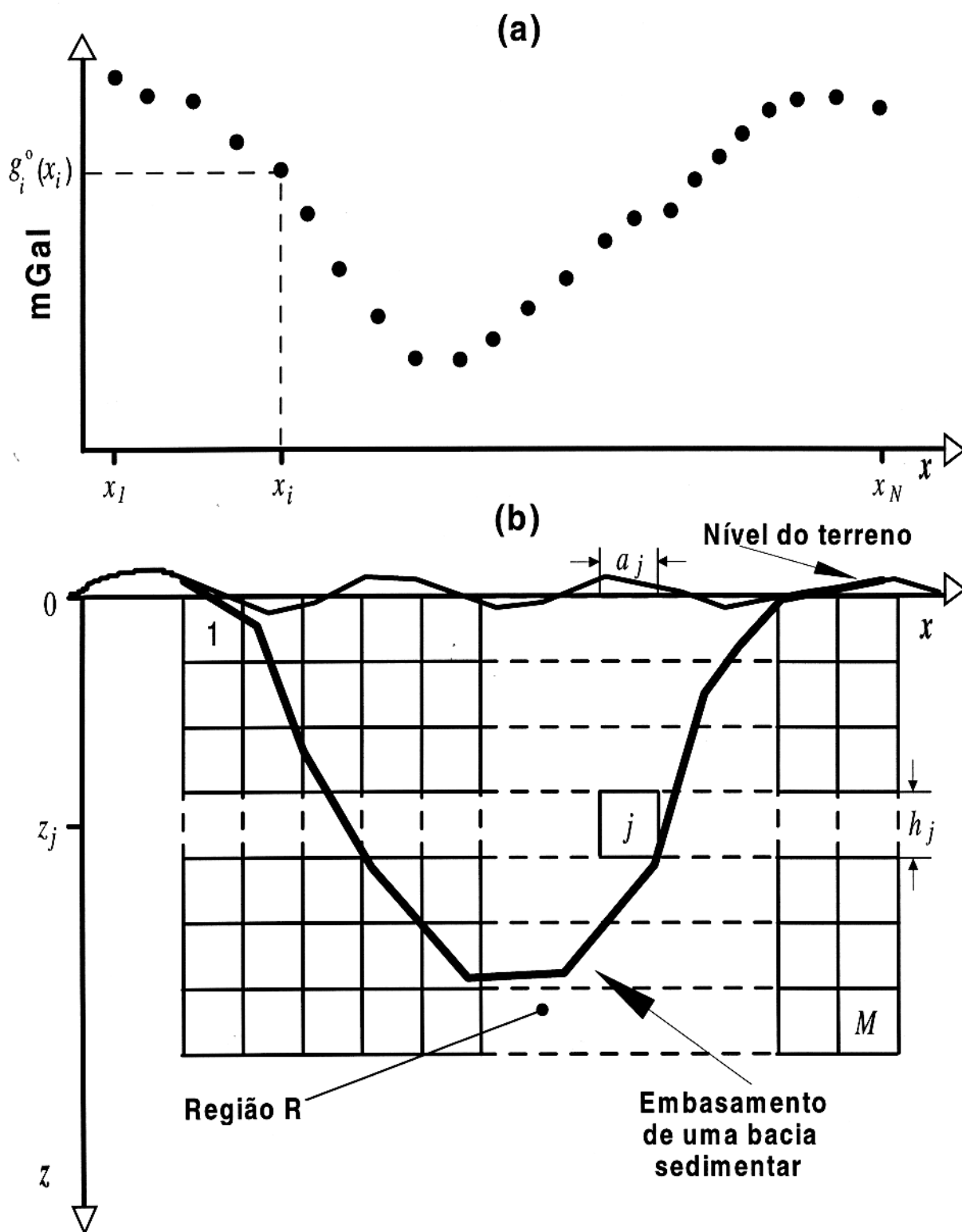


Figura 4.1 - **Modelo Interpretativo.** (a) Anomalia Bouguer (pontos) observada em N pontos; (b) região R no espaço $x-z$ contendo as fontes anômalas discretizada em M prismas elementares retangulares bidimensionais.

as fontes anômalas (os sedimentos) além de serem compactas e concentradas em torno da superfície do terreno, apresentam uma distribuição dos contrastes de densidade dos prismas elementares, tal que a estimativa do contraste de cada prisma é forçada a assumir um valor próximo a um limite inferior ou superior, ambos especificados a priori para cada prisma. Por simplicidade, aproximamos esta superfície por um plano horizontal coincidente com o nível médio do terreno. No caso bidimensional, este plano intercepta o plano $x-z$ em um eixo. Assim, as fontes anômalas deverão ter um momento de inércia mínimo em relação a este eixo, o que implica que as massas anômalas devem se concentrar o mais próximo possível do eixo. Indiretamente, a informação adicional introduzida incorpora um significativo vínculo geológico às fontes: a informação que as dimensões horizontais de uma bacia sedimentar são geralmente muito maiores que sua maior dimensão vertical e que suas bordas apresentam mergulhos verticais ou em direção ao centro da bacia.

O vínculo acima é incorporado ao funcional a ser minimizado (4.1) através do seguinte método iterativo. Inicializa-se com uma aproximação inicial $\tilde{\mathbf{p}}_{(0)}$ muito próxima ao vetor nulo; esta solução tem um momento de inércia próximo a zero. Então procuramos por uma perturbação $\tilde{\Delta\mathbf{p}}_{(0)}$, que deve afetar principalmente os parâmetros próximos à superfície da Terra e explicar uma fração da anomalia gravimétrica. Esta perturbação é adicionada à aproximação $\tilde{\mathbf{p}}_{(0)}$, levando à aproximação $\tilde{\mathbf{p}}_{(1)}$. A anomalia produzida pela aproximação corrente é removida das observações $\mathbf{g}^o$, produzindo uma anomalia residual que é agora usada no cálculo da nova perturbação que deverá afetar principalmente os parâmetros próximos à superfície da Terra. Ao longo das iterações, cada elemento do vetor de parâmetros $\tilde{\mathbf{p}}$ é forçado a assumir um valor próximo a um limite inferior ou superior, ambos especificados a priori para cada prisma elementar. Deste modo, a solução final apresentará a maior parte das massas anômalas (ou deficiência de massas) concentradas de modo compacto, próximas à superfície da Terra e se distanciará da solução nula por uma quantidade necessária para explicar a anomalia observada.

O método descrito, requer que, em cada iteração, uma perturbação do parâmetro seja obtida de modo que não só minimize os desajustes dos dados como também possua mínimo momento de inércia em relação a um eixo horizontal coincidente com o nível médio do terreno. Estas condições são atingidas estimando-se uma perturbação $\tilde{\Delta\mathbf{p}}_{(k)}$, na k -ésima iteração, que minimiza o funcional

$$\phi^{\Delta}(\tilde{\mathbf{p}}) = \frac{1}{N} \|\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{e}(k)}^{1/2} [\mathbf{g}^o - \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{p}}_{(k)} - \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{\Delta\mathbf{p}}_{(k)})]\|^2 + \lambda(\delta) \frac{1}{M} \|\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{p}(k)}^{1/2} \tilde{\Delta\mathbf{p}}_{(k)}\|^2, \quad (4.3)$$

em que $\lambda(\delta)$ é um multiplicador de Lagrange (escalar não negativo), e $\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{p}}$ é uma matriz diagonal de pesos definida positiva que incorpora a informação a priori de mínimo momento

de inércia sobre as fontes anômalas em relação a um único eixo (GUILLEN & MENICHETTI, 1984). O valor de $\lambda(\delta)$ é selecionado de modo a produzir uma solução compacta $\underline{\hat{p}}$ que leva a um ajuste dos dados gravimétricos observados, compatível com a presença de um nível de ruído conhecido a priori. Para o caso particular considerado neste trabalho, em que, por construção, o eixo horizontal está em $z = 0$, o j -ésimo elemento da diagonal da matriz $\underline{\hat{W}}_p$ é

$$w_{p_j} = \frac{v_j \left(\frac{h_j^2}{12} + z_j^2 \right)}{|p_j| + \epsilon}, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (4.4)$$

em que v_j é a área do j -ésimo prisma elementar, h_j é a dimensão do prisma elementar na direção z , z_j é a coordenada em z do centro do j -ésimo prisma (Figura 4.1b), p_j é o j -ésimo elemento do vetor $\underline{\hat{p}}$, e ϵ é um número positivo suficientemente pequeno cuja ordem de grandeza corresponde à precisão numérica do computador.

O i -ésimo elemento da diagonal da matriz $\underline{\hat{W}}_e^{-1}$ é dado por (LAST & KUBIK, 1983)

$$\underline{\hat{W}}_e^{-1} = \sigma^2 \text{diag} \left\{ \underline{\hat{A}} [\underline{\hat{W}}_p]^{-1} \underline{\hat{A}}^T \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (4.5)$$

em que σ é uma estimativa do desvio padrão do ruído contido nos dados e o superscrito T denota transposição.

Para obter uma aproximação para a estimativa $\underline{\hat{p}}_{(k)}$ (a partir de agora, usaremos o símbolo “ $\hat{\cdot}$ ” para denotar estimativa) derivamos a função $\phi^{\Delta}(\underline{\hat{p}})$ [equação (4.3)] em relação a $\underline{\hat{p}}_{(k)}$ (desprezando-se a dependência das matrizes $\underline{\hat{W}}_p$ e $\underline{\hat{W}}_e$ em relação ao vetor $\underline{\hat{p}}$) e igualamos o resultado ao vetor nulo, resultando em:

$$\underline{\hat{H}}_{(k)} = \underline{\hat{H}}_{(k)} \underline{\hat{J}}_{(k)}, \quad (4.6)$$

em que

$$\underline{\hat{H}}_{(k)} = \underline{\hat{W}}_p^{-1} \underline{\hat{A}}^T \left(\underline{\hat{A}} \underline{\hat{W}}_p^{-1} \underline{\hat{A}}^T + \lambda(\delta) \underline{\hat{W}}_e^{-1} \right)^{-1} \quad (4.7)$$

e

$$\underline{\hat{J}}_{(k)} = \underline{\hat{g}}^o - \underline{\hat{A}} \underline{\hat{p}}_{(k)}. \quad (4.8)$$

Os elementos da diagonal de $\underline{\hat{W}}_p$ e $\underline{\hat{W}}_e^{-1}$ são dados pelas equações (4.4) e (4.5), respectivamente, avaliados em $p_j = \hat{p}_{j(k)}$.

Para a dedução da equação (4.6), usamos a identidade matricial (BECK & ARNOLD, 1977)

$$(\underline{\hat{C}}^T \underline{\hat{D}}^{-1} \underline{\hat{C}} + \underline{\hat{B}})^{-1} \underline{\hat{C}}^T \underline{\hat{D}}^{-1} = \underline{\hat{B}}^{-1} \underline{\hat{C}}^T (\underline{\hat{C}} \underline{\hat{B}}^{-1} \underline{\hat{C}}^T + \underline{\hat{D}})^{-1}, \quad (4.9)$$

em que $\underline{\underline{D}}$, $\underline{\underline{C}}$ e $\underline{\underline{B}}$ são matrizes genéricas, sendo $\underline{\underline{B}}$ e $\underline{\underline{D}}$ não singulares.

Em um problema real, a aplicação da minimização do momento de inércia requer restrições na propriedade física para que soluções com significado geológico sejam obtidas. Estas restrições podem ser expressas na forma de vínculos de desigualdade estrita (DE) no vetor de parâmetros:

$$\underline{\underline{p}}_{\min} < \underline{\underline{p}} < \underline{\underline{p}}_{\max} . \quad (4.10)$$

A incorporação destes vínculos é feita individualmente para cada prisma elementar. Estes vínculos são necessários para evitar que a estimativa da distribuição dos contrastes de densidade fique limitada a uma linha coincidente com o eixo, apresentando um contraste de densidade muito alto e, por conseguinte, geologicamente sem significado. Como os parâmetros a serem estimados são os contrastes de densidade dentro da bacia sedimentar, a todos os elementos do vetor $\underline{\underline{p}}_{\max}$ são assinalados o valor zero e a cada elemento de $\underline{\underline{p}}_{\min}$ é assinalado o valor (negativo) esperado para o contraste de densidade das fontes anômalas (pacote sedimentar). Adicionalmente, para obter uma fonte compacta forçaremos que os contrastes de densidade dos prismas elementares sejam congelados em um dos limites, como será descrito posteriormente nesta seção. O resultado final é a estimativa de uma fonte anômala (pacote sedimentar) compacta, concentrada em torno do eixo (nível médio do terreno) e com um contraste de densidade igual ao limite não nulo.

