



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS PARA O ENSINO INTRADISCIPLINAR DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

UM GUIA DIDÁTICO PARA A FORMAÇÃO
DE PROFESSORES QUE ENSINAM
MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL

RIZALDO DA SILVA PEREIRA
ARTHUR GONÇALVES MACHADO JÚNIOR

BELÉM - PA
2021



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS PARA O ENSINO INTRADISCIPLINAR DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

UM GUIA DIDÁTICO PARA A FORMAÇÃO
DE PROFESSORES QUE ENSINAM
MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL

RIZALDO DA SILVA PEREIRA
ARTHUR GONÇALVES MACHADO JÚNIOR

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo
com ISBD Biblioteca do Instituto de Educação Matemática e Científica
– Belém-PA

P436s

PEREIRA, Rizaldo da Silva, 1981-

Orientações didáticas para o ensino intradisciplinar de matemática nos anos iniciais. [Recurso eletrônico] / Rizaldo da Silva Pereira, Arthur Gonçalves Machado Júnior. — Belém, 2022.

12,14 Mb : il. ; ePUB.

Produto gerado a partir da dissertação intitulada: Intradisciplinaridade e o ensino de álgebra no fundamental I: pressupostos teórico-metodológicos para a formação do professor que ensina matemática, defendida por Rizaldo da Silva Pereira, sob a orientação do Prof. Dr. Arthur Gonçalves Machado Júnior, defendida no Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, em Belém-PA, em 2022. Disponível em:

<http://repositorio.ufpa.br:8080/jspui/handle/2011/15280>

Disponível somente em formato eletrônico através da Internet.

Disponível em versão online via:

<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/720627>

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação – Matemática. 3. Princípios e práticas da organização do ensino de matemática nos anos iniciais. I. Machado Júnior, Arthur Gonçalves. II. Título.

CDD: 22. ed. 510.7

Produto educacional vinculado à dissertação de mestrado intitulada INTRADISCIPLINARIDADE E O ENSINO DE ÁLGEBRA NOS ANOS ESCOLARES INICIAIS: pressupostos teórico-metodológicos para a formação do professor que ensina matemática, realizada e defendida no Programa de Pós-graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemática – PPGDOC – do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará – UFPA.

Autores



Licenciado em Pedagogia e Especialista em Gestão Escolar pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (2006), Especialista em Educação Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental pela Universidade Federal do Pará/UFPA (2018). Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Docência em Ciências e Matemática – PPGDOC/IEMCI/UFPA (2019), Professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental pela Prefeitura Municipal de Castanhal desde 2010, Especialista em Educação na Secretaria de Estado de Educação-SEDUC/PA, desde 2008, atuando como técnico ou gestor. Suas principais áreas de Atuação são: Formação de professores para o ensino de matemática nos anos iniciais, Gestão Escolar e Arte Educação.

RIZALDO DA SILVA PEREIRA

Licenciado em Ciências com habilitação em Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA), Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (UFPA-IEMCI) e Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (UFPA-IEMCI). É professor do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, situando-se atualmente na categoria de PROFESSOR ADJUNTO I. É docente/pesquisador do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGDOC/IEMCI/UFPA) - Mestrado, desde o seu início, em 2014. Tem experiência na área de Educação Matemática e seu campo de pesquisa tem ênfase na Formação de Formadores, atuando principalmente nos seguintes temas: educação matemática, formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental, ensino e aprendizagem de matemática, história da matemática e modelagem matemática.



ARTHUR GONÇALVES MACHADO JÚNIOR

SUMÁRIO

● APRESENTAÇÃO.....	05
O que você encontrará nesse guia	06
O que você não encontrará nesse guia.....	06
● 1 VAMOS FALAR DE FORMAÇÃO?.....	07
1.1 Formação continuada em serviço na perspectiva colaborativa.	08
1.2 Um novo perfil de professor que ensina matemática nos anos iniciais	09
1.3 Conhecimento matemático para a organização do ensino, na perspectiva da formação.....	10
● 2 ÁLGEBRA.....	13
2.1 Álgebra na BNCC.....	14
2.2 O ensino de álgebra nos anos iniciais – o pensamento algébrico.....	15
● 3 ENSINO INTRADISCIPLINAR.....	17
3.1 O que é o ensino intradisciplinar?	18
3.2 Álgebra, aritmética e geometria e a postura intradisciplinar....	19
● 4 COMPARTILHANDO APRENDIZAGENS: compreender para pôr em prática.....	22
4.1 Um curso de formação de professores numa perspectiva colaborativa: a experiência em São Francisco do Pará	24
4.2 Tarefas matemáticas intradisciplinares.....	29
● CONSIDERAÇÕES.....	40
● REFERÊNCIAS.....	41



APRESENTAÇÃO

O *ebook* é uma compilação de achados, experiências e conhecimentos produzidos colaborativamente, fruto de experiências oriundas do Curso de Formação Continuada em serviço: “Ensino Integrado de álgebra, aritmética e geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental”, realizado com professores da rede pública municipal de São Francisco do Pará.

Pensado e estruturado a partir das reflexões desencadeadas nos encontros formativos, o guia didático busca, entre outras coisas: contribuir para a redução das dificuldades no ensino de matemática nos anos iniciais; subsidiar a formação reflexiva e dialogada no ambiente de trabalho; propiciar os encaminhamentos necessários para a organização do ensino de álgebra de forma intradisciplinar com números e geometria; servir como convite ou guia norteador para o desenvolvimento de cursos de formação continuada em serviço para o ensino intradisciplinar de álgebra, números e geometria.

Espera-se que esse material corrobore para novas formas de pensar o ensino da matemática nos anos iniciais, possibilitando ferramentas que subsidiem a construção de tarefas que deem conta dessa organização para o ensino.

Deste modo, te convidamos para conhecer e analisar nossa vivência durante o curso. É bem provável que você possa enxergar nesse percurso formativo um caminho para sua prática profissional, bem como para o seu grupo de professores.



O que você encontrará nesse guia

- A preconização da intradisciplinaridade na organização do ensino de álgebra, números e geometria nos anos iniciais, com foco na compreensão dos conceitos algébricos elementares;
- Subsídios teóricos que te farão perceber que tal conexão no ensino da matemática pode possibilitar a compreensão mais ampla dos significados conceituais, por parte dos alunos, das unidades temáticas álgebra, números e geometria, para que elas não sejam vistas como áreas independentes dentro da matemática, mas, como assuntos que coexistem;
- A compreensão da álgebra que está presente no currículo dos anos iniciais – o Pensamento Algébrico, segundo a BNCC (BRASIL, 2017) e forma de desenvolvê-lo em sala de aula;
- Um conjunto de tarefas matemáticas intradisciplinares de álgebra, números e geometria, organizadas no âmbito do curso de formação realizado em São Francisco do Pará;
- A construção de um curso de formação que se originou em um contexto colaborativo de formação, com todas as etapas do curso.

O que você não encontrará nesse guia

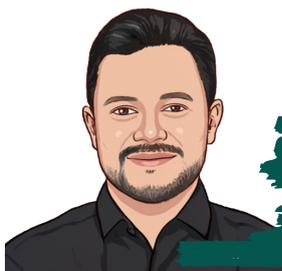
- Uma fórmula pronta para a organização de práticas exitosas para o ensino de álgebra nos anos iniciais;
- O roteiro ideal para direcionar um curso de formação para você utilizar em sua escola e até mesmo na sua rede de ensino
- Um compêndio de práticas inovadoras que vão resolver os seus problemas no campo da formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.
- Um construto isolado de um pesquisador em formação de mestrado, na área de formação de professores para o ensino da matemática nos anos iniciais do EF.



1

**VAMOS FALAR
DE FORMAÇÃO?**





Formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais

Tendo em vista a necessidade emergente de formação continuada do professor, faz-se necessário reformular os modelos de formação que tem sido implementados, dando primazia a iniciativas como o acompanhamento pedagógico individualizado e a formação em serviço, mediante a promoção de encontros formativos que valorizem a troca de saberes e a aprendizagem colaborativa, em que todos os envolvidos sejam vistos como iguais e como parceiros nessa busca por respostas e soluções, pois “Uma formação deve propor um processo que dote o professor de conhecimentos, habilidades e atitudes para criar profissionais reflexivos e investigadores.” (IMBERNÓN, 2011, p. 55).

