

ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE INFLUÊNCIA
NA QUALIDADE SUPERFICIAL DE LINGOTES

44/82

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

"ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE INFLUÊNCIA
NA QUALIDADE SUPERFICIAL DE LINGOTES"

JOSÉ MARIA DO VALE QUARESMA

Trabalho apresentado à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia de Campinas, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

- CAMPINAS -

1982

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. AMAURI GARCIA, a quem se deve a orientação deste trabalho, o autor agradece pelo interesse e ajuda dispensada durante o desenvolvimento do mesmo.

Agradece também a colaboração do Sr. Laerte Struziatto nos trabalhos experimentais, da Sra. Taka O. Perroni nos trabalhos de datilografia, do Sr. Wilton Furquim pelos desenhos realizados e dos Srs. Mário Valter Albertini e Antonio Roberto Donadon, na realização das fotografias.

A meus pais.
A minha esposa.
Aos meus filhos.

"ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE INFLUÊNCIA NA QUALIDADE SUPERFICIAL DE LINGOTES"

RESUMO

Constitui objetivo fundamental deste trabalho, a análise teórico-experimental de todos os fatores relativos ao sistema metal/molde que apresentem influência direta ou indireta sobre a qualidade superficial de lingotes. Para tanto, foi necessário simular-se condições de transferência de calor e de solidificação na primeira etapa de resfriamento do processo de lingotamento contínuo. O que foi feito através da construção de um dispositivo de lingotamento estático formado por um conjunto constituído de duas partes principais, que são: um molde de cobre refrigerado a água e um molde de refratário que permite alimentação do metal líquido pela base, de tal forma a simular o movimento relativo entre o lingote e o molde no processo de lingotamento contínuo. Inicialmente é abordado a análise das hipóteses teóricas, formuladoras dos prováveis mecanismos de formação de marcas superficiais, através de ensaios de resfriamento e solidificação com compostos orgânicos. Em seguida, foram examinados parâmetros térmicos de influência, tais como a força motriz de distorção térmica (ψ) e o coeficiente global de transferência de calor (hg) e o superaquecimento. Além destes aspectos analisou-se ainda, a influência da composição química (ligas com diferentes intervalos de solidificação) e da velocidade de lingotamento. Finalmente, todos os parâmetros de influência são analisados conjuntamente para estabelecer-se o mecanismo básico da formação de marcas superficiais durante o lingotamento.

Í N D I C E

RESUMO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

1.2 - OBJETIVOS DESTE TRABALHO

CAPÍTULO 2 - ASPECTOS DA QUALIDADE SUPERFICIAL DE LINGOTES

2.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

2.2 - MECANISMOS DE FORMAÇÃO DE MARCAS SUPERFICIAIS

2.2.1 - Mecanismo de Thornton |7|

2.2.2 - Mecanismo de Savage |4|

2.2.3 - Mecanismo de Grill e Brimacombe |14|

2.2.4 - Outros Mecanismos Relacionados com o Menisco

CAPÍTULO 3 - MATERIAIS E MÉTODOS UTILIZADOS

3.1 - METAIS E LIGAS UTILIZADAS

3.2 - DISPOSITIVO DE SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL REFRIGERADO A ÁGUA

3.3 - TIPOS DE CONTATO TÉRMICO NA INTERFACE METAL/MOLDE

3.4 - TÉCNICAS EXPERIMENTAIS

3.4.1 - Variação da composição química mantendo-se invariável a velocidade de lingotamento e o superaquecimento.

3.4.2 - Variação da velocidade de lingotamento, com composição química e de superaquecimento invariável

3.4.3 - Variação do superaquecimento, com velocidade de lingotamento e composição química constante.

3.4.4 - Variação do contato térmico metal/molde, com superaquecimento, composição química e velocidade de lingotamento constantes.

CAPÍTULO 4 - RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 - ANÁLISE PRELIMINAR DOS RESULTADOS EM MODELOS DE CERA

4.2 - ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE MARCAS SUPERFICIAIS EM LINGOTES DE DIFERENTES METAIS

4.3 - ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA COMPOSIÇÃO QUÍMICA DE LIGAS BINÁRIAS SOBRE A QUALIDADE SUPERFICIAL DE LINGOTES

4.4 - ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE FATORES OPERACIONAIS DO LINGOTAMENTO CONTÍNUO NA QUALIDADE SUPERFICIAL

4.4.1 - Velocidade de Lingotamento

4.4.2 - Superaquecimento

4.5 - ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO CONTATO TÉRMICO METAL/MOLDE

4.6 - ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA DISTORÇÃO TÉRMICA DA CAMADA SOLIDIFICADA SOBRE A QUALIDADE SUPERFICIAL

4.7 - ANÁLISE SÍNTESE DOS FATORES DE INFLUÊNCIA NA QUALIDADE SUPERFICIAL E FORMULAÇÃO DO MECANISMO DE FORMAÇÃO DE MARCAS SUPERFICIAIS

CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES

BIBLIOGRAFIA

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

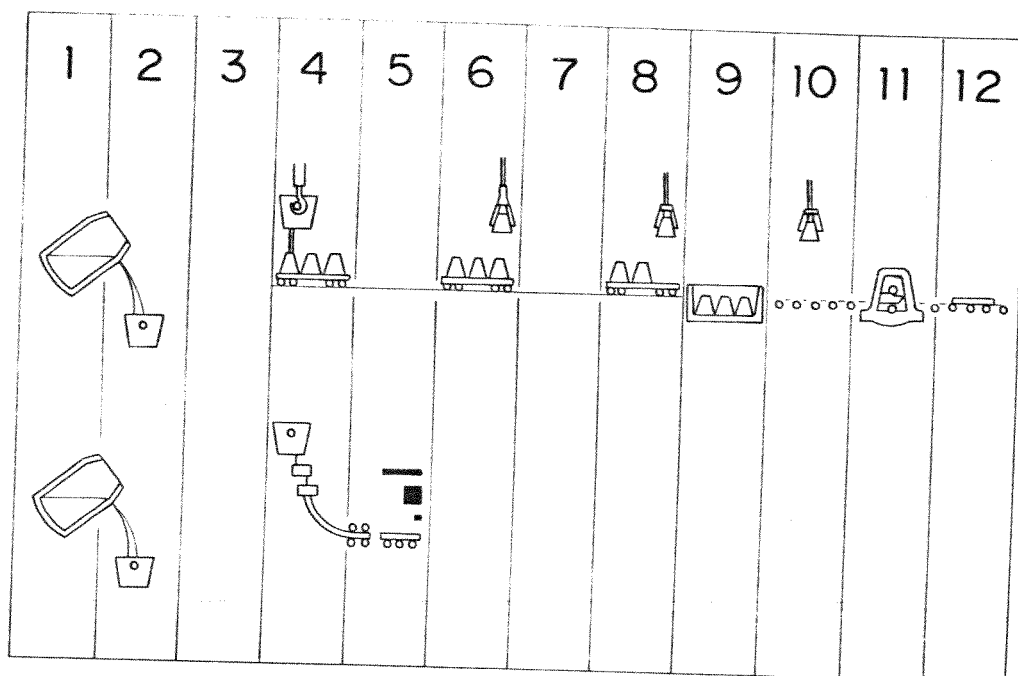
1.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

A qualidade da superfície dos lingotes é uma característica de extrema importância, uma vez que, a incidência de defeitos ou irregularidades (marcas) superficiais podem induzir à formação de trincas durante deformação mecânica posterior em processos como por exemplo a laminação. Na produção de lingotes, tanto por processo estático quanto por processo contínuo, observa-se o surgimento de marcas superficiais cuja incidência depende de fatores tanto intrínsecos ao material quanto a fatores de operação. Estas marcas são mais críticas no processo de lingotamento contínuo, onde o produto semi-acabado já se apresenta na forma de placas, barras, etc., permitindo a conexão direta a um processo de laminação no qual a existência destas marcas podem constituir um problema para a qualidade do produto, dada a possibilidade de nucleação e propagação de trincas. No lingotamento estático, a fabricação de placas ou barras ou tarugos é precedido de uma laminação primária (desbaste) que elimina parte da camada superficial e, conseqüentemente as marcas da superfície.

Atualmente, o processo de lingotamento contínuo é uma alternativa tecnológica essencial, principalmente, nas usinas siderúrgicas modernas. Este processo aumenta apreciavelmente a eficiência da produção de lingotes comparativamente ao processo de lingotamento convencional [1, 2, 3]. A

figura (1.1) mostra a comparação entre os dois processos para o caso particular do aço, evidenciando a redução do número total de etapas de processamento no caso da utilização do processo contínuo. Outro aspecto importante do lingotamento contínuo, reside no maior aproveitamento da carga de metal líquido [1,2], reduzindo sensivelmente as perdas de material em relação ao processo estático conforme exemplifica a figura (1.2), também para o caso do aço. Além das vantagens já mencionadas podem ser citadas uma série de outras vantagens como economia de energia, possibilidade de automação de vários seguimentos do processo produtivo, etc.

Das aplicações do processo de lingotamento contínuo, destaca-se o lingotamento do aço devido ao grande volume deste metal produzido anualmente e, há tendência mundial no sentido de implantar um número cada vez maior de sistemas de lingotamento contínuo para substituir as unidades de lingotamento convencional. A figura (1.3) apresenta um esquema representativo de um moderno equipamento de lingotamento contínuo de aço. O aço líquido é vazado de um cadinho "1" a um reservatório (tundish) "2" que se incumbe de repassar controladamente o volume de metal líquido a um molde de cobre "5" refrigerado a água. Neste molde a camada sólida atinge de 10 a 20 mm de espessura, passando em seguida a uma etapa onde o resfriamento é feito diretamente na superfície do lingote, através de jatos d'água. O lingote é continuamente deslocado a partir do molde por meio de rolos extratores "7", que tem ainda a incumbência de redirecionar o lingote a uma posição horizontal (eliminar o formato de arco) conduzindo-o até a estação de corte, o qual é realizado em dimensões adequadas a um posterior processamento por



- 1 - ELABORAÇÃO DO AÇO
- 2 - VAZAMENTO DO AÇO PARA A PAINELA DE TRANSFERÊNCIA
- 3 - TRANSPORTE DA PAINELA DE TRANSFERÊNCIA PARA A ARCA DE LINGOTAMENTO
- 4 - LINGOTAMENTO
- 5 - CORTE
- 6 - DESMOLDAGEM DO LINGOTE
- 7 - TRANSPORTE PARA O LAMINADOR DESBASTADOR
- 8 - ALIMENTAÇÃO DO FORNO DE REAQUECIMENTO
- 9 - REAQUECIMENTO
- 10 - DESCARREGAMENTO
- 11 - LAMINAÇÃO
- 12 - PRODUTO SEMI ACABADO

Figura (1.1) - Comparação entre as etapas dos processos de lingotamento estático e contínuo [1, 3]

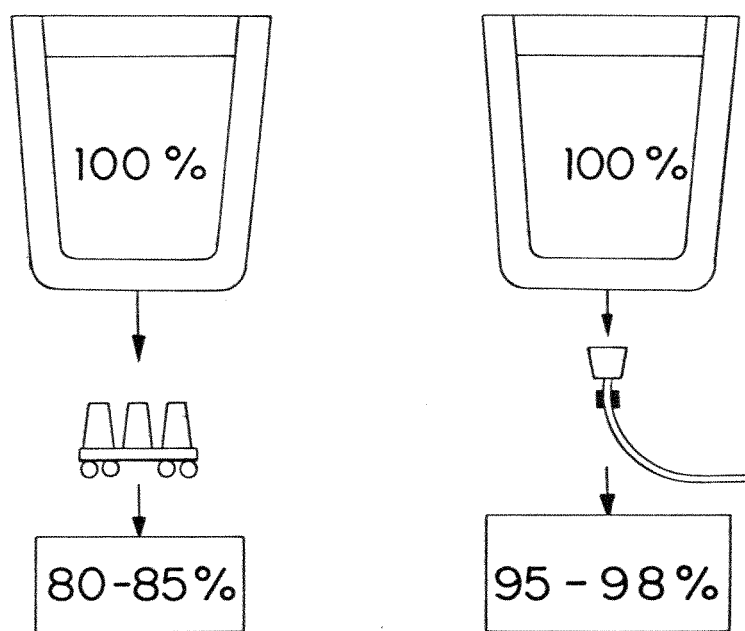


Figura (1.2) - Comparação entre o aproveitamento de aço líquido nos processos de lingotamento estático e contínuo. [1]

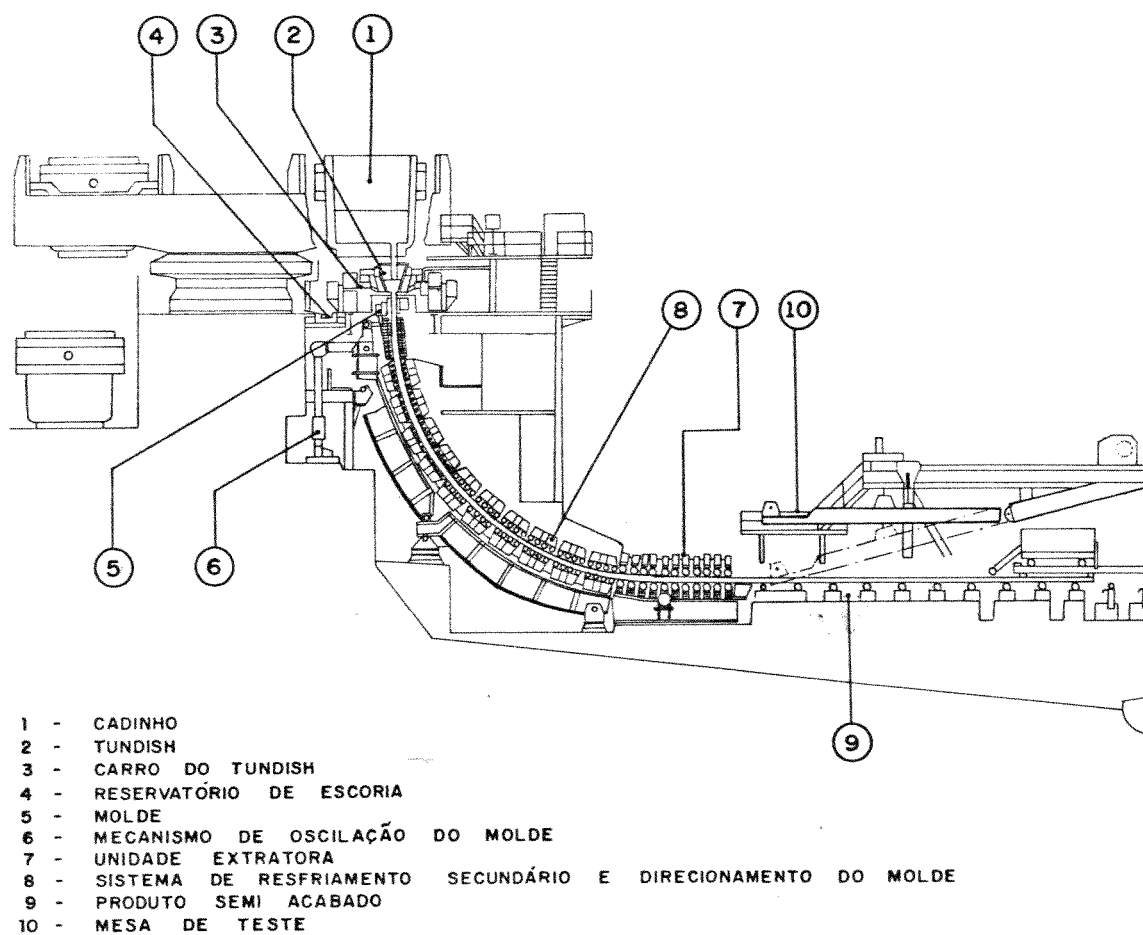


Figura (1.3) - Esquema representativo de um sistema de lingotamento contínuo de aço. [1, 4, 5]

deformação mecânica.

Uma das principais inovações tecnológicas deste processo, consiste na oscilação do molde, cujo principal objetivo consiste na redução da incidência de rupturas da camada sólida na saída do molde [1, 4, 5]. Esta oscilação vai influenciar a forma de contato entre o metal líquido e o molde, implicando em modificações importantes na morfologia do lingote, conduzindo, por exemplo, à formação de marcas superficiais que podem comprometer razoavelmente a qualidade do produto. Na verdade, o movimento de oscilação amplia o efeito de formação de marcas superficiais, as quais podem também se registrar em lingotes produzidos estaticamente. Esta evidência do comprometimento da qualidade da superfície dos lingotes produzidos continuamente, mostra a importância da análise sistemática do fenômeno, no sentido de se obter uma maior compreensão do mesmo para que possa ser controlado. Observa-se entretanto, até recentemente, pouco volume de pesquisa neste assunto, e conseqüentemente o fenômeno ainda não está bem compreendido.

1.2 - OBJETIVOS DESTE TRABALHO

Tendo em vista a importância da etapa de resfriamento primário do processo de lingotamento contínuo de metais sobre a qualidade superficial do produto final, bem como, sobre as características operacionais do processo, definiu-se um plano de trabalho para análise do processo de solidificação nesta etapa com os seguintes objetivos.

- 1.2.1 - Construção de um dispositivo simulador do processo de lingotamento contínuo na etapa de resfriamento primário, que permita a análise operacional dos parâmetros de influência na qualidade superficial dos lingotes.
- 1.2.2 - Verificação preliminar dos mecanismos de formação de marcas superficiais em lingotes, bem como de suas variáveis de influência, através da utilização de modelos de compostos orgânicos.
- 1.2.3 - Análise da influência da composição química de ligas binárias sobre a qualidade superficial de lingotes.
- 1.2.4 - Análise da influência de atmosferas de diferentes capacidades de condução de calor e, das condições da superfície do molde sobre o coeficiente global de transferência de calor e, sobre a qualidade da superfície dos lingotes.
- 1.2.5 - Análise da influência dos fatores operacionais tais como o superaquecimento e, a velocidade de lingotamento na formação das marcas superficiais.

1.2.6 - Análise global de todos os fatores que influenciam a formação de marcas superficiais, sintetizando-os na forma de um mecanismo explicativo do fenômeno.

CAPÍTULO 2

ASPECTOS DA QUALIDADE SUPERFICIAL DE LINGOTES

2.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Quando um metal líquido é vazado contra a parede de um molde, espera-se que a superfície solidificada assuma a regularidade da superfície do mesmo. No caso de peças solidificadas em condições de resfriamento rápido entretanto, a superfície tem a tendência geral de apresentar irregularidades geométricas que, são consequência direta do comportamento termomecânico da camada em solidificação tendo pouca relação com a geometria da superfície do molde propriamente dita.

Os tipos de defeitos superficiais em lingotes produzidos por lingotamento contínuo que ocorre mais frequentemente são:

- Dupla casca
- Dobras
- Fendas e
- Bolhas de Ar.

Evidências de trabalhos anteriores sobre o assunto, mostram ser de extrema importância os primeiros instantes do processo de solidificação no que diz respeito a qualidade superficial de um lingote ou peça fundida, sendo mais significativo ainda quando se trata de solidificação em mol

des que provocam elevadas taxas de resfriamento, como por exemplo, no Processo de Lingotamento Contínuo. Neste particular, tanto o lingotamento contínuo como o lingotamento estático de metais podem ser considerados como problemas de transferência de calor com taxas de esfriamento controladas por resistências térmicas, tais como:

- A camada solidificada
- A interface metal/molde e
- O próprio molde.

Isto torna muito importante se conhecer o maior número possível de informações sobre a região de primeiro contato entre o metal líquido e o molde, na análise dos fatores que influem na qualidade da superfície dos lingotes. Esta qualidade é principalmente caracterizada pela presença ou ausência de marcas superficiais no lingote, o que, no caso particular de lingotamento contínuo, assume um aspecto importante, uma vez que, estas irregularidades na superfície levam a formação de trincas transversais. Estas trincas se iniciam nas bases destas marcas devido as tensões térmicas geradas pela diferença de temperaturas entre as regiões com e sem marcas superficiais e, apresentam tendência de propagação já na etapa do resfriamento secundário do lingotamento contínuo. Além disso, devido a menor intensidade do fluxo de calor em direção ao molde nestas regiões provocado pelo "GAP" de ar formado, estas depressões superficiais irão provocar a formação de microestruturas mais grosseiras localizadas. Estes dois aspectos de qualidade mencionados, comprometem as características mecânicas do material do lingote obtido e, surgem durante a solidificação no molde vin-

do a sugerir a necessidade de uma análise mais profunda da solidificação nestas etapas, cujo objetivo será obter maior compreensão dos mecanismos de formação destas marcas superficiais e, dos fatores que influem no seu surgimento e na sua extensão.

A qualidade superficial dos lingotes pode ser relacionada com a ação dos mais variados e diferentes fatores e, que sô recentemente tem sido alvo de análise mais profunda e separadamente. Como por exemplo:

- A velocidade de lingotamento.
- A temperatura de vazamento.
- A condição de superfície do molde.
- A taxa de extração de calor.
- O material do molde.
- A espessura do molde.
- A composição química do metal.

Altas velocidades de lingotamento e temperatura de vazamento, tendem a aumentar a incidência de marcas devido ao aumento rápido da pressão metalostática podendo reduzir o efeito do resfriamento nas paredes do molde vindo a resultar num baixo desenvolvimento na espessura da camada solidificada inicial do lingote. Fenômeno representado graficamente por Thomas [6], de forma qualitativa, na figura (2.1). Tal fato pode ser considerado particularmente correto para aços acalmados, nos quais a camada inicial do lingote provavelmente será menos capaz de resistir a altas pressões do que aços mais oxidados (efervescentes), vindo inclusive a ocorrer incidência de dobras. Entretanto, é evidente a existência de uma série de valores para velocidade de lin

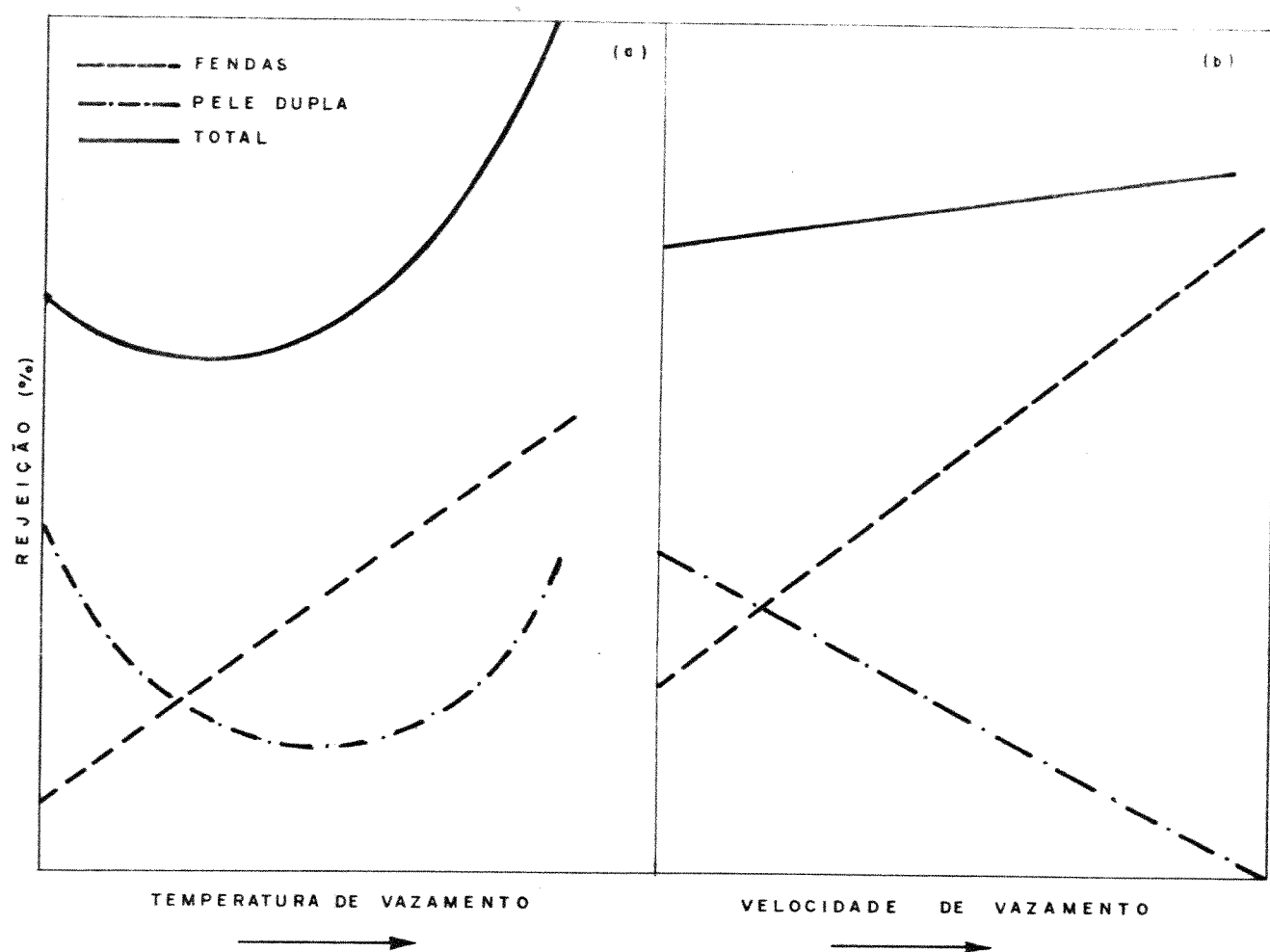


Figura (2.1) - Influência qualitativa da temperatura de vazamento e da velocidade de lingotamento na ocorrência de marcas superficiais em lingotes de aço [6]

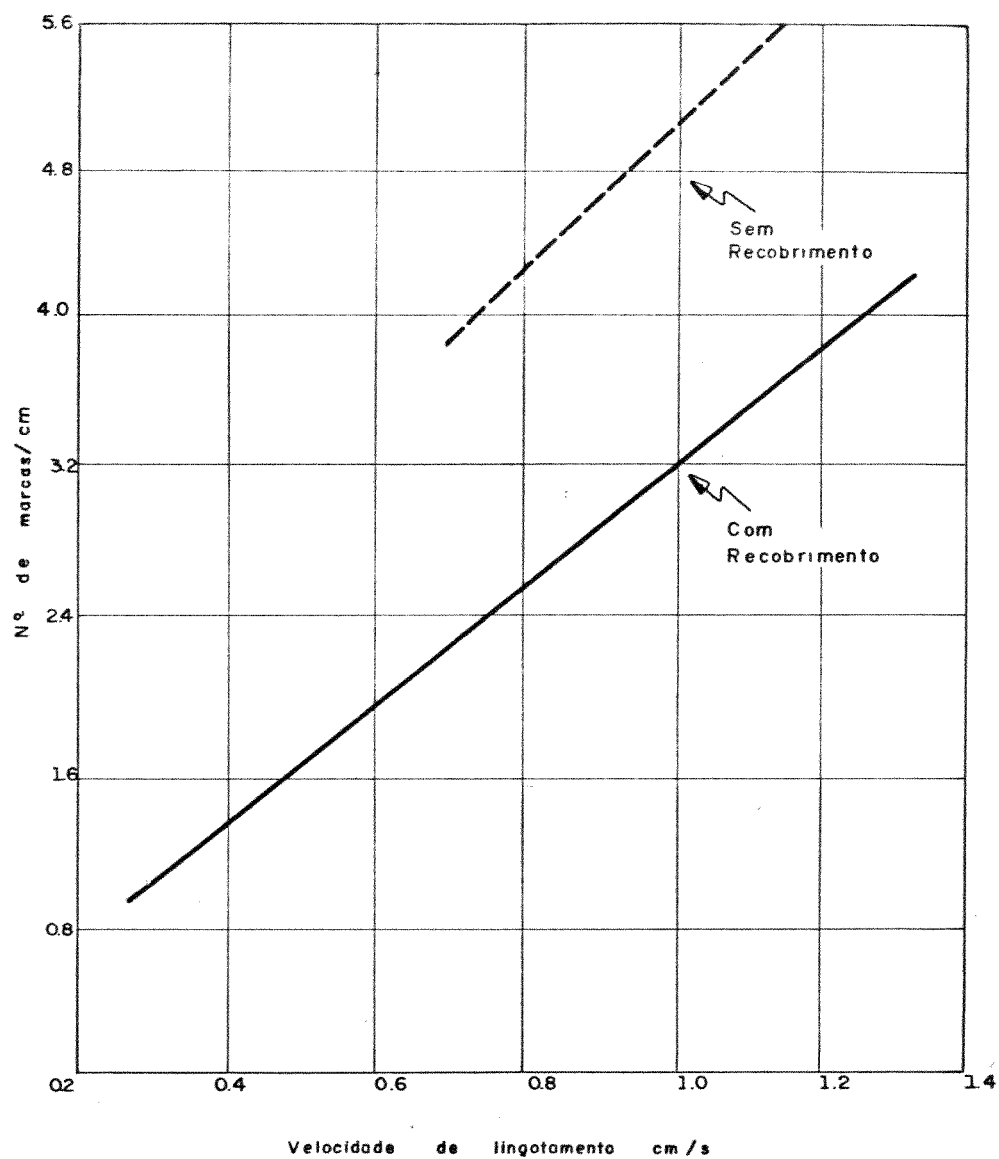


Figura (2.2) - Influência quantitativa da velocidade de lingotamento no número de marcas superficiais em lingotes de aço. Molde com e sem recobrimento [7].

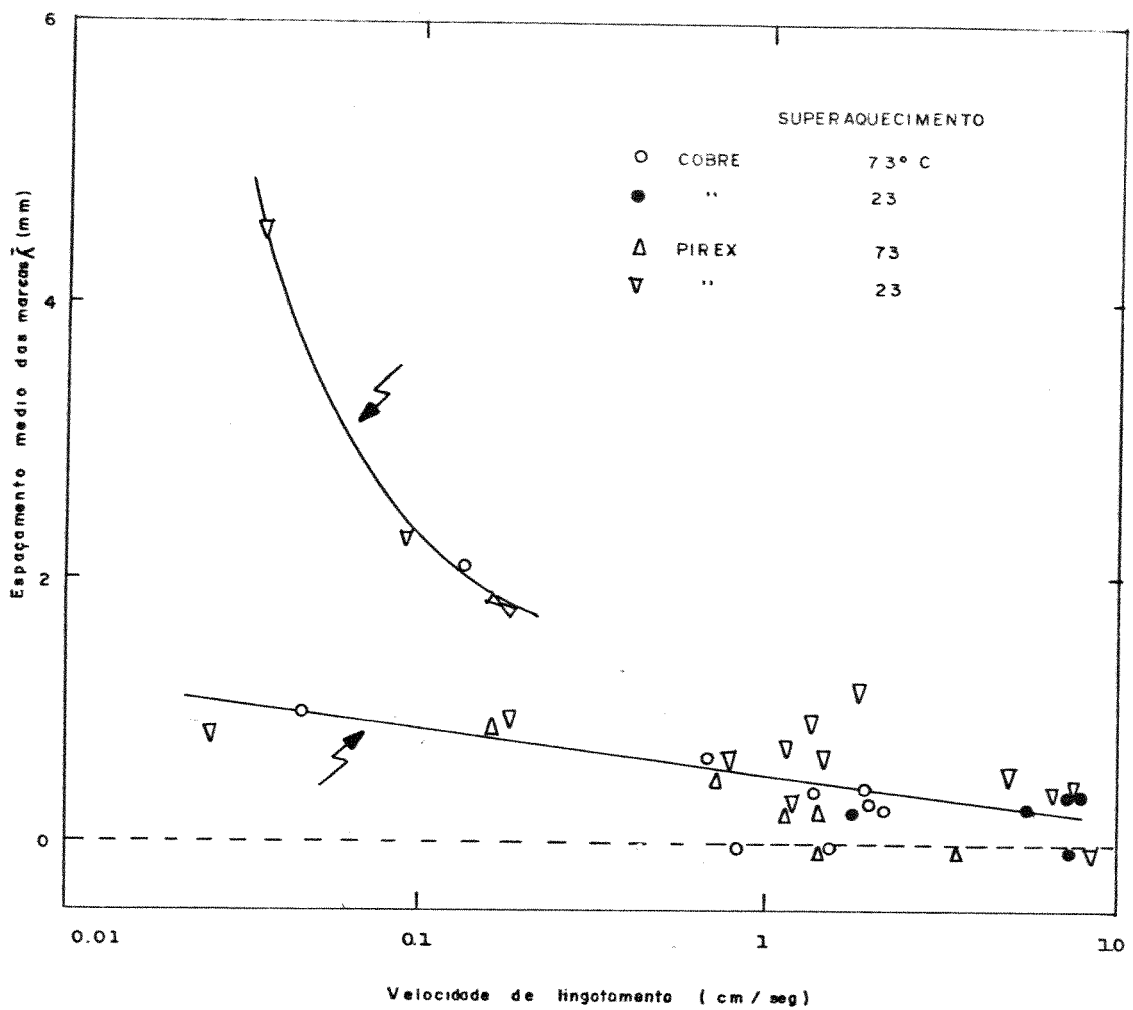


Figura (2.3) - Variação do espaçamento médio das marcas su
perficiais dos tipos I e III com a veloci_da
de de lingotamento, para vazamento tubular
[9].

Tipos I e III, onde se verifica que os espaçamentos λ_{III} diminuem rapidamente com o aumento da velocidade de lingotamento podendo mesmo ocorrer em alguns casos uma superfície espelhada que seria de ótima qualidade. Na figura (2.4) temos a velocidade de lingotamento contra o espaçamento médio $\bar{\lambda}_I$, associado com o material do molde e a espessura do molde, onde se verifica que $\bar{\lambda}_I$ diminui com o aumento da velocidade de lingotamento mas, isto provavelmente pouco tem a ver com a espessura do molde. Na figura (2.5) temos a velocidade de lingotamento contra o espaçamento médio $\bar{\lambda}_{II}$, associado com o material e a geometria do molde, onde temos $\bar{\lambda}_{II}$ crescendo com o aumento da velocidade de lingotamento muito mais num molde de placa de cobre do que, num molde de forma cilíndrica do mesmo material, o que nos leva a crer que as placas de cobre possuem um efeito resfriador muito maior levando a uma qualidade superficial inferior e, supor que taxas de extração de calor muito altas devem ser evitadas em benefício da qualidade superficial.

Estudos detalhados da qualidade superficial similares ao de Wray foram feitos por Siebel et alli [10], lingotando continuamente o alumínio; por Waters [11], lingotando continuamente o chumbo e por Collins [12], lingotando continuamente o alumínio. Entretanto, a influência da velocidade de lingotamento sobre a geometria da superfície do lingote, não foi completamente explorada e as causas das diferentes características superficiais não foram estabelecidas.

