



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA**

**MARCELO JORGE LUZ MESQUITA**

**INVERSÃO DE VELOCIDADES POR OTIMIZAÇÃO GLOBAL  
USANDO A APROXIMAÇÃO SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO COMUM  
COM AFASTAMENTO FINITO**

**BELÉM  
2016**

MARCELO JORGE LUZ MESQUITA

**INVERSÃO DE VELOCIDADES POR OTIMIZAÇÃO GLOBAL  
USANDO A APROXIMAÇÃO SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO COMUM  
COM AFASTAMENTO FINITO**

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará (UFPA) em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Doutor em Geofísica.

**Orientador:** Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz.

**Área de concentração:** Métodos Sísmicos.

BELÉM  
2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFPA

---

Mesquita, Marcelo Jorge Luz, 1984-

Inversão de velocidades por otimização global usando a aproximação superfície de reflexão comum com afastamento finito / Marcelo Jorge Luz Mesquita. - 2016.

Orientador: João Carlos Ribeiro Cruz.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Belém, 2016.

1. Método de reflexão sísmica. 2. Inversão (Geofísica). 3. Ondas sísmicas - velocidade. 4. Tomografia sísmica. 5. Programação não-convexa.  
I. Título.

CDD 22. ed. 622.1592

---

MARCELO JORGE LUZ MESQUITA

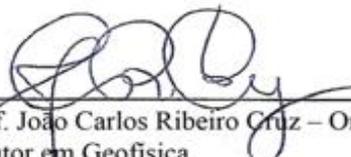
**INVERSÃO DE VELOCIDADES POR OTIMIZAÇÃO GLOBAL  
USANDO A APROXIMAÇÃO SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO COMUM  
COM AFASTAMENTO FINITO**

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará (UFPA) em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Doutor em Geofísica.

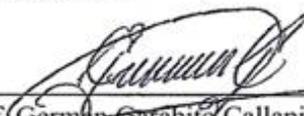
Data de Aprovação: 25 de agosto de 2016.

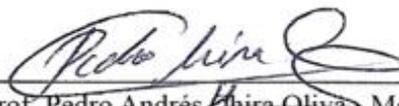
Conceito: Exc (9,0)

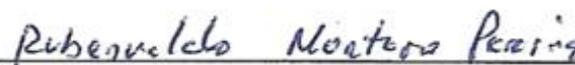
Banca Examinadora

  
Prof. João Carlos Ribeiro Cruz – Orientador  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Pará

  
Prof. Paulo Eduardo Miranda Cunha - Membro  
Doutor em Geofísica  
PETROBRAS

  
Prof. Germán Garabito Callapino - Membro  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

  
Prof. Pedro Andrés Chira Oliva - Membro  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Pará

  
Prof. Rubenvaldo Monteiro Pereira - Membro  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Pará

*Este trabalho é dedicado à minha família.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço especialmente à minha família (meu pai Jorge Mesquita, minha mãe Socorro Mesquita, minha irmã Carolina Mesquita e meu irmão de coração Juan Santos) pelo incentivo, amor e apoio, incondicionais em todos os momentos.

Ao meu orientador Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz pela confiança, paciência e pelos ensinamentos compartilhados durante os anos de trabalho.

Ao Curso de Pós-graduação em Geofísica pela excelência e qualidade. A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

Aos professores membros da banca pela disposição e pelo auxílio nas correções deste trabalho.

Aos amigos e colegas que participaram, direta e indiretamente, na construção deste trabalho. Um agradecimento especial aos colegas de laboratório, Alexandre Sodré, Diogo Rezende, Raphael Santos e Rubenvaldo Pereira.

Aos amigos de longa data, Marcus Danilo, Hilton, Fabrício e Gilvana.

Ao corpo administrativo do CPGF, em especial, Benildes Lopes e Lucibela Cardias por sempre nos auxiliarem com as questões burocráticas.

Um agradecimento especial ao meu amigo Raimundo Coimbra (*in memoriam*) pelos anos de amizade e pelos conhecimentos compartilhados.

## RESUMO

A literatura geofísica recente tem mostrado que a construção de um modelo inicial mais realístico possível é a forma mais apropriada de se reduzir complicações do problema mal posto da inversão da forma da onda completa, e de fornecer as condições necessárias de convergência da função objetivo em direção ao mínimo global. Modelos otimizados são úteis como estimativas iniciais para métodos mais sofisticados de inversão e migração. Desenvolvo um método de inversão de velocidade da onda P usando dados sísmicos pré-empilhados para grandes afastamentos e baseado em medidas de coerência. A estratégia de inversão proposta é totalmente automática, baseada no cálculo do semblance e regida pela aproximação de tempo de trânsito paraxial, o chamado método da Superfície de Reflexão Comum com Afastamento Finito. Ela é realizada em dois passos, a princípio, usando raios imagens e o conhecimento de um modelo de velocidades conhecido a priori, determino as interfaces refletoras em profundidade a partir de seção migrada em tempo. A seguir, o modelo em profundidade gerado é usado como entrada na parametrização do modelo de velocidades, o qual é feito camada por camada. A estratégia de inversão é baseada na análise dos semblances calculados em cada ponto médio comum pelo método da Superfície de Reflexão Comum com Afastamento Finito. Para iniciar a inversão no segundo passo, a aproximação paraxial é feita pelo traçamento de raios no modelo de velocidades em profundidade obtido no primeiro passo. Usando a média aritmética dos semblances calculados em todos os pontos médios comuns como função objetivo, camada após camada, o algoritmo de otimização global *Very Fast Simulated Annealing* é aplicado para obter a convergência da função objetivo em direção ao máximo global. Ao aplicar a estratégia de inversão em dados sintéticos e reais, mostro a robustez do algoritmo de inversão proposto, produzindo modelos de velocidades da onda P otimizados a partir de dados pré-empilhados.

**Palavras-chave:** Inversão. Semblance. Afastamento finito. Superfície de Reflexão Comum. Otimização global. Tempos de trânsito paraxiais. Traçamento de raio.

## ABSTRACT

The recent geophysical literature has shown the building of an accurate initial model is the more appropriate way to reduce the ill-posedness of the Full Waveform Inversion, providing the necessary convergence of the misfit function toward the global minimum. Optimized models are useful as initial guess for more sophisticated velocity inversion and migration methods. I developed an automatic P-wave velocity inversion methodology using pre-stack two-dimensional seismic data. The proposed inversion strategy is fully automatic, based on the semblance measurements and guided by the paraxial traveltimes approximation, so-called Finite-Offset Common-Reflection-Surface. It is performed in two steps, at first using image rays and an a priori known initial velocity model we determine the reflector interfaces in depth from time migrated section. The generated depth macro-model is used as input at the second step, where the parametrization of the velocity model is made layer by layer. Each layer is separated from each other by smoothed interfaces. The inversion strategy is based on the scan of semblance measurements in each common-midpoint gather guided by the Finite-Offset Common-Reflection-Surface traveltimes paraxial approximations. For beginning the inversion in the second step, the finite-offset common-midpoint central rays is built by ray tracing from the velocity macro-model obtained in the first step. By using the arithmetic mean of total semblance calculated from the whole common-midpoint gathers as objective function, layer after layer, a global optimization method called Very Fast Simulated Annealing algorithm is applied in order to obtain the convergence of the objective function toward the global maximum. By applying to synthetic and real data, I showed the robustness of the inversion algorithm for yielding an optimized P-wave velocity macro-model from pre-stack seismic data.