Para incorporar os vínculos de desigualdade [inequação (4.10)], utilizamos a mesma abordagem apresentada no capítulo 3. Então, similarmente, introduziremos uma transformação homeomórfica $f(\underline{\underline{p}})$ que mapeia o vetor vinculado $\underline{\underline{p}} \equiv \{p_j\} \in (p_{\min_j}, p_{\max_j})$, $j = 1, 2, \dots, M$, no vetor não vinculado $\underline{\underline{p}}^\dagger \equiv \{p_j^\dagger\} \in (-\infty, +\infty)$, $j = 1, 2, \dots, M$. Esta transformação é aplicada elemento por elemento, tal que para o j -ésimo parâmetro teremos:

$$p_j^\dagger = f(p_j) = -\ln \left(\frac{p_{\max_j} - p_j}{p_j - p_{\min_j}} \right) . \quad (4.11)$$

A transformação inversa é definida como

$$p_j = f^{-1}(p_j^\dagger) = \frac{p_{\max_j} - p_{\min_j}}{1 + e^{-p_j^\dagger}} + p_{\min_j} . \quad (4.12)$$

Os vínculos de desigualdade [inequação (4.10)] são incorporados substituindo-se a equação (4.6) por

$$\underline{\underline{T}}_{(k)} \underline{\underline{\Delta}} \underline{\underline{\hat{p}}}^\dagger_{(k)} = \underline{\underline{H}}_{(k)} \underline{\underline{J}}_{(k)} , \quad (4.13)$$

em que $\mathbf{T}_{\approx(k)}$ é uma matriz diagonal $M \times M$ cujo j -ésimo elemento na k -ésima iteração é:

$$T_{jj(k)} = \left(\frac{\partial f(p_j)}{\partial p_j} \Big|_{p_j = \hat{p}_{j(k)}} \right)^{-1}. \quad (4.14)$$

Deste modo, atualizamos a aproximação corrente através da estimativa do vetor de perturbações não vinculado $\Delta \hat{\mathbf{p}}_{\approx(k)}^\dagger$ ao invés do vetor de perturbações vinculado $\Delta \hat{\mathbf{p}}_{\approx(k)}$. Esta substituição baseia-se na relação analítica entre as derivadas totais dos j -ésimos elementos de $\hat{\mathbf{p}}_{\approx(k)}$ e $\hat{\mathbf{p}}_{\approx(k)}^\dagger$, dada por

$$dp_{j(k)} = \left(\frac{\partial f(p_j)}{\partial p_j} \Big|_{p_j = \hat{p}_{j(k)}} \right)^{-1} \cdot dp_{j(k)}^\dagger. \quad (4.15)$$

Substituindo a equação (4.11) na equação (4.14) teremos

$$T_{jj(k)} = \frac{(\hat{p}_{j(k)} - p_{\min_j})(p_{\max_j} - \hat{p}_{j(k)})}{(p_{\max_j} - p_{\min_j})}. \quad (4.16)$$

Teoricamente, $T_{jj(k)}$ nunca seria nulo porque $\Delta \hat{\mathbf{p}}_{j(k-1)}^\dagger$ deve ser infinito para produzir uma estimativa de $\hat{p}_{j(k)}^\dagger$ também infinita, tal que $\hat{p}_{j(k)}$ se situe exatamente em um dos extremos do intervalo $(p_{\min_j}, p_{\max_j})$. Na prática, no entanto, valores nulos de $T_{jj(k)}$ podem ocorrer devido a erros de arredondamento na avaliação da exponencial da equação (4.12). Assim, objetivando evitar valores nulos de $T_{jj(k)}$, um número positivo pequeno ξ foi somado a cada parcela multiplicativa do numerador da equação (4.16). Isto é equivalente a estender artificialmente os limites $p_{\min_j}$ e $p_{\max_j}$ para $p_{\min_j} - \xi$ e $p_{\max_j} + \xi$, respectivamente. Ressaltamos, entretanto, que esta extensão é realizada exclusivamente na avaliação numérica da matriz $\mathbf{T}_{\approx(k)}$.

Para obtermos uma fonte compacta, utilizamos um procedimento consistindo dos seguintes passos: se, na iteração k , $\hat{p}_{j(k)}$ tornar-se maior que $p_{\max_j} - \nu$ ou menor que $p_{\min_j} + \nu$ (em que ν é um escalar positivo pequeno), seu valor será tentativamente congelado em $p_{\max_j}$ ou $p_{\min_j}$, respectivamente, assinalando-se um valor muito grande (da ordem de $1/\epsilon$, em que ϵ é um número positivo correspondendo à precisão numérica do computador) ao j -ésimo elemento da diagonal da matriz $\mathbf{W}_{\approx(k)}^p$.

Um ponto crucial na convergência do algoritmo é a indesejável possibilidade do “congelamento” prematuro de alguns parâmetros estimados em um dos limites, particularmente neste trabalho, no limite superior $\mathbf{p}_{\max} = \mathbf{0}$ (vetor nulo). Como a solução inicial tentativa é próxima ao vetor nulo, alguns parâmetros têm que evoluir em direção ao limite inferior

ao longo das iterações. No entanto, isto pode não acontecer porque a matriz $\tilde{\mathbf{T}}_{(k)}$ pode ser quase singular (equação (4.16) tal que a estes parâmetros serão atribuídas grandes perturbações $\Delta \hat{p}_{j(k)}^\dagger$ que levam algumas das correspondentes estimativas $\hat{p}_{j(k+1)}$ na direção correta, isto é, em direção à borda inferior, mas podem levar outras estimativas temporariamente à direção oposta, ou seja, à borda superior ($\hat{p}_{j(k+1)} = 0$). Como resultado, estas estimativas serão prematuramente congeladas no limite superior, não explicando, conseqüentemente, os dados gravimétricos. Ressalte-se que uma melhora no ajuste dos dados somente será possível movendo-se alguns destes parâmetros estimados em direção ao limite inferior. No entanto, este será um processo extremamente lento, porque qualquer grande mudança na perturbação dos parâmetros é dificultada pelo valor $1/\epsilon$ assinalado aos elementos de $\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{p}}^{(k)}$. Para evitar tal obstáculo e acelerar a convergência do algoritmo, diminuiremos o módulo do vetor perturbação $\Delta \tilde{\mathbf{p}}_{(k)}^\dagger$ forçando com que seu módulo seja igualado ao módulo do vetor perturbação vinculado $\Delta \tilde{\mathbf{p}}_{(k-1)}$. Portanto, a equação (4.13) é modificada para

$$\Delta \tilde{\mathbf{p}}_{(k)}^\dagger = \frac{\tilde{\mathbf{T}}_{(k)}^{-1} \tilde{\mathbf{H}}_{(k)} \tilde{\mathbf{J}}_{(k)}}{\left| \tilde{\mathbf{T}}_{(k)}^{-1} \tilde{\mathbf{H}}_{(k)} \tilde{\mathbf{J}}_{(k)} \right|} \cdot \left| \Delta \tilde{\mathbf{p}}_{(k-1)} \right|. \quad (4.17)$$

Após estimarmos $\Delta \tilde{\mathbf{p}}_{(k)}^\dagger$, resolvendo a equação (4.17), somamos a esta estimativa a aproximação $\hat{\mathbf{p}}_{(k)}^\dagger$, produzindo uma estimativa para $\tilde{\mathbf{p}}_{(k+1)}^\dagger$. Finalmente, a estimativa $\hat{\mathbf{p}}_{(k+1)}$ é obtida usando a equação (4.12).

Em contraste com o procedimento apresentado por BARBOSA & SILVA (1994), os vínculos de desigualdade incorporados segundo o procedimento descrito acima são estritos, ou seja, em nenhuma iteração é permitido que os parâmetros estimados (contrastes de densidade) violem seus extremos mínimos e máximos estabelecidos a priori. A interpretação de anomalias com gradientes menores que cerca de 1 mGal/km, produzem, em ambos os procedimentos, resultados equivalentes. No entanto, para anomalias gravimétricas com gradientes maiores que 1 mGal/km, o procedimento para a incorporação dos vínculos de desigualdade adotado por BARBOSA & SILVA (1994) apresenta problemas para produzir uma fonte compacta porque gradientes altos podem ser produzidos por um par de prisma elementares adjacentes, um deles apresentando um contraste de densidade extremamente elevado e o outro prisma um contraste de densidade extremamente baixo, ambos violando os limites $\tilde{\mathbf{p}}_{\min}$ e $\tilde{\mathbf{p}}_{\max}$.

4.2.3 Procedimentos computacionais

A metodologia proposta neste capítulo é implementada através do algoritmo que denominamos *Mínimo Momento de Inércia* (MMI) que consiste nos seguintes passos:

- 1) Iteração $k = 0$: faz-se $\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{p}}^{(0)} = \tilde{\mathbf{I}}$, $\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{e}}^{(0)} = \tilde{\mathbf{I}}$ e $\tilde{\mathbf{p}}_{\max} = \tilde{\mathbf{0}}$ (vetor nulo).
Definem-se os valores numéricos do escalar $\lambda(\delta) \neq 0$ e dos elementos dos vetores $\tilde{\mathbf{p}}_{\min}$ e $\tilde{\mathbf{p}}^{(0)}$ (aproximação inicial que deve satisfazer o vínculo de desigualdade). Sugerimos usar $p_{j(0)} = \frac{p_{\min j}}{100}$, $j = 1, \dots, M$.
- 2) Obtém-se $\tilde{\hat{\mathbf{p}}}^{\dagger}_{(k)} = f(\tilde{\hat{\mathbf{p}}}_{(k)})$ através da equação (4.11).
- 3) Obtém-se $\Delta \tilde{\hat{\mathbf{p}}}^{\dagger}_{(k)}$ usando a equação (4.17).
- 4) Obtém-se $\tilde{\hat{\mathbf{p}}}^{\dagger}_{(k+1)} = \tilde{\hat{\mathbf{p}}}^{\dagger}_{(k)} + \Delta \tilde{\hat{\mathbf{p}}}^{\dagger}_{(k)}$.
- 5) Calcula-se $\tilde{\hat{\mathbf{p}}}_{(k+1)}$ usando a equação (4.12).
- 6) Se $k \leq 6$, prossiga para o passo 7; caso contrário, testa-se a convergência do algoritmo avaliando-se

$$s_{(k)} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \left\| \tilde{\hat{\mathbf{p}}}_{(k+1-i)} - \tilde{\hat{\mathbf{p}}}_{(k-i)} \right\|. \quad (4.18)$$

Se o valor obtido na equação (4.18) for igual ou menor que um valor limiar τ e o funcional $\frac{1}{N} \left\| [\mathbf{g}^o - \mathbf{g}(\tilde{\mathbf{p}})] \right\|^2$ for igual ou menor que o valor esperado para a média da soma dos quadrados das realizações do ruído contido nos dados, o processo iterativo é interrompido; caso contrário, prossiga para o passo 7.

- 7) Se $\hat{p}_{j(k+1)}$ for menor que $p_{\max j} - \nu$ e maior que $p_{\min j} + \nu$, atualize o j -ésimo elemento da diagonal das matrizes $\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{p}}^{(k+1)}$ e $\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{e}}^{(k+1)}$ de acordo com as equações (4.4) e (4.5), respectivamente; caso contrário, assinale um valor muito grande (da ordem de $1/\epsilon$) ao j -ésimo elemento da matriz $\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{p}}^{(k+1)}$, atualize o j -ésimo elemento da diagonal da matriz $\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{e}}^{(k+1)}$ de acordo com a equação (4.5) e prossiga para o passo 8.
- 8) Incrementa-se k e retorna-se ao passo 2.

4.2.4 Implementação prática

Devido ao grande número de observações gravimétricas, a dimensão da matriz $\underset{\approx}{A} \underset{\approx}{W}_p^{-1} \underset{\approx}{A}^T + \lambda(\delta) \underset{\approx}{W}_e^{-1}$ é também grande, tornando inviável, na prática, a solução iterativa da equação (4.17). Para superar esta dificuldade, subdividiremos um perfil gravimétrico muito grande em pequenos perfis (que denominamos janelas de dados) e processaremos estes pequenos perfis sequencialmente. Analogamente, a região discretizada em subsuperfície contendo as fontes anômalas será também subdividida em pequenas regiões (que denominaremos janelas de fontes), cujos limites horizontais são fornecidos pelos limites horizontais de cada uma das janelas de dados. Para evitar efeitos de borda, estenderemos cada janela de fontes além dos limites das janelas de dados em pelo menos 50 % da correspondente extensão da janela de dados. Adicionalmente, impomos uma superposição de pelo menos 15 % entre janelas de dados adjacentes. Após o processamento de todas as janelas de dados, as janelas de fontes adjacentes, contendo as densidades estimadas e os correspondentes segmentos da anomalia ajustada são editados, ou seja, o intérprete deverá eliminar parte das áreas de superposição entre as janelas adjacentes de modo a produzir um perfil interpretativo das fontes contínuo e evitar efeitos de borda entre duas janelas adjacentes.

4.3 APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS

Em todas as aplicações apresentadas neste capítulo foram usados os seguintes parâmetros: $\epsilon=10^{-7}$, $\xi=10^{-2}$, $\nu=10^{-2}$, e $\tau=10^{-4}$.

A metodologia proposta neste capítulo não impõe uma transição suave entre os contrastes de densidade dos prismas elementares adjacentes e nem impõe um comportamento suave ao relevo do embasamento. Ao contrário, soluções compactas apresentam, obrigatoriamente, nas bordas das fontes, transições abruptas do contraste de densidade. Desta forma, este método é particularmente aplicável à interpretação de embasamentos cristalinos de bacias sedimentares cujas topografias apresentam-se: (i) predominantemente suaves porém localmente falhadas; e (ii) predominantemente descontínuas. A seguir, através de testes com dados sintéticos ilustraremos estes dois tipos de ambiente geológico.