Quanto a composição química Singh e Blazek [13], durante suas pesquisas sobre transferência de calor nos moldes de lingotamento contínuo, estabeleceram evidências fotográficas de marcas superficiais nos lingotes de aços com di

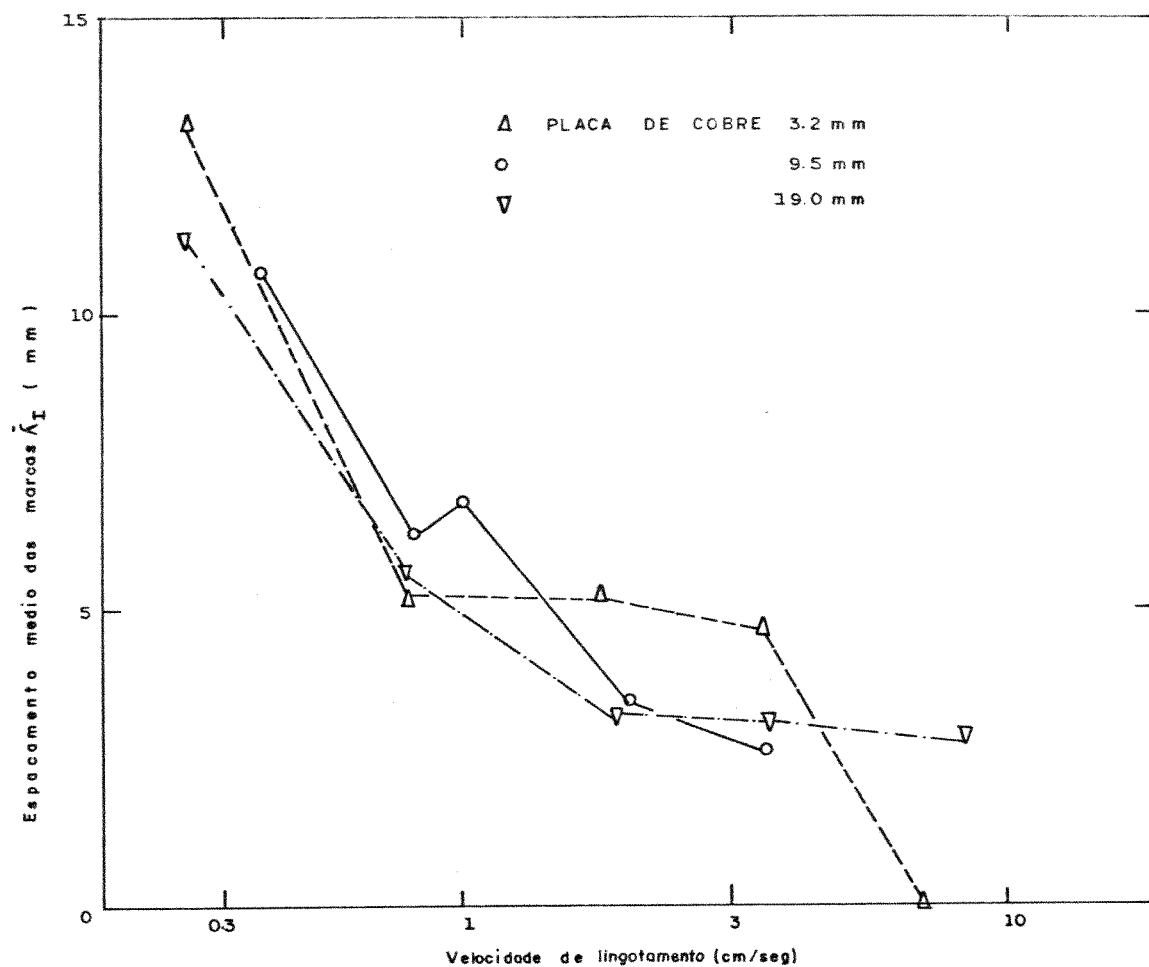


Figura (2.4) - Variação do espaçamento das marcas superficiais do Tipo I com a velocidade de lingotamento, para diferentes espessuras na parede do molde. Superaquecimento 73°C [9].

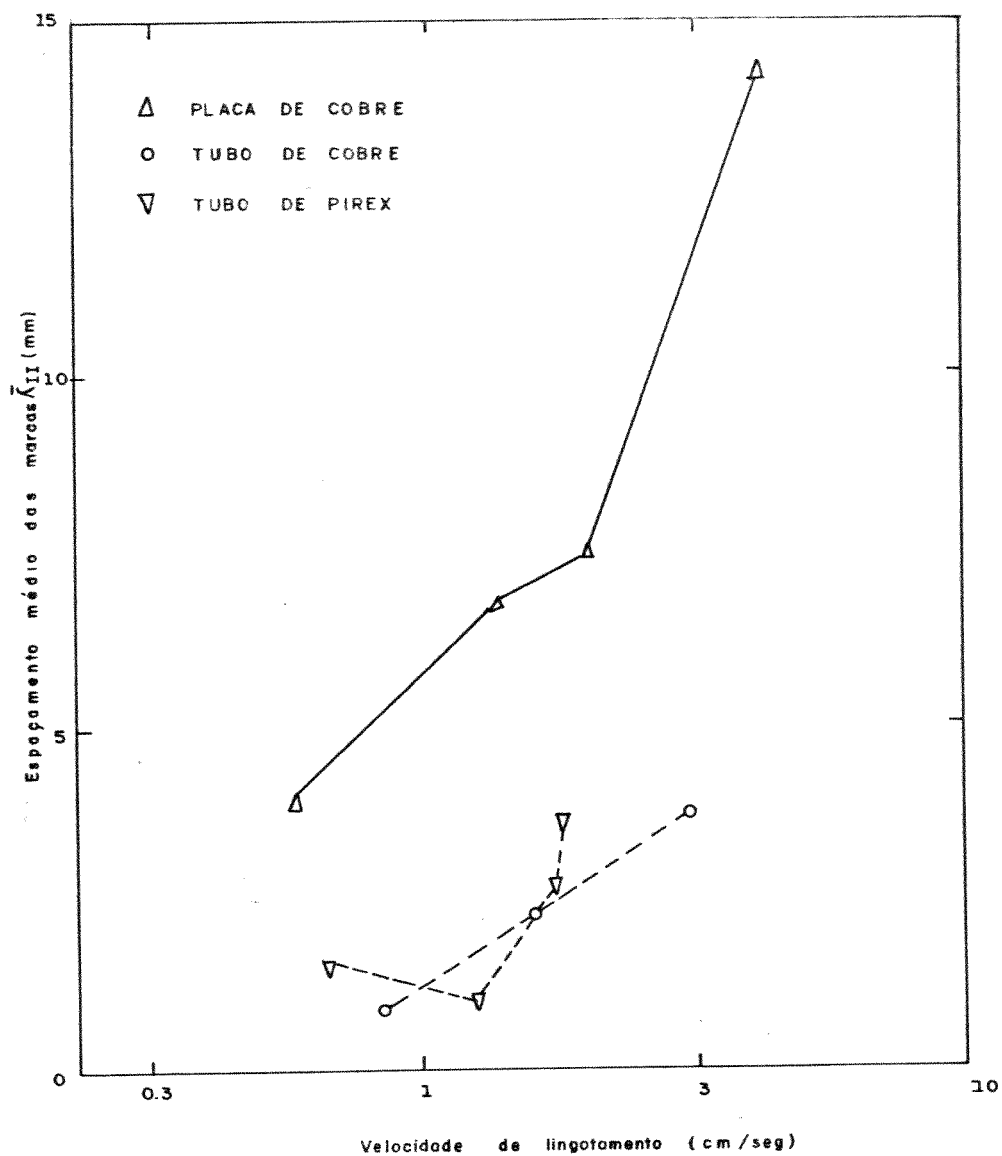


Figura (2.5) - Variação do espaçamento nas marcas superficiais do Tipo II com a velocidade de lingotamento, para vazamento tubular e plano. Superaquecimento 73°C [9].

ferentes teores de carbono, como se vê na figura (2.6), o que demonstra que variando a composição química do material pesquisado, teremos mudanças da qualidade superficial do lingote ou peça fundida em função da menor ou maior presença de elemento de liga. Isto está de acordo com o constatado por Grill e Brimacombe [14]. Para explicar a formação de marcas superficiais e, variação da espessura da camada solidificada, bem como, com saucedo et alli [8] que obtiveram marcas superficiais pouco pronunciadas em lingotes de aços com alto teor de carbono (1,5%C), para baixo superaquecimento (menos de 15°C), baixa velocidade de lingotamento (menor que 3m/min), mínima aspereza na parede do molde e, alta taxa de extração de calor.

Em qualquer caso, tanto as propriedades específicas do material a ser pesquisado e os parâmetros do processo devem ser levados em conta.

Na Tabela (2.1), temos alguns parâmetros que provavelmente podem melhorar ou piorar a qualidade superficial dos lingotes.

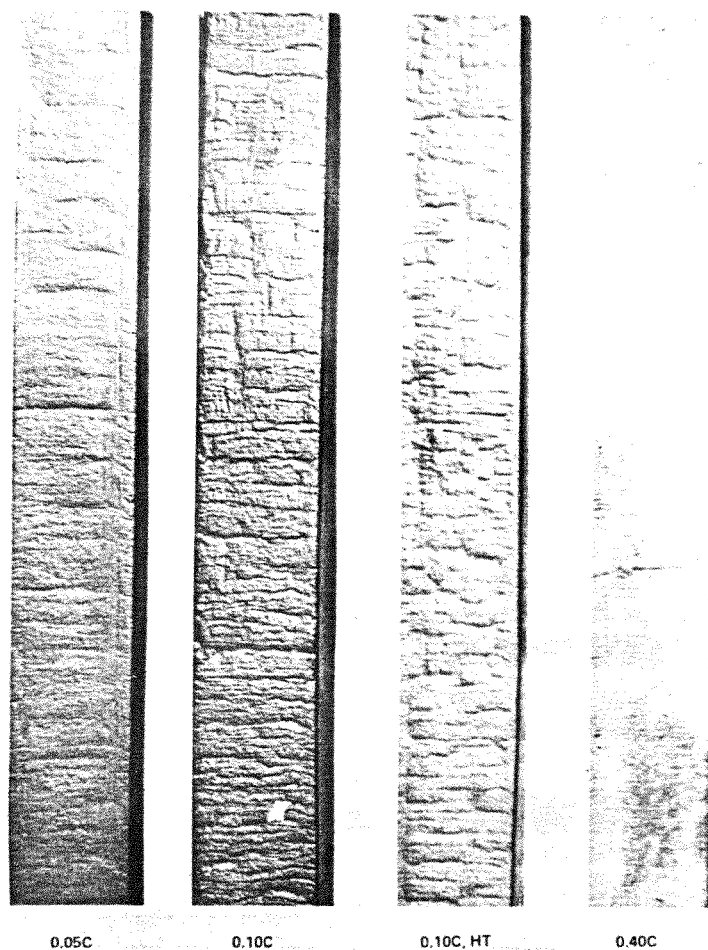


Figura (2.6) Marcas superficiais no lingotamento contínuo
de aços com diferentes teores de carbono.
[9; 13; 17]

TABELA 2.1

PARÂMETROS	INTENSIDADE	QUALIDADE
Taxa de extração de calor		
Velocidade de vazamento		
Temperatura de vazamento (*)		
Temperatura do molde		
Condutividade térmica do molde		
Cond. térmica do revestimento		

 Elevada  Baixa

(*) Está relacionado ao superaquecimento.

2.2 - MECANISMOS DE FORMAÇÃO DE MARCAS SUPERFICIAIS

Foi proposta uma série de mecanismo explicativo da formação das marcas superficiais em lingotes e que podem ser agrupados como segue:

2.2.1 - Mecanismo de Thornton [7].

O mecanismo proposto por Thornton para a formação de marcas superficiais nos lingotes, conforme esquema das figuras (2.7 e 2.8), baseia-se na hipótese de que a solidificação tem início no menisco em algum ponto pouco acima do contato menisco/molde. Após algum tempo o sólido cresce sobre o menisco impedindo o metal líquido de entrar em contato com o molde. A película de sólido cresce até o instante em que a pressão metalostática possa dobrá-la em direção ao molde ocasionando novamente um contato entre o metal e o molde. O perfil da interface sólido/líquido da película pode ainda sofrer alterações devido aos efeitos da diminuição do fluxo de calor e do movimento convectivo do metal líquido nesta interface, podendo levar a refusão de parte do metal já solidificado. A linha pontilhada da figura (2.7), sugere um possível perfil da interface sólido/líquido que pode ocorrer em função das condições descrita acima. Quando a película sofre redução na espessura de tal forma que não resista à pressão metalostática, o metal escoá pelo espaço formado pela ruptura, preenchendo o espaço entre o metal e o molde na região da marca superficial provocando a for

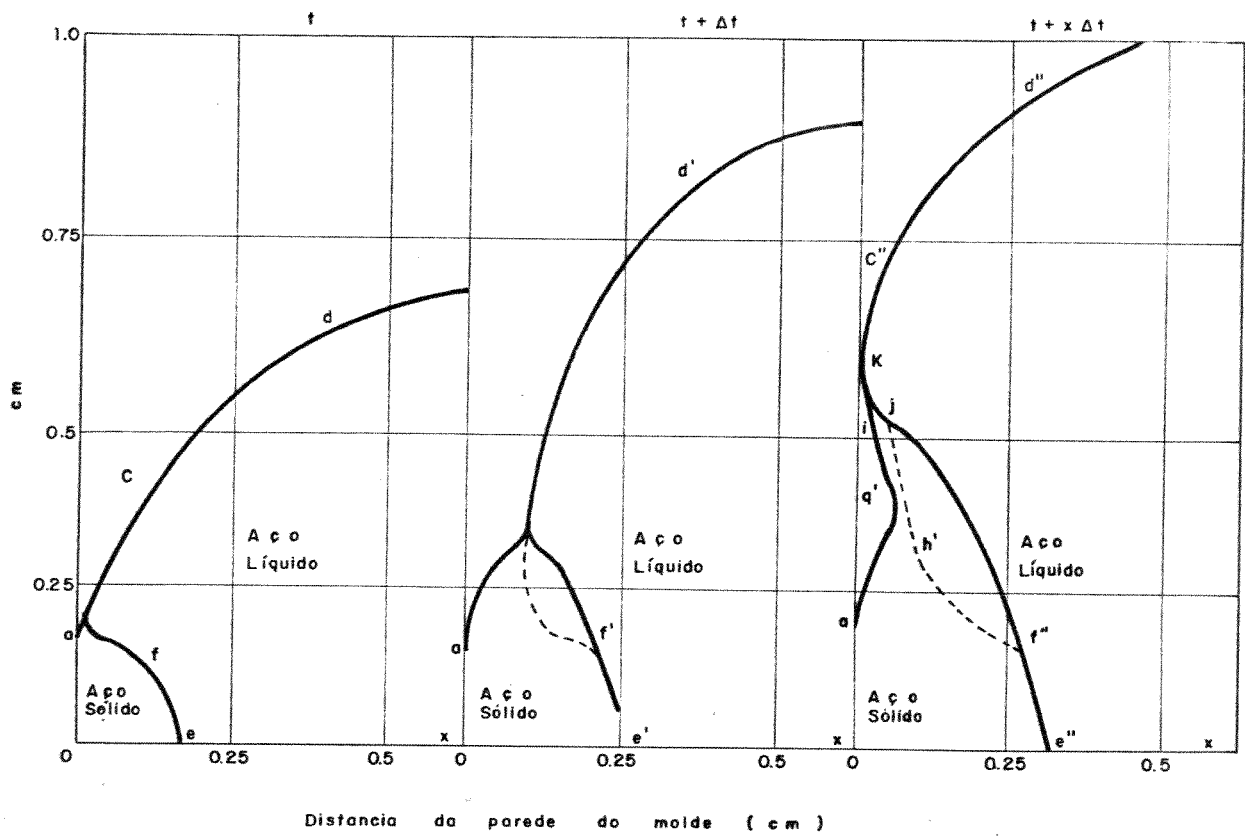
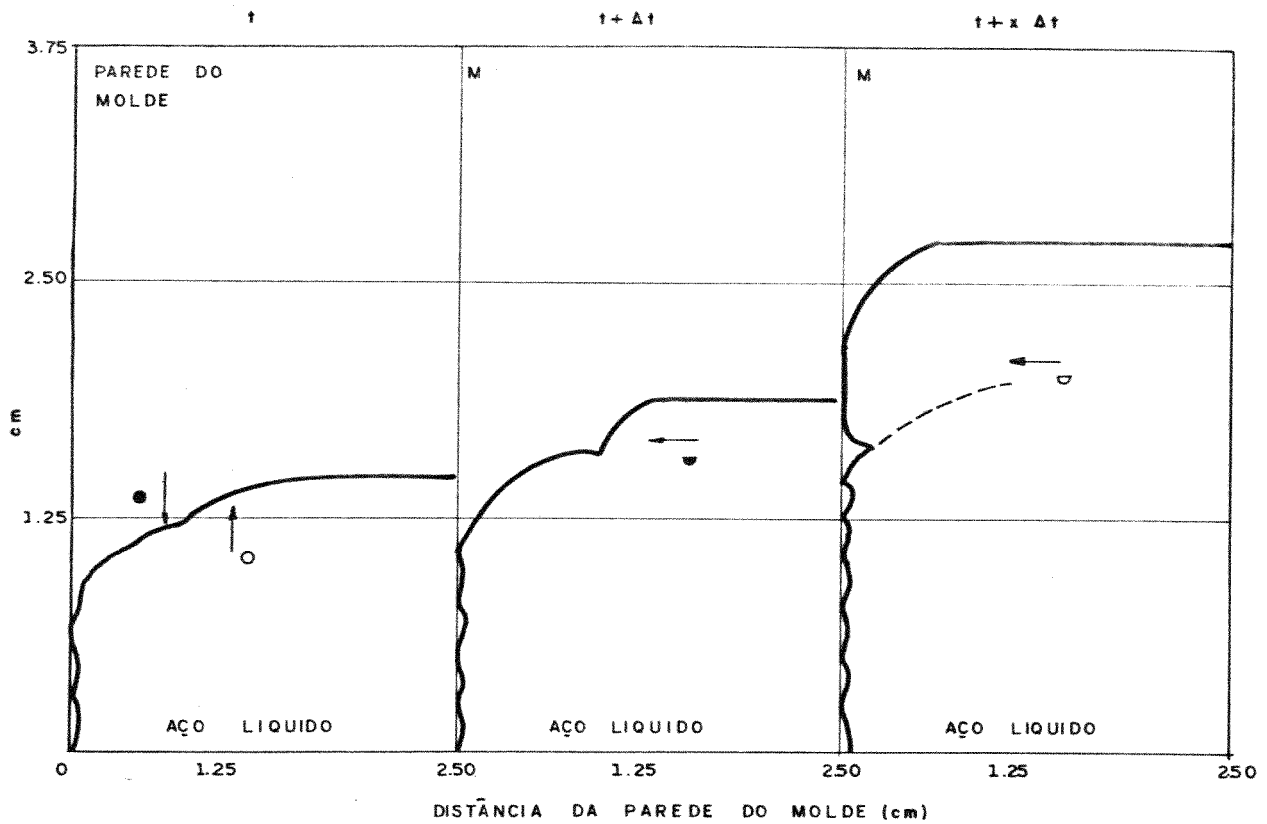


Figura (2.7) - Seqüência esquemática do mecanismo de formação de marcas superficiais durante a solidificação no molde, segundo a proposição de Thornton [7].



- CASCA SÓLIDA OXIDADA SOBRE O MENISCO.
- PRESSÃO PARA CIMA.
- ▼ O METAL ROMPE COMPLETAMENTE A CAMADA DE ÓXIDO
- ▽ O METAL SE SOBREPOEM NA SUPERFÍCIE ORIGINAL DO METAL

Figura (2.8) - Esquema do mecanismo proposto por Thornton para a formação de marcas superficiais definidas por "Pele Dupla" [7].

mação do que se conhece por "pele dupla", já que o metal vai se solidificar sobre uma camada já solidificada ao longo do menisco, figura (2.8). Este mecanismo foi proposto para explicar a formação de marcas superficiais no lingotamento estático mas, pode ser utilizado na explicação da formação destas marcas no lingotamento contínuo sem oscilação no molde.

2.2.2 - Mecanismo de Savage [4]

Savage, propôs um mecanismo para explicar a formação de marcas superficiais decorrentes da contínua oscilação do molde durante o processo de lingotamento contínuo do aço. A figura (2.9), apresenta um esquema deste mecanismo que se baseia no acompanhamento da evolução do processo de solidificação em relação ao nível de metal líquido durante os movimentos ascendentes e descendentes do molde. Na parte (a), da figura (2.9), o molde se encontra em sua posição de equilíbrio com a camada de metal solidificada crescente a partir da altura do menisco. Durante o movimento ascendente, o molde carrega consigo uma certa quantidade de metal líquido que se solidifica acima do nível do menisco até o ponto E_1 . Durante o movimento descendente do molde, o elemento E_1 , fica imerso no metal líquido após determinado instante do movimento descendente, sendo o elemento que fica menos tempo em contato com o metal líquido no molde, durante um ciclo do processo, correspondendo a um ponto de menor espessura solidificada no molde, dando origem a uma descontinuidade no processo de crescimento. De acordo com

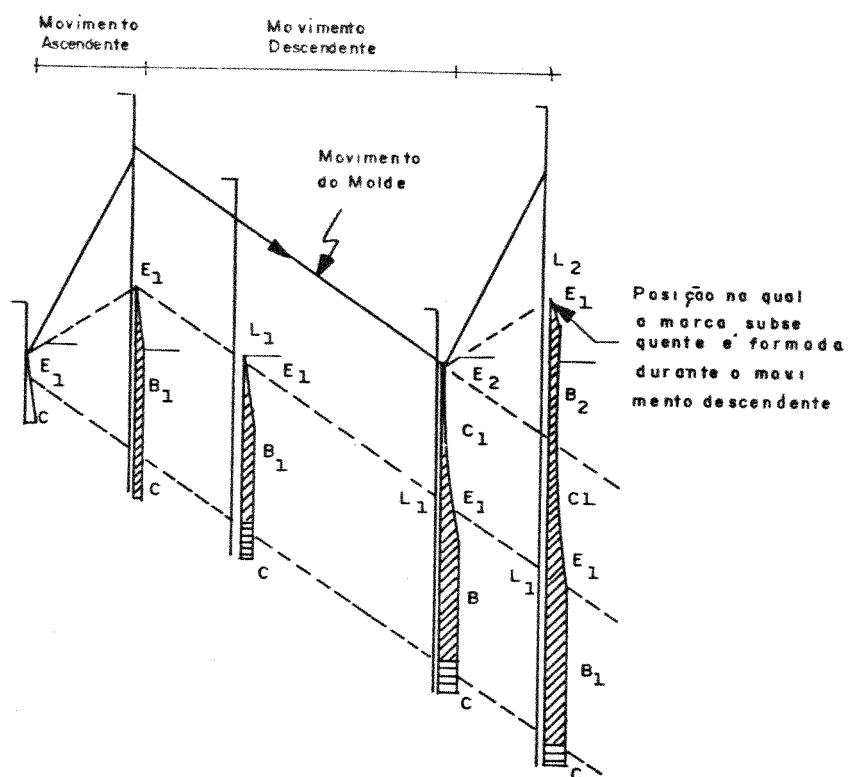


Figura (2.9) - Representação esquemática do mecanismo proposto por Savage para a formação de marcas superficiais provocadas pela oscilação do molde durante o lingotamento contínuo do aço [4].

Savage, este mecanismo explicaria as marcas periódicas que se observa na superfície dos lingotes, bem como as descontinuidades que podem ser observadas no perfil da camada solidificada nos mesmos níveis em que se localizam as marcas superficiais.

2.2.3 - Mecanismo de Grill e Brimacombe [14]

Grill e Brimacombe, propuseram um mecanismo de formação de marcas superficiais para o caso específico do lingotamento contínuo do aço baseado na transformação alotrópica $\delta \rightarrow \gamma$. A figura (2.10), ilustra esquematicamente a formação das marcas de superfície interna e externa, segundo este mecanismo:

- (a-b) - Nas proximidades do menisco, a potência de extração de calor é suficiente para provocar a transformação $\delta \rightarrow \gamma$ na superfície de lingote. A contração volumétrica associada a esta transformação provoca a formação de um "GAP" de ar.
- (c) - A formação do "GAP" de ar reduz a taxa de transferência de calor naquela região da casca sólida, provocando um reaquecimento naquela área. Como consequência do reaquecimento a casca começa a perder resistência mecânica até o ponto em que a pressão ferroestática é suficiente para dobrá-la em direção a parede do molde.
- (d) - Com a continuidade do processo de lingotamento contínuo os "GAPS" de ar vão se formando intermitentemente dando origem a uma superfí-

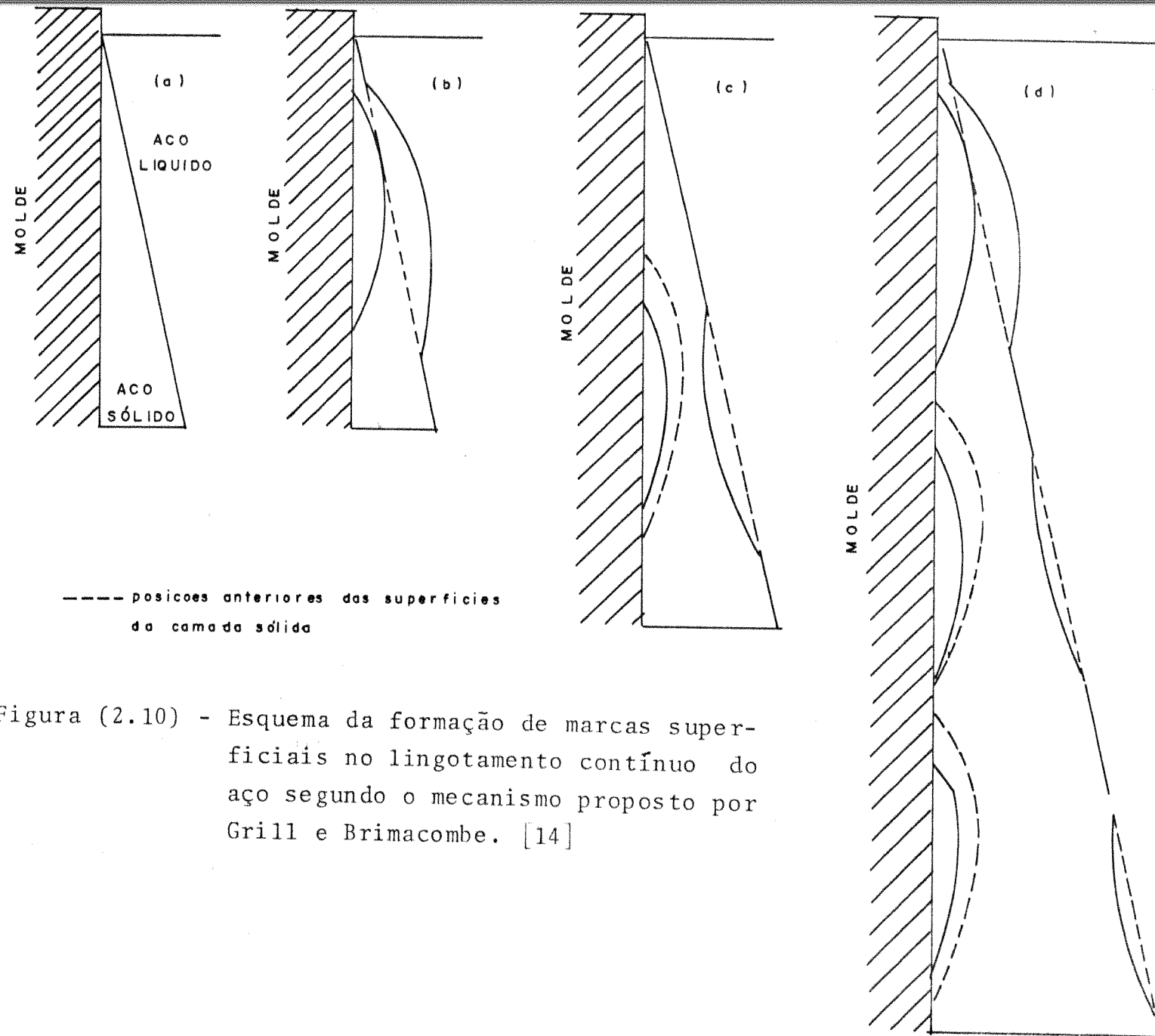


Figura (2.10) - Esquema da formação de marcas superficiais no lingotamento contínuo do aço segundo o mecanismo proposto por Grill e Brimacombe. [14]

cie de lingote com marcas espaçadas. Na interface sólido/líquido, junto às regiões onde o transporte de calor é reduzido devido a formação dos "GAPS" de ar, a espessura da camada sólida é menor provocando também, a formação de uma interface sólido/líquido irregular.

O aço com 0,1%C apresenta comparadamente com aços de maior teor de carbono, maior faixa de temperatura de transformação no estado sólido uma vez que, a transformação é acompanhada por uma redução volumétrica de 0,38%, o aço com 0,1%C apresenta maior contração do que aços de maior teor de carbono [15, 16]. Para aços de menor teor de carbono a faixa de temperatura para completar a transformação alotrópica $\delta \rightarrow \gamma$ torna-se progressivamente menor e a contração deve ocorrer um pouco mais abaixo no molde. Entretanto, nesta etapa a contração de natureza térmica predomina e, mascara o efeito da contração devido à transformação alotrópica.

Singh e Blazek [17] em seus estudos, verificaram uma taxa mínima de transferência de calor para aços com 0,1%C e acima de 0,2%C ela permanece visivelmente constante, figura (2.11). O valor da taxa de transferência de calor para aços com 0,1%C foi 423 BTU/h(ft)² ($\approx 1,3\text{kW/m}^2$) e para aços com 0,7%C foi 530 BTU/h(ft)² ($\approx 1,7\text{kW/m}^2$). Weinberg et alli [18, 19] em suas pesquisas indicaram pequena taxa de transferência de calor para aço com 0,17%C mas, suas contribuições para minimizar as condições do contorno superficial dos lingotes, não indicam que isto foi realmente

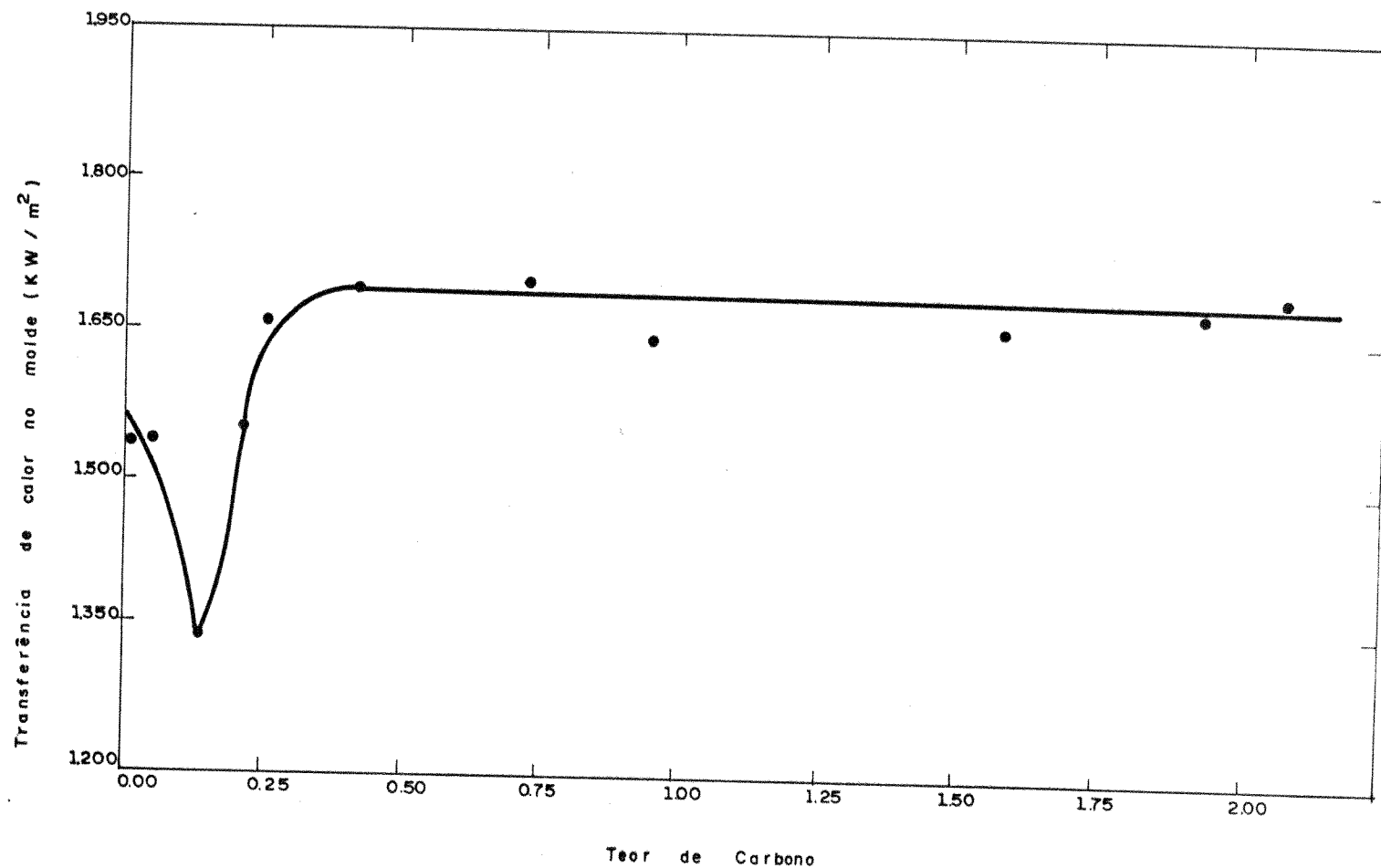


Figura (2.11) - Efeito do teor de carbono do aço sobre a taxa de transferência de calor do molde durante o lingotamento contínuo. [17]

um efeito da composição química do aço, não mostram qualquer correlação da taxa de transferência de calor do molde com o teor de carbono do aço. Suas observações sobre irregularidades na espessura da camada solidificada para aços de elevado teor de carbono, podem ser explicadas simplesmente pelo fato de que aços de elevado teor de carbono possuem maiores taxas de transferência de calor no molde do que aços de baixo teor de carbono. Eles [18, 19] mostraram que existe um contorno da camada solidificada muito irregular para aços de baixo carbono, especialmente no ensaio do aço com 0,1%C e que este contorno nos aços de alto teor de carbono é bastante regular. Weinbers et alii [18, 19] tentaram postular razões para as marcas superficiais verificadas em alguns de seus ensaios mas, não conseguiram chegar a uma conclusão definitiva.

