



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

ALEXANDRE SODRÉ FERNANDES

**Interpolação de eventos de reflexão em traços
sísmicos de dados pré-empilhamento usando
aproximação de tempo de trânsito SRC-AF**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

BELÉM-PARÁ

2014

ALEXANDRE SODRÉ FERNANDES

**Interpolação de eventos de reflexão em traços sísmicos
de dados pré-empilhamento usando aproximação de
tempo de trânsito SRC-AF**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Geofísica da Universidade Federal do Pará, em
cumprimento às exigências para obtenção do grau de
Mestre em Geofísica.

Orientador: João Carlos Ribeiro Cruz

Dados Internacionais de Catalogação de Publicação (CIP)
Biblioteca do Instituto de Geociências/UFPa

Fernandes, Alexandre Sodré, 1987-

Interpolação de eventos de reflexão em traços sísmicos de dados pré-empilhamento usando aproximação de tempo de trânsito SRC-AF / Alexandre Sodré Fernandes. – 2014.

76 f. : il. ; 30 cm

Inclui bibliografias

Orientador: João Carlos Ribeiro Cruz

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Belém, 2014.

1. Interpolação. 2. Método de reflexão sísmica. I. Título.

CDD 22. ed. 511.42

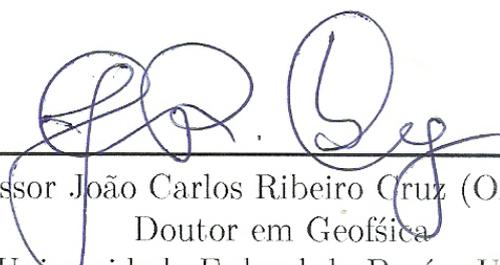
ALEXANDRE SODRÉ FERNANDES

**Interpolação de eventos de reflexão em traços sísmicos
de dados pré-empilhamento usando aproximação de
tempo de trânsito SRC-AF**

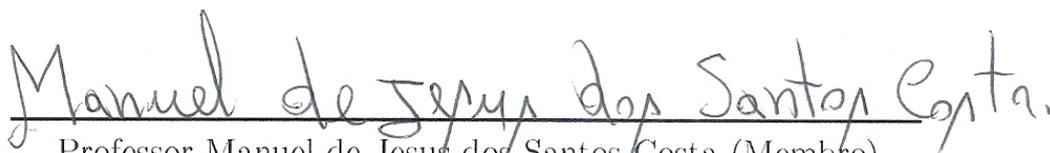
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Mestre em Geofísica.

Data de Aprovação: 24/06/2014

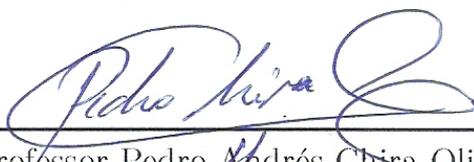
Banca Examinadora:



Professor João Carlos Ribeiro Cruz (Orientador)
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará – UFPA



Professor Manuel de Jesus dos Santos Costa (Membro)
Doutor em Geofísica
Universidade do Estado do Pará – UEPA



Professor Pedro Andrés Chira Oliva (Membro)
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará – UFPA

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado força, coragem e determinação para transpassar barreiras e dificuldades, conquistar meus objetivos, tudo por que tenho fé.

Ao Prof. Dr. João Carlos pela orientação desta dissertação. Agradeço ao professor Ivan Pšencik (Academia de ciência da República Theca) pelos inúmeros e-mails, apoio e por não medir esforços para o entendimento e utilização do software SEIS88 (<<http://sw3d.mff.cuni.cz/software/sw3dcd17/seis/seis.htm>>) utilizado nesse trabalho, um tanto aterrorizante inicialmente.

Agradeço à minha mãe Maria Sodré, pelos anos que trabalhou duro para me dar condições de. Amo você mãe! Ao meu irmão Junior Almeida, desejo que você siga os mesmos passos, e que você seja, além desse homem grande, um grande homem. Sucesso e felicidade na sua vida meu irmão! Agradeço à minha vó Luzia Sodré, apesar de saber que ela não está mais aqui, ainda a levo comigo.

Agradeço pelo companheirismo, amor e afeto da minha noiva e engenheira de minas Jéssica Kerina (Jéka). Que essa nossa linda história seja eterna, e que o amor e o sucesso nos acompanhe durante toda a vida.

Agradeço ao Corpo de Bombeiros Militar do Pará, especificamente, ao 8º Grupo de Bombeiro Militar, por me proporcionar a concessão para que pudesse estudar. Desejo que o apoio ao estudo continue, porque assim podemos construir uma corporação forte e obter moral para conquistar nossos objetivos.

E finalmente agradeço à amizade de amigos irmãos que conquistei durante o curso. Eles são: Diogo Rezende, Antônio Rizimar, Raphael Di Carlo e Wildney Vieira.

RESUMO

O método sísmico é uma técnica bem conhecida por revelar detalhes das estruturas geológicas em subsuperfície, pois os dados sísmicos são processados e produzem seções sísmicas, as quais são imagens das estruturas em subsuperfície. A qualidade desses dados sísmicos registrados depende de fatores como a complexidade da subsuperfície, nível de ruído, topografia da superfície de aquisição, heterogeneidades no manto de intemperismo, entre outros. Aquisição irregular, afastamentos curtos, baixa cobertura nos pontos comuns em profundidade levam a uma baixa qualidade do imageamento em subsuperfície e baixa resolução nas seções sísmicas. No imageamento superfície de reflexão comum, a aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito para raios paraxiais na vizinhança de um raio central refletido com afastamento fonte-receptor finito, em função de cinco atributos cinemáticos do campo de onda, representa o campo temporal de reflexão melhor se comparado aos métodos convencionais. A Superfície de Reflexão Comum para Afastamento Finito (SRC-AF) aproxima eventos de reflexão no espaço na vizinhança do traço com um afastamento fixo que se deseja interpolar, somando eventos correlacionados, onde a saída é definida como a média ponderada das amplitudes ao longo da aproximação do tempo de trânsito SRC-AF, atribuindo o resultado para o respectivo traço para todos os pontos de uma seção AC. O objetivo específico deste trabalho é modelar a regularização de seções temporais preenchendo áreas onde faltam dados sísmicos, aumentando a razão sinal ruído através da interpolação de eventos de reflexão em traços sísmicos baseado na aproximação do tempo de trânsito Superfície de Reflexão Comum para Afastamento Finito (SRC-AF). O algoritmo foi aplicado nas configurações de aquisição sísmica Fonte Comum, Afastamento Comum e Ponto médio Comum para um conjunto de dados sintéticos 2D, modelados por traçamento de raios.

Palavras-chave: Interpolação, Regularização, SRC-AF.

ABSTRACT

The seismic method is a well known technique for revealing details of the geological subsurface structures because the seismic data are processed and produce seismic sections, which are images of subsurface structures. The quality of the recorded seismic data depends on factors such as the complexity of the subsurface, level of noise, surface topography of acquisition, heterogeneities in the mantle of weathering, among others. Irregular acquisition, short offsets, low coverage in common points in depth lead to a low quality imaging in subsurface and low resolution in seismic sections. In common reflection surface imaging, the hyperbolic approximation of traveltimes for paraxial rays in the vicinity of a central ray reflected with finite source-receiver offset, function of five kinematic attributes of the wave field, represent better the time field reflection compared to conventional methods. The Common Reflection Surface for Common Offset (CRS-CO) approaches reflection events within the vicinity of the trace with a fixed offset that we want to interpolate, adding correlated events, where the output is defined as the weighted average of the amplitudes along the traveltime approximation SRC-AF, assigning the result to its trace to all points of an common offset section. The specific objective of this work is to model the regularization of temporal sections filling areas lacking seismic data, increasing the signal to noise ratio by interpolation of reflection events in seismic traces based on the approximation of traveltime for Common Reflection Surface for Common Offset (CRS-CO). The algorithm was applied to the seismic acquisition settings Common Source, Common Offset and Common Mid Point for a set of 2D synthetic data, modeled by ray tracing.

Keywords: Interpolation, Regularization, CRS-CO..

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

- Figura 1 – Arranjo geométrico da aquisição de dados sísmicos fonte-comum (FC), com um arranjo simétrico utilizada na aquisição de dados com ilustração dos raios que partem da fonte chegando no arranjo de receptores. Esse conjunto de dados depende da localização das fontes e receptores. . . . 18
- Figura 2 – Seção temporal da aquisição fonte comum com traços organizados em afastamento fonte-receptor. 19
- Figura 3 – Configuração AC (afastamento-comum) caracterizada pela distância fonte-receptor constante. 20
- Figura 4 – Seção temporal da aquisição afastamento-comum com traços organizados em ponto médio. 20
- Figura 5 – Configuração AN (afastamento-nulo), uma simulação onde fontes e receptores estão coincidentes, afastamento zero. 21
- Figura 6 – Seção temporal da aquisição afastamento-nulo com traços organizados em ponto médio. 21
- Figura 7 – Configuração PMC para um refletor plano-inclinado. Neste caso, não existe um PCP para coincidir com o PMC devido à inclinação do refletor, estando a iluminação distribuída numa área (superfície de reflexão comum). Os receptores à direita correspondem às fontes à esquerda, e vice-versa. 22
- Figura 8 – Seção temporal da aquisição ponto médio comum com traços organizados em afastamento fonte-receptor. 23
- Figura 9 – Cubo de dados de multicobertura onde estão marcados os arranjos afastamento- comum (AC), fonte-comum (FC) e ponto-médio-comum (PMC). Este cubo permite a direção dos arranjos possíveis. As relações matemáticas entre as coordenadas são $x_m = (x_G + x_S)/2$ e $h = (x_G - x_S)/2$. Onde x_G é a coordenada do geofone/hidrofone; x_S é a coordenada da fonte; x_m é a coordenada do ponto-médio-comum; h é o meio-afastamento. A representação matemática do conteúdo temporal dos traços é expressa por $t(x_m, h)$, e para amplitude por $u(x_m, h)$ 24
- Figura 10 – Modelo convolucional. O pulso sísmico é convolvido com a função refletividade resultando em um traço sísmico. Os coeficientes de reflexão estão relacionados à seção geológica através dos coeficientes de reflexão das interfaces e ao duplo tempo de trânsito. 25

| | |
|--|----|
| Figura 11 – Exemplo típico para uma seção sísmica. O eixo horizontal representa o afastamento da fonte para cada receptor em relação ao eixo vertical representando o tempo de trânsito duplo. Claramente, essa seção contém vários tipos de ruído. | 26 |
| Figura 12 – Fluxo convencional de processamento sísmico. | 27 |
| Figura 13 – Meio isotrópico homogêneo, 2-D, com interfaces suaves. O raio central (cor azul) passa através deste meio iniciando na superfície anterior no ponto S e emergindo no ponto G . O raio paraxial (cor vermelha) está na vizinhança do raio central, iniciando no ponto \bar{S} e emergindo no ponto \bar{G} | 32 |
| Figura 14 – Construção das projeções do vetor vagarosidade $\overline{\mathbf{p}}_S$: O vetor vagarosidade $\overline{\mathbf{p}}_S$ é primeiramente projetado na tangente à superfície anterior no ponto \bar{S} . Depois disso, o vetor resultante é projetado na tangente à superfície anterior no ponto S | 32 |
| Figura 15 – Modelo bidimensional para uma superfície de medição encurvada, contendo o raio central SRG e paraxial \overline{SRG} , onde o ponto inicial S é a origem do eixo local x_S e o ponto final G é a origem do eixo local x_G , sendo ambos tangentes a superfície de medição na fonte S e no receptor G | 35 |
| Figura 16 – Raio arbitrário se propagando ao longo de um sistema sísmico. Partindo do ponto O (meio homogêneo), atravessando um meio qualquer até o ponto O' (meio homogêneo). | 36 |
| Figura 17 – Modelo 2-D composto por três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves, onde x_S e x_G denotam as coordenadas da fonte e do receptor do raio central (cor verde) com x_0 e h_0 denotando as coordenadas ponto médio e meio afastamento deste raio. \bar{x}_S e \bar{x}_G denotam as coordenadas da fonte e do receptor do raio paraxial (cor vermelha) com x_m e h denotando as coordenadas ponto médio e meio afastamento entre eles. Os ângulos β_S e β_G denotam, respectivamente, o ângulo com a normal à superfície do raio central na fonte e no receptor em relação a normal da superfície de medição. | 39 |
| Figura 18 – Modelo 2-D composto por três camadas homogêneas por interfaces suaves. Para ambos os experimentos o raio central SG é representado com cor verde e o raio paraxial \overline{SG} com cor vermelha: (a) Propagação da frente de onda do experimento FC em diferentes instantes de tempo, (b) Propagação das frentes de ondas do experimento PMC em diferentes instantes de tempo. | 42 |

| | |
|---|----|
| Figura 19 – Uma frente de onda circular (cor azul) com centro no ponto M emergindo no receptor G do raio central com curvatura K_G . O vetor vagarosidade \mathbf{p}_G do raio central é descrito de cor verde e o vetor vagarosidade $\overline{\mathbf{p}}_G$ do raio paraxial é descrito em vermelho suas componentes horizontais são representadas por p_G e \overline{p}_G | 43 |
| Figura 20 – Modelo bidimensional com três camadas de velocidade constante: fontes e receptores representados por suas coordenadas no sistema de coordenadas cartesiano localmente definido estão localizados em uma única linha sobre uma superfície plana de medição. A localização da fonte S e do receptor G do raio central (representada em verde) pela coordenadas do seu ponto médio x_0 e meio afastamento h_0 , bem como os locais de fonte \overline{S} e do receptor \overline{G} do raio paraxial (representado em vermelho) pela coordenada de seu ponto médio x_m e meio afastamento h . O eixo x do sistema de coordenadas, a linha sísmica, e o eixo ponto médio coincidem. | 47 |
| Figura 21 – Dois experimentos em um modelo isotrópico com camadas de velocidade constante, mas diferentes em cada camada. Em ambos os experimentos, o raio central é representado em verde, e o raio paraxial é mostrado em vermelho. Na esquerda o experimento tiro comum: a curvatura da frente de onda da onda emergente na superfície em é denotada por K_1 . Na direita do experimento ponto médio comum: a frente de onda incidente na fonte S com curvatura K_2 e a frente de onda emergente para o receptor G com curvatura K_3 são mostrados. | 49 |
| Figura 22 – Parte inferior (frontal): meio 2-D com três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves e um raio central (linha de cor vermelha), com afastamento-finito, onde x_0 é o ponto médio, h_0 é o meio afastamento. Parte superior: são mostradas as curvas de tempo de trânsito para diferentes afastamentos comuns (cor azul) referidas as reflexões primárias da segunda interface, tendo a aproximação SRC-AF (cor vermelha) associado ao ponto P_0 | 50 |
| Figura 23 – A curvatura de uma frente de onda de propagação através de um sistema sísmico pode mudar devido às a) propagação de uma camada de velocidade constante e, devido à b) transmissão e c) reflexão nas interfaces. Também é ilustrada a convenção de sinais utilizada da curvatura, d) as interfaces e e) frentes de onda. | 52 |
| Figura 24 – Representação da interpolação de eventos de reflexão em traços sísmicos. | 53 |
| Figura 25 – Configuração Fonte Comum. | 54 |

| | |
|--|----|
| Figura 26 – Seção sísmica família Fonte Comum sem ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos. | 55 |
| Figura 27 – Seção sísmica família Fonte Comum com 10% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos. | 56 |
| Figura 28 – Seção sísmica família Fonte Comum com 30% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos. | 56 |
| Figura 29 – Seção sísmica família Fonte Comum com 50% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos. | 57 |
| Figura 30 – Configuração Afastamento constante. | 58 |
| Figura 31 – Seção sísmica família Afastamento comum sem ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos. | 59 |
| Figura 32 – Seção sísmica família Afastamento comum com 10% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos. | 59 |
| Figura 33 – Seção sísmica família Afastamento comum com 30% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos. | 60 |
| Figura 34 – Seção sísmica família Afastamento comum com 50% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos. | 60 |
| Figura 35 – Configuração Ponto Médio Comum. | 61 |
| Figura 36 – Seção sísmica família Ponto Médio Comum sem ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos. | 62 |

| | |
|---|----|
| Figura 37 – Seção sísmica família Ponto Médio Comum com 10% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo refletores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos. | 62 |
| Figura 38 – Seção sísmica família Ponto Médio Comum com 30% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo refletores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos. | 63 |
| Figura 39 – Seção sísmica família Ponto Médio Comum com 50% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo refletores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos. | 63 |

SUMÁRIO

| | | |
|-------|---|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 14 |
| 2 | MÉTODO SÍSMICO | 17 |
| 2.1 | AQUISIÇÃO SÍSMICA | 17 |
| 2.2 | PROCESSAMENTO | 24 |
| 3 | TEORIA PARAXIAL DE RAIOS | 30 |
| 3.1 | TEORIA GEOMÉTRICA DO RAIOS | 30 |
| 3.2 | MATRIZ PROPAGADORA DO RAIOS | 33 |
| 3.3 | PROPRIEDADES DAS MATRIZES PROPAGADORA DO RAIOS | 34 |
| 3.3.1 | Propriedade da Simplecticidade da Matriz T | 34 |
| 3.3.2 | Regra da Cadeia | 34 |
| 3.4 | DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO PARAXIAL | 35 |
| 3.4.1 | Aproximação Hiperbólica dos Tempos de Trânsito | 38 |
| 3.5 | COORDENADAS DA LINHA SÍSMICA DE MEDIÇÃO | 38 |
| 3.6 | CURVATURAS DE FRENTES DE ONDA | 40 |
| 3.6.1 | Experimento: Fonte Comum e Ponto Médio Comum | 40 |
| 3.7 | INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DOS ELEMENTOS DA MATRIZ PROPAGADORA | 42 |
| 3.8 | APROXIMAÇÕES DOS TEMPOS DE TRÂNSITO EM FUNÇÃO DOS ATRIBUTOS DE FRENTES DE ONDAS | 45 |
| 3.8.1 | Tempos de Trânsito Refletidos | 45 |
| 4 | MÉTODO SRC-AC | 47 |
| 4.1 | APROXIMAÇÃO DE TEMPO DE TRÂNSITO HIPERBÓLICA SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO COMUM | 47 |
| 4.2 | CÁLCULO DOS ATRIBUTOS DAS FRENTES DE ONDA | 50 |
| 5 | INTERPOLAÇÃO | 53 |
| 6 | RESULTADOS E DISCUSSÕES | 54 |
| 6.1 | FONTE COMUM | 54 |
| 6.2 | AFASTAMENTO CONSTANTE | 57 |
| 6.3 | PONTO MÉDIO COMUM | 61 |
| 7 | CONCLUSÃO | 64 |
| | REFERÊNCIAS | 65 |

| | |
|---|-----------|
| APÊNDICES | 67 |
| APÊNDICE A – EQUAÇÃO DE HAMILTON NA FORMA ESCALAR | 68 |
| APÊNDICE B – DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO PARABÓLICO | 70 |
| APÊNDICE C – DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO HIPERBÓLICO | 72 |
| APÊNDICE D – EXPANSÃO EM SÉRIE DE TAYLOR DE Δp_G (DIFERENÇA DOS COMPONENTES HORIZONTAIS VAGAROSIDADE) | 74 |
| APÊNDICE E – CÁLCULO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ PROPAGADORA EM FUNÇÃO DAS CURVATURAS DE FRENTES DE ONDA | 76 |

1 INTRODUÇÃO

A indústria do petróleo investe uma quantidade maciça em subsídios no desenvolvimento de avanços tecnológicos na exploração e monitoramento de reservatórios. Dentre as áreas de conhecimento das geociências, a geofísica desempenha papel primordial, devido à relação custo benefício da aplicabilidade dos seus métodos. Através da sísmica é possível imagear a subsuperfície e assim ter como produto uma imagem (seção sísmica ou seção temporal) da zona de interesse, mapeando o arcabouço estrutural e abstraindo parâmetros que caracterizam sua litologia, sem a necessidade de estudo direto da subsuperfície.

A qualidade da seção sísmica registrada depende de fatores como a complexidade da subsuperfície, nível de ruído, topografia da superfície de aquisição, heterogeneidades no manto de intemperismo, entre outros. Aquisição irregular, afastamentos curtos, baixa cobertura nos pontos comuns em profundidade, baixa resolução nas seções sísmicas, dados sísmicos perdidos levam a uma baixa qualidade do imageamento em subsuperfície. Dessa forma faz-se necessária a regularização das seções temporais, aumentando a razão sinal ruído. A interpolação de traços sísmicos pode ser aplicada regularização.

Diferentes estratégias de interpolação foram investigadas e usadas no passado: Filtragem de erro de predição linear (SPITZ, 1991), correlação não linear, reconstrução de Fourier (SACCHI; ULRYCH, 1996) ou transformadas de radon (TRAD, 2003) estão entre as mais populares. Essas técnicas são baseadas na decomposição do campo de onda local em um domínio transformado. Depois de analisado e processado a transformação inversa recupera o campo de ondas no grid de saída desejado. Esses métodos utilizam diversas suposições e diferentes domínios de dados.

Em trabalhos recentes podemos destacar Trad (2009) onde realizou um estudo focalizado sobre a reconstrução esparsa de Fourier, levando ao desenvolvimento de interpolação de dados multidimensional, Wang, Ng e Perz (2010) propondo um método ávido de inversão para uma transformada de Radon espacialmente localizada e de alta resolução, onde introduz um mecanismo orientado e de coerência para melhorar a focalização dos parâmetros de modelos significativos e, portanto, aumenta a resolução do modelo e taxa de convergência, adotando a idéia em um domínio do tempo-espaco linear local, para a interpolação de dados sísmicos, e Jianjun, Sacchi e Chen (2013) utilizando estratégias de redução da classificação para atenuar ruído e para regularização de dados sísmicos pré-empilhamento, através da versão rápida do método de reconstrução Cadzow e do algoritmo de bidiagonalization Lanczos recuperaram falta de dados.

Entretanto, esses métodos podem sofrer de geometrias de dados esparços e irregulares e requerem esforços adicionais para contabilizar esse problema (XU et al., 2005). A

interpolação baseada na superfície de reflexão comum para afastamento constante utiliza atributos que descrevem a cinemática do campo de ondas medido (JÄGER et al., 2001; ZHANG; BERGLER; HUBRAL, 2001). Assim propomos modelar a regularização de seções temporais preenchendo áreas onde faltam dados sísmicos, aumentando a razão sinal ruído através da interpolação de traços sísmicos baseado na aproximação do tempo de trânsito Superfície de Reflexão Comum para Afastamento Finito (SRC-AF).

ESTRUTURA DO TRABALHO

Além do capítulo introdutório, o corpo deste trabalho é constituído pelos seguintes capítulos:

O capítulo 2 apresenta o método sísmico, técnica bem conhecida para revelar detalhes das estruturas geológicas em subsuperfície. Parte desse sucesso está no fato de que os dados sísmicos são processados para produzir seções sísmicas que são imagens das estruturas em subsuperfície.

O capítulo 3 apresenta a derivação do tempo de trânsito paraxial com o objetivo de chegarmos à aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito para raios paraxiais na vizinhança de um raio central refletido com afastamento fonte-receptor finito em função de cinco parâmetros. Além disso, são apresentados experimentos que explicam a propagação das frentes de ondas. Finalmente, a aproximação hiperbólica dos tempos para raios refletidos.

O capítulo 4 trata da aproximação de tempo de trânsito SRC-AF, uma aproximação de tempo de trânsito para aproximar eventos de reflexão no espaço na vizinhança do traço com um afastamento fixo que se deseja interpolar, somando eventos correlacionados ao longo da aproximação de tempo de trânsito de soma e atribuindo o resultado para o respectivo traço para todos os pontos de uma seção AC. Dessa forma são simulados os traços sísmicos, seguindo o formalismo do empilhamento SRC-AF.

O capítulo 5 trata da definição de interpolação de traços sísmico.

O capítulo 6 vamos demonstrar o potencial da regularização com a interpolação de seções temporais para as famílias sísmicas Fonte Comum, Afastamento Comum e Ponto Médio Comum, melhorando a qualidade dos dados sintéticos 2D pré-empilhados, onde cada traço da interpolação é resultante da soma ao longo da aproximação de tempo de trânsito SRC-AF.

O capítulo 7 conclusões e perspectivas referentes ao algoritmo de interpolação de traços sísmicos em dados AC utilizando a aproximação do tempo de trânsito SRC-AF proposto nesta.

Apêndice A: Equação de Hamilton na forma escalar.

Apêndice B: Derivação do Tempo de Trânsito Parabólico.

Apêndice C: Derivação do Tempo de Trânsito Hiperbólico.

Apêndice D: Expansão em série de Taylor de Δp_G (Diferença dos componentes horizontais vagarosidade).

Apêndice E: Cálculo dos elementos da matriz propagadora em função das curvaturas de frentes de onda.