1.1 Formação continuada em serviço na perspectiva colaborativa



Pensar a formação de professores a partir da perspectiva colaborativa é assumir uma proposta de formação que valoriza o conhecimento do professor e o reconhece como autor de sua própria prática, porém isso não acontece repentinamente, é necessário investimento, já que o pensamento reflexivo não ocorre de forma automática. Schön (1992) propõe formação baseada em uma epistemologia da prática, que valorize a prática pedagógica do profissional, de forma que este possa construir conhecimentos por meio da reflexão sobre o que realiza.

Uma formação continuada em serviço no viés da Pesquisa-ação, de forma colaborativa, pode promover melhorias na formação da equipe docente e consequentemente nas atividades escolares. Nesse processo de colaboração o papel de cada um (escola, pesquisador, formador e professor) é revisto, sendo conferido o reconhecimento e o respeito devido aos conhecimentos práticos dos bons professores (ZEICHNER, 1993).

Segundo Imbernón (2010, p.70), a formação permanente do professor deve tornar-se um processo de construção do conhecimento profissional coletivo, em que todos são responsáveis por si e pelo grupo. Uma formação que gere um conhecimento profissional ativo e não dependente nem subordinado a um conhecimento externo. Conhecimento profissional especializado que está atrelado à ação docente e que, portanto, refere-se à construção de um conhecimento prático.

Dessa forma, “[...] a formação assume um papel que transcende o ensino que pretende uma mera atualização científica, pedagógica e didática e se transforma na possibilidade de criar espaços de participação, reflexão e formação [...]” (IMBERNÓN, 2009, p. 15)

Imbernón (2010) valoriza a formação continuada e permanente centrada no diálogo, na troca, na colaboração entre os pares na escola, quando diz que o conhecimento profissional se transforma em um conhecimento experimentado por meio da prática diária em um contexto específico, primando pelo viés colaborativo quando assevera que essa formação permanente deve oferecer procedimentos compatíveis às metodologias de participação, observação, estratégias, comunicação, tomada de decisões, entre outros, tornando possível ao docente produzir processos de intervenção autônomos.

1.2 Um novo perfil de professor que ensina matemática nos anos iniciais



É notório que, com tantas inovações e transformações atinentes ao papel da escola, do professor e do aluno no cenário atual, o ensino da matemática nos anos iniciais se constitua em um grande desafio: o de cunho didático (a formação pedagógica que dê conta da organização no e para o ensino) e um desafio de caráter epistemológico (a formação para o ensino do objeto matemático nos anos iniciais). Sabemos que não há como separar a função docente do ato contínuo de aprender, pois o aluno, alvo de nosso trabalho está inserido num contexto social, científico e cultural; que sofre constantes mudanças, interferindo no cenário escolar e conseqüentemente no ato pedagógico, por isso o desafio na arte de ensinar.

O mundo contemporâneo exige um novo perfil de professor: aquele que assume seu papel com compromisso profissional e social, correspondendo às expectativas de ensino que corresponda aos anseios e necessidades para a formação do aluno do atual cenário social – revolução tecnológica. Ubiratan D’Ambrósio (1996, p. 79-80) tratando sobre o novo papel do professor nos esclarece:



Não há dúvida quanto à importância do professor no processo educativo. Fala-se e propõe-se tanto educação a distância quanto outras utilizações de tecnologia na educação, mas nada substituirá o professor. Todos esses serão meios auxiliares para o professor. Mas o professor, incapaz de se utilizar desses meios, não terá espaço na educação. O professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral. O novo papel do professor será o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos.

Pelo exposto, não há como permanecer no cenário educacional com práticas oriundas de uma formação totalmente centrada em práticas que serviram para uma época específica - o ensino totalmente presencial e a preponderância de práticas de ensino expositivas. Nóvoa (2017), diz que na contemporaneidade urge a necessidade de um novo modelo escolar, uma nova forma de estar na escola.

Há um consenso nas pesquisas sobre a deficiência na formação dos professores polivalentes (professor dos anos iniciais do EF que atende a todas as áreas do conhecimento quanto à incipiente formação recebida por eles em Matemática, o que causa insegurança e desconforto neste professor quanto ao ensino dos conhecimentos matemáticos. Para Fiorentini e Lorenzato (2012) só será possível o ensino e a aprendizagem de matemática se o professor tiver domínio do objeto em estudo e dos processos de ensino relacionados à “transmissão, assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p.5).

1.3 Conhecimento matemático para a organização do ensino, na perspectiva da proposta de formação



O ensino e a aprendizagem de matemática só serão possíveis se o professor tiver domínio do objeto em estudo e dos processos de ensino relacionados à “transmissão, assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p.5). Nos primeiros anos de escolarização, geralmente fica ao encargo do pedagogo ou de outro profissional licenciado para os anos iniciais do Ensino Fundamental esse papel, que apesar de não ter uma formação em matemática, obtém êxito no ensino quando compreende a importância do domínio do conteúdo (conhecimento matemático para os anos iniciais) e das formas diferenciadas de arranjo pedagógico, e se apropria disto.

A educação algébrica, em particular, tem sido alvo de preocupação de professores e pesquisadores em Educação Matemática, pois durante muito tempo prevaleceu uma concepção equivocada de que tarefas com equações eram a base para o ensino de álgebra, dando ênfase aos exercícios para memorização (PONTE, 2005). Acreditava-se que a álgebra era um conteúdo exclusivo para os anos finais do Ensino Fundamental.

Mas sabe-se que conceitos elementares ligados à estrutura do pensamento algébrico eram conscientemente ou inconscientemente trabalhados pelos professores dos anos iniciais, e isso era previsto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais/PCN (BRASIL, 1998), dentro do eixo temático “Números”, como também nos outros, com menor frequência. O que Não é o suficiente, pois “Para que se possa almejar e

desenvolver um Pensamento Algébrico com os alunos e nos alunos, torna-se essencial que o próprio professor detenha o conhecimento desse pensamento e sobre ele”. (FERREIRA; RIBEIRO, A.; RIBEIRO, C., 2017, p.501), agindo com respaldo teórico e intencionalidade.

Sem a inserção da álgebra desde os anos iniciais no currículo, os alunos ingressam nos anos finais do Ensino Fundamental sem uma compreensão das “coisas da álgebra” (LINS; GIMENEZ, 1997) e sua relação com outros conteúdos, enfrentando dificuldades: na compreensão de uma expressão algébrica e seu significado, para tê-la como mais um recurso para a resolução de problemas; na compreensão de conceitos, de símbolos (+ e =) e de convenções estabelecidas, algumas vezes distintos do que aprenderam, que acaba por confundi-los; na representação de variáveis e incógnitas por meio de letras, não conseguindo atribuir-lhes a representação de um valor desconhecido quando, segundo Ponte (2005) necessitam traduzir informações da linguagem natural para a linguagem algébrica.

São dificuldades que ocorrem pela complexidade dos conceitos, sutilezas da linguagem simbólica e das metodologias de ensino focados no simbolismo – tão comum no ensino de álgebra. Ponte (2005) assevera que estamos diante de um problema complicado: de um lado o valor que a simbologia tem, pelo seu poder de sintetizar as ideias concebidas numa operação em um formato simplificado e de fácil compreensão e manipulação, e de outro lado este mesmo simbolismo como um grande perigo para o processo de ensino e de aprendizagem.



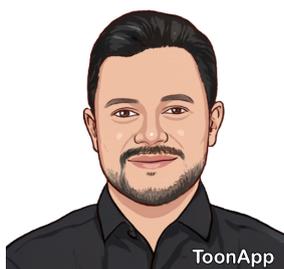
A solução não está em banir o simbolismo ou atrasá-lo para o mais tarde possível (...). Também não está em impor o simbolismo desde o mais cedo possível, obrigando os alunos a aprender e manipular símbolos e expressões que para eles não têm qualquer significado. A solução terá de passar por uma estratégia de ir introduzindo os símbolos e o seu uso, em contextos significativos, no quadro de atividades que mostrem de forma natural aos alunos o poder matemático da simbolização e da formalização. (PONTE, 2005, p. 40)

O ensino de álgebra exige muitos domínios, pois há muitos conteúdos e com características distintas. O professor que espera que os alunos resolvam situações envolvendo álgebra, entendendo o que fazem como fazem e porque precisam fazê-lo deve apropriar-se dos conteúdos, suas singularidades, o que perpassa a ideia do saber fazer, ou seja, não basta dominar a linguagem algébrica envolvida nos conteúdos, é preciso entender as ideias envolvidas nos processos de resolução de tarefas, sabendo o porquê dos erros e dos acertos. Canavarro (2007, p. 82) fala da imprescindível atuação do professor no desenvolvimento do pensamento algébrico de seus alunos, “[...] sublinhando-se a importância da criação de uma cultura de sala de aula adequada à discussão e confronto de ideias, à argumentação e à construção

coletiva de generalizações matemáticas [...]”.