A resposta para a questão do porque alguns aços (baixo teor de carbono) têm marcas superficiais enquanto outros não tem (alto teor de carbono), pode consistir segundo Singh e Blazek [17], na maneira de solidificar e resfriar a camada solidificada do aço tendo lugar no molde. O aço com 0,1%C tem máxima contração [15, 16] e por esta razão ocorre uma maior incidência de marcas superficiais na camada solidificada, esta tendência é acentuada devido ao fato de aços com baixo teor de carbono possuírem baixa resistência a elevadas temperaturas. Por outro lado, os aços com alto teor de carbono tem menor contração e menor incidência de marcas superficiais, isto deve-se ao fato destes aços além de solidificarem a temperaturas mais

baixas suas composições químicas irão evitar a transformação alotrópica $\delta \rightarrow \gamma$, inibindo assim a contração devido a este fato, apresentando ainda uma camada solidificada mais resistente e conseqüentemente menor incidência de marcas superficiais na mesma.

2.2.4 - Outros Mecanismos Relacionados com o Menisco

Trabalhos recentes [20, 21] e outros em andamento tem procurado esclarecer definitivamente a possibilidade da camada sólida, que pode eventualmente ser formada sobre o menisco, ser a responsável pelo surgimento de marcas superficiais. Neste particular, dois fatores distintos devem ser analisados: o primeiro relacionado com as marcas que se formam mesmo sem movimentação do molde (de acordo com a proposição de Thornton) e o segundo relativo à movimentação do molde no lingotamento contínuo.

Com relação à formação das marcas superficiais com o molde estático, o fenômeno se daria segundo o esquema da figura (2.12). A solidificação nestas condições começa a alguns milímetros do molde e durante o movimento descendente do lingote a camada solidificada sobre o menisco deve deformar-se para adaptar-se à forma de equilíbrio do menisco. Se a pressão do fluido é insuficiente para vencer a resistência desta camada sólida, no sentido de deslocá-la completamente em direção a parede do molde, a mesma será deformada somente da forma parcial provocando a formação da marca superficial. Se a velocidade de vazamento for relativamente baixa, a solidificação sobre o menisco se

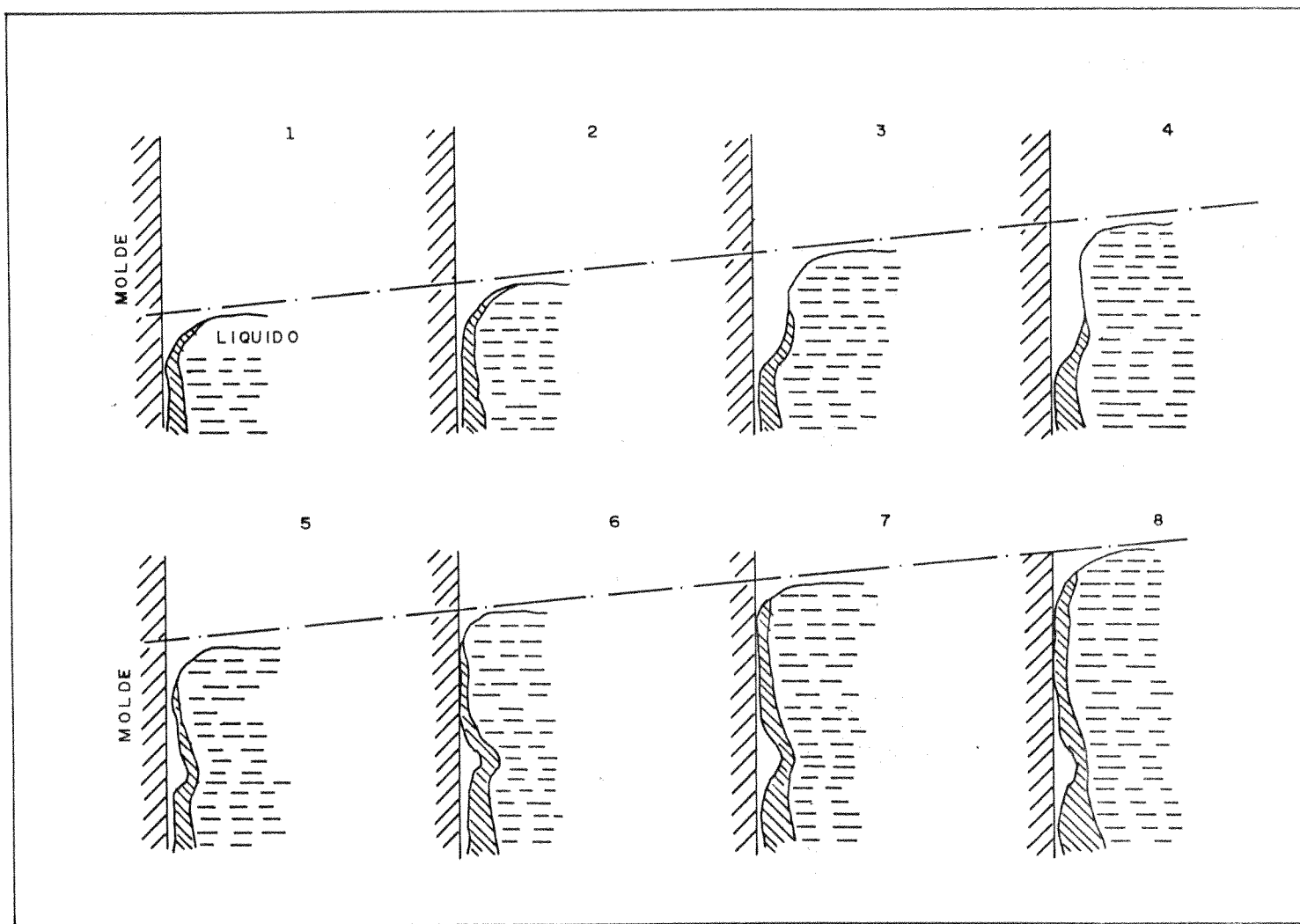


Figura (2.12) - Seqüência de formação das marcas superficiais em molde estático refrigerado. [20, 21]

realizará de forma extensiva, impossibilitando a deformação pela pressão do fluido. Nestas condições, o metal líquido flui sobre a camada sólida preenchendo parcialmente o espaço entre o molde e o menisco solidificando em seguida. Ambos os fenômenos são periódicos.

A simulação do processo de lingotamento contínuo com a utilização de materiais orgânicos permitiu dentre outras observações, analisar-se a formação das marcas superficiais decorrentes do movimento de oscilação do molde. Verificou-se através deste tipo de simulação que este tipo de marca superficial decorre da aderência do metal à superfície do molde, o que provoca a deformação do menisco quando do movimento do molde.

A sequência de formação das marcas superficiais nestas condições está ilustrada esquematicamente na figura (2.13). Durante o movimento ascendente do molde de 1 a 3 na figura (2.13), o menisco parcialmente solidificado é deslocado da superfície do molde devido à obstrução decorrente da aderência de parte do metal ao molde e, uma nova camada solidificada é formada durante o movimento descendente do molde. Assim sendo, a largura da marca superficial corresponderá a um ciclo do movimento de oscilação. Nas condições reais de lingotamento contínuo esta aderência do metal à superfície do molde, está diretamente ligada às forças de atrito entre a camada solidificada e a superfície do molde.

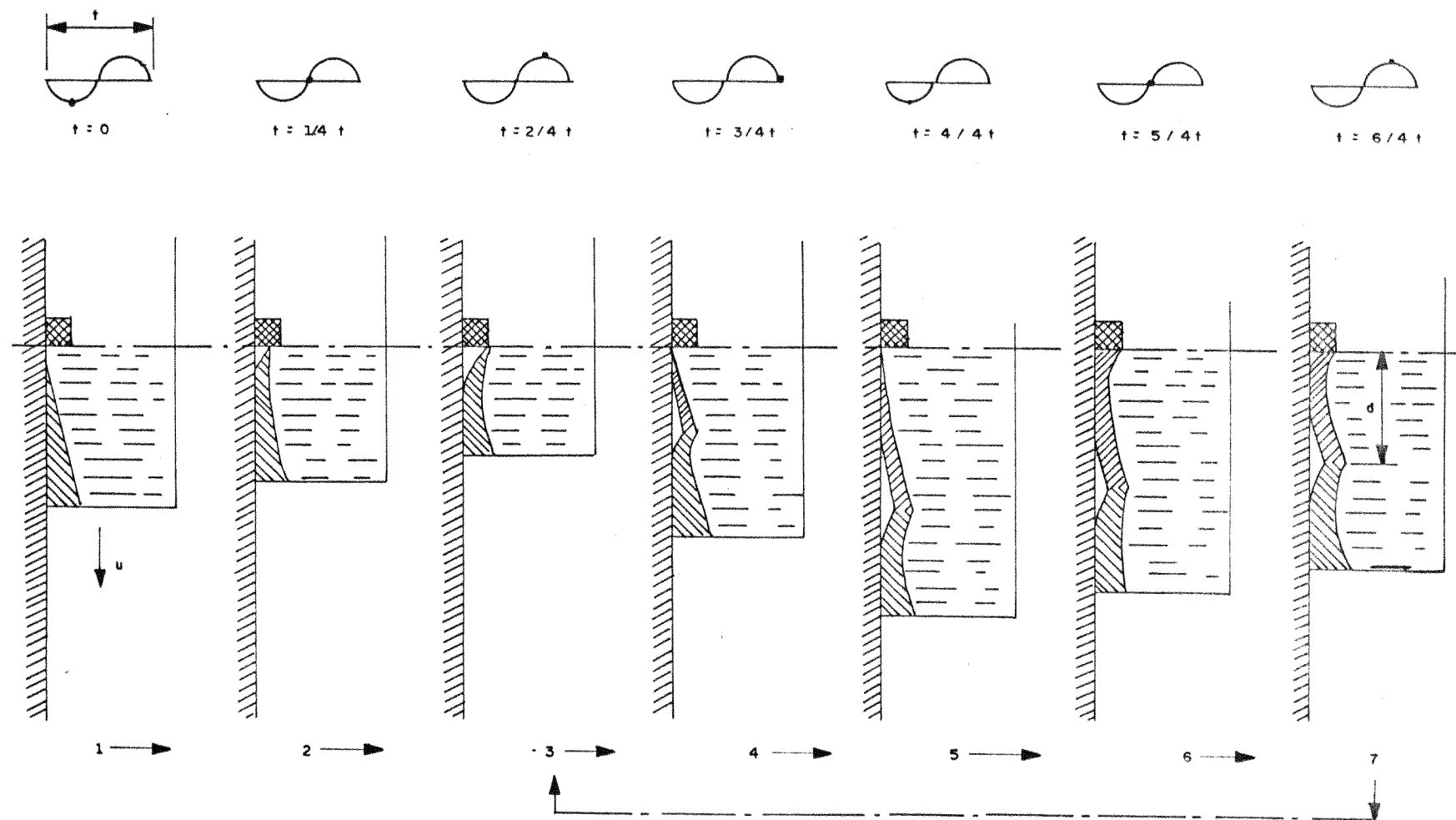


Figura (2.13) - Seqüência da formação das marcas superficiais decorrente de aderência metal/molde e do movimento de oscilação do molde. [20, 21]

Baseando-nos portanto, no fato do fenômeno de formação de marcas superficiais nos lingotes estar vinculado diretamente à solidificação sobre o menisco, podemos indicar dos parâmetros da tabela (2.1) aqueles que poderiam interferir no sentido de uma melhor qualidade superficial dos lingotes ou peças fundidas. Estes parâmetros são aqueles que induzem a uma maior dificuldade na extração de calor no molde e, consequentemente, qualquer outro parâmetro não relacionado na tabela (2.1), mas que nos leve a um efeito neste sentido poderá ser utilizado. É evidente que a utilização de alguns destes parâmetros mencionados é ou economicamente ou operacionalmente inviável. Até o momento não se chegou a uma conclusão definitiva sobre o assunto, uma vez que, o Problema ainda está sendo analisado a nível de pesquisa.

CAPÍTULO 3

MATERIAIS E MÉTODOS UTILIZADOS

3.1 - METAIS E LIGAS UTILIZADAS

Na realização dos trabalhos experimentais foram utilizados os seguintes metais e ligas:

- Alumínio
- Chumbo
- Estanho
- Ligas de alumínio/cobre
($\text{Al}_{4,5}\text{Cu}$; Al_{15}Cu ; Al_{33}Cu)

Todos os metais relacionados acima foram utilizados com grau de pureza comercial e, cujas composições químicas encontram-se apresentadas na tabela (3.1). Estes metais foram selecionados para serem utilizados nos trabalhos experimentais, principalmente pelo fato de cobrirem uma faixa bastante representativa dentro da gama dos metais não ferrosos, apresentando ainda, suas propriedades físicas amplamente divulgadas na literatura e não possuírem ponto de fusão muito elevados, o que facilita sua manipulação em laboratório.

Para a obtenção da composição química nas ligas ($\text{Al}_{4,5}\text{Cu}$; Al_{15}Cu ; Al_{33}Cu), os metais foram pesados numa balança analítica marca Sartorius, Modelo 1.100, sendo posteriormente diluídos na proporção estequiométrica requerida pelas mesmas. No processo de diluição foram utilizados cad

METAL	COMPOSIÇÃO QUÍMICA - PORCENTAGEM EM PESO									
	Sn	Zn	Fe	Ni	Mn	Pb	Cu	Si	Mg	Cr
CHUMBO	0,25	0,0038	0,002	0,003	-	resto	-	-	-	-
ALUMÍNIO	-	-	0,182	0,0148	-	-	0,0242	0,103	0,0013	-
ESTANHO	resto	-	0,009	-	0,0025	0,19	0,007	-	-	-
COBRE	-	-	-	-	-	0,002	resto	0,09	-	0,27

Tabela 3.1 - Composição química dos metais utilizados (análise realizada nos laboratórios da Metal Leve S.A.).

nhos novos desidratados, e o processo foi acompanhado de agitação manual por trinta (30) minutos com bastão de aço inoxidável recoberto com tinta refratária à base de alumina. Em seguida, as ligas foram vazadas em lingoteiras convencionais para serem refundidas e posteriormente vazadas e solidificadas em dispositivos adequados.

A figura (3.1) apresenta o diagrama de equilíbrio binário do sistema alumínio/cobre (parcial).

Foi utilizado na comprovação da composição química das ligas, a técnica de análise térmica através do levantamento de curvas de resfriamento.

As propriedades físicas dos metais e das ligas alumínio/cobre utilizados neste trabalho, encontram-se na referência [35].

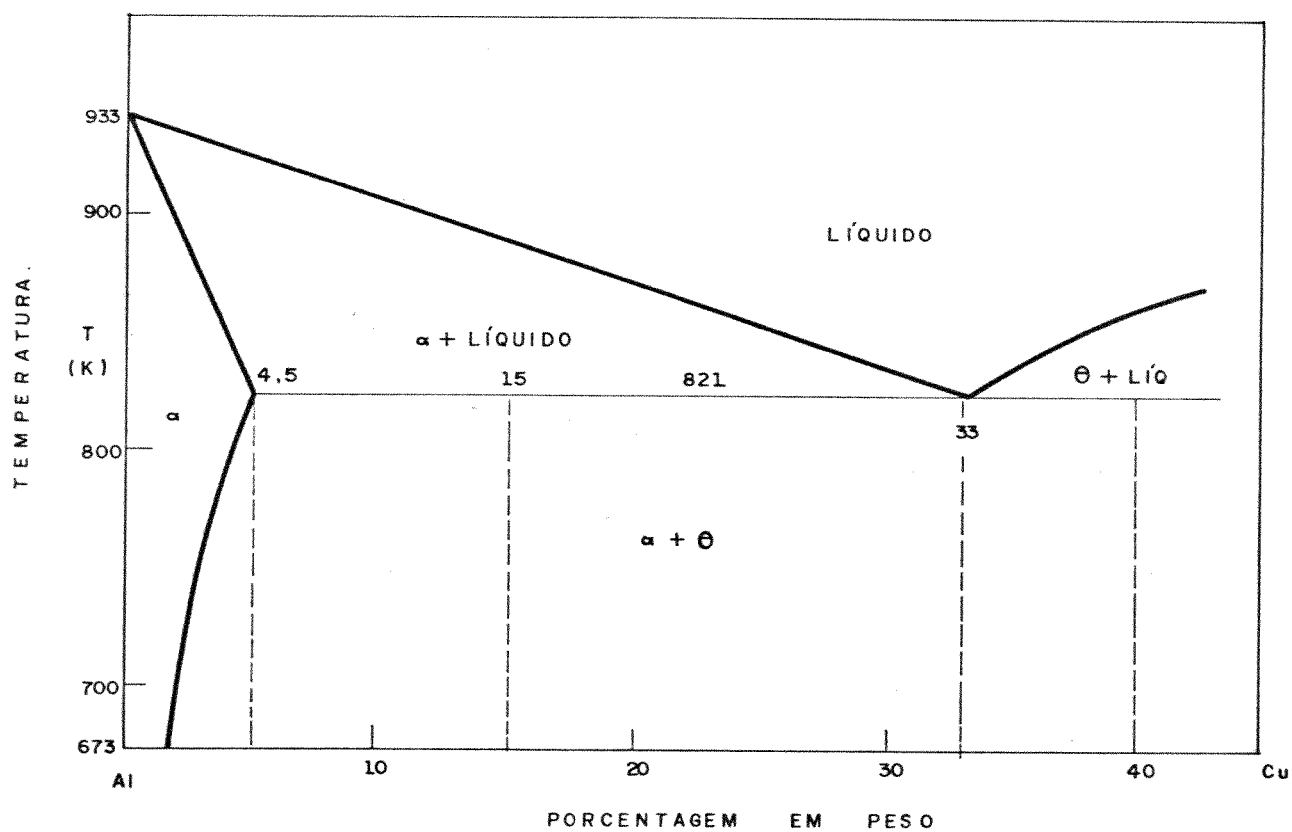


Figura 3.1 - Diagrama de equilíbrio binário do sistema:
Alumínio-cobre.

3.2 - DISPOSITIVO DE SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL REFRIGERADO A ÁGUA

Os metais e as ligas utilizados foram vazados e solidificados em um dispositivo de solidificação unidirecional especialmente projetado e construído para este fim e que se encontra detalhado nas figuras (3.2) e (3.3). Este sistema apesar de ser estático, simula um processo de lingotamento contínuo e é constituído de três (3) partes que são posteriormente acopladas sobre uma bancada.

A primeira parte é fixa, figura (3.2.a) constituindo a lingoteira propriamente dita, devendo ser construída total ou parcialmente de cobre, através da qual flui a água de refrigeração, cujo fluxo de 0,27 l/s ($\bar{Q} = 0,97 \text{ m}^3/\text{h}$), foi ajustado previamente às experiências definitivas por técnica de tentativa e erro, com a finalidade de se ter este parâmetro conhecido e invariável em todas as experiências.

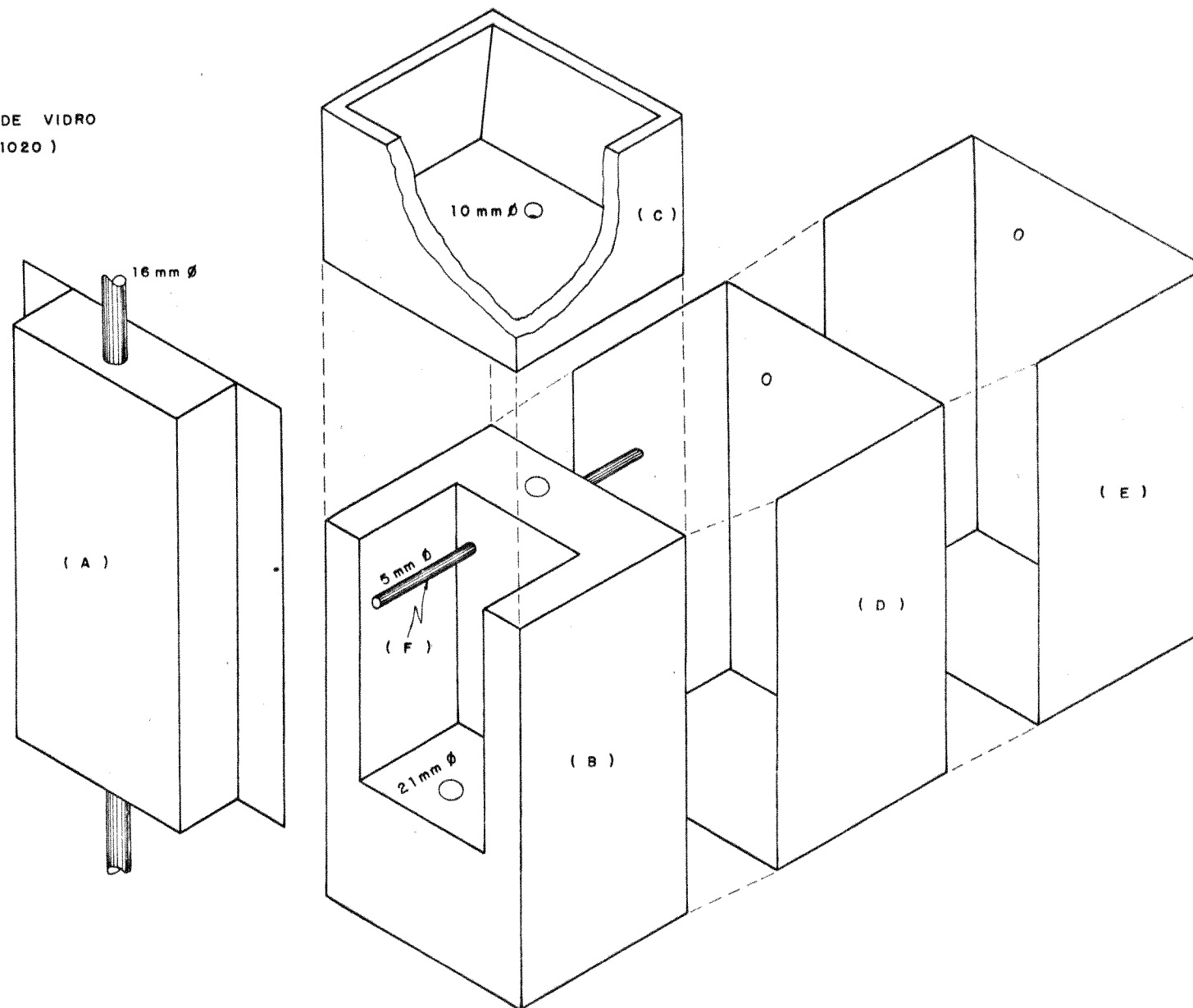
O fluxo de água de refrigeração deve estar ligado pelo menos trinta (30) minutos antes do início das experiências.

A segunda parte, figura (3.2.b), é móvel, e descartável, devendo ser construída de material refratário, cuja finalidade é evitar perdas de calor em outra direção que não seja pela direção refrigerada, isto é, pela parede de cobre. A câmara "2" é preenchida pela base, pelo metal ou liga vazados pelo canal de alimentação "1", figura (3.3).

A terceira parte, figura (3.2.c), como a segunda é móvel e descartável, devendo ser construída de material refratário. O objetivo principal na mesma é receber o

- A - MOLDE DE COBRE
- B - MOLDE DE ALFRAX
- C - TUNDISH DE ALFRAX
- D - CAMADA ISOLANTE DE LÃ DE VIDRO
- E - CAIXA METÁLICA (SAE 1020)
- F - TUBO PARA O TERMOPAR

Figura 3.2 - Esquema di dis_
positivo simulador de
solidificação na etapa
do resfriamento primã-
rio do lingotamento
contínuo.



metal líquido durante o vazamento mantendo-o com o mínimo de perdas caloríficas e posteriormente liberá-lo para o molde, tão livre quanto possível de produtos de oxidação a velocidades constantes.

Estas partes foram obtidas a partir de modelos fundidos em cera de abelha pela técnica de cera perdida e posteriormente desidratadas em uma mufla de 14 kW de potência, marca Brasimet, a uma temperatura de 800°C , até que todo resíduo de cera ou umidade de qualquer natureza tivesse desaparecido, isto é, até a total inércia de combustão na câmara da mufla.

O refratário utilizado denominado de Alfrax 66, fornecido pela firma Carborundum, possui em sua constituição um ligante hidráulico orgânico, cuja combustão ocorre a 600°C aproximadamente.

A figura (3.4), apresenta uma vista externa do dispositivo de solidificação unidirecional.

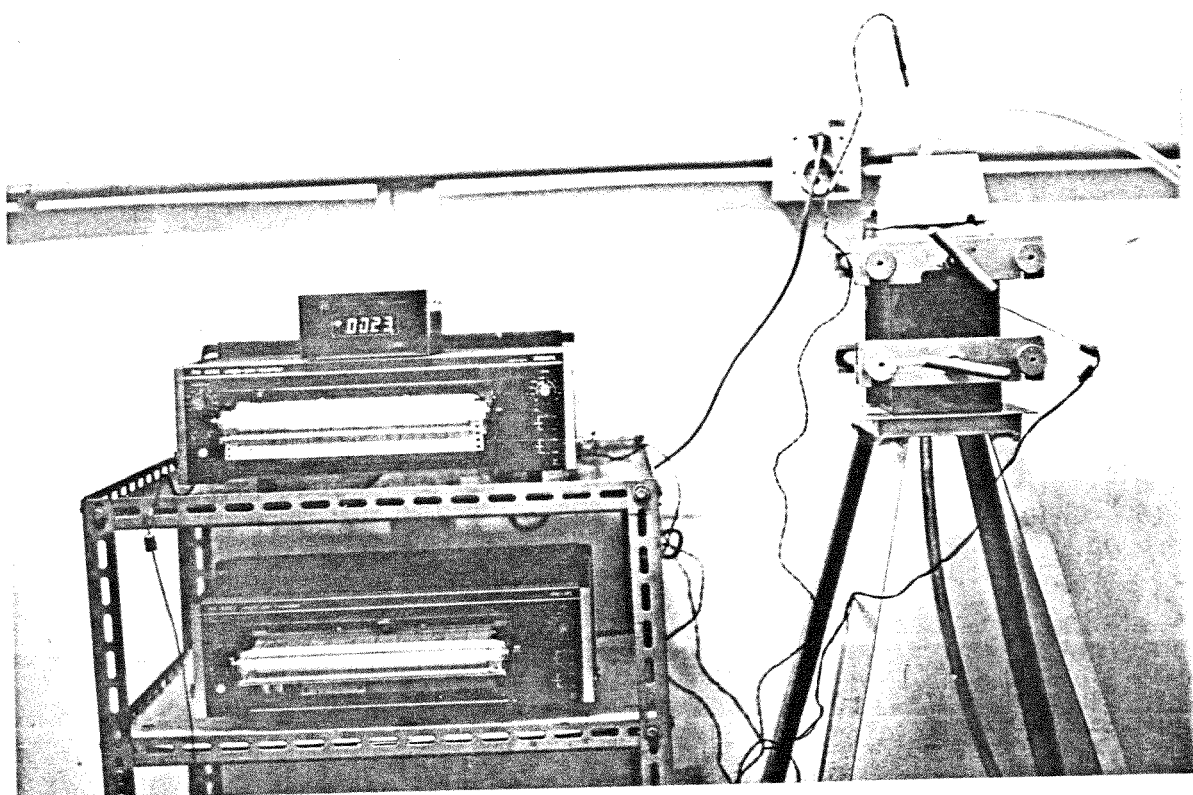


Figura (3.4) - Foto do sistema de resfriamento.

3.3 - TIPOS DE CONTATO TÉRMICO NA INTERFACE METAL/MOLDE

O processo de lingotamento contínuo é um processo de solidificação que possui alta taxa de extração de calor por possuir sistema de refrigeração a água e molde de cobre, metal de baixa resistência térmica, levando o metal vazado frequentemente a exibir características superficiais que são consequência da conduta termomecânica da camada solidificada, tendo pouco a ver com a geometria da parede do molde [9]. Entretanto, a eficiência do contato térmico na interface metal/molde é função essencialmente do estado superficial do molde.

Dependendo da rugosidade, películas oxidadas, películas de recobrimento e principalmente de atmosferas gasosas condutoras, haverá uma modificação na resistência térmica do contato metal/molde [7, 22, 23, 24, 25]. Assim sendo, podemos variar a eficiência do contato térmico metal/molde através da aplicação de diferentes recobrimentos isolantes na superfície interna do molde ou gerando uma atmosfera gasosa condutora, entre o metal e o molde com a injeção de gases com diferentes condutividades térmicas.

Um exemplo de característica superficial irregular produzida na superfície de lingotes obtidos por lingotamento contínuo é mostrado na figura (3.5).

Neste trabalho os vazamentos foram executados em moldes com as seguintes condições de contato térmico.

- superfície do molde polida
- superfície do molde recoberta com dycote 39 de fabricação Foseco (recobrimento isolante a base de alumina com espessura aproximada de 100 μm).

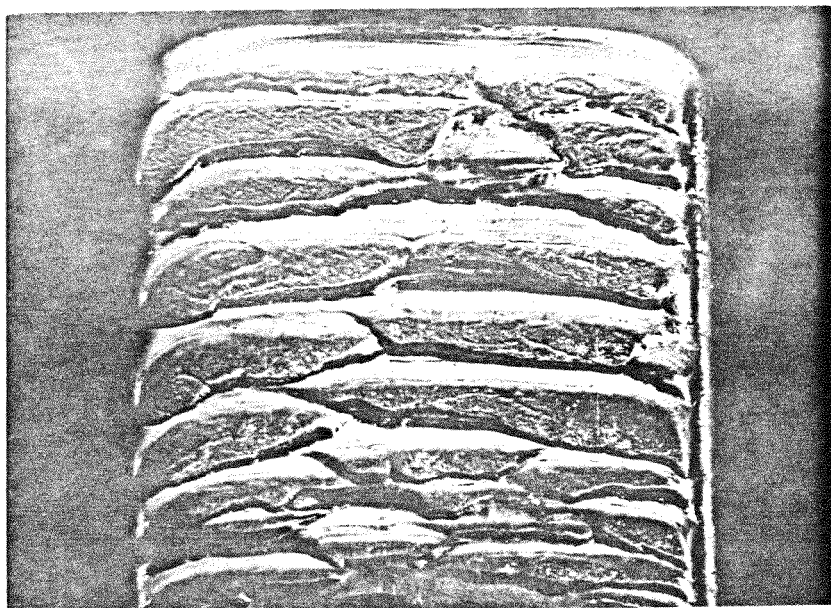


Figura (3.5) - Exemplo de irregularidade superficial dos lingotes obtidos pelo processo de lingotamento contínuo. Alumínio puro, superaquecimento ($\Delta T=20^{\circ}\text{C}$), velocidade de lingotamento ($u=1,8 \text{ mm/s}$), molde polido e atmosfera de hélio.

No caso da superfície polida, o polimento foi executado com politrizes mecânica até o espelhamento do molde, enquanto que, no caso da superfície recoberta, o recobrimento foi aplicado através de pistola pressurizada e posteriormente desidratado a 200°C por trinta (30) minutos em uma mufla de 14 kW de potência, marca Brasimet.

Nas experiências com molde polido, foram utilizadas duas atmosferas condutoras, uma com a injeção do gás hélio, com pureza comercial e a 4 psi e a outra atmosfera com ausência do gás hélio, isto é, com presença de ar.

Nas experiências com o molde recoberto, o gás hélio não foi utilizado.

3.4 - TÉCNICAS EXPERIMENTAIS

Na tentativa de encontrar condições que garantam boa qualidade superficial em lingotes produzidos por lingotamento contínuo, foram analisados todos os fatores relativos ao sistema metal/molde que influem de forma direta ou indiretamente na qualidade superficial dos mesmos.

As experiências desenvolvidas durante este trabalho, foram executadas obedecendo as seguintes condições:

3.4.1 - Variação da composição química mantendo-se invariável a velocidade de lingotamento e o superaquecimento

Nas experiências relativas a variação da composição química foram utilizados, além do alumínio com grau de pureza comercial, três outras ligas de alumínio e cobre, a saber:

Liga alumínio/cobre com 4,5% cobre

Liga alumínio/cobre com 15% cobre

Liga alumínio/cobre com 33% cobre

A análise do perfil da superfície destes lingotes foi feita através do levantamento de curvas de "erro de forma" em aparelho Perth-o-Meter Universal Sybd com Perth-o-Graph R/PDWR-L e apalpador FFK-500, conforme mostra a figura (3.6), foi adotada uma velocidade de lingotamento de 20,0 mm/s e um superaquecimento de 2°C, superaquecimento que tratando-se dos metais e ligas usados torna-se desprezível.

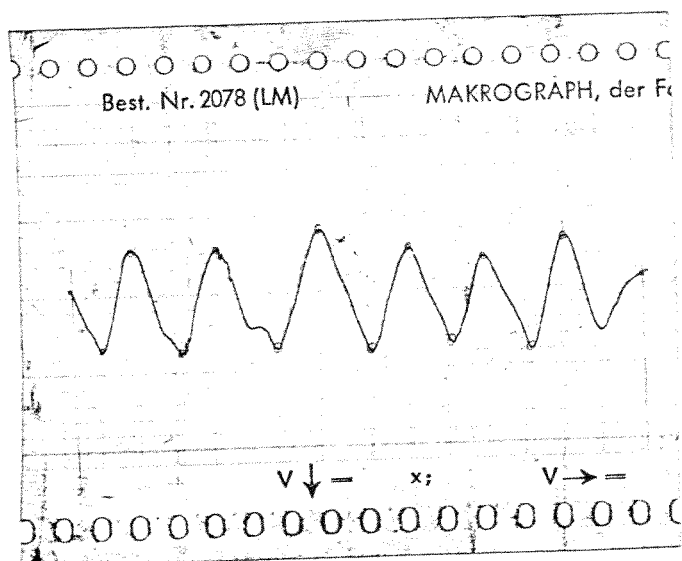
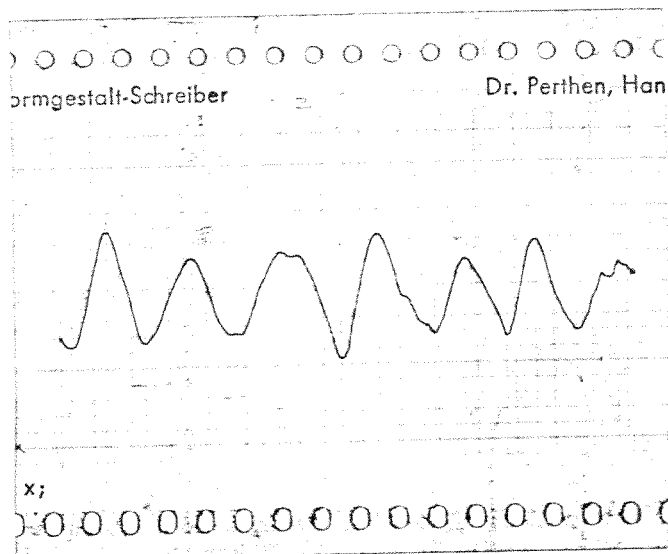
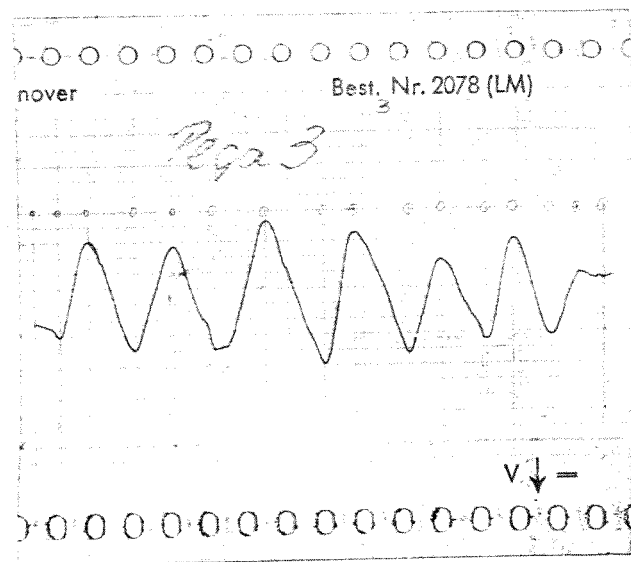


Figura (3.6) - Exemplo de curva "erro de forma" obti
da em aparelho Perth-o-meth. Peça 03.
Ver apêndice (4.2)

Posteriormente foram realizadas experiências com alumínio, chumbo e estanho, todos com grau de pureza comercial, com a finalidade de se analisar o perfil ou forma do menisco. Nestes casos a velocidade de lingotamento foi de 1,8 mm/s com superaquecimento de 2°C.