2 MÉTODO SÍSMICO

Entre as muitas técnicas geofísicas de exploração, a sísmica de reflexão é amplamente usada e bem conhecida. Os dados sísmicos podem ser processados para revelar detalhes das estruturas geológicas em escalas de dezenas de metros da superfície da terra ao núcleo interno. Parte desse sucesso está no fato de que os dados sísmicos são processados para produzir seções sísmicas que são imagens das estruturas em subsuperfície.

A técnica básica da sísmica de reflexão consiste em realizar a aquisição sísmica através da geração de ondas sísmicas, medir o tempo de trânsito necessário para as ondas propagarem da fonte, localizada na superfície, ao refletor em subsuperfície e voltarem a um conjunto de receptores posicionados na superfície. Os receptores estão geralmente dispostos ao longo de uma linha na direção da fonte. O tempo de trânsito das ondas refletidas depende das propriedades elásticas da subsuperfície assim como da posição, orientação, e curvatura dos refletores. Assim, é possível estimar informações sobre a subsuperfície através dos tempos de trânsito observados.

Geralmente, antes de um conjunto de dados ser interpretado esse é submetido a muitas etapas de processamento sísmico. De acordo com Yilmaz (2001), há uma sequência bem estabelecida para o processamento padrão de dados sísmicos. Os principais processos são: deconvolução, empilhamento e migração. Essas etapas configuram o fundamento da rotina de processamento sísmico.

2.1 AQUISIÇÃO SÍSMICA

Aquisição sísmica contínua do tipo 2D consiste em planejar e localizar a sequência de pontos de fontes e a sequência receptores ao longo da linha de aquisição, chamada linha sísmica. A aquisição de dados sísmicos, na sísmica de reflexão, é realizada principalmente na configuração (ou família) do arranjo geométrico entre fontes e receptores Fonte Comum (FC). Supondo, por simplicidade uma linha sísmica horizontal como na Figura 1, a configuração FC é definida pela coordenada x_s da fonte comum a todos receptores definidos pelas coordenadas x_g .

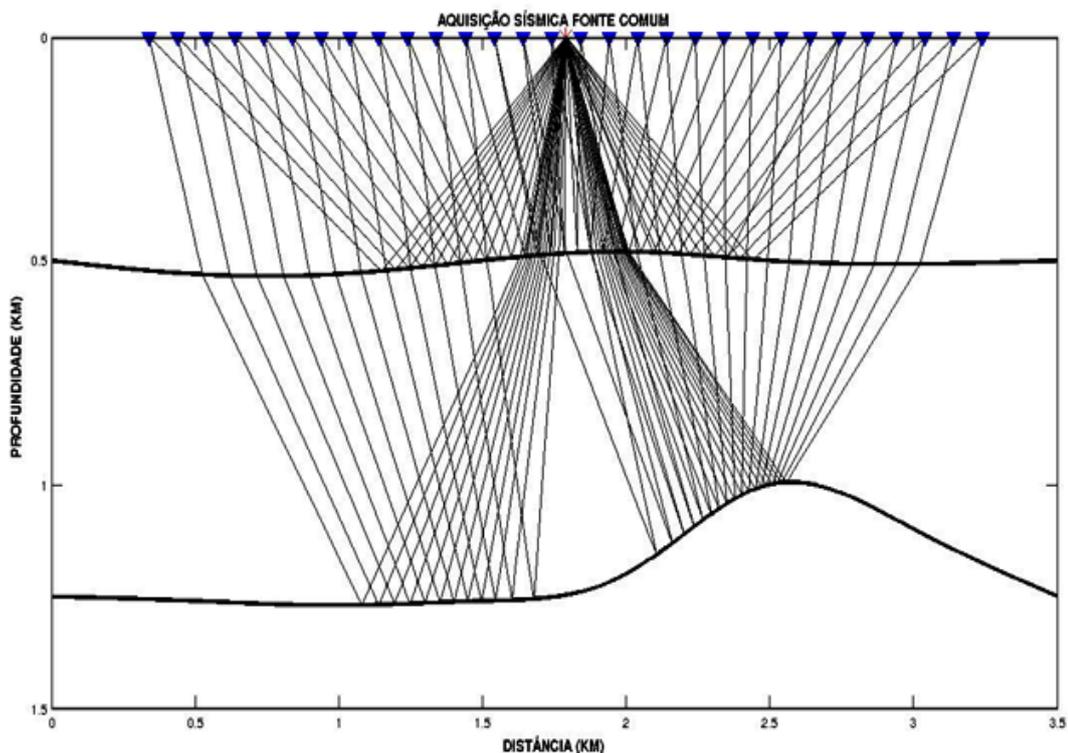
Movendo a fonte e o arranjo de receptores ao longo da linha sísmica, o conjunto de dados multicobertura é adquirido para obter as várias seções FC que contêm eventos redundantes nos mesmos segmentos refletores na subsuperfície iluminada. Para cada fonte e o seu conjunto de receptores correspondentes, o registro constitui uma família FC. O conjunto de dados registrados forma o cubo de dados de multicobertura que contém uma redundância na cobertura de segmentos em profundidade, pois os refletores são iluminados

várias vezes.

Ainda na Figura 1 ilustra-se um tiro na configuração de aquisição FC bilateral simétrico, podendo ser também assimétrico ou unilateral, realizada no modelo geológico sintético com 3.5 km de extensão por 1.5 km de profundidade utilizado nesse trabalho. A posição da fonte é $x_s = 0.75$, a posição dos receptores varia de $x_g = 0.34$ a 3.24 km, espaçados de 0.1 km, totalizando 30 receptores.

O sismograma registrado contém traços que são ordenados com respeito ao afastamento ou meio-afastamento, h . O meio-afastamento, h , representa a metade da distância entre a posição da fonte e a posição do receptor para cada par fonte-receptor. Relacionada a esta distância está coordenada, x_m , que representa o ponto médio entre a posição da fonte e a posição do receptor.

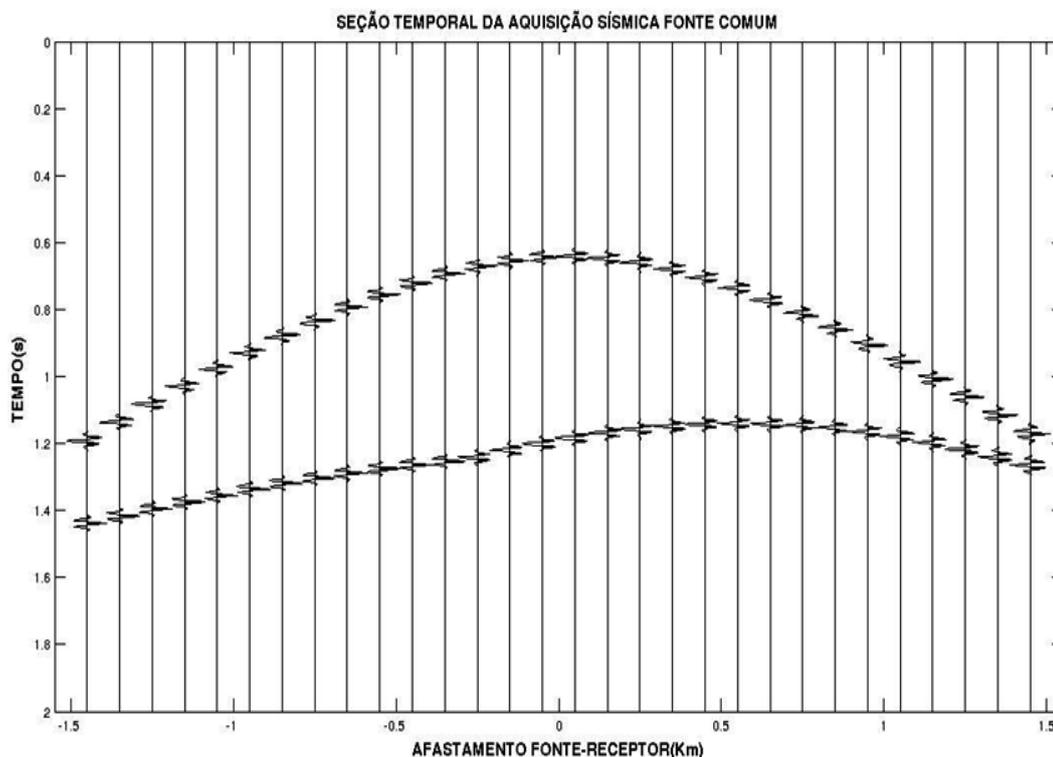
Figura 1 – Arranjo geométrico da aquisição de dados sísmicos fonte-comum (FC), com um arranjo simétrico utilizada na aquisição de dados com ilustração dos raios que partem da fonte chegando no arranjo de receptores. Esse conjunto de dados depende da localização das fontes e receptores.



Fonte: do autor

Na Figura 2 conjunto de traços sísmicos registrados em FC (seção sísmica ou seção temporal FC) são obtidos através dos receptores chamados geofones, quando o registro é terrestre, ou de hidrofones, quando o registro é marinho e são organizados de acordo com o afastamento ou meio afastamento fonte-receptor.

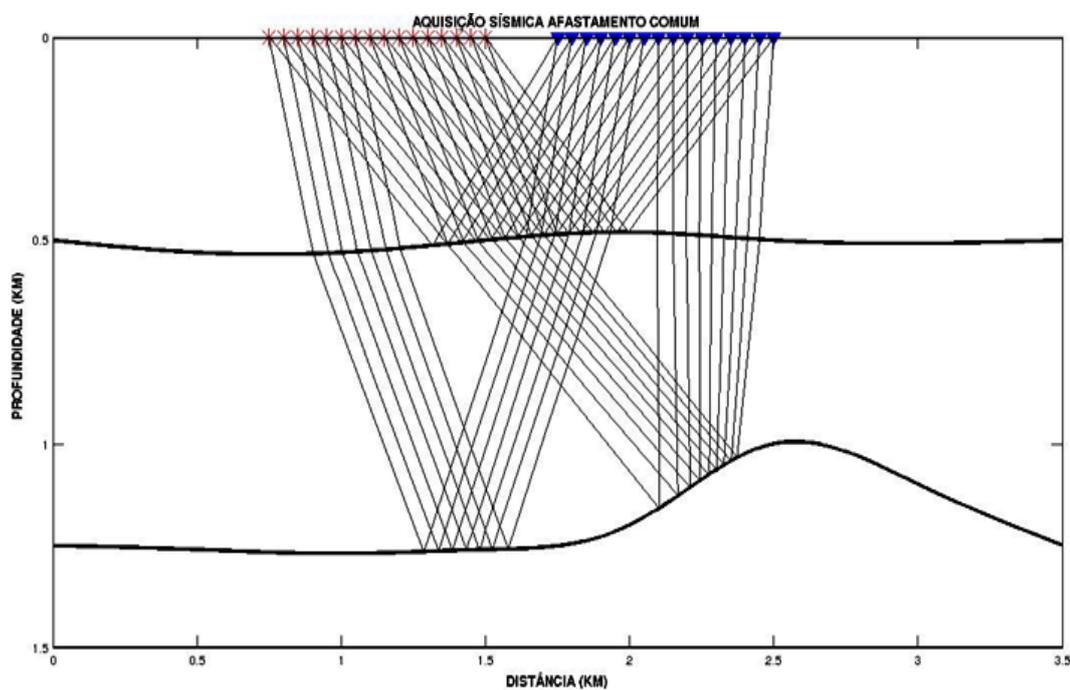
Figura 2 – Seção temporal da aquisição fonte comum com traços organizados em afastamento fonte-receptor.



Fonte: do autor

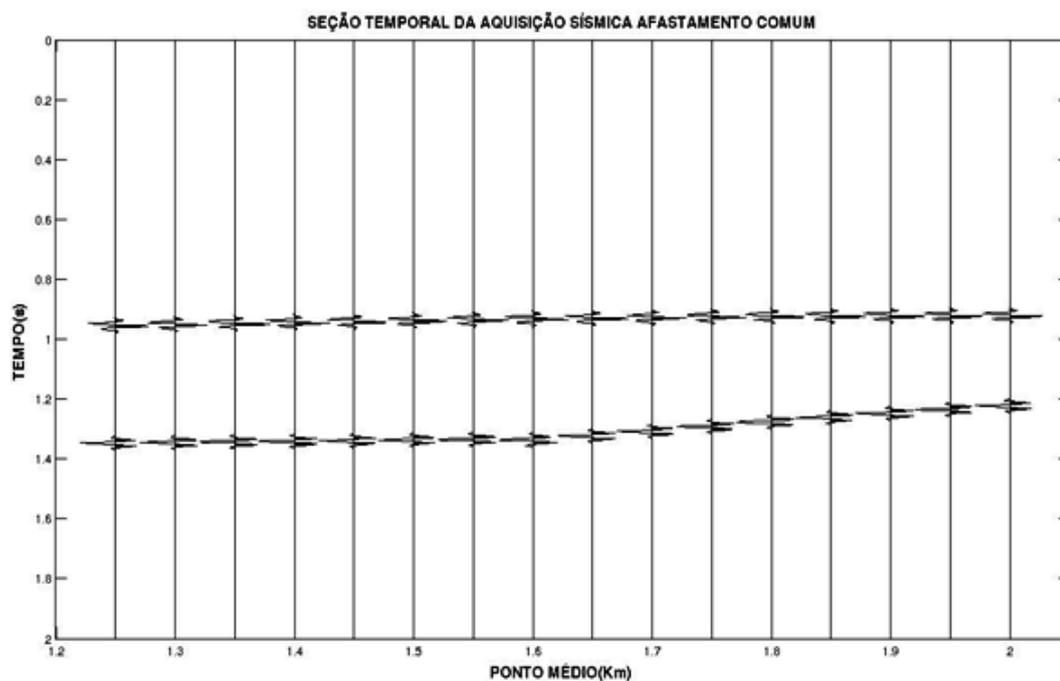
O rearranjo do cubo de dados forma outras seções que podem ser mais convenientes estatisticamente para o processamento dos dados e imageamento da subsuperfície. Uma das formas é a reorganização dos traços em seção afastamento-comum (AC), ou em seção ponto-médio-comum (PMC). A seção AC contém todos os traços com afastamento fixo e organizados pelas coordenadas do ponto-médio, como representado na Figura 3. Na Figura 4 conjunto de traços sísmicos registrados em AC (seção sísmica ou seção temporal AC).

Figura 3 – Configuração AC (afastamento-comum) caracterizada pela distância fonte-receptor constante.



Fonte: do autor

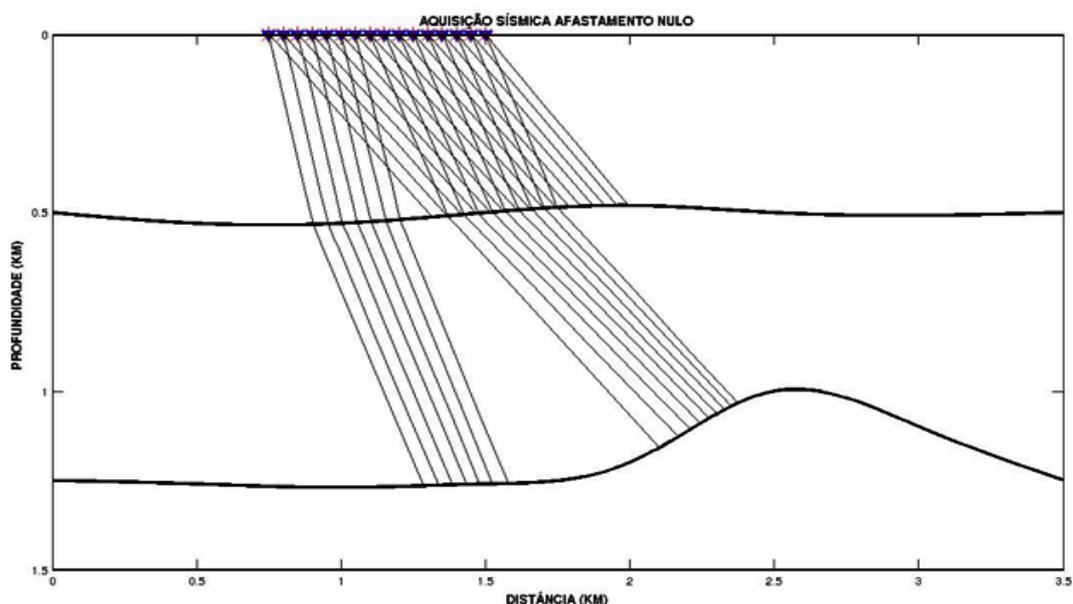
Figura 4 – Seção temporal da aquisição afastamento-comum com traços organizados em ponto médio.



Fonte: do autor

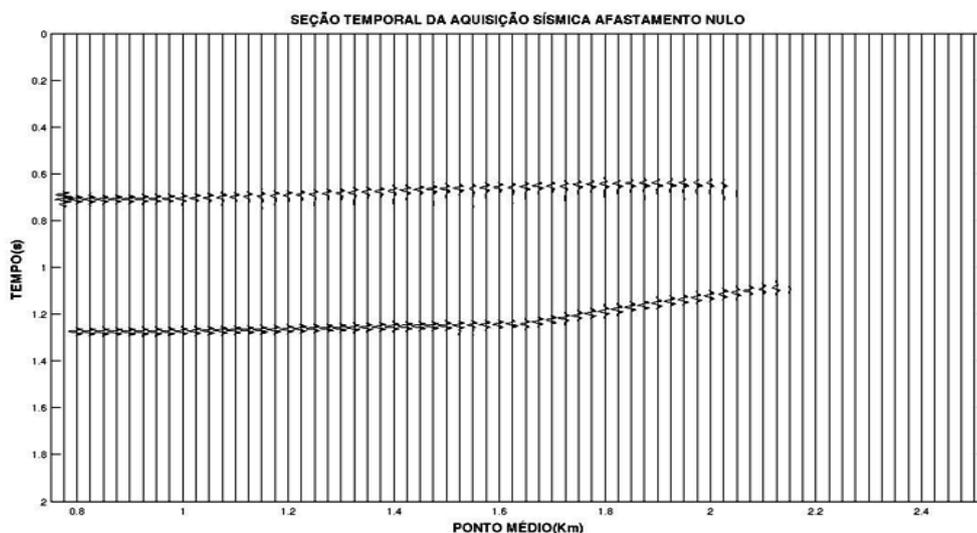
As seções AC e AN são especiais e desejáveis. A seção AN é uma simulação onde fontes e receptores estão coincidentes, afastamento zero. É obtida apenas através de simulação matemática por métodos de empilhamento, e fisicamente não realizável, como mostra a Figura 5. Na Figura 6 conjunto de traços sísmicos registrados em AN (seção sísmica ou seção temporal AN).

Figura 5 – Configuração AN (afastamento-nulo), uma simulação onde fontes e receptores estão coincidentes, afastamento zero.



Fonte: do autor

Figura 6 – Seção temporal da aquisição afastamento-nulo com traços organizados em ponto médio.

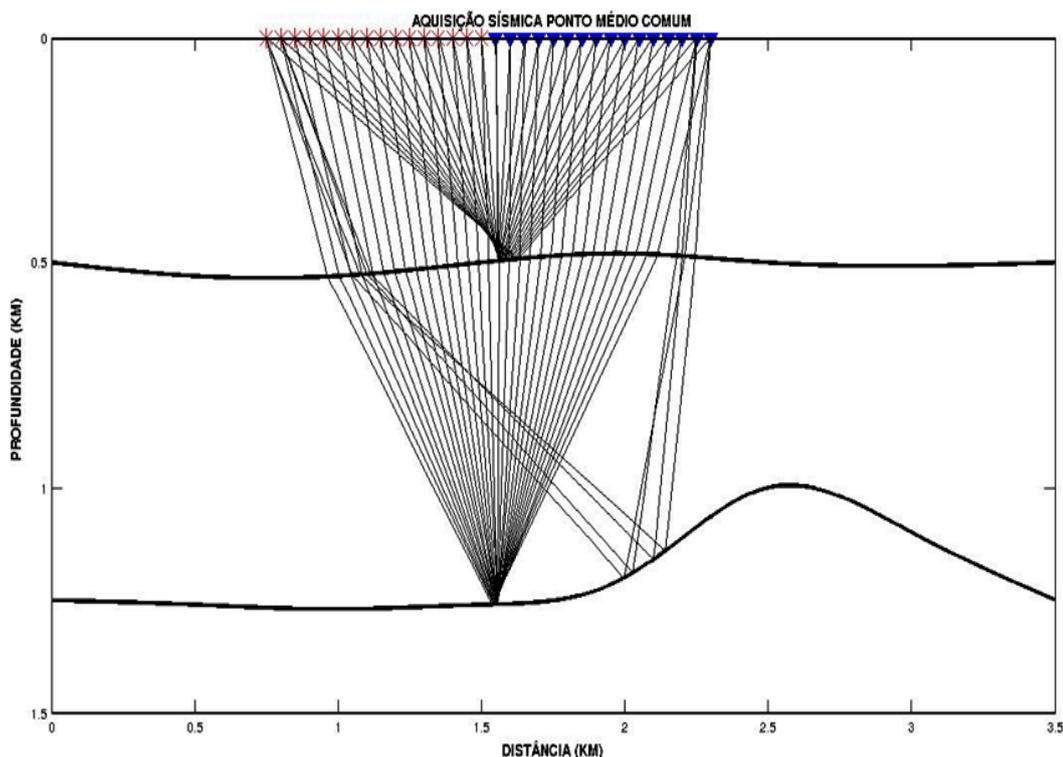


Fonte: do autor

Considerando o tempo-simples, esta seção interpretada como refletor explosivo, está relacionada ao conceito da onda hipotética denominada de Onda Normal (onda N).

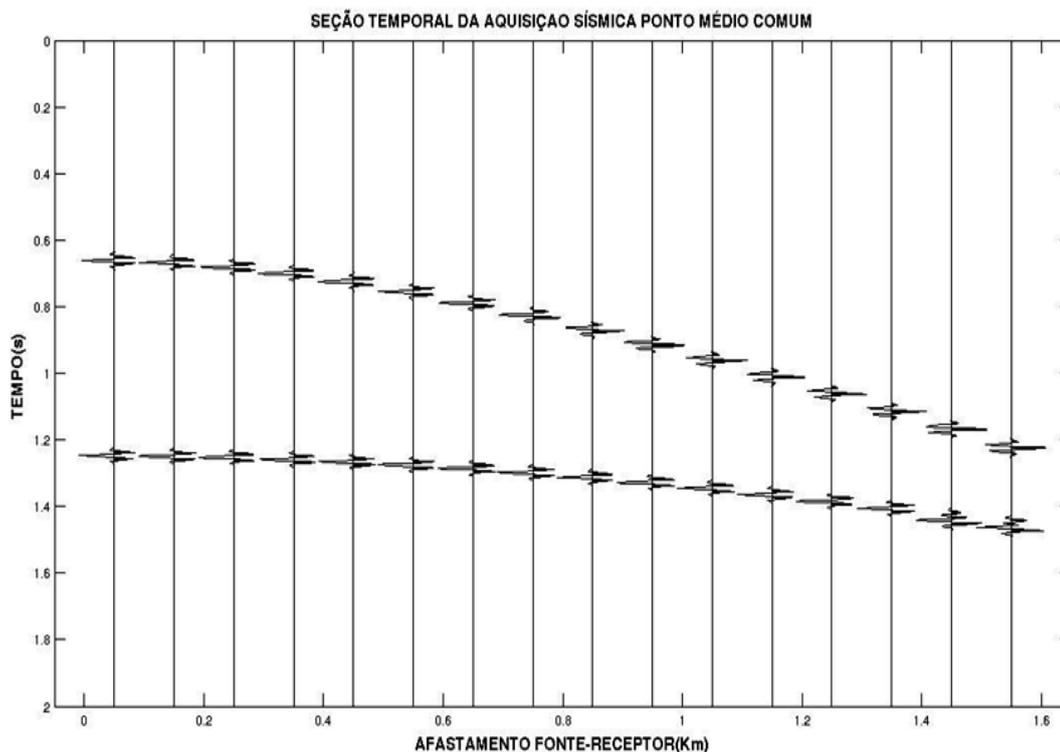
A seção PMC é representada na Figura 7, e é composta por traços laterais à esquerda e/ou a direita do ponto médio entre a fonte e o receptor, e os incrementos laterais de meio- afastamento. Nesta ilustração, a seção PMC coincide com a seção ponto-comum-em- profundidade (PCP) apenas para o caso de interfaces plano-horizontais, uma vez que as coordenadas horizontais do PMC e do PCP seriam coincidentes. No caso dos refletores não horizontais não existe um ponto, mas uma área/segmento de espalhamento da reflexão em subsuperfície (superfície de reflexão comum, SRC). Na Figura 8 conjunto de traços sísmicos registrados em PMC (seção sísmica ou seção temporal PMC).