**Keywords:** Inversion. Semblance. Finite-offset. Common-reflection-surface. Global optimization. Paraxial traveltimes. Ray tracing.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

2.1	Modelo heterogêneo com velocidade $V$ variando nas direções do eixo $X$ e eixo $Z$ . O raio imagem é o único que forma um ângulo perpendicular com a superfície de medida, partindo de um ponto difrator $D$ em profundidade. Este ponto gera inúmeros raios os quais formam frentes de onda. Estas frentes de onda seriam hiperbólicas para modelos homogêneos, e curvas para heterogêneos. . . . .	22
2.2	Raio imagem e coordenadas de migração em tempo. Por convenção, as coordenadas de migração em tempo são $(x_0, t_0)$ , na qual $x_0$ é o ponto de chegada do raio imagem e $t_0$ é o tempo de trânsito duplo ao longo do mesmo. . . . .	23
2.3	Modelo de velocidades constituído de duas camadas homogêneas e isotrópicas utilizado como exemplo para a aplicação da conversão tempo-profundidade por raio imagem . . . . .	24
2.4	Seção migrada em tempo para um modelo sintético, homogêneo e isotrópico, com duas camadas. Os pontos de <i>picking</i> nas interfaces representam as coordenadas de migração em tempo. . . . .	24
2.5	Modelo de velocidades (correspondente ao modelo exato suavizado) apresentando raios imagens para a estimativa da segunda interface em profundidade. . . . .	25
2.6	Modelo de velocidades estimado após a conversão tempo-profundidade por raio imagem. As linhas tracejadas representam as interfaces exatas do modelo para a primeira e segunda interfaces, respectivamente. . . . .	25
3.1	Fluxograma do pré-processamento padrão de dados sísmicos antes da obtenção da seção migrada em tempo. . . . .	26
3.2	Uma seção ponto médio comum (a) antes e (b) após a migração. . . . .	29
4.1	Meio isotrópico homogêneo em 2-D, com interfaces suaves. O raio central, na cor azul, passa através deste meio iniciando na superfície anterior no ponto $S$ e emergindo no ponto $G$ . O raio paraxial, na cor vermelha, está na vizinhança do raio central, iniciando no ponto $S$ e emergindo no ponto $G$ . . . . .	32
4.2	Construção das projeções do vetor vagarosidade $\bar{\mathbf{p}}_S$ : O vetor vagarosidade $\bar{\mathbf{p}}_S$ é primeiramente projetado na tangente à superfície anterior no ponto $\bar{S}$ . Depois disso, o vetor resultante é projetado na tangente à superfície anterior no ponto $S$ . . . . .	33
4.3	Esboço em 2-D dos experimentos fonte comum (parte superior) e ponto médio comum (parte inferior), mostrando o raio central (em azul), o raio paraxial (em vermelho) e as frentes de onda referentes aos experimentos, respectivamente (verde e laranja). . . . .	34
4.4	Convenção dos sinais das curvaturas das (a) frentes de onda e (b) interfaces. . . . .	35
4.5	Esquema mostrando um raio paraxial $\overline{SRG}$ (em verde) na vizinhança de um raio central $SRG$ (em vermelho) em um modelo de velocidades suave. . . . .	36

4.6	Na parte inferior, a representação de um modelo geológico 2-D com três camadas homogêneas separadas por duas interfaces curvas e suaves. Observe o raio central com offset finito, em que $x_0$ é o ponto médio e $h_0$ é o meio-offset. Na parte superior, curvas de tempo de trânsito referentes às primeiras reflexões da segunda interface (em azul) com a aproximação de tempo de trânsito SRC-AF (em vermelho) associada a coordenada $P_0$ . . . . .	37
4.7	Família de traços PMC de dado sísmico pré-empilhado de multi-cobertura para dois refletores (Figura 4.6). A curva vermelha corresponde ao tempo de trânsito calculado com a equação 4.2 para o segundo refletor. . . . .	38
5.1	Fluxograma mostrando cada etapa do algoritmo proposto. A primeira etapa consiste na obtenção dos tempos de trânsito em eventos correspondentes a interfaces em seções migradas. A seguir, a partir de uma estimativa inicial de velocidades, é realizada a conversão tempo-profundidade, onde é gerado um modelo de velocidades-profundidades em que será traçado o raio para a aproximação de tempo de trânsito SRC-AF. O passo final é o cálculo da medida de coerência que, quando possui valor máximo, o modelo estimado é o melhor, caso contrário, o processo reinicia. . . . .	39
5.2	Esquema de parametrização do modelo. O processo de inversão consiste em determinar cada ponto $(z_{ij}, v_{ij})$ de localização horizontal $X_j$ , com $i = 1, 2, \dots, n$ e $j = 1, 2, \dots, m$ . . . . .	41
5.3	Modelo de velocidades parametrizado. Os pontos da malha representam as velocidades estimadas em função das coordenadas verticais e horizontais. . . . .	41
5.4	Amplitude empilhada ao longo da trajetória hiperbólica de tempo de trânsito. As amplitudes $A_{i,t(i)}$ ao longo da hipérbole de melhor ajuste, definida pelos parâmetros ótimos de $\mathbf{w}$ , são somadas a fim de se obter o valor do semblance. . . . .	42
5.5	Esquema representativo do cálculo do semblance em 2D. O semblance é calculado ao longo das superfícies $k(i)$ dispostas simetricamente e paralelas em relação a $k$ . . . . .	43
5.6	(a) Cálculo do semblance para o PMC 200 e (b) para o PMC 260 referentes a primeira camada do modelo da Figura 2.6. As duas curvas apresentam vários pontos de máximo local, sendo indicados métodos de busca global para problemas de inversão por medida de coerência. . . . .	44
5.7	Modelo geológico de velocidades sísmicas constantes. As linhas tracejadas representam as posições exatas das interfaces no modelo. . . . .	46
5.8	Modelo de velocidades inicial para o exemplo 1a. As linhas tracejadas representam as interfaces reais do modelo. . . . .	46
5.9	Seção migrada em tempo e pontos de <i>picking</i> para obter os tempos de trânsito dos raios imagens nos eventos principais (linhas vermelhas) . . . . .	47
5.10	Modelo de velocidades estimado. As linhas tracejadas representam as interfaces reais do modelo. Os resultados são coerentes com valores apresentados no modelo exato. . . . .	48

5.11	Traçamento de raios imagem no modelo de velocidades estimado. Os resultados concordam muito bem com os valores do modelo exato e a ausência da camada de alta velocidade torna possível a estimativa das camadas mais profundas. . . . .	49
5.12	Traços referentes ao PMC 120 e, em vermelho, curva SRC-AF (camada 5). O tempo de trânsito do raio central localiza-se no traço 8 (fonte e geofone centrais em relação ao máximo afastamento). . . . .	49
5.13	Traços 6, 7, 8 e 10 referentes ao PMC 120 após ampliação da imagem. Em vermelho, curva SRC-AF (camada 5) para o cálculo do semblance. . . . .	50
5.14	Modelo geológico de velocidades sísmicas constantes. Note o contraste entre as velocidades.	51
5.15	Seção migrada em tempo e pontos de <i>picking</i> para estimar os tempos de trânsito dos raios imagens nos eventos principais (linhas vermelhas). . . . .	52
5.16	Modelo construído com as velocidades-interfaces iniciais representadas por diferentes cores. As linhas tracejadas mostram as posições verdadeiras das interfaces. . . . .	53
5.17	Modelo de velocidades estimado. As três primeiras camadas foram bem resolvidas, apesar da geometria complexa e do contraste entre as velocidades de cada camada. As camadas quatro e cinco não são resolvidas de forma satisfatória, mostrando a sensibilidade da técnica de conversão tempo-profundidade por raio imagem em relação a modelos que apresentam camadas de alta velocidade. As linhas tracejadas representam as interfaces reais do modelo. . . . .	53
5.18	Raios imagens para a conversão tempo-profundidade. Note que as camadas abaixo da camada de alta velocidade não são resolvidas nas regiões onde a geometria é mais complexa.	54
5.19	Traços referentes ao PMC 80 e, em vermelho, curva SRC-AF (camada 3). O tempo de trânsito do raio central localiza-se no traço 8 (fonte e geofone centrais em relação a abertura máxima). . . . .	54
5.20	Traços 9, 10, 11 e 12 referentes ao PMC 80 após ampliação da imagem. Em vermelho, curva SRC-AF (camada 3) para o cálculo do semblance. . . . .	55
5.21	Modelo de velocidades com variação lateral de velocidade na segunda camada. As linhas tracejadas representam as interfaces reais do modelo. . . . .	55
5.22	(a) As curvas azul e vermelha representam, respectivamente, as velocidades exatas e iniciais para a camada 2 do modelo. Já em (b), elas representam as velocidades exatas e as velocidades estimadas. . . . .	56
5.23	Modelo de velocidades estimado para o exemplo sintético 2. As linhas tracejadas representam as interfaces reais do modelo geológico. . . . .	57
5.24	Traços referentes ao PMC 320 e, em vermelho, curva SRC-AF (camada 2). O tempo de trânsito do raio central localiza-se no traço 8 (fonte e geofone centrais em relação a abertura máxima). . . . .	57
5.25	Traços 6, 7, 8, 9 e 10 referentes ao PMC 320 após ampliação da imagem. Em vermelho, curva SRC-AF (camada 2) para o cálculo do semblance. . . . .	58