4.3.1 Embasamento predominantemente suave com descontinuidades isoladas

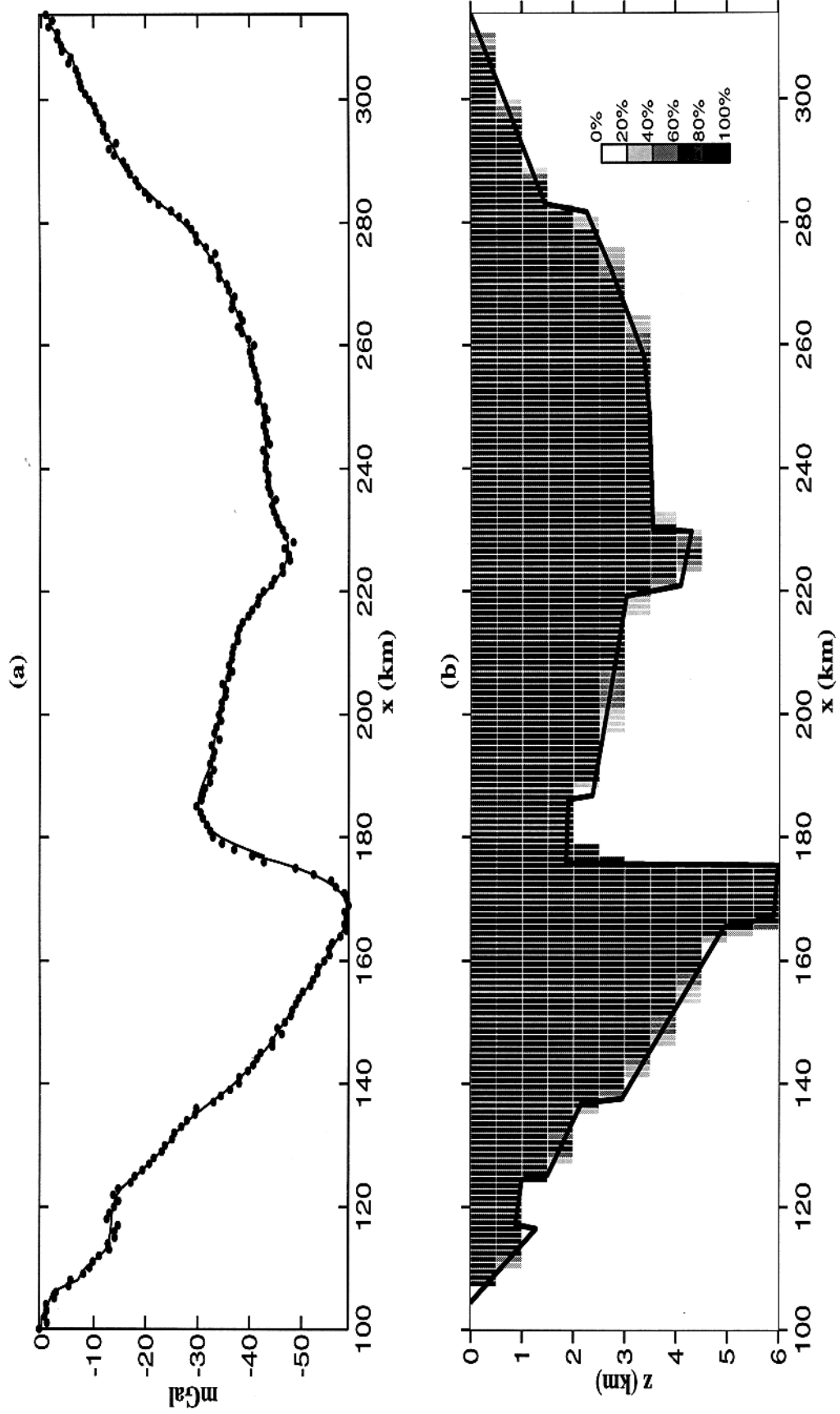
A Figura 4.2a mostra 215 observações (pontos) equiespaçadas da anomalia Bouguer contaminada com ruído no intervalo $x \in [100 \text{ km}, 314 \text{ km}]$ que foram produzidas por uma bacia sedimentar 2-D simulada com contraste de densidade uniforme de $-0,3 \text{ g/cm}^3$ relativo a um embasamento cristalino cujo relevo é mostrado na Figura 4.2b em linha contínua. O ruído pseudo-aleatório é Gaussiano, aditivo, com média nula e desvio padrão de $0,5 \text{ mGal}$. Este modelo simulado foi baseado na interpretação de uma seção geológica da Bacia do Recôncavo empregada por MENEZES (1990).

Subdividimos o perfil gravimétrico em 7 janelas de dados, cada uma associada a uma janela de fontes que consiste da região da subsuperfície definida pelo mesmo intervalo em x da correspondente janela de dados e pelo intervalo $z \in [0 \text{ km}, 6 \text{ km}]$. Estas janelas de fontes (regiões da subsuperfície) foram discretizadas em prismas elementares retangulares bidimensionais justapostos com dimensões iguais a 1 km e $0,5 \text{ km}$ ao longo das direções x e z , respectivamente. Para todas as janelas de dados, estabelecemos $\rho_{\text{max}} = 0 \text{ g/cm}^3$ e assinalamos a todos os elementos de ρ_{min} o valor $-0,3 \text{ g/cm}^3$. Diferentes multiplicadores de Lagrange foram necessários para as diferentes janelas de dados. A Tabela 4.1 mostra os intervalos em x das 7 janelas de dados (e de fontes) e os correspondentes multiplicadores de Lagrange.

Tabela 4.1 - **Exemplo sintético:** Intervalos ao longo de x e os multiplicadores de Lagrange usados nas sete janelas de dados e de fontes na Figura 4.2.

Janela de dados	Intervalos ao longo de x (km)	$\lambda(\delta)$
1	100 - 137	30,0
2	120 - 175	10,0
3	155 - 185	1,0
4	160 - 220	10,0
5	200 - 250	4,0
6	210 - 270	30,0
7	250 - 314	20,0

A interpretação final do perfil é mostrada na Figura 4.2b, em que o contraste de densidade de cada prisma está representado em porcentagens do contraste de densidade real. Observe que não houve efeitos de bordas nos limites das janelas de dados. Os resultados mostram um



relevo estimado muito próximo ao relevo verdadeiro simulado neste exemplo (linha contínua grossa na Figura 4.2b). Note que a excelente estimativa do relevo do embasamento ocorreu tanto nas porções em que a topografia verdadeira do fundo da bacia é suave como também nas porções em que há abruptas descontinuidade simulando falhas normais. A Figura 4.2a mostra, em linha contínua, a anomalia gravimétrica ajustada.

4.3.2 Embasamento predominantemente descontínuo

A Figura 4.3a mostra, no intervalo $x \in [0 \text{ km}, 40 \text{ km}]$, 41 observações (pontos) equiespaçadas da anomalia Bouguer contaminada por ruído pseudo-aleatório, aditivo, Gaussiano, com média nula e desvio padrão de 0,5 mGal. Esta anomalia foi produzida por uma bacia sedimentar 2-D simulada com contraste de densidade uniforme de $-0,2 \text{ g/cm}^3$ relativo a um embasamento cristalino cujo relevo é mostrado na Figura 4.3b em linha contínua. Este modelo simula um arcabouço caracterizado por um expressivo baixo assimétrico controlado por falhamentos normais. Destacamos que na porção mais profunda, $z > 4 \text{ km}$, este baixo estrutural é limitado, lateralmente, por falhas normais sintéticas cujo ângulo de mergulho é igual a 48° e o rejeito é aproximadamente 2,25 km. Uma característica particular desta bacia é a existência de dois diferentes padrões de falhamentos, no intervalo $z \in [0 \text{ km}, 4 \text{ km}]$, controlando os limites laterais do baixo estrutural. Um dos padrões, no intervalo $x \in [36 \text{ km}, 37 \text{ km}]$, caracteriza-se por uma falha sintética com ângulo de mergulho de 70° e rejeito de 4 km, definindo uma borda da bacia extremamente abrupta. Por outro lado, o padrão, no intervalo $x \in [0 \text{ km}, 20 \text{ km}]$, consiste de uma seqüência complexa de falhas sintéticas e antitéticas com rejeitos pequenos (menores que 1 km) e ângulos de mergulho variados. Diferentemente, este segundo padrão de falhamentos define uma borda, cujo arranjo geométrico dos blocos falhados configura uma seqüência de degraus, mas que apresenta uma topografia geral, quando comparada à outra borda, muito mais suave com gradiente médio de aproximadamente 11° .

Na aplicação da inversão MMI empregamos uma única janela de dados no intervalo $x \in [0 \text{ km}, 40 \text{ km}]$, com a correspondente janela de fontes limitada horizontalmente por este mesmo intervalo e verticalmente pelo intervalo $z \in [0 \text{ km}, 7 \text{ km}]$. Esta janela de fontes (região da subsuperfície) foi discretizada em prismas elementares retangulares bidimensionais justapostos com dimensões iguais a 0,5 km ao longo das direções x e z .

Os resultados obtidos pelo método MMI, com $\lambda(\delta) = 0.5$, $\tilde{p}_{\max} = 0 \text{ g/cm}^3$ e assinalando-se a todos os elementos de $\tilde{p}_{\min}$ o valor -0.2 g/cm^3 , são mostrados na Figura 4.3b, em que o contraste de densidade de cada prisma está representado em porcentagens do contraste de densidade presumido ($-0,2 \text{ g/cm}^3$). A anomalia gravimétrica ajustada é mostrada na Figura

4.3a em linha contínua. Na Figura 4.3b observamos a excelente resolução deste método no mapeamento tanto da borda abrupta como da borda mais suave. Destacamos a ótima definição da sequência de pequenas descontinuidades presentes na borda mais suave da bacia. Com relação à borda mais abrupta, a inversão MMI mostrou uma boa resolução, evidenciando duas regiões distintas. A primeira, no intervalo $x \in [35 \text{ km}, 37 \text{ km}]$ é marcadamente mais abrupta, com grandes deslocamentos verticais dos blocos falhados e apresentando gradiente no entorno de 60° . Em contraste, a segunda região, no intervalo $x \in [31 \text{ km}, 35 \text{ km}]$ é mais suave com gradiente médio aproximadamente igual a 31° .

Objetivando fazer uma comparação, apresentamos, a seguir, as estimativas deste relevo do embasamento obtidas pelos métodos de inversão apresentados nos capítulos anteriores: suavidade global (SG) e suavidade ponderada (SP). Para tanto, presumimos um modelo interpretativo consistindo de 39 prismas verticais bidimensionais justapostos, com largura de 1 km definidos no intervalo $x \in [-0,5 \text{ km}, 38,5 \text{ km}]$ e com contraste de densidade de $-0,2 \text{ g/cm}^3$.

Na Figura 4.4b, em linha tracejada, mostramos o resultado da inversão com o vínculo de suavidade global (apresentado no segundo capítulo), não se usando o método dos subespaços e não se incorporando informação a priori de furos de sondagem. Os multiplicadores de Lagrange empregados foram $\mu^r = 0,5$ e $\mu^a = 0$. Neste método, conforme exposto no segundo e terceiro capítulos, a estabilização é alcançada impondo-se uma suavidade global ao relevo estimado. Em comparação com a inversão MMI (Figura 4.3b), o resultado da inversão SG (Figura 4.4b) mostra uma substancial perda de resolução, tanto na região mais abrupta como na região mais suave do relevo do embasamento. A anomalia gravimétrica ajustada, usando-se a inversão SG, é mostrada na Figura 4.4a em linha contínua.

Na aplicação do método SP, apresentado no terceiro capítulo, empregamos $\tilde{p}_{\min} = 0 \text{ km}$, $\mu^a = 0,0001$, $\mu^r = 0,5$ e $\eta = 10$. Além disso, assinalamos a todos os elementos de $\tilde{p}_{\max}$ e $\tilde{p}^a$ valores, respectivamente, iguais a 6,5 km e 10 km. O relevo do embasamento estimado por este método (Figura 4.5b, em linha tracejada) além de não exceder a profundidade máxima de 6,5 km, apresenta uma geometria do fundo do baixo estrutural levemente mais achatada quando comparada com os resultados anteriores. No entanto, o aspecto mais marcante do resultado da inversão SP é a excelente estimativa da borda da bacia no intervalo $x \in [36 \text{ km}, 37 \text{ km}]$ possibilitando a perfeita estimativa do ângulo de mergulho do plano de falha (70°) definido neste intervalo.

Ao compararmos os resultados dos métodos com vínculos de mínimo momento de inércia (MMI), de suavidade ponderada (SP) e de suavidade global (SG), destacamos que a inversão SP produz uma maior resolução nas porções do relevo com grandes deslocamentos verticais

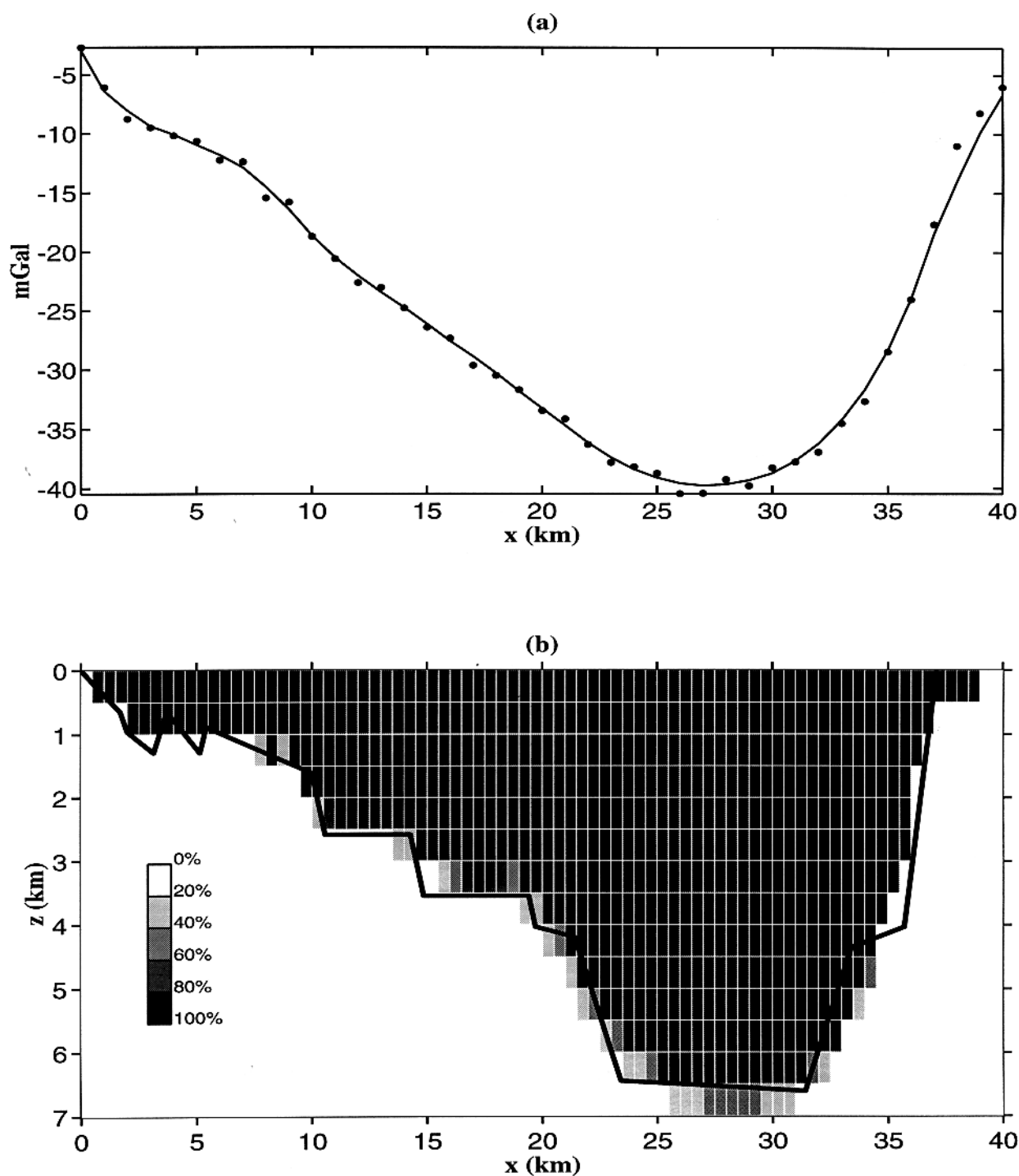


Figura 4.3 - **Exemplo Sintético.** (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) contaminada com ruído e anomalia ajustada (linha contínua); (b) embasamento da bacia sedimentar (linha contínua grossa) e o resultado da inversão MMI, em porcentagem do valor verdadeiro do contraste de densidade ($-0,2 \text{ g/cm}^3$).