3.4.2 - Variação da velocidade de lingotamento, com composição química e o superaquecimento invariável

Quanto as experiências com variação da velocidade de lingotamento, foi adotado superaquecimento de 2°C e alumínio com grau de pureza comercial, em virtude dos lingotes desta composição apresentarem marcas superficiais mais evidentes, facilitando a análise comparativa do fenômeno.

As velocidades de lingotamento utilizadas variaram entre os valores (1,8; 4,9; 7,7; 11,3; 19,3) mm/s.

3.4.3 - Variação do superaquecimento, com velocidade de lingotamento e composição química constantes

Nas experiências com variação do superaquecimento adotou-se o alumínio com grau de pureza comercial, pela mesma razão anterior.

A velocidade de lingotamento selecionada foi de 1,8 mm/s, visto que esta velocidade apresentou comparativamente, marcas superficiais nos lingotes muito mais acentuadas que as outras velocidades quando das experiências com variação da velocidade de lingotamen

to.

Os superaquecimentos utilizados variaram entre os valores (2; 20; 50; 100) °C.

A medida do "erro de forma" da superfície dos lingotes resultantes das experiências (3.4.2) e (3.4.3), foi obtida em microscópio universal Carl Zeiss com relógio comparador em centésimo de milímetros.

As condições de contato térmico foram idênticas nos três (3) tipos de experiências citadas, manteve-se o molde polido com injeção de gás hélio a 4 psi.

3.4.4 - Variação do contato térmico metal/molde, com superaquecimento, composição química e velocidade de lingotamento constantes

As experiências com variação do contato térmico foram executadas levando-se em conta o estado superficial do molde associado com a atmosfera gasosa condutora na interface metal/molde. Desta forma, adotamos três (3) combinações como segue:

- Molde polido com injeção do gás hélio
- Molde polido sem injeção do gás hélio (ao ar)
- Molde recoberto sem injeção do gás hélio (ao ar)

A finalidade destas experiências foi a de levantar as curvas de variação do coeficiente global de transferência de calor (h_g), de variação da temperatura da água de refrigeração (ΔT_a) e de variação da atmosfera da interface metal/molde (T_i), além da análise

da qualidade superficial dos lingotes assim obtidos.

Na obtenção da curva de variação da temperatura da água de refrigeração (ΔT_a), foram utilizados termopares chromel/alumel de 0,3mm de diâmetro, com junta isolada e isolamento mineral recoberto com bainha de aço inoxidável de 1,5mm de diâmetro, posicionado na saída da água de refrigeração e devidamente acoplado a um registrador gráfico de temperatura monocal, marca Phillips, modelo PM8202, com fundo de escala de 2 MV ($\sim 50^\circ\text{C}$) e velocidade do papel 4 cm/min.

Na determinação das curvas de variação da temperatura da interface metal/molde (T_i), foram usados termopares e registradores gráficos de temperatura, idênticos aos usados no levantamento das curvas de variação da temperatura da água de refrigeração (ΔT_a) sendo que, os termopares foram pintados com tinta a base de grafite e introduzidos, horizontalmente através do molde de refratário por um tubo de aço inoxidável, de 5mm de diâmetro, previamente posicionado para este fim. A extremidade livre destes termopares distavam 1mm da parede do molde de cobre.

O fundo de escala do aparelho registrador foi de 50 MV ($\sim 1.230^\circ\text{C}$) e a velocidade do papel de 4cm/min.

A composição química adotada nestas experiências foi a da liga alumínio/cobre com 4,5% de cobre, visto que, nas condições de máxima extração de calor (molde polido e injeção do gás hélio) com que foram executadas as experiências com variação da composição química, os lingotes com esta composição apresen

taram características superficiais de boa qualidade.

A velocidade de lingotamento foi de 17,6 mm/s e o superaquecimento no metal ou liga de 2°C.

Em todas as experiências adotou-se a seguinte sequência operacional:

- aquecer a mufla acima da temperatura "liquidus" do metal ou liga.
- * foi adotado superaquecimento de 100°C.
- preaquecer a caixa metálica com o molde de refratário e o "tundish", na mesma temperatura do item anterior.
- * desta forma garantimos total ausência de resíduos de umidade de qualquer natureza. Não ocorrência de obstrução do canal de alimentação, por ocasião do vazamento do metal ou liga fundida, além de inibir perdas de calor lateralmente.
- fundir o metal ou liga na mufla, em cadinho pintado com dycote 39 e desidratado.
- ligar fluxo de água de refrigeração ao molde de cobre.
- ligar aparelho registrador gráfico de variação da temperatura da água de resfriamento, convenientemente zerado se for o caso.
- * em algumas experiências, foi registrado graficamente a variação da temperatura da água de resfriamento.
- retirar da mufla o cadinho com o metal ou liga fundida e proceder a leitura da temperatura até

o instante do vazamento.

* para isso, foram utilizados termopares chromel/alumel de 0,3mm de diâmetro com junta isolada e isolação mineral recoberto com bainha de aço inoxidável de 1,5mm de diâmetro, pintado com tinta a base de grafite, acoplado a um indicador digital de temperatura Leeds & Northrup, modelo 927.

- retirar da mufla a caixa metálica com o molde de refratário, o tundish e posicioná-los devidamente acoplados do molde de cobre, para o vazamento do metal ou liga.

- ligar o aparelho registrador gráfico de variação da temperatura da interface metal/molde, convenientemente zerado, se for o caso.

* em algumas experiências foi registrado graficamente a variação da temperatura da interface metal/molde.

- ligar o hélio próximo da temperatura de vazamento desejada, se for o caso.

* nas experiências em que se fez necessário atmosfera gasosa condutora foi adotado, para abertura do gás, um superaquecimento de 10°C no metal ou liga.

- procede-se o vazamento com o superaquecimento desejado.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 - ANÁLISE PRELIMINAR DOS RESULTADOS EM MODELOS DE CERA

Uma forma de análise experimental aos fatores que influenciam a qualidade superficial de lingotes obtidos através do processo de lingotamento contínuo, consiste na realização de ensaios de simulação nos quais se tem mais acesso ao controle individual dos fatores de influência. Na figura (3.2) foi mostrado o esquema do simulador estático, no qual o metal líquido é vazado pelo canal de alimentação "1" preenchido a câmara "2" pela base do molde com uma das faces constituídas de cobre refrigerado a água "3". O vazamento controlado permite a utilização de velocidades de lingotamento compatíveis com as obtidas na prática e, simula a alimentação de metal líquido que ocorre no molde de lingotamento contínuo. Naturalmente, nestas condições a influência do movimento de oscilação do molde não poderá ser analisada uma vez que o sistema experimental é estático. Entretanto, os fatores que influenciam a solidificação sobre o menisco podem ser analisados separadamente e, a parametrização de alguns deles, permite a extrapolação das conclusões para as condições de molde oscilante, se considerarmos como verdadeira a hipótese da solidificação sobre o menisco como o fator essencialmente responsável pela formação das marcas superficiais.

Preliminarmente, programou-se experiências, com

compostos orgânicos (cera de abelha, ponto de fusão aproximadamente 58°C) com o intuito de investigar-se a solidificação sobre o menisco através da imposição de dificuldades ou facilidades na extração de calor.

Os resultados destas experiências demonstraram evidência muito boa quanto a este mecanismo ser o responsável pelo surgimento de marcas superficiais nos lingotes, caracterizando variações na qualidade dos mesmos dependendo das condições impostas.

O primeiro resultado figura (4.1) , mostra a presença de marcas superficiais bastante evidentes e uniformemente espaçadas. Esta simulação foi executada com baixo superaquecimento ($\Delta T=2^{\circ}\text{C}$), molde com parede polida (coeficiente de transferência de calor, h , elevado) e resfriamento com água (alta taxa de extração de calor). Pelas condições impostas à simulação o primeiro menisco formado solidifica de forma extensiva e cria uma camada sólida que é capaz de resistir, nas proximidades da parede do molde, à pressão da cera líquida obrigando a mesma a fluir e solidificar sobre esta camada entrando novamente em contato com a parede do molde formando um novo menisco, repetindo sucessivamente o fenômeno.

O segundo resultado figura (4.2) , mostra a ausência de marcas superficiais. Esta simulação foi executada com elevado superaquecimento ($\Delta T=30^{\circ}\text{C}$), molde com parede polida (h , elevado) e resfriamento ao ar (baixa taxa de extração de calor). Pelas condições experimentais não existe condições do menisco formado solidificar extensivamente, já que existe uma quantidade maior de energia a retirar antes que a transformação líquido/sólido possa ocorrer. Evitando

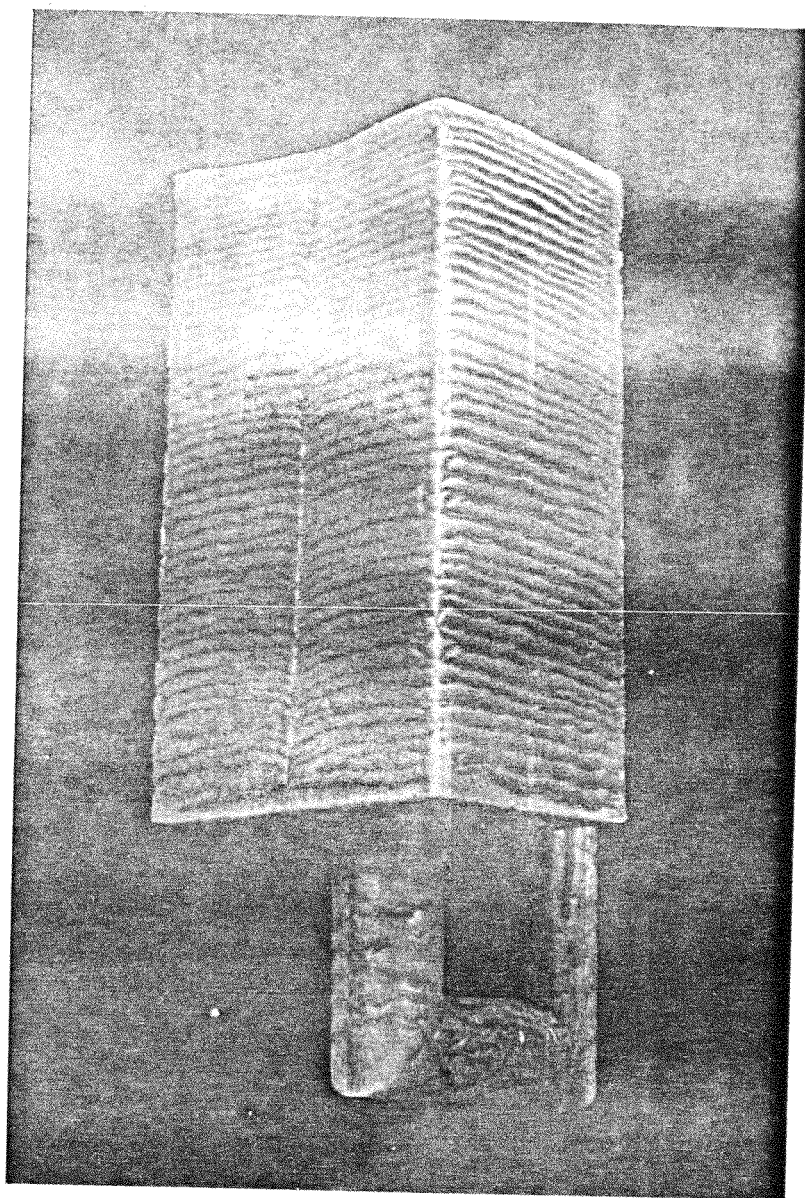


Figura (4.1) - Modelo em cera de abelha evidenciando a presença de marcas superficiais pronunciadas. Molde polido; resfriamento com água; baixo superaquecimento ($\Delta T = 2^{\circ}\text{C}$); velocidade de lingotamento (u) de 20mm/s.

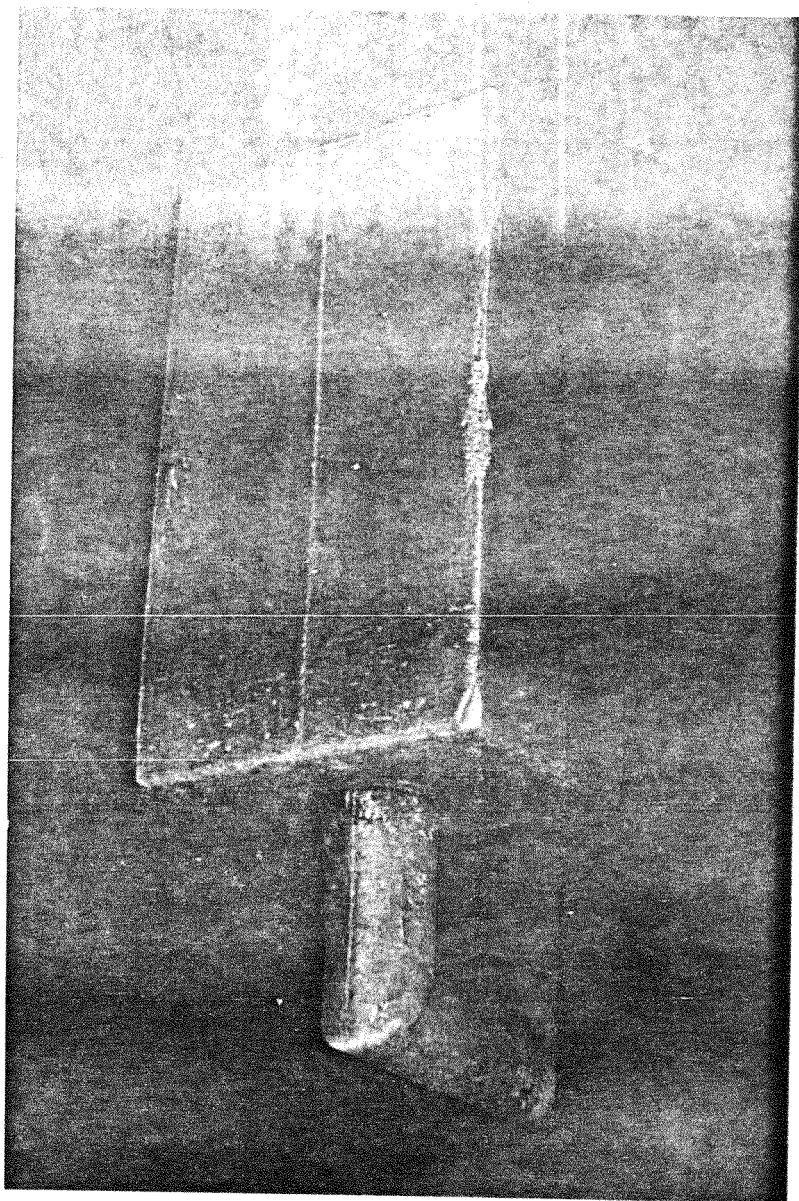


Figura (4.2) - Modelo em cera, evidenciando ausência de marcas superficiais. Molde polido; resfriamento ao ar; elevado superaquecimento ($\Delta T=30^{\circ}\text{C}$); $u=20\text{ mm/s}$.

a solidificação sobre o menisco permite-se contato mais efetivo da cera líquida com o molde e conseqüentemente uma superfície mais regular.

O terceiro resultado figura (4.3) , mostra outro modelo com ausência de marcas superficiais. Esta simulação foi executada com baixo superaquecimento ($\Delta T = 2^{\circ}\text{C}$) , molde recoberto com pintura refratária (h, baixo) e resfriamento com água (alta taxa de extração de calor).

Nestas condições, elevadas taxas de extração de calor, baixos superaquecimentos e coeficientes de transferência de calor elevados favorecem o surgimento de marcas superficiais, reforçando a hipótese da solidificação sobre o menisco como determinante da qualidade superficial.

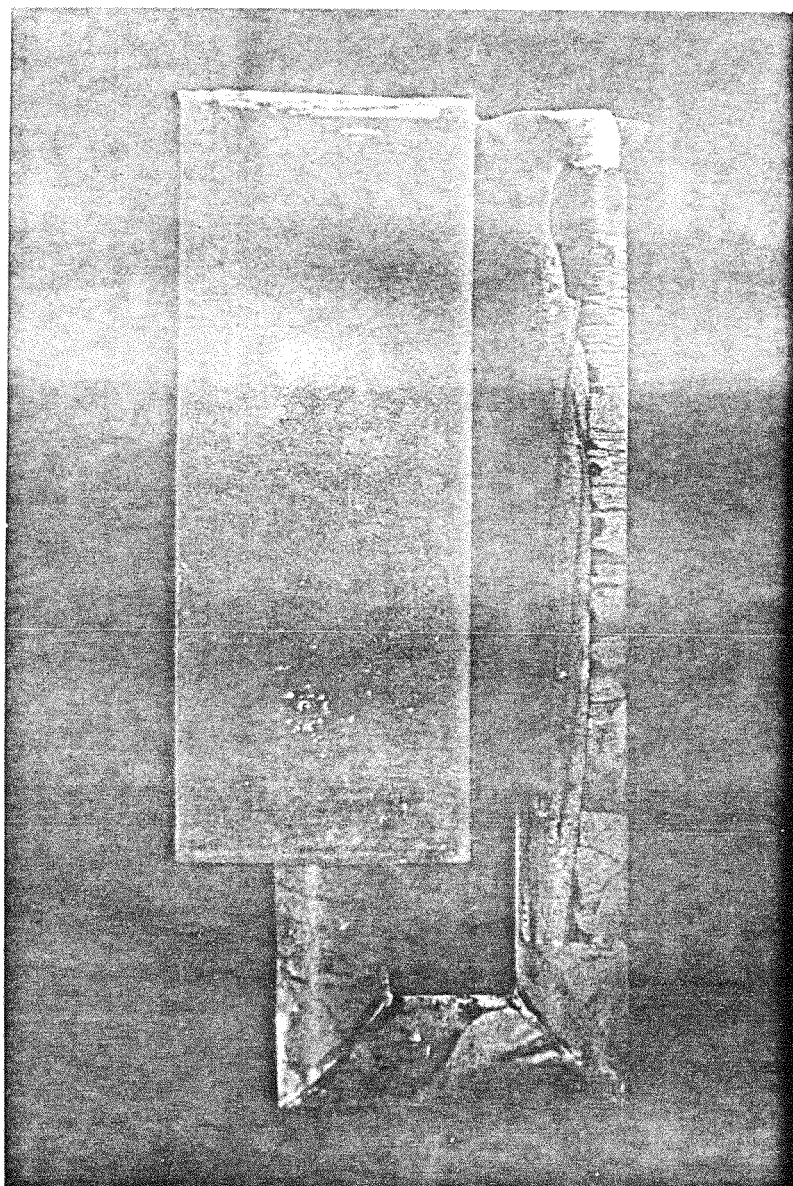


Figura (4.3) - Modelo em cera, evidenciando ausência de marcas superficiais. Molde recoberto com pintura refratária; resfriamento em água; baixo superaquecimento ($\Delta T = 2^{\circ}\text{C}$); $u = 20 \text{ mm/s}$.

4.2 - ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE MARCAS SUPERFICIAIS EM LINGOTES DE DIFERENTES METAIS

Assumindo-se que o mecanismo da formação de marcas superficiais mais convincente é o que se baseia na solidificação sobre o menisco, e que a forma do menisco líquido possa ser aproximada ao perfil que apresenta um volume de líquido em equilíbrio mecânico com outro meio — ou seja, a pressão interna balanceada pela pressão devido ao efeito de capilaridade — é possível calcular-se sua forma teoricamente através da seguinte expressão [27]

$$y - y_0 = -(2\gamma^2 - \epsilon^2)^{1/2} + \frac{\gamma}{\sqrt{2}} \text{LN} \left[\frac{\gamma\sqrt{2} + (2\gamma^2 - \epsilon^2)^{1/2}}{\epsilon} \right] \quad (4.1)$$

onde:

γ = constante de capilaridade = $\frac{2\sigma}{gd}$

σ = tensão superficial do líquido

d = densidade do líquido

g = aceleração da gravidade

Tomono et ali [20] efetuaram medidas da forma do perfil do menisco do aço líquido e, utilizando um simulador com janelas de quartzo, observaram razoável concordância entre a forma experimental do menisco resultante e o perfil calculado pela equação (4.1). Assim sendo, a forma do menisco líquido em equilíbrio mecânico com o meio que o envolve por ser calculada para cada meio e cada metal separadamente. A figura (4.4) mostra a forma do menisco líquido para três diferentes metais, considerando o ar como meio envolvente. O alumínio e o estanho, no que diz respeito à forma do me-

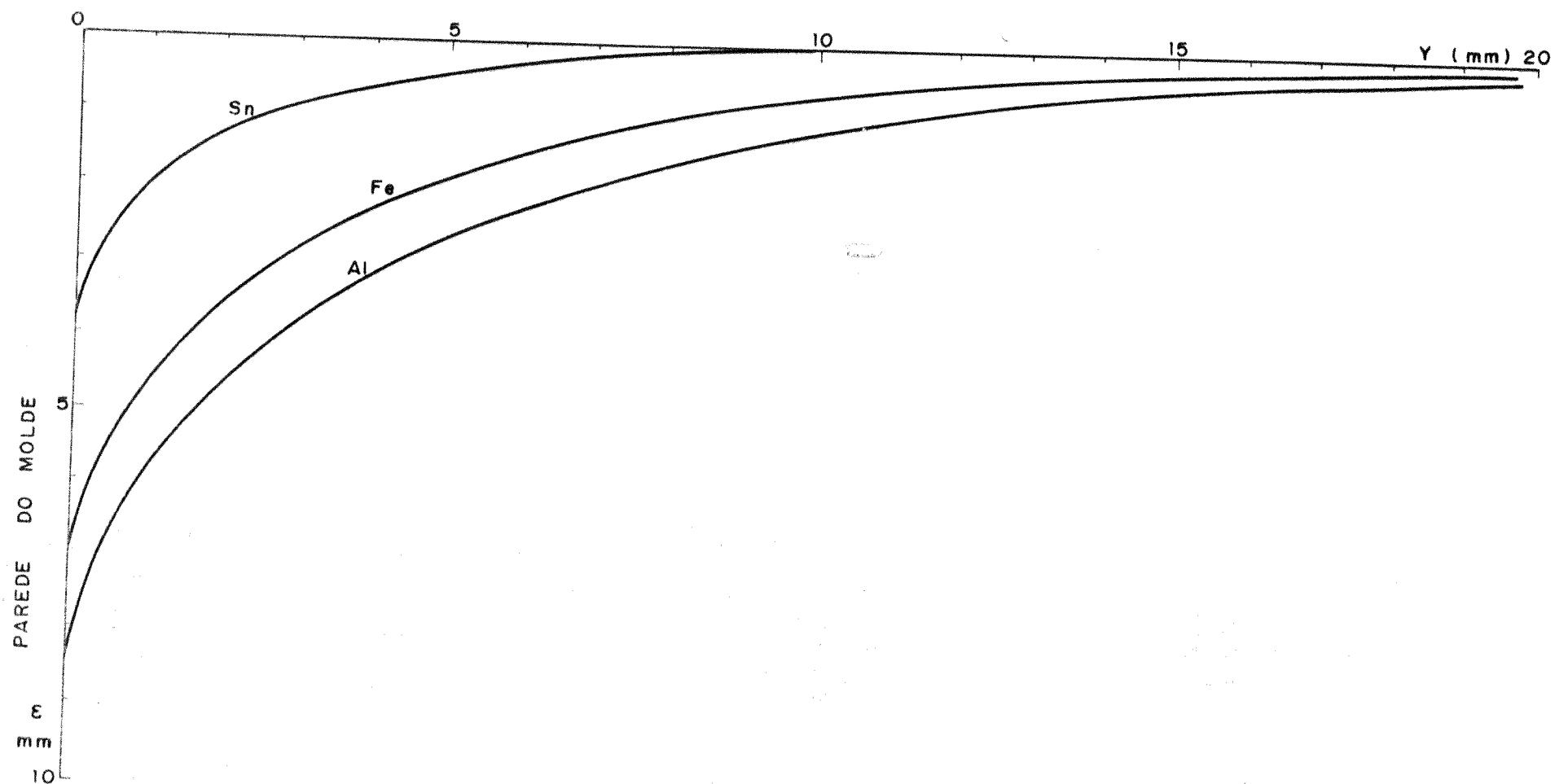


Figura (4.4) - Forma calculada do menisco de diferentes metais líquidos em equilíbrio com o ar

nisco, representam os dois extremos dos metais de interesse comercial. Baseando-se na forma do menisco espera-se que o alumínio nas mesmas condições de lingotamento, apresente marcas superficiais mais pronunciadas.

Neste sentido foram realizadas algumas experiências com alumínio e atmosfera de ar com a finalidade de se comparar a forma do menisco teórico e prático. A figura (4.5) mostra razoável concordância entre um e outro. Principalmente levando-se em consideração que a oxidação dificulta bastante as medidas experimentais. Realizou-se também experiências com alumínio, chumbo e estanho em condições opostas no que diz respeito a taxa de extração de calor do sistema metal/molde; sendo estas experiências realizadas sob atmosfera de hélio (condutora) e molde polido (h, elevado), com baixo superaquecimento ($\Delta T = 2^{\circ}\text{C}$) e velocidade de lingotamento ($U = 1,8 \text{ mm/s}$). Nestas condições, ou seja, sob atmosfera condutora de hélio, condição de máxima extração de calor, os resultados concordaram com a expectativa. Estes resultados encontram-se registrados de forma qualitativa pelas fotos da figura (4.6) e de forma quantitativa pela figura (4.7). A qualidade superficial dos lingotes de alumínio apresentou-se bastante inferior comparado aos lingotes de chumbo e estanho figura (4.6), o que está de acordo com o cálculo teórico dos meniscos destes diferentes metais, demonstrando que o perfil característico do alumínio deve produzir marcas mais largas e mais profundas.

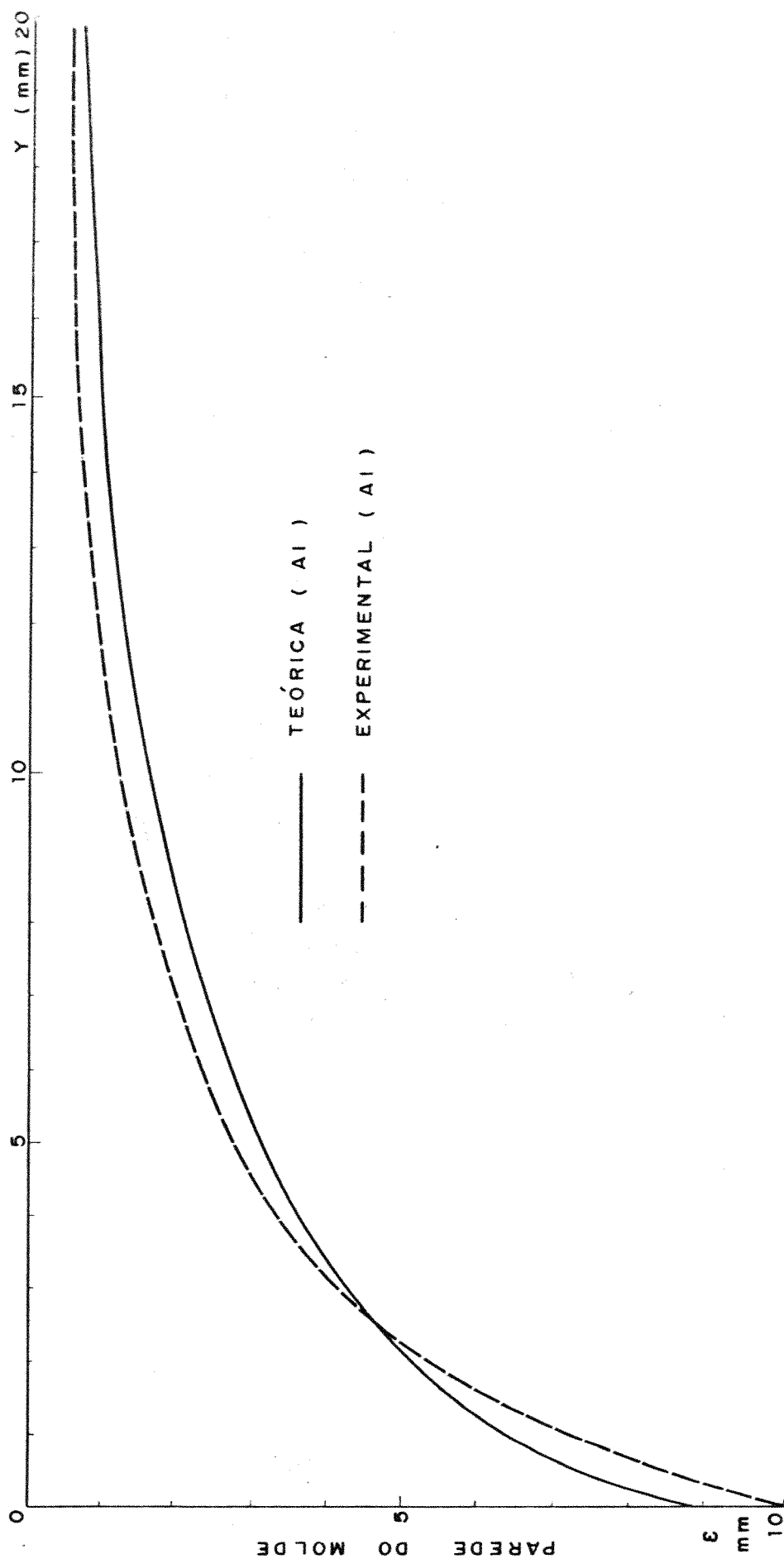


Figura (4.5) - Forma do menisco para alumínio em equilíbrio com o ar.

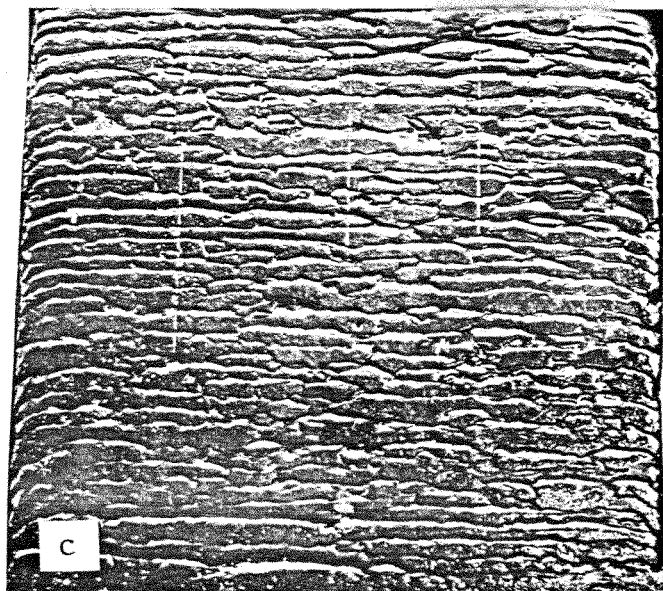
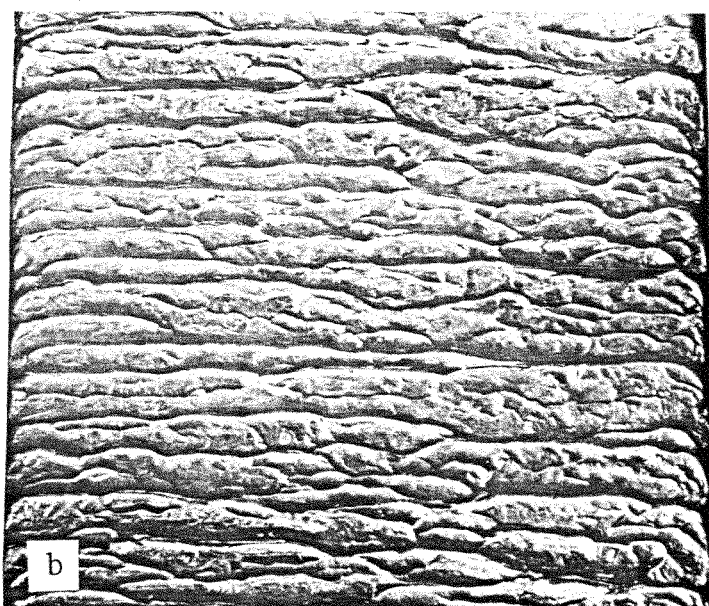
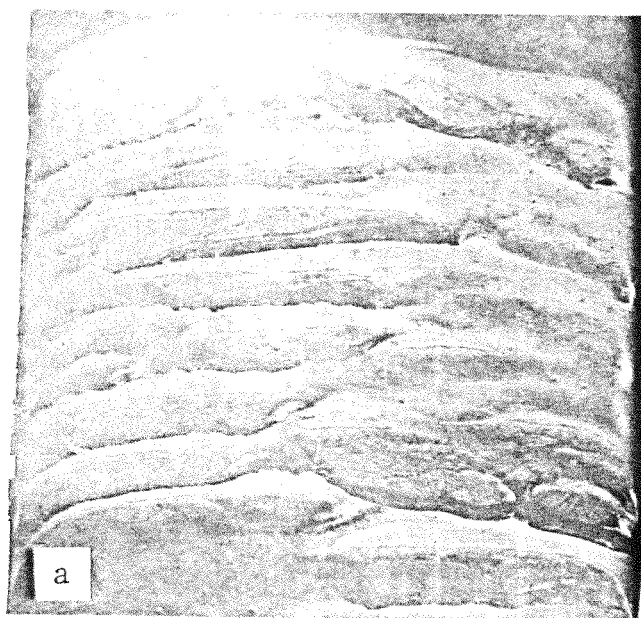


Figura (4.6) - Variação da qualidade superficial e da forma do menisco para diferentes materiais. Molde polido; atmosfera de hélio, $\Delta T = 2^{\circ}\text{C}$; $u = 1,8\text{mm/s}$. (a) alumínio puro; (b) chumbo puro; (c) estanho puro).