Figura 7 – Configuração PMC para um refletor plano-inclinado. Neste caso, não existe um PCP para coincidir com o PMC devido à inclinação do refletor, estando a iluminação distribuída numa área (superfície de reflexão comum). Os receptores à direita correspondem às fontes à esquerda, e vice-versa.



Fonte: do autor

Figura 8 – Seção temporal da aquisição ponto médio comum com traços organizados em afastamento fonte-receptor.

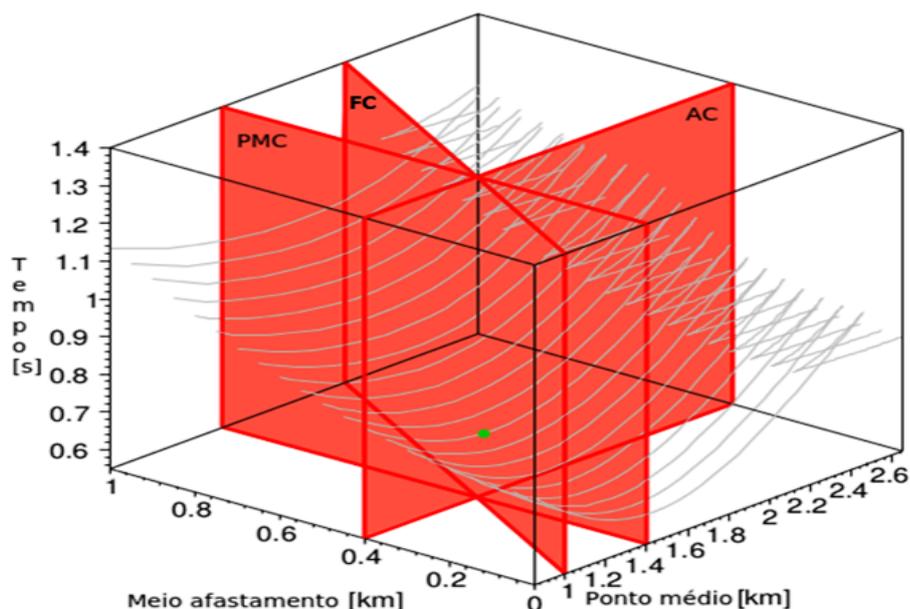


Fonte: do autor

As configurações mencionadas neste texto estão contidas no cubo 3D de dados na Figura 9 que mostra os planos pertencentes às direções das famílias FC, AC e PMC representadas por planos de cor vermelha.

A relação aplicável na seção PMC é que $x_m = \text{constante}$ e $h = \text{constante}$ e é constituída por um painel paralelo ao eixo h no plano (x_m, h) . Na seção AC a relação aplicável é $h = \text{constante}$, sendo constituída por um painel paralelo ao eixo x_m no plano (x_m, h) . O caso especial da seção AN é o plano frontal à direita/esquerda do cubo de dados onde $h = 0$.

Figura 9 – Cubo de dados de multicobertura onde estão marcados os arranjos afastamento-comum (AC), fonte-comum (FC) e ponto-médio-comum (PMC). Este cubo permite a direção dos arranjos possíveis. As relações matemáticas entre as coordenadas são $x_m = (x_G + x_S)/2$ e $h = (x_G - x_S)/2$. Onde x_G é a coordenada do geofone/hidrofone; x_S é a coordenada da fonte; x_m é a coordenada do ponto-médio-comum; h é o meio-afastamento. A representação matemática do conteúdo temporal dos traços é expressa por $t(x_m, h)$, e para amplitude por $u(x_m, h)$.



Fonte: Adaptado de Bergler (2001).

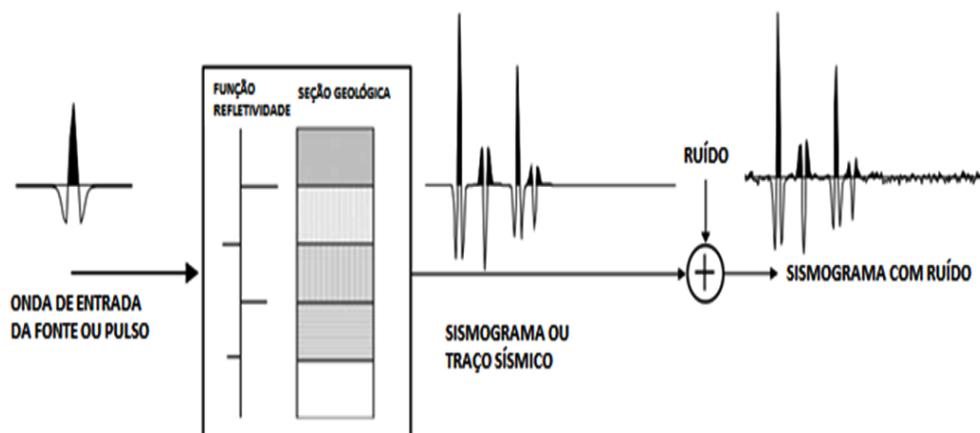
2.2 PROCESSAMENTO

O sinal sísmico gerado pela fonte propaga através das camadas da terra. Parte da energia é refletida, transmitida e perdida devido à atenuação. Na superfície o sinal refletido é gravado pelo receptor. A intensidade do sinal refletido depende do contraste de impedância entre camadas adjacentes.

O traço sísmico representa uma resposta combinada das camadas em subsuperfície e sistema de registro ao pulso sísmico. A coleção de um ou mais traços é denominada sismograma. Assumindo que a forma do pulso se mantém invariável ao propagar através das camadas, o traço sísmico resultante deve ser relacionado como a convolução do impulso de entrada com a série temporal conhecida como função refletividade, cujo é composta por “spikes” (funções delta). Cada “spike” tem amplitude relacionada ao coeficiente de reflexão nas interfaces e ao tempo de trânsito equivalente ao tempo duplo de reflexão da superfície a interface. Mais que isso, a série temporal de reflexão representa a resposta ao impulso das camadas, cujo são basicamente a resposta ao “spike” de entrada. Desde que o pulso sísmico tenha comprimento finito, reflexões individuais das interfaces devem

sobrepor no tempo no sismograma sintético resultante. A Figura 10 representa um típico modelo convolucional.

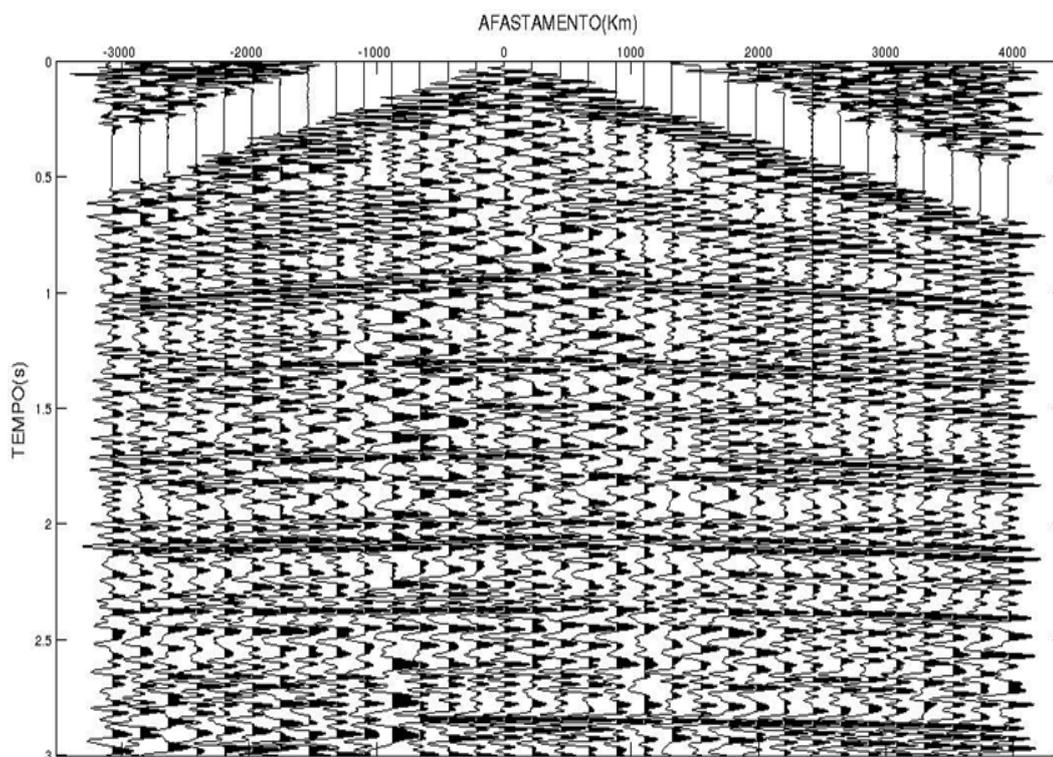
Figura 10 – Modelo convolucional. O pulso sísmico é convolvido com a função refletividade resultando em um traço sísmico. Os coeficientes de reflexão estão relacionados à seção geológica através dos coeficientes de reflexão das interfaces e ao duplo tempo de trânsito.



Fonte: Adaptado de Mousa e Al-Shuhail (2009)

Devido a muitos fatores, ondas indesejáveis como ondas de superfície, corrompem o registro sísmico com ruído, energia indesejada. Esta energia indesejada inclui ruído aleatório e incoerente tais como sinais do instrumento e ruído coerente como o “ground roll”. A Figura 11 mostra um exemplo típico da seção sísmica com ruído.

Figura 11 – Exemplo típico para uma seção sísmica. O eixo horizontal representa o afastamento da fonte para cada receptor em relação ao eixo vertical representando o tempo de trânsito duplo. Claramente, essa seção contém vários tipos de ruído.



Fonte: Adaptado de Mousa e Al-Shuhail (2009)

Como consequência dos efeitos do ruído, os traços sísmicos têm aparência complexa e os eventos de reflexão geralmente não são reconhecidos sem a aplicação de técnicas de processamento. O objetivo do processamento de dados sísmicos é atenuar o ruído, determinar o pulso de entrada e remove-lo para a seção sísmica resultar na função refletividade, que ultimamente permite a determinação das impedâncias acústicas (ou propriedades relacionadas) das camadas em subsuperfície.

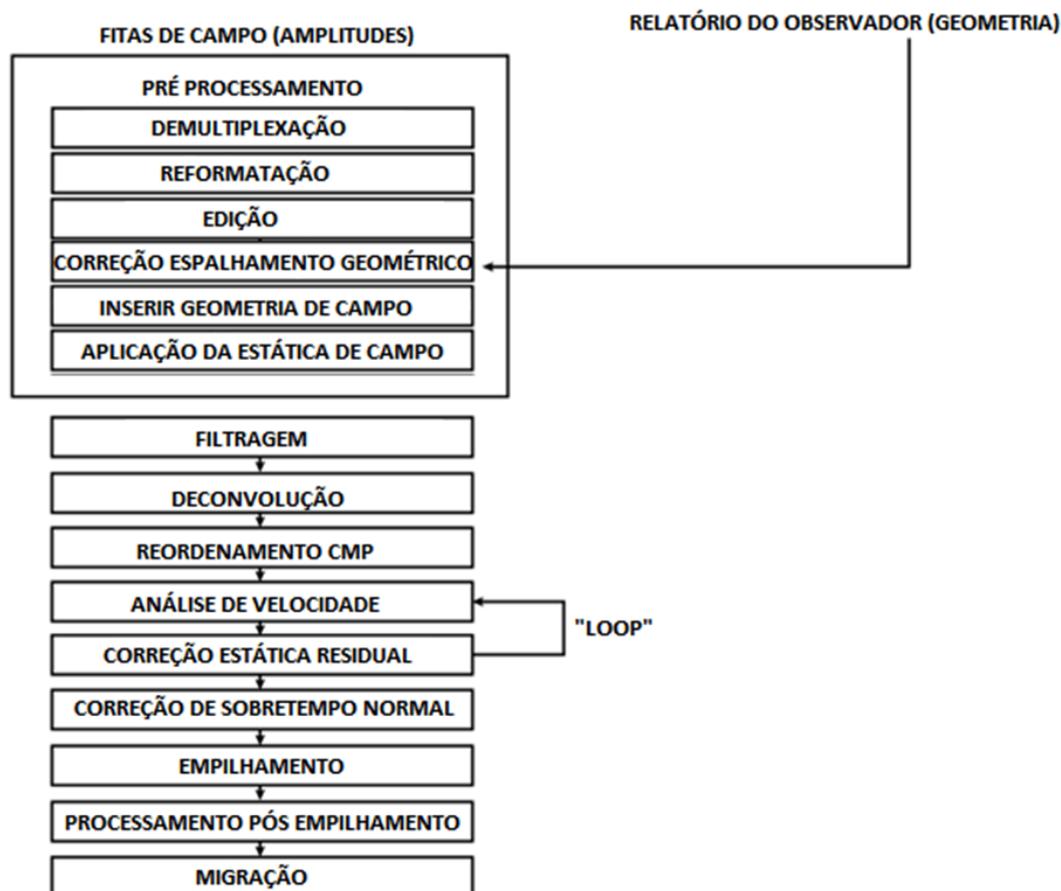
Em geral, os principais objetivos do processamento sísmico são melhorar a resolução sísmica e aumentar a razão sinal-ruído do dado. Esses objetivos são atingidos através de três estágios primários. Na sua ordem usual de aplicação, eles são:

1. A deconvolução aumenta a resolução vertical;
2. O empilhamento aumenta a razão sinal-ruído;
3. A migração aumenta a resolução horizontal.

Em adição aos estágios primários, processos secundários devem ser implementados em certos estágios para condicionar o dado e melhorar o desempenho dos três processos

primários. A Figura 12 mostra um fluxo convencional de processamento sísmico.

Figura 12 – Fluxo convencional de processamento sísmico.



Fonte: Adaptado de Mousa e Al-Shuhail (2009)

1. Pré-processamento: Este processo envolve passos para condiciona e preparar o dado para o controle de qualidade e processamento, incluindo:

- Demultiplexação;
- Reformatação;
- Edição de traços;
- Aplicação de ganho;
- Inserção da geometria do levantamento no dado;
- Aplicação da correção estática.

2. Filtragem: é usada para atenuar componentes do sinal sísmico baseada em propriedades mensuráveis. Desde que nosso dado sísmico terrestre contenha ruído “ground roll”, nós

simplesmente podemos aplicar filtros de frequência linear para atenuar os seus efeitos.

3. Deconvolução: é realizada ao longo do eixo do tempo para aumentar a resolução vertical pela compressão do pulso fonte para aproximadamente um “spike” e atenuando ruído e energia coerente indesejável.

4. Reordenamento CMP: transforma o dado de coordenadas fonte-receptor (Fonte Comum-FC) para coordenadas de ponto médio comum (Ponto Médio Comum-PMC) utilizando as informações da geometria da aquisição.

5. Análise de velocidade: é realizada em famílias de PMC para estimar as velocidades de empilhamento, média quadrática, ou de sobretempo normal para cada refletor. As velocidades são interpoladas entre as famílias PMC que não foram analisadas.

6. Correção estática residual: é usualmente necessária para dados terrestres. Essa corrige as variações laterais de velocidade e espessura da camada de intemperismo.

7. Correção de sobretempo normal e silenciamento: é basicamente uma forma de corrigir as diferenças de tempo que ocorrem devido ao afastamento fonte-receptor. As velocidades de empilhamento são usadas para horizontalizar as reflexões em cada família de PMC (correção de sobretempo normal). O silenciamento zera partes dos traços corrigidos de sobretempo normal que foram excessivamente estirados devido à correção de sobretempo normal.

8. Empilhamento: Os traços corrigidos de sobretempo normal e silenciados para cada família PMC são somados produzindo um único traço. Empilhar M traços na família PMC aumenta a razão sinal-ruído dessa família PMC em \sqrt{M} .

9. O processamento pós-empilhamento: inclui filtragem banda-passante, tempo-variante, filtragem de mergulho, e outros processos para melhorar a seção empilhada.

10. Migração: Reflexões mergulhantes são reposicionadas em suas verdadeiras posições em subsuperfície e difrações são colapsadas pela migração na seção empilhada.

Nos últimos anos, novas técnicas de empilhamento têm sido estabelecidas. Essas produzem resultados de empilhamento melhor do que o método convencional PMC. Um desses métodos é o empilhamento Superfície de Reflexão Comum (SRC). Por tomar em conta a curvatura local das interfaces, a aproximação de tempo de trânsito de empilhamento SRC não só adequa as reflexões registradas melhor do que as aproximações de tempo de trânsito dos métodos convencionais, essa aproximação de tempo de trânsito é independente do modelo de velocidade. Mesmo para um meio heterogêneo não há a necessidade de um modelo de velocidade adequado para aplicar o empilhamento SRC.

O empilhamento para afastamento comum (AC) é realizado analogamente ao empilhamento afastamento nulo (AN), mas para um ponto na família AC. Isso significa que o empilhamento superfície de reflexão comum para afastamento finito (SRC-AF) aproxima os eventos na vizinhança de um ponto no espaço ($x_m - h - t$) para um afastamento fixo. Somando eventos correlacionados ao longo da aproximação de tempo de trânsito de soma para todos os pontos escolhidos e atribuindo o resultado para o respectivo ponto com AC,

a seção AC produz uma seção empilhada AC.

Este trabalho mostra que a técnica de empilhamento (SRC-AF) apresenta bons resultados para interpolar e regularizar seções temporais, melhorando a qualidade dos dados 2D pré-empilhados, onde cada traço da interpolação é resultante da soma ao longo da aproximação de tempo de trânsito SRC-AF. As seções sísmicas, ou seções temporais, e a aproximação de tempo de trânsito de empilhamento SRC-AF são derivados e calculados através da teoria paraxial de raios.

3 TEORIA PARAXIAL DE RAIOS

Neste capítulo, fazemos o desenvolvimento detalhado da equação do tempo de trânsito paraxial utilizando a Teoria do Raio Paraxial para um sistema sísmico. A derivação do tempo de trânsito paraxial tem como objetivo chegarmos à aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito para raios paraxiais na vizinhança de um raio central refletido com afastamento fonte-receptor finito em função de cinco parâmetros ou atributos de frentes de onda. Também neste capítulo são apresentados experimentos que explicam a propagação das frentes de ondas hipotéticas, as quais pertencem aos atributos de frentes de onda. Por fim, a aproximação hiperbólica dos tempos para raios refletidos.

3.1 TEORIA GEOMÉTRICA DO RAIOS

Nas seguintes considerações, suponhamos um meio 2D composto por camadas homogêneas e isotrópicas separadas por interfaces suavemente curvadas. Neste meio denominado de sistema sísmico os raios que partem de uma superfície, onde estão localizadas as fontes, é denominado de superfície anterior e os que atingem uma superfície inferior a esta, onde estão localizados os receptores, é denominada superfície posterior, como mostra a Figura 13. O raio SG que parte do ponto fonte S que atravessa o sistema sísmico e emerge no receptor G é denominado raio central. Próximo ao raio central SG , temos o raio formado pelo ponto fonte \bar{S} e o receptor \bar{G} que juntos dão origem ao raio $\bar{S}\bar{G}$ denominado raio paraxial.

Para descrever a trajetória desses raios, introduzimos dois sistemas de coordenadas localmente definidos (Figura 13). O primeiro sistema de coordenada cartesiana bidimensional (x, z) com sua origem em 0 é escolhido de tal maneira que o eixo x é tangente à superfície anterior passando pelo ponto fonte S e o eixo z perpendicular ao eixo x . O segundo sistema de coordenada (x', z') com sua origem em $0'$ tem o eixo x' tangente à superfície posterior passando pelo receptor G . As quantidades medidas no sistema de coordenada (x, z) que não estão primados se referem à superfície anterior, enquanto os sistemas de coordenada (x', z') uma vez primados correspondem à superfície posterior.

O raio central SG é definido pelos vetores posição e vagarosidade no ponto fonte S e no receptor G . Da mesma maneira, o raio paraxial $\bar{S}\bar{G}$ é definido na superfície anterior em \bar{S} e na superfície posterior em \bar{G} . Para o raio central é conhecido o vetor posição \mathbf{x}_S e o vetor vagarosidade \mathbf{p}_S em S e o vetor posição \mathbf{x}'_G e o vetor vagarosidade \mathbf{p}'_G em G . De maneira similar, o raio paraxial $\bar{S}\bar{G}$ em \bar{S} é determinado por $\bar{\mathbf{x}}_S$ e $\bar{\mathbf{p}}_S$ em \bar{S} e por $\bar{\mathbf{x}}'_G$ e $\bar{\mathbf{p}}'_G$ em \bar{G} .

Este vetor vagarosidade do raio paraxial no ponto inicial é definido como v^{-1} vezes

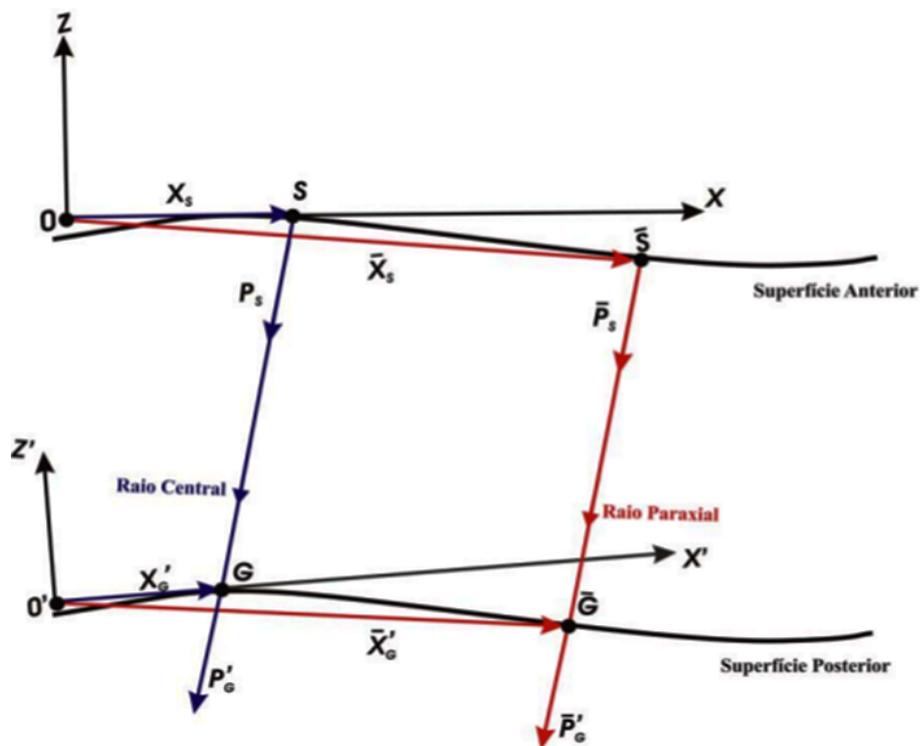
o vetor unitário na direção inicial do mesmo, onde v é a velocidade no ponto inicial. Conhecendo-se as duas superfícies (anterior e posterior) e as velocidades v_S e v_G nos pontos S e G , respectivamente, é possível reduzir os vetores posição e vagarosidade para seus valores escalares. Posteriormente, estes vetores podem ser reconstruídos a partir dos seus correspondentes valores escalares.

Os componentes escalares dos vetores posição \mathbf{x}_S , $\overline{\mathbf{x}}_S$, \mathbf{x}'_G , $\overline{\mathbf{x}}'_G$ e dos vetores vagarosidade \mathbf{p}_S e \mathbf{p}'_S podem ser obtidos por uma projeção direta na direção z sobre o eixo x (Figura 13). No caso dos vetores vagarosidade $\overline{\mathbf{p}}_S$ e $\overline{\mathbf{p}}'_G$. O componente escalar pode ser obtido por meio de uma projeção em cascata.

Na Figura 14, observa-se que o vetor vagarosidade $\overline{\mathbf{p}}_S$ é projetado na tangente à superfície anterior passando pelo ponto \overline{S} . O vetor resultante é projetado na tangente à superfície anterior passando pelo ponto S que coincide com o eixo x do sistema de coordenada cartesiana (x, z) . De forma análoga pode ser obtido o componente escalar do $\overline{\mathbf{p}}'_G$.