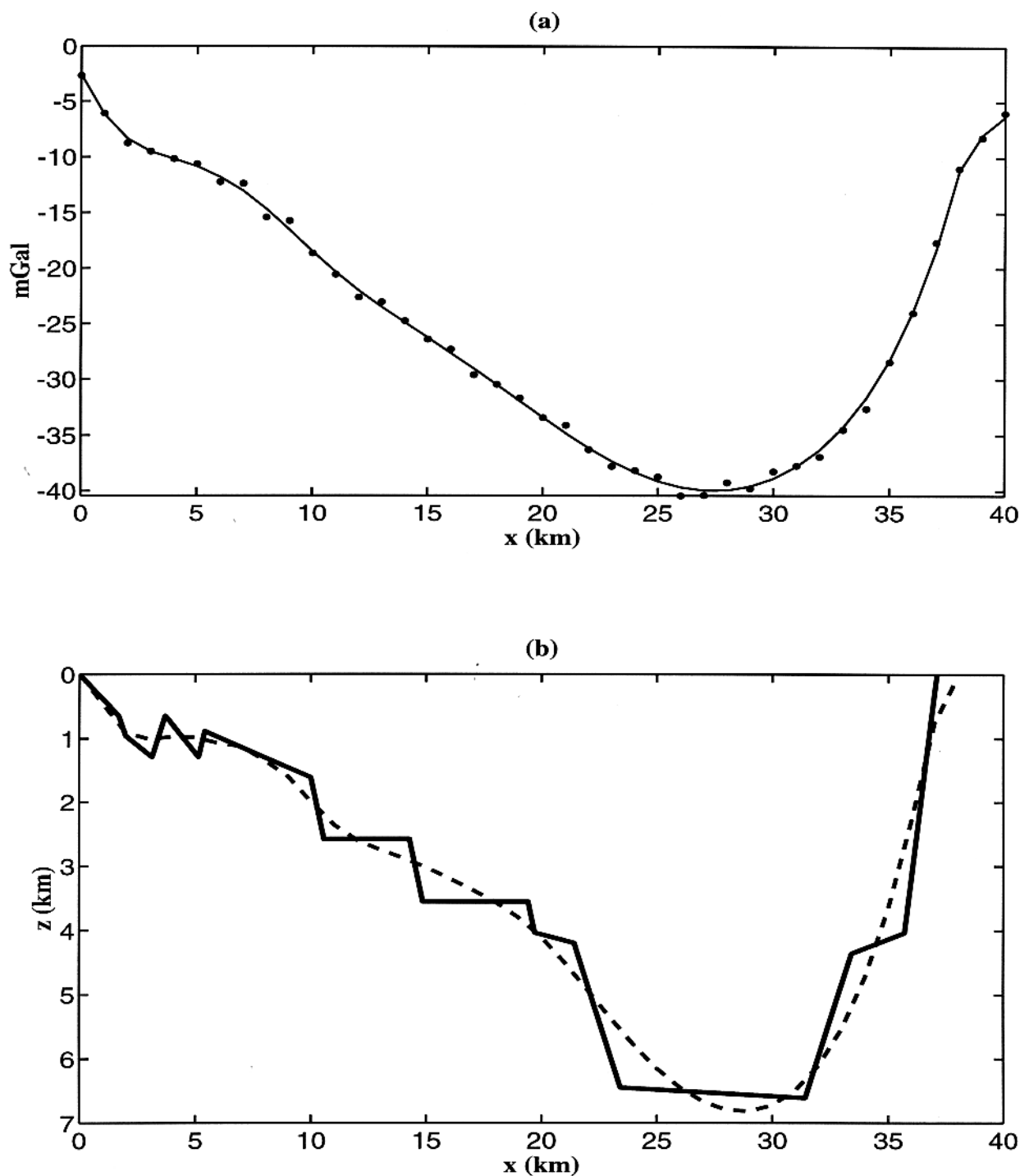


Figura 4.4 - **Exemplo Sintético.** (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua); (b) relevos do embasamento: verdadeiro (linha contínua) e estimado (linha tracejada) usando a inversão SG com contraste de densidade de $-0,2 \text{ g/cm}^3$, $\mu^r = 0,5$ e $\mu^a = 0$.

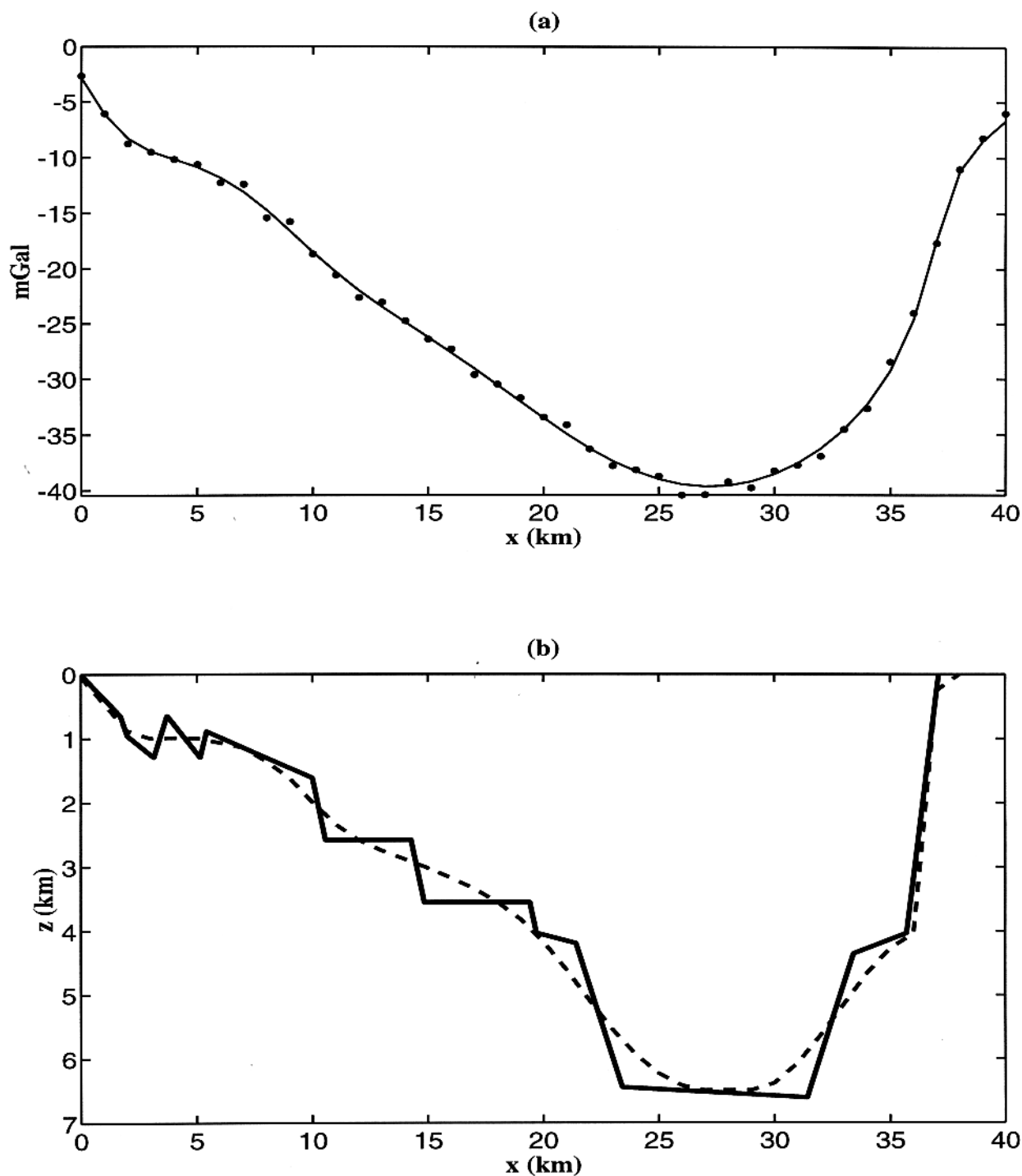


Figura 4.5 - **Exemplo Sintético.** (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua); (b) relevos do embasamento: verdadeiro (linha contínua) e estimado (linha tracejada) usando a inversão SP com contraste de densidade de $-0,2 \text{ g/cm}^3$, $\mu^r = 0,5$, $\mu^a = 0,0001$, $\eta = 10$, $p_{\min j} = 0 \text{ km}$, $p_{\max j} = 6,5 \text{ km}$ e $p_j^a = 10 \text{ km}$, $j = 1, 2, \dots, M$.

dos planos de falhas. Por outro lado, em termos quantitativos, verificamos que os métodos SG e SP conseguem apenas estimar o gradiente médio da borda mais suave da bacia (estimado, em ambos os testes, em 11°), sendo, portanto, incapazes de mapear as diversas feições geológicas presentes nesta porção do relevo do embasamento. Diferentemente, a inversão MMI produz uma maior resolução, principalmente, nesta porção do relevo, possibilitando mapear a sequência dos vários planos de falhas, muito próximos entre si e apresentando pequenos rejeitos.

O desempenho inferior do método inverso SP em relação ao método MMI na estimativa de um relevo do embasamento com pequenas descontinuidades é devida à utilização de uma aproximação inicial suave, fornecida pelo método SG. Assim, onde há pequenos deslocamentos verticais do relevo verdadeiro do embasamento, o método SG, impondo uma suavidade global, estima um relevo suave; como esta estimativa é usada como primeira aproximação do relevo, então, relevos suaves estimados pelo algoritmo SG levarão, no algoritmo SP, a uma menor liberação do vínculo de suavidade entre blocos adjacentes (como representado esquematicamente na Figura 3.7b). Em outras palavras, o método SP acentua as descontinuidades do relevo do embasamento, mas é o método SG que as detecta. Em contraste, no método MMI não há, ao longo do processo iterativo, imposição de transição suave entre os contrastes de densidade entre prismas adjacentes; ou seja, uma solução compacta admite a informação de transição abrupta do relevo do embasamento. Desta forma, o método MMI é adequado na interpretação de relevos do embasamento de uma bacia sedimentar caracterizados por uma predominância de muitos falhamentos com pequenos rejeitos. Ressaltamos que a resolução dos falhamentos verticais no método MMI é limitada, no entanto, pelas dimensões verticais dos prismas elementares, e evidentemente, pela resolução dos dados gravimétricos.

4.4 APLICAÇÃO A DADOS REAIS

4.4.1 Bacia do Recôncavo

A Figura 4.6 mostra o mapa da anomalia Bouguer da Bacia do Recôncavo, corrigida do efeito crustal profundo (LEÃO et al., 1996). Presumimos que esta anomalia seja produzida pelo relevo do embasamento cristalino da bacia.

A Bacia do Recôncavo é um dos grabens pertencentes ao sistema de rifte intra-continental abortado denominado Recôncavo-Tucano-Jatobá cuja abertura ocorreu no Cretáceo Superior durante o rifteamento do Atlântico Sul. Estruturalmente, esta bacia é fortemente controlada por um sistema de falhas normais com direções nordeste e noroeste que segmentou o embasamento desta bacia em um complexo mosaico de blocos do embasamento formando sub-bacias.

Esta bacia faz parte do sistema brasileiro de bacias extensionais cuja origem está relacionada à ruptura do Gondwana. As falhas normais apresentam altos ângulos de mergulho. Segundo MILANI & DAVISON (1988), na sub-bacia oeste, os ângulos de mergulhos dos planos de falhas são no entorno de 60° .

A Figura 4.7a mostra a anomalia Bouguer (pontos) ao longo do perfil AA' cuja localização é mostrada na Figura 4.6. Esta anomalia foi digitalizada diretamente a partir do mapa de contorno da Figura 4.6 em intervalos regulares de 1 km produzindo um total de 50 observações. O perfil gravimétrico foi subdividido em 4 janelas de dados, estando cada uma delas associada a uma janela de fontes que consiste em uma região da subsuperfície limitada verticalmente ao intervalo $z \in [0 \text{ km}, 8 \text{ km}]$ e horizontalmente ao intervalo definido pela correspondente janela de dados. Estas janelas de fontes (regiões da subsuperfície) foram discretizadas em prismas elementares retangulares bidimensionais justapostos com dimensões iguais a 0,5 km ao longo das direções x e z . Os limites de cada janela de dados e os correspondentes multiplicadores de Lagrange empregados são mostrados na Tabela 4.2. Presumimos um contraste de densidade constante de $-0,26 \text{ g/cm}^3$ entre os sedimentos e o embasamento, similarmente ao segundo capítulo. Conseqüentemente, estabelecemos, para todas as janelas de dados, $\rho_{\text{max}} = 0 \text{ g/cm}^3$ e assinalamos a todos os elementos de ρ_{min} o valor $-0,26 \text{ g/cm}^3$.