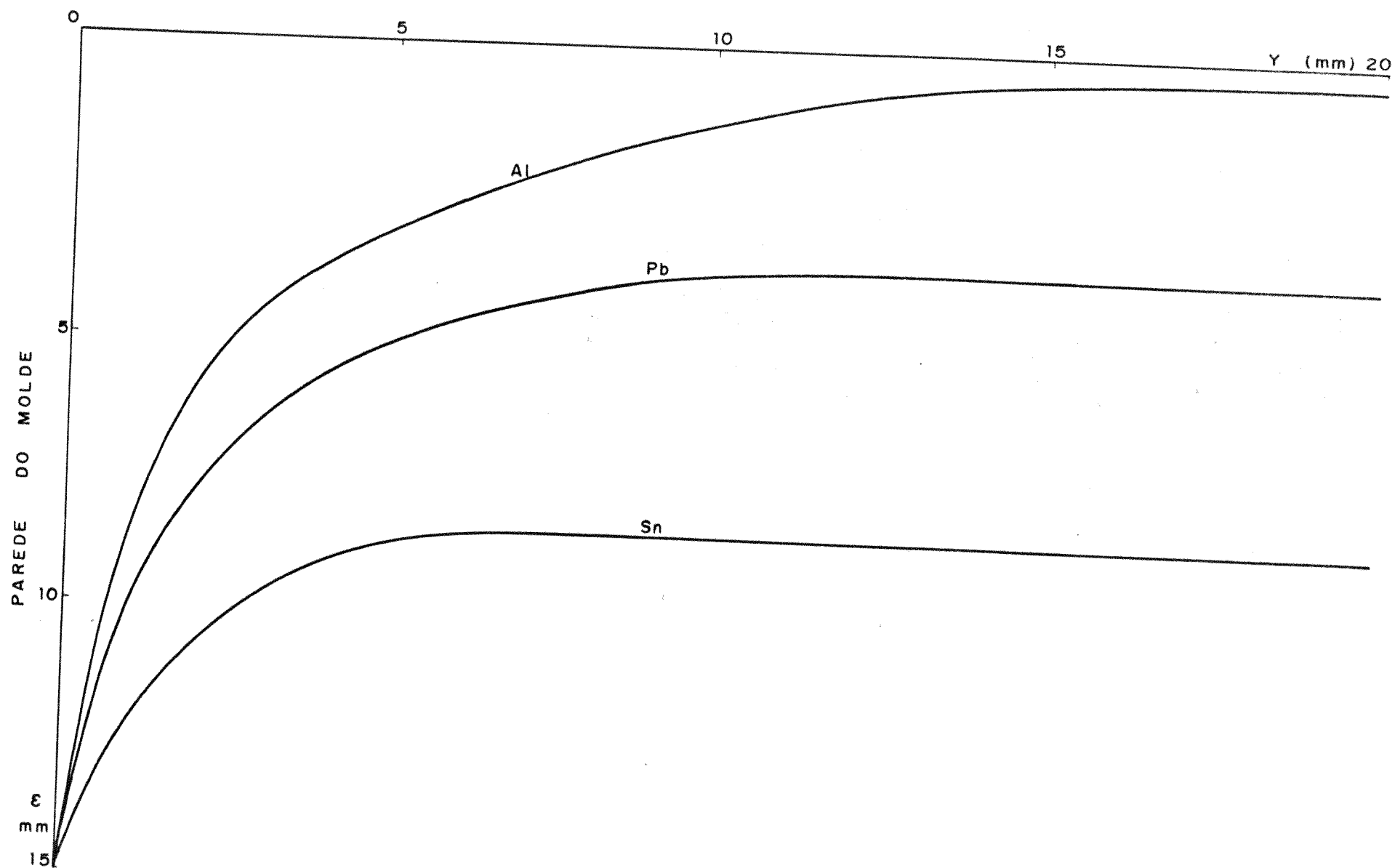


Figura (4.7) - Forma experimental do menisco de diferentes metais líquidos em equilíbrio com hélio.

4.3 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA COMPOSIÇÃO QUÍMICA DE LIGAS BINÁRIAS SOBRE A QUALIDADE SUPERFICIAL DE LINGOTES

Outro fator de extrema importância, no que diz respeito a incidência de marcas superficiais nos lingotes, refere-se ao conteúdo de soluto na liga ou mais precisamente ao tamanho da faixa de solidificação.

Para a investigação desta influência escolheu-se um sistema binário que permitisse variações bastante amplas no intervalo de solidificação, como a que se verifica no sistema binário alumínio/cobre, principalmente levando-se em consideração que em experiências anteriores o alumínio havia permitido a obtenção de marcas superficiais mais pronunciadas garantindo melhor visualização e, conseqüentemente melhor análise dos parâmetros de influência o que permitiu antecipar esta características também para ligas à base de alumínio.

As experiências foram realizadas fixando-se os seguintes parâmetros: atmosfera de hélio (condutora), parede do molde polida (h, elevado), baixo superaquecimento ($\Delta T = 2^{\circ}\text{C}$) e velocidade de lingotamento ($V \approx 20,0 \text{ mm/s}$).

As composições químicas utilizadas foram as seguintes: alumínio com grau de pureza comercial e as ligas alumínio/cobre com (4,5; 15 e 33)% de cobre.

Os resultados vistos de forma qualitativa nas fotos da figura (4.8) e de forma quantitativa nas figuras (4.9) e (4.10), demonstram que a qualidade superficial é melhor quanto maior for o intervalo de solidificação, visto que ligas nas proximidades de 5,0% de cobre apresentam marcas superficiais com menor profundidade (P) e menor espaça-

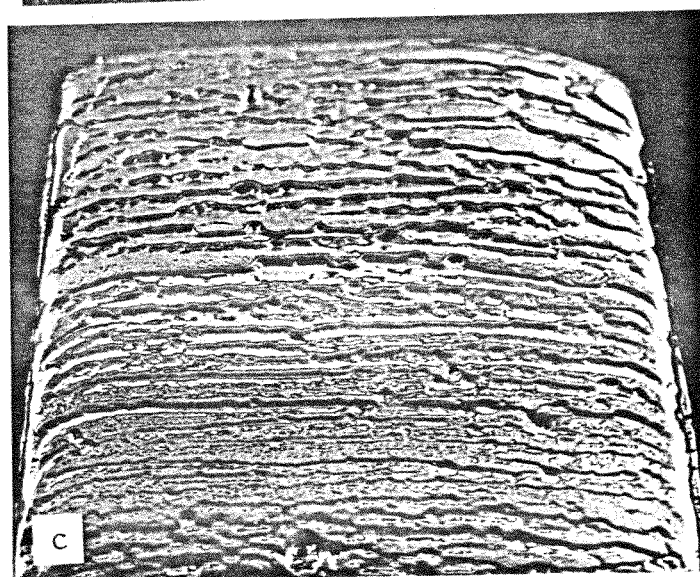
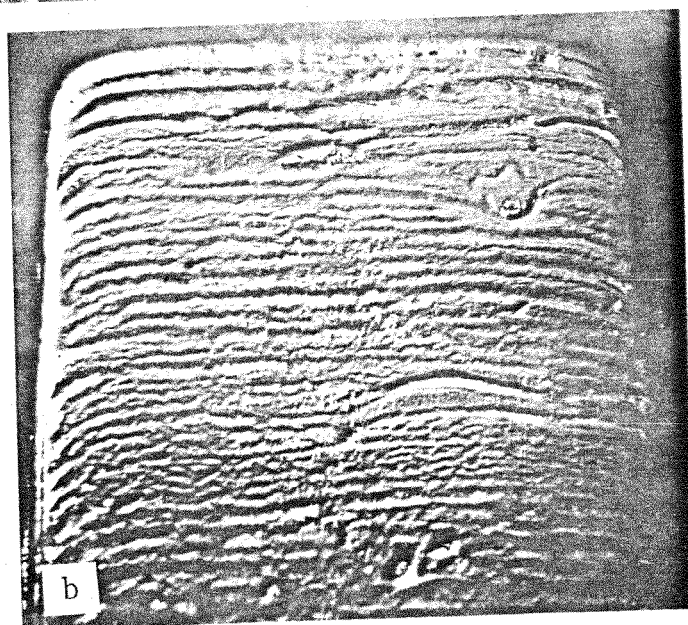
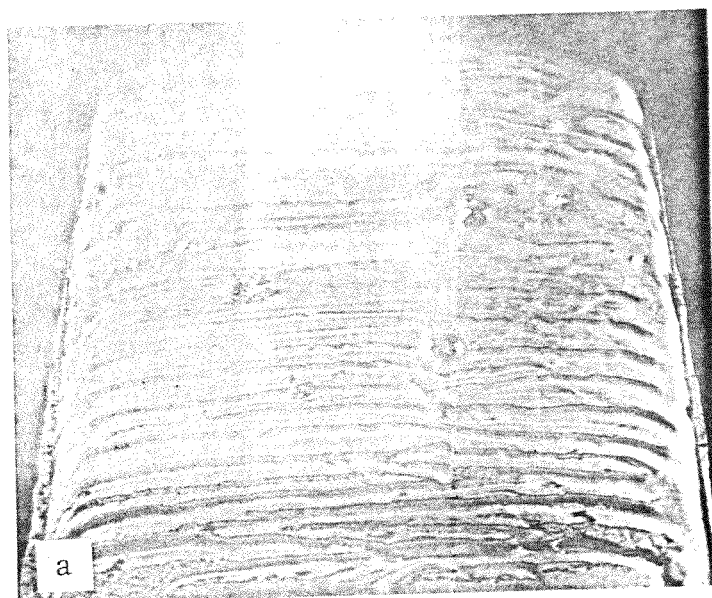


Figura (4.8) - Variação da qualidade superficial em função da combinação química. Molde polido; atmosfera de hélio; superaquecimento (ΔT) de $2^{\circ}C$; velocidade de lingotamento (u) de $20,0\text{ mm/s}$; (a) alumínio puro; (b) liga $Al_{4,5}Cu$; (c) liga $Al_{33}Cu$.

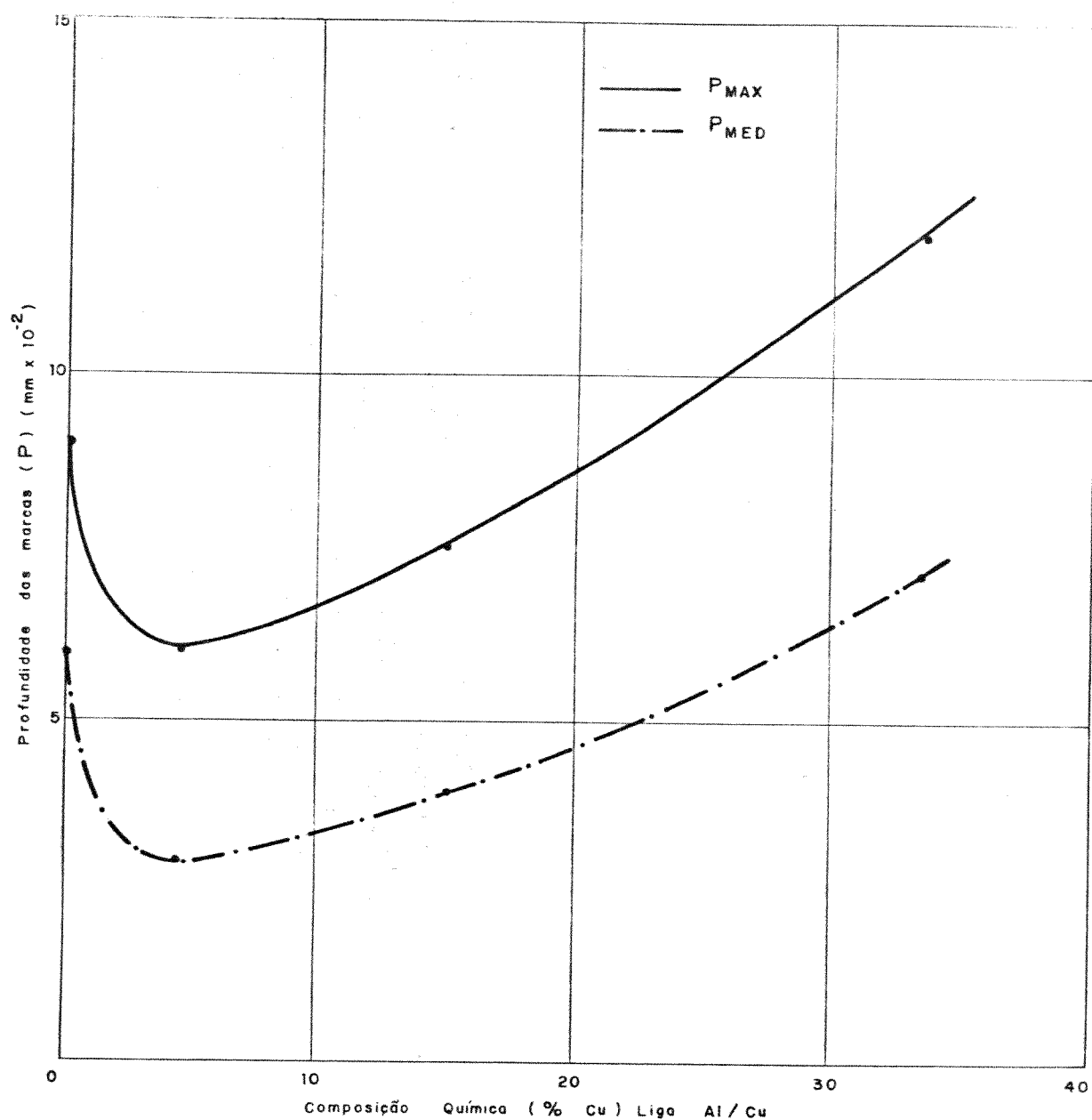
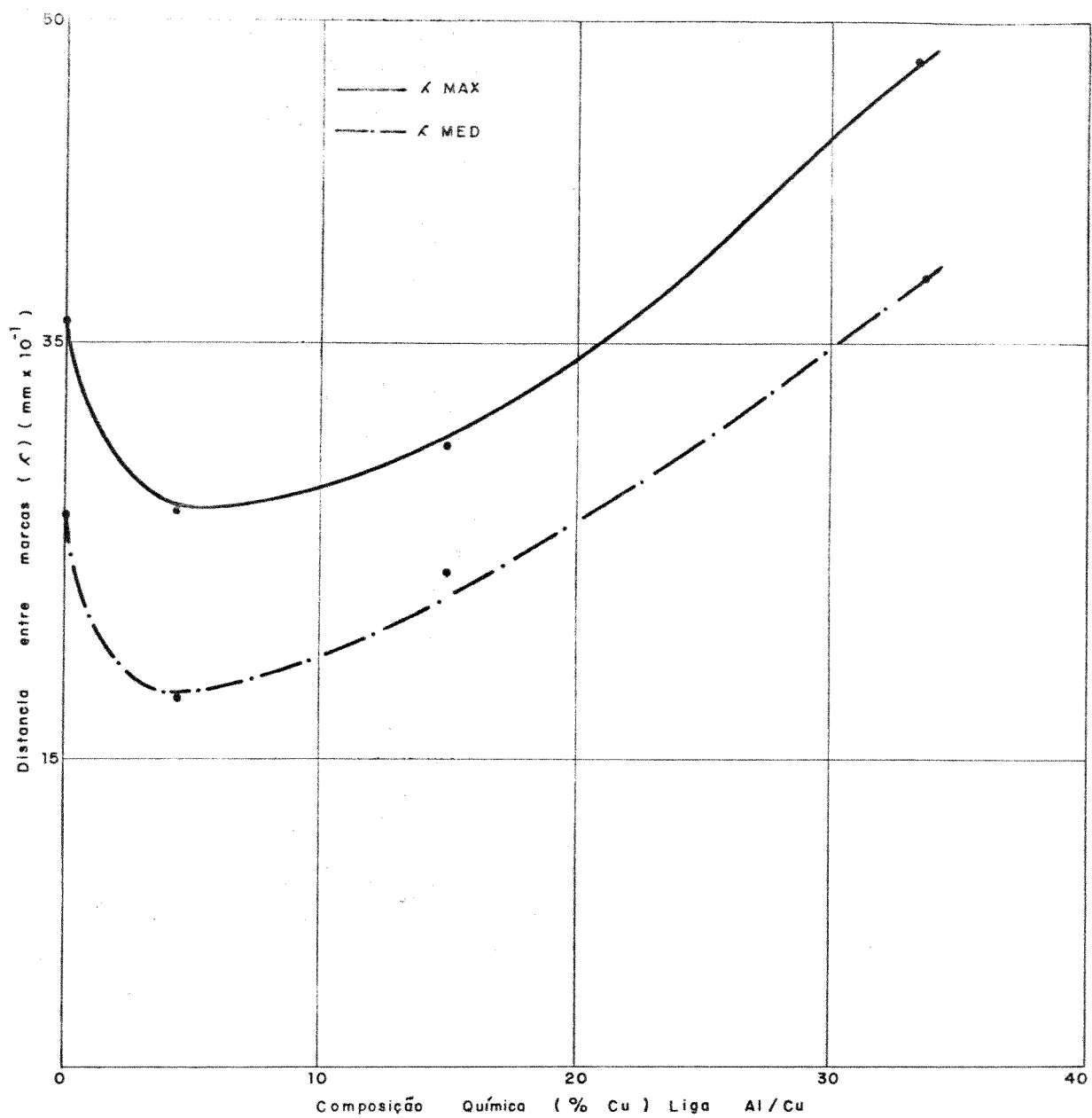


Figura (4.9) - Variação da profundidade (P) das marcas da superfície dos lingotes com a composição química superaquecimento 20°C; molde polido; Atmosfera de hélio; velocidade de lingotamento 20,0 mm/s.



Figura(4.10) - Variação da distância entre marcas (λ) da superfície dos lingotes, com a composição química. Superaquecimento 2°C ; molde polido; atmosfera de hélio; velocidade de lingotamento $20,0 \text{ mm/s}$.

mento (λ) entre marcas. Pode-se notar que aos limites extremos analisados experimentalmente (alumínio puro e a liga eutética alumínio/cobre), relativos a pontos de transformação líquido/sólido e não a faixas de transformação, correspondem as piores qualidades de superfície observadas.

A quantificação destes resultados foi realizada através do levantamento de curvas de "erro de forma" da superfície destes lingotes e ajustadas a uma reta pelo método matemático e mínimo quadrados [26], via computador. Estes resultados estão representados nos apêndices (4.1) e (4.2).

A formulação de uma explicação geral para estas evidências (Ítem 4.7) baseia-se em pelo menos três fatores distintos que influem na estabilidade mecânica da camada solidificada sobre o menisco, duas delas já citadas e que são a resistência mecânica intrínseca da camada e a pressão metalostática exercida sobre esta e a distorção térmica da camada.

4.4 - ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE FATORES OPERACIONAIS DO LINGOTAMENTO CONTÍNUO NA QUALIDADE SUPERFICIAL

Entre todos os fatores operacionais que podem vir a interferir na qualidade superficial de longotes destacam-se velocidade de lingotamento e superaquecimento do metal líquido.

4.4.1 - Velocidade de Lingotamento

A velocidade de lingotamento, no processo de lingotamento contínuo, depende da velocidade de solidificação do metal. Esta velocidade de lingotamento juntamente com a pressão metalostática que o metal líquido exerce sobre a camada solidificada, são fatores de terminantes na formação da marca superficial.

Conforme já analisado, esta pressão dependendo de sua intensidade confere ao lingote superfície mais regular ou mais irregular. Por outro lado, menores velocidades de lingotamento concorrem para evidenciar marcas superficiais mais pronunciadas, uma vez que o movimento do metal líquido sobre o perfil do menisco é mais lento, propiciando a solidificação da camada em solidificação sobre o mesmo de forma extensiva contribuindo para conferir a esta camada maior resistência à pressão do líquido. Quando a coluna de metal aproxima-se da parede do molde, as boas condições de transferência de calor nesta região não permitem um preenchimento completo da lacuna existente acontecendo a solidificação antes que isto ocorra.

Com velocidades maiores, ocorre o inverso, a camada de sólido sobre o menisco é muito pequena, havendo conseqüentemente um melhor preenchimento da região menisco/molde formando marcas na superfície do lingote menos profundas.

Nas experiências programadas com esta finalidade, selecionou-se as seguintes velocidades de linoamento (1,8; 4,5; 7,7; 11,3; 19,3) mm/s e parametrizou-se atmosfera de hélio (condutora), baixo superaquecimento ($\Delta T = 2^{\circ}\text{C}$), molde polido (h, elevado) e alumínio com grau pureza comercial.

Os resultados vistos de forma qualitativa pelas fotos da figura (4.11) e da forma quantitativa nas figuras (4.12) e (4.13), mostram que as características superficiais de má qualidade, como a profundidade (P) das marcas assim como o espaçamento (λ) entre elas, são maiores para as menores velocidades de linoamento e, conseqüentemente, de acordo com a expectativa da análise anterior.

4.4.2 - Superaquecimento

Na simulação com compostos orgânicos (cera de abelha), verificou-se que o superaquecimento atua no sentido de promover a formação de boa qualidade superficial inibindo a solidificação extensiva sobre o menisco, contribuindo para melhor contato do líquido com a parede do molde e assim regularizando a superfície do molde.

Este mesmo raciocínio pode ser estendido ao caso

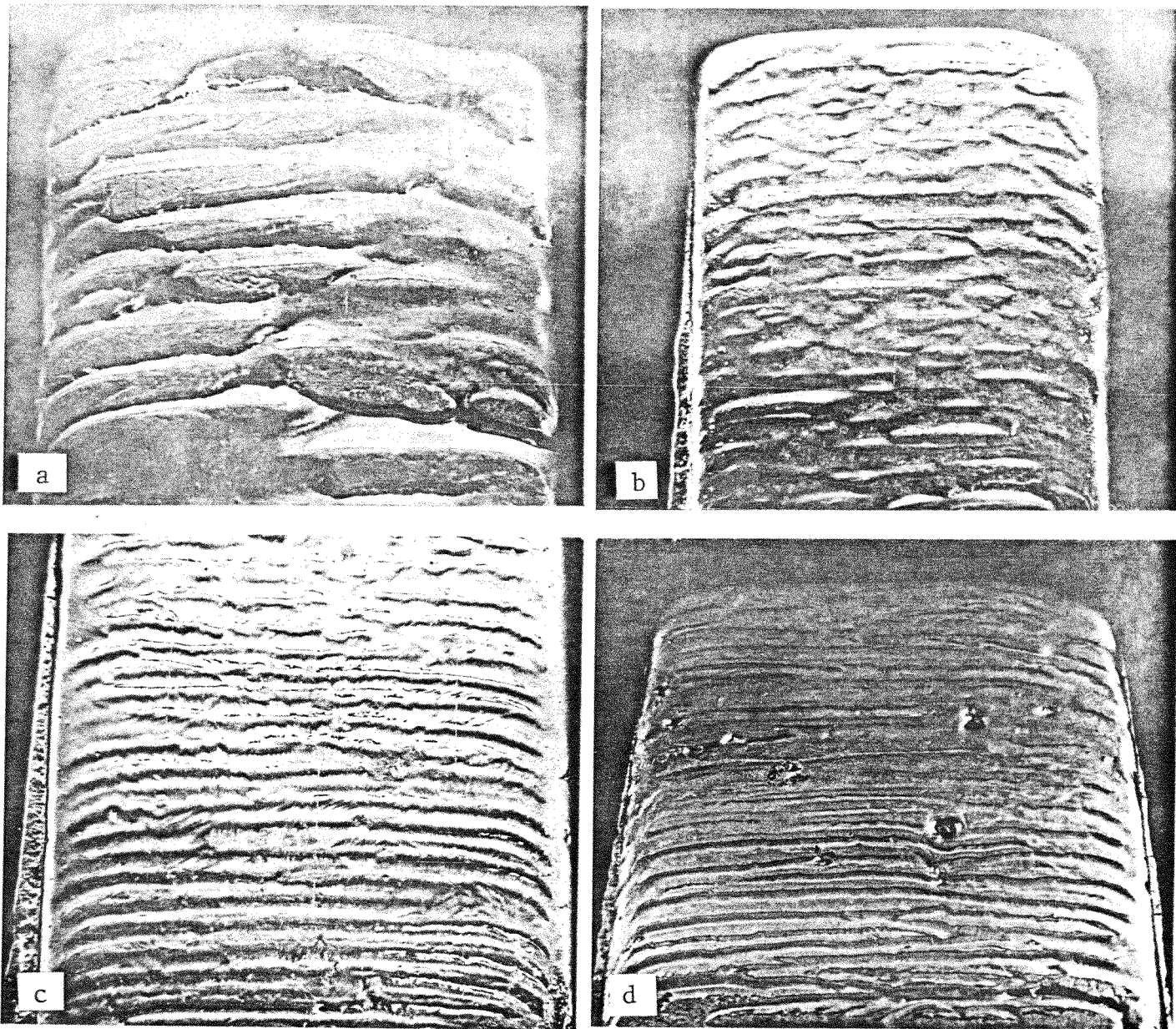


Figura 4.11 - Variação da qualidade superficial em função da velocidade de lingotamento. Molde polido; atmosfera de hélio; $\Delta T = 2^{\circ}\text{C}$; alumínio puro. (a) $u = 1,8 \text{ mm/s}$; (b) $u = 4,9 \text{ mm/s}$; (c) $u = 11,4 \text{ mm/s}$; (d) $u = 19,3 \text{ mm/s}$.

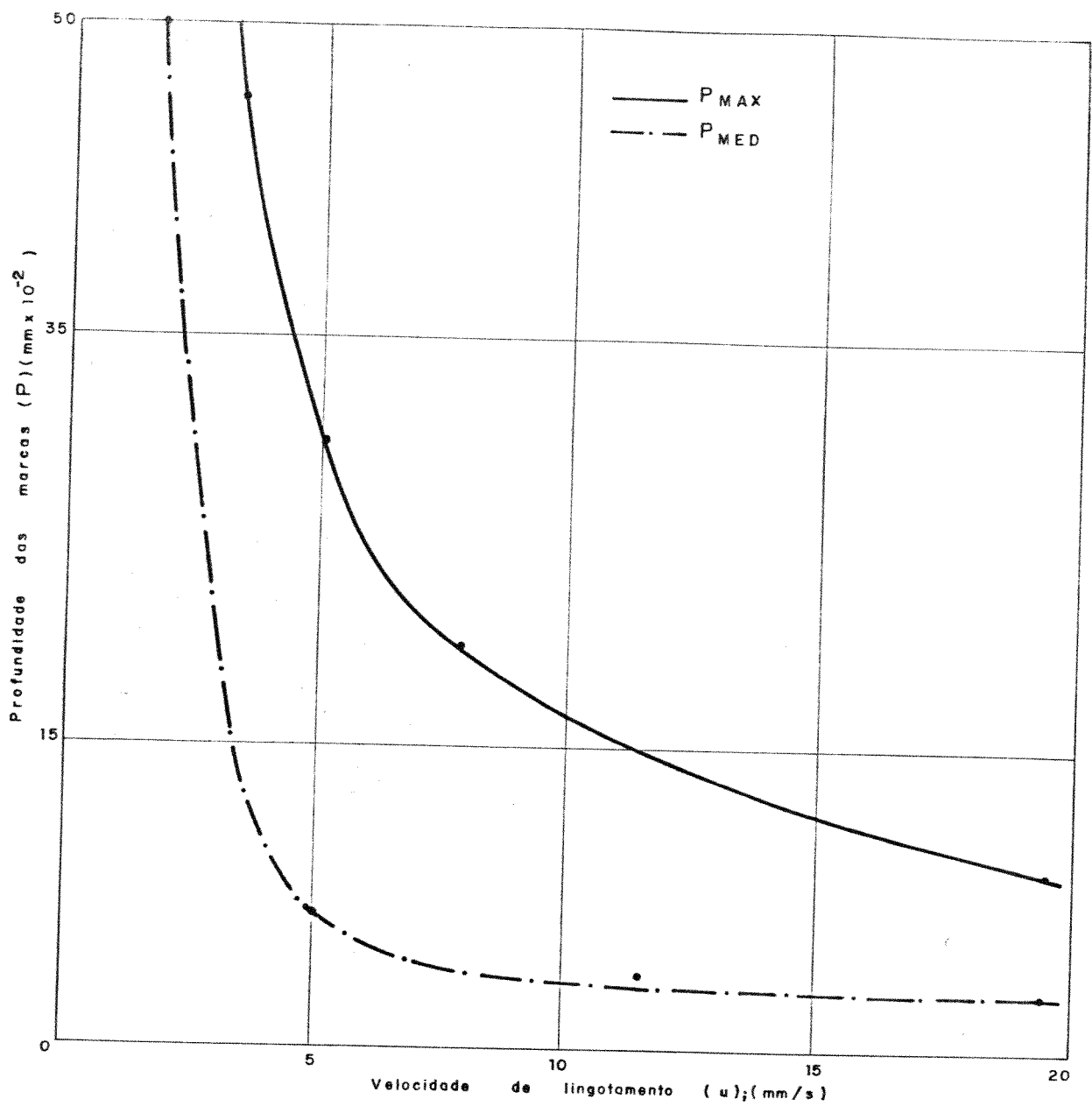


Figura (4.12) - Variação da profundidade (p) das marcas da superfície dos lingotes com a velocidade de lingotamento (u). Alumínio puro; atmosfera de hélio; molde polido e superaquecimento 2°C.

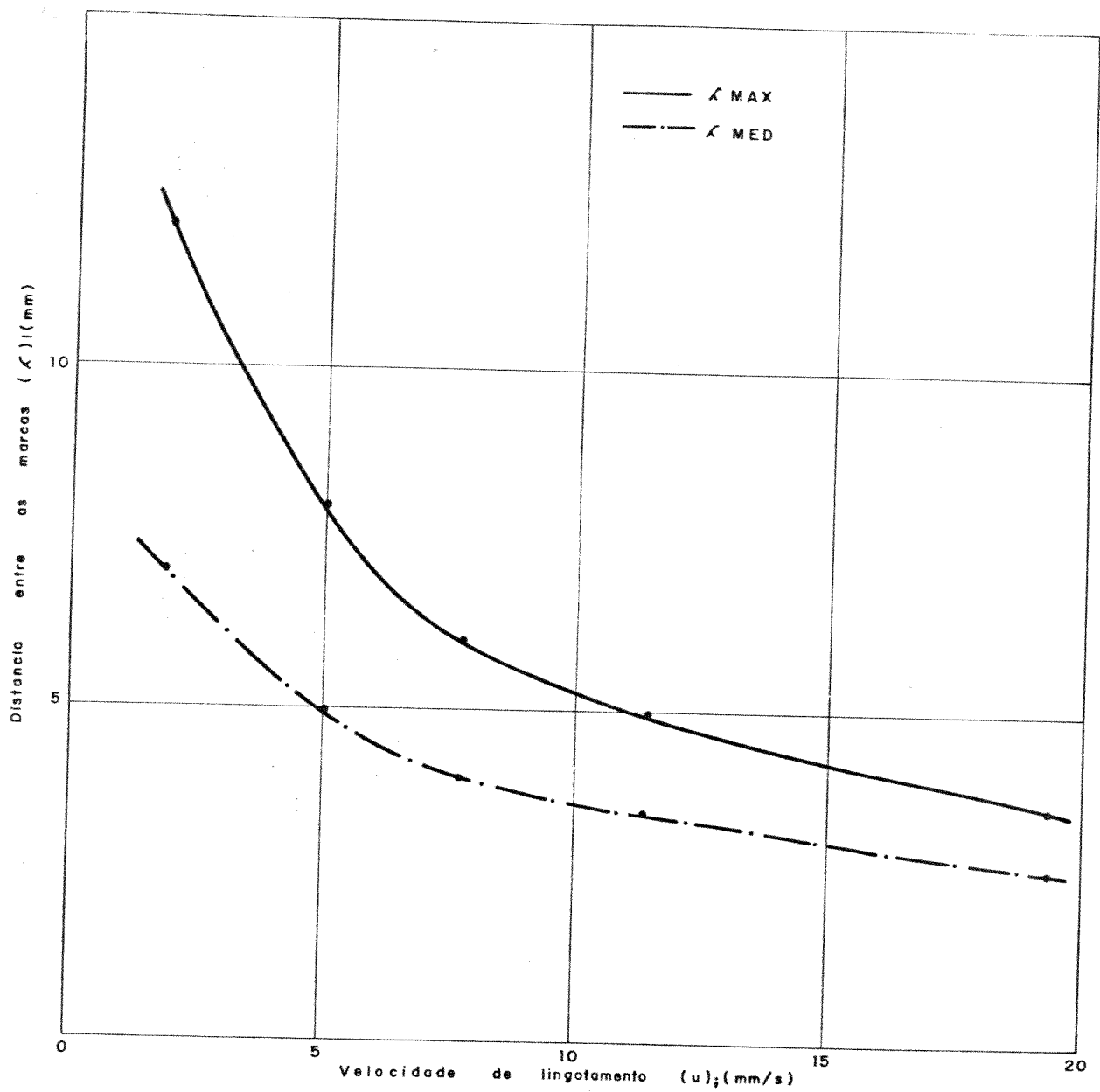


Figura (4.13) - Variação da distância entre marcas (λ) da superfície dos lingotes, com a velocidade de lingotamento (u). Alumínio puro; atmosfera de hélio, molde polido e superaquecimento 2°C .

de lingotes metálicos, onde o progressivo aumento no superaquecimento, deve implicar numa progressiva diminuição da camada sólida sobre o menisco, consequentemente aumentando cada vez mais a proximidade da coluna de metal líquido do molde. Este fato implica numa diminuição gradativa da profundidade das marcas até o seu completo desaparecimento, quando o superaquecimento for suficientemente elevado a ponto de iniciar a solidificação sobre o menisco.