Esse é um conhecimento inerente ao professor que ensina – saber quando uma determinada resolução não está correta, compreendendo o porquê e tendo subsídios teóricos para fazer com que o aluno compreenda, discuta e se aproprie desses processos e dos porquês de cada encadeamento, não desenvolvendo uma mera resolução sem sentido algum para si e para o outro.

O considerável feito da inserção da álgebra no currículo dos anos iniciais não garante sua efetivação. É necessário que se reconheça a importância do papel do professor nesse processo, caso contrário tudo ficará apenas no documento. Para Fiorentini, Miorim e Miguel, 1993, p. 90 faz-se necessário garantir o “exercício daqueles elementos caracterizadores do pensamento algébrico”, ratificando a ideia de que o sucesso da aprendizagem de álgebra vai depender do “modo como conduzimos e expressamos o nosso pensamento” (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 90), dos arranjos pensados para a inserção da álgebra nos planos de ensino e do modo como organizamos as tarefas para esta finalidade.



Para mais informações acesse o nosso blog:
www.rizper.com.br



2 ÁLGEBRA





Álgebra nos anos iniciais?

Com o advento da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017) vários conteúdos com destaque a partir dos anos finais do Ensino Fundamental passaram a ter sua iniciação já nos anos iniciais, como é o caso da álgebra. Hoje, ela não aparece no currículo dos anos iniciais como possibilidade de ensino, pulverizada nas outras unidades temáticas, como ocorria em currículos anteriores à BNCC (2017), mas como conteúdo obrigatório, com ênfase no estudo de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade.

2.1 A Álgebra na BNCC



Na BNCC (BRASIL, 2017) os conteúdos da álgebra estão presentes na unidade temática que leva o seu nome - Álgebra, desde os primeiros anos do EF, de acordo com as habilidades a serem desenvolvidas em cada ano “onde cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização” (BRASIL, 2017, p. 266), numa construção progressiva dessas habilidades, prevista e perceptível na organização da BNCC, pois, segundo Ponte (2005, p.37) “[...] No pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objetos, mas também às relações existentes entre eles”.

Logo, havendo uma compreensão por parte dos sistemas de ensino, das escolas e dos professores da proposta do ensino de álgebra que vem sendo apresentada na BNCC (2017), com certeza se extinguirá todo medo, dando lugar à observação das habilidades propostas para cada ano de escolarização, que está dentro daquilo que o documento traz ao falar do pensamento algébrico e não da linguagem algébrica, pois “Não se pretende, nesta etapa da escolaridade, que os/as estudantes recorram a estruturas simbólicas e estratégias formais do campo do cálculo algébrico”. (BRASIL, 2017, p. 279).

Para Fiorentini, Miorim e Miguel, 1993, p. 90 faz-se necessário garantir o “exercício daqueles elementos caracterizadores do pensamento algébrico”, ratificando a ideia de que o sucesso da aprendizagem de álgebra vai depender do “modo como conduzimos e expressamos o nosso pensamento” (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 90).

2.2 O ensino de Álgebra nos anos iniciais – o pensamento algébrico



É imprescindível que se priorize, o desenvolvimento do pensamento algébrico, que segundo Ferreira (2017) é “uma forma de estruturação do pensamento passível de ser desenvolvida desde a Educação Infantil, percorrendo toda a escolaridade – que pressupõe a generalização, transpondo situações particulares a ideias gerais”. (FERREIRA, 2017, p.20-1)

Mas para que isso ocorra precisamos, a priori, que o professor compreenda o que o currículo está trazendo de álgebra para os anos iniciais e como abordá-la em sala de aula. Vejamos a finalidade da BNCC (2017) quanto ao ensino de álgebra nos anos iniciais:

Tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (BRASIL, 2017, p.268).

O documento deixa bem claro que algumas dimensões do trabalho com a álgebra devem estar presentes nos processos de ensino-aprendizagem desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, mas inserir álgebra nos anos iniciais no formato que vem sendo trabalhada, distanciará ainda mais os alunos desse conteúdo.

O trabalho com a álgebra, no início da escolaridade, contribui para que os/as estudantes desenvolvam um tipo de raciocínio específico, denominado pensamento algébrico. Essa ideia, atualmente considerada, diferencia-se de uma ideia de álgebra escolar como um processo de manipulação de símbolos. Nessa perspectiva, algumas dimensões do trabalho com a álgebra estão presentes nos processos de ensino e de aprendizagem, desde os anos iniciais, como as ideias de regularidade, de generalização e de equivalência. (BRASIL 2017, p. 278).

O texto da BNCC (2017) enfatiza a ideia de se valorizar desde os anos iniciais do EF o estudo de padrões, regularidades e equivalência, enfatizando que se deve dar um tratamento diferenciado daquele que se dava tradicionalmente aos números e as operações algébricas, percebendo e valorizando as relações existentes entre eles, e não apenas os valores numéricos e simbólicos propriamente ditos.

Como trabalhar esse pensamento algébrico?



Já deu pra perceber que o ensino de álgebra nos anos iniciais do EF gira em torno desse Pensamento Algébrico. Mas, pergunto a você: o que de fato é o pensamento algébrico? E o que significa pensar algebricamente? Como levar nossos alunos a desenvolvê-lo?

Segundo Lins e Gimenez (1997, p. 89) entre as pesquisas da área não há “um consenso a respeito do que seja pensar algebricamente”, partindo-se para uma discussão sobre como e o quê as crianças devem aprender acerca desses conteúdos no ciclo de alfabetização e/ou nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nas últimas décadas diversos pesquisadores imbuídos por encontrar estratégias para o ensino de álgebra na Educação Básica, concluíram que este ensino pode ocorrer em conjunto com outros objetos do conhecimento matemático, pois...

[...] não existe uma única forma de se expressar o pensamento algébrico. Ele pode expressar-se através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para esse fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica. (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 88).

A linguagem algébrica no ensino de álgebra nos anos iniciais do EF deixa de ser puramente simbólica e fechada, o que garante a ideia de se trabalhar com o pensamento algébrico por meio da implantação de uma prática intradisciplinar em que as aulas estejam permeadas de conceitos e resoluções envolvendo conteúdos dos mais diversos campos da matemática, sem a delimitação dos espaços para esses conteúdos, ou seja, sem a ideia tradicional do ensino compartimentado que enfatiza que ensino de um conteúdo começa quando o outro termina.

Os autores Ferreira, M; Ribeiro, A; Ribeiro, C. (2017, p. 45) asseveram que o ensino de álgebra não precisa ser uma continuidade do ensino de aritmética, mas que seus conceitos e os elementos que os compõem podem ser desenvolvidos nas mesmas atividades, de forma integrada.





3

ENSINO
INTRADISCIPLINAR





Intradisciplinaridade no ensino da matemática

É muito comum nos deparamos com um método de ensino de matemática onde os conteúdos são ensinados de forma fragmentada, muitas vezes sem um sistema de interação conceitual necessário para contribuir com a aprendizagem do aluno. Isto pode ocorrer, porque entre outros fatores há a predominância de uma prática de ensino expositiva, seguida de exercícios para fixação da aprendizagem (FERREIRA, M; RIBEIRO, A; RIBEIRO, C. 2016), ignorando a possibilidade de integração desses conteúdos.



3.1 O que é o Ensino Intradisciplinar?

Durante décadas o ensino de aritmética precedia o ensino de álgebra e isso perpassava pela comunidade de educadores matemáticos que compactuava com tais ideias. Acreditou-se que era mais fácil desenvolver atividades em sala de aula, envolvendo quantidades fixas do que quantidade variável e ainda com base na percepção do aluno seria mais fácil aprender conceitos a partir do concreto, do que usar como parâmetro o pensamento abstrato, daí a ideia de ser mais fácil e viável o trabalho com a aritmética e somente depois com a álgebra, por serem esses - os alunos dos anos finais do EF - os que teriam as condições cognitivas adequadamente preparadas para a assimilação desse conteúdo.

Dentro desse escopo, há uma breve reflexão do que se entende por ensino intradisciplinar na matemática nos anos iniciais. Vejamos o que nos diz Lorenzato (2010, p. 69 a 70):

Considerando que os conceitos não são construídos em sequência linear, nem de forma isolada, não é recomendável que sejam apresentadas separadamente ao aluno as noções de aritmética, geometria e álgebra. Aqueles que estudaram de modo isolado os conceitos ficaram com a impressão de que estes não se inter-relacionam e que aprenderam assuntos distintos.