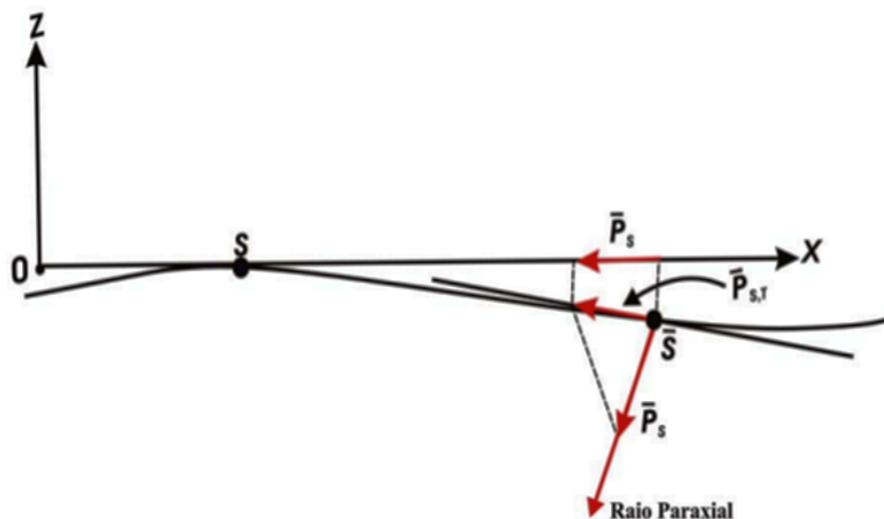
Presumindo o raio central SG conhecido, pode-se calcular aproximadamente qualquer raio paraxial \overline{SG} usando a teoria paraxial do raio. Os parâmetros que descrevem o raio paraxial com relação ao raio central conhecido são a distância e a diferença (desvio) do vetor vagarosidade com relação ao raio central. Segundo a teoria paraxial do raio, os valores destes parâmetros na superfície anterior são linearmente dependentes sobre os seus similares na superfície posterior.

Figura 13 – Meio isotrópico homogêneo, 2-D, com interfaces suaves. O raio central (cor azul) passa através deste meio iniciando na superfície anterior no ponto S e emergindo no ponto G . O raio paraxial (cor vermelha) está na vizinhança do raio central, iniciando no ponto \bar{S} e emergindo no ponto \bar{G} .



Fonte: Adaptado de Bergler (2001)

Figura 14 – Construção das projeções do vetor vagarosidade \bar{p}_s : O vetor vagarosidade \bar{p}_s é primeiramente projetado na tangente à superfície anterior no ponto \bar{S} . Depois disso, o vetor resultante é projetado na tangente à superfície anterior no ponto S .



Fonte: Adaptado de Bergler (2001)

3.2 MATRIZ PROPAGADORA DO RAI0

Presumindo um raio central conhecido (seja ele transmitido ou refletido) por meio da teoria paraxial do raio, pode ser descrito aproximadamente qualquer raio paraxial \overline{SG} na vizinhança do raio central.

Segundo o formalismo de Bortfeld (1989), para a representação da propagação, em 2D, o raio central e todos os raios paraxiais a este podem ser descritos por meio da matriz propagador

$$\underline{T} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

onde A , B , C e D são quantidades escalares que caracterizam o raio central (BORTFELD, 1989). A matriz propagadora \underline{T} fixa uma relação linear entre os pares de vetores $(\Delta x'_G, \Delta p'_G)^T$ e $(\Delta x_S, \Delta p_S)^T$. Esses pares de vetores descrevem completamente o raio paraxial no ponto inicial \overline{S} sobre a superfície anterior e no ponto final \overline{G} sobre a superfície posterior. A relação linear pode ser expressa na seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \Delta x'_G \\ \Delta p'_G \end{pmatrix} = \underline{T} \begin{pmatrix} \Delta x_S \\ \Delta p_S \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Da mesma forma podemos expressar como

$$\begin{aligned} \Delta x'_G &= A\Delta x_S + B\Delta p_S \\ \Delta p'_G &= C\Delta x_S + D\Delta p_S \end{aligned}, \quad (3.3)$$

sendo

$$\Delta x_S = \overline{x_S} - x_S \quad \text{e} \quad \Delta x'_G = \overline{x'_G} - x'_G, \quad (3.4)$$

os deslocamentos da fonte paraxial \overline{S} e receptor paraxial \overline{G} ao longo do eixo x e x' com relação a fonte S e o receptor G do raio central. De forma similar

$$\Delta p_S = \overline{p_S} - p_S \quad \text{e} \quad \Delta p'_G = \overline{p'_G} - p'_G, \quad (3.5)$$

são os deslocamentos das componentes horizontais do vetor vagarosidade do raio paraxial com relação ao raio central.

Utilizando as equações (3.3) e (3.5) chegamos à seguinte relação

$$\begin{aligned} \Delta x'_G &= A\Delta x_S + B\Delta p_S \Rightarrow \Delta x'_G = A\Delta x_S + B(\overline{p_S} - p_S) \\ \overline{p_S} &= p_S + B^{-1}\Delta x'_G - B^{-1}A\Delta x_S \end{aligned} \quad (3.6a)$$

$$\begin{aligned} \Delta p'_G &= C\Delta x_S + D\Delta p_S \Rightarrow \overline{p'_G} - p'_G = C\Delta x_S + D\Delta p_S \\ \overline{p'_G} &= p'_G + C\Delta x_S + DB^{-1}\Delta x'_G - DB^{-1}A\Delta x_S. \end{aligned} \quad (3.6b)$$

3.3 PROPRIEDADES DAS MATRIZES PROPAGADORA DO RAI0

3.3.1 Propriedade da Simplecticidade da Matriz T

Esta propriedade é considerada uma propriedade global elementar do sistema sísmico (BORTFELD, 1989), e é aplicada na obtenção das aproximações dos tempos de trânsito de raios paraxiais (BORTFELD, 1989; HUBRAL; SCHEICHER; TYGEL, 1992a), zona de Fresnel (HUBRAL; SCHEICHER; TYGEL, 1992a; HUBRAL et al., 1993) e etc. Esta propriedade determina que o inverso da matriz propagadora T pode ser escrita como:

$$\underline{T}^{-1} = \begin{pmatrix} A & B^{-1} \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

onde

$$\underline{T}\underline{T}^{-1} = I \quad \text{e} \quad \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Assim, satisfazendo a relação (3.8) as matrizes propagadoras estabelecem propriedades da Simplecticidade expressas pelas seguintes equações:

$$CD - DC = 0 \quad (3.9)$$

$$BA - AB = 0 \quad (3.10)$$

$$AD - BC = 1 \quad (3.11)$$

$$BA - CB = 1 \quad (3.12)$$

Implicando que \underline{T} possui três valores independentes.

3.3.2 Regra da Cadeia

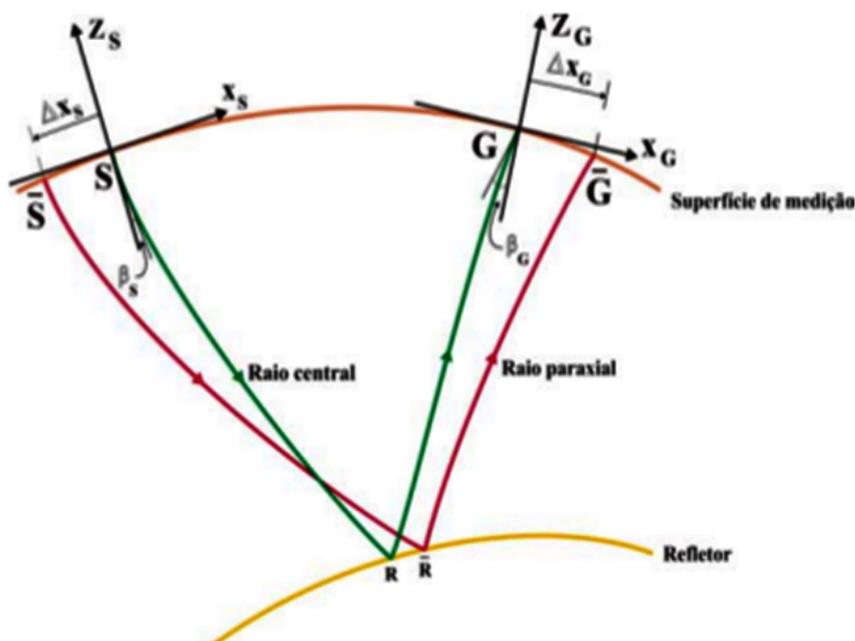
Para a aplicação das matrizes propagadoras em problemas sísmicos de reflexão, é necessário definir uma propriedade fundamental denominada regra da cadeia, esta regra estabelece que para qualquer ponto R propagadora ao longo do raio central SG (Figura 15) a matriz propagadora T satisfaz a seguinte equação:

$$\underline{T}(G, S) = \underline{T}(G, R)\underline{T}(R, S). \quad (3.13)$$

Onde $\underline{T}(R, S)$, denota a matriz propagadora do primeiro ramo de raio SR e $\underline{T}(G, R)$ do segundo ramo de raio RG , as quais constrói o raio central SRG .

A equação (3.13) é válida para todas as posições do ponto R , não importando se o ponto R está localizado precisamente sobre uma interface refletora ou transmissora, ou até mesmo em uma interface fictícia introduzida arbitrariamente, podendo ou não coincidir com as interfaces refletora e transmissora.

Figura 15 – Modelo bidimensional para uma superfície de medição encurvada, contendo o raio central SRG e paraxial \overline{SRG} , onde o ponto inicial S é a origem do eixo local x_S e o ponto final G é a origem do eixo local x_G , sendo ambos tangentes a superfície de medição na fonte S e no receptor G .



Fonte: Modificado de Chira et al. (2003).

3.4 DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO PARAXIAL

A propagação de um raio arbitrário ao longo de um sistema sísmico pode ser encarada a partir dos conceitos da óptica geométrica, onde através das leis da reflexão e refração de um raio de luz pode ser interpretado pelo princípio de Fermat.

Fermat formulou seu princípio da seguinte forma: “A trajetória seguida por um raio luminoso entre dois pontos é aquela que é percorrida no menor intervalo de tempo possível”.

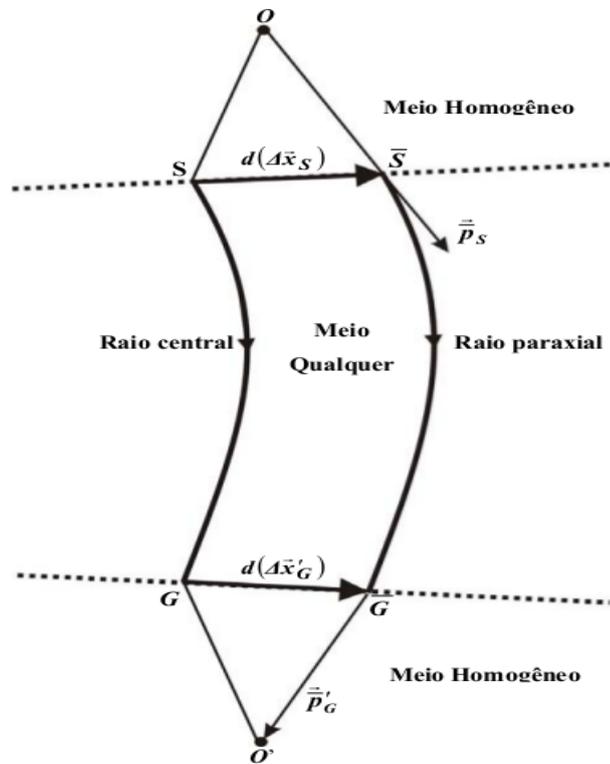
Para nossa situação em que consideramos um sistema sísmico, conforme a Figura 16, o princípio de Fermat pode ser aplicado primeiramente à análise de refração, onde se pretende minimizar o tempo t que o raio arbitrário demora a se propagar do ponto O até o ponto O' . Assim, para derivar uma expressão do tempo de percurso ou tempo

de trânsito $t(\bar{S}, \bar{G})$ ao longo do raio paraxial $\bar{S}\bar{G}$ na vizinhança do raio central escolhido, usamos a seguinte equação cinemática:

$$\bar{\mathbf{p}}_S \cdot d(\Delta \mathbf{x}_S) = dt. \quad (3.14)$$

Onde dt é a diferença do tempo mínimo entre os pontos inicial O e final O' , $\bar{\mathbf{p}}_S$ é o vetor vagarosidade do raio paraxial a partir do ponto S e $d(\Delta \mathbf{x}_S)$ o vetor deslocamento ao longo do segmento $\bar{S}\bar{S}$ originado de uma pequena perturbação do meio, quando o raio parte do ponto O (meio homogêneo) para os pontos S e \bar{S} atravessando um meio qualquer.

Figura 16 – Raio arbitrário se propagando ao longo de um sistema sísmico. Partindo do ponto O (meio homogêneo), atravessando um meio qualquer até o ponto O' (meio homogêneo).



Fonte: Adaptado de Bergler (2001)

A equação (3.14) estabelece a diferença no tempo da trajetória entre esses dois raios SG e $\bar{S}\bar{G}$. No meio homogêneo da Figura 16 os dois pontos O e O' podem ser localizados a uma distância suficientemente pequena de \bar{S} e \bar{G} , respectivamente. Com estas condições de homogeneidade, o raio que parte do ponto O chega até ao ponto \bar{S} com o mesmo vetor vagarosidade.

Consideremos os tempos de trânsito $t(O, O')$ (ao longo percurso $O\bar{S}\bar{G}O'$) e $t_1(O, O')$ (ao longo percurso $OSGO'$) e aplicando o princípio de Fermat dos tempos mínimos, temos:

$$t(O, O') = t(O, S) + t(S, G) + t(G, O'), \quad (3.15)$$

$$t_1(O, O') = t(O, \bar{S}) + t(\bar{S}, \bar{G}) + t(\bar{G}, O'). \quad (3.16)$$

Através da equação (3.14) realizamos a diferença dos tempos de trânsito mínimo entre t_1 referente ao raio paraxial e t referente ao raio central.

$$t_1(A, A') - t(A, A') = \overbrace{t_1(A, \bar{S}) - t_1(A, S)}^{\bar{\mathbf{p}}_S \cdot d(\Delta \mathbf{x}_S)} + t_1(\bar{S}, \bar{G}) - t(S, G) + \overbrace{t_1(\bar{G}, A') - t_1(G, A')}^{-\bar{\mathbf{p}}_G \cdot d(\Delta \mathbf{x}_G)}. \quad (3.17)$$

O princípio de Fermat diz que a propagação do raio, entre dois pontos distintos, ao longo da trajetória para a qual o percurso total tem um comportamento estacionário relativamente a variações dessa trajetória. Por outras palavras, em primeira aproximação, o percurso ao longo da trajetória efetivamente seguida não difere do percurso ao longo das trajetórias vizinhas ou trajetórias paraxiais. Assim, em primeira aproximação, podemos admitir que a propagação do raio entre os dois pontos O e O' possui um comportamento estacionário, logo a diferença $t_1(O, O') - t(O, O')$ é nula. Deste modo a equação (3.17) se reduz a:

$$t_1(\bar{S}, \bar{G}) - t(S, G) = \bar{\mathbf{p}}'_G \cdot d(\Delta \mathbf{x}'_S) - \bar{\mathbf{p}}_S \cdot d(\Delta \mathbf{x}_S), \quad (3.18)$$

sendo $\bar{\mathbf{p}}_S = \bar{\mathbf{p}}(\bar{S})$ e $\bar{\mathbf{p}}'_G = \bar{\mathbf{p}}(\bar{G})$ os vetores vagarosidade em \bar{S} e \bar{G} , respectivamente.

A diferença dos tempos de trânsito mínimos $t_1(\bar{S}, \bar{G}) - t(S, G)$ que acabamos de obter é a equação de Hamilton na forma vetorial, mais especificamente dada por:

$$dt = t_1(\bar{S}, \bar{G}) - t(S, G) = \bar{\mathbf{p}}'_G \cdot d(\Delta \mathbf{x}'_S) - \bar{\mathbf{p}}_S \cdot d(\Delta \mathbf{x}_S). \quad (3.19)$$

Para obter a equação de Hamilton na forma escalar é realizada a segunda aproximação, em que os termos vetoriais $\bar{\mathbf{p}}_S$, $\bar{\mathbf{p}}'_G$, $d(\Delta \mathbf{x}_S)$ e $d(\Delta \mathbf{x}_G)$ são convertidos através de uma transformação linear em termos escalares (Apêndice A). Assim a equação de Hamilton toma a seguinte forma escalar:

$$dt = \bar{p}'_G d(\Delta x'_G) - \bar{p}_S d(\Delta x_S). \quad (3.20)$$

Agora o nosso próximo passo é substituir as equações (3.6) na equação (3.20). Assim temos

$$dt = [p'_G + \Delta x_S (C - DB^{-1}A) + DB^{-1}\Delta x'_G] d(\Delta x'_G) - [p_S + B^{-1}\Delta x'_G - B^{-1}A\Delta x_S] d(\Delta x_S). \quad (3.21)$$

Com o uso da Propriedade da Simplecticidade e sabendo que p'_G , p_S , A , B , C e D são escalares constantes e Δp_S e $\Delta x'_G$ as variáveis de integração, podemos aplicar integrais em ambos os membros da equação (3.21) (Apêndice B). Assim, finalmente, obtemos a equação do tempo de trânsito ao longo do raio paraxial $\bar{S}\bar{G}$ na vizinhança de um raio central SG com tempo de trânsito $t_{SG} = t_0$:

$$t(\Delta x_S, \Delta x_G) = t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S - \Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G. \quad (3.22)$$

Esta expressão do tempo de trânsito é conhecida como tempo de trânsito parabólico.

3.4.1 Aproximação Hiperbólica dos Tempos de Trânsito

Através da equação (3.22), Ursin (1982), mostrou que os tempos de trânsito, devido esta forma Scheicher, Tygel e Hubral (1993) denominam esta equação de aproximação parabólica dos tempos de trânsito. Bortfeld (1989) deriva esta equação para um sistema sísmico, onde considera este sistema constituído por uma pilha de camadas isotrópicas e homogêneas com interfaces suaves. Hubral, Scheicher e Tygel (1992b) vão mais além, generalizam a equação para um meio lateralmente não-homogêneo. Ursin (1982) mostrou que os tempos de trânsito das reflexões se ajustam melhor por funções de tempo hiperbólicas do que parabólicas.

Considerando o quadrado dos tempos de trânsito da equação (3.22) e negligenciando os termos superiores de segunda ordem, obtemos o tempo de trânsito nesta aproximação (Apêndice C)

$$T^2(\Delta x_S, \Delta x'_G) = [t_0 + p_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S]^2 + 2t_0 \left[-x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \right]. \quad (3.23)$$

A equação (3.23) representa a aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito (de reflexão).

3.5 COORDENADAS DA LINHA SÍSMICA DE MEDIÇÃO

Considere o experimento de reflexão sísmica descrito na Figura 17. Fontes e receptores são colocados em uma linha sobre a superfície de medição plana. Esta linha é chamada de linha sísmica, que coincide com o eixo x do sistema de coordenada cartesiana.

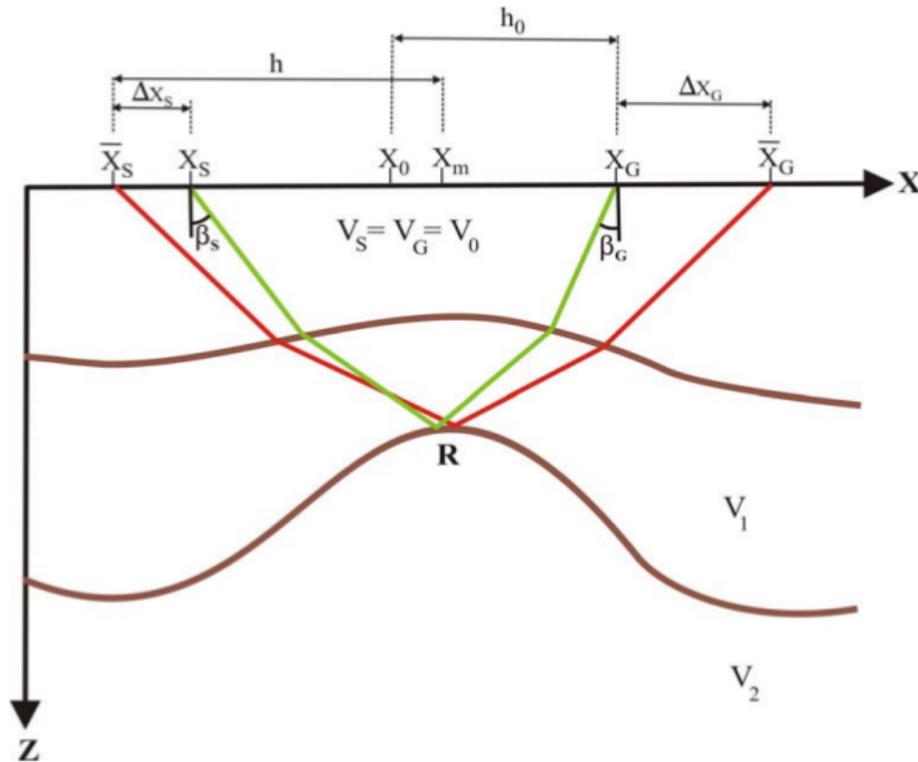
Sobre a superfície de medição plana é comum uso das coordenadas ponto-médio-comum x_m e meio afastamento h . Estas coordenadas são definidas como:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{1}{2}(x_G + x_S) \\ h_0 = \frac{1}{2}(x_G - x_S) \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x_m = \frac{1}{2}(\overline{x}_G + \overline{x}_S) \\ h = \frac{1}{2}(\overline{x}_G - \overline{x}_S) \end{cases}. \quad (3.24)$$

Sendo x_0 o ponto médio e h_0 o meio afastamento referente ao raio central. As coordenadas da fonte e do receptor do raio central são denotadas por x_S e x_G , respectivamente. O ponto médio x_m e o meio afastamento h correspondem ao raio paraxial com afastamento arbitrário, cujas coordenadas da fonte e do receptor são denotadas por \overline{x}_S e \overline{x}_G , respectivamente. Os deslocamentos do ponto-médio-comum x_m e do meio afastamento h com respeito ao raio central são:

$$\Delta x_m = x_m - x_0 \quad \text{e} \quad \Delta h = h - h_0. \quad (3.25)$$

Figura 17 – Modelo 2-D composto por três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves, onde x_S e x_G denotam as coordenadas da fonte e do receptor do raio central (cor verde) com x_0 e h_0 denotando as coordenadas ponto médio e meio afastamento deste raio. \bar{x}_S e \bar{x}_G denotam as coordenadas da fonte e do receptor do raio paraxial (cor vermelha) com x_m e h denotando as coordenadas ponto médio e meio afastamento entre eles. Os ângulos β_S e β_G denotam, respectivamente, o ângulo com a normal à superfície do raio central na fonte e no receptor em relação a normal da superfície de medição.



Fonte: Modificado de Garabito, Chira e Cruz (2011)

Usando as relações $\Delta x_G = (\bar{x}_G - x_G)$, $\Delta x_S = (\bar{x}_S - x_S)$ e (3.25), é fácil verificar que esses deslocamentos podem ser escritas da seguinte forma:

$$\Delta x_m = \frac{1}{2}(\Delta x_G + \Delta x_S) \quad \text{e} \quad \Delta h = \frac{1}{2}(\Delta x_G - \Delta x_S). \quad (3.26)$$

As quantidades Δx_S e Δx_G já conhecidas, podem ser escritas como,

$$\Delta x_S = \Delta x_m - \Delta h \quad \text{e} \quad \Delta x_G = \Delta x_m + \Delta h. \quad (3.27)$$

A velocidade no ponto onde se origina o raio central é denotada por v_S e a velocidade no ponto de emergência do mesmo é denotada por v_G . Sendo constante a velocidade da primeira camada, isto implica que $v_S = v_G = v_0$.

Os ângulos β_S e β_G são, respectivamente, os ângulos de partida e emergência do raio central na posição da fonte S e no receptor G com relação a normal à linha sísmica.

Com essas grandezas conhecidas, observe que na superfície de medição sísmica (Figura 17), ao longo do raio central os componentes do vetor vagarosidade p_S e p_G são dados por:

$$p_S = -\frac{\text{sen}\beta_S}{v_S} \quad \text{e} \quad p_G = \frac{\text{sen}\beta_G}{v_G}. \quad (3.28)$$

Substituindo as equações anteriores (3.27) e (3.28) na equação (3.22) obtemos a aproximação parabólica dos tempos de trânsito em função dos elementos da superfície de medição sísmica

$$\begin{aligned} t(\Delta x_m, \Delta h) = t_0 &+ \left(\frac{\text{sen}\beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen}\beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen}\beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen}\beta_S}{v_S} \right) \Delta h \\ &+ \Delta x_m (DB^{-1} - B^{-1}A) \Delta h \\ &+ \frac{1}{2} \Delta x_m (B^{-1}A + DB^{-1} - 2B^{-1}) \Delta x_m \\ &+ \frac{1}{2} \Delta h (B^{-1}A + DB^{-1} - 2B^{-1}) \Delta h. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Do mesmo modo usando as equações (3.27) e (3.28), substituindo na equação (3.23) obtemos a aproximação hiperbólica dos tempos também em função dos elementos da superfície de medição sísmica.

$$\begin{aligned} T^2(\Delta x_m, \Delta h) = &\left[t_0 + \left(\frac{\text{sen}\beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen}\beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen}\beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen}\beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right]^2 \\ &+ 2t_0 [\Delta x_m (DB^{-1} - B^{-1}A) \Delta h \\ &+ \frac{1}{2} \Delta x_m (B^{-1}A + DB^{-1} - 2B^{-1}) \Delta x_m \\ &+ \frac{1}{2} \Delta h (B^{-1}A + DB^{-1} - 2B^{-1}) \Delta h]. \end{aligned} \quad (3.30)$$

3.6 CURVATURAS DE FRENTES DE ONDA

Na seção anterior, foi abordada alguns elementos pertencentes à superfície de medição ao longo da linha sísmica. Nesta seção trataremos das curvaturas das frentes de ondas com base em dois experimentos com o propósito de explicar a propagação da onda associada ao raio central SG . Essas curvaturas de frentes de ondas junto com os ângulos de emergência do raio central β_S e β_G são chamadas de atributos ou parâmetros de frentes de onda, na qual serão relacionados com os quatro elementos da matriz propagadora.