Nas experiências programadas com esta finalidade foram selecionados os superaquecimentos (2; 20; 50; 100) °C e parametrizados baixa velocidade de lingotamento (1,8 mm/s), atmosfera de hélio (condutora), molde polido (h, elevado) e alumínio com grau de pureza comercial.

Os resultados vistos de forma qualitativa pelas fotos da figura (4.14) e forma quantitativa nas figuras (4.15) e (4.16), demonstram que as características superficiais de boa qualidade, com a profundidade (P) das marcas assim como o espaçamento (λ) entre elas, são menores para maiores superaquecimentos.

A quantificação dos resultados experimentais referentes a velocidade de lingotamento e ao superaquecimento foi realizada através do levantamento de curvas de "erro de forma" da superfície destes lingotes e ajustadas a uma reta pelo método matemático de mínimos quadrados [26], via computador. Estes resultados estão representados nos apêndices (4.3), (4.4) e (4.5).

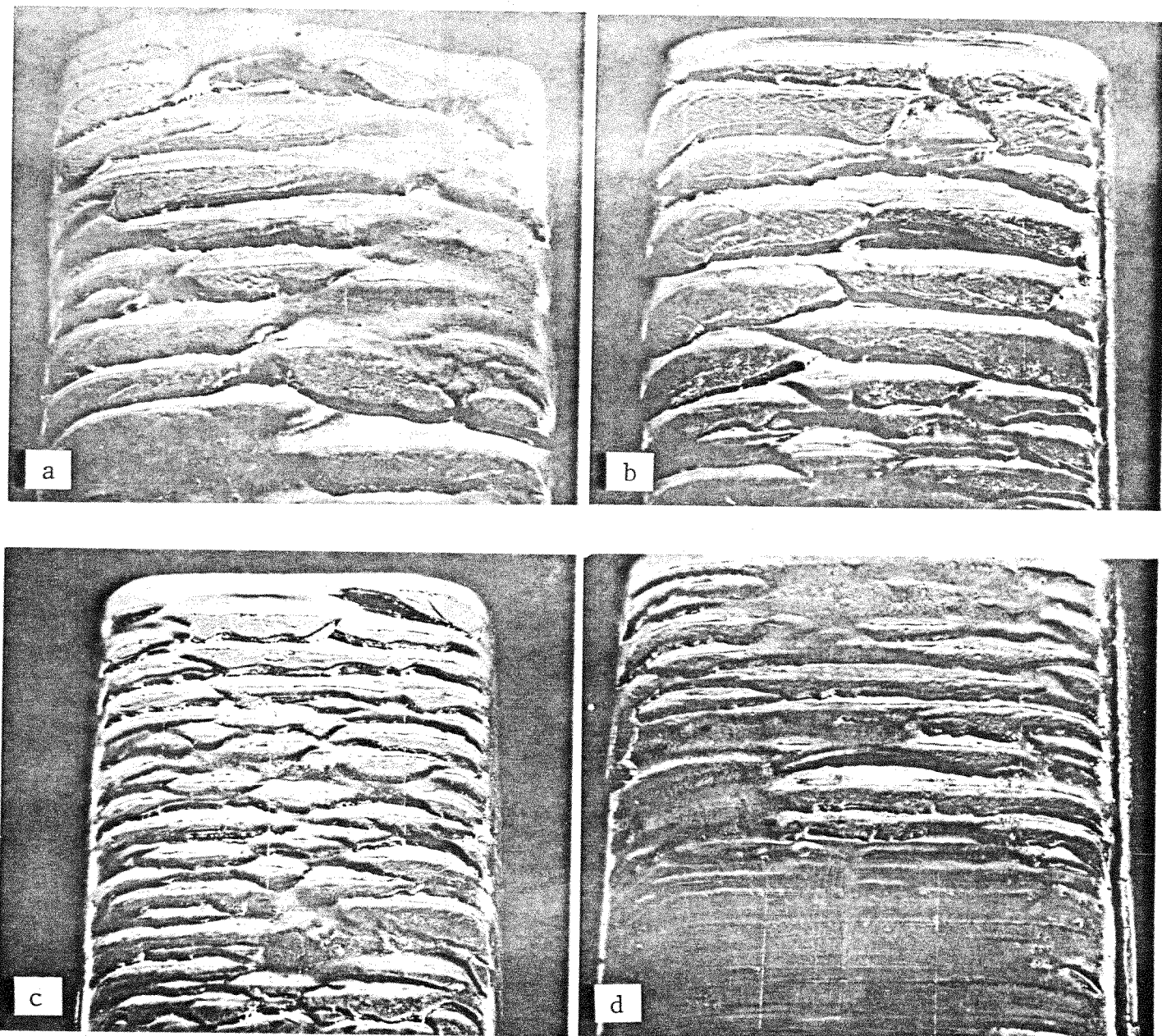


Figura (4.14) - Variação da qualidade superficial em função do superaquecimento. Molde polido; atmosfera de hélio; $u=1,8$ mm/s; alumínio puro. (a) $\Delta T=2^{\circ}\text{C}$; (b) $\Delta T=20^{\circ}\text{C}$; (c) $\Delta T=50^{\circ}\text{C}$; (d) $\Delta T=100^{\circ}\text{C}$.

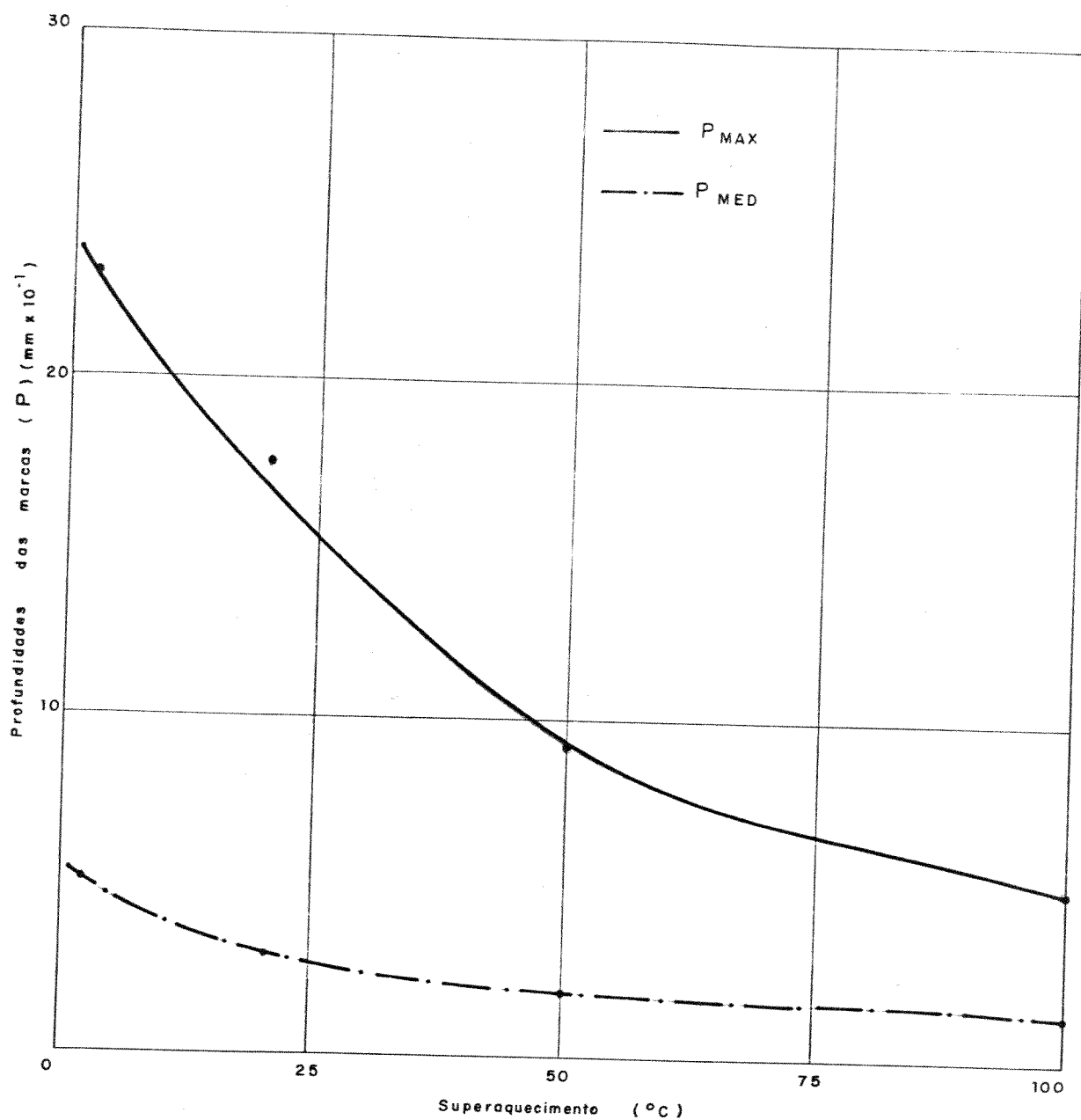


Figura (4.15) - Variação da profundidade (P) das marcas da superfície dos lingotes, com o superaquecimento (ΔT). Velocidade de lingotamento 1,8 mm/s; atmosfera de hélio; molde polido; alumínio puro.

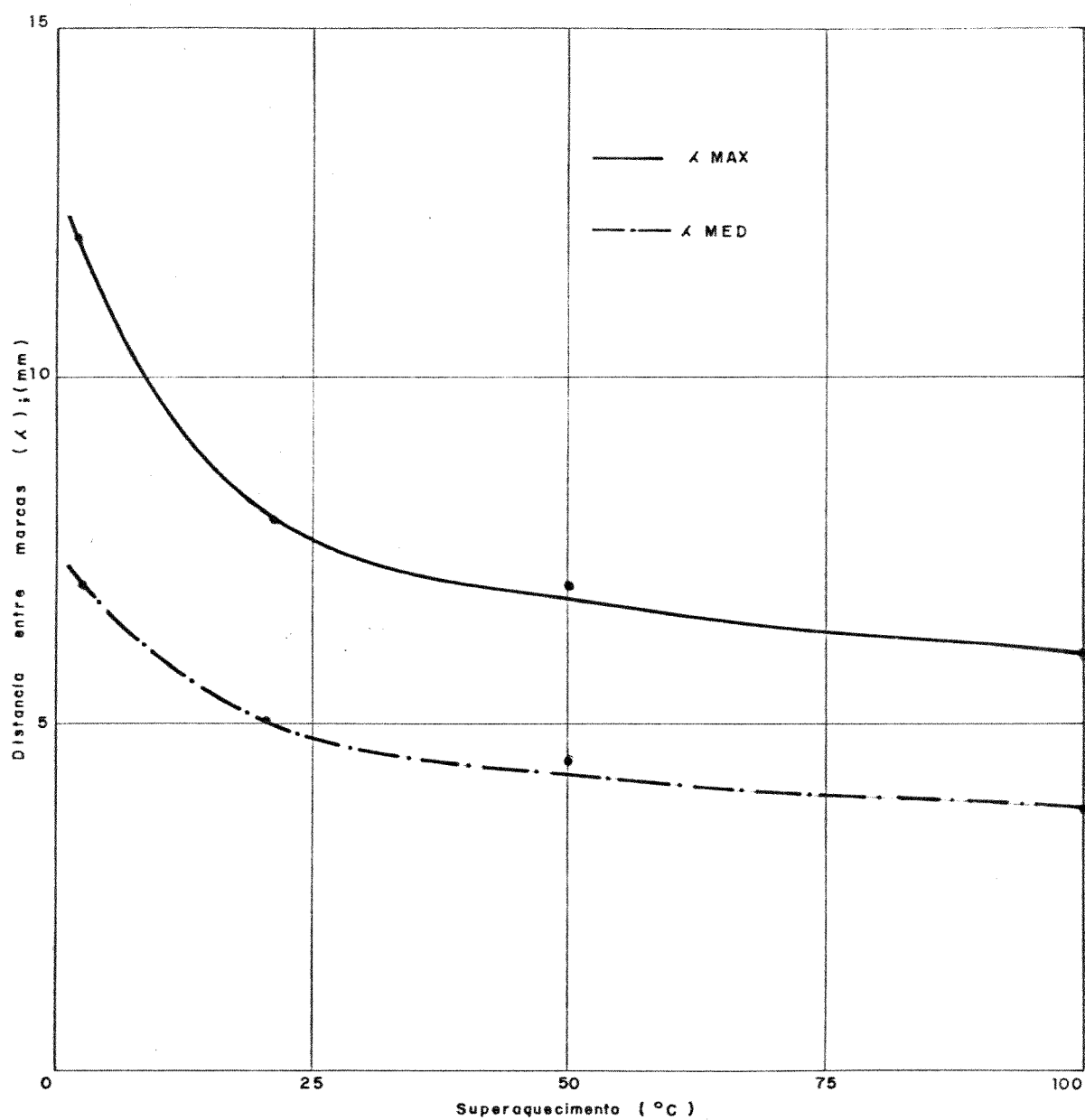


Figura (4.16) - Variação da distância entre marcas (λ) da superfície dos lingotes com o superaquecimento (ΔT). Velocidade de lingotamento 1,8 mm/s; atmosfera de hélio; molde polido; alumínio puro.

4.5 - ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO CONTATO TÉRMICO METAL/MOLDE

Nos sistemas de lingotamento contínuo de um modo geral, o transporte de calor se verifica em três diferentes etapas: uma etapa de resfriamento primário ou de resfriamento indireto, realizado em moldes refrigerados a água, uma etapa de resfriamento secundário ou direto, realizado por meio de "sprays" com mistura de ar e água e uma terceira etapa de radiação livre. Nas duas primeiras etapas, os coeficientes globais de transferência de calor são parâmetros fundamentais para o desenvolvimento do processo.

Na etapa de resfriamento primário do lingotamento contínuo de metais, caracterizada pela utilização de um molde refrigerado a água, o coeficiente global de transferência de calor (hg) deve ser tal que permita a solidificação na saída do molde de uma camada suficientemente espessa, de tal forma a apresentar resistência mecânica suficiente para suportar o metal líquido e as tensões de extração do lingote, condições estas necessárias para impedir a ruptura da camada sólida na saída do molde e conseqüentemente a interrupção do processo de lingotamento. Este coeficiente constitui um importante parâmetro de projeto, uma vez que é um indicador da quantidade de calor extraída através do molde.

O contato térmico entre o metal e o molde é facilitado ou dificultado pelas condições de acabamento da superfície do molde, concorrendo para maiores ou menores coeficientes globais de extração de calor (hg). Quanto mais eficaz for o molhamento do molde pelo metal líquido melhores serão as suas condições de transporte de calor para a água de refrigeração, ou seja, quanto melhor o acabamento su

perifical do molde maior será hg. Nestas condições, facilita-se a formação de marcas superficiais devido a solidificação mais eficaz sobre o menisco formado.

Programou-se experiências com a finalidade de investigar-se a influência de hg sobre a qualidade superficial dos lingotes, fixando-se a composição química da liga de alumínio/cobre com 4,5% de cobre, velocidade de lingotamento em 17,6 mm/s e superaquecimento de 2°C. As condições da superfície do molde e as atmosferas condutoras, foram as seguintes:

- molde com superfície polida e injeção do gás hélio;
- molde com superfície polida sem injeção do gás hélio (ao ar);
- molde com superfície recoberta sem injeção do gás hélio (ao ar).

Os primeiros resultados experimentais estão apresentados nas tabelas (4,1), (4,2), (4,3) dos apêndices (4,6), (4,7), (4,8) e ilustradas nas figuras (4.17) e (4.18), referem-se à variação da temperatura da interface metal/molde (T_i) e variação da temperatura da água de refrigeração (ΔT_a). Verifica-se uma variação brusca na curva representativa de T_i para molde polido com injeção de hélio e a conseqüente inversão de ΔT_a , indicando melhor condição de transporte de calor entre as três situações experimentais.

O coeficiente global de transferência de calor (hg) foi calculado de acordo com a relação [22].

$$hg = \frac{\dot{m} \cdot C \cdot \Delta T_a}{A(T_i - T_o)} \quad [KW/m^2 \text{ K}] \quad (4.2)$$

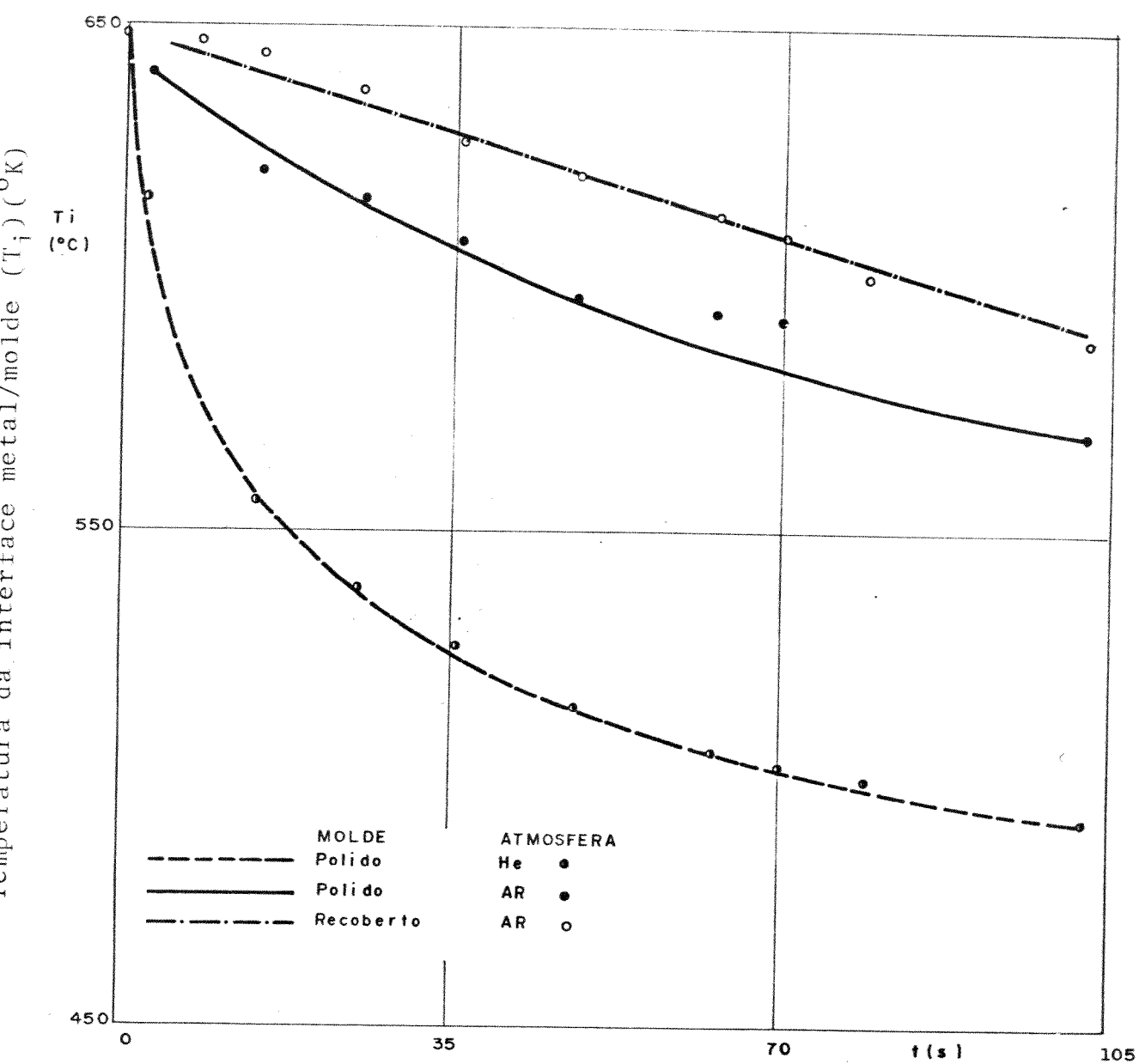


Figura (4.17) - Influência do contato térmico metal/molde na variação da temperatura da interface metal/molde. Liga $\text{Al}_{4,5}\text{Cu}$; velocidade de lingotamento superaquecimento 2°C .

Varição da temperatura da água de resfriamento

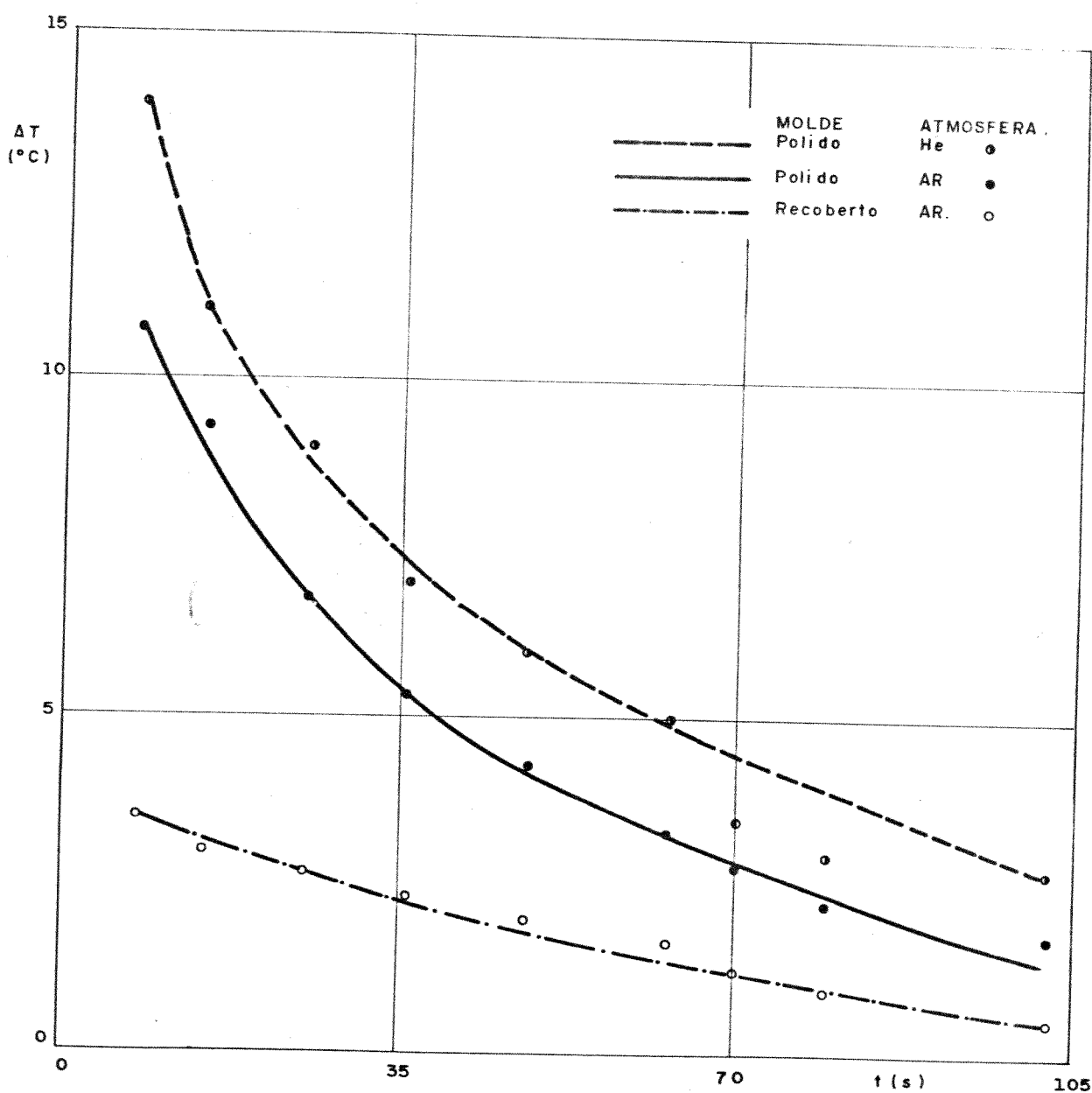


Figura (4.18) - Influência do contato térmico metal/molde na variação da temperatura da água de resfriamento.

Liga $Al_{4,5}Cu$, velocidade de lingotamento superaquecimento $2^{\circ}C$.

onde:

h_g = coeficiente global de transferência de calor

$\dot{m}$ = fluxo da água de refrigeração = 0,269 [kg/s]

C = calor específico da água = 4,183 [J/kg.K]

ΔT_a = variação da temperatura da água de refrigeração = [K]

A = área efetiva de resfriamento = $6,04 \times 10^{-3}$ [m²]

T_i = temperatura da interface metal/molde = [K]

Substituindo-se os valores comuns as experiências na eq. (4.2), tem-se:

$$h_g = 186,2 \frac{\Delta T_a}{(T_i - T_o)} \text{ [KW/m}^2\text{.K]} \quad (4.3)$$

Como esperava-se, o coeficiente global de transferência de calor (h_g) mais elevado foi observado sob atmosfera condutora de hélio e molde polido, conforme ilustrado na figura (4.19) e apresentado nas tabelas (4.4) do apêndice (4.9). Nota-se que os valores de h_g aumentam à medida que se impõe melhores condições de contato térmico entre o metal e o molde. Pode-se notar também que à medida que a solidificação evolui a contração da camada sólida aumenta, conduzindo a uma resistência térmica crescente entre o metal e o molde.

O efeito qualitativo de h_g na superfície dos lingotes estão ilustrados nas fotos da figura(4.20), evidenciando que menores h_g induzem a uma sensível diminuição da profundidade (P) das marcas bem como do espaçamento (λ) entre as mesmas, levando a uma característica superficial de boa qualidade.

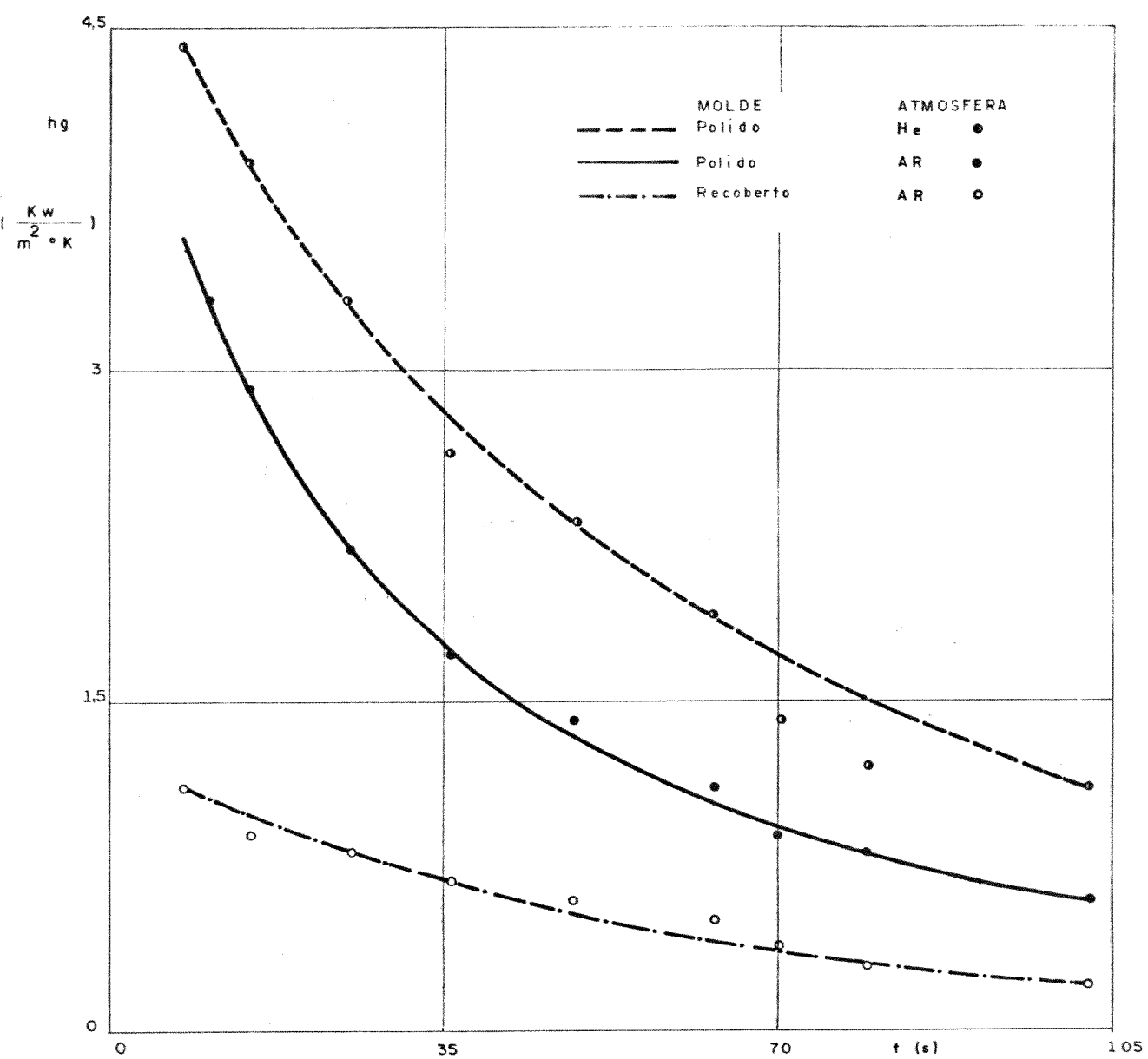


Figura (4.19) - Influência do contato térmico na variação do coeficiente global de transferência de calor;
 Liga $Al_{4,5}Cu$; velocidade de lingotamento
 superaquecimento $2^\circ C$.

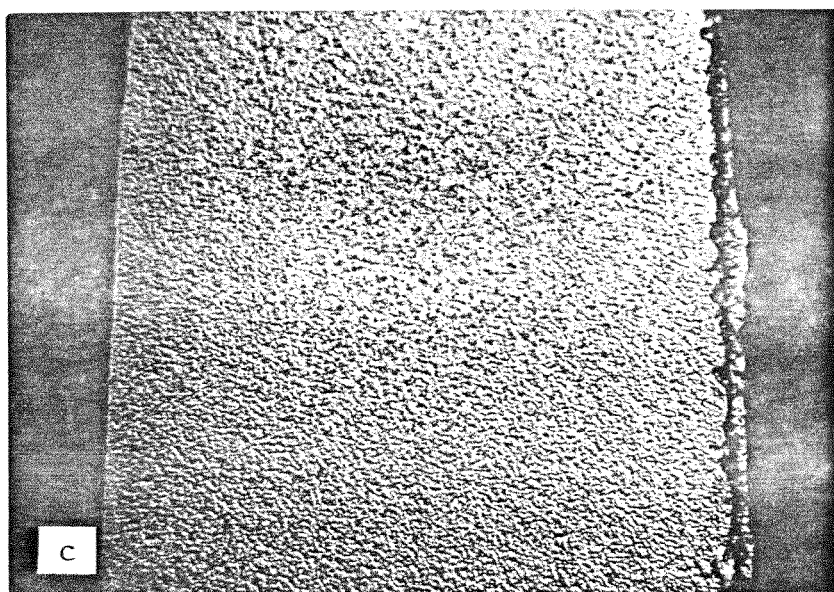
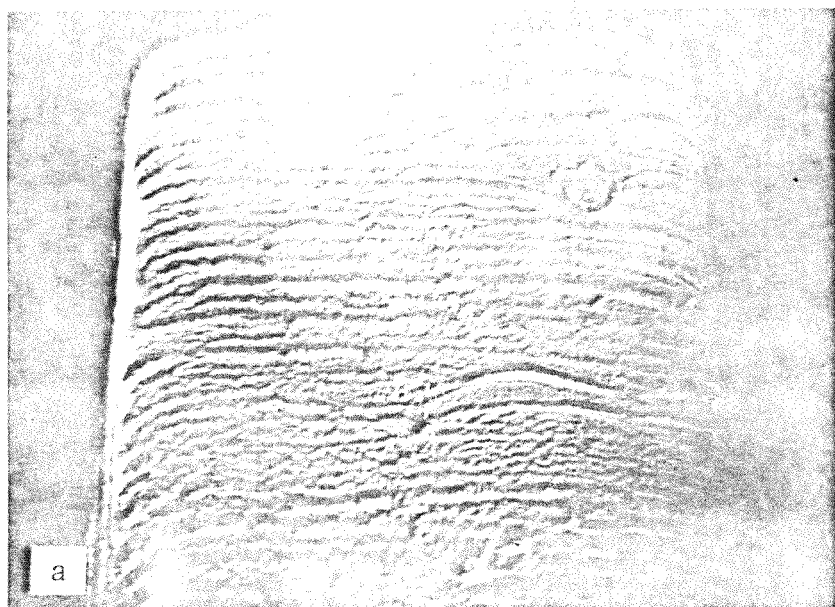


Figura (4.20) - Variação da qualidade superficial em função do contato térmico e da atmosfera gasosa. Liga $\text{Al}_{4,5}\text{Cu}$. (a) molde polido com atmosfera de hélio; (b) molde polido com atmosfera de ar; (c) molde recoberto com atmosfera de ar.

4.6 - ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA DISTORÇÃO TÉRMICA DA CAMADA SOLIDIFICADA SOBRE A QUALIDADE SUPERFICIAL

A força motriz da distorção térmica (ψ), consiste no valor absoluto do gradiente da taxa de resfriamento que, em condições de fluxo de calor unidirecional durante a solidificação de uma liga, é dada pela relação [28]:

$$\psi = \left| \frac{\partial \dot{T}}{\partial x'} \right| \quad (4.4)$$

Considerando-se a região de coexistência de sólido e líquido, a temperatura nesta região (T_2) é dada por [29; 31]:

$$T = T_2 = T_L - \frac{(T_L - T_S)}{\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(\eta\phi_1)} \left[\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}\left(\frac{x'}{2\sqrt{a_2} \cdot \sqrt{t'}}\right) \right] \quad (4.5)$$

e

$$\dot{T} = \frac{\partial T_2}{\partial t'} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{(T_L - T_S)}{[\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(\eta\phi_1)]} \left[-\left(\frac{x'}{4\sqrt{a_2} \cdot \sqrt{t'}^3}\right) \exp\left(-\frac{x'^2}{4 \cdot a_2 t'}\right) \right] \quad (4.6)$$

e finalmente

$$\psi = \left| \frac{\partial \dot{T}}{\partial x'} \right| = \frac{(T_L - T_S)}{2\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{a_2} \cdot \sqrt{t'}^3 [\text{erf}(\phi_2) - \text{erf}(\eta\phi_1)]} \left[\left(\frac{x'^2}{2 \cdot a_2 t'}\right) \exp\left(-\frac{x'^2}{4 \cdot a_2 t'}\right) \right] \quad (4.7)$$

onde:

T_2 = temperatura da região sólido/líquido

- T_L = temperatura "liquidus" ($^{\circ}\text{C}$)
 T_S = temperatura "solidus" ($^{\circ}\text{C}$)
 a_1 e a_2 = difusividade térmica = $\text{K}/(\text{cm} \cdot \text{s})$ ($\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) do sólido (1) e da mistura sólido/líquido (2).
 R = condutibilidade térmica [$\text{cal}(\text{cm} \cdot \text{s} \cdot ^{\circ}\text{C})^{-1}$]
 c = calor específico [$\text{cal}(\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C})^{-1}$]
 d = densidade ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$)
 t' = tempo do sistema virtual (s)
 X' = distância da interface metal/molde no sistema virtual (cm).
 ϕ_1 e ϕ_2 = constante de solidificação (adimensional)
 η = constante do metal ou liga = $(a_1/a_2)^{1/2}$ (adimensional).