Tabela 4.2 - **Bacia do Recôncavo:** intervalos ao longo de x e os multiplicadores de Lagrange usados nas quatro janelas de dados e de fontes na Figura 4.7.

Janela de dados	Intervalos ao longo x (km)	$\lambda(\delta)$
1	0 - 20	0,30
2	5 - 30	0,30
3	20 - 35	0,15
4	25 - 49	4,00

Os resultados obtidos pelo método MMI são mostrados na Figura 4.7b, em que o contraste de densidade de cada prisma está representado em porcentagens do contraste de densidade presumido. A anomalia gravimétrica ajustada é mostrada na Figura 4.7a em linha contínua. Consideramos que o relevo do embasamento foi definido pelas porcentagens maiores que 40 % do contraste de densidade presumido, o que levou-nos a interpretar a presença de importantes feições geológicas conhecidas na literatura. A primeira é um baixo estrutural, na porção noroeste, coincidindo com uma importante feição estrutural conhecida na literatura

como baixo estrutural de Alagoinhas (AL). A boa resolução do método realçou algumas características geológicas do baixo estrutural de Alagoinhas, como a presença de bordas abruptas e uma topografia do fundo achatada e extensa, cuja máxima profundidade atinge 6,5 km. Adicionalmente, destacamos a existência de uma assimetria entre os gradientes dos planos de falhas que controlam as duas bordas deste baixo estrutural. Os gradientes nas bordas a noroeste e a sudeste são, respectivamente, 42° e 23° . Este resultado é consistente com o conhecimento geológico a priori que o sistema de falhamentos atuantes na Bacia do Recôncavo produziu baixos estruturais assimétricos. A segunda feição geológica é um baixo, na porção sudeste do perfil no entorno da coordenada $x = 39$ km, que coincide com o conhecido baixo estrutural de Miranga (MI). Finalmente, a terceira feição consiste de dois terraços inferidos pela presença de áreas de baixo gradiente separando um estreito e pequeno baixo estrutural próximo à coordenada $x = 27,5$ km. O primeiro terraço (Q) está limitado no intervalo $x \in [18 \text{ km}, 25 \text{ km}]$ coincidindo com uma conhecida feição denominada Plataforma de Quiricó. O segundo terraço (MA) está localizado entre $x \in [32 \text{ km}, 37 \text{ km}]$ podendo ser correlacionado com a feição geológica conhecida como Patamar de Mata-Araças. Finalmente, o baixo estrutural próximo à coordenada $x = 27,5$ km aparentemente não está correlacionado com qualquer feição geológica conhecida.

Com o objetivo de fazer uma análise comparativa, mostramos, a seguir, os resultados da inversão do perfil gravimétrico AA' usando os métodos com vínculos de suavidade global (SG) e de suavidade ponderada (SP). O modelo interpretativo empregado consiste de 50 prismas verticais bidimensionais justapostos, com largura de 1 km definidos no intervalo $x \in [-0,5 \text{ km}, 49,5 \text{ km}]$ e com contraste de densidade uniforme de $-0,26 \text{ g/cm}^3$.

A Figura 4.8b mostra, em linha tracejada, o resultado da inversão do perfil gravimétrico AA' usando-se o método SG e empregando-se $\mu^r = 0,2$ e $\mu^a = 0$. Note que apesar de usarmos o menor multiplicador de Lagrange ($\mu^r = 0,2$) ainda produzindo uma solução estável, o resultado da inversão SG produziu um relevo mais suavizado quando comparado ao resultado obtido pela inversão MMI (Figura 4.7b). Destacamos, por exemplo, na Figura 4.8b, uma definição suavizada das bordas que limitam o baixo estrutural de Alagoinhas. Especificamente, os ângulos de mergulho dos falhamentos que controlam as bordas noroeste e sudeste são, respectivamente, iguais a 28° e 20° . Além disso, este baixo estrutural apresenta, na Figura 4.8b, um fundo cuja topografia é estreita e curvada, ao contrário da topografia extensa e achatada estimada pelo método MMI (Figura 4.7b). Com relação ao baixo estrutural de Miranga, neste teste ele foi detectado como uma inflexão suave do embasamento próximo à coordenada $x = 41$ km. Finalmente, ressaltamos que apenas, na melhor das hipóteses, um único terraço pode ser inferido no intervalo $x \in [18 \text{ km}, 37 \text{ km}]$ e a existência de um

baixo estrutural no entorno da coordenada $x = 27,5$ km poderia, quando muito, ser presumida por meio de uma sutil distorção do gradiente do relevo no entorno desta coordenada. A correspondente anomalia gravimétrica ajustada é mostrada na Figura 4.8a em linha contínua.

Ao empregarmos o método da suavidade ponderada (SP) ao perfil gravimétrico AA' estabelecemos: $\mu^a = 0,001$, $\mu^r = 0,2$, $\eta = 40$, $\tilde{p}_{\min} = 0$ km e assinalamos a todos os elementos de $\tilde{p}_{\max}$ e $\tilde{p}^a$ os valores, respectivamente, iguais a 6 km e 9 km. A estimativa do relevo do embasamento, usando a inversão SP, e a correspondente anomalia gravimétrica ajustada são mostradas na Figura 4.9b e na Figura 4.9a, em linhas tracejada e contínua, respectivamente. Comparando-se os resultados produzidos pelo método de inversão SP (Figura 4.9b) com aqueles produzidos tanto pelos métodos de inversão MMI (Figura 4.7b) como o SG (Figura 4.8b), notamos que o método SP produz uma melhor resolução das bordas abruptas e da topografia achatada e extensa do fundo do baixo estrutural de Alagoinhas. Observe que a inversão SP estimou maiores ângulos de mergulho dos planos de falhas tanto na borda noroeste (70°) quanto na borda sudeste (66°). Por outro lado, no intervalo $x \in [18 \text{ km}, 49 \text{ km}]$ nenhum ganho substancial na definição das feições geológicas foi observado quando comparado aos resultados da inversão SG (Figura 4.8b), exceto na borda sudeste, em torno da coordenada $x = 47$ km, onde uma borda ligeiramente mais abrupta foi estimada. Em contraste, no intervalo $x \in [18 \text{ km}, 49 \text{ km}]$, o método MMI (Figura 4.7b) mostrou melhor resolução quando comparado aos métodos de inversão SG e SP (Figura 4.8b e Figura 4.9b, respectivamente).

Em resumo, comparando os resultados dos métodos MMI e SP concluímos que ambos produzem melhorias na resolução do relevo do embasamento. No entanto, estas melhorias produzidas por estes métodos ocorrem em duas diferentes regiões do relevo do embasamento caracterizadas por dois diferentes arcabouços estruturais. Na região em que o relevo do embasamento caracteriza-se por pequenas descontinuidades (intervalo $x \in [18 \text{ km}, 49 \text{ km}]$) o método MMI produz uma melhor resolução dos pequenos deslocamentos verticais dos blocos falhados, quando comparado à inversão SP. Diferentemente, na região em que o relevo do embasamento caracteriza-se por grandes descontinuidades (baixo estrutural de Alagoinhas), o método usando o vínculo de suavidade ponderada produz uma melhor resolução quando comparado à inversão com o vínculo de mínimo momento de inércia. Finalmente, vale observar que, os resultados obtidos pelos três métodos destacaram na porção noroeste, no entorno da coordenada $x = 4$ km, uma expressiva elevação do relevo do embasamento. Esta feição pode ser interpretada como sendo um alto estrutural, possivelmente o alto de Aporá, mas pode, também, ser uma feição espúria, devida a efeitos de borda.

Similarmente ao exemplo sintético apresentado na seção 4.3.2, neste teste com dados

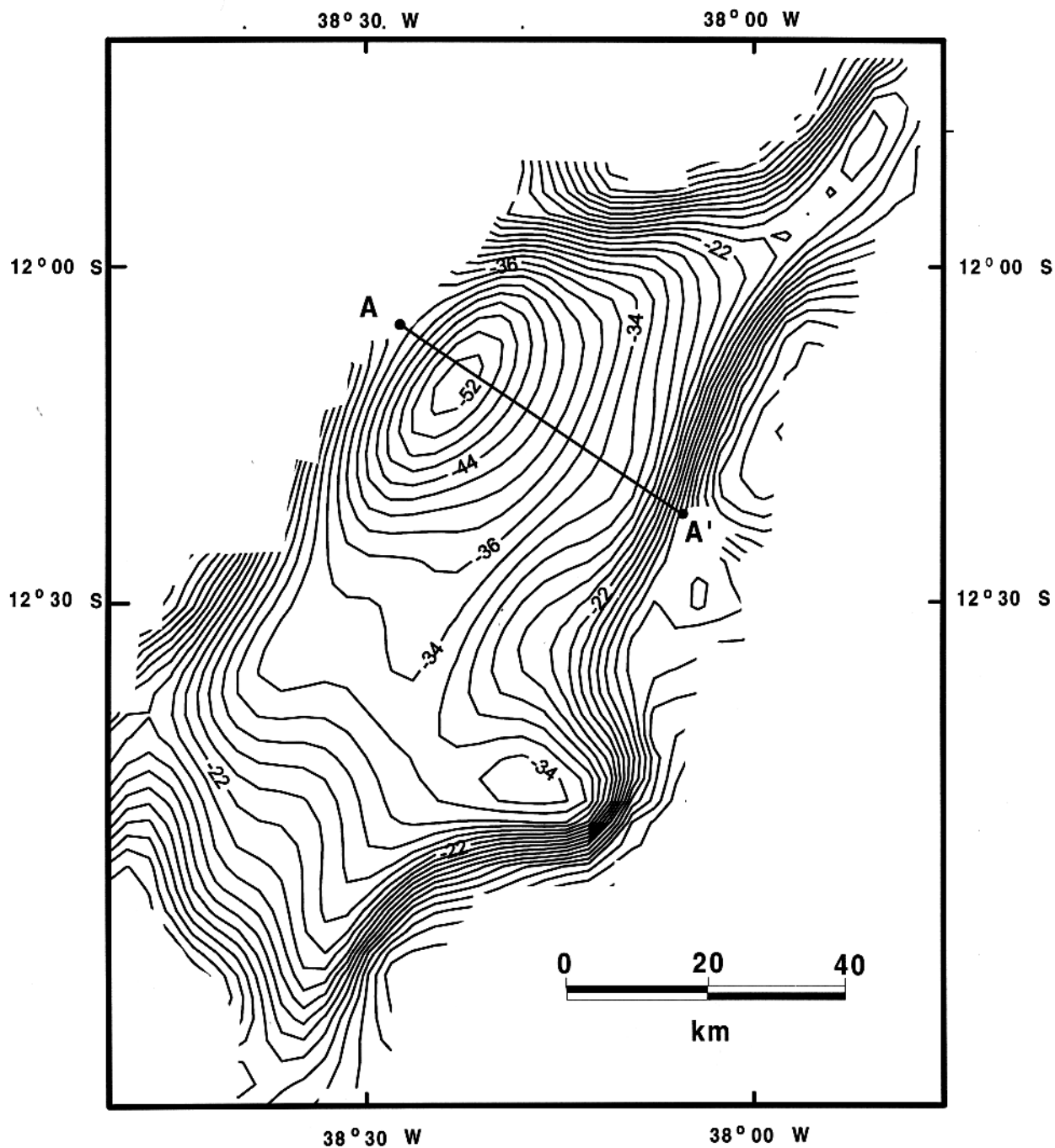


Figura 4.6 - **Bacia do Recôncavo.** Anomalia Bouguer, devida ao relevo do embasamento, segundo LEÃO et al. (1996). Intervalo de contorno: 2 mGal. A linha AA' indica a localização do perfil gravimétrico mostrado nas Figuras 4.7, 4.8 e 4.9.

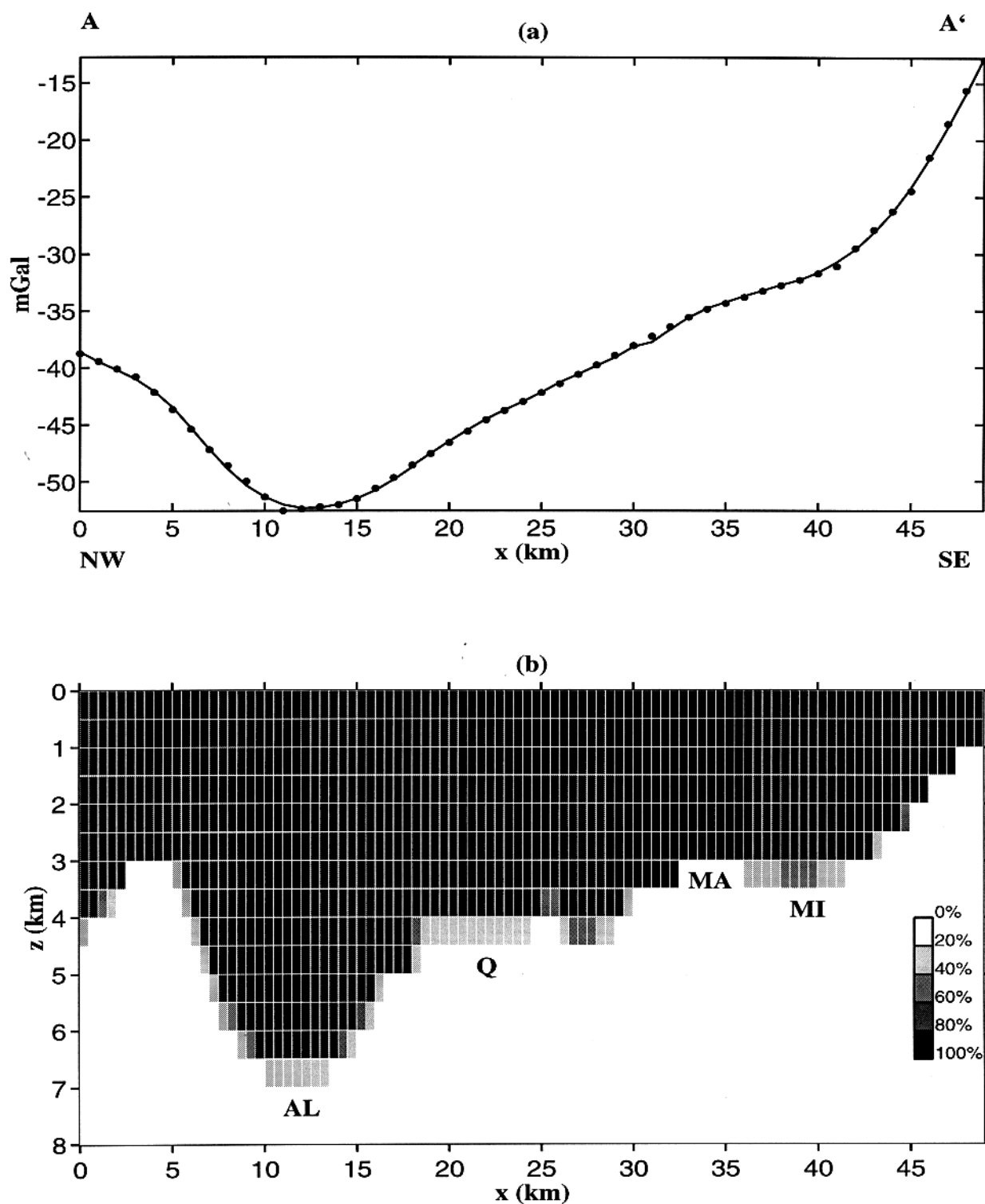


Figura 4.7 - **Bacia do Recôncavo.** (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua) do perfil AA' (Figura 4.6); (b) resultado da inversão MMI, em porcentagem do valor do contraste de densidade homogêneo presumido ($-0,26 \text{ g/cm}^3$) entre os sedimentos e embasamento.