Dessa forma, os três ramos da matemática podem ser trabalhados concomitantemente, o que permite relacionar ideias comuns e perceber as características específicas de cada um (vocabulário, simbologia, conceitos, regras, definições), para que todos passem a ver a matemática como um todo integrado. É imprescindível “levar os estudantes à visualização das conexões de diferentes ramos da Matemática, ou seja, que a Matemática se relacione com a própria Matemática em uma perspectiva intradisciplinar.” (SILVA, 2018, p. 72), ratificando que “A matemática não é uma coleção de ramos ou padrões separados, embora seja frequentemente particionada e apresentada dessa maneira. Em vez disso, a matemática é um campo de estudo integrado”. (NCTM, 2007).

3.2 Álgebra, aritmética e geometria e a postura intradisciplinar



Nas últimas décadas diversos pesquisadores imbuídos por encontrar estratégias para o ensino de álgebra na Educação Básica, concluíram que este ensino pode ocorrer em conjunto com outros objetos do conhecimento matemático, pois...

[...] não existe uma única forma de se expressar o pensamento algébrico. Ele pode expressar-se através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para esse fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica. (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 88).

A própria origem da palavra reforça a ideia de integração. A palavra álgebra vem do árabe al-gabr, que significa, dentre outros significados, a reunião ou recolocação de partes deslocada dos ossos do corpo humano (VESCHI, 2019). A álgebra não é um conteúdo isolado, que se desenvolveu separadamente, mas “constituiu-se de processos de generalizações tanto da aritmética como também da geometria possibilitando ao homem diversas ferramentas para resolver seus mais variados problemas” (SANTOS, 2007, p.32).

A linguagem algébrica no ensino de álgebra nos anos iniciais do EF não é a prioridade, o que garante a ideia de se trabalhar com o pensamento algébrico por meio da implantação de uma prática intradisciplinar em que as aulas estejam permeadas de conceitos e resoluções envolvendo conteúdos dos mais diversos campos da matemática, sem a delimitação dos espaços para esses conteúdos, ou seja, sem a ideia tradicional do ensino compartimentado que enfatiza que ensino de um conteúdo começa quando o outro termina.



Você sabia que a integração da álgebra com outros conteúdos produz a compreensão dos conceitos matemáticos?

Precisamos difundir a ideia de que a partir do ensino na perspectiva intradisciplinar, é viável elevar o nível do conhecimento do aluno para um patamar onde um conhecimento amplo e genuíno é desenvolvido, em detrimento de um conhecimento fragmentado, pois a construção de conceitos não se dá de forma isolada e a partir de uma sequência linear dos conteúdos escolares, mas relacionando-se com outros conceitos.

O ensino de álgebra não precisa ser uma continuidade do ensino de aritmética, mas que seus conceitos e os elementos que os compõem podem ser desenvolvidos nas mesmas atividades, de forma integrada (FERREIRA, M;

RIBEIRO, A; RIBEIRO, C. 2017, p. 45). Na transição da aritmética para a álgebra, os alunos enfrentam dificuldades e essa situação tem sido objeto de estudo de vários professores e pesquisadores (CANAVARRO, 2007; PONTE, 2005). E concernente à integração da álgebra com outros saberes Canavarro (2007); Liz e Gimenez (1997) asseveram que a integração com a aritmética poderia contribuir significativamente para a compreensão desses conhecimentos matemáticos.



A aprendizagem escolar não se dá em um momento estanque!

É necessário que se compreenda que por mais que se estabeleceria um recorte temporal das fases do desenvolvimento, definindo o surgimento das habilidades cognitivas para cada estágio ou fase, não significa dizer que a habilidade surja exatamente nesses estágios, haja visto que essa proposta não anula a possibilidade de que essas habilidades surjam um pouco antes ou depois.

Decerto, também não podemos afirmar essa ideia cognitiva prescrita para uma determinada fase - o caso da abstração na fase operatório formal para o desenvolvimento do pensamento algébrico, segundo a teoria de Piaget, se desenvolverá sem estímulos prévios de nenhuma natureza, pois a aprendizagem escolar se dá em um processo de construção desde os primeiros contatos que a criança tem com a educação formal.

Estabelecer estágios para entender e explicar como os padrões de aprendizagem, pensamento e desenvolvimento cognitivo ocorrem ao longo da infância, implica uma compreensão de que a ênfase maior no desenvolvimento de determinado aspecto cognitivo é naquela fase, mas não unicamente nela, pois perpassará por todo o desenvolvimento infantil. O que tem numa fase, não nega o que tem na seguinte, pois para uma ideia surgir, tem conhecimentos anteriores que são necessários ser desenvolvidos.



Mas, o que é trabalhar numa perspectiva de ensino intradisciplinar?

Trabalhar de forma intradisciplinar é organizar e desenvolver o ensino sem uma sequenciação dos conteúdos, abordando-os de forma conjunta. Desse modo, os três ramos da matemática podem ser trabalhados concomitantemente, difundindo a ideia de que a partir do ensino na perspectiva intradisciplinar é viável elevar o nível do conhecimento do aluno para um patamar onde um conhecimento amplo e genuíno é desenvolvido, em detrimento de um conhecimento fragmentado.

É imprescindível a compreensão de que a construção de conceitos não se dá de forma isolada, mas se dá na relação com outros conceitos, bem como não ocorre a partir de uma sequência linear dos conteúdos escolares, mas de forma concomitante, permitindo a relação das ideias comuns e a percepção daquelas características que são específicas de cada conteúdo (vocabulário, simbologia, conceitos, regras, definições), promovendo uma compreensão da matemática em sua totalidade.



Possibilidades de organizar o ensino de forma intradisciplinar

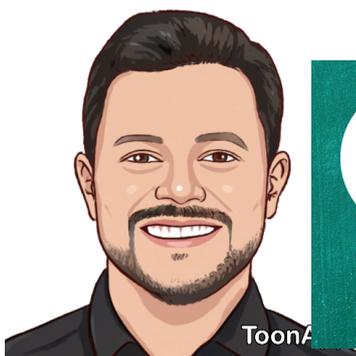
Historicamente, foram produzidos muitos estudos e pesquisas em diversos ramos da educação, inclusive na Educação Matemática, mesmo assim, ainda se percebe uma prática aos moldes da Pedagogia Tradicional (SKOVSMOSE, 2007 E 2008). Há muita investigação, mas pouca inserção dos resultados dessas pesquisas no planejamento e na prática de ensino do professor.

É muito comum nos depararmos com um método de ensino de matemática em que os conteúdos são ensinados de forma fragmentada, muitas vezes sem um sistema de interação conceitual necessário para contribuir com a aprendizagem do aluno. Isto pode ocorrer, porque entre outros fatores há a predominância de uma prática de ensino expositiva, seguida de exercícios para fixação da aprendizagem (FERREIRA, M; RIBEIRO, A; RIBEIRO, C. 2016), ignorando a possibilidade de integrar esses conteúdos.

A articulação entre as unidades temáticas é proposta pela BNCC (BRASIL, 2017), porém, não há uma indicação de como fazer isso na prática. Nesse ínterim, a formação continuada com base em pesquisas pode e deve favorecer aos docentes, diretrizes para a organização desse ensino, promovendo momentos de estudos, discussões e construções, principalmente com docentes dos primeiros anos de escolarização, onde a álgebra se apresenta com conteúdo que apresentam complexidade de modo gradual entres os anos de escolaridade, requerendo do professor saberes necessários para organizá-los de modo a garantir as aprendizagens das habilidades propostas para cada ano, em consonância com os objetos do conhecimento de números e geometria.



Para mais informações acesse o nosso blog:
www.rizper.com.br



4

**COMPARTILHANDO
APRENDIZAGENS:
COMPREENDER PARA
PÔR EM PRÁTICA**



É primordial que os cursos de formação continuada corroborem para que aos professores dos anos iniciais do EF sejam proporcionados momentos para aprofundar e solidificar seus conhecimentos a respeito dos conteúdos matemáticos que são desenvolvidos no ensino da Matemática. Desse modo, é imprescindível que tal aprofundamento do conhecimento específico de matemática encontre lugar de destaque nas agendas dos encontros formativos elaborados para esse fim.



Conheça as etapas do curso “Ensino Integrado de álgebra, aritmética e geometria para os anos iniciais do EF” implementado em São Francisco do Pará

Na intenção de tornar os encontros um ambiente propício à troca de saberes, construção e reconstrução de conhecimentos, organizamos um planejamento com todas as etapas do curso - momentos teóricos e práticos –, que vem acessar o Currículo, Estratégias de Ensino e Avaliação, na intenção de tornar os encontros um ambiente propício à troca de saberes, construção e reconstrução de conceitos e conhecimentos.