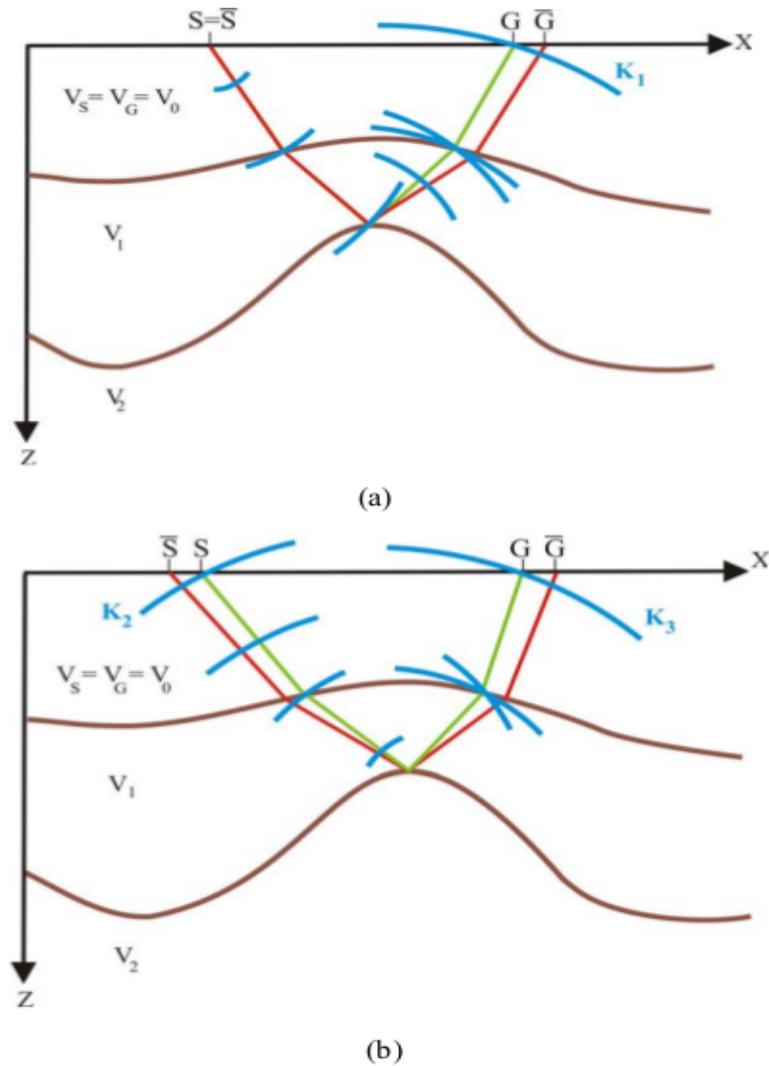
3.6.1 Experimento: Fonte Comum e Ponto Médio Comum

A seguir serão descritos dois experimentos no modelo 2-D composto por três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves. Para ambos os experimentos, o raio central é descrito de verde e o raio paraxial é descrito de vermelho. A Figura 18a ilustra o experimento real Fonte Comum (FC), na qual a posição da fonte e do receptor coincide com a posição inicial e final do raio central. Neste experimento uma fonte pontual

gera uma onda na posição S que se propaga em forma descendente até atingir o segundo refletor, onde sofre reflexão e retorna a superfície sendo sua frente de onda observada no receptor G com curvatura K_1 . Na Figura 18a ilustra-se a propagação associada ao raio central deste experimento para diferentes instantes de tempo. Pode-se observar que neste experimento a perturbação das posições das fontes do raio central e paraxial é nulo, isto é $\Delta x_S = 0$.

A Figura 18b ilustra o experimento hipotético Ponto Médio Comum (PMC), onde a propagação da frente de onda associada ao raio central também está representada em diferentes instantes de tempo e a posição da fonte e do receptor coincide com a posição inicial e final do raio central. Neste experimento, a frente de onda inicia em S com curvatura K_2 , propagando-se em forma descendente até atingir a segunda interface, onde é refletido e retorna a superfície imergindo em G com curvatura K_3 . Na configuração PMC a fonte paraxial \bar{S} e o receptor paraxial \bar{G} são deslocados pela mesma quantidade, mas de sentidos opostos com relação ao ponto médio entre S e G do raio central, isto é $\Delta x_S = -\Delta x_G$. A curvatura K_2 em sinal negativo, conforme veremos no próximo capítulo a convenção de sinais de curvaturas (Hubral e Krey, 1980), quando uma frente de onda fica na frente do seu plano tangente, com relação ao sentido de propagação, o sinal da curvatura é definido como negativo.

Figura 18 – Modelo 2-D composto por três camadas homogêneas por interfaces suaves. Para ambos os experimentos o raio central SG é representado com cor verde e o raio paraxial $\bar{S}\bar{G}$ com cor vermelha: (a) Propagação da frente de onda do experimento FC em diferentes instantes de tempo, (b) Propagação das frentes de onda do experimento PMC em diferentes instantes de tempo.



Fonte: Modificado de Garabito, Chira e Cruz (2011)

3.7 INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DOS ELEMENTOS DA MATRIZ PROPAGADORA

Para relacionar as curvaturas dos atributos de frentes de ondas discutidas no item anterior, com os elementos da matriz propagadora, considere a Figura 19, onde mostra uma frente de onda circular com curvatura K_G emergindo no receptor G de um raio central. Esta frente de onda pode ser interpretada como a frente de onda dos experimentos FC e PMC emergindo no receptor G que também pode ser aproximado por um segmento

circular na vizinhança paraxial do raio central. Assumindo que a velocidade v_G próxima da superfície na vizinhança no receptor \bar{G} seja constante e conhecida. O ângulo de emergência do raio central é denotado por β_G e o ângulo de emergência do raio paraxial com relação ao receptor \bar{G} é dado por α . Os receptores G e \bar{G} são posicionados ao longo da linha sísmica sobre a superfície plana. Assim, a componente horizontal p_G do vetor vagarosidade \mathbf{p}_G do raio central é expresso por

$$p_G = \frac{\text{sen}\beta_G}{v_G}, \quad (3.31)$$

e a componente horizontal \bar{p}_G do vetor $\bar{\mathbf{p}}_G$ do raio paraxial é dado por

$$\bar{p}_G = \frac{\text{sen}\alpha}{v_G}. \quad (3.32)$$

Assim a diferença Δp_G dos componentes horizontais vagarosidade p_G e \bar{p}_G é dado por

$$\Delta p_G = \frac{\text{sen}\alpha}{v_G} - \frac{\text{sen}\beta_G}{v_G}. \quad (3.33)$$

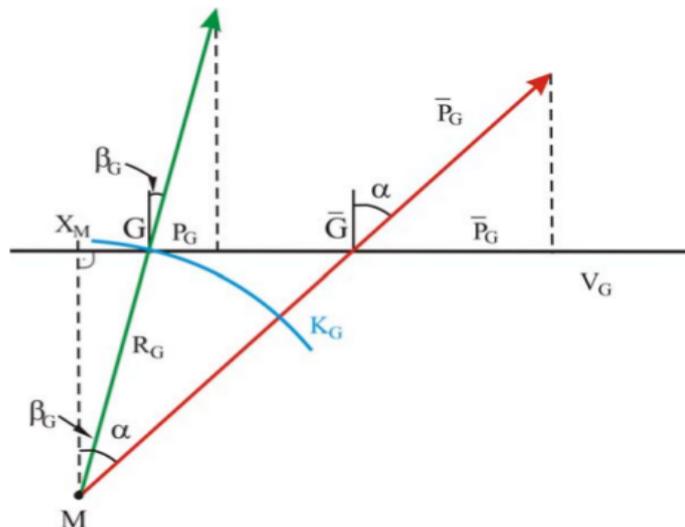
Observe na Figura 19, que no triângulo retângulo $MX_m\bar{G}$ temos:

$$\text{sen}\alpha = \frac{\overline{X_m\bar{G}}}{M\bar{G}}, \quad (3.34)$$

Onde M é o centro do segmento da frente de onda circular e X_m é a projeção de M ao longo da superfície de medição. A distância $\overline{X_m\bar{G}}$ é descrita em termos do raio de curvatura R_G da frente de onda circular, do ângulo de emergência β_G e da distância Δx_G entre G e \bar{G} ,

$$\overline{X_m\bar{G}} = R_G \text{sen}\beta_G + \Delta x_G. \quad (3.35)$$

Figura 19 – Uma frente de onda circular (cor azul) com centro no ponto M emergindo no receptor G do raio central com curvatura K_G . O vetor vagarosidade \mathbf{p}_G do raio central é descrito de cor verde e o vetor vagarosidade $\bar{\mathbf{p}}_G$ do raio paraxial é descrito em vermelho suas componentes horizontais são representadas por p_G e \bar{p}_G .



Fonte: Adaptado de Bergler (2001)

Usando o Teorema de Pitágoras, a distância \overline{MG} pode ser escrita em termos de R_G , β_G e Δx_G :

$$\overline{MG} = \sqrt{R_G^2 + 2R_G\Delta x_G \cos\beta_G + \Delta x_G^2}. \quad (3.36)$$

Substituindo a equação (3.27) na equação (3.26) e levando em conta as equações (3.28) e (3.29), temos

$$\Delta p_G(\Delta x_G) = \frac{1}{v_G} \left(\frac{R_G \cos\beta_G + \Delta x_G}{\sqrt{R_G^2 + 2R_G\Delta x_G \cos\beta_G + \Delta x_G^2}} - \cos\beta_G \right). \quad (3.37)$$

Expandindo $\Delta p_G(\Delta x_G)$ a equação acima em série de Taylor até o termo de primeira ordem e negligenciando os termos de ordem superiores a equação toma a seguinte forma (Apêndice D):

$$\Delta p_G = \frac{K_G}{v_G} \Delta x_G \cos^2 \beta_G, \quad (3.38)$$

onde $R_G = \frac{1}{K_G}$.

O deslocamento horizontal Δp_S dos vetores vanguarda \mathbf{ps} e $\overline{\mathbf{ps}}$ do raio central e paraxial das fontes S e \overline{S} , respectivamente, em termos da curvatura K_S de uma frente de onda incidente em S pode ser derivado da mesma forma que Δp_G . Assim, obtemos para Δp_S

$$\Delta p_S = \frac{K_S}{v_S} \Delta x_S \cos^2 \beta_S. \quad (3.39)$$

Inserindo as equações (3.38) e (3.39) na equação (3.2) obtemos

$$\begin{pmatrix} \Delta x_G \\ \frac{K_G}{v_G} \Delta x_G \cos^2 \beta_G \end{pmatrix} = \underline{T} \begin{pmatrix} \Delta x_S \\ \frac{K_S}{v_S} \Delta x_S \cos^2 \beta_S \end{pmatrix}. \quad (3.40)$$

Para o experimento FC com o ponto fonte em S temos $\Delta x_S = 0$. Como visto anteriormente a curvatura de frente de onda em G no experimento FC é conhecido por K_1 . Substituindo essas condições na equação (3.33) e considerando a equação (3.1) obtemos

$$\frac{K_1}{v_G} \cos^2 \beta_G = DB^{-1}. \quad (3.41)$$

Para o experimento PMC temos $\Delta x_S = -\Delta x_G$. As curvaturas de frentes em S e G são denotadas por K_2 e K_3 . Se inserirmos a condição do experimento PMC na equação (3.40) e considerando a equação (3.1) obtemos

$$-A - B \frac{K_2}{v_S} \cos^2 \beta_S = 1, \quad (3.42a)$$

$$-C - D \frac{K_2}{v_S} \cos^2 \beta_S = \frac{K_3}{v_G} \cos^2 \beta_G. \quad (3.42b)$$

Observe que as equações anteriores (3.42a), (3.42a) e a equação (3.41) com o auxílio da propriedade da symplecticidade são suficientes para determinar os elementos da matriz propagadora em função das curvaturas de frentes de onda (Apêndice E), logo temos

$$A = -1 - \frac{K_2}{K_3 - K_1} \frac{v_G \cos^2 \beta_S}{v_S \cos^2 \beta_G}, \quad (3.43a)$$

$$B = \frac{1}{K_3 - K_1} \frac{v_G}{\cos^2 \beta_G}, \quad (3.43b)$$

$$C = -K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - \frac{K_1 K_2 \cos^2 \beta_S}{(K_3 - K_1) v_S}, \quad (3.43c)$$

$$D = \frac{K_1}{K_3 - K_1}. \quad (3.43d)$$

3.8 APROXIMAÇÕES DOS TEMPOS DE TRÂNSITO EM FUNÇÃO DOS ATRIBUTOS DE FRENTES DE ONDAS

3.8.1 Tempos de Trânsito Refletidos

Inserindo as relações anteriores dadas pela equação (3.43) nas equações (3.22) e (3.23), obtemos as aproximações parabólica e hiperbólica, respectivamente, dos tempos de trânsito para raios paraxiais na vizinhança de um raio central com afastamento fonte-receptor finito. Considerando um raio central com origem em S , reflexão em R , sobre um refletor em subsuperfície, e que retorna à superfície em G (Figura 17). Os tempos de trânsito de raios paraxiais com origem em \bar{S} e emergência em \bar{G} sobre a linha sísmica (Figura 17), são calculados pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} t(\Delta x_m, \Delta h) = t_0 &+ \left(\frac{\text{sen} \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen} \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen} \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen} \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \\ &+ \frac{1}{2} \left[(4K_1 - 3K_3) \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta x_m^2 \\ &+ \frac{1}{2} \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h^2 \\ &+ \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} + K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h \Delta x_m, \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned}
T^2(\Delta x_m, \Delta h) = & \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen}\beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen}\beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen}\beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen}\beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right]^2 \\
& + t_0 \left[(4K_1 - 3K_3) \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta x_m^2 \\
& + t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h^2 \\
& + 2t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} + K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h \Delta x_m.
\end{aligned} \tag{3.45}$$

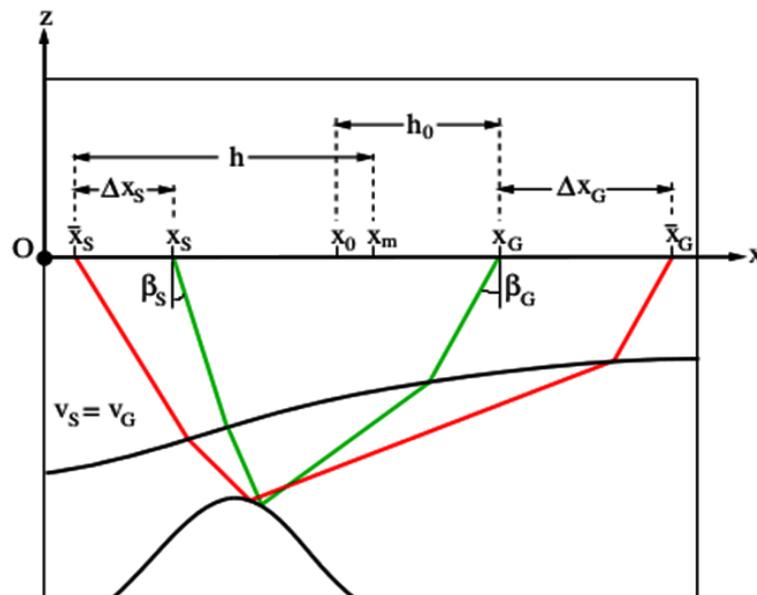
Observe que as equações (3.44) e (3.45) estão no domínio do ponto médio comum e do meio afastamento $(\Delta x_m, \Delta h)$ que são as variáveis independentes e em função dos cinco parâmetros ou atributos de frentes de ondas $(K_1, K_2, K_3, \beta_S$ e $\beta_G)$, que são as variáveis dependentes do meio e desconhecidas.

4 MÉTODO SRC-AC

4.1 APROXIMAÇÃO DE TEMPO DE TRÂNSITO HIPERBÓLICA SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO COMUM

Bortfeld (1989), Zhang, Bergler e Hubral (2001) desenvolveram uma aproximação de tempo de trânsito hiperbólica para raios paraxiais na vizinhança de um raio central que considera um afastamento comum entre fonte e receptor. Para um raio central que inicia em S , reflete em R sobre um refletor em subsuperfície, e emerge na superfície em G , o tempo de trânsito do raio paraxial para uma afastamento comum (Figura 20), é o chamado aproximação de tempo de trânsito superfície de reflexão comum para afastamento comum (SRC-AC), e é expressa por:

Figura 20 – Modelo bidimensional com três camadas de velocidade constante: fontes e receptores representados por suas coordenadas no sistema de coordenadas cartesiano localmente definido estão localizados em uma única linha sobre uma superfície plana de medição. A localização da fonte S e do receptor G do raio central (representada em verde) pela coordenadas do seu ponto médio x_0 e meio afastamento h_0 , bem como os locais de fonte \bar{S} e do receptor \bar{G} do raio paraxial (representado em vermelho) pela coordenada de seu ponto médio x_m e meio afastamento h . O eixo x do sistema de coordenadas, a linha sísmica, e o eixo ponto médio coincidem.



Fonte: Adaptado de Bergler (2001)

$$\begin{aligned}
T^2(\Delta x_m, \Delta h) = & \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen}\beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen}\beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen}\beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen}\beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right]^2 \\
& + t_0 \left[(4K_1 - 3K_3) \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta x_m^2 \\
& + t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h^2 \\
& + 2t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} + K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h \Delta x_m
\end{aligned} \tag{4.1}$$

$$\begin{aligned}
\Delta x_m &= x_m - x_0 = \frac{1}{2}(\Delta x_G + \Delta x_S) \\
\Delta h &= h - h_0 = \frac{1}{2}(\Delta x_G - \Delta x_S) \\
x_0 &= \frac{1}{2}(x_G + x_S) \quad h_0 = \frac{1}{2}(x_G - x_S) \\
x_m &= \frac{1}{2}(x_G + \Delta x_G + x_S + \Delta x_S) \\
h &= \frac{1}{2}(x_G + \Delta x_G - x_S - \Delta x_S)
\end{aligned} \tag{4.2}$$

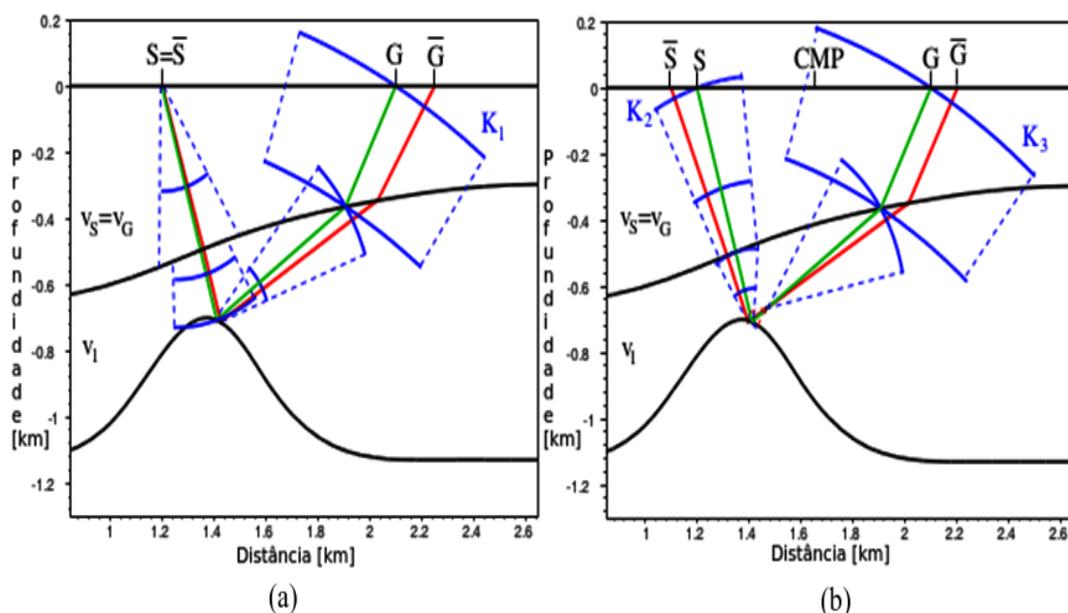
Onde t_0 é o tempo de trânsito ao longo do raio central, β_S e β_G são os ângulos de partida e de emergência do raio central na posição da fonte S e do receptor G com coordenadas x_S e x_G . Os deslocamentos $\Delta x_m = x_m - x_0$ e $\Delta h = h - h_0$ correspondem aos deslocamentos do ponto médio e do meio afastamento, onde $x_0 = \frac{1}{2}(x_G + x_S)$ é o ponto médio, e $h_0 = \frac{1}{2}(x_G - x_S)$ é o meio afastamento do raio central. O ponto médio x_m e o meio afastamento h são as coordenadas de um raio paraxial arbitrário com afastamento finito. A velocidade na fonte S e no receptor G é denotada por $v_S = v_G$. As quantidades, K_1 , K_2 e K_3 são as curvaturas da frente de onda associadas com o raio central (Figura 21) calculadas nos respectivos pontos de emergência. As curvaturas das frentes de onda (K_1 , K_2 e K_3) são associadas com um experimento real Fonte-Comum (FC) e um experimento hipotético Ponto Médio Comum (PMC). Em ambos os experimentos, as posições da fonte e do receptor coincidem com as posições inicial e final do raio central, respectivamente. A propagação das curvaturas da frente de onda associada com o raio central é descrita em diferentes instantes de tempo.

Como mostrado na Figura 21a, no experimento FC, uma fonte pontual gera uma onda em S que propaga descendente ao longo do raio central, reflete no segundo refletor e propaga em direção a superfície, onde a curvatura da frente de onda é medida em G .

No experimento hipotético PMC ilustrado na Figura 21ab, a curvatura inicia teoricamente em S com curvatura K_2 , propaga descendente ao longo do raio central, reflete na segunda interface e emerge em G com curvatura K_3 . A curvatura K_2 tem sinal negativo de acordo com a convenção de Hubral e Krey (1980), que fixa a curvatura da frente de onda em frente do seu plano tangencial com respeito a direção de propagação. Considerando uma velocidade do modelo, as curvaturas K_1 , K_2 e K_3 e os ângulos β_S e β_G associados com o raio central podem ser calculados por modelagem direta com algoritmo

de traçamento de raio (CERVENY; PŠENSIK, 1988) e aplicando leis de transmissão e reflexão das curvaturas da frente de onda, como mostrado em Hubral e Krey (1980).

Figura 21 – Dois experimentos em um modelo isotrópico com camadas de velocidade constante, mas diferentes em cada camada. Em ambos os experimentos, o raio central é representado em verde, e o raio paraxial é mostrado em vermelho. Na esquerda o experimento tiro comum: a curvatura da frente de onda da onda emergente na superfície em é denotada por K_1 . Na direita do experimento ponto médio comum: a frente de onda incidente na fonte S com curvatura K_2 e a frente de onda emergente para o receptor G com curvatura K_3 são mostrados.