5.26	Acima, seção Tacutu migrada em tempo. Abaixo, parte da seção usada no processo de inversão. Os pontos representam os <i>pickings</i> para a obtenção dos tempos para a conversão tempo-profundidade. . . . .	59
5.27	Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 1. . . . .	61
5.28	Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 2. . . . .	61
5.29	Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 3. . . . .	62
5.30	Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 4. . . . .	62
5.31	Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 5. . . . .	63
5.32	Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 6. . . . .	63
5.33	Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 7. . . . .	64
5.34	PMC e curva de tempo de trânsito FO-CRS para a avaliação do semblance referente a camada 7. . . . .	64
5.35	Modelo de velocidades-profundidades mostrando as velocidades estimadas em pontos específicos interpolados por <i>splines</i> cúbicas. . . . .	65
B.1	Modelo com $(n + 1)$ interfaces para o cálculo das curvaturas de frente de onda $k_1$ , $k_2$ e $k_3$ , no qual podemos visualizar a transmissão e a reflexão com respeito a curvatura $k_1$ a partir do experimento fonte-comum. . . . .	75

## LISTA DE TABELAS

5.1	Parâmetros de aquisição dos modelos sísmicos sintéticos, aos quais foi aplicado o processo de inversão. . . . .	45
5.2	Parâmetros e resultados do processo de inversão aplicado ao modelo sintético 1a. . . . .	48
5.3	Parâmetros e resultados do processo de inversão aplicado ao modelo sintético 1a. . . . .	51
5.4	Grandezas e resultados do processo de inversão aplicado ao modelo sintético 2. . . . .	52
5.5	Grandezas e resultados da inversão aplicada ao dado real Tacutu: camadas 1 e 2. A tabela apresenta a velocidade inicial, o espaço de busca de velocidades, os parâmetros VFSA e o resultado obtido. . . . .	59
5.6	Grandezas e resultados da inversão aplicado ao dado real: camada 3. A tabela apresenta a velocidade inicial, o espaço de busca de velocidades, os parâmetros VFSA e o resultado obtido. . . . .	60
5.7	Grandezas e resultados da inversão aplicado ao dado real: camada 4. A tabela apresenta a velocidade inicial, o espaço de busca de velocidades, os parâmetros VFSA e o resultado obtido. . . . .	60
5.8	Grandezas e resultados da inversão aplicado ao dado real: camada 5. A tabela apresenta a velocidade inicial, o espaço de busca de velocidades, os parâmetros VFSA e o resultado obtido. . . . .	60
5.9	Grandezas e resultados da inversão aplicado ao dado real: camada 6. A tabela apresenta a velocidade inicial, o espaço de busca de velocidades, os parâmetros VFSA e o resultado obtido. . . . .	60
5.10	Grandezas e resultados da inversão aplicado ao dado real: camada 7. A tabela apresenta a velocidade inicial, o espaço de busca de velocidades, os parâmetros VFSA e o resultado obtido. . . . .	61

## LISTA DE ABREVIATURAS

**IFOC** Inversão da Forma da Onda Completa

**FC** Fonte Comum

**PMC** Ponto Médio Comum

**SN** Sobretempo Normal

**TOIN** Tomografia da Onda de Incidência Normal

**SRC-AF** Superfície de Reflexão Comum com Afastamento Finito

**VFSA** *Very Fast Simulated Annealing*

**AF** Afastamento Nulo

**REQM** Raiz do Erro Quadrático Médio

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>CONVERSÃO TEMPO-PROFUNDIDADE EM 2-D</b>	<b>18</b>
<b>2.1</b>	<b>Teoria do Raio</b> .....	<b>18</b>
<b>2.2</b>	<b>O Raio Imagem</b> .....	<b>21</b>
<b>2.3</b>	<b>Conversão tempo-profundidade por Raio Imagem</b> .....	<b>22</b>
<b>2.3.1</b>	<b>Aplicação</b> .....	<b>23</b>
<b>3</b>	<b>PROCESSAMENTO DE DADOS SÍSMICOS DE REFLEXÃO</b>	<b>26</b>
<b>4</b>	<b>SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO COMUM COM AFASTAMENTO FINITO</b>	<b>31</b>
<b>4.1</b>	<b>Curvaturas de frente de onda</b> .....	<b>31</b>
<b>4.1.1</b>	<b>Raios centrais e paraxiais</b> .....	<b>31</b>
<b>4.1.2</b>	<b>Experimento fonte comum e ponto médio comum</b> .....	<b>33</b>
<b>4.2</b>	<b>Aproximação com afastamento finito</b> .....	<b>35</b>
<b>5</b>	<b>INVERSÃO DE VELOCIDADE SRC-AF 2-D</b>	<b>39</b>
<b>5.1</b>	<b>Estratégia de inversão</b> .....	<b>39</b>
<b>5.1.1</b>	<b>Modelando o meio geológico</b> .....	<b>40</b>
<b>5.1.2</b>	<b>Função objetivo</b> .....	<b>40</b>
<b>5.2</b>	<b>Aplicação a dados sintéticos</b> .....	<b>45</b>
<b>5.2.1</b>	<b>Parâmetros de Aquisição e Geometria dos Modelos</b> .....	<b>45</b>
<b>5.2.2</b>	<b>Exemplo 1a</b> .....	<b>45</b>
<b>5.2.3</b>	<b>Exemplo 1b</b> .....	<b>50</b>
<b>5.2.4</b>	<b>Exemplo 2</b> .....	<b>52</b>
<b>5.3</b>	<b>Aplicação a dado real</b> .....	<b>56</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</b>	<b>66</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>67</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>72</b>
	<b>APÊNDICE A - VERY FAST SIMULATED ANNEALING</b>	<b>73</b>
	<b>APÊNDICE B - CÁLCULO DAS CURVATURAS DE FRENTE DE ONDA</b>	<b>75</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A estimativa de velocidades e profundidades de forma precisa é uma etapa muito importante no processamento e na interpretação de dados sísmicos a fim de fornecer uma correta interpretação das estruturas geológicas de interesse para a exploração de óleo e gás. Nos últimos anos tem havido um aumento significativo na aplicação do método da Inversão da Forma da Onda Completa (IFOC) na estimativa de modelos de velocidades em ambientes geológicos complexos (TARANTOLA, 1984; VIRIEUX; OPERTO, 2009). O IFOC é um procedimento de ajuste de dados com base na modelagem do campo de ondas completo para extrair informações quantitativas de sismogramas. No entanto, ele é muito sensível ao modelo de velocidades inicial escolhido (PRIEUX et al., 2012). Neste sentido, a tomografia sísmica continua a ser uma alternativa essencial para uma estimativa inicial na inversão de modelos de velocidades (RAWLINSON et al., 2010).

Desde os anos 1980, a Inversão por Medida de Coerência tem sido usada para construir eficientes estratégias de inversão de velocidades usando otimização global (LANDA et al., 1988, 1989). Este método possui a vantagem de não depender do *picking* nos tempos de trânsito de seções pré-empilhadas, além disso, não usa ajuste de curvas. A Inversão por Medida de Coerência é um algoritmo de inversão de velocidades intervalares que maximiza uma medida de coerência, camada por camada, a partir de dados pré-empilhados de fonte comum (FC) ou ponto médio comum (PMC) ao longo das curvas de tempo de trânsito calculadas por traçamento de raios. As posições das interfaces e velocidades intervalares nas camadas são representadas por funções *splines* definidas pelos pontos dos nós, onde estão localizadas as variáveis velocidade e posição em profundidade. Para iniciar o processo de otimização, as profundidades iniciais são obtidas com inversão usando mínimos quadrados dos tempos de trânsito com afastamento nulo (AN), usando velocidades iniciais escolhidas a priori. Também, usando medidas de coerência e algoritmos de otimização local, Biondi (1992) desenvolveu um algoritmo de inversão baseado na avaliação da energia *beam stack* em PMCs pela busca do modelo de velocidades que melhor prediz os eventos de reflexão nestes dados.