Etapa 01: Da organização:

- **Estrutura do curso**

O curso foi estruturado com a finalidade de proporcionar aos professores subsídios teórico-práticos para a organização intradisciplinar no contexto do ensino de matemática, no que se refere ao ensino da álgebra, de forma integrada com a aritmética e a geometria, atendendo às práticas de ensinar, aprender e avaliar no contexto escolar.

4.1 Um curso de formação de professores numa perspectiva colaborativa: a experiência em São Francisco do Pará

O curso Intradisciplinaridade e o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental ocorreu no período de 07/2020 a 01/2021, em São Francisco do Pará, município predominantemente rural, localizado a 95 km de Belém. O processo de formação continuada em serviço na perspectiva colaborativa do desenvolvimento profissional contou a parceira Secretaria Municipal de Educação de São Francisco do Pará, onde os participantes do estudo, além dos pesquisadores, foram: os docentes e coordenadores pedagógicos das escolas de Ensino Fundamental, anos iniciais.

Um curso de formação continuada em serviço com foco no ensino intradisciplinar de álgebra, torna-se uma ferramenta capaz de desencadear processos de estudo/pesquisa para o ensino intradisciplinar e não sequenciado de álgebra, números e geometria, dando voz aos professores, professoras, coordenadores e coordenadoras pedagógicas que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesse ínterim, os participantes do curso teceram narrativas carregadas de experiência, sentidos, concepções, atitudes, procedimentos e aprendizagens sobre a organização do ensino de matemática desenvolvidas no contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental durante a ação e após a ação, oriundas do processo de formação em lócus. Processo este imbricado com a formação inicial e continuada do professor.



Como foi organizado o curso?

Entendemos que três coisas são essenciais para se organizar um curso sob o viés da pesquisa colaborativa:

- Dar voz ao professor, que de sujeito da pesquisa, passou a ser um colaborador;
- Proporcionar uma ambiência de estudo e reflexão, ou seja, os conhecimentos necessários para o desenvolvimento profissional desse professor que ensina matemática nos anos iniciais, visando a construção de novos conhecimentos (individuais e coletivos);
- Propiciar subsídios teórico-práticos para a organização didática do ensino,

[...] os cursos deveriam enfatizar conteúdos que o professor teria que ensinar; proporcionar uma sólida compreensão de conceitos fundamentais; familiarizar o professor com o processo de raciocínio subjaz à construção dos conhecimentos; ajudar os futuros professores a expressar seu pensamento com clareza; permitir conhecer as dificuldades previstas que os alunos encontrarão ao estudar tais matérias etc. (CARVALHO e GIL-PÉREZ, 2011, p.71)

É uma possibilidade de articular teoria e prática; de integrar conhecimentos, atitudes e habilidades por meio da experiência formativa contínua e assistida. O curso teve a seguinte organização: dez encontros formativos on-line, quatro encontros formativos presenciais e atividades extraclases síncronas e assíncronas, perfazendo um total de 60h de curso, organizado da seguinte forma:

- 10 encontros formativos virtuais, com atividades teóricas e práticas, com duração de 2h cada encontro, totalizando 20h;
- 04 encontros formativos presenciais, com momentos teóricos e práticos, para orientação e construção das tarefas matemáticas intradisciplinares com a carga horária de 4h, totalizando 16h;
- Tarefas extraclases (20h) para planejamento, organização de tarefas individuais e coletivas, utilizando o Google classroom e o WhatsApp.
- 01 encontro presencial para encerramento do curso (4h), com socialização das produções escritas e avaliação do curso.



O grupo de professores colaboradores foi direcionado à leitura e à análise de textos sobre a álgebra nos anos iniciais, o pensamento algébrico, ensino integrado de álgebra com aritmética e geometria, álgebra na BNCC, leitura de relatos e socialização de práticas exitosas do ensino de álgebra de forma integrada com outros objetos de conhecimento, possibilidades de organização intradisciplinar para o ensino da matemática, produções escritas individuais e em grupo acerca das leituras e compreensões dos textos lidos, criação de planos de aula e tarefas práticas para aplicar em sala de aula.

• Os ambientes formativos

Na realização do curso utilizamos as ferramentas tecnológicas educacionais do Google For Education e outras, garantindo o ensino híbrido. Dentre elas: Google Meet - para as videoconferências; Google Classroom - ambiente virtual para a realização das atividades do curso, estudo e construção de práticas remotas, exitosas e pontuais, com mediação do pesquisador; Gmail – para troca de mensagens e envio de tarefas; Drive – para armazenamento e consulta do conteúdo do curso; WhatsApp – para comunicação, realização de trabalhos coletivos e mediação do pesquisador; Google Formulário, Google Docs.; Power Point; You Tube e outros sites (links), para consulta.

Em virtude das medidas protetivas adotadas em combate a proliferação do COVID 19, organizamos as estratégias do curso com base nos pressupostos metodológicos do Ensino Híbrido . A organização das aulas foi feita conforme preconiza a Metodologia Ativa Sala de Aula Invertida (Flipped Classroom).

Antes de cada encontro formativo, pautado na concepção do modelo da Sala de Aula Invertida, encaminhávamos para cada professor colaborador os materiais para estudo, dispostos em diversas mídias (textos em PDF, vídeos, slides e podcast) com o intuito de dar o embasamento necessários para as discussões coletivas e compartilhamento de conhecimentos.

• Sala de aula invertida

As metodologias ativas atreladas ao processo docente, aliam a participação dos estudantes no seu aprendizado de maneira híbrida, isto é, funcionam como resultado de dois ou mais elementos de aprendizagem, proporcionando uma maior participação dos alunos, visto que estamos diante de uma revolução educacional onde o professor deixa de ocupar o centro do processo de ensino e passa a desenvolver recursos metodológicos para que a aprendizagem seja centrada no aluno.

Nesse ínterim o uso do método “Sala de aula Invertida” que integra o conjunto de métodos das Metodologias Ativas, surge como uma alternativa viável para essa nova organização do ambiente de ensino.



Mas, o que é ensino híbrido?

De acordo com o modelo proposto pelo Clayton Christensen Institute, o ensino híbrido é um programa de educação formal no qual um aluno aprende por meio do ensino on-line , com algum elemento de controle do estudante sobre o tempo, o lugar, o modo e/ou o ritmo do estudo, e por meio do ensino presencial, na escola. (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015, p.133).



O que é mesmo Sala Investida?

Basicamente, o conceito de sala de aula invertida é o seguinte: o que tradicionalmente é feito em sala de aula, agora é executado em casa, e o que tradicionalmente é feito como trabalho de casa, agora é realizado em sala de aula. (BERGMANN; SAMS, 2018, p.33).

Etapa 02: Das Inscrições

Foi realizado o processo seletivo para a inscrição dos alunos, definindo os seguintes critérios para participação: ser servidor público municipal local; estar lotado como professor no fundamental I (anos iniciais ou classes multisseriadas) ou na função de coordenador pedagógico em escolas da rede que ofereçam o EF I; ter interesse e disponibilidade em participar da investigação.

• **Divulgação do curso**

Para fazer a divulgação, pesquisador e equipe de formação publicaram nas redes sociais institucionais e pessoais, no site da prefeitura e em todas as redes sociais da SEMED e escolas, o slogan do curso, o edital e o link para a inscrição.

• **Seleção e matrícula**

O processo constou apenas de uma análise da situação funcional dos inscritos, seguindo ao que estava escrito no edital, indeferindo inscrições de alguns sujeitos, quais sejam: pessoas que não faziam parte da rede e/ou que não estavam atuando como professor ou coordenador de escolas de EF I no momento da inscrição. A lista de inscrições deferidas e indeferidas foi publicada no site da prefeitura e nas redes sociais da SEMED, solicitando-se, de imediato, aos candidatos com inscrições deferidas a matrícula, mediante aceite ao convite para compor a turma virtual no *google classroom*.

Etapa 03: Da Execução

Por entender que um curso de formação para professores realizado no modelo híbrido era algo novo, planejei as ações com o objetivo de familiarizar os professores colaboradores com as tecnologias que foram utilizadas, tornando possível a realização da ação, através de encontros formativos on-line (síncronos e assíncronos), encontros formativos presenciais e tarefas extraclasse, realizadas de forma síncrona e assíncrona.