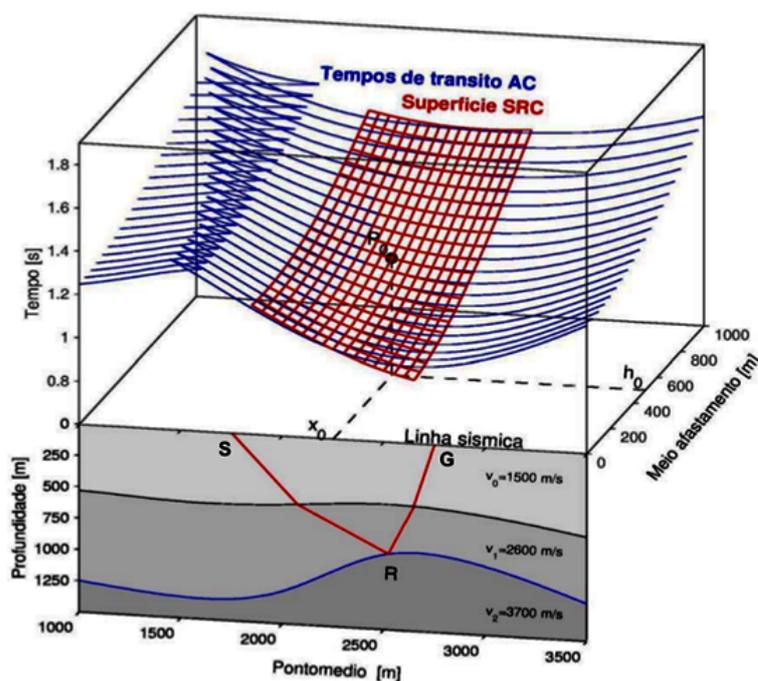
Fonte: Adaptado de Bergler (2001)

Para representar a aproximação de tempo de trânsito hiperbólica superfície de reflexão comum associada a um raio central com afastamento finito, consideramos um modelo sintético constituída de duas camadas homogêneas sobre um semi-espaço que são separadas por interfaces curvas e suaves com velocidade $v_S = v_G = v_0 = 1500 \text{ m/s}$, $v_1 = 2600 \text{ m/s}$ e $v_2 = 3700 \text{ m/s}$, respectivamente. Utilizando o algoritmo de traçamento de raio, os tempos de trânsito para diferentes configurações de afastamento constante foram calculados. As curvas em azul representam os tempos de trânsito para reflexões primárias com afastamento finito associado com o segundo refletor. Para um raio central com meio afastamento $h_0 = 5000 \text{ m/s}$ e ponto médio $x_0 = 2500 \text{ m/s}$ (linhas vermelhas), os parâmetros K_1 , K_2 e K_3 são calculados com as leis de reflexão e transmissão das frentes de onda. As curvas vermelhas representam a aproximação de tempo de trânsito hiperbólica superfície de reflexão comum obtida pela equação (4.1).

A aproximação de tempo de trânsito hiperbólica superfície de reflexão comum serve para simular seções com afastamento finito de dados sísmicos multicobertura pré-

empilhados. Para cada ponto de amostragem $P_0(x_0, h_0, t_0)$ na seção afastamento finito para ser simulada, existe uma superfície de empilhamento definida por cinco parâmetros. Os eventos sísmicos contidos nesta superfície são somados, e o resultado é atribuído ao dado ponto P_0 .

Figura 22 – Parte inferior (frontal): meio 2-D com três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves e um raio central (linha de cor vermelha), com afastamento-finito, onde x_0 é o ponto médio, h_0 é o meio afastamento. Parte superior: são mostradas as curvas de tempo de trânsito para diferentes afastamentos comuns (cor azul) referidas as reflexões primárias da segunda interface, tendo a aproximação SRC-AF (cor vermelha) associado ao ponto P_0 .



Fonte: Modificado de Garabito, Chira e Cruz (2011)

4.2 CÁLCULO DOS ATRIBUTOS DAS FRENTES DE ONDA

Os cinco atributos do campo de onda K_1 , K_2 , K_3 , β_S e β_G constituem a fórmula do tempo de trânsito SRC-AF. Se o modelo em profundidade é conhecido, para cada raio central selecionado e definido na linha sísmica por x_0 , h_0 e t_0 os cinco atributos do campo de onda podem ser determinados exatamente por modelagem direta escolhida. As curvaturas são avaliadas por três leis:

Lei da propagação: A lei de propagação expressa como a curvatura da frente de onda que muda devido à propagação através de camadas homogêneas, sendo representado

por Hubral e Krey (1980):

$$\frac{1}{K_{end}} = \frac{1}{K_{start}} + v\Delta t, \quad (4.3)$$

onde, conforme a Figura 23a, K_{start} e K_{end} denotam as curvaturas das frentes de onda nos pontos 0_1 e 0_2 , respectivamente. v é a velocidade do meio e Δt é o tempo de trânsito ao longo do raio que liga 0_1 a 0_2 .

Lei da transmissão: A lei de transmissão de curvaturas tem a forma

$$K_T = \frac{v_T \cos^2 \varepsilon_I}{v_I \cos^2 \varepsilon_T} K_I + \frac{1}{\cos^2 \varepsilon_T} \left(\frac{v_T}{v_I} \cos \varepsilon_I - \cos \varepsilon_T \right) K_F. \quad (4.4)$$

Na equação (4.4) K_I denota a curvatura de frente de onda incidente, K_T a curvatura da frente de onda transmitida e K_F a curvatura da interface no ponto de transmissão. Temos ainda que ε_I é o ângulo de incidência e ε_T ângulo de transmissão do raio. Finalmente, v_I e v_T representam as velocidades dos meios, ver Figura 23b. O primeiro termo da equação (4.4) descreve a mudança da frente de onda que resultaria caso a interface fosse plana. Já o segundo termo fornece a mudança na curvatura da frente de onda devido somente à curvatura da interface. Isto pode ser interpretado como a contribuição à curvatura da frente de onda transmitida resultante quando uma onda plana incidente chega ao ponto de transmissão.

Lei da reflexão: A lei da reflexão de curvaturas tem a forma

$$K_R = \frac{v_R \cos^2 \varepsilon_I}{v_I \cos^2 \varepsilon_R} K_I + \frac{1}{\cos^2 \varepsilon_R} \left(\frac{v_R}{v_I} \cos \varepsilon_I - \cos \varepsilon_R \right) K_F. \quad (4.5)$$

A curvatura da frente de onda refletida K_R pode ser expressa através da soma de dois termos da lei de transmissão, substituindo v_T e ε_T por v_R e ε_R , respectivamente, ver Figura 23c. O primeiro termo da equação (4.5) descreve a mudança de frente de onda no caso da interface ser plana. Na hipótese de não haver conversão do tipo de onda (isto é, $v_R = v_I$ e conseqüentemente $\varepsilon_I = \varepsilon_R$). o primeiro termo resultaria na identidade, conforme descrito na equação (4.5). O segundo termo descreve somente a influência da curvatura da interface.

Convenção de Sinais

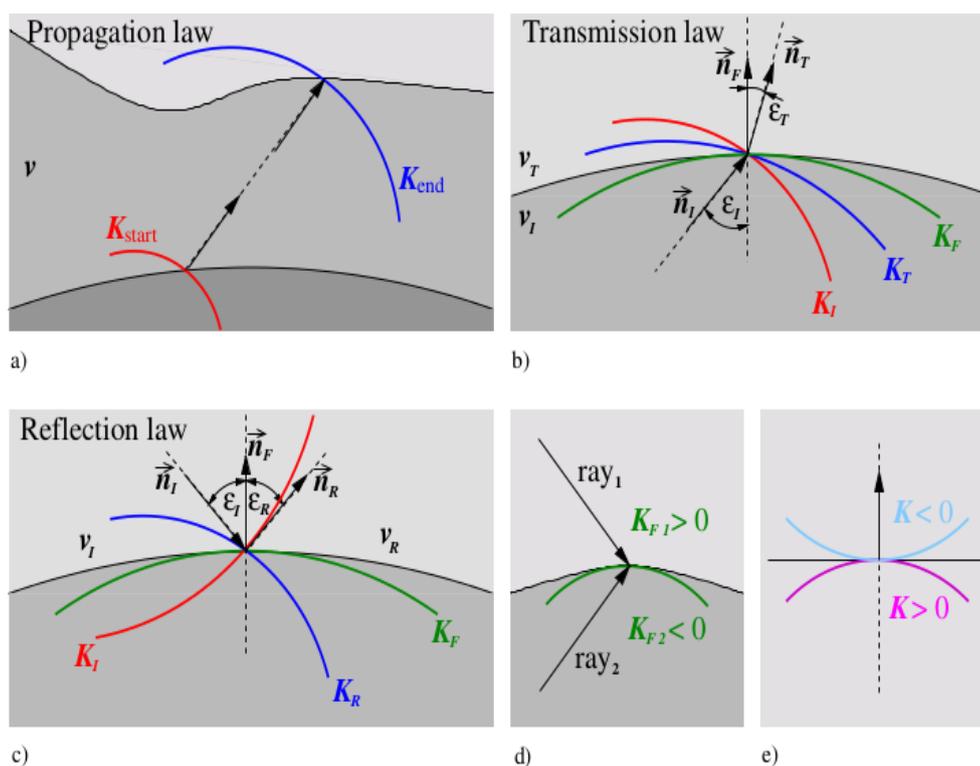
As ondas que se propagam através de um modelo com interfaces curvas suaves e camadas de velocidades constantes podem ter curvaturas de frentes de onda positivas ou negativas. A escolha do sinal é uma questão de convenção. Seguindo Hubral e Krey (1980), usamos as seguintes definições:

- A curvatura da interface K_F é positiva se a interface aparecer convexa ao raio incidente e negativa se for côncava. Conseqüentemente na Figura 23d, a curvatura da interface é positiva para o raio 1, mas negativa para o raio 2;

- Quando uma frente de onda se apresenta atrás do seu plano tangencial então a curvatura é dita positiva (frente de onda mostrada em linha de cor amarela na Figura 23e);
- Se a frente de onda está à frente do plano tangencial então a curvatura é negativa (frente de onda mostrada em linha de cor verde na Figura 23e).

Observando a Figura 18 do capítulo 3, segundo a convenção de sinais descritas anteriormente, as curvaturas K_1 e K_3 possuem sinal positivo e a curvatura K_2 possui sinal negativo.

Figura 23 – A curvatura de uma frente de onda de propagação através de um sistema sísmico pode mudar devido às a) propagação de uma camada de velocidade constante e, devido à b) transmissão e c) reflexão nas interfaces. Também é ilustrada a convenção de sinais utilizada da curvatura, d) as interfaces e e) frentes de onda.



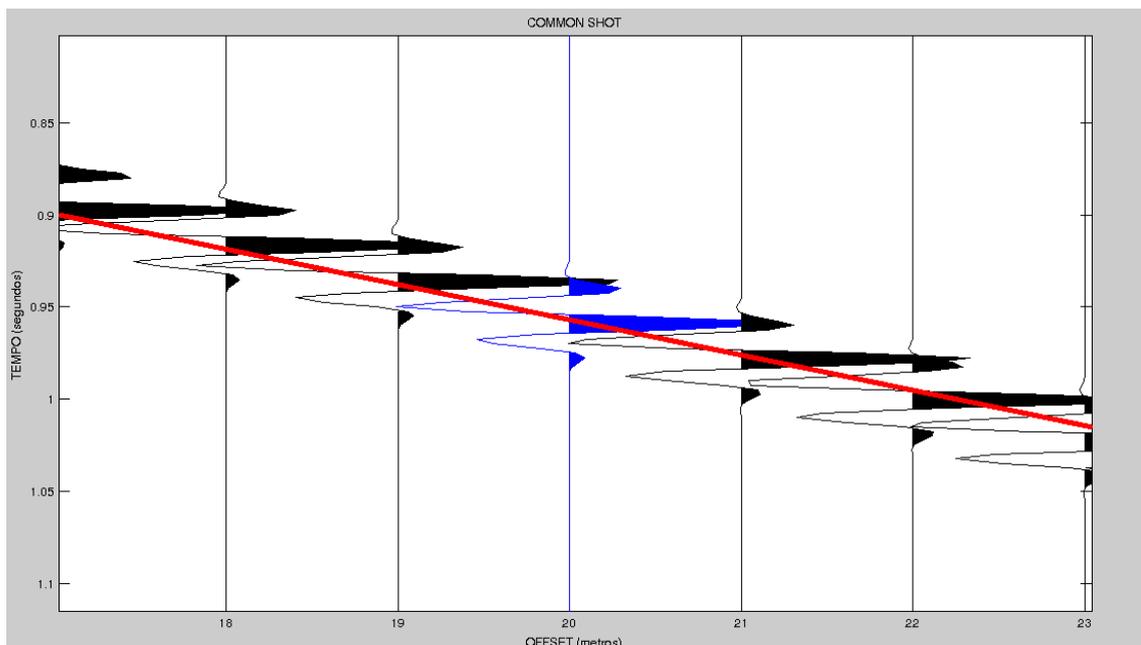
Fonte: Adaptado de Bergler (2001)

5 INTERPOLAÇÃO

Denomina-se interpolação o método que permite construir um novo conjunto de dados a partir de um conjunto discreto de dados pontuais previamente conhecidos. Em uma seção sísmica (ver figura 11) dispõe-se habitualmente de dados sísmicos pontuais que representam a oscilação da amplitude com o tempo, obtidos a partir de uma amostragem em uma aquisição sísmica, como mostrado na seção 2.1 (ver figura 2). Seções sísmicas onde faltam dados sísmicos podem ser preenchidas através da interpolação dos dados sísmicos baseado na aproximação do tempo de trânsito Superfície de Reflexão Comum para Afastamento Finito (SRC-AF), conferindo-lhes, então, a regularização desejada.

A figura 24 representa a interpolação de eventos de reflexão em traços sísmicos. Através da aproximação do tempo de trânsito (SRC-AF) os eventos de reflexão nos traços pretos, no espaço da vizinhança do traço com um afastamento fixo que se deseja interpolar em azul. Soma-se os eventos correlacionados, onde amplitudes entre eventos coerentes serão amplificadas e amplitudes entre eventos incoerentes serão atenuadas. A saída é definida como a média ponderada das amplitudes ao longo da aproximação do tempo de trânsito (SRC-AF), atribuindo o resultado para todos os pontos de uma seção com afastamento constante onde faltam dados sísmico.

Figura 24 – Representação da interpolação de eventos de reflexão em traços sísmicos.



Fonte: do autor

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

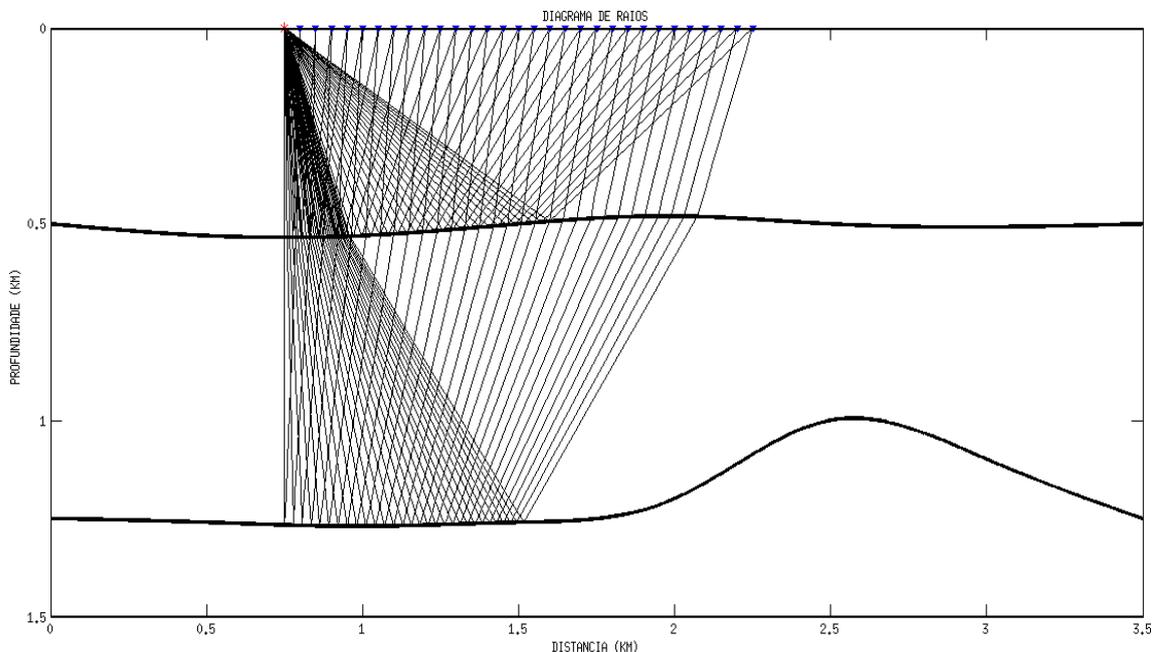
Vamos demonstrar o potencial da regularização com a interpolação de seções temporais para as famílias sísmicas Fonte Comum, Afastamento Comum e Ponto Médio Comum, melhorando a qualidade dos dados sintéticos 2D pré-empilhados, onde cada evento de reflexão da interpolação no traço é resultante da média ponderada das amplitudes ao longo da aproximação do tempo de trânsito SRC-AF.

6.1 FONTE COMUM

Para esta família (ver figura 25), as fontes dos raios paraxial e central sempre coincidem, então a condição para o calculo da aproximação de tempo de trânsito SRC-AF para a família tiro comum é $\Delta x_m = \Delta h$. substituição desta condição na equação (6.1) nos dá:

$$T^2(\Delta h) = \left[t_0 + 2 \frac{\text{sen} \beta_G}{v_G} \Delta h \right]^2 + 4t_0 \left[K_1 \frac{\text{cos}^2 \beta_G}{v_G} \right] \Delta h^2. \quad (6.1)$$

Figura 25 – Configuração Fonte Comum.

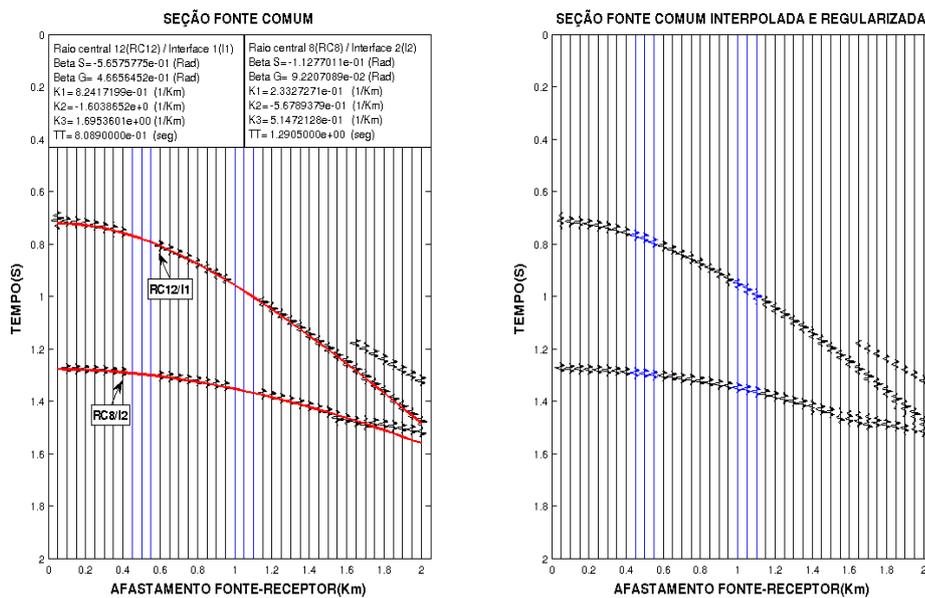


Fonte: do autor

Podemos observar que essa aproximação de tempo de trânsito para a família tiro comum depende de dois atributos cinemáticos β_G e K_1 .

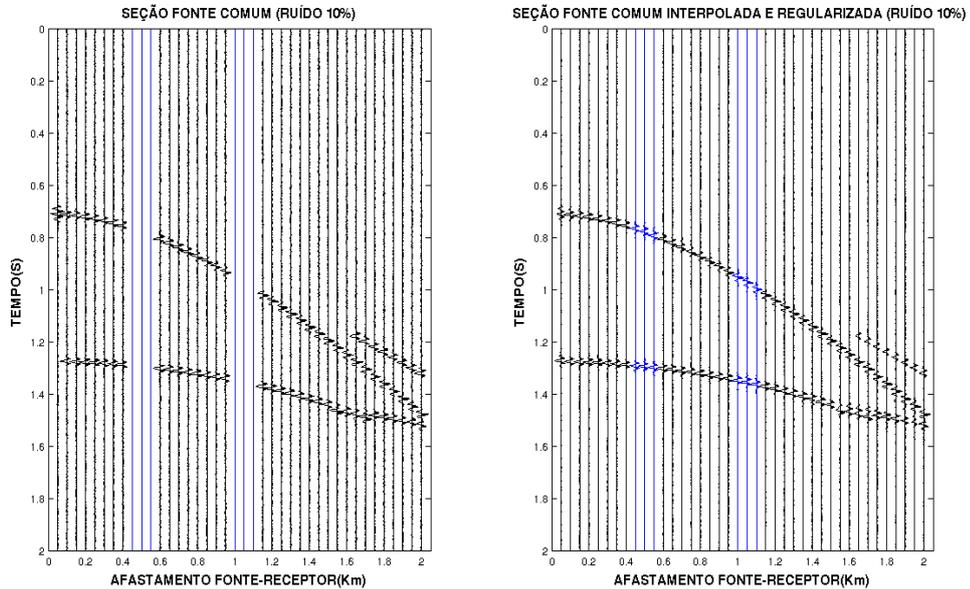
O sismograma abaixo representa os traços organizados em família de Fonte Comum, traços com afastamento mínimo e máximo de 0.05 e 2 km, respectivamente, apresentando dados perdido em alguns canais. Calculamos os atributos cinemáticos, e através desses calculamos a aproximação de tempo de trânsito SRC-AF para permitir a interpolação e regularização dos eventos de reflexão perdidos nas seções temporais sem ruído e com ruído.

Figura 26 – Seção sísmica família Fonte Comum sem ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos.



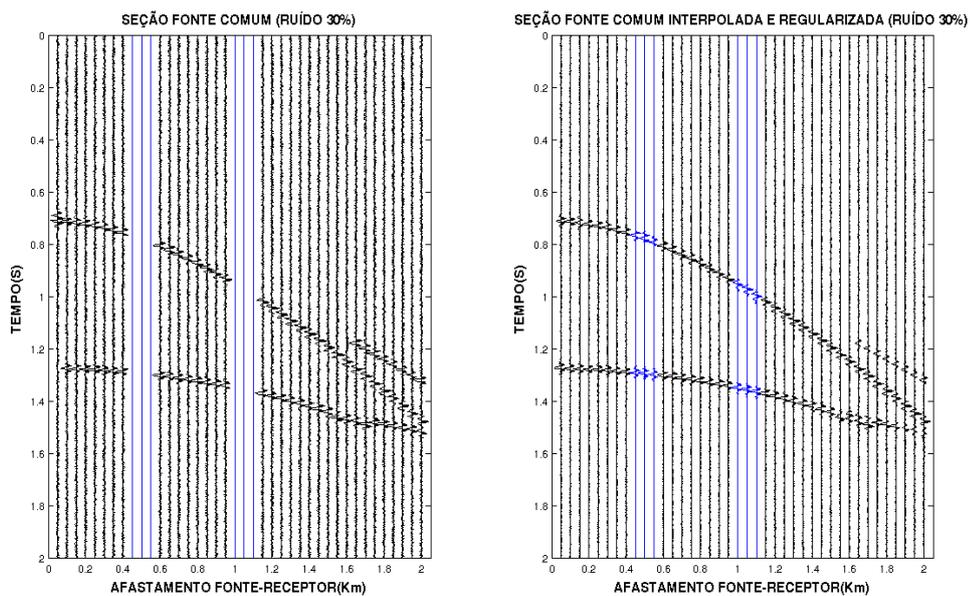
Fonte: do autor

Figura 27 – Seção sísmica família Fonte Comum com 10% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos.



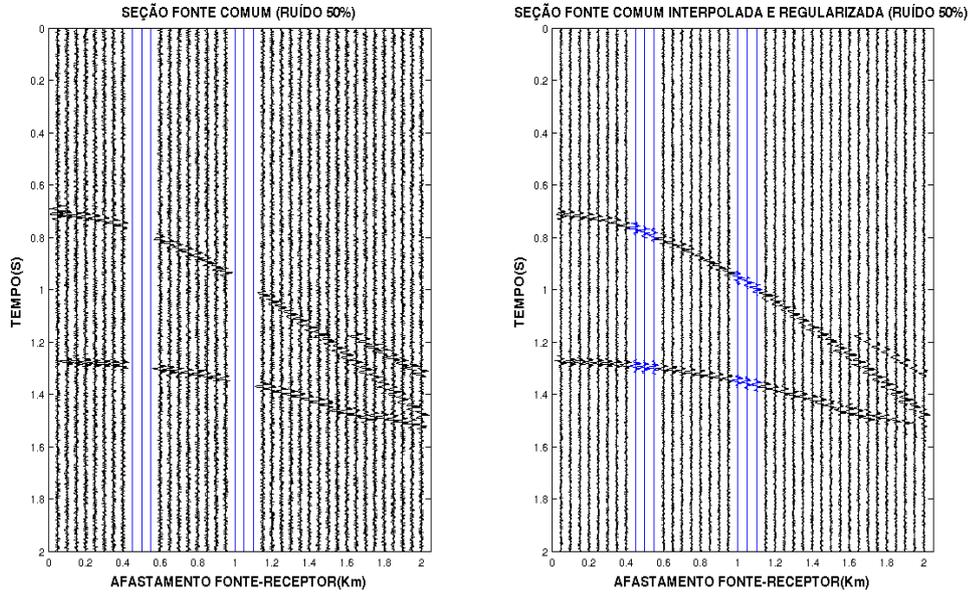
Fonte: do autor

Figura 28 – Seção sísmica família Fonte Comum com 30% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos.



Fonte: do autor

Figura 29 – Seção sísmica família Fonte Comum com 50% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos.