Em anos mais recente, o algoritmo da Estereotomografia surgiu como um proeminente método de inversão para estimar modelos de velocidades a partir de dados pré-empilhados (BILLETE; LAMBARÈ, 1998). A Estereotomografia precisa de um exaustivo *picking* nos eventos de reflexão em dados pré-empilhados, o que é muito sensível a erros e uma tarefa dispendiosa, embora vários métodos automáticos para fazê-lo tenham sido desenvolvidos nos últimos tempos. Prioux et al. (2012) estimaram modelos de velocidades iniciais para a IFOC usando a Estereotomografia, com aplicações a dados sintéticos e marinhos. Alternativamente, a Tomografia da Onda de Incidência Normal (TOIN) tem sido aplicada na determinação de modelos iniciais a partir de dados sísmicos de pequeno afastamento fonte-receptor para a IFOC (KÖHN et al., 2016). Por ser válido somente em regiões de pequenas aberturas em dados sísmicos, o método não inclui os grandes comprimentos de onda dos modelos de velocidades que são

encontrados em dados com grande afastamento. Por usarem otimização local, ambos os algoritmos, Estereotomografia e TOIN, buscam iterativamente pelo modelo de velocidades que produz o melhor ajuste de um conjunto de parâmetros cinemáticos por meio do traçamento de raios.

Para aumentar a eficácia computacional e a viabilidade geológica em resultados obtidos, proponho uma estratégia de inversão para reflexões sísmicas interpretadas em seções migradas em tempo. Cada horizonte interpretado na seção migrada em tempo é convertida em profundidade usando um modelo de velocidades, conhecido a priori, e raios imagens para a respectiva interface. Usando o método de aproximação do tempo de trânsito Superfície de Reflexão Comum com Afastamento Finito (SRC-AF), traçamos raios centrais nas camadas estimadas ao longo do modelo, possibilitando o cálculo de trajetórias para o empilhamento em dados da família PMC (JÄGER, 1999; ZHANG et al., 2001; GARABITO et al., 2001; GARABITO et al., 2011). Desta forma, calculamos a medida de coerência usando o semblance como função objetivo. Camada após camada é realizado o processo de otimização, no qual, estimamos as velocidades intervalares que maximizam a função objetivo semblance por meio do algoritmo de busca global *Very Fast Simulated Annealing* (VFSA) (INGBER, 1989). Uma das maiores vantagens do algoritmo VFSA é que ele não fica preso em máximos locais da função objetivo. Considerando critérios probabilísticos, o VFSA atualiza a velocidade sempre que o semblance tem um valor relativamente baixo. Este recurso é muito importante porque o semblance é multimodal, que significa que ele não possui uma única solução. Essa estratégia de inversão tem como aspectos práticos relevantes a escolha do número de PMCs, a abertura de empilhamento, e a seleção dos parâmetros de controle do VFSA. No método de inversão proposto, considero testes empíricos para a escolha de todos eles. Um fato importante a ser citado é que, o método também pode ser aplicado ao caso de ondas convertidas.

Em relação aos trabalhos de Landa et al. (1988; 1989), a inversão de velocidades SRC-AF introduzida aqui apresenta algumas vantagens. Por exemplo, o uso de um algoritmo de busca global mais moderno (VFSA), que apresenta uma série de vantagens em relação aos seus antecessores, como pode ser visto em Ingber (1989) e em Sen e Stoffa (2013). A utilização de seções migradas em tempo para a conversão tempo-profundidade também caracteriza uma vantagem sobre seções com afastamento nulo (AN). Seções com AN podem apresentar estruturas que não correspondem à realidade geológica do meio (por exemplo, a forma "gravata borboleta"), além disso, a conversão destas seções em tempo para profundidade é realizada com o traçamento de raios normais, que necessitam da informação do ângulo de partida. Já as seções migradas, mostram de forma mais fiel as estruturas geológicas refletoras e a conversão para profundidade destas seções é feita com o uso de raios imagens, que não necessitam da informação do ângulo de partida. Outro ponto importante a ser citado é o uso do empilhamento SRC-AF. O uso deste método reduz o número de raios traçados, o que acelera o tempo de processamento, além disso, a aplicação do empilhamento SRC-AF não está restrita apenas a configuração PMC apresentada (GARABITO et al., 2011).

Aplicando a estratégia de inversão proposta a dados sintéticos e ao dado real da bacia

do Tacutu, localizada ao norte do Brasil, mostro sua boa performance na obtenção de modelos de velocidades da onda P otimizados a partir de dados sísmicos pré-empilhados, que são úteis como estimativas iniciais para métodos de inversão e migração mais sofisticados.

Este trabalho é constituído de um primeiro capítulo que corresponde a Introdução. O segundo capítulo apresenta os princípios da Teoria dos Raios e enfatiza suas características cinemáticas, importantes nas aplicações descritas aqui. Além disso, são apresentados os fundamentos do raio imagem e da conversão tempo-profundidade por raio imagem, que é o primeiro passo no processo de inversão proposto.

No terceiro capítulo é descrito, de forma breve, o processamento padrão de dados sísmicos de reflexão. As etapas apresentadas vão da leitura e importação dos dados até a migração em tempo. O quarto capítulo aborda os fundamentos do método de empilhamento Superfície de Reflexão Comum com Afastamento Finito.

No quinto capítulo, é apresentada a estratégia de inversão e seus fundamentos, bem como a forma de modelar o meio geológico para a aplicação da inversão e da função objetivo semblance para o cálculo da medida de coerência. As duas últimas seções são dedicadas aos exemplos. Nelas, o método é aplicado a três dados sintéticos e um dado real. O sexto capítulo é composto das conclusões e recomendações.

Este trabalho também contém dois apêndices que descrevem, respectivamente, o algoritmo de busca global VFSA e algoritmo de cálculo das curvaturas de frente de onda.

## 2 CONVERSÃO TEMPO-PROFUNDIDADE EM 2-D

A chamada conversão tempo-profundidade (também conhecida por migração cinemática ou migração tempo-profundidade) é, em sismica de reflexão, a transformação da escala vertical dos dados, de tempo de reflexão para profundidade. É normalmente realizada convertendo os tempos de trânsito com afastamento nulo, interpretados a partir de uma seção empilhada, para a profundidade usando um campo de velocidades conhecido. É possível encontrar na literatura uma grande variedade de técnicas e métodos, como por exemplo em Robein (2003). Em Keydar et al. (1989), por exemplo, a conversão tempo-profundidade é formulada como um processo iterativo produzindo um modelo em profundidade que minimiza as diferenças entre os tempos de trânsito selecionados na seção AN e os tempos derivados do traçamento de raio normal no modelo. Filpo et al. (2016) apresentam uma técnica de conversão tempo-profundidade baseada nos princípios do raio imagem e que teve início em meados de 1996. Nesse algoritmo, as amplitudes das seções convertidas são obtidas por meio de interpolação polinomial. Neste capítulo, será apresentado o método de conversão usando raio imagem a partir de seções migradas em tempo.

### 2.1 Teoria do Raio

A teoria sísmica do raio (CERVENY, 2001; CHAPMAN, 2004) é análoga a teoria ótica do raio e tem sido aplicada por mais de 100 anos a fim de interpretar dados sísmicos. Ela continua a ser usada extensivamente nos dias de hoje, principalmente pela sua simplicidade e aplicabilidade a uma grande variedade de problemas. A teoria do raio é intuitivamente fácil de entender, simples de programar e muito eficiente. Porém, ela também possui várias limitações importantes. Por ser uma aproximação de alta frequência, pode falhar em longos períodos ou em meios com acentuado gradiente de velocidade (SHEARER, 2009).

Considerando a hipótese de alta frequência, a teoria do raio possui dois aspectos importantes: o cinemático e o dinâmico. A parte cinemática trata das trajetórias dos raios, bem como do tempo de trânsito de eventos sísmicos. Já a parte dinâmica lida com a distribuição espacial da energia propagada, conferindo o comportamento da amplitude dos eventos (PORTUGAL, 2002). Neste capítulo, estaremos interessados principalmente no aspecto cinemático do raio, pois ele possibilita a realização da conversão tempo-profundidade em seções sísmicas.