Em outros trabalhos [29;30;31;32;33] este modelo [perfil térmico da zona pastosa: equação (4.5)], cuja hipótese fundamental consiste na substituição da resistência da interface pela resistência de camadas virtuais de material, foi desenvolvido para casos de solidificação de ligas binárias que apresentem faixas de solidificação apreciáveis (ligas com estreita faixa de solidificação podem ser tratadas como se apresentassem frente plana).

Para a investigação da influência de ψ sobre a qualidade superficial dos lingotes, foram programadas experiências com as ligas alumínio/cobre com 4,5% e 15% de cobre. As condições experimentais tais como: velocidade de lingotamento ($u=20,0 \text{ mm/s}$), superaquecimento ($\Delta T=2^{\circ}\text{C}$), paredes do molde polida (h, elevado) e atmosfera gasosa de hélio (condutora) foram mantidas constantes nas duas séries de experiências.

As fotos da figura (4.21), mostram qualitativamente os resultados experimentais e as curvas da figura (4.22) apresentam estes resultados quantitativamente. Estas curvas indicam valores de ψ muito maiores para a liga alumínio/cobre com 15% de cobre do que para a liga com 4,5% de cobre, concordando com as previsões teóricas do modelo proposto, já que a liga com 4,5% de cobre apresenta maior faixa de solidificação apresentando a camada sobre o menisco com baixa resistência mecânica, por ser a mesma constituída essencialmente de mistura sólido/líquido, fazendo com que a pressão metalostática apareça como efeito predominante ao longo desta e apresente valores de ψ baixos como consequência de menor possibilidade de distorção de natureza térmica, contribuindo para apresentar características de boa qualidade superficial no lingote.

As propriedades físicas das ligas, utilizadas na determinação dos valores de ψ , encontram-se na tabela (4.5) do apêndice (4.10). Os valores de ψ , t e t' encontram-se na tabela (4.6) do apêndice (4.11). Os valores de ψ da figura (4.22) foram calculados para uma posição a 5mm da superfície da camada.

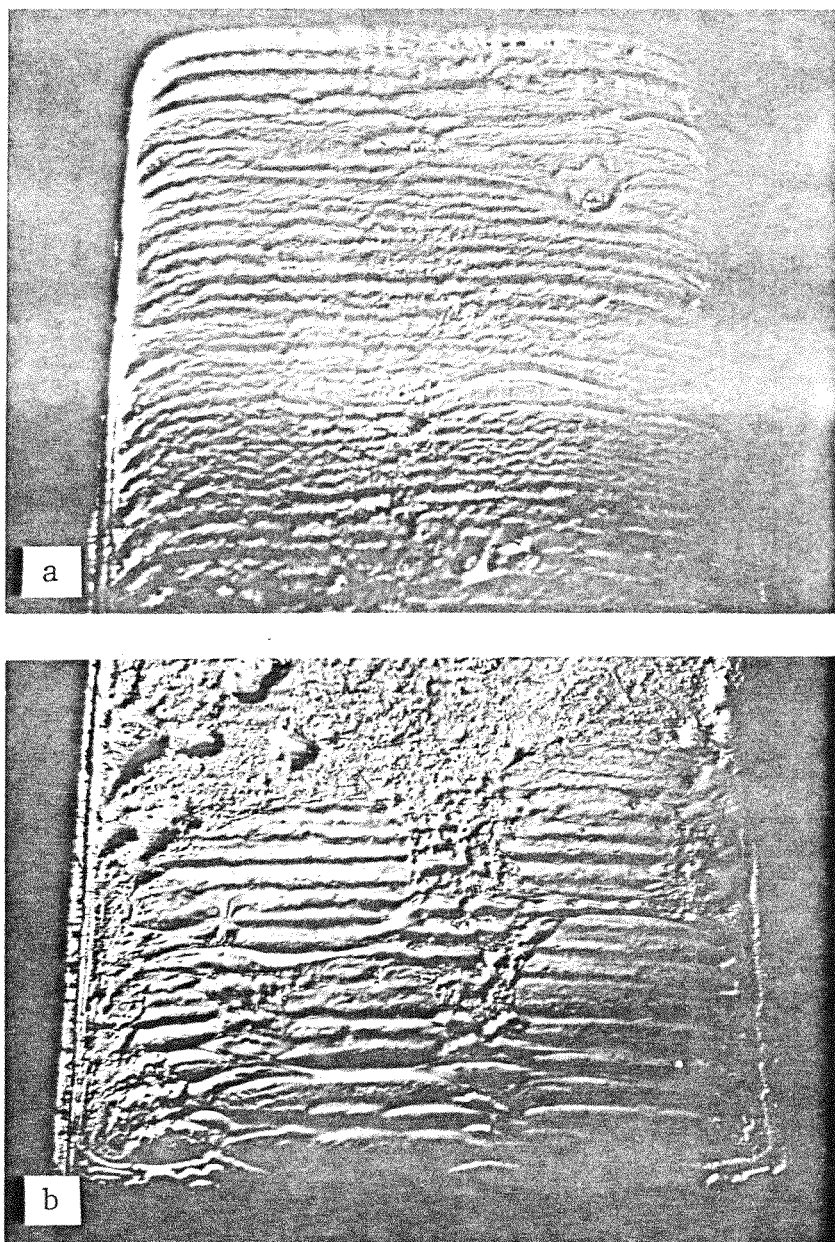


Figura (4.21) - Variação da qualidade superficial em função da distorção térmica. $u=20,0$ mm/s; $\Delta T=2^{\circ}\text{C}$; molde polido e atmosfera de hélio.

(a) liga $\text{Al}_{4,5}\text{Cu}$

(b) liga Al_{15}Cu

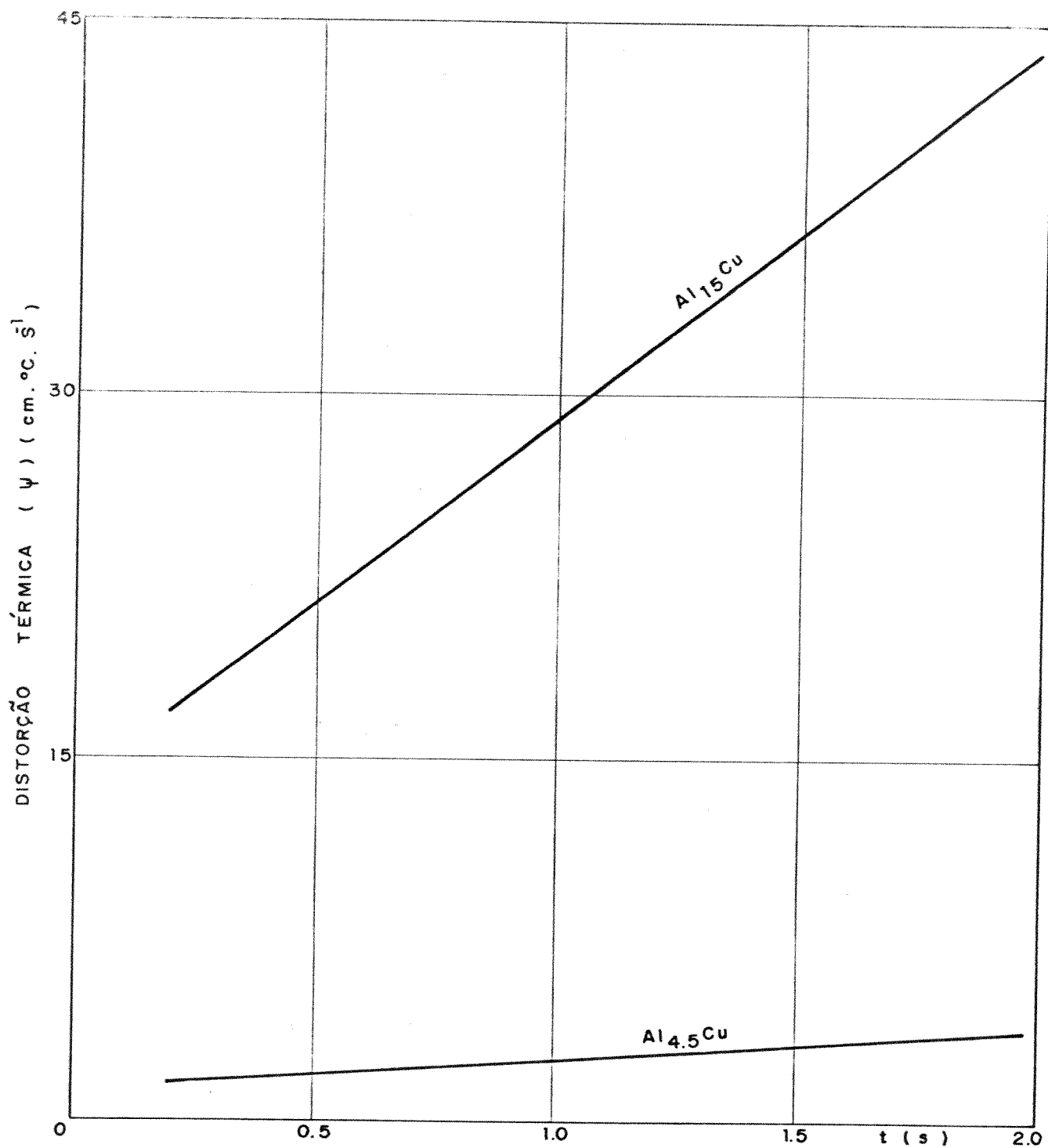


Figura (4.22) - Variação da força motriz de distorção térmica com o tempo para duas ligas Ar/Cu, a 5mm da superfície da camada.

4.7 - ANÁLISE SÍNTESE DOS FATORES DE INFLUÊNCIA NA QUALIDADE SUPERFICIAL E FORMULAÇÃO DO MECANISMO DE FORMAÇÃO DE MARCAS SUPERFICIAIS

Todos os parâmetros de influência sobre a formação de marcas superficiais em lingotes, analisados nos itens anteriores, evidenciam de forma bastante clara que o mecanismo responsável pela formação destas marcas é baseado na solidificação que se desenvolve sobre o menisco do metal líquido. Nestas condições, todos os parâmetros de natureza térmica que favoreçam a solidificação sobre o menisco atuam no sentido de produzir lingotes de má qualidade superficial. Assim, baixos superaquecimentos, elevados coeficientes de transferência de calor metal/molde, e elevados valores da força motriz da distorção térmica da camada produzem marcas superficiais mais pronunciadas.

Além dos fatores já mencionados, velocidade de lingotamento e composição química influem decisivamente na formação das marcas de superfície. Baixas velocidades de lingotamento favorecem a progressão da solidificação sobre o menisco, já que o metal líquido é alimentado mais lentamente, produzindo conseqüentemente pior qualidade superficial.

A influência da composição química, está diretamente relacionada com o intervalo de solidificação e o parâmetro ψ relativo à distorção térmica da camada em solidificação.

Pode-se observar que os valores de ψ | equação (4.4) | são bastante dependentes da condutância térmica entre a camada e o molde e da faixa de solidificação da liga

já que estes fatores, que não são independentes entre si, dadas as condições de não equilíbrio durante a solidificação da camada, irão determinar qual a proporção da camada que se encontra totalmente sólida e qual a proporção constituída da mistura de sólido e líquido ("mushy zone"). Estas proporções irão por sua vez influenciar a taxa de resfriamento ao longo da camada, pois uma maior proporção de mistura sólido/líquido na camada implicará em menores gradientes da taxa de resfriamento e conseqüentemente menor tendência à distorção. Assim, no caso de ligas de estreita faixa de solidificação de não equilíbrio, a camada em solidificação, sobre o menisco é quase que totalmente sólida, desde o início, o que conduz a valores mais elevados de ψ , indicando uma maior tendência à distorção. Por outro lado, a existência de uma camada constituída quase que totalmente de sólido implica também em uma maior resistência mecânica do que se houvesse uma maior proporção de mistura sólido/líquido. Assim sendo, o efeito resultante da distorção e da pressão metalostática sobre a resistência da camada é que iria determinar a tendência de dobramento da camada sobre o menisco, e mesmo assim existiriam duas possibilidades:

- 4.7.1 - O efeito da resultante é tal que consegue vencer a resistência das partes mais finas da camada dobrando-a em direção ao molde [figura (4.23a)].
- 4.7.2 - O efeito resultante não é suficiente para vencer a resistência da camada, e o metal líquido flui sobre a camada já solidificada [figura (4.23b)].

Todas as duas possibilidades, conforme esquema da figura (4.23), levariam à formação de marcas superficiais, embora com tendência de se apresentarem mais largas e mais profundas na possibilidade (4.7.1).

Para ligas de faixa de solidificação de não equilíbrio maiores, a situação é a inversa da apresentada. A camada sobre o menisco é constituída quase que totalmente da mistura sólido/líquido ou totalmente de líquido (só "mushy zone"), levando a valores de ψ baixos e conseqüentemente menor possibilidade de distorção. A resistência mecânica desta mistura sólido/líquido é baixa ou nula (no caso do "mushy") dando lugar à pressão metalostática como efeito dominante ao longo de toda a camada sobre o menisco. Nestas duas condições, a pressão metalostática poderia provocar o deslocamento total desta camada em direção ao molde [figura (4.23c)] ou mesmo provocar o rompimento desta camada permitindo a passagem de metal líquido que preencheria o espaço entre o menisco e o molde. Estas duas possibilidades evitariam a formação das marcas de superfície nos lingotes e reforçam a evidência que o surgimento das mesmas deve-se à solidificação sobre o menisco.

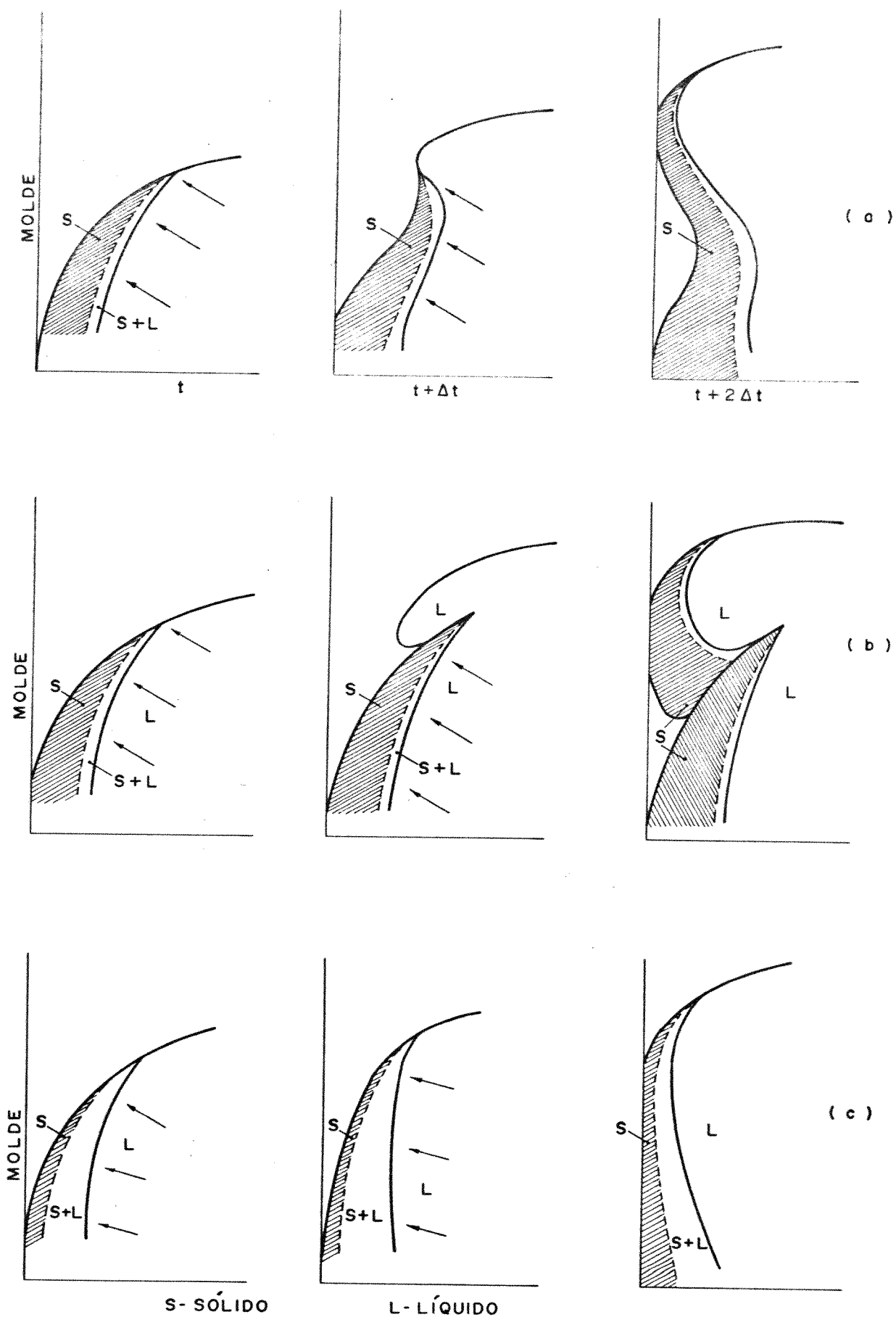


Figura (4.23) - Representação esquemática da formação de marcas superficiais para ligas de diferentes faixas de solidificação de acordo com a hipótese formulada. [(a) e (b)] - Possibilidade com ligas de estreita faixa de solidificação. (c) - Ligas de faixa extensiva de solidificação.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES

Os resultados obtidos na simulação da etapa de resfriamento primário do processo de lingotamento contínuo em dispositivo estático com alimentação de metal líquido pela base, nas condições utilizadas neste trabalho, permitem que sejam extraídas as seguintes conclusões:

- 5.1 - O dispositivo de solidificação refrigerado a água, especialmente projetado e construído para este trabalho, mostrou-se versátil e eficiente na realização de ensaios de análise da influência de parâmetros operacionais e de parâmetros intrínsecos ao metal ou liga ensaiada, relacionados com a qualidade superficial do lingote. O dispositivo permite também a determinação experimental do coeficiente global de transferência de calor durante a solidificação.
- 5.2 - A simulação através de compostos orgânicos permitiu uma análise versátil de todos os parâmetros e variáveis de influência sobre a qualidade superficial de lingotes, além de contribuir na constatação de que o mecanismo de formação de marcas superficiais mais consistente é o que se refere à solidificação sobre o menisco.
- 5.3 - Os ensaios realizados com ligas de diferentes intervalos de solidificação mostraram que a influência da concentração de soluto na qualidade superficial dos lingotes atua no sentido de melhor qualidade quanto maior o intervalo de solidifi

cação, apresentando conseqüentemente piores qualidades de superfície ligas com ponto de transformação sólido/líquido como os eutéticos, ou os metais puros, estando o fenômeno da formação das marcas superficiais relacionados com a resistência que a camada em solidificação oferece à pressão metalostática e à força motriz da distorção térmica ($\psi = \frac{\partial T}{\partial x}$).

5.4 - O coeficiente global de transferência de calor (hg) entre o metal e o molde foi determinado experimentalmente para a liga $Al_{4,5}Cu$ para duas diferentes atmosferas apresentando valores máximos iguais a:

$$\text{Hélio} \quad hg_{\max} = 4,4 \text{ KW.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$

$$\text{Ar} \quad hg_{\max} = 3,3 \text{ KW.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$

A qualidade superficial dos lingotes apresentou-se tanto melhor quanto menor hg, uma vez que maiores dificuldades na extração de calor inibem a solidificação sobre o menisco.

5.5 - O superaquecimento do metal líquido e a velocidade de lingotamento mostraram-se fatores operacionais de grande influência sobre a formação das marcas superficiais nos lingotes. À medida que o superaquecimento é aumentado inibe-se a progressão da camada sólida sobre o menisco permitindo melhor qualidade superficial. A velocidade de lingotamento atua permitindo maior progressão na solidificação sobre o menisco para baixas velocidades, produzindo marcas de superfícies mais pronunciadas, uma vez que quanto maior a camada solidificada sobre o menisco, maior a resistência à pressão metalostática e à distorção térmica.

5.6 - Todos os parâmetros de influência sobre a qualidade superficial em lingotes analisados, confirmam o menisco de solidificação sobre o menisco como responsável pelo fenômeno da formação das marcas superficiais, evidenciando que a eliminação destas marcas depende da inibição do processo de solidificação sobre o menisco líquido.

BIBLIOGRAFIA

- |1| TOMONO, H. - Elements of oscilation mark formation and their effect on transverse fine cracks in continuous casting of steel. Tese de Doutoramento, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suíça, 1979.
- |2| HALLIDAY, I.M. - B.I.S.R.A., Special Report 89, 1, 9, 1965.
- |3| HAMMERTON, R.H. - The continuous casting of steel, applied Science in the casting of metals, p. 133.
- |4| SAVAGE, J. - Iron and coal trades reveiw, v. 182, p. 787, 1961.
- |5| PATTO, U.S.; PIRES, O.S.; PRATES, M. - Lingotamento contínuo dos aços: Características do processo e dimensionamento da lingoteira, metalurgia, A.B.M., v. 31, nº 209, p. 251, abril 1975.
- |6| THOMAS, M. - Centro de Documentation Siderurgie (Centro d'Information Techniques), v. 9, p. 1.421 - 1.429, 1953.
- |7| THORNTON, R.D. - An investigation on the function of Ingot mould dressings, J. of the iron and steel Institute, v. 183, p. 300, 1956.
- |8| SAUCEDO, I., BEECH, J. and DAVIES, G.J. - The development of surfaces in steel ingots and strands, 6th International vacuum metallurgy conference special melting, San Diego, California, 1979.
- |9| WRAY, P.J. - Geometric features of chillcast surfaces, metallurgical transactions B, v. 12B, p. 167, 1981.
- |10| SIEBEL, G., ALTENPOHL, D. and COHEN, H.M. - Z. Metallkund, v. 44, p. 1973, 1953.
- |11| WATERS, B.H.C. - Met. Treat. Dropforg., V. 20, p. 79, 1953.

- |12| COLLINS, D.L.W. - Metallurgia, v. 76, p. 137, 1967.
- |13| SINGH, S.N. and BLAZEK, K.E. - Proc. Nat. open hearth and basic oxygen steel conference, v. 57, p. 61, 1974.
- |14| GRILL, A. and BRIMACOMBE, J.K. - Iron making and steel making, n° 2, p. 76, 1976.
- |15| VERTMAN, A.A., FILIPPOV, E.S. and SAMARIN, A.M. - IZV. Chernoya Met., v. I, p. 19, 1964.
- |16| MOROZENSKI, L.J., MITENEV, O.A. and KRAUTIKOV, V.K. - Stal., p. 272, 1965.
- |17| SINGH, S.N. and BLAZEK, K.E. - Heat Transfer and Skin formation in a continuous - casting mold as a function of steel carbon content, J. of Metals, v. 26, p. 17, 1974.
- |18| MORTON, S.K. and WEINBERG, G.F. - Continuous casting of steel, Part I, J. Iron and Steel Inst., v. 211, p. 13, 1973.
- |19| BRIMACOMBE, J.K. and WEINBERG, F. - J. Iron and Steel Inst., v. 211, p. 24, 1973.
- |20| TOMONO, H., KURZ, W. and HEINEMAN, W. - The liquid steel meniscus in molds and its relevance to the surface quality of castings, Proc. Solidification Conf., Warwick, 1980.
- |21| SAUCESO, I., et alli - Proc. Solidification Conf. Warwick, 1980.
- |22| JACOBI, H. - Heat transfer between Ingot and mold during casting of iron under vacuum and various gas atmospheres, 5th International Conference on Vacuum Metallurgy and Elektroslag Remelting Processes, Munich, 1976.

- [23] PRATES, M. - Influência de la capacidad de extracion calorifica del sistema metal/molde sobre el processo de solidificacion, Tese de Doutorameto, Universidad Nacional del Sur, Argentina, 1971.
- [24] NISHIDA, Y. and SUZUKI, S. - Heat resistance at the ingot interface, J. Japan Inst. Metals, v. 32, p. 882, 1968.
- [25] RABINOVCH, A.R. - Initial metal-mould heat exchange, Russian Casting Production, p. 276, 1968.
- [26] PACCITTI, T. and ATKINSON, C.P. - Programação e métodos computacionais, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., v. 2, R.J. 1977.
- [27] BIRERMANN, J.J. - Physical surfaces, Academic Press, London, 1970.
- [28] JIN, I., SUTHERLAND, I.G. - Thermal analysis of solidification of aluminium alloys during continuous casting, Proc. Continuous Casting Symposium IAIME, p. 796, 1973.
- [29] GARCIA, A. - Anais do XXXVI Congresso Anual da ABM, p. 461, 1981.
- [30] GARCIA, A. - Thermal behaviour during solidification of binary alloys, proceedings of the Eighth Canadian Congress of Applied Mechanics, 1981.
- [31] GARCIA, A., MEDEIROS, M.D., PRATES, M. - Anais do XXXV Congresso Anual da ABM, p. 575, 1980.
- [32] GARCIA, A. MEDEIROS, M.D., PRATES, M. - Mathematical analysis of the thermal behaviour of metal/mould systems during unidirectional solidification, a ser publicado pela Metals Society no volume dos Proceedings of the Conf. on Solidification Tech. in the Foundry and Casthouse, 1980.

- [33] MEDEIROS, M.D., GARCIA, A. - Proc. Inter-American Conference on Material Technology, ASME, v. 2, p. 153, 1980.
- [34] ABRAMOWITZ, M., STEGUN, R.D. - Handbook of Mathematical functions, Ed. Dover Publications Inc., N.Y., 1965.

APÊNDICE 4.1

PROGRAMA DE COMPUTADOR UTILIZADO NA LINEARIZAÇÃO DAS CURVAS DE "ERRO DE FORMA" DA SUPERFÍCIE DOS LINGOTES COM COMPOSIÇÃO QUÍMICA VARIÁVEL:

```

*****
*
*
*      PROGRAMA XFLA1
*
*      RESPONSÁVEL PELA INICIALIZAÇÃO DO PLOTER,
*      E EXECUÇÃO DA ROTINA DOS MÍNIMOS QUADRADOS.
*
*
*****

```

```

DOUBLE PRECISION NOME
CALL INITAL(0,NOVE,100,80.0)
CALL MINQUA
CALL RSQR(2)
STOP
END

```

```

*****
*
*
*      SUB-ROTINA SOLVE
*      UTILIZADA PARA A RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES
*      POR ELIMINAÇÃO (MÉTODO GAUSS-JORDAN).
*
*
*****

```

```

SUBROUTINE SOLVE(N,MAT)

REAL MAT(6,13),TEMP(6)
NA=2*N+1

DO 15 K=1,N
    PIVOT=MAT(K,K)

    DO 20 I=1,N
        TEMP(I)=MAT(I,K)
20    CONTINUE

    DO 25 J=K,NA
        MAT(K,J)=MAT(K,J)/PIVOT

        DO 2 I=1,N
            IF(I-K)1,2,1
01          MAT(I,J)=MAT(I,J)-TEMP(I)*MAT(K,J)
02          CONTINUE
25    CONTINUE

15    CONTINUE

RETURN
END

```

CONTINUAÇÃO DO APÊNDICE 4.1

```

*****
*
*      SUBROTINA  MINQUA
*
*      UTILIZADA PARA AJUSTAR POLINOMIOS DE
*      QUALQUER GRAU, A UM CONJUNTO DE PARES DE PONTOS
*      PELO METODO DOS MINIMOS QUADRADOS. NO CASO, O
*      GRAU DO POLINOMIO E' UNITARIO AJUSTANDO OS
*      PARES DE DADOS A UMA RETA  F(X) = AX*X(1)+BX
*
*****

```

SUBROUTINE MINQUA

```

      INTEGER P,PP,PONE
      DIMENSION XX(11),A(6,13),B(6),X(100),Y(100),AA(100,100),
      1D(100),X2(100),Y2(100),LAMB(100),PL(100),PD(100),DU(100)
      1,S(4)
      REAL LAMB

```

```

C      LEITURA DA IDENTIFICACAO DA PECA
      READ(2,01)(S(I),I=1,4)
01      FORMAT(4A5)

```

```

C==>      IMPRESSAO DA IDENTIFICACAO DA PECA
      WRITE(5,02)(S(I),I=1,4)
02      FORMAT(//,5X,'***** ',4A5,' *****',//)

```

```

C==>      LEITURA DO NUMERO DE PARES E GRAU DO POLINOMIO
      READ(2,100)N,P
100      FORMAT(2I3)

```

```

C==>      LEITURA DOS PARES DE DADOS
      READ(2,101)(X(I),Y(I),I=1,N)
101      FORMAT(2F5,3)

```

```

      DO 13 I=1,N
      X(I)=X(I)*2.5 ;Y(I)=Y(I)*.05
13      CONTINUE

```

```

C==>      IMPRESSAO DOS DADOS
      WRITE(5,104)(X(I),Y(I),I=1,N)
102      FORMAT(14X,'X',17X,'Y')
104      FORMAT(10X,F10.6,10X,F10.6)

```

```

C==>      DEFINICAO DOS VALORES AUXILIARES
      PP=P+P
      PONE=P+1

```

```

C==>      CALCULO DOS TERMOS NECESSARIOS PARA AS EQUACOES NORMAIS
      XX(1)=N
      DO 5 J=1,PP
      XX(J+1)=0.
      DO 5 I=1,N
      XX(J+1)=XX(J+1)+X(I)**J
5      CONTINUE

```

```
*****
```

```
*  
* ESTE TRECHO DA SUBROTINA:  
* CALCULA A PARTIR DA RETA AJUSTADA, OS DESVIOS RELATIVOS  
* SUPERIORES E INFERIORES DE CADA PONTO, SELECIONANDO OS  
* DESVIOS MINIMOS E MAXIMOS, DETERMINANDO ASSIM AS  
* PROFUNDIDADES MAXIMA, MEDIA E MINIMA.  
*  
* PROFUNDIDADE MAXIMA ==> DESVIO MAXIMO SUPERIOR + DESVIO  
* MAXIMO INFERIOR  
*  
* PROFUNDIDADE MINIMA ==> DESVIO MINIMO SUPERIOR + DESVIO  
* MINIMO INFERIOR  
*  
* PROFUNDIDADE MEDIA ==> (SOMATORIO DOS DESVIOS  
* SUPERIORES / NUMERO DE PONTOS  
* ACIMA DA RETA) + (SOMATORIO DOS  
* DESVIOS INFERIORES / NUMERO  
* DE PONTOS ABAIXO DA RETA)  
*
```

```
*****
```

CONTINUAÇÃO DO APÊNDICE 4.1

```

AX=A(2,POKF+1)
BX=A(1,POKF+1)
DO 50 I=1,N
BL(I)=Y(I)+X(I)/AX
X2(I)=(BL(I)-BX)/(AX+1./AX)
Y2(I)=AX+X2(I)+BX
D(I)=SQRT((X(I)-X2(I))*2.+(Y(I)-Y2(I))*2.)
IF(Y2(I)<Y(I))GO TO 250
ID=ID+1
DD(ID)=D(I)
SDD=SDD+DD(ID)
GO TO 50
250 TU=IU+1
DU(IU)=D(I)
SDU=SDU+DU(IU)
50 CONTINUE
DMINU=1.
DMAXD=1.
DO 70 J=1,10
IF(DU(J)>DMAXD) DMAXD=DU(J)
IF(DU(J)<DMINU) DMINU=DU(J)
70 CONTINUE
DO 71 J=1,ID
IF(DD(J)>DMAXD) DMAXD=DD(J)
IF(DD(J)<DMINU) DMINU=DD(J)
71 CONTINUE
PMIN=DMINU+DMIND
PMAX=DMAXD+DMAXD
WRITE(5,200)DMIND,DMAXD,DMINU,DMAXU,PMIN,PMAX
200 FORMAT(/2X,'DESVIO MINIMO ABAIXO DA RETA = 'F10.8/2X,
1'DESVIO MAXIMO ABAIXO DA RETA = 'F10.8/2X,'DESVIO ',
1'MINIMO ACIMA DA RETA = ',F10.8/2X,'DESVIO MAXIMO ',
1'ACIMA DA RETA = ',F10.8/5X,'++++ PROFUNDIDADE ',
1'MINIMA = ',F10.8,5X,'PROFUNDIDADE MAXIMA = ',
1F10.8,' +++++')
```

```

*****
*
* ESTE TRECHO DA SUBROTINA:
*
* CALCULA A PARTIR DA RETA AJUSTADA, OS COMPRIMENTOS
* DE ONDA, QUE NADA MAIS SAO DO QUE A DISTANCIA DE
* RETAS PERPENDICULARES A RETA AJUSTADA, QUE
* PASSAM POR PONTOS SUBSEQUENTES (DISTANCIA ENTRE
* PICOS OU ENTRE VALES)
*
* A PARTIR DOS CALCULOS DE TODOS OS COMPRIMENTOS
* ONDA, E' SELECIONADO O COMPRIMENTO DE ONDA MAXIMO
* E O COMPRIMENTO DE ONDA MINIMO, E CALCULAR
* O COMPRIMENTO DE ONDA MEDIO.
*
*****
```

CONTINUAÇÃO DO APÊNDICE 4.1

```

1AMB(J)=SQRT((X2(J)-X2(J+2))**2.+(Y2(J)-Y2(J+2))**2.)
SLAMB=SLAMB+LAMB(J)
55  CONTINUE
    XLMIN=20.
    DO 56 J=1,N-2
    IF(LAMB(J)>XLMAX)XLMAX=LAMB(J)
    IF(LAMB(J)<XLMIN)XLMIN=LAMB(J)
56  CONTINUE
    XN=FLOAT(N-2)
    XLAMB=SLAMB/XN
    WRITE(5,400)XLMIN,XLMAX,XLAMB
400  FORMAT(///2X,'COMPRIMENTO DE ONDA MINIMO = ',F13.11
1/2X,'COMPRIMENTO DE ONDA MAXIMO = ',F13.11//5X,'++++'
1'COMPRIMENTO DE ONDA MEDIO = 'F13.11,' ++++')
    DM=((SDU/JU)+(SDC/ID))
    WRITE(5,500)DM
500  FORMAT(//,5X,'++++ PROFUNDIDADE MEDIA = ',F13.11,'++++')
    CALL TRACA1(N,S,X,Y,X2,Y2,Pmax,DM,XLMAX,XLAMB)
    RETURN
    END

```

```

*****
*
*
*      SUP-ROTINA TRACA1.
*
*      UTILIZADA PARA EFETUAR A PLOTAGEM DOS PONTOS
*      DA CURVA E DA RETA AJUSTADA.
*
*      UTILIZA COMO EQUIPAMENTO O PLOTTER COMPLOT
*      MODELO DP-8-V, DA HOUSTON INSTRUMENT.
*
*
*****

```

```

SUBROUTINE TRACA1(N,S,X1,Y1,X2,Y2,Pmax,PMED,COMAX,COMED)

DIMENSION X1(100),Y1(100),X2(100),Y2(100),S(4)
DIMENSION INSCX(6),INSCY(7),IPMAX(5)
DIMENSION IPMED(5),ICOMAX(5),ICOMED(5)

*==>  DEFINICAO DAS INSCRICOES DOS EIXOS.
DATA INSCX/'DISTA','NCIA ','ENTRE',' MARC','AS (M',
1'M)  '/
DATA INSCY/'PROFU','NDIDA','DE DE',' MARC','AS (.',
1'01 MM',')'//
DATA IPMAX/'PROFU','NDIDA','DE MA','XIMA ',' '= '/
DATA IPMED/'PROFU','NDIDA','DE ME','DIA ',' '= '/
DATA ICOMAX/'COMP.',' DE O','NDA M','AXIMO',' '= '/
DATA ICOMED/'COMP.',' DE O','NDA M','EDIO ',' '= '/
DATA LAB/'F(X) '/

*==>  DEFINICAO DO TAMANHO DOS EIXOS E CALCULO DE ESCALAS.