Fonte: do autor

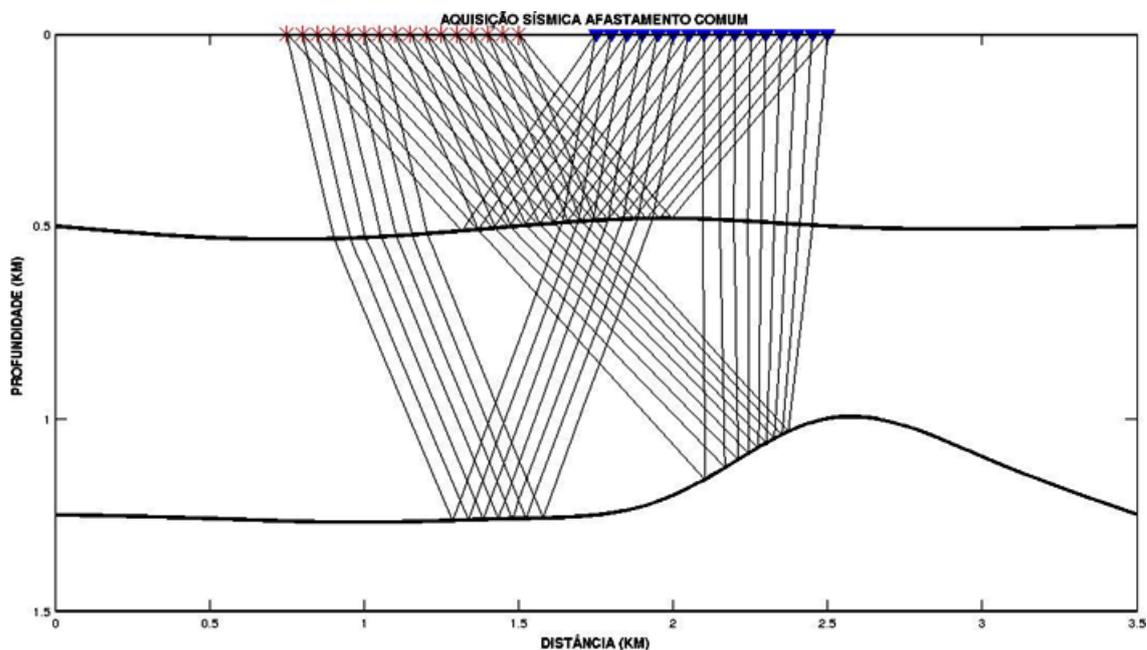
6.2 AFASTAMENTO CONSTANTE

Nessa família (ver figura 30), a fonte paraxial \bar{S} e o receptor \bar{G} são deslocados da mesma quantidade e direção com respeito aos pontos correspondentes S e G do raio central. A condição para o afastamento constante é $\Delta h = 0$. Isso significa que os pares fonte-receptor do raio paraxial e central tem o mesmo meio afastamento.

A substituição da condição de afastamento comum na equação (6.2) nós dá:

$$T^2(\Delta h) = \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen}\beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen}\beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m \right]^2 + t_0 \left[(4K_1 - 3K_3) \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta x_m^2. \quad (6.2)$$

Figura 30 – Configuração Afastamento constante.

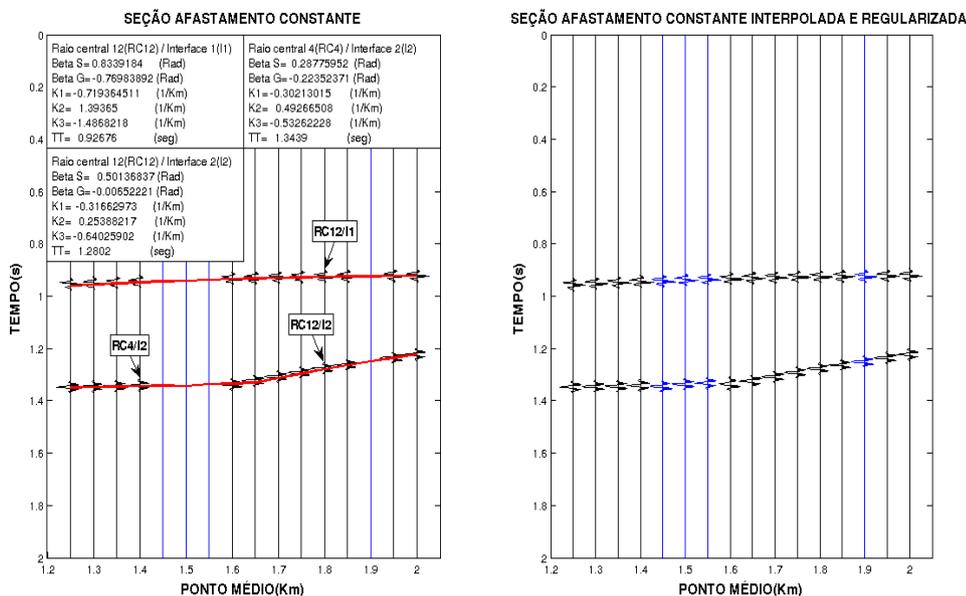


Fonte: do autor

Podemos observar que a aproximação de tempo de trânsito para afastamento comum depende dos cinco atributos cinemáticos β_S , β_G , K_1 , K_2 e K_3 .

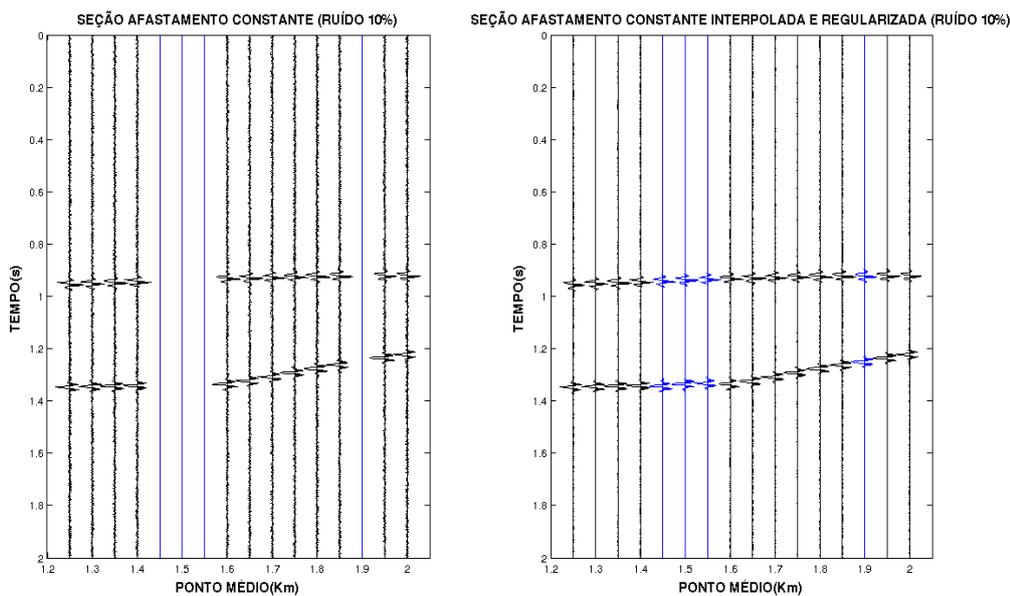
O sismograma abaixo representa os traços organizados em família de Afastamento Comum, todos os traços com afastamento 1 km, apresentando dados perdido em alguns canais. Calculamos os atributos cinemáticos, e através desses calculamos a aproximação de tempo de trânsito SRC-AF para permitir a interpolação e regularização dos eventos de reflexão perdidos nas seções temporais sem ruído e com ruído.

Figura 31 – Seção sísmica família Afastamento comum sem ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos.



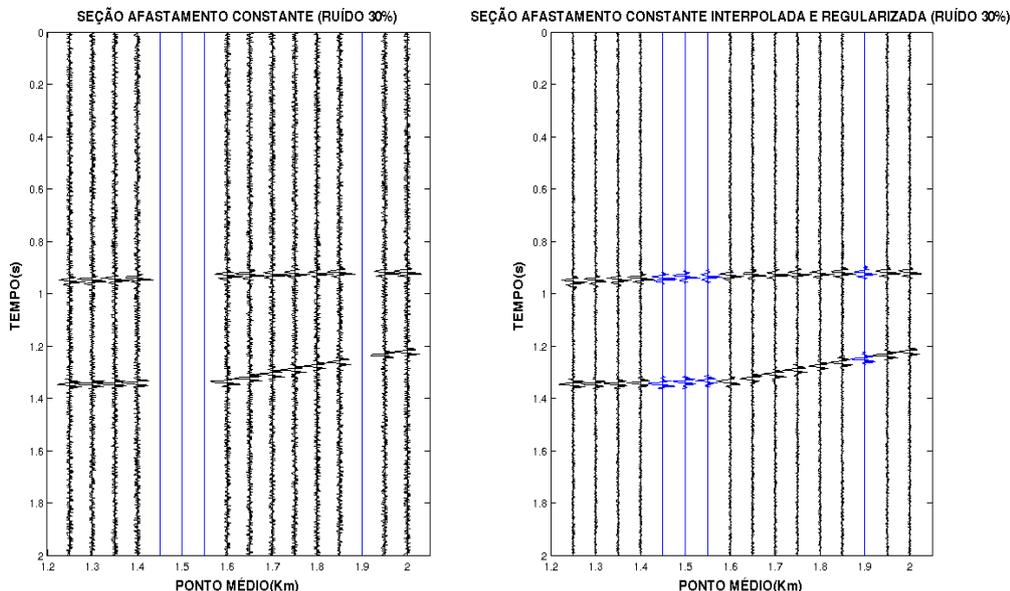
Fonte: do autor

Figura 32 – Seção sísmica família Afastamento comum com 10% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos.



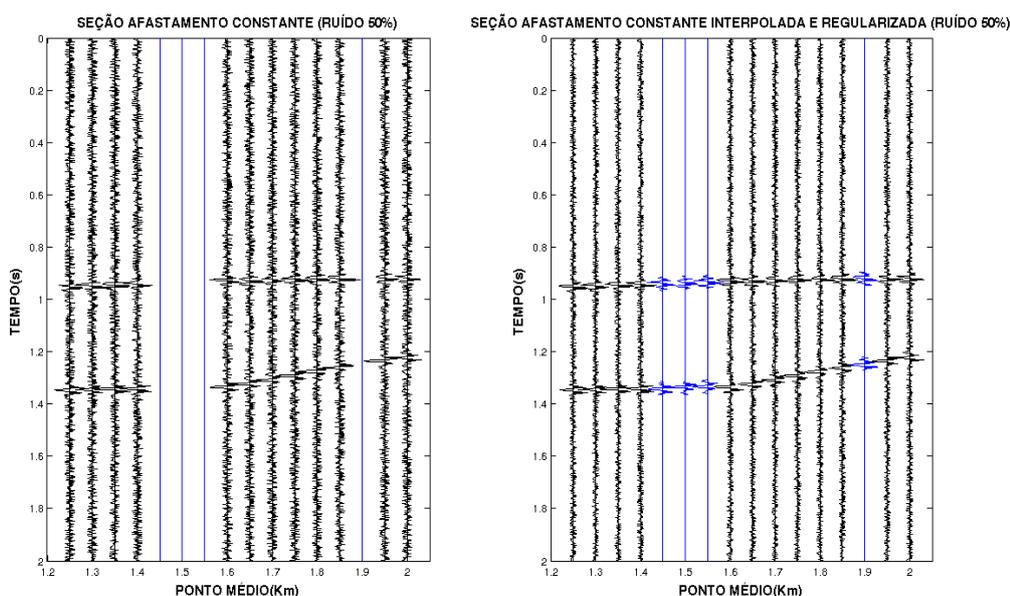
Fonte: do autor

Figura 33 – Seção sísmica família Afastamento comum com 30% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos.



Fonte: do autor

Figura 34 – Seção sísmica família Afastamento comum com 50% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo reflectores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos.



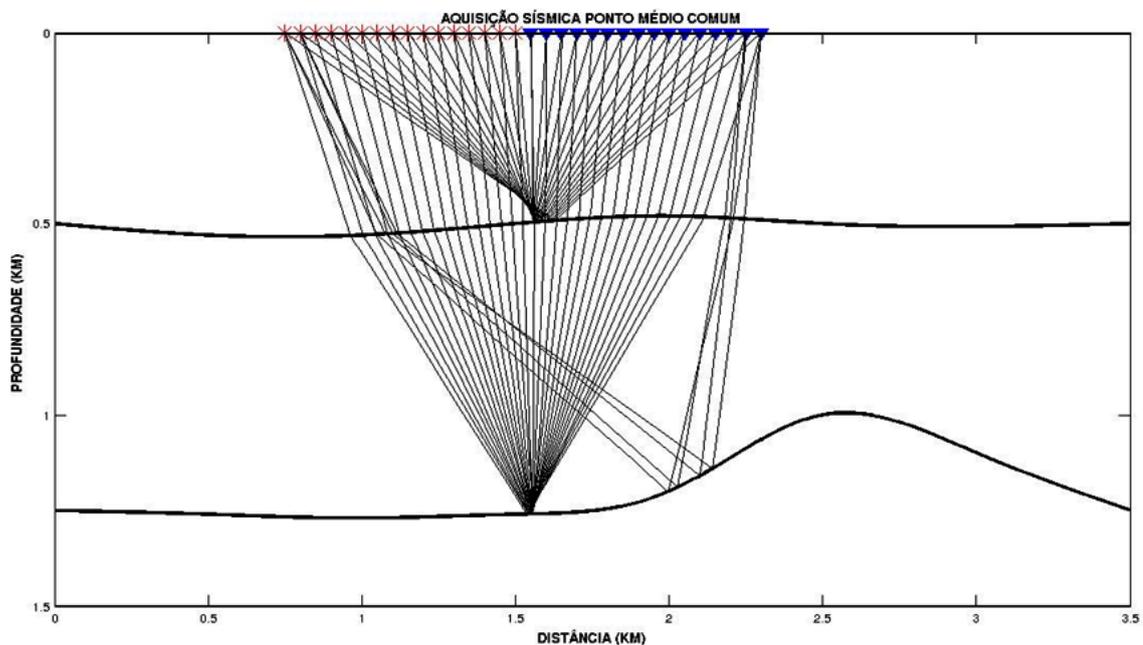
Fonte: do autor

6.3 PONTO MÉDIO COMUM

Para o caso do ponto médio comum (ver figura 35), a fonte \bar{S} e o receptor \bar{G} paraxial são localizados simetricamente com respeito aos pontos correspondentes S e G no raio central. Considerando que os pontos médios ao raio central e ao raio paraxial, a condição ponto médio comum implica que $\Delta x_m = 0$. Pela substituição desta condição na equação (6.3) nós obtemos:

$$T^2(\Delta h) = \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen}\beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen}\beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right]^2 + t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h^2. \quad (6.3)$$

Figura 35 – Configuração Ponto Médio Comum.

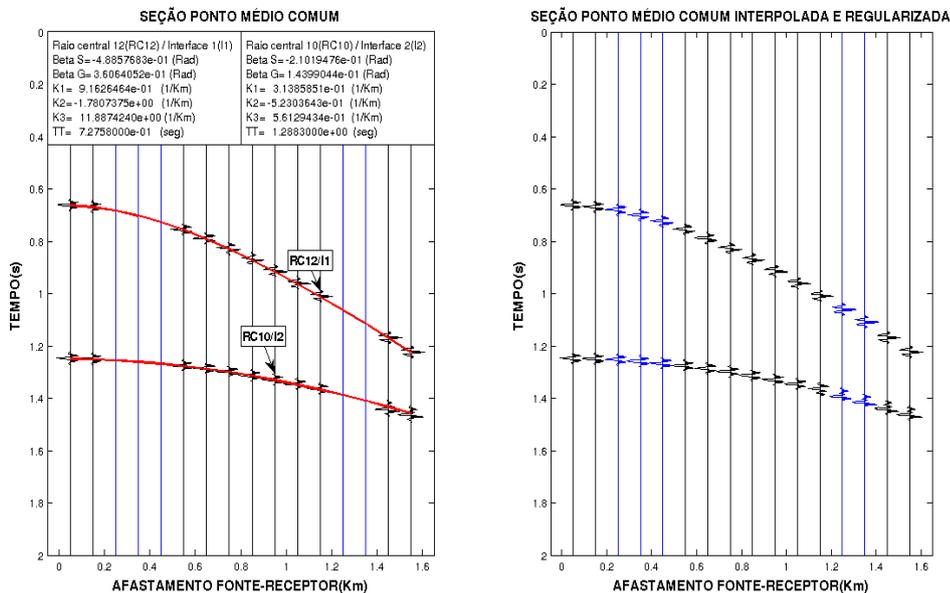


Fonte: do autor

Podemos observar que essa aproximação de tempo de trânsito para Ponto médio comum depende de quatro atributos cinemáticos β_S , β_G , K_2 e K_3 .

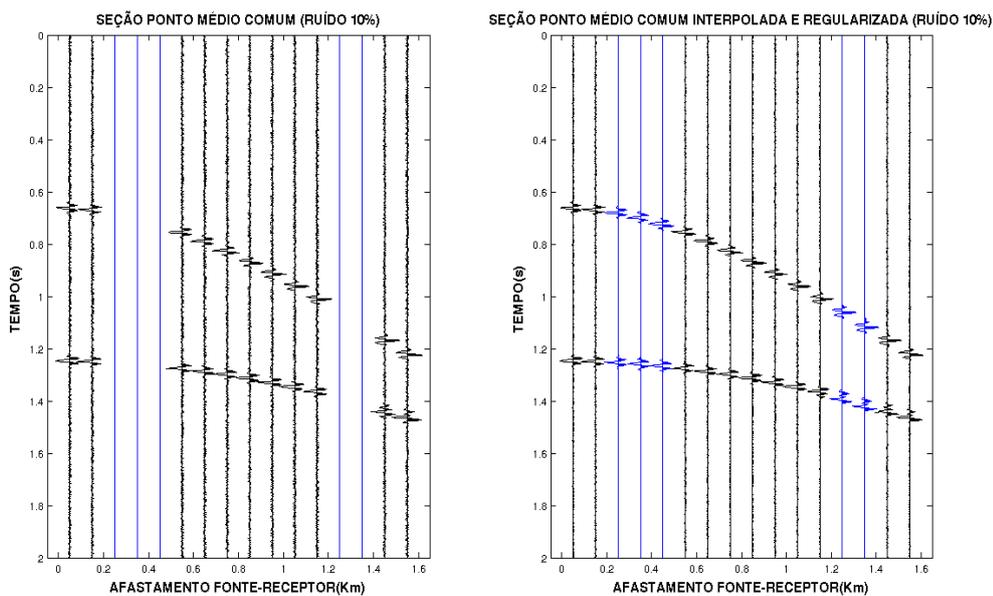
O sismograma abaixo representa os traços organizados em família de Ponto Médio Comum, todos os traços com coordenadas de ponto médio comum 1.525 km , apresentando dados perdido em alguns canais. Calculamos os atributos cinemáticos, e através desses calculamos a aproximação de tempo de trânsito SRC-AF para permitir a interpolação e regularização dos eventos de reflexão perdidos nas seções temporais sem ruído e com ruído.

Figura 36 – Seção sísmica família Ponto Médio Comum sem ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo refletores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos.



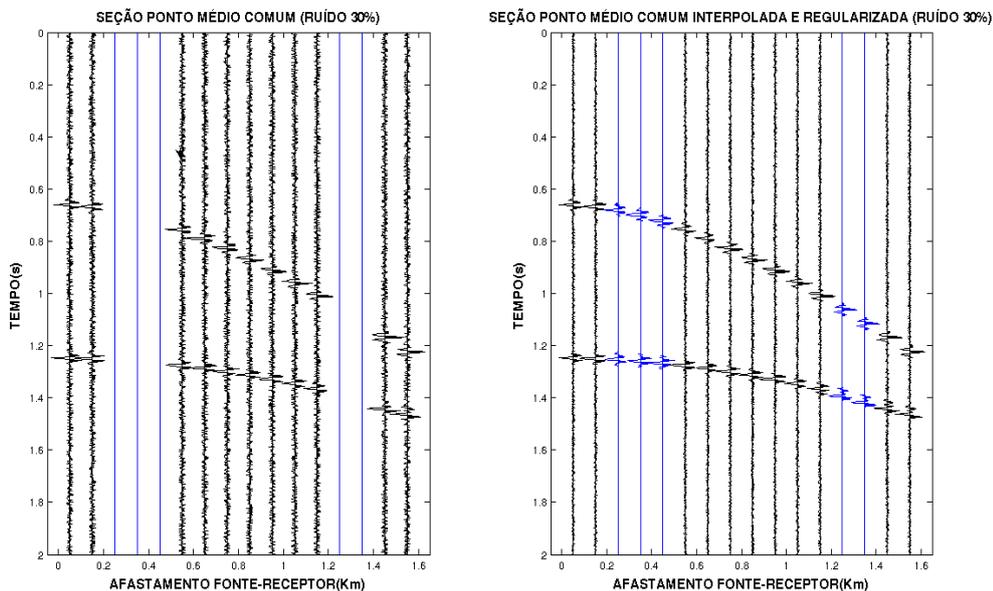
Fonte: do autor

Figura 37 – Seção sísmica família Ponto Médio Comum com 10% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo refletores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos.



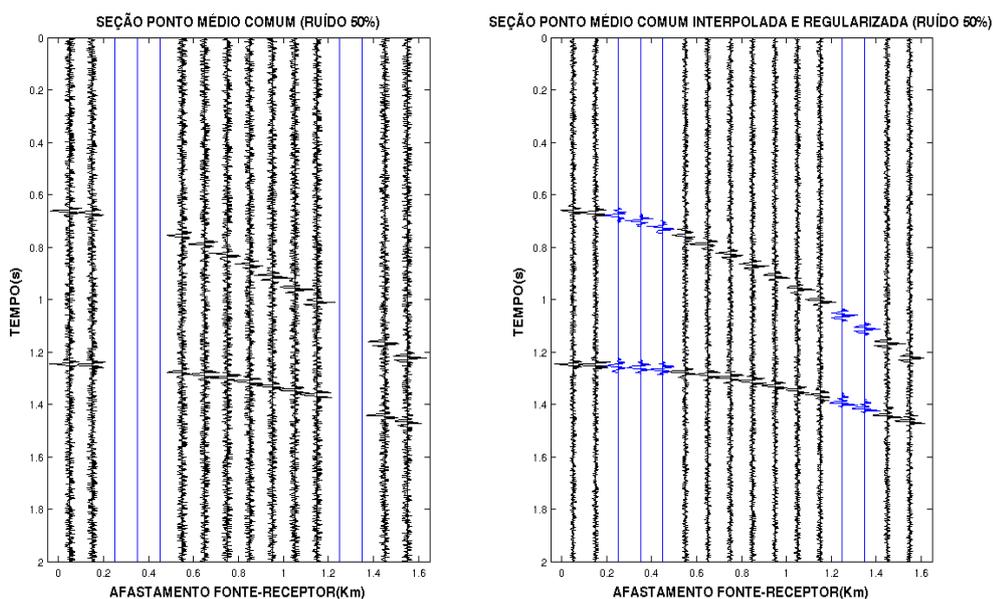
Fonte: do autor

Figura 38 – Seção sísmica família Ponto Médio Comum com 30% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo refletores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos.



Fonte: do autor

Figura 39 – Seção sísmica família Ponto Médio Comum com 50% de ruído. No painel da esquerda há perda de sinal em alguns canais para o primeiro e Segundo refletores. No painel da direita a seção sísmica é regularizada através da interpolação dos traços sísmicos.



Fonte: do autor

7 CONCLUSÃO

Neste capítulo são indicadas as conclusões referentes ao algoritmo de interpolação de traços sísmicos em dados de afastamento comum utilizando a aproximação do tempo de trânsito SRC-AF proposto no desenvolvimento deste trabalho.

A aproximação de tempo de trânsito hiperbólica para raios paraxiais na vizinhança de um raio central nos permitiu calcular a aproximação de tempo de trânsito SRC-AF. Essa depende de cinco parâmetros, e considerando a velocidade do modelo, as curvaturas da frente de onda K_1 , K_2 e K_3 e os ângulos β_S e β_G associados com o raio central podem ser calculados por modelagem direta com algoritmo de traçamento de raio e aplicando leis de transmissão e reflexão das curvaturas da frente de onda.

Uma vez calculado a aproximação de tempo de trânsito SRC-AF podemos simular dados sísmicos utilizando diversas configurações, o que significa que a aproximação de tempo de trânsito SRC-AF aproxima o evento de reflexão no espaço na vizinhança do traço com um afastamento fixo que se deseja interpolar. Somando eventos correlacionados ao longo da aproximação de tempo de trânsito de soma e atribuindo o resultado para o respectivo traço para todos os pontos de uma seção AC, assim simula-se o traço sísmico, seguindo o formalismo de um soma ao longo da aproximação de tempo de trânsito SRC-AF.