Considere a propagação de ondas compressoriais em um meio heterogêneo. Temos então

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2(\phi)}{\partial t^2} = 0, \quad (2.1)$$

na qual, o potencial escalar para ondas compressoriais,  $\phi$ , obedece a relação  $\mathbf{u} = \nabla \phi$ , onde  $\mathbf{u}$  é o deslocamento. A velocidade da onda  $P$ ,  $\alpha$ , é uma função da posição,  $\alpha = \alpha(\mathbf{x})$  (SHEARER, 2009). Agora, vamos assumir uma solução harmônica da seguinte forma

$$\phi(x, t) = A(\mathbf{x}) \exp^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]}, \quad (2.2)$$

onde,  $T$  é o fator de fase e  $A$  é a amplitude local. Podemos expandir as derivadas espaciais de  $\phi$  da seguinte forma

$$\nabla\phi = \nabla A \exp^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]} - i\omega A \nabla T \exp^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]}, \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2\phi &= \nabla^2 A \exp^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]} - i\omega \nabla T \cdot \nabla A \exp^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]} \\ &\quad - i\omega \nabla A \cdot \nabla T \exp^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]} - i\omega A \nabla^2 T \exp^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]} \\ &\quad - \omega^2 A \nabla T \cdot \nabla T \exp^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]} \\ &= (\nabla^2 A - \omega^2 A |\nabla T|^2 - i[2\omega \nabla A \cdot \nabla T + \omega A \nabla^2 T]) \exp^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

e as derivadas no tempo como

$$\frac{\partial^2(\phi)}{\partial t^2} = -A\omega^2 \exp^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]}. \quad (2.5)$$

Substituindo na equação (2.1) e dividindo o fator constante  $\exp^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]}$ , obtemos

$$\nabla^2 A - \omega^2 A |\nabla T|^2 - i[2\omega \nabla A \cdot \nabla T + \omega A \nabla^2 T] = -\frac{A\omega^2}{\alpha^2}. \quad (2.6)$$

Da parte real desta equação, temos

$$\nabla^2 A - \omega^2 A |\nabla T|^2 = -\frac{A\omega^2}{\alpha^2} \quad (2.7)$$

e da parte imaginária

$$2\omega \nabla A \cdot \nabla T + \omega A \nabla^2 T = 0 \quad (2.8)$$

ou

$$2\nabla A \cdot \nabla T + A \nabla^2 T = 0 \quad (2.9)$$

conhecida como *equação do transporte*, usada para computar as amplitudes na propagação de ondas sísmicas. Dividindo a equação (2.7) por  $A\omega^2$ , obtemos

$$|\nabla T|^2 - \frac{1}{\alpha^2} = \frac{\nabla^2 A}{A\omega^2}. \quad (2.10)$$

Fazemos agora a aproximação de alta frequência, na qual  $\omega$  é suficientemente grande e o termo à direita da igualdade pode ser ignorado. Temos então

$$|\nabla T|^2 = \frac{1}{\alpha^2}. \quad (2.11)$$

Uma equação similar pode ser derivada para onda  $S$ . Assim, uma forma mais geral para esta equação é

$$|\nabla T|^2 = \frac{1}{c^2}, \quad (2.12)$$

na qual,  $c$  é velocidade da onda  $P$  local,  $\alpha$ , ou a velocidade da onda  $S$ ,  $\beta$ . Esta é a forma padrão da *equação eikonal*, que também pode ser dada por

$$|\nabla T|^2 = p^2, \quad (2.13)$$

onde  $p = 1/c$  é chamada de *vagarosidade*. Como  $c$  aparece no denominador na equação do raio, então é mais conveniente o uso da vagarosidade. O fator de fase,  $T$ , é também chamado função de tempo de trânsito. Podemos escrever a equação (2.13) na forma expandida

$$|\nabla T|^2 = (\partial_x T)^2 + (\partial_y T)^2 + (\partial_z T)^2 = p^2. \quad (2.14)$$

Note que o fator de fase  $T$  possui um gradiente na qual a amplitude é igual a vagarosidade local. A função  $T(\mathbf{x}) = \text{constante}$  define superfícies chamadas de frentes de onda. Linhas perpendiculares a  $T(\mathbf{x})$ , ou paralelas a  $\nabla T(\mathbf{x})$ , são chamadas raios. A direção do raio é definida pelo gradiente de  $T$ ,

$$|\nabla T|^2 = u \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{p}, \quad (2.15)$$

onde,  $\hat{\mathbf{k}}$  é o vetor unitário na direção do raio local e  $\mathbf{p}$  é o vetor vagarosidade. A função  $T(\mathbf{x})$  possui unidade de tempo e, como as frentes de onda propagam com a vagarosidade local em uma direção paralela aos raios, este é simplesmente o tempo necessário para uma frente de onda alcançar a posição  $\mathbf{x}$ .

A equação eikonal forma a base da teoria do raio com o objetivo de modelar a propagação da ondas sísmicas. Esta teoria apresenta uma solução aproximada válida para altas frequências, de forma que, os termos na equação da onda que envolvem gradientes de velocidade nos parâmetros de Lamé e amplitude da onda podem ser negligenciados. Assim, a teoria é válida somente para pequenos comprimentos de onda comparados à distância do meio na qual velocidade e amplitude mudam significativamente. Contudo, como isso é frequente na Terra, o método da teoria do raio, baseado na equação eikonal, tem se mostrado extremamente útil.

A equação eikonal é uma equação diferencial parcial (EDP) não linear de primeira ordem e pode ser resolvida utilizando o método das características (CARNAHAN et al., 1969; CHAPMAN, 2004), que resulta em um sistema não linear de 4 equações diferenciais ordinárias (EDOs) para o caso em duas dimensões e 6 para o caso em três dimensões. Estas equações, chamadas de equações cinemáticas do raio, e que parametrizadas pelo tempo de trânsito, são

dadas por

$$\frac{dx_i}{dT} = v^2 p_i \quad (2.16)$$

e

$$\frac{dp_i}{dT} = -\frac{1}{v} \frac{dv}{dx_i}, \quad (2.17)$$

com  $i = 1, 2$ . As coordenadas do vetor posição  $\mathbf{x}$  ao longo do raio são dadas por  $x_i$ , e o parâmetro  $p_i$  as componente do vetor vagarosidade. As soluções numéricas para o sistema contendo as equações (2.16) e (2.17) são encontradas pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem (BARROSO et al., 1987; RUGGIERO; LOPES, 2004).

## 2.2 O Raio Imagem

Raio imagem é a designação dada por Hubral (1977) para uma técnica de modelagem sísmica na qual os raios são construídos de modo a emergirem perpendicularmente à superfície (DUARTE, 2007). Se considerarmos um ponto difrator  $D$ , em profundidade, espalhando energia até a superfície, teríamos inúmeros raios em varias direções se propagando ascendente-mente. Para um determinado ponto na superfície, incidiria um raio com um mergulho aparente  $dt/dx = 0$ , ou em outras palavras, existe um raio o qual parte do ponto  $D$  e chega a um ponto  $X_0$ , em superfície, ortogonalmente (HUBRAL, 1977). Se considerarmos que o meio é heterogêneo (propriedade na qual a velocidade pode variar com a direção vertical, ou mesmo com a direção horizontal), nota-se que o ponto  $X_0$  não corresponde a projeção vertical do ponto  $D$ .

Como o meio é heterogêneo, a frente de onda não se comporta de forma hiperbólica, mas na vizinhança do ponto  $X_0$ , a frente de onda devido ao ponto  $D$  pode ser considerada hiperbólica, respeitando o operador de empilhamento de difração da migração em tempo Kirchhoff (CLAERBOUT, 1976; 1985). A velocidade que define a forma da hipérbole é aproximada a velocidade  $rms^1$  para esta posição, e focalizará a imagem no ponto  $D$  para uma dada abertura desta hipérbole. Assim, a migração Kirchhoff em tempo terá como papel focalizar a informação espalhada pelo ponto difrator aproximadamente no ponto  $D$ .