• **Encontros formativos online síncronos e assíncronos**

Para os encontros assíncronos utilizamos o ambiente virtual do google classroom (criamos uma sala de aula para esse fim), o google docs, e outros. Para os encontros síncronos utilizamos a rede social whatsapp, o google docs e o Google Meet – videoconferência (usado com muita frequência), onde realizamos debates e discussões acerca do estudo da BNCC e do documento curricular municipal; o estudo de textos e artigos relacionados à proposta da formação (álgebra nos anos iniciais, pensamento algébrico, intradisciplinaridade), com produções escritas individuais e em grupo acerca dos estudos e das atividades extracurriculares; debates; construção de organizações para o ensino; e, atividades práticas para implementação dessas organizações em sala de aula.

• **Encontros formativos presenciais**

Momentos para estudo do que preconiza a BNCC para o ensino da matemática no EF anos iniciais, textos sobre o álgebra - pensamento algébrico, organização do ensino da matemática e intradisciplinaridade; socialização das aprendizagens e práticas oriundas

do processo formativo; construção de tarefas matemáticas intradisciplinares, avaliação e replanejamento das ações do curso, sempre realizados em dias ou horários distintos, atendendo aos professores-colaboradores em pequenos grupos, garantindo, desta forma, as exigências de distanciamento social, em virtude do período pandêmico concernente ao COVID-19 (SARC-CoV-2).

Quadro 01 - Encontros Formativos Presenciais

ENCONTRO FORMATIVO	CH
Oficina - A BNCC e a organização intradisciplinar do ensino da matemática nos anos iniciais.	4h
A organização do ensino da Matemática e a BNCC nos anos iniciais do Ensino Fundamental	4h
Oficina: Construção de tarefas matemáticas intradisciplinares.	4h
Encerramento, avaliação e socialização das aprendizagens.	4h

Fonte: O autor (2020)

• Tarefas síncronas e assíncronas

Uma boa aprendizagem requer uma boa interação entre professores e alunos. Essa interação pode ser em tempo real ou não, ou seja, pode ser síncrona ou assíncrona. Pensando nisso, elaboramos tarefas a serem realizadas de forma síncrona com os alunos (com a possibilidade de participação assíncrona dos alunos que não puderam comparecer no horário estabelecido) e tarefas planejadas para serem realizadas de forma assíncrona.

A interação síncrona diz respeito às ferramentas que possibilitam uma interação em tempo real (como exemplo temos as aulas ao vivo que ocorrem por videoconferências, e também os chats virtuais), enquanto que a interação assíncrona aponta para as ferramentas que dão condições aos alunos de realizar as atividades no seu próprio tempo - é o material de estudo disponibilizado no ambiente virtual de

A seguir, disponibilizamos para você algumas tarefas matemáticas que fazem uso da intradisciplinaridade em sua organização, construídas em parceria com os professores colaboradores da pesquisa.

4.2 Tarefas matemáticas intradisciplinares



Tarefa 1 – Padrões figurais e numéricos **Público-alvo: 1º Ano**

Objetivos da aprendizagem:

1. Comparar e registrar números em diversas sequências e escalas ascendentes e descendentes (1 em 1, 2 em 2) a partir de um número natural dado;
2. Conhecer, identificar e nomear figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), relacionando-as com objetos do dia a dia;
3. Perceber se existe regularidade na disposição das figuras;
4. Descrever o padrão e utilizar esta lógica para ampliar a sequência.

Materiais:

- Atividade impressa em papel sulfite com as imagens 01, 02 e 03;
- **Lápis de cor;**
- **Lápis preto e borracha;**
- **Barbante branco;**
- **Tampinhas de garrafa pet.**

Procedimentos:

Observe as sequências abaixo:

Imagem 01: Sequência com formas geométricas

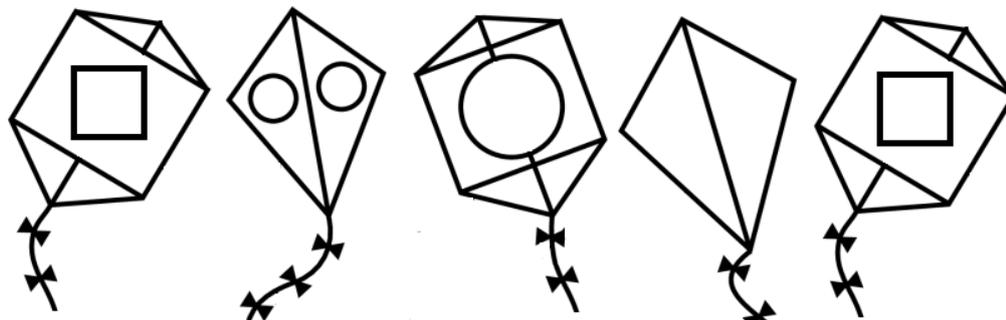


Fonte: elaborado pelo pesquisador e colaboradores (2021).

1. Quais as formas geométricas utilizadas na sequência?
2. Todas as figuras geométricas usadas na sequência são quadriláteros?
3. Você sabe o que é um quadrilátero?
4. Descubra o padrão ou a regularidade desta sequência.
5. Desenhe as formas geométricas que estão faltando para completar apropriadamente a sequência.
6. Qual será o 12.º elemento?
7. E o 20.º?
8. Em 30 elementos, quantas vezes aparece o retângulo amarelo? O que você fez para chegar à resposta?
9. Em 40 elementos, quantas vezes aparecerá o triângulo verde? Como você encontrou a resposta?

Imagem 02: Sequencia com formas geométricas

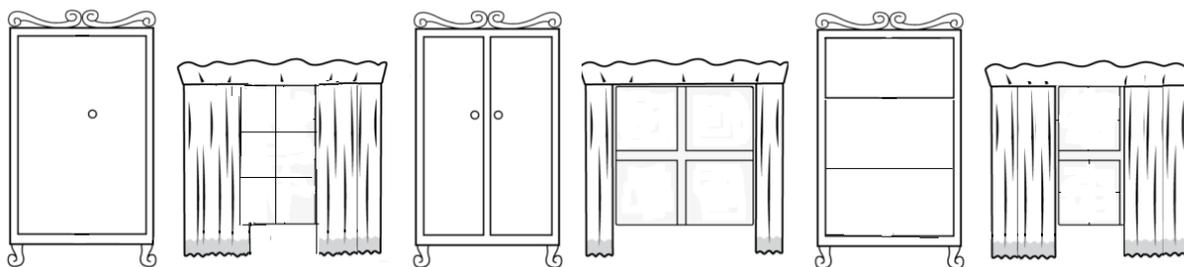
Fonte: adaptado de <https://bncc.smartkids.com.br/habilidade/ef01ma14/>



Fonte: elaborado pelo pesquisador e colaboradores (2021).

1. Reproduza a sequência.
2. Descreva a sequência.
3. Qual será o próximo elemento?
4. Qual é a parte que se repete?
5. Continue a sequência.
6. Qual será o 10.º elemento?
7. E o 18.º?
8. Em 30 elementos, quantas vezes retângulo o quadrado amarelo? O que você fez para chegar à resposta?
9. Em 40 elementos, quantas vezes aparecerá o triângulo verde? Como você encontrou a resposta?

Imagem 03: Sequencia com formas geométricas



Fonte: elaborado pelo pesquisador e colaboradores (2021).

1. Quais as formas geométricas que aparecem nessa sequência?
2. Descreva a sequência.
3. Continue a sequência. Qual será o próximo elemento?
4. Existe uma regra que define como será a próxima janela e a próximo armário? Qual é a regra?
5. Existe alguma diferença na organização dos armários e das janelas?



Tarefa 2 – Sequências recursivas

Público-alvo: 1º Ano

Unidade Temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
Números	Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar)	(EF01MA06) Construir fatos básicos da adição e utilizá-los em procedimentos de cálculo para resolver problemas.
Álgebra	Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)	(EF01MA10) Descrever após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

Fonte: elaborado pelo pesquisador e colaboradores (2021).

Objetivos da tarefa:

- Construir e discutir o conceito de problema;
- Investigar e justificar a regularidade numa sequência de números naturais;
- Fazer uso da observação da regularidade para justificar a ausência de elementos da sequência recursiva.

Materiais:

O quadro abaixo representa o número de livros que a turma da professora Claudia pode pegar a cada semana na biblioteca. O crédito de empréstimo de livro é alterado à medida que a professora vai fazendo o uso dos livros.