Essa aproximação de tempo de trânsito apresentou bons resultados na interpolação e regularização de seções temporais modeladas que sofreram perdas de sinal devido à aquisições irregulares, afastamentos curtos, baixa cobertura nos pontos comuns em profundidade, baixa resolução nas seções sísmicas, melhorando a qualidade da seção sísmica que foi limitada devido aos dados sísmicos perdidos.

Dessa forma foram realizadas as regularizações nas configurações sísmicas Fonte Comum (FC), Afastamento Comum (AC) e Ponto Médio Comum (PMC), preenchendo a espaços onde dados foram perdidos, aumentando a razão sinal ruído através da interpolação de traços sísmicos aplicada.

Devidos aos resultados obtidos graficamente a partir das interpolações e também através do estudo comparativo nas três configurações sísmicas, a futura aplicação do algoritmo de proposto neste trabalho, constitui-se na inversão dos parâmetros para construção da aproximação de tempo de trânsito SRC-AF e a interpolação das seções sísmicas, tendo como foco principal a qualidade ou resolução dos resultados a serem obtidos.

REFERÊNCIAS

- BERGLER, S. *The Common-Reflection-Surface Stack for Common Offset Theory and Application*. Tese (Doutorado) — University Karlsruhe, 2001.
- BORTFELD, R. Geometrical ray theory: rays and traveltimes in seismic systems (second order approximation of the traveltimes). *Geophysics*, v. 1, p. 342–349, 1989.
- CERVENY, V.; PŠENSIK, I. *SEIS88, Ray Tracing Program Package*. Prague (Czechoslovakia): Charles University, 1988.
- CHIRA, P. et al. Sensibility analysis of the first order traveltime approximation. In: *INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY*. [S.l.]: SBGF. Expanded Abstracts, 2003.
- GARABITO, G.; CHIRA, P. O.; CRUZ, J. C. Numerical analysis of the finite-offset common-reflection-surface traveltime approximations. *Journal of Applied Geophysics*, v. 74, p. 89–99, 2011.
- HUBRAL, P.; KREY, T. *Interval Velocities from Seismic Reflection Time Measurements*. Houston, USA: Western Geophysical Company, 1980.
- HUBRAL, P.; SCHEICHER, J.; TYGEL, M. Three-dimensional paraxial ray properties, part i: Basic relations. *Journal of Seismic Exploration*, n. 1, p. 265–279, 1992.
- HUBRAL, P.; SCHEICHER, J.; TYGEL, M. Three-dimensional paraxial ray properties, part ii: Applications. *Journal of Seismic Exploration*, n. 1, p. 347–362, 1992.
- HUBRAL, P. et al. Determination of fresnel zones from traveltime measurement. *Geophysics*, v. 58, n. 5, p. 703–712, 1993.
- JÄGER, R. et al. Common-reflection-surface stack: image and attributes. *Geophysics*, v. 66, p. 97–109, 2001.
- JIANJUN, G.; SACCHI, M. D.; CHEN, X. A fast reduced-rank interpolation method for prestack seismic volumes that depend on four spatial dimensions. *Geophysics*, v. 78, n. 1, p. 21–30, 2013.
- MOUSA, W. A.; AL-SHUHAIL, A. A. *Processing of Seismic Reflection Data Using MATLAB™*. [S.l.]: Morgan & Claypoll publisher, 2009.
- SCHEICHER, J.; TYGEL, M.; HUBRAL, P. Parabolic and hyperbolic paraxial two-point traveltimes in 3d media. *Geophysical Prospecting*, v. 41, n. 4, p. 495–514, 1993.
- TRAD, D. Five-dimensional interpolation: Recovering from acquisition constraints. *Geophysics*, v. 74, n. 6, p. 123–132, 2009.
- URSIN, B. Quadratic wavefront and traveltime approximations in inhomogeneous layered media with curved interfaces. *Geophysics*, v. 47, n. 7, p. 1012–1021, 1982.
- WANG, J.; NG, M.; PERZ, M. Seismic data interpolation by greedy local radon transform. *Geophysics*, v. 75, n. 6, p. 225–234, 2010.

XU, S. et al. Antileakage fourier transform for seismic data regularization. *Geophysics*, v. 70, p. 87–95, 2005.

YILMAZ, O. *Seismic Data Analysis: Processing, Inversion, and Interpretation of Seismic Data*. 2nd. ed. Tulsa, USA: SEG, 2001.

ZHANG, Y.; BERGLER, S.; HUBRAL, P. Common-reflection-surface (CRS) stack for common-offset. *Geophysical Prospecting*, v. 40, p. 709–718, 2001.

APÊNDICES

APÊNDICE A – EQUAÇÃO DE HAMILTON NA FORMA ESCALAR

De acordo como é mostrado na Figura 13, os vetores posição na superfície anterior da fonte S de onde parte o raio central e da fonte \bar{S} de onde parte o raio paraxial são conhecidos por \mathbf{x}_S e $\bar{\mathbf{x}}_S$, respectivamente. Desta forma, o deslocamento desses vetores a partir da fonte paraxial \bar{S} até a fonte S é $(\bar{\mathbf{x}}_S - \mathbf{x}_S)$, ou simplesmente $\Delta\mathbf{x}_S$. Do mesmo modo, é observado na superfície posterior, onde o deslocamento dos vetores a partir do receptor paraxial \bar{G} até o receptor G é $(\bar{\mathbf{x}}_G - \mathbf{x}_G)$, ou $\Delta\mathbf{x}_G$.

Considerando um meio isotrópico, 2-D, com interfaces suavemente curvas, por definição o plano xz sobre a superfície anterior pode ser expresso em $z = f(x)$. Com esta condição passamos utilizar o eixo x do sistema de coordenada local, que conforme a Figura 13, é a linha tangente à superfície no ponto fonte S . Da mesma forma, acontece na superfície posterior, onde $z' = f(x')$.

Sobre a superfície anterior todos os pontos que são próximos da fonte paraxial \bar{S} , que são considerados pontos infinitesimais, são representados por $\Delta\mathbf{x}_S + d(\Delta\mathbf{x}_S)$.

Segundo Bortfeld (1989), podemos expressar $d(\Delta\mathbf{x}_S)$, em uma aproximação linear, dada por:

$$d(\Delta\mathbf{x}_S) = \left(d\Delta x_S \quad f_x d(\Delta x_S) \right)^T = \begin{pmatrix} d\Delta x_S \\ f_x d(\Delta x_S) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

onde f_x é a primeira derivada de $f(x)$ em relação a x , e $d(\Delta x_S)$ é o resultado da projeção do vetor $d(\Delta\mathbf{x}_S)$ na linha tangente da superfície posterior no ponto fonte S , isto é ao longo do eixo x .

Considerando agora a Figura 14, onde temos a projeção do vetor vagarosidade $\bar{\mathbf{p}}_S$ na tangente à superfície anterior no ponto \bar{S} , e depois o vetor resultante $\bar{\mathbf{p}}_{S,T}$ é projetado na tangente à superfície anterior no ponto fonte S , isto é, ao longo do eixo do eixo x . O vetor deslocamento infinitesimal $d(\Delta\mathbf{x}_S)$ é tangente à superfície anterior no ponto \bar{S} , como qualquer definição de derivada. Conseqüentemente o produto $\bar{\mathbf{p}}_S \cdot \Delta\mathbf{x}_S$ da equação de Hamilton é dado por:

$$\bar{\mathbf{p}}_S \cdot d(\Delta\mathbf{x}_S) = \bar{\mathbf{p}}_{S,T} \cdot d\Delta\mathbf{x}_S. \quad (\text{A.2})$$

Da mesma forma, podemos expressar o vetor vagarosidade $\bar{\mathbf{p}}_{S,T}$, em uma aproximação linear, como:

$$\bar{\mathbf{p}}_{S,T} = \left(\bar{p}_S \quad f_x \bar{p}_S \right)^T = \begin{pmatrix} \bar{p}_S \\ f_x \bar{p}_S \end{pmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

Onde \bar{p}_S é a projeção do vetor $\bar{\mathbf{p}}_{S,T}$ na tangente à superfície posterior no ponto S .

Todas as aproximações lineares descritas na superfície anterior são observadas na superfície posterior. Assim, substituindo as equações (A.1), (A.2) e (A.3) na equação de Hamilton (3.19), obtemos:

$$dt = \overline{\mathbf{p}'_G} \cdot d(\Delta \mathbf{x}'_G) - \overline{\mathbf{p}_S} \cdot d(\Delta \mathbf{x}_S) \quad (\text{A.4})$$

$$dt = \begin{pmatrix} \overline{p'_G} \\ f_{x'} \overline{p'_G} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d(\Delta x'_G) \\ f_{x'} \Delta x'_G \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \overline{p_S} \\ f_x \overline{p_S} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d(\Delta x_S) \\ f_x \Delta x_S \end{pmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

Realizando o produto acima, temos:

$$dt = \overline{p'_G} d(\Delta x'_G) + f_{x'} \overline{p'_G} f_{x'} \Delta x'_G - \overline{p_S} d(\Delta x_S) - f_x \overline{p_S} f_x \Delta x_S, \quad (\text{A.6})$$

e suprimindo os termos superiores, temos:

$$dt = \overline{p'_G} d(\Delta x'_G) - \overline{p_S} d(\Delta x_S). \quad (\text{A.7})$$

Finalmente, obtemos uma aproximação de segunda ordem do tempo de trânsito, determinada pela equação de Hamilton na forma escalar.

APÊNDICE B – DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO PARABÓLICO

A equação de Hamilton na forma escalar é dada por:

$$dt = \overline{p'_G} d(\Delta x'_G) - \overline{p_S} d(\Delta x_S). \quad (\text{B.1})$$

Conforme visto no capítulo 3, foi mostrada uma relação linear entre os deslocamentos das componentes horizontais do vetor vagarosidade do raio paraxial com relação ao raio central e os deslocamentos da fonte paraxial \overline{S} e do receptor paraxial \overline{G} ao longo do eixo x e x' com relação à fonte S e o receptor G do raio central, na qual temos:

$$\underbrace{\overline{p_S} - p_S}_{\Delta p_S} = B^{-1} \Delta x'_G - B^{-1} A \Delta x_S \Rightarrow \overline{p_S} = p_S + B^{-1} \Delta x'_G - B^{-1} A \Delta x_S \quad (\text{B.2})$$

$$\underbrace{\overline{p'_G} - p'_G}_{\Delta p'_G} = C \Delta x_S + DB^{-1} \Delta x'_G - DB^{-1} A \Delta x_S \Rightarrow \overline{p'_G} = p'_G + C \Delta x_S + DB^{-1} \Delta x'_G - DB^{-1} A \Delta x_S. \quad (\text{B.3})$$

Substituindo (B.2) e (B.3) em (B.1), temos:

$$dt = [p'_G + \Delta x_S (C - B^{-1} AD) + DB^{-1} \Delta x'_G] d(\Delta x'_G) - [p_S + B^{-1} \Delta x'_G - B^{-1} A \Delta x_S] d(\Delta x_S). \quad (\text{B.4})$$

Sabendo que p'_G , p'_S , A , B , C e D são escalares constantes e, Δx_S e $\Delta x'_G$ as variáveis de integração, podemos aplicar integrais em ambos os membros da equação (B.4)

$$\int dt = \underbrace{[p'_G + \Delta x_S (C - B^{-1} AD) + DB^{-1} \Delta x'_G] d(\Delta x'_G)}_{I_1} - \underbrace{[p_S + B^{-1} \Delta x'_G - B^{-1} A \Delta x_S] d(\Delta x_S)}_{I_2}. \quad (\text{B.5})$$

Calculo I_1

$$I_1 = \int [p'_G + \Delta x_S (C - B^{-1} AD) + DB^{-1} \Delta x'_G] d(\Delta x'_G) + C_1 \quad (\text{B.6})$$

$$I_1 = \int p'_G d(\Delta x'_G) + \int \Delta x_S (C - B^{-1} AD) d(\Delta x'_G) + DB^{-1} \int \Delta x'_G d(\Delta x'_G) + C_1 \quad (\text{B.7})$$

$$I_1 = p'_G \Delta x'_G + (C - B^{-1} AD) \int \Delta x_S d(\Delta x'_G) + \frac{1}{2} \Delta x'_G DB^{-1} \Delta x'_G + C_1. \quad (\text{B.8})$$

Aplicando a Propriedade da Simplecticidade

$$AD - BC = 1. \quad (\text{B.9})$$

Multiplicando ambos os membros por B^{-1} , temos:

$$B^{-1}AD - C = B^{-1}. \quad (\text{B.10})$$

Multiplicando (B.10) por (-1) , podemos reescrever:

$$C - B^{-1}AD = -B^{-1}. \quad (\text{B.11})$$

Substituindo (B.11) em (B.8), temos:

$$I_1 = p'_G \Delta x'_G - B^{-1} \int \Delta x_S d(\Delta x'_G) + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G + C_1. \quad (\text{B.12})$$

Calculando I_2

$$I_2 = - \int [p_S + B^{-1} \Delta x'_G - B^{-1} A \Delta x_S] d(\Delta x_S) + C_2 \quad (\text{B.13})$$

$$I_2 = - \int p_S d(\Delta x_S) - \int B^{-1} \Delta x'_G d(\Delta x_S) + \int B^{-1} A \Delta x_S d(\Delta x_S) + C_2 \quad (\text{B.14})$$

$$I_2 = -p_S \Delta x_S - B^{-1} \int \Delta x'_G d(\Delta x_S) + B^{-1} A \int \Delta x_S d(\Delta x_S) + C_2 \quad (\text{B.15})$$

$$I_2 = -p_S \Delta x_S - B^{-1} \int \Delta x'_G d(\Delta x_S) + \frac{\Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S}{2} + C_2. \quad (\text{B.16})$$

Aplicando integral por partes na quantidade $-B^{-1} \int \Delta x'_G d(\Delta x_S)$ da equação (B.16):

$$-B^{-1} \int \Delta x'_G d(\Delta x_S) = B^{-1} \left[\Delta x_S \Delta x'_G - \int \Delta x_S d(\Delta x'_G) \right]. \quad (\text{B.17})$$

Substituindo (B.17) em (B.16), a equação toma a seguinte forma:

$$I_2 = -p_S \Delta x_S - \Delta x'_G B^{-1} \Delta x_S + B^{-1} \int \Delta x_S d(\Delta x'_G) + \frac{\Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S}{2} + C_2. \quad (\text{B.18})$$

Substituindo (B.12) e (B.18) em (B.5) e assumindo que as constantes C_1 e C_2 são quantidades escalares que contribuem para o raio central SG , ou seja, $t_0 = t_{SG} = C_1 + C_2$, fica demonstrado o tempo de trânsito paraxial na vizinhança de um raio central SG com tempo de trânsito $t_0 = t_{SG}$:

$$t = t_0 + p'_G \Delta x'_G - B^{-1} \int \Delta x_S d(\Delta x'_G) + \frac{1}{2} \Delta x'_G B^{-1} D \Delta x'_G - \Delta x'_G B^{-1} \Delta x_S + B^{-1} \int \Delta x_S d(\Delta x'_G) + \frac{\Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S}{2}. \quad (\text{B.19})$$

$$t = t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S - \Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G. \quad (\text{B.20})$$

APÊNDICE C – DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO HIPERBÓLICO

O tempo de trânsito ao longo do raio paraxial \overline{SG} na vizinhança de um raio central com tempo de trânsito $t_{SG} = t_0$ é:

$$t = t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S - \Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G. \quad (C.1)$$

A equação acima é apresentada de forma parabólica, devida esta forma Scheicher, Tygel e Hubral (1993) denomina esta equação de aproximação parabólica dos tempos de trânsito. Para obter a aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito (URSIN, 1982), consideramos o quadrado dos tempos de trânsito da equação (B.20) e negligenciando os termos superiores de segunda ordem, obtemos o tempo de trânsito nesta aproximação de acordo com desenvolvimento a seguir

$$t(\Delta x_S, \Delta x_G) = \underbrace{t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S}_a + \underbrace{\left(-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \right)}_b. \quad (C.2)$$

Reescrevendo a equação (C.2), temos:

$$t(\Delta x_S, \Delta x_G) = (a + b), \quad (C.3)$$

e elevando ao quadrado ambos membros da equação, temos:

$$t^2(\Delta x_S, \Delta x_G) = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (C.4)$$

$$\begin{aligned} t^2(\Delta x_S, \Delta x_G) = & (t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S)^2 \\ & + 2(t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S) \left(-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \right) \\ & + \left(-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \right)^2. \end{aligned} \quad (C.5)$$

Suprimindo os termos de quarta ordem da equação (C.5), temos:

$$\begin{aligned} t^2(\Delta x_S, \Delta x_G) = & (t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S)^2 + 2(t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S) \\ & \left(-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \right). \end{aligned} \quad (C.6)$$

Realizando o produto acima, temos:

$$\begin{aligned} t^2(\Delta x_S, \Delta x_G) = & (t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S)^2 \\ & + 2 \left[t_0 \left(-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \right) \right. \\ & + p'_G \Delta x'_G \left(-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \right) \\ & \left. - p_S \Delta x_S \left(-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \right) \right] \end{aligned} \quad (C.7)$$

Suprimindo os termos superiores de segunda ordem e os termos cruzados, tem-se:

$$T^2(\Delta x_S, \Delta x_G) = (t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S)^2 + 2t_0 \left(\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \right) \quad (\text{C.8})$$

APÊNDICE D – EXPANSÃO EM SÉRIE DE TAYLOR DE Δp_G (DIFERENÇA DOS COMPONENTES HORIZONTAIS VAGAROSIDADE)

Na seção 3.6 demonstramos a seguinte função para Δp_G :

$$\Delta p_G(\Delta x_G) = \frac{1}{v_G} \left(\frac{R_G \text{sen} \beta_G + \Delta x_G}{\sqrt{R_G^2 + 2R_G \Delta x_G \text{sen} \beta_G + \Delta x_G^2}} - \text{sen} \beta_G \right). \quad (\text{D.1})$$

Observe que (D.1) está em função de Δx_G .

Expandir em série de Taylor a função (D.1) é aproximar localmente esta função em torno de Δx_G . Considerando a Figura 15, observe que $\Delta x_G = \overline{x_G} - x_G$. Aproximando $\overline{x_G}$ e x_G é tomar a quantidade $\Delta x_G = 0$. Logo a expansão em Taylor fica na seguinte forma genérica:

$$P(x) = f(0) + f'(0)(x-0) + \frac{f''(0)}{2}(x-0)^2 + \frac{f'''(0)}{3}(x-0)^3 + \dots + \frac{f^n(0)}{2}(x-0)^n, \quad (\text{D.2})$$

conhecida como Série de Mac-Laurin de ordem n .

Expandindo a função (D.1) até primeira ordem e negligenciar os termos de ordem superiores. Neste caso a equação (D.1) comparando com (D.2) toma a seguinte forma:

$$\Delta p_G(\Delta x_G) = \frac{1}{v_G} [\Delta p_G(0) + \Delta p'_G(0) \Delta x_G], \quad (\text{D.3})$$

$$\Delta p_G(0) = \frac{1}{v_G} \left(\frac{R_G \text{sen} \beta_G}{R_G} - \text{sen} \beta_G \right) = 0, \quad (\text{D.4})$$

$$\Delta p'_G(0) = \frac{\sqrt{R_G^2 + 2R_G \Delta x_G \text{sen} \beta_G + \Delta x_G^2} - (R_G \text{sen} \beta_G + \Delta x_G) \frac{1}{2\sqrt{R_G^2 + 2R_G \Delta x_G \text{sen} \beta_G + \Delta x_G^2}} (2R_G \text{sen} \beta_G + 2\Delta x_G)}{R_G^2 + 2R_G \Delta x_G \text{sen} \beta_G + \Delta x_G^2}, \quad (\text{D.5})$$

$$p'_G(0) = \frac{R_G - \frac{R_G^2 \text{sen} \beta_G^2}{R_G}}{R_G^2}, \quad (\text{D.6})$$

$$\Delta p'_G(0) = \frac{R_G^2 - R_G^2 \text{sen} \beta_G^2}{R_G} \frac{1}{R_G^2}, \quad (\text{D.7})$$

$$\Delta p'_G(0) = \frac{(1 - \text{sen} \beta_G^2)}{R_G}, \quad (\text{D.8})$$

$$\Delta p'_G(0) = \frac{\cos \beta_G^2}{R_G}, \quad (\text{D.9})$$

$$\Delta p_G(\Delta x_G) = \frac{1}{v_G} \frac{\cos \beta_G^2}{R_G} \Delta x_G. \quad (\text{D.10})$$

Sendo $R_G = \frac{1}{K_G}$,

$$\Delta p_G = \frac{1}{v_G} \frac{\Delta x_G \cos \beta_G^2}{\frac{1}{K_G}} \Rightarrow \Delta p_G = \frac{K_G}{v_G} \Delta x_G \cos \beta_G^2. \quad (\text{D.11})$$

APÊNDICE E – CÁLCULO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ PROPAGADORA EM FUNÇÃO DAS CURVATURAS DE FRENTES DE ONDA

Conforme visto na seção 3.5, nos experimentos FC e PMC usando suas respectivas condições tem-se

$$\frac{K_1}{v_G} \cos \beta_G^2 = DB^{-1}, \quad (\text{E.1})$$

$$-A - B \frac{K_2}{v_S} \cos \beta_G^2 = 1, \quad (\text{E.2})$$

$$-C - D \frac{K_2}{v_S} \cos \beta_G^2 = \frac{K_3}{v_G} \cos \beta_G^2. \quad (\text{E.3})$$

Resolvendo (E.2):

$$-A - B \frac{K_2}{v_S} \cos \beta_S^2 = 1, \quad (\text{E.4})$$

$$B \frac{K_2}{v_S} \cos \beta_S^2 = -A - 1, \quad (\text{E.5})$$

$$\frac{K_2}{v_S} \cos \beta_S^2 = -AB^{-1} - B^{-1}. \quad (\text{E.6})$$

Substituindo (E.6) em (E.3), temos

$$-C - D(-AB^{-1} - B^{-1}) = \frac{K_3}{v_G} \cos \beta_G^2, \quad (\text{E.7})$$

$$-C + AB^{-1}D + DB^{-1} = \frac{K_3}{v_G} \cos \beta_G^2. \quad (\text{E.8})$$

Usando a Propriedade da Simplecticidade

$$AD - BC = 1. \quad (\text{E.9})$$

Multiplicando ambos os membros de (E.9) por B^{-1}

$$AB^{-1}D - C = B^{-1} \quad (\text{E.10})$$

Substituindo (E.10) em (E.8)

$$\underbrace{-C + AB^{-1}D + DB^{-1}}_{B^{-1}} = \frac{K_3}{v_G} \cos \beta_G^2. \quad (\text{E.11})$$

Substituindo (E.1) em (E.11)

$$B^{-1} + \frac{K_1}{v_G} \cos \beta_G^2 = \frac{K_3}{v_G} \cos \beta_G^2, \quad (\text{E.12})$$

$$B^{-1} = \frac{K_3}{v_G} \cos \beta_G^2 - \frac{K_1}{v_G} \cos \beta_G^2, \quad (\text{E.13})$$

$$B^{-1} = K_3 - K_1 \left(\frac{\cos \beta_G^2}{v_G} \right), \quad (\text{E.14})$$

$$B = \frac{1}{K_3 - K_1} \left(\frac{v_G}{\cos \beta_G^2} \right). \quad (\text{E.15})$$

Utilizando as equações (E.1) e (E.14), tem-se:

$$D = \frac{1}{B^{-1}} \frac{K_1 \cos \beta_G^2}{v_G}, \quad (\text{E.16})$$

$$D = \frac{K_1}{(K_3 - K_1)} \frac{v_G \cos \beta_G^2}{v_G}, \quad (\text{E.17})$$

$$D = \frac{K_1}{(K_3 - K_1)}. \quad (\text{E.18})$$

Utilizando as equações (E.1) e (E.14), tem-se:

$$-A - B \frac{K_2}{v_S} \cos \beta_S^2 = 1, \quad (\text{E.19})$$

$$A = -B \frac{K_2}{v_S} \cos \beta_S^2 - 1. \quad (\text{E.20})$$

e substituindo (E.5) em (E.20) temos:

$$A = -1 - \frac{K_2}{(K_3 - K_1)} \frac{v_G \cos \beta_S^2}{v_S \cos \beta_G^2}. \quad (\text{E.21})$$

Utilizando a equação (E.3)

$$-C - D \frac{K_2}{v_S} \cos \beta_S^2 = \frac{K_3}{v_G} \cos \beta_G^2, \quad (\text{E.22})$$

e substituindo as equações (E.18) em (E.22)

$$C = -K_3 \frac{\cos \beta_G^2}{v_G} - \frac{K_1 - K_2}{(K_3 - K_1)} \frac{\cos \beta_G^2}{v_S}. \quad (\text{E.23})$$