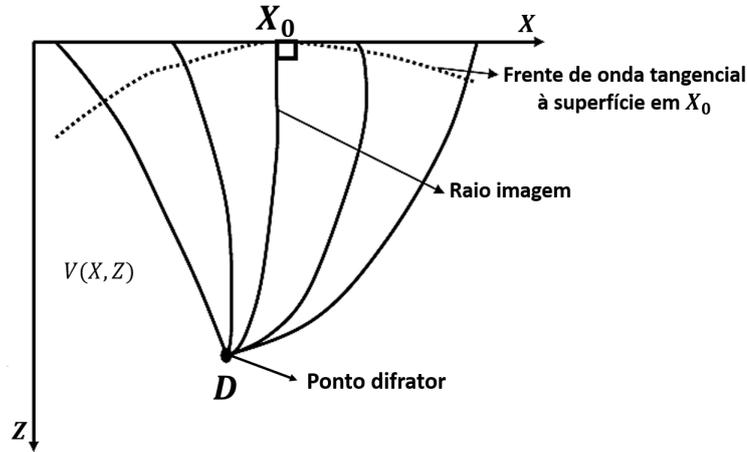
A frente de onda gerada pelo ponto difrator para o meio heterogêneo não é uma hipérbole e, ao utilizar a migração kirchhoff em tempo, a imagem não focalizaria no ponto do ápice da hipérbole de difração, mas em uma posição a qual seria o ápice da hipérbole aproximada ao ponto  $X_0$ , o qual tangencia a frente de onda gerada no ponto  $D$ , como mostra a Figura 2.1.

A partir de variações laterais de velocidade, nota-se que a migração em tempo não focaliza o ponto difrator em sua posição correta na vertical e horizontal. Ao invés disso o ponto é colocado diretamente abaixo do ponto de emergência do raio imagem, e em um tempo igual ao de propagação deste raio.

---

<sup>1</sup>A velocidade **rms** é, em reflexão sísmica, a velocidade definida como  $v_{rms} = \sqrt{(\sum \Delta v_i^2 \Delta t_i) / (\sum \Delta t_i)}$ , onde  $\Delta v_i$  representa as velocidades intervalares e  $\Delta t_i$ , os intervalos de tempo (DUARTE, 2007)

Figura 2.1: Modelo heterogêneo com velocidade  $V$  variando nas direções do eixo  $X$  e eixo  $Z$ . O raio imagem é o único que forma um ângulo perpendicular com a superfície de medida, partindo de um ponto difrator  $D$  em profundidade. Este ponto gera inúmeros raios os quais formam frentes de onda. Estas frentes de onda seriam hiperbólicas para modelos homogêneos, e curvas para heterogêneos.



Fonte: Adaptado de Robein (2003).

A esse respeito, Hubral (1977) empregou o raio imagem, o qual permite corrigir este erro, de modo a migrar a informação do domínio do tempo para o domínio da profundidade na correta posição da amplitude, não dependendo do modelo de velocidade utilizado e nem do mergulho dos refletores em tempo. Uma observação importante em relação ao raio imagem é que, ele não se restringe apenas ao caso do ponto refrator, também pode ser estendido ao caso de pontos refletores.

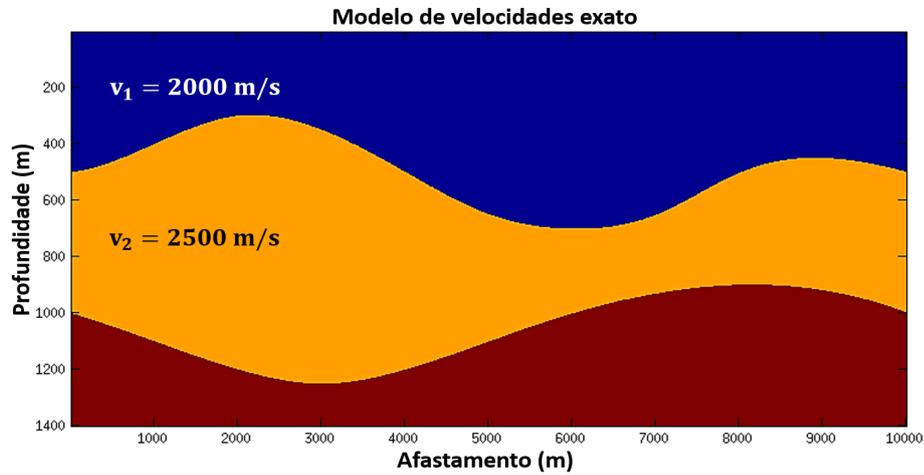
### 2.3 Conversão tempo-profundidade por Raio Imagem

A conversão utilizando raios imagens é semelhante à conversão por raios normais (CAMERON et al., 2008; REZENDE et al., 2015), com a diferença que ela não necessita que o parâmetro do raio seja medido. Isto é possível, pois o ângulo de emergência é nulo, ou seja, o raio imagem tem ângulo de emergência perpendicular à superfície. Este raio é, então, retro-propagado do mesmo modo que o raio normal, obedecendo a lei de Snell, até que metade do tempo duplo de trânsito da seção migrada seja atingido, considerando o modelo de velocidades conhecido para o caso sintético.

Basicamente, a conversão tempo-profundidade por meio do raio imagem converte uma seção migrada no domínio do tempo para profundidade, de modo que para cada ponto desta seção um raio imagem é traçado até que metade do tempo duplo de trânsito da seção migrada seja consumido. No final do raio é colocada a amplitude do respectivo ponto da seção migrada, criando, assim, uma seção em profundidade. Após a conversão de todos os pontos da seção migrada em tempo para profundidade, teremos a seção sísmica em profundidade.

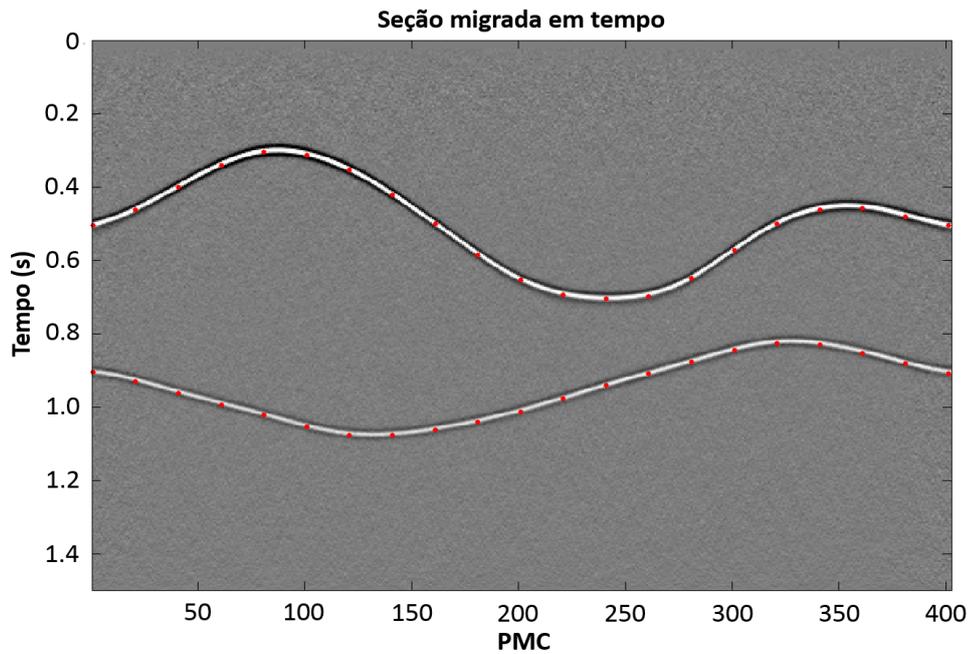


Figura 2.3: Modelo de velocidades constituído de duas camadas homogêneas e isotrópicas utilizado como exemplo para a aplicação da conversão tempo-profundidade por raio imagem .