```

CONTINUAÇÃO DO APÊNDICE 4.1

```

PEPX = 20.
REPY = 15.
EIXOX = 14.
EIXOY = 14.
DX = ((EIXOX * 10.)/REPX) / 10.
DY = ((EIXOY * 10.)/REPY) * 10.

DO 5 I = 1, N
    Y1(I) = Y1(I) * DY
    Y2(I) = Y2(I) * DY
5 CONTINUE
YMIN = Y1(1)
DO 10 J = 2, N
    IF(Y1(J) .LT. YMIN) YMIN = Y1(J)
10 CONTINUE
YLINHA = 0.
IF(YMIN .GE. 4.) GO TO 18
YLINHA = 4. - YMIN

*==> 18 DEFININDO A ORIGEM DOS EIXOS.
CALL PLOT(0.,20.,-3)

*==> LACO PARA PLOTAR 2 (DOIS) GRAFICOS P/ EXECUCAO.
DO 50 KK = 1,2

*==> CERCADURA INTERNA DO GRAFICO
CALL PLOT(-2.5,-2.,3)
CALL PLOT(15.,-2.,2)
CALL PLOT(15.,15.,2)
CALL PLOT(-2.5,15.,2)
CALL PLOT(-2.5,-2.,2)

*==> INSCRICAO NO EIXO DOS "X".
CALL SYMBOL(2.8,-1.6,0.28,INSCX,0.,27)

*==> DIVIDIR O EIXO "X" EM SEGMENTOS E ESCRIVER VALORES.
DO 20 J=1,10
    A=(REPX/10.)*FLOAT(J)
    B=(EIXOX/10.)*FLOAT(J)
    CALL NUMBER(B,-.8,-.21,A,0.,1)
    CALL PLOT(B,.05,3)
    CALL PLOT(B,-.05,2)
20 CONTINUE

*==> MOVER A PENA PARA A ORIGEM.
CALL PENDN
CALL PLOT(0.,0.,1)

*==> DIVIDIR O EIXO "Y" EM SEGMENTOS E ESCRIVER VALORES.
DO 30 I=1,10
    A=(REPY/10.)*FLOAT(I)
    B=(EIXOY/10.)*FLOAT(I)
    CALL PLOT(0.,B,2)
    CALL PLOT(+.05,B,3)
    CALL PLOT(-.05,B,2)
    CALL NUMBER(-.5,B,-.21,A,0.,1)

```


CONTINUAÇÃO DO APÊNDICE 4.1

```

CALL PLOT(0.,B,3)
30 CONTINUE

*==> INSCRIÇÃO NO EIXO DOS "Y".
CALL SYMBOL(-1.8,2.8,.28,INSCY,90.,31)
CALL SYMBOL(2.8,B,.21,S,0.,20)

*==> TRACAR A CURVA.
A = X1(1)*DX
B = Y1(1) + YLINHA
CALL PLOT(A,B,3)
CALL PENDN
DO 40 I=2,N
A = X1(I)*DX
B = Y1(I) + YLINHA
CALL PLOT(A,B,1)
40 CONTINUE
CALL PENUP

*==> TRACAR A RETA AJUSTADA.
A = X2(1)*DX
B = Y2(1) + YLINHA
CALL PLOT(A,B,1)
A = X2(N)*DX
B = Y2(N) + YLINHA
CALL PLOT(A,B,2)
A = A + .3
CALL SYMBOL(A,B,.28,LAB,0.,4)
CALL PENDN

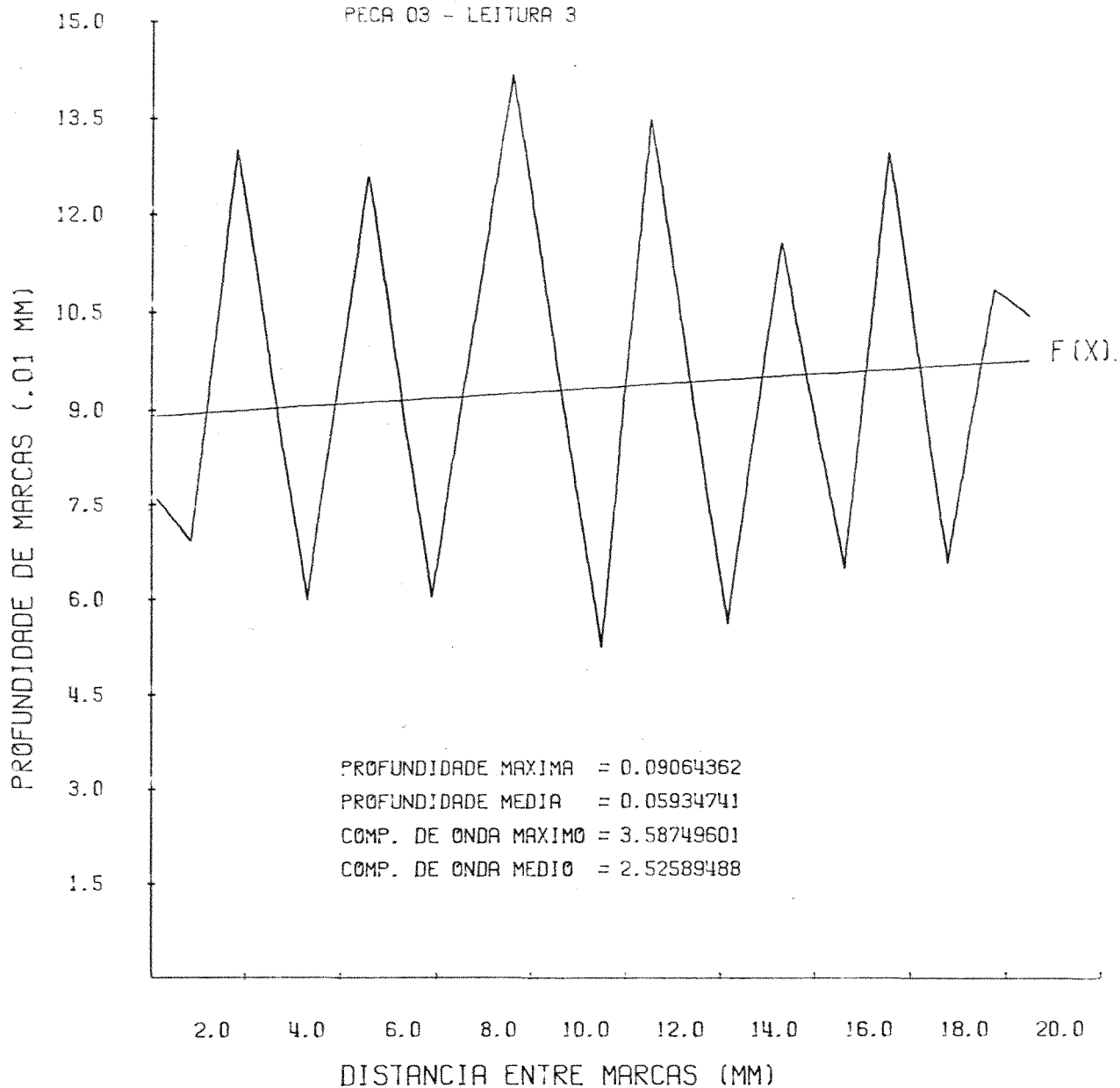
*==> ESCREVER OS VALORES DE PROFUNDIDADE MÁXIMA E MÉDIA.
*==> ESCREVER OS VALORES DE COMP. DE ONDA MÁXIMO E MÉDIO.
CALL SYMBOL(2.8,3.0,.21,IPMAX,0.,22)
CALL NUMBER(7.,3.1,.21,PMAX,0.,8)
CALL SYMBOL(2.8,2.5,.21,IPMED,0.,22)
CALL NUMBER(7.,2.6,.21,PMED,0.,8)
CALL SYMBOL(2.8,2.0,.21,ICOMAX,0.,22)
CALL NUMBER(7.,2.1,.21,COMAX,0.,8)
CALL SYMBOL(2.8,1.5,.21,ICOMED,0.,22)
CALL NUMBER(7.,1.6,.21,COMED,0.,8)
CALL PENUP

*==> CERCADURA EXTERNA DO GRÁFICO.
CALL PLOT(-5.,-10.5,1)
CALL PLOT(16.1,-10.5,2)
CALL PLOT(16.1,19.6,2)
CALL PLOT(-5.,19.6,2)
CALL PLOT(-5.,-10.5,2)
CALL PLOT(0.,40.,-3)
50 CONTINUE
RETURN
END

```

APÊNDICE 4.2

PEÇA 03 - LEITURA 3



(*) Gráfico resultante da execução do programa Xela 1. A partir dos dados da curva de "erro de forma": Gerando a função $F(x)$.

APÊNDICE 4.3

PROGRAMA DE COMPUTADOR UTILIZADO NA LINEARIZAÇÃO DAS CURVAS DE "ERRO DE FORMA" PARA LINGOTES COM SUPERAQUECIMENTO E VELOCIDADE DE LINGOTAMENTO VARIÁVEL.

```
*****
*
*
*      PROGRAMA XFI 43
*
*      RESPONSÁVEL PELO INICIALIZAÇÃO DO PLOTTER,
*      E EXECUÇÃO DA ROTINA DOS TRIÂNGULOS QUADRADOS.
*
*
*****
```

```
DOUBLE PRECISION NONE
CALL INITAL(0,NONE,100,80,0)
CALL MINQDA
CALL ESTE(2)
STOP
END
```

```
*****
*
*
*      SUB-ROTINA SOLVE
*      UTILIZADA PARA A RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES
*      POR ELIMINAÇÃO (MÉTODO GAUSS-JORDAN).
*
*
*****
```

```
      SUBROUTINE SOLVE(N,MAT)

      REAL MAT(6,13),TEMP(6)
      NA=2*N+1

      DO 15 K=1,N
        PIVOT=MAT(K,K)

        DO 20 I=1,K
          TEMP(I)=MAT(I,K)

20      CONTINUE

        DO 25 J=K,NA
          MAT(K,J)=MAT(K,J)/PIVOT

          DO 2 I=1,K
            IF (I-K) 1,2,1
01          MAT(I,J)=MAT(I,J)-TEMP(I)*MAT(K,J)
02      CONTINUE
25      CONTINUE

15      CONTINUE

      RETURN
      END
```

CONTINUAÇÃO DO APÊNDICE 4.3

```

*****
*
*      SUB-ROUINA MINQUA
*
*      MINIMIZADA PARA ADOSTAR POLINOMIOS DE
*      GRADUOER GRAD, E UN CONJUNTO DE PARES DE PONTOS
*      RELO AFICAO DOS VALORES QUADRADOS. NO CASO, O
*      GRAD DO POLINOMIO E UNITARIO AJUSTANDO OS
*      PARES DE DADOS A UMA PEÇA  $F(X) = AX * X(I) + BX$ 
*
*****

```

SUBROUTINE MINQUA

```

INTEGER P,PP,PONE
DIMENSION XX(11),A(6,13),B(6),X(100),Y(100),AA(100,100),
1D(100),Y2(100),Y2(100),IAMB(100),BL(100),PD(100),DU(100)
1,S(6)
REAL DATA

```

```

C      LEITURA DA IDENTIFICACAO DA PEÇA
      READ(2,01)(S(I),I=1,6)
01      FORMAT(6A5)

```

```

C==>      IMPRESSAO DA IDENTIFICACAO DA PEÇA
      WRITE(5,02)(S(I),I=1,6)
02      FORMAT(//,5X,'***** ',6A5,' *****',//)

```

```

C==>      LEITURA DO NUMERO DE PARES E GRAD DO POLINOMIO
      READ(2,100)N,P
100      FORMAT(2I3)

```

```

C==>      LEITURA DOS PARES DE DADOS
      READ(2,101)(X(I),Y(I),I=1,N)
101      FORMAT(2F6.1)

```

```

      DO 13 I=1,N
      Y(I)=Y(I)+.01
13      CONTINUE

```

```

C==>      IMPRESSAO DOS DADOS
      WRITE(5,104)(X(I),Y(I),I=1,N)
102      FORMAT(14X,'X',17X,'Y')
104      FORMAT(10X,F10.6,10X,F10.6)

```

```

C==>      DEFINICAO DOS VALORES AUXILIARES
      PP=P+P
      PONE=P+1

```

```

C==>      CALCULO DOS TERMOS NECESSARIOS PARA AS EQUACOES NORMAIS
      XX(1)=N
      DO 5 J=1,PP
      XX(J+1)=0.
      DO 5 I=1,N
      XX(J+1)=XX(J+1)+X(I)**J
5      CONTINUE

```


CONTINUAÇÃO DO APÊNDICE 4.3

```

AX=A(2,POSE+1)
BX=A(1,POSE+1)
DO 50 I=1,N
BL(I)=Y(I)+X(I)/AX
X2(I)=(BL(I)-BX)/(AX+1./AX)
Y2(I)=AX*X2(I)+BX
D(I)=SQRT((X(I)-X2(I))*2.+(Y(I)-Y2(I))*2.)
IF(Y2(I)<Y(I))GO TO 250
ID=ID+1
DD(ID)=D(I)
SDD=SDD+DD(ID)
GO TO 50
250 ID=ID+1
DD(ID)=D(I)
SDI=SDI+DD(ID)
50 CONTINUE
DMIN=1.
DMAX=1.
DO 70 J=1,ID
IF(DD(J)>DMAX) DMAX=DD(J)
IF(DD(J)<DMIN) DMIN=DD(J)
70 CONTINUE
DO 71 J=1,ID
IF(DD(J)>DMAX) DMAX=DD(J)
IF(DD(J)<DMIN) DMIN=DD(J)
71 CONTINUE
PMIN=DMIN+DMIN
PMA=DMAX+DMAX
WRITE(5,200)DMIN,DMAX,DMIN,PMA,PMIN,PMA
200 FORMAT(/2X,'DESVIO MINIMO ABAIXO DA RETA = 'F10.8/2X,
1'DESVIO MAXIMO ABAIXO DA RETA = 'F10.8/2X,'DESVIO ',
1'MINIMO ACIMA DA RETA = ',F10.8/2X,'DESVIO MAXIMO ',
1'ACIMA DA RETA = ',F10.8/5X,'++++ PROFUNDIDADE ',
1'MINIMA = ',F10.8,5X,'PROFUNDIDADE MAXIMA = ',
1F10.8,' +++++')
```

```

*****
*
* ESTE TRECHO DA SUBROTINA:
*
* CALCULA A PARTIR DA RETA AJUSTADA, OS COMPRIMENTOS
* DE ONDA, QUE NADA MAIS SAO DO QUE A DISTANCIA DE
* RETAS PERPENDICULARES A RETA AJUSTADA, QUE
* PASSAM POR PONTOS SUBSEQUENTES (DISTANCIA ENTRE
* PICOS OU ENTRE VALES)
*
* A PARTIR DOS CALCULOS DE TODOS OS COMPRIMENTOS
* ONDA, E' SELECIONADO O COMPRIMENTO DE ONDA MAXIMO
* E O COMPRIMENTO DE ONDA MINIMO, E CALCULAR
* O COMPRIMENTO DE ONDA MEDIO.
*
*****
```

CONTINUAÇÃO DO APÊNDICE 4.3

```

LAMB(J)=SQRT((X2(J)-X2(J+2))**2.+(Y2(J)-Y2(J+2))**2.)
SLAMB=SLAMB+LAMB(J)
55 CONTINUE
XLMIN=20.
DO 56 J=1,N-2
IF (LAMB(J)>XLMAX)XLMAX=LAMB(J)
IF (LAMB(J)<XLMIN)XLMIN=LAMB(J)
56 CONTINUE
XN=FLOAT(N-2)
XLAMB=SLAMB/XN
WRITE(5,400)XLMIN,XLMAX,XLAMB
400 FORMAT(///2X,'COMPRIMENTO DE ONDA MINIMO = ',F14.11
1/2X,'COMPRIMENTO DE ONDA MAXIMO = ',F14.11//5X,'++++'
1'COMPRIMENTO DE ONDA MEDIO = ',F14.11,' ++++')
DM=((SDU/10)+(SDD/10))
WRITE(5,500)DM
500 FORMAT(//,5X,'++++ PROFUNDIDADE MEDIA = ',F14.11,'++++')
CALL TRACA1(N,S,X,Y,X2,Y2,PMAX,PMED,XLMAX,XLAMB)
RETURN
END

```

```

*****
*
*
*      SUR-ROTINA TRACA1.
*
*      UTILIZADA PARA EFETUAR A PLOTAGEM DOS PONTOS
*      DA CURVA E DA RETA AJUSTADA.
*
*      UTILIZA COMO EQUIPAMENTO O PLOTTER COMELOT
*      MODELO EP-8-V, DA HOUSTON INSTRUMENT.
*
*
*****

```

SUBROUTINE TRACA1(N,S,X1,Y1,X2,Y2,PMAX,PMED,COMAX,COMED)

```

DIMENSION X1(100),Y1(100),X2(100),Y2(100),S(6)
DIMENSION INSCX(6),INSCY(6),IPMAX(5)
DIMENSION IPMED(5),ICOMAX(5),ICOMED(5)

```

```

*==> DEFINICAO DAS INSCRICOES DOS EIXOS.
DATA INSCX/'DISTA','ACIA ','ENTRE',' MARC','AS (M',
1'M) '/
DATA INSCY/'PROFUI','NDIDA','DE DE',' MARC','AS (M',
1'M) '/
DATA IPMAX/'PROFUI','NDIDA','DE DE','XIMA ',' '= '/
DATA IPMED/'PROFUI','NDIDA','DE DE','DIA ',' '= '/
DATA ICOMAX/'COMP.',' DE O','ADA M','AXIMO',' '= '/
DATA ICOMED/'COMP.',' DE O','ADA M','EDIO ',' '= '/
DATA LAB/'E(X) '/

```

```

*==> DEFINICAO DO TAMANHO DOS EIXOS E CALCULO DE ESCALAS.

```

CONTINUAÇÃO DO APÊNDICE 4.3

```

REPX = 35.
REPY = 50.
FIXOX = 14.
FIXOY = 14.
DX = ((EIXOX * 10.)/REPX) / 10.
DY = (FIXOY * 10.)/REPY

DO 5 I = 1, N
    Y1(I) = Y1(I) * DY
    Y2(I) = Y2(I) * DY
5  CONTINUE
YMIN = Y1(1)
DO 10 I = 2, N
    IF(Y1(I) .LT. YMIN) YMIN = Y1(I)
10 CONTINUE
YLINHA = 0.
IF(YMIN .GE. 4.) GO TO 18
YLINHA = 4. - YMIN

*==>  DEFININDO A ORIGEM DOS EIXOS.
18  CALL PLOT(0.,20.,-3)

*==>  LAÇO PARA PLOTAR 2 (DOIS) GRAFICOS E/ EXECUCAO.
DO 50 KK = 1,2

*==>  CERCADURA INTERNA DO GRAFICO
CALL PLOT(-2.5,-2.,3)
CALL PLOT(15.,-2.,2)
CALL PLOT(15.,15.,2)
CALL PLOT(-2.5,15.,2)
CALL PLOT(-2.5,-2.,2)

*==>  INSCRIÇÃO NO EIXO DOS "X".
CALL SYMBOL(2.8,-1.6,0.28,INSCX,0.,27)

*==>  DIVIDIR O EIXO "X" EM SEGMENTOS E ESCRIVER VALORES.
DO 20 I=1,10
    A=(REPX/10.)*FLOAT(I)
    B=(EIXOX/10.)*FLOAT(I)
    CALL NUMBER(B,-.8,-.21,A,0.,1)
    CALL PLOT(B,.05,3)
    CALL PLOT(B,-.05,2)
20  CONTINUE

*==>  MOVER A PENA PARA A ORIGEM.
CALL PENON
CALL PLOT(0.,0.,1)

*==>  DIVIDIR O EIXO "Y" EM SEGMENTOS E ESCRIVER VALORES.
DO 30 I=1,5
    A=(REPY/5.)*FLOAT(I)
    B=(FIXOY/5.)*FLOAT(I)
    CALL PLOT(0.,B,2)
    CALL PLOT(+.05,B,3)
    CALL PLOT(-.05,B,2)
    CALL NUMBER(-.5,B,-.21,A,0.,1)

```


CONTINUAÇÃO DO APÊNDICE 4.3

```

30      CALL PLOT(0.,B,3)
      CONTINUE

*==>    INSCRIÇÃO NO EIXO DOS "Y".
      CALL SYMBOL(-1.8,2.8,.28,1)SCY,0.,.27)
      CALL SYMBOL(2.8,B,.21,8,0.,.28)

*==>    TRACAR A CURVA.
      A = Y1(1)*DX
      B = Y1(1) + YLINHA
      CALL PLOT(A,B,3)
      CALL PENON
      DO 40 I=2,N
      A = Y1(I)*DX
      B = Y1(I) + YLINHA
      CALL PLOT(A,B,1)
40      CONTINUE
      CALL PENUP

*==>    TRACAR A RETA AJUSTADA.
      A = Y2(1)*DX
      B = Y2(1) + YLINHA
      CALL PLOT(A,B,1)
      A = X2(N)*DX
      B = Y2(N) + YLINHA
      CALL PLOT(A,B,2)
      A = A + .3
      CALL SYMBOL(A,B,.28,LAB,0.,.4)
      CALL PENON

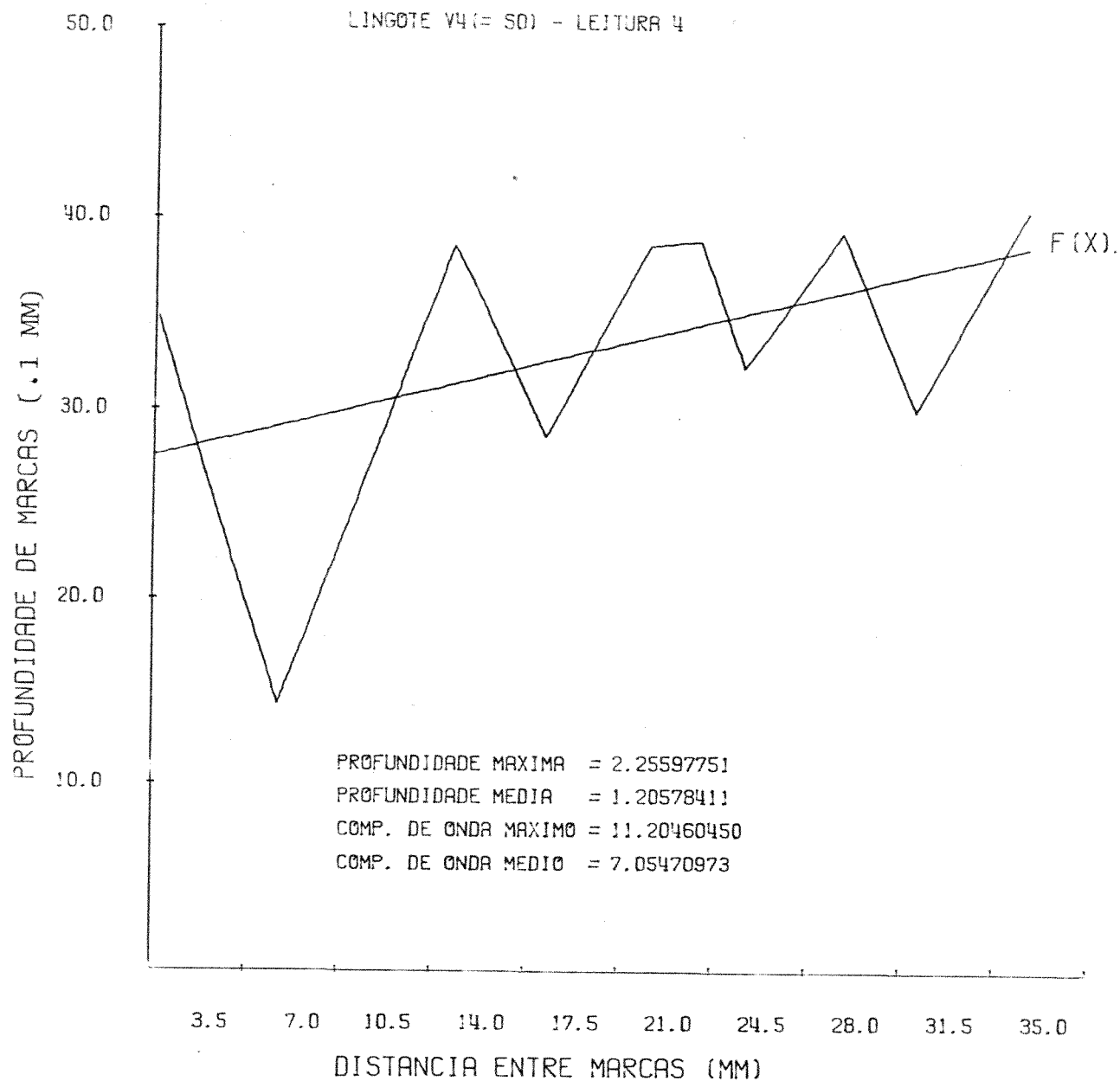
*==>    ESCREVER OS VALORES DE PROFUNDIDADE MÁXIMA E MÉDIA.
*==>    ESCREVER OS VALORES DE COMP. DE CADA MÁXIMO E MÉDIO.
      CALL SYMBOL(2.8,3.0,.21,1EMAX,0.,.22)
      CALL NUMBER(7.,3.1,.21,EMAX,0.,.8)
      CALL SYMBOL(2.8,2.5,.21,1EMED,0.,.22)
      CALL NUMBER(7.,2.6,.21,EMED,0.,.8)
      CALL SYMBOL(2.8,2.0,.21,1COMAX,0.,.22)
      CALL NUMBER(7.,2.1,.21,COMAX,0.,.8)
      CALL SYMBOL(2.8,1.5,.21,1COMED,0.,.22)
      CALL NUMBER(7.,1.6,.21,COMED,0.,.8)
      CALL PENUP

*==>    CERCADURA EXTERNA DO GRÁFICO.
      CALL PLOT(-5.,-10.5,1)
      CALL PLOT(16.1,-10.5,2)
      CALL PLOT(16.1,19.6,2)
      CALL PLOT(-5.,19.6,2)
      CALL PLOT(-5.,-10.5,2)
      CALL PLOT(0.,40.,-3)
50      CONTINUE
      RETURN
      END

```

APÊNDICE 4.4

LINGOTE V4 (= S0) - LEITURA 4



(*) Gráfico resultante da execução do programa xela 3, a partir dos dados das curvas de "erro de forma", gerando a função $F(x)$.

APÊNDICE 4.5

TABELA 4.1: LIGA $Al_{4,5}Cu$

ATMOSFERA: HÉLIO (COM MOLDE POLIDO)

VARIAÇÃO DA TEMPERATURA DA ÁGUA EM K	TEMPERATURA DA INTERFACE METAL/MOLDE EM K	TEMPO EM SEG.
ΔTa	Ti	t
0,0	921,0	0,0
14,0	889,0	7,5
11,0	829,0	15,0
9,0	812,0	25,0
7,0	800,0	36,0
6,0	788,0	48,0
5,0	779,0	63,0
3,5	777,0	70,0
3,0	774,0	79,0
2,8	765,0	102,0

Temperatura inicial da água $Ta = 296\text{ K}$

Temperatura ambiente $To = 303\text{ K}$

Velocidade do papel $V_p = 6,7 \times 10^{-4}\text{ m/s}$

(*) Valores obtidos das curvas de resfriamento.

APÊNDICE 4.6

TABELA 4.2: LIGA $Al_{4,5}Cu$

ATMOSFERA: AR (COM MOLDE POLIDO)

VARIAÇÃO DA TEMPERATURA DA ÁGUA EM K	TEMPERATURA DA INTERFACE METAL/MOLDE EM K	TEMPO EM SEG.
ΔT_a	T_i	t
0,0	921,0	0,0
10,0	912,0	7,5
9,3	893,0	15,0
6,8	888,0	25,0
5,3	879,0	36,0
4,3	869,0	48,0
3,3	867,0	63,0
2,8	865,0	70,0
2,3	860,0	79,0
1,8	849,0	102,0

Temperatura inicial da água: $T_a = 292\text{ K}$

Temperatura ambiente : $T_o = 300\text{ K}$

Velocidade do papel : $V_p = 6,7 \times 10^{-4}\text{ m/s}$

(*) Valores obtidos das curvas de resfriamento.

APÊNDICE 4.7

TABELA 4.3: LIGA $Al_{4,5}Cu$

ATMOSFERA: AR (COM MOLDE RECOBERTO)

VARIAÇÃO DA TEMPERATURA DA ÁGUA EM K	TEMPERATURA DA INTERFACE METAL/MOLDE EM K	TEMPO EM SEG.
ΔT_a	T_i	t
0,0	921,0	0,0
3,5	919,0	7,5
3,0	916,0	15,0
2,7	909,0	25,0
2,3	900,0	36,0
2,0	893,0	48,0
1,7	886,0	63,0
1,3	881,0	70,0
1,0	874,0	79,0
0,6	862,0	102,0

Temperatura inicial da água: $T_a = 298 \text{ K}$

Temperatura ambiente : $T_o = 302 \text{ K}$

Velocidade do papel : $V_p = 67 \times 10^{-4} \text{ m/s}$

(*) Valores obtidos das curvas de resfriamento.

APÊNDICE 4.8

TABELA 4.4: LIGA Al_{4,5}Cu

CONDIÇÕES DO MOLDE	POLIDO	POLIDO	RECOBERTO COM DYCOTE 39
ATMOSFERA	HÉLIO	AR	AR
t(s)	hg KW.m ⁻² .K ⁻¹	hg KW.m ⁻² .K ⁻¹	hg KW.m ⁻² .K ⁻¹
7,5	4,4	3,3	1,1
15,0	3,9	2,9	0,9
25,0	3,3	2,2	0,8
36,0	2,6	1,7	0,7
48,0	2,3	1,4	0,6
63,0	1,9	1,1	0,5
70,0	1,4	0,9	0,4
79,0	1,2	0,8	0,3
102,0	1,1	0,6	0,2

APÊNDICE 4.9

TABELA 4.5: PROPRIEDADES DAS LIGAS UTILIZADAS NA EQ.(4.4)

MATERIAL	T_1	T_s	X'	ϕ_1	ϕ_2	n	a_2	REFERÊNCIAS
	$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{C}$	cm	-	-	-	$\text{cm}^2.\text{s}^{-1}$	
LIGA $\text{AL}_{4,5}\text{Cu}$	647	548	3,965	0,58	2,55	2,2134	0,1095	
LIGA Al_{15}Cu	615	548	2,862	0,615	2,71	3,1638	0,0562	

APÊNDICE 4.10

TABELA 4.6: VALORES DE ψ RESULTANTES DA SOLUÇÃO DA EQ. 4.4.

LIGA Al _{4,5} Cu			LIGA Al ₁₅ Cu	
t	t'	ψ	t'	ψ
s	s	cm.s ⁻¹ .°C	s	cm.s ⁻¹ .°C
0,2	5,58	1,6	5,41	17,2
0,4	5,78	1,8	5,61	19,9
0,6	5,98	1,1	5,81	22,7
0,8	6,18	2,3	6,01	25,6
1,0	6,38	2,6	6,21	28,6
1,2	6,58	2,8	6,41	31,6
1,4	6,58	3,1	6,61	34,7
1,6	6,98	3,3	6,81	37,7
1,8	7,18	3,5	7,01	40,8
2,0	7,38	3,8	7,21	43,7

APÊNDICE 11

A FUNÇÃO - ERRO(erf) E SUAS CARACTERÍSTICAS | 34 |

a) Definição

$$\operatorname{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Z \exp(-u^2) du = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(Z - \frac{Z^3}{3 \cdot 1!} + \frac{Z^5}{5 \cdot 2!} \dots \right)$$

b) Características

$$\operatorname{erf}(-Z) = -\operatorname{erf}(Z)$$

$$\operatorname{erf}(-\infty) = -1$$

$$\operatorname{erf}(0) = 0$$

$$\operatorname{erf}(+\infty) = +1$$

c) Derivação

$$\partial \operatorname{erf}(Z) / \partial Z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-Z^2)$$

$$\partial^2 \operatorname{erf}(Z) / \partial Z^2 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} Z \exp(-Z^2)$$

d) Função-Erro Complementar (erfc)

$$\operatorname{erfc}(Z) = 1 - \operatorname{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_Z^{\infty} \exp(-u^2) du$$

e) Aproximações

$$Z > 2 \rightarrow \operatorname{erf}(Z) \cong 1$$

$$Z < 0,2 \rightarrow \operatorname{erf}(Z) \cong \frac{2}{\sqrt{\pi}} Z$$

$$\operatorname{erf}(Z) \cong 1 - (uy + by^2 + cy^3) \exp(-Z^2)$$

onde:

$$y = \frac{1}{1 + Zd} \quad (Z > 0)$$