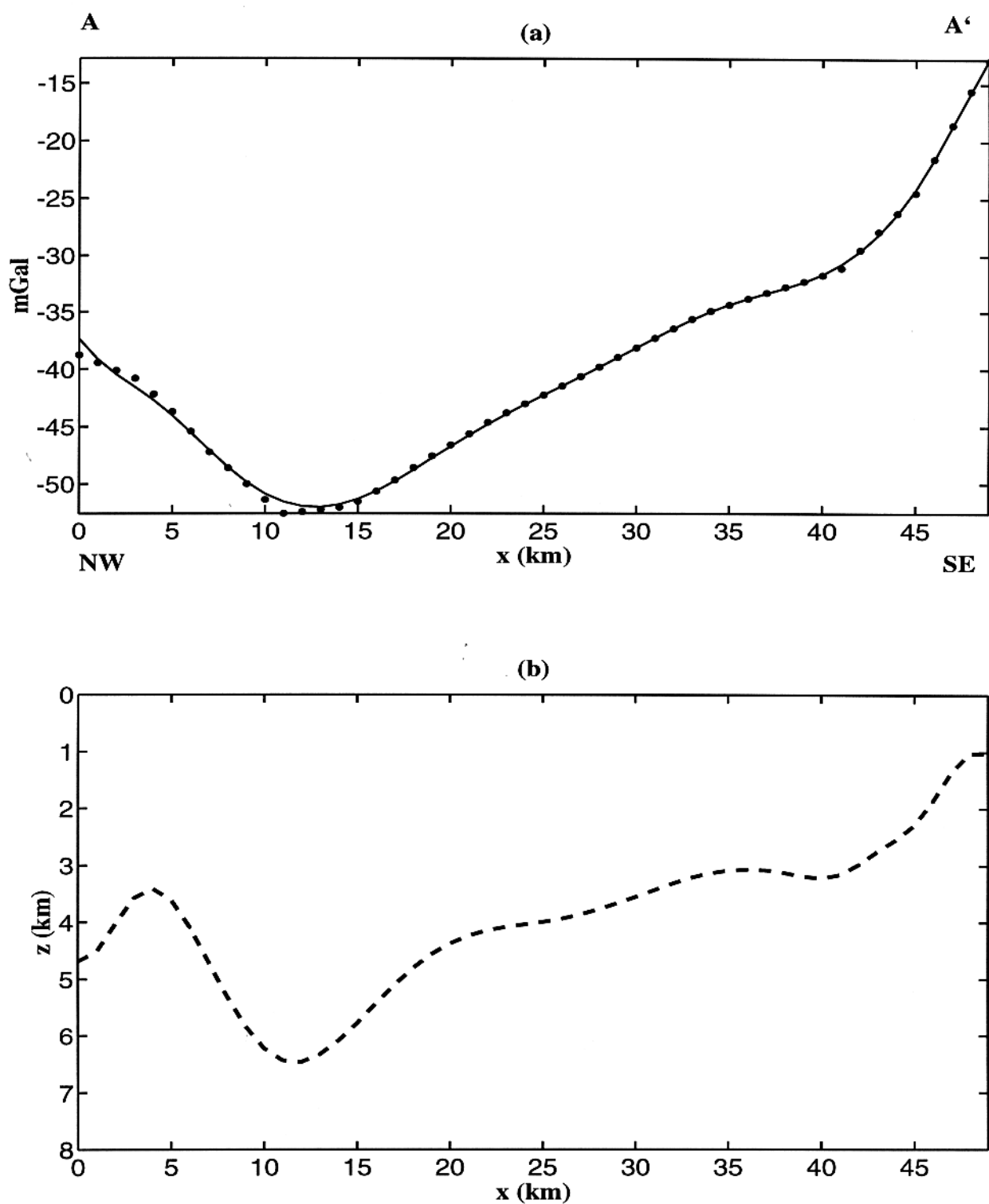


Figura 4.8 - **Bacia do Recôncavo.** (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua) do perfil AA' (Figura 4.6); (b) relevo estimado usando a inversão SG com contraste de densidade de $-0,26 \text{ g/cm}^3$, $\mu^r = 0,2$ e $\mu^a = 0$.

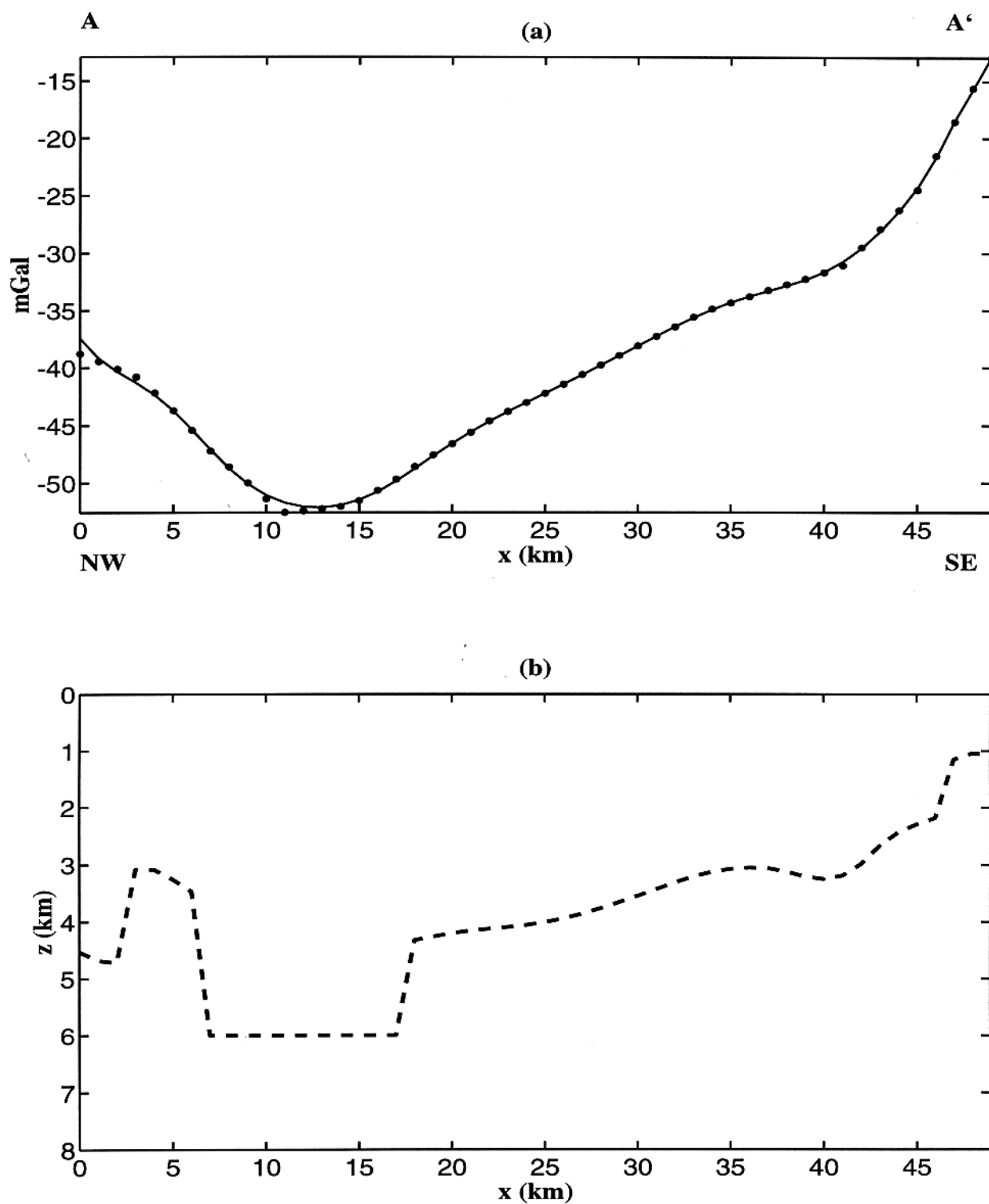


Figura 4.9 - **Bacia do Recôncavo.** (a) Anomalia Bouguer observada (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua) do perfil AA' (Figura 4.6); (b) relevo estimado usando a inversão SP com contraste de densidade de $-0,26 \text{ g/cm}^3$, $\mu^r = 0,2$, $\mu^a = 0,001$, $\eta = 40$, $p_{\min j} = 0 \text{ km}$, $p_{\max j} = 6 \text{ km}$ e $p_j^a = 9 \text{ km}$, $j = 1, 2, \dots, M$.

reais da Bacia do Recôncavo a inversão MMI mostrou, sem dúvida, uma melhor resolução na estimativa da porção do relevo do embasamento apresentando pequenas descontinuidades, quando comparada aos resultados da inversão SP. Como o método SP tende a acentuar as descontinuidades verticais, as estimativas obtidas pela inversão SP para os ângulos de mergulhos dos falhamentos (que definem o baixo estrutural de Alagoinhas) maiores que 60° podem ser apenas uma tendenciosidade imposta por este método, muito embora haja na literatura, referências à existência, na Bacia do Recôncavo, de falhas normais com mergulhos altos, no entorno de 70° (SANTOS & BRAGA, 1989 e SANTOS et al., 1990) resultantes de esforços distensivos.

4.4.2 Graben de San Jacinto

A Figura 4.10a mostra a anomalia Bouguer (pontos) sobre o Graben de San Jacinto, Riverside County, California, EUA, extraída de CORDELL (1973). Esta aplicação tem por objetivo exemplificar a capacidade do método MMI de incorporar informação a priori sobre a variação da densidade dos sedimentos com a profundidade.

Removemos da anomalia gravimétrica um nível de base constante de $-1,4$ mGal para fazer com que a anomalia gravimétrica seja igual a zero nas bordas da bacia. Usamos uma única janela de dados no intervalo $x \in [0,32 \text{ km}, 10 \text{ km}]$ com a correspondente janela de fontes limitada horizontalmente por este mesmo intervalo e verticalmente pelo intervalo $z \in [0 \text{ km}, 3 \text{ km}]$. Esta janela de fontes (região da subsuperfície) foi discretizada em prismas elementares retangulares bidimensionais justapostos com dimensões iguais a $0,25 \text{ km}$ e $0,125 \text{ km}$ ao longo das direções x e z , respectivamente.

Realizamos dois testes usando como informação a priori duas diferentes leis sobre a variação do contraste densidade com a profundidade entre os sedimentos e o embasamento do Graben de San Jacinto:

$$p_{\min j} = -0,08 - 0,42e^{-0,522 z_j}, \quad (4.19)$$

referida por CHAI & HINZE (1988), e

$$p_{\min j} = -0,55e^{-0,5 z_j}, \quad (4.20)$$

referida por CORDELL (1973); em que z_j é a coordenada, em relação a z , do centro do j -ésimo prisma elementar e $p_{\min j}$ é o limite inferior do contraste de densidade do j -ésimo prisma elementar. Em ambos os teste usamos $\lambda(\delta) = 0,1$ e $\rho_{\max} = 0 \text{ g/cm}^3$.