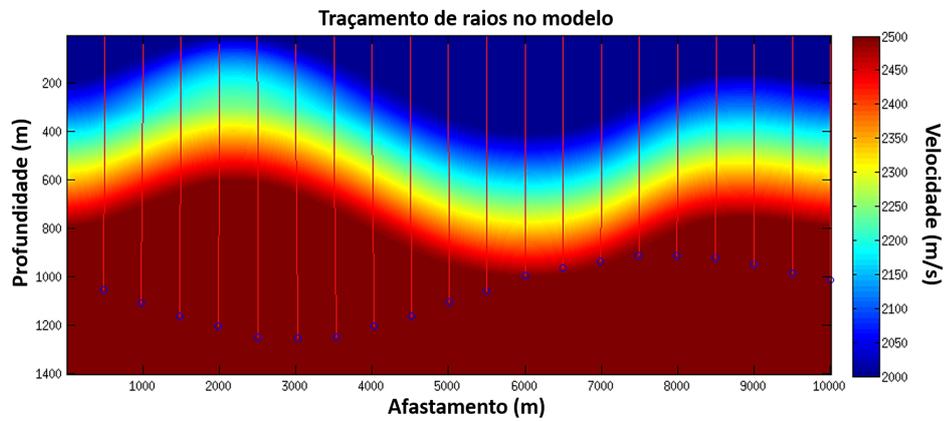
Fonte: O autor.

Figura 2.4: Seção migrada em tempo para o modelo sintético considerado, com duas camadas. Os pontos de *picking* nas interfaces representam as coordenadas de migração em tempo.



Fonte: O autor.

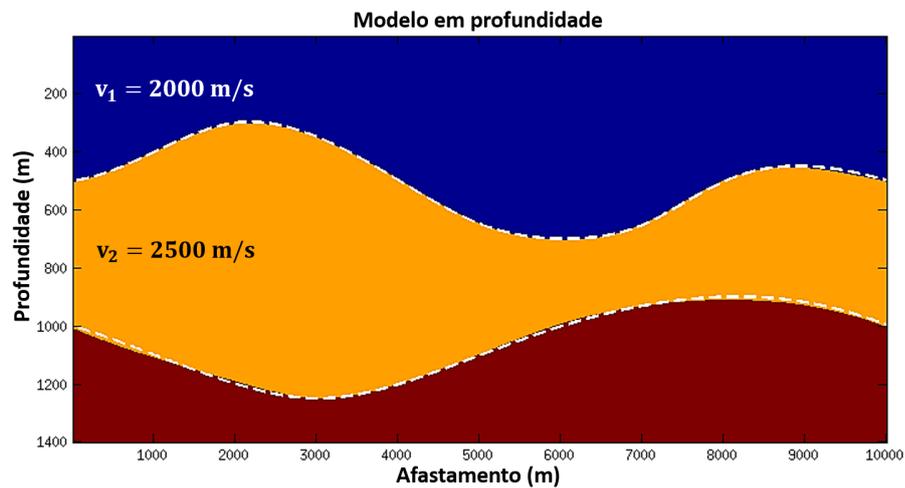
Figura 2.5: Modelo de velocidades (correspondente ao modelo exato suavizado) apresentando raios imagens para a estimativa da segunda interface em profundidade.



Fonte: O autor.

pontos em profundidade são interpolados por *splines* cúbicas de forma a criarem uma interface com curvatura suave. As linhas tracejadas representam as interfaces exatas no modelo que gerou a seção migrada na Figura 2.4 .

Figura 2.6: Modelo de velocidades estimado após a conversão tempo-profundidade por raio imagem. As linhas tracejadas representam as interfaces exatas do modelo para a primeira e segunda interfaces, respectivamente.

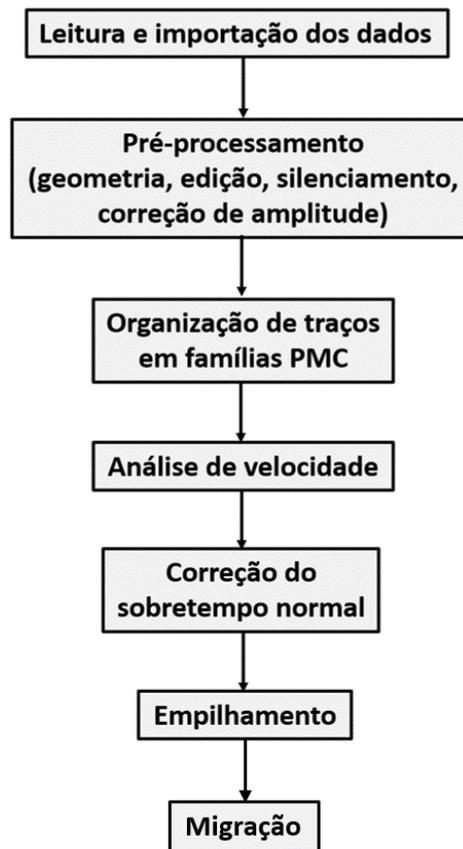


Fonte: O autor.

### 3 PROCESSAMENTO DE DADOS SÍSMICOS DE REFLEXÃO

A seção sísmica é o produto final do processamento dos dados de sísmica de reflexão. Trata-se de uma imagem das feições geológicas em subsuperfície obtida após a aplicação de várias técnicas consagradas. Todas as etapas e definições das técnicas aplicadas podem ser encontradas com explicações mais detalhadas em Reynolds (1998) e Yilmaz (2001). O pré-processamento padrão (Figura 3.1) necessário até a obtenção da seção migrada em tempo, útil na inversão proposta, é descrito nas seções seguintes.

Figura 3.1: Fluxograma do pré-processamento padrão de dados sísmicos até a obtenção da seção migrada em tempo.



Fonte: O autor.

#### O pré-processamento

No processo de aquisição, os sinais sísmicos obtidos pelos receptores são digitalizados em pequenos incrementos no tempo (intervalos de amostragem) que são, geralmente, de 2 ms ou 4 ms. O formato no qual os dados são armazenados depende muito da companhia que realiza a aquisição, mas o formato padrão aceito na indústria é o SEG (*Society of Exploration Geophysicists*). Existem várias versões reconhecidas como, por exemplo, SEG-B e SEG-D. Os

receptores armazenam dados em formatos multiplexados <sup>1</sup>, que são convenientes para gravação mas não para o processamento. Assim, o processo inverso da multiplexação (ou demultiplexação) é realizado de forma que todas as amostras para um traço estão contidas em um bloco, que podem ser tratadas facilmente como um conjunto de dados discretos. O formato reconhecido de dados demultiplexados é o SEG-Y (REYNOLDS, 1998).

Nesta etapa de pré-processamento, onde os dados são inspecionados visualmente com o objetivo de eliminar traços ruidosos e, em aquisições marinhas, registros relacionados a informações acima do fundo do mar são retiradas. Geralmente, a edição dos dados é realizada antes ou logo após a montagem da geometria. A geometria do levantamento é também outro modo de melhorar o dado sísmico medido em campo. Baseado nas informações do levantamento, as coordenadas dos tiros e dos receptores, para todos os traços, são gravados em seus respectivos cabeçalhos. As duas principais geometrias de aquisição são a *end-on*, caracterizada pelo deslocamento da fonte com um conjunto de receptores para apenas um dos seus lados, e *split spread*, caracterizada pelo deslocamento da fonte juntamente com um conjunto de receptores em ambos os lados. O silenciamento auxilia na redução de ruídos nas famílias de tiro através da função *muting* e a correção de amplitude equaliza as amplitudes nos traços.

### **Ordenação em famílias PMC**

A ordenação dos traços em famílias PMC é a base do processamento sísmico padrão. Os registros selecionados na etapa de edição, e que agora possuem a informação da geometria de aquisição gravada nos cabeçalhos, são reordenados. Os traços podem ser organizados de várias maneiras, mas a ordenação PMC é a mais utilizada. O objetivo é agrupar os dados em famílias PMC, uma vez que todo o processamento tem por base a técnica PMC. Ao final da ordenação, cada grupo de traços, assim compostos, contém informações de um mesmo ponto médio dos refletores iluminados pela geometria de aquisição. Para as camadas plano-horizontais, o ponto comum em profundidade coincide com o PMC. Para o caso de refletores com inclinação, não há um ponto comum. Por outro lado, o ponto médio comum quase sempre existe, isso porque, eles são definidos pelo ponto médio geométrico entre fontes e receptores.