1ª SEMANA	2ª SEMANA	3ª SEMANA	4ª SEMANA	5ª SEMANA	6ª SEMANA
3 livros	6 livros	9 livros			

Procedimentos:

1. O que você observa nessa sequência?
2. O que está acontecendo com a quantidade de livros emprestados a cada semana?
3. Qual será o próximo elemento? Como você descobriu?
5. Continue a sequência.
6. Qual será o 6.º elemento?
7. Em dois meses como estará a cota de livros liberados para a professora Cláudia?



Tarefa 3 – Sequências numéricas
Público-alvo: 2º ano

Unidade Temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
Números	Construção de fatos fundamentais da adição e da subtração.	(EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito. Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar).
Álgebra	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas. Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
Geometria	Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características.	(EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.

Fonte: elaborado pelo pesquisador e colaboradores (2021).

Objetivos de aprendizagem:

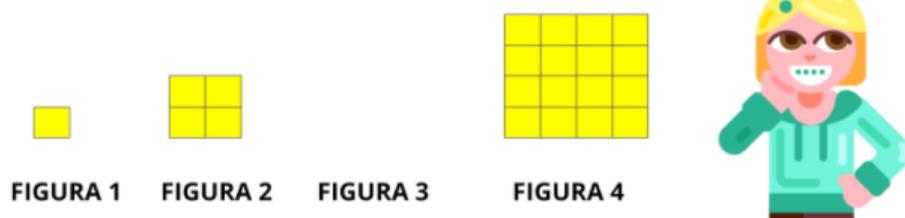
- Investigar e justificar a regularidade numa sequência de números naturais e em sequências figurais.
- Fazer uso da observação da regularidade para justificar a ausência de elementos em uma sequência recursiva.
- Descrever as figuras planas (quadrado, retângulo, triângulo e círculo) que aparecem nas imagens utilizando a nomenclatura correta.

Materiais:

- Lápis preto
- Atividades impressas
- Cola
- Tesoura

Procedimentos:

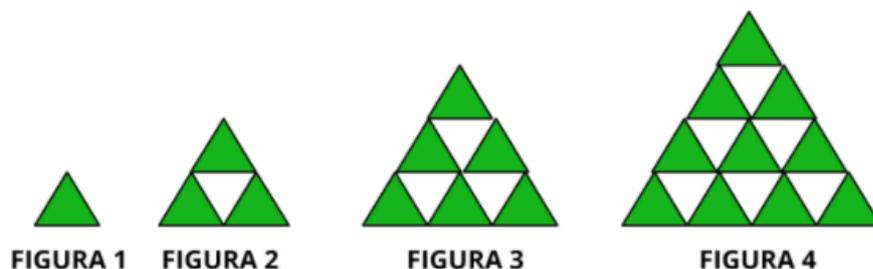
1. Investigue as sequências que Mariana criou.



Fonte: Elementos Ausentes - Planos de aula - 2º ano (novaescola.org.br)

- Quantos elementos completam a figura 3?
- Qual figura plana Mariana utilizou na sequência?
- O que você observa nesta sequência? Quais suas características?
- É uma sequência repetitiva ou recursiva? O que a caracteriza como tal?
- Que modificação ocorreu da figura 1 para a figura 2?
- E da figura 3 para a figura 4?
- É possível prever o número de quadrados nas próximas sequências?
- Que padrão de regularidade você identificou nessa sequência?
- Como você identificou esse padrão?
- Por que completamos a figura quatro com essa quantidade de quadrados?

2. Observe as figuras e determine com quantos triângulos será formada a figura 5. Desenhe a figura que você encontrou.



Fonte: Elementos Ausentes - Planos de aula - 2º ano (novaescola.org.br)

- Que figura plana você identifica nessa sequência?
- Você já sabe como identificamos um padrão de uma sequência recursiva?
- Você consegue identificar as diferenças da figura 4 e da figura 5 que desenhou?
- A regra aplicada com os triângulos foi a mesma aplicada com os quadrados?

3. Observe as sequências abaixo:

- Identifique quais são repetitivas e quais são recursivas. Justifique sua resposta;

a) 3, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 3, 1, 2, 3, __, __, __

b) 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, __, __

c) 1, 2, 3, 5, 8, 13, __, __

d) 7, 14, 21, __, __

- Continue as sequências acima.



Tarefa 4

Público-alvo: 3º ano

Unidade Temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
Números	Construção de fatos fundamentais da adição, subtração e multiplicação	(EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito
Álgebra	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes
Geometria	Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência	(EF03MA12) Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência.

Fonte: Brasil, 2017, p. 285.

Objetivos da aprendizagem:

Materiais:

- Atividade impressa em papel sulfite;
- Lápis de cor;
- Lápis preto e borracha;

Procedimentos:

1. Numa área destinada para plantação de laranja o agricultor Ramiro pretende plantar 8 árvores espaçadas igualmente em cada fileira. Cada fileira tem o comprimento de 12m e entre uma fileira e outra temos o espaço de 1m.

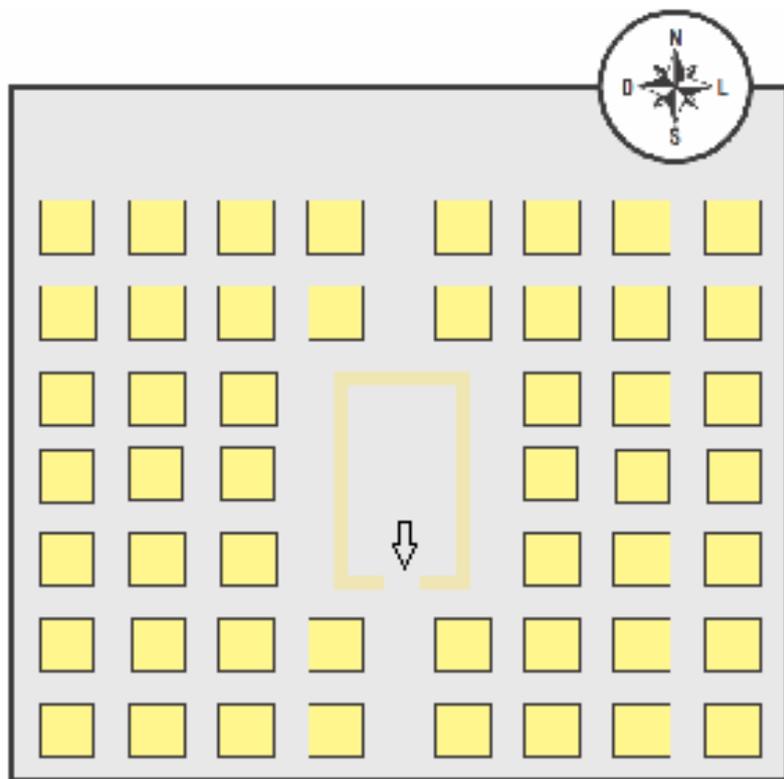
- a) Seguindo esse planejamento quantos pés de laranja o agricultor vai plantar?
- b) Faça o desenho das arvores plantadas, respeitando o devido espaçamento entre elas.
- c) Com que forma geométrica esse desenho se assemelha? Por que?
- d) Para o canteiro ter o formato de um quadrado, quantas arvores preciso retirar ou acrescentar em cada canteiro? Por que?
- e) Quantas fileiras de árvores o agricultor precisa plantar para que a contagem das fileiras feita na vertical ou horizontal (dê sempre o mesmo número de árvores por fileira)?
- f) Para que essa figura tenha o formato de um quadrado o agricultor precisaria acrescentar ou retirar fileiras? Quantas?

2. Observe o mapa da área rural abaixo. Sabendo que o código da localização do terreno agrícola do seu Ramiro é D3, faça um x na sua localização exata.

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

Fonte: elaborado pelo pesquisador e colaboradores (2021)

Chegando ao lote agrícola do seu Ramiro, identifique a plantação de laranjas, segundo as instruções a seguir: Seu Ramiro saiu do casarão e, orientando-se por esse mapa, caminhou 3 quadras na direção leste e, depois, 3 quadras na direção norte. Diante do exposto acima, qual a localização do terreno agrícola de seu Ramiro?



Fonte: adaptado de <https://tinyurl.com/y2v3eys9>.



Tarefa 5

Público-alvo: 5º Ano

Unidade Temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
Números	Problemas de contagem do tipo: “Se cada objeto de uma coleção A for combinado com todos os elementos de uma coleção B, quantos agrupamentos desse tipo podem ser formados?”	(EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.

Unidade Temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
Álgebra	<p>Grandezas diretamente proporcionais</p> <p>Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais</p>	(EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

Fonte: elaborado pelo pesquisador e colaboradores (2021).

Objetivos de aprendizagem:

- Compreender as formas de resolução de problemas envolvendo contagem.
- Utilizar a ideia de divisão proporcional para resolver situações problemas.