Os resultados empregando as equações (4.19) e (4.20) são mostrados, respectivamente, na Figura 4.10b e na Figura 4.11b, e as correpondentes anomalias gravimétricas ajustadas

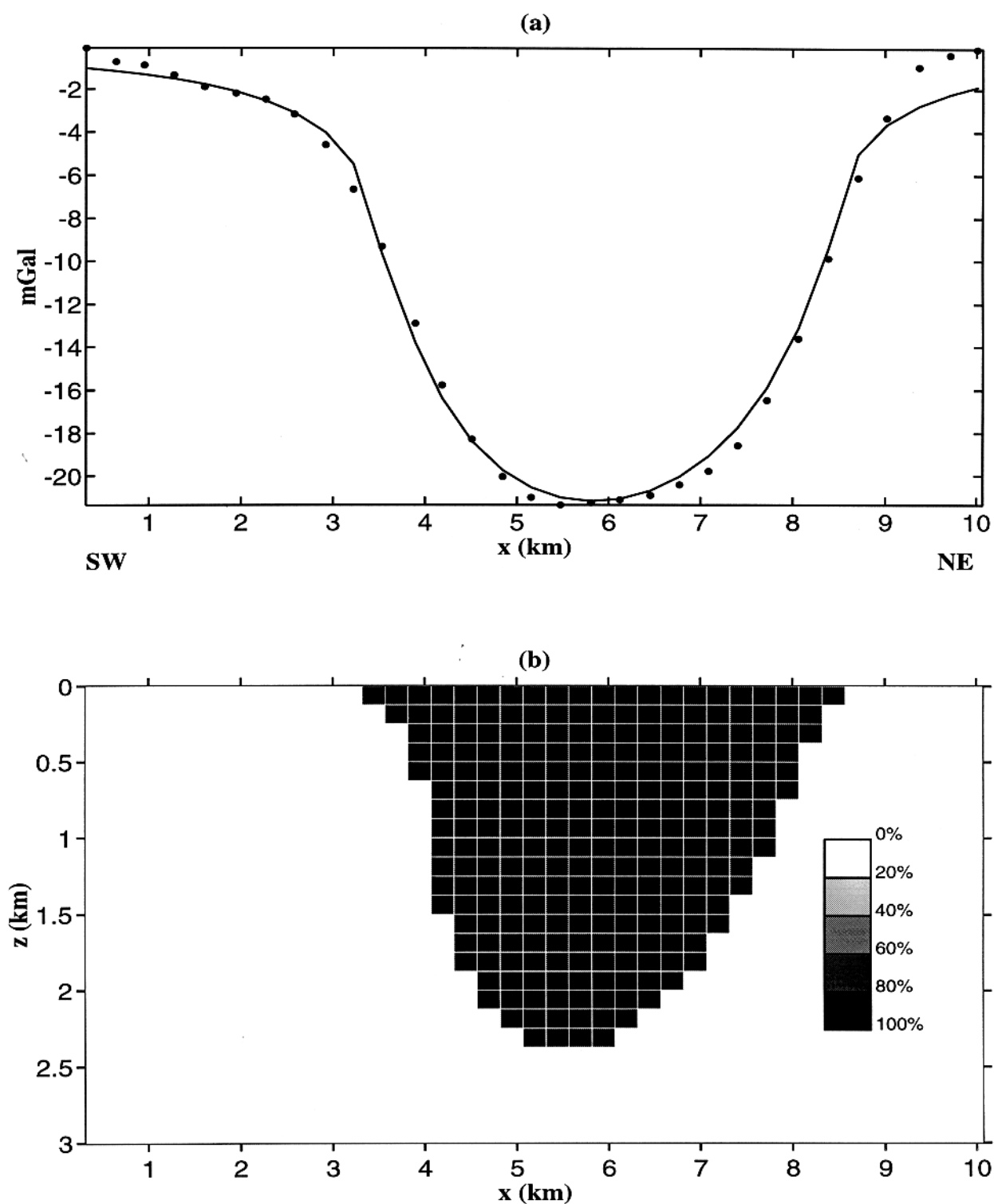


Figura 4.10 - **Graben de San Jacinto.** (a) Anomalia Bouguer observada segundo CORDELL (1973) (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua) ; (b) resultado da inversão MMI presumindo-se uma sedimentação heterogênea seguindo a lei de variação da densidade em z apresentada por CHAI & HINZE (1988).

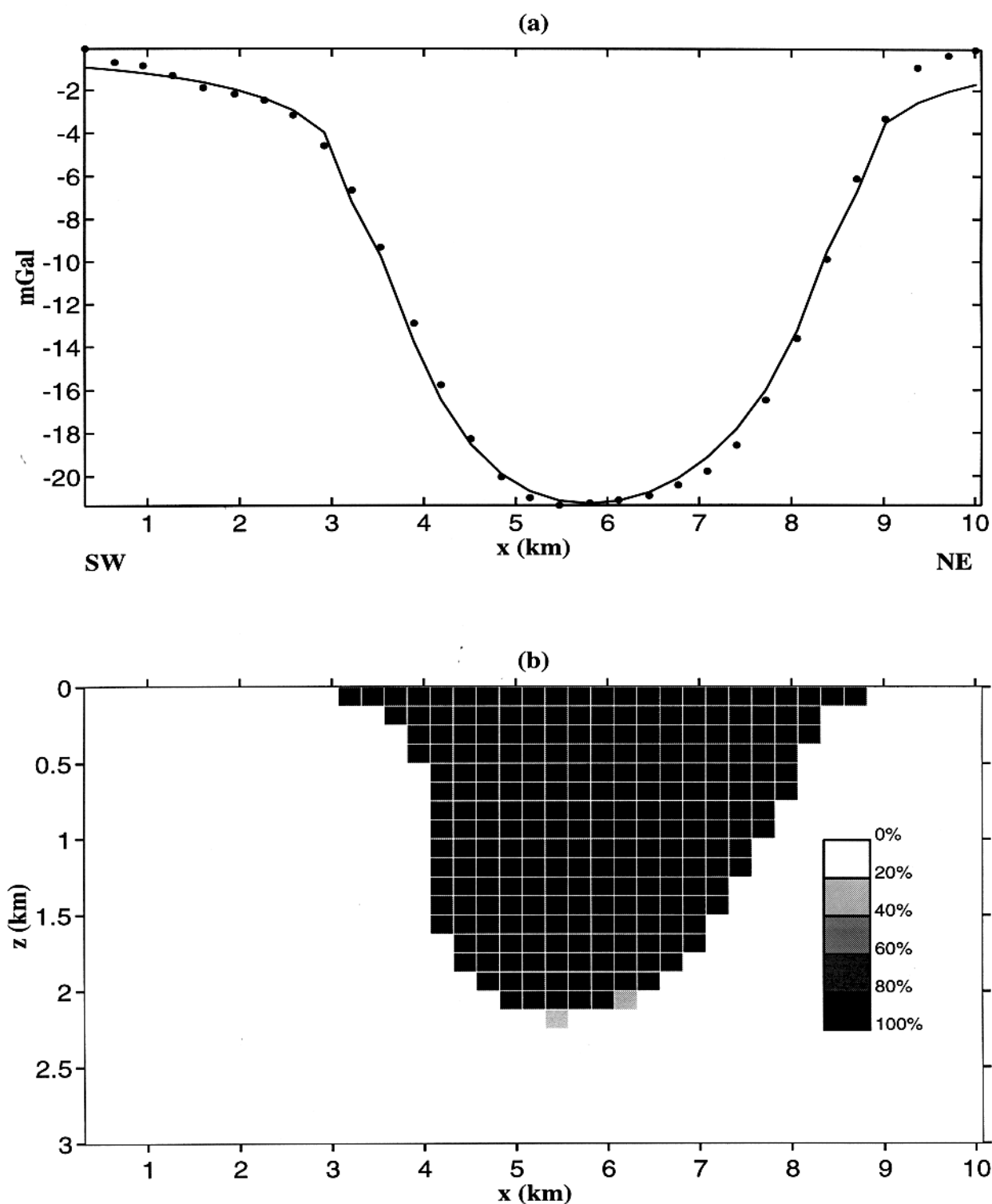


Figura 4.11 - **Graben de San Jacinto.** (a) Anomalia Bouguer observada segundo CORDELL (1973) (pontos) e anomalia ajustada (linha contínua); (b) resultado da inversão MMI presumindo-se uma sedimentação heterogênea seguindo a lei de variação da densidade em z apresentada por CORDELL (1973).

são mostradas, respectivamente, na Figura 4.10a e na Figura 4.11a, em linha contínua. As porcentagens mostradas na Figura 4.10b e na Figura 4.11b referem-se ao valor $p_{\min}$, estabelecido, respectivamente, nas equações (4.19) e (4.20) a cada prisma elementar. Similarmente aos resultados citados por MEDEIROS & SILVA (1996), encontramos, em ambos os testes, uma marcante assimetria da topografia do embasamento. A borda sudoeste é mais abrupta que a borda nordeste devido ao grande deslocamento vertical dos blocos falhados (entre $z = 0,25$ km e $z = 1,75$ km) em $x = 4$ km. Em contraste, na borda nordeste, apenas um pequeno deslocamento vertical é evidenciado (entre $z = 0,375$ km e $z = 1,0$ km) em $x = 8$ km, ao passo que entre $x = 6$ km e $x = 8$ km, a topografia do relevo do embasamento é suave. Ainda em concordância com os resultados de MEDEIROS & SILVA (1996), não encontramos nenhum arqueamento da topografia do embasamento no entorno de $x = 6,5$ km, seja este arqueamento negativo, como citado por CORDELL (1973), seja ele positivo, como citado por CHAI & HINZE (1988). A principal diferença entre os resultados destes dois testes está relacionada com a topografia do fundo do graben. Na Figura 4.10b, o fundo estimado é estreito e curvado, similarmente à interpretação de CHAI & HINZE (1988) enquanto que na Figura 4.11b, foi estimado um fundo ligeiramente mais extenso e mais achatado, analogamente aos resultados apresentados tanto por CORDELL (1973) como por MEDEIROS & SILVA (1996).

4.5 CONCLUSÕES

Apresentamos um novo método estável de interpretação gravimétrica para o mapeamento de uma interface separando dois meios, presumindo-se que o meio inferior é homogêneo, ao passo que o superior pode ser heterogêneo. Este método estima a distribuição do contraste de densidade usando, para uma região da subsuperfície contendo o meio superior, um modelo interpretativo discretizado em pequenos prismas elementares com forma geométrica conhecida. Especificamente, aplicamos este método ao mapeamento da interface separando os sedimentos do embasamento de uma bacia sedimentar.

Este método não impõe vínculo de suavidade à interface a ser mapeada. A solução é estabilizada impondo-se que a deficiência de massa, devida à bacia sedimentar, além de compacta, esteja o mais próximo possível da superfície da Terra, sujeito a explicar a anomalia gravimétrica dentro da precisão imposta pelo erro experimental. Para a obtenção de uma solução compacta, limites mínimo e máximo ao contraste de densidade para cada prisma elementar são necessários sendo um dos limites igual a zero e o outro limite o contraste de densidade presumido a priori para a fonte anômala. Adicionalmente, o contraste de densidade de cada prisma é forçado a ser próximo a um dos limites, levando, portanto, a uma solução compacta. Os prismas contendo contrastes de densidade não nulos tenderão

a ocupar as porções mais rasas da região discretizada da subsuperfície e a interface será delineada pelo contato entre os prismas com estimativas nulas e não nulas para o contraste de densidade. Como a solução compacta nas proximidades da interface impõe uma transição abrupta e descontínua da estimativa do contraste de densidade entre os prismas elementares, esta solução admite a existência de transições abruptas da interface.

Esta estratégia de estabilização não foi definida apenas para satisfazer a vínculos matemáticos. Ao contrário, esta estratégia tem um significado geológico: favorecer soluções tendo os atributos (compartilhados pela maioria das bacias sedimentares) de ser uma fonte isolada com dimensões horizontais muito maiores que sua maior dimensão vertical e cujas bordas mergulham em direção ao centro de massa da fonte anômala.

Ressaltamos que, ao contrário dos métodos anteriores que incorporam informação a priori sobre a variação do contraste de densidade com a profundidade, este método não requer o conhecimento matemático de uma lei contínua de distribuição da propriedade física, mas apenas o conhecimento aproximado e em pontos discretos, da distribuição espacial do contraste de densidade, como aquele provindo de perfis de densidade em furos de sondagem. Entretanto, uma lei contínua pode ser usada como um interpolador para obter o contraste de densidade para a profundidade de cada prisma.

Como não há imposição de suavidade à interface sedimento-embasamento, este método torna-se particularmente adequado à interpretação de bacias rasas cujos relevos são controlados por várias falhas normais de pequenos rejeitos. Entretanto, conforme mostrado nos testes com dados sintéticos, o método ainda produz resultados satisfatórios no mapeamento de relevos controlados por falhas de grandes rejeitos e atingindo profundidade de 6 km.

5 - CONCLUSÃO

Neste trabalho, foram desenvolvidos três novos métodos estáveis de interpretação gravimétrica de uma interface separando dois meios. Especificamente, o desempenho dos três métodos foi ilustrado na interpretação de anomalias produzidas pela interface separando os sedimentos do embasamento cristalino de uma bacia sedimentar. No entanto, destacamos a viabilidade da aplicação destes três métodos ao mapeamento de outras interfaces, como discutiremos neste capítulo.

Os três métodos apresentados têm as seguintes características comuns: i) estabilizar a solução através da incorporação de informação a priori sobre a interface a ser mapeada; e ii) não exigir que a interface mapeada seja harmônica, ou seja, contínua e com derivadas de primeira e segunda ordens contínuas. No entanto, estes métodos se diferenciam pelo tipo de informação a priori usada para a estabilização. Concretamente, em cada método, uma combinação de informações físico-geológicas sobre o arcabouço estrutural da bacia sedimentar foi incorporada. Matematicamente, estas informações são introduzidas através da minimização de um ou mais funcionais estabilizantes, sujeito às observações gravimétricas serem explicadas dentro da precisão experimental. Como cada método apresentado incorpora diferentes informações geológicas, cada um deles será mais adequado à interpretação de bacias sedimentares cujas evoluções tectono-sedimentares sejam compatíveis com as informações introduzidas matematicamente ao método. Em suma, o sucesso da aplicabilidade de cada método dependerá, fundamentalmente, da validade dos vínculos matemáticos incorporados no ambiente geológico a ser interpretado. Em virtude desta dependência, destacaremos, neste capítulo, as informações geológicas incorporadas por cada um dos métodos e, conseqüentemente, o tipo de bacia sedimentar mais adequado a sua aplicação. Indicaremos ainda outros ambientes geológicos, além de bacias sedimentares, onde cada método poderá ser aplicado com grandes chances de sucesso.