### **Análise de velocidade e a correção do sobretempo normal**

Conforme visto anteriormente, os traços que compõe uma família PMC apresentam, na verdade, informações acerca de um ponto ao longo de um mesmo refletor. O objetivo é gerar um único traço sísmico a partir destes traços, e que vai compor, posteriormente, a seção sísmica. Em consequência, as hipérbolas de reflexão presentes nas famílias PMC devem ser corrigidas em relação ao tempo normal, ou seja, as posições das reflexões em relação a este tempo, existentes nos traços mais afastados, precisam ser corrigidas a fim de que cada reflexão encontre coerência

<sup>1</sup>Segundo Duarte (2007), é a técnica de gravação digital na qual os canais  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , etc. são gravados ao mesmo tempo, de acordo com o esquema:  $(a_1, b_1, \dots, z_1), (a_2, b_2, \dots, z_2), \dots, (a_n, b_n, \dots, z_n)$ . Os blocos entre parênteses representam as amostras dos diferentes canais (ou traços) referentes a um mesmo tempo nominal.

traço a traço. Isto só é possível quando a função velocidade, inerente ao grupo de traços PMC, é conhecida.

A etapa de análise de velocidade tem por objetivo estimar a função velocidade para empilhamento dos dados. As velocidades de empilhamento são determinadas de maneiras distintas, conforme o ambiente de aquisição dos dados. É comum em aquisições terrestres executar a análise de velocidades para vários PMCs estrategicamente escolhidos. É adotado um incremento para as velocidades, que é aplicado ao PMC a partir do valor inicial do intervalo escolhido até o valor final, executando-se as correções (REYNOLDS, 1998; YILMAZ, 2001). A visualização lado a lado dos vários PMCs originados com este procedimento fornece a posição, em tempo, das reflexões alinhadas na horizontal. Gráficos das velocidades de empilhamento em função do tempo são construídos para os PMCs escolhidos. Estes dados são empregados para a execução de interpolações para as velocidades entre PMCs intermediários (YILMAZ, 2001).

Quando a velocidade escolhida para a correção do sobretempo normal (SN) é maior que a velocidade do meio, dizemos que o evento está subcorrigido. O efeito contrário é observado quando a velocidade escolhida é menor que a velocidade do meio, e então dizemos que o evento está sobrecorrigido. Além disso, observa-se que a correção do SN, mesmo em reflexões horizontalizadas, distorce o dado, principalmente em reflexões próximas a superfície a para afastamentos mais longos. Este efeito é conhecido por *stretching*, ou estiramento do traço, e deve ser retirado do PMC para não prejudicar o empilhamento do mesmo.

## **Empilhamento**

O empilhamento é uma operação simples executada depois da aplicação das correções estáticas e das correções do SN. A soma de um grupo de traços PMC é executado respeitando-se as posições das amostras em tempo. Um único traço é gerado para cada PMC empregado. Os traços resultantes comporão a seção sísmica bruta, isto é, a seção sísmica sem as correções devido as inclinações dos refletores em subsuperfície. No entanto, procedimentos mais sofisticados como migração pré-empilhamento são capazes de, após o empilhamento propriamente dito, gerar seções sísmicas com os refletores corretamente posicionados em subsuperfície.

A atenuação dos ruídos incoerentes pelas interferências destrutivas representa uma vantagem do empilhamento PMC. Eventos que possuem coerência nos traços têm a amplitude reforçada após o empilhamento; os eventos incoerentes são atenuados.

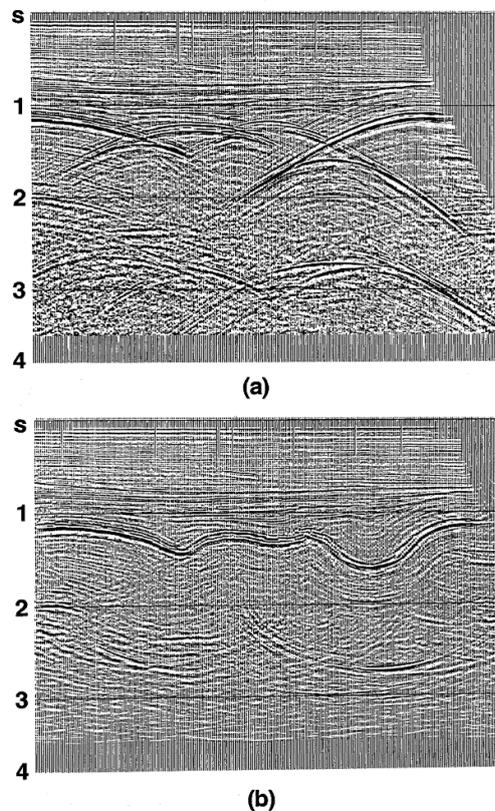
Em dados marinhos é importante diferenciar as múltiplas (classe de ruídos coerentes que possuem a mesma forma hiperbólica das reflexões) e as reflexões do fundo do mar. Basicamente, o SN da múltipla é maior que o da reflexão, o que fica bem evidente numa família PMC quando há traços com grandes afastamentos fonte-receptores, principalmente as causadas pela lâmina d'água em dados marinhos, são parcialmente atenuadas com o empilhamento.

## Migração

Os traços sísmicos gerados após o empilhamento podem ser imaginados como se fonte e receptores de uma família PMC estivessem posicionados em um mesmo ponto na superfície. As reflexões contidas nestes traços estão, a princípio, associadas à uma propagação puramente vertical no caso de superfície e refletores horizontais, e a seção sísmica, assim gerada, teria o nome de seção sísmica com afastamento nulo. No entanto, a posição temporal das reflexões na seção sísmica deve ser corrigida em virtude da presença de camadas inclinadas em subsuperfície. A migração dos dados é o procedimento que corrige os efeitos das feições geológicas no posicionamento das reflexões mapeadas na seção sísmica não-migrada

A migração consiste uma das mais importantes etapas do processamento sísmico, pois posiciona os eventos refletidos em profundidade para suas verdadeiras posições e colapsa difrações, aumentando assim a resolução espacial das imagens sísmicas da subsuperfície. Seu principal objetivo é fazer com que a seção empilhada se pareça com a geológica em profundidade ao longo desta seção sísmica que, geralmente, é apresentada em tempo (Figura 3.2). Uma variedade de métodos pode ser encontrada na literatura, como por exemplo em Yilmaz (2001).

Figura 3.2: Uma seção ponto médio comum (a) antes e (b) após a migração.



Fonte: Yilmaz (2001).

Basicamente, existem três famílias aos quais os algoritmos de migração de dados sísmicos pertencem: (a) a integral de Kirchhoff (SCHNEIDER, 1978); (b) as técnicas espectrais

(GAZDAG, 1978; STOLT, 1978); e as técnicas de diferenças finitas (CLAERBOUT, 1970). A respeito de (a), o método apresenta uma ampla gama de aplicações, grande versatilidade na abordagem de problemas específicos e alta eficiência computacional na aplicação de problemas mais simples no domínio do tempo (ROSA, 2010).

A migração Kirchhoff é um dos mais adaptáveis esquemas de migração existentes, pois ele pode ser modificado de acordo com a topografia, com irregularidades na geometria de aquisição, para migração pré-empilhamento e para o caso de ondas convertidas. Para sua formulação em profundidade (ROSA, 2010), o método tende a se tornar lento por conta dos cuidados que se deve tomar com o traçamento de raios. Já na sua formulação em tempo, o traçamento de raios usando velocidades *rms* pode ser realizado a fim de acelerar o processo. Outra vantagem relacionada aos métodos de Kirchhoff é a possibilidade de realizar a migração com alvo orientado, que significa a avaliação apenas no ponto alvo (MARGRAVE, 2001).

## 4 SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO COMUM COM AFASTAMENTO FINITO

### 4.1 Curvaturas de frente de onda

Nesta seção, apresentaremos os princípios relacionados às curvaturas de frente de onda, que estão relacionadas a diferentes experimentos e descrevem a propagação das mesmas ao longo de seu respectivo raio central com afastamento nulo. Como resultado deste experimento, tomamos conhecimento dos atributos ou parâmetros de frente de onda que são as curvaturas e os ângulos de emergência do raio central  $\beta_S$ , na fonte, e  $\beta_G$ , no receptor. Além disso, estes atributos podem ser usados para simplificar o problema inverso, ou seja, a estimativa de modelos de velocidades (GOLDIN, 1986; HUBRAL; KREY, 1980; DUVENECK, 2004; MESQUITA et al., 2015).

#### 4.1.1 Raios centrais e paraxiais