Materiais:

- Lápis preto
- Atividades impressas
- Cola
- Tesoura

Procedimentos:

Nilse está organizando uma festa infantil e para decoração irá utilizar balões. As cores de balões disponíveis são vermelho, amarelo, azul e verde. Mas Nilse quer usar apenas duas ou três cores de balões.



Fonte: elaborado pelo pesquisador e colaboradores (2021).

1. Quais são todas as combinações possíveis de balões que ela pode utilizar? Monte essas combinações no quadro abaixo:



1. Observe a sequência apresentada no quadro e explique o padrão de formação desta sequência relacionado a quantidades de balões.



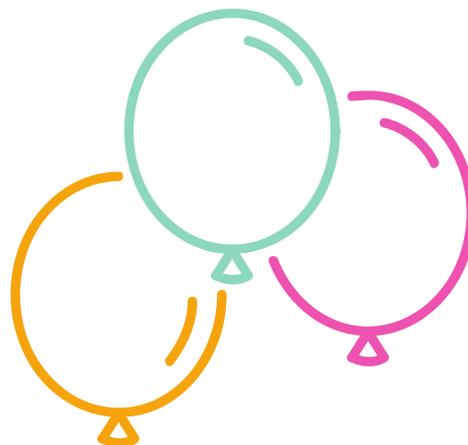
Fonte: elaborado pelo pesquisador e colaboradores (2021).

- Quantas fileiras de balões há nesta sequência?
- Descreva o que você observa nesta sequência:
- Que cor e quantidade de balões Nilse deverá colocar na 8ª fila?

2. Como ficaria esta sequência numérica utilizando a quantidade de balões vermelhos e verdes disponíveis?

Balões verdes: 04 pacotes

Balões vermelhos: 02 pacotes





Tarefa 6

Público-alvo: 4º Ano

Unidade Temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
Números	Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais.	(EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo.
Álgebra	Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero.	(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.

Fonte: elaborado pelo pesquisador e colaboradores (2021).

Objetivos de aprendizagem:

Utilizar as ideias da multiplicação e da divisão para ampliar estratégias de cálculo.

Identificar padrões e regularidades em restos das divisões de um número natural por outro número natural.

Materiais:

- Lápis preto
- Atividades impressas
- Cola
- Tesoura

Procedimentos:

1º Observe a sequência de números naturais completando os espaços ociosos:

6 7 8 _ 10 _ 12 13 _

<input type="text"/>								
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

Fonte: elaborado pelo pesquisador e colaboradores (2021).

a) Realize a divisão de cada um dos números que aparecem em cima dos quadrados e escreva dentro dos quadrados o número que representa o resto da divisão por 6

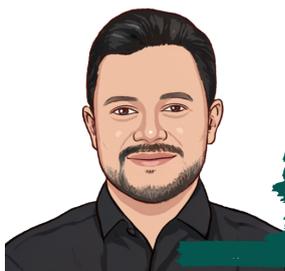
b) Quais os restos encontrados?

c) Qual o resto quando o número for múltiplo de 6?

d) Como a tabuada pode nos ajudar nesta tarefa?

e) O que você observa na sequência dos restos?

f) Qual foi o maior resto que apareceu na sequência?



CONSIDERAÇÕES

O uso da intradisciplinaridade na organização do ensino de álgebra nos anos iniciais não é uma receita para que os alunos absorvam os conceitos da álgebra e compreendam sua relação de interdependência com a aritmética e a geometria. E, apesar de pouco utilizada, também não é algo novo, pois, certamente em algum momento nós, professores e formadores de professores, já fizemos o uso de práticas intradisciplinares para a organização do ensino da matemática, mesmo que sem intencionalidade.

Então, organizar os conceitos e conteúdos algébricos, antes da BNCC (BRASIL, 2017) pulverizados em diversos eixos temáticos da matemática, conforme vemos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), desencadeou o estudo e reflexão dos conteúdos algébricos presentes no currículo para os anos iniciais do Ensino Fundamental e sua relação com os demais conteúdos; desnudando a necessidade de preparar melhor os professores que atuam nos anos iniciais, oportunizando a eles o conhecimento matemático e didático necessários para a organização do ensino. Com o estudo teórico e prático apresentado neste guia, tencionamos proporcionar caminhos para o embasamento que norteará a organização das aulas segundo essa premissa, na intenção de que se alcance a aprendizagem.

Por fim, acreditamos como sendo um fator de extrema necessidade, sensibilizar os professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do EF, por meio de propostas relacionadas aos cursos de formação de professores, sobre as questões aqui tratadas, pois embora muitas pesquisas revelem as dificuldades que os alunos apresentam com o trabalho algébrico, ainda percebemos pouco avanço no sentido da busca por medidas com a finalidade de minimizá-las.



REFERÊNCIAS

- BACICH,L; TANZI NETO, A; TREVISANI, F. (Orgs.) Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação [recurso eletrônico]. Porto Alegre: Penso, 2015.
- BERGMANN, J; SAMS,A. Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem. [recurso eletrônico]. Trad.: Afonso Celso da Cunha Serra 1. ed. - Rio de Janeiro: LTC, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação.Secretaria de Educação básica. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília, DF, 1998.
- CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. Universidade de Évora e CIEFCU: Quadrante, Vol. XVI, nº 2, p. 81-118, 2007.
- CARVALHO, A. M. P. e GIL -PÉREZ, Daniel. Formação de professores de ciências: tendências e inovações. São Paulo: Cortez, 2011.
- D'AMBROSIO, U. Educação Matemática: Da teoria à prática. Campinas: Papyrus, 1996.
- FERREIRA, M. C. N. Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise dos documentos Curriculares Nacionais. REnCiMa, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, SP, v.8, n.5, p.16-34, 2017.
- FERREIRA, M. C. N; RIBEIRO, A. J; RIBEIRO, C. M. Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Zetetiké, Campinas, SP, v.25, n. 3, p.496-514, set./dez.2017.
- FERREIRA, M. C. N; RIBEIRO, A. J; RIBEIRO, C. M. Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: primeiras reflexões à luz de uma revisão de literatura. Educação e Fronteiras On-Line, Dourados, MS, v.6, n.17 p.34-47, maio/ago. 2016.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.
- FIORENTINI, D.. Em busca de novos caminhos e de outros olhares na formação de professores de matemática. In: FIORENTINI, D. (Org.) Formação de Professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado das Letras: 2003, p.7-16.
- FIORENTINI, D.; FREITAS, M. T. M.. Desafios e potencialidades da escrita na formação docente em matemática. Revista Brasileira de Educação: 2008, 13 (37), 138-149. FLORES-MEDRANO, E. et al. Nuestra Model
- FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica Elementar. Pro-Posições. Campinas, SP,v. 4 n. 1: p. 78-91. mar./1993.
- IMBERNÓN, F. Formação Continuada de professores. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- IMBERNÓN, F. Formação permanente do professorado: Novas tendências. Trad. Sandra Tabucco Valenzuela. 1º ed. São Paulo: Ed. Cortez, 2009.

LINS, R. C; GIMENEZ, J. Perspectivas em Aritmética e álgebra para o século XXI. 4 ed. Campinas: Papyrus Editora, 1997, 176 p.

LORENZATO, S. Para aprender matemática. 3.ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de Professores).

NCTM. Princípios e Normas para a Matemática Escolar. (Tradução portuguesa dos Principles and Standards for School Mathematics). Lisboa: APM, 2007.

NÓVOA, A. Desafios do trabalho e formação docente no Brasil. SINDPROFNH. Novo Hamburgo, RS, 2017.

PONTE, J. P. Álgebra no currículo escolar. Educação e Matemática – Revista da Associação dos Professores de Matemática. Lisboa, Portugal, n. 85, p. 36-42, nov./dez, 2005.

SANTOS, J. R. V. O que os alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática. 2007. 108f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

SCHÖN, D. Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SILVA, L. E. Ensino intradisciplinar de matemática através da resolução de problemas: o caso do algeblocks. 2018. 218 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2018.

SKOVSMOSE, O. Desafios da reflexão em educação matemática crítica. Campinas, SP: Papyrus, 2008.

SKOVSMOSE, O. Educação crítica: incerteza, matemática e responsabilidade. Trad. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

VESCHI, B. Etimologia: origem do conceito. 2019. Disponível em: <https://etimologia.com.br/algebra/>. Acesso em 24 de julho de 2020.

ZEICHNER, K. A formação reflexiva de professores - Ideias e Práticas. Lisboa, Portugal, EDUCA: 1993.