O método I (SG) denominado *suavidade global* impõe, matematicamente, o mesmo grau de suavidade a toda a interface a ser mapeada. As informações geológicas incorporadas explicitamente por este método são o conhecimento de profundidades isoladas da interface e, principalmente, o grau de suavidade desta interface. Indiretamente, a informação de suavidade da interface reflete importantes características genéticas da bacia sedimentar, como

um processo de subsidência lento e uma resistência ao cisalhamento vertical. Estas características estão mais próximas da gênese das bacias intracratônicas. Entre as bacias sedimentares brasileiras, destacamos como exemplo a Bacia do Paraná. Ressaltamos que, embora as feições tectônicas comuns às bacias intracratônicas incluam uma ampla variedade, abrangendo desde bacias sem falhamentos até aquelas com várias fases de rifteamento, o ambiente geológico ideal à aplicação do método SG é aquele cuja atividade tectônica produziu falhamentos com pequenos rejeitos. Enfatizamos, que independentemente da origem do mecanismo de evolução da bacia intracratônica, o sucesso da aplicabilidade do método SG está, principalmente, condicionado à inexistência de falhamentos com grandes rejeitos. Finalmente, concluímos que esta condição de suavidade permite a aplicação do método SG ao mapeamento da interface crosta-manto (CASTRO, et al., 1997) uma vez que, este vínculo é apoiado pelo conhecimento geológico sobre esta interface. Igualmente, este método pode ser empregado, por exemplo, na delimitação do limite inferior de um aterro sanitário ou de um batólito granítico aflorante.

O método II (SP) denominado *suavidade ponderada*, impõe, explicitamente, à interface diferentes graus de suavidade e limite máximo de profundidade. Implicitamente, a combinação destes vínculos implica a informação geológica que a interface não seja uniformemente suave mas, caracterizada por algumas regiões suaves (plataformas e/ou patamares) separadas por falhamentos normais com altos ângulos de mergulho e grandes rejeitos. Preferencialmente, estes falhamentos devem produzir grandes escarpas isolando um único baixo estrutural (depocentro) cuja topografia do fundo é extensa e achatada. Presume-se, portanto, a existência de um arcabouço estrutural simples em que planos de falha distantes separam blocos adjacentes, ou seja, a interface é predominantemente suave porém localmente descontínua. Considerando-se os diferentes tipos de bacias sedimentares, as bacias extensionais são aquelas cujas características geológicas mais se aproximam das informações a priori incorporadas pelo método SP. Entre as bacias extensionais, destacamos em especial as bacias tipo rifte interior que se caracterizam por um estágio inicial de evolução em que predominam esforços distensivos na litosfera continental, gerando falhamentos normais com mergulhos altos originando a abertura do rifte, que, no entanto, não evolui até a fase de deriva (geração de crosta oceânica). Como exemplos, citamos a Bacia do Recôncavo, a Bacia Tacutu e a Bacia de Sirte (Líbia). Ressaltamos que o método SP permite mapear, com excelente resolução, as grandes descontinuidades de uma interface; entretanto, isto não significa que este método não possa ser aplicado a uma interface suave, com ou sem pequenas descontinuidades. Neste caso, a solução obtida pelo método SP não apresentará uma substancial melhoria na resolução quando comparado à solução obtida via o método SG. Concluímos que, de uma maneira geral, o método SP permite mapear grandes descontinuidades verticais, tendo assim a potencialidade de mapear qualquer interface em que esta característica geológica exista de

fato.

O método III (MMI) denominado *mínimo momento de inércia*, incorpora a informação que as dimensões horizontais da bacia sedimentar são muito maiores que sua maior dimensão vertical, ou seja, a bacia é extensa porém rasa, e que as bordas da bacia sedimentar mergulham verticalmente ou em direção ao seu centro. Neste método, ao contrário dos métodos anteriores, não há imposição de suavidade à interface a ser mapeada, o que permite o mapeamento de falhamentos de pequenos rejeitos. Além disso, diferentemente do método SP, não há restrições com relação à geometria do relevo do embasamento que pode incluir desde bacias cujos falhamentos geram escarpas isolando um único baixo, conforme exigido pelo método SP, até bacias cujo arcabouço estrutural é controlado por um sistema de falhas planares, definindo vários blocos isolados entre cada dois planos adjacentes de falha criando o “efeito dominó”. Em suma, o método do mínimo momento de inércia não requer que a interface a ser mapeada seja uma superfície suave e nem uma superfície predominantemente suave. Conseqüentemente, este método pode ser aplicado, com sucesso, a uma ampla variedade de bacias sedimentares, o que o torna mais robusto quando comparado aos demais métodos apresentados, uma vez que o tipo de informação geológica, incorporada por este método, é uma característica comum à maioria dos diferentes tipos de bacias sedimentares. Destacamos como exemplos as bacias intracratônicas e as extensionais como as bacias marginais do tipo Atlântico (por exemplo, a Bacia de Sergipe-Alagoas). Devido a generalidade da informação a priori introduzida, este método permite mapear uma grande variedade de interfaces, incluindo: i) as interfaces em que o comportamento suave é uma característica geologicamente aceitável, como por exemplo, a interface crosta-manto e o limite em profundidade de um aterro sanitário; e ii) as interfaces em que não há um padrão geológico característico previsível sobre seu comportamento espacial, como por exemplo, a topografia da base do manto de intemperismo. Em ambos os casos, é muito provável que o perfil gravimétrico seja menor que a extensão da fonte anômala, de modo que o modelo interpretativo deve ser estendido além do perfil de observações para evitar o efeito de borda.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDER, M. E. & HUESTIS, S. P. 1987. Gravity ideal bodies. **Geophysics**, 52(9): 1265-1278.
- BACKUS, G. E. & GILBERT, F. 1967. Numerical application of a formalism for geophysical inverse problems. **Geophys. J. R. Astr. Soc.**, 13: 247-276.
- BACKUS, G. E. & GILBERT, F. 1968. The resolving power of gross Earth data. **Geophys. J. R. Astr. Soc.**, 16: 169-205.
- BARBOSA, V. C. F. & SILVA, J. B. C. 1994. Generalized compact gravity inversion. **Geophysics**, 59(1): 57-68.
- BARBOSA, V. C. F.; SILVA, J. B. C.; MEDEIROS, W. E. 1997. Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths. **Geophysics**, 62(6): 1745-1757.
- BECK, J. V. & ARNOLD, K. J. 1977. **Parameter estimation in engineering and science**. New York, John Wiley & Sons. 501p.
- BELTRÃO, J. F.; SILVA, J. B. C.; COSTA, J. C. 1991. Robust polynomial fitting method for regional gravity estimation. **Geophysics**, 56(1): 80-89.
- BLOCK, L. V.; CHENG, C. H.; FEHLER, M. C.; PHILLIPS, W. S. 1994. Seismic imaging using microearthquakes induced by hydraulic fracturing. **Geophysics**, 59(1): 102-112.
- BOTT, M. H. P. 1960. The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basins. **Geophys. J. Roy. Astr. Soc.**, 3: 63-67.
- CARLSON J. E. & MABEY, D. R. 1963. Gravity and aeromagnetic map of the Ely area, White Pine county, Nevada. **U.S.G.S., map GP-392**.
- CASTRO, D. L.; BARBOSA, V. C. F.; SILVA, J. B. C.; MEDEIROS, W. E. 1997. Inversão da estrutura da crosta no Nordeste Setentrional do Brasil: comparação entre vínculos de isostasia e suavidade. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFÍSICA, 5., São Paulo, 1997. **Anais**. São Paulo, SBGf. v. 2, p.682-685.

- CHAI, Y. & HINZE, W. J. 1988. Gravity inversion of an interface above which the density contrast varies exponentially with depth. **Geophysics**, 53(6): 837-845.
- CONSTABLE, S. C.; PARKER, R. L.; CONSTABLE, C. G. 1987. Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. **Geophysics**, 52(3): 289-300.
- CORDELL, L. 1973. Gravity analysis using an exponentially density-depth function—San Jacinto Graben, California. **Geophysics**, 38(4): 684-690.
- CORDELL, L. & HEDERSON, R. G. 1968. Iterative three-dimensional solution of gravity anomaly data using a digital computer. **Geophysics**, 33(4): 596-601.
- GRANT, F. S. & WEST, G. F. 1965. **Interpretation theory in applied geophysics**. New York, McGraw-Hill Book Co. 583p.
- GUILLEN, A. & MENICHETTI, V. 1984. Gravity and magnetic inversion with minimization of a specific functional. **Geophysics**, 49(8): 1354-1360.
- GUSPÍ, F. 1993. Noniterative nonlinear gravity inversion. **Geophysics**, 58(7): 935-940.
- HADAMARD, J. 1902. Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. **Bull Princeton Univ.**, 13: 1-20.
- HOERL, A. E. & KENNARD, R. W. 1970. Ridge regression: biased estimation for nonorthogonal problems. **Technometrics**, 12(1): 55-67.
- HUESTIS, S. P. & ANDER, M. E. 1983. IDB2- A fortran program for computing extremal bounds in gravity data interpretation. **Geophysics**, 48(7): 999-1010.
- LAST, B. J. & KUBIK, K. 1983. Compact gravity inversion. **Geophysics**, 48(6): 713-721.
- LI, Y. & OLDENBURG, D. W. 1995. 3-D inversion of gravity data. In: ANN. INTERNAT. MTG. SOC. EXPL. GEOPHYS., 65., Houston, 1995. **Expanded abstract**. Houston, SEG. v.1, p.263-267.
- LEÃO, J. W. D.; MENEZES, P. T. L.; BELTRÃO, J. F.; SILVA, J. B. C. 1996. Gravity inversion of basement relief constrained by the knowledge of depth at isolated points. **Geophysics**, 61(6): 1702-1714.
- LEÃO, J. W. D.; SILVA, J. B. C.; , COSTA, J. C.; MEDEIROS, W. E. 1997. Inversão Gravimétrica estável da base de um corpo arbitrário. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFÍSICA, 5., São Paulo, 1997. **Anais**. São Paulo, SBGf. v. 2, p.652-654.

- MARQUARDT, D. W. 1963. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. **J. Soc. of Ind. and Applied Math.**, 11(2): 601-612.
- MEDEIROS, W. E. & SILVA, J. B. C. 1996. Geophysical inversion using approximate equality constraints. **Geophysics**, 61(6): 1678-1688.
- MENEZES, P. T. L. 1990. **Uma abordagem na interpretação de anomalias gravimétricas em bacias sedimentares – Exemplo da Bacia do Recôncavo.** Belém, Universidade Federal do Pará. 156p. Tese (Mestrado em Geofísica) - Curso de Pós Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA, 1990.
- MILANI, E. J. & DAVISON, I. 1988. Basement control and transfer tectonics in the Recôncavo-Tucano-Jatobá rift, Northeast Brazil. **Tectonophysics**, 154: 41-70.
- OLDENBURG, D. W. 1974. The inversion and interpretation of gravity anomalies. **Geophysics**, 39(4): 526-536.
- OLDENBURG, D. W.; MCGILLIVRAY, P. R.; ELLIS, R. G. 1993. Generalized subspace methods for large-scale inverse problems. **Geophys. J. Int.**, 114(1): 12-20.
- PARKER, R. L. 1973. The rapid calculation of potential anomalies. **Geophys. J. Roy. Astr. Soc.**, 31: 447-455.
- PARKER, R. L. 1974. Best bounds on density and depth from gravity data. **Geophysics**, 39(5): 644-649.
- PARKER, R. L. 1975. The theory of ideal bodies for gravity interpretation. **Geophys. J. R. Astr. Soc.**, 42: 315-334.
- PHILLIPS, D. L. 1962. A technique for the numerical solution of certain integral equations of the first kind. **J. ACM**, 9: 84-97.
- PILKINGTON, M. & CROSSLEY, D. J. 1986. Determination of crustal interface topography from potential fields. **Geophysics**, 51(6): 1277-1284.
- RICHARDSON M. R. & MACINNES S. C. 1989. The inversion of gravity data into three-dimensional polyhedral models. **J. Geophys. Res.**, 94(B6): 7555-7562.
- SANTOS, C. F. & BRAGA, J. A. E. 1989. O estado da arte da Bacia do Recôncavo. In: **SEMINÁRIO DE INTERPRETAÇÃO EXPLORATÓRIA**, 1., Angra dos Reis, 1989. **Anais.** Rio de Janeiro, PETROBRÁS. v.1, p.45-55.

- SANTOS, C. F.; CUPERTINO, J. A.; BRAGA, J. A. E. 1990. Síntese sobre a geologia das Bacias do Recôncavo, Tucano e Jatobá. In: GABAGLIA, G. P. R. & MILANI, E. J., coord. **Origem e evolução de bacias sedimentares**. Rio de Janeiro, PETROBRÁS. p.235-266.
- SCALES, J. A.; DOCHERTY, P.; GERSZTENKORN, A. 1990. Regularization of nonlinear inverse problems: imaging the near-surface weathering layer. **Inverse Problems**, 6(1): 115-131
- SILVA, J. B. C. & HOHMANN, G. W. 1984. Airborne magnetic susceptibility mapping. **Explor. Geophys.**, 15: 1-13.
- SKILLING, J. & BRYAN, R. K. 1984. Maximum entropy image reconstruction: general algorithm. **Mon. Not. R. Astr. Soc.**, 211: 111-124.
- TANNER, J. G., 1967. An automated method of gravity interpretation. **Geophys. J. Roy. Astr. Soc.**, 13: 339-347.
- TELFORD, W. M.; GELDART, L. P.; SHERIFF, R. E.; KEYS, D.A. 1976. **Applied Geophysics**. Cambridge, University Press. 860p.
- TIKHONOV, A. N. 1963. Regularization of ill-posed problems. **Doklady Akad. Nauk, SSSR**, 153: 49-52.
- TWOMEY, S. 1963. On the numerical solution of Fredholm integral equations of the first kind by the inversion of the linear system produced by quadrature. **J. ACM**, 10: 97-101.
- VIGNERESSE, J. L. 1978. Damped and constrained least-squares method with application to gravity interpretation. **J. Geophys.**, 45: 17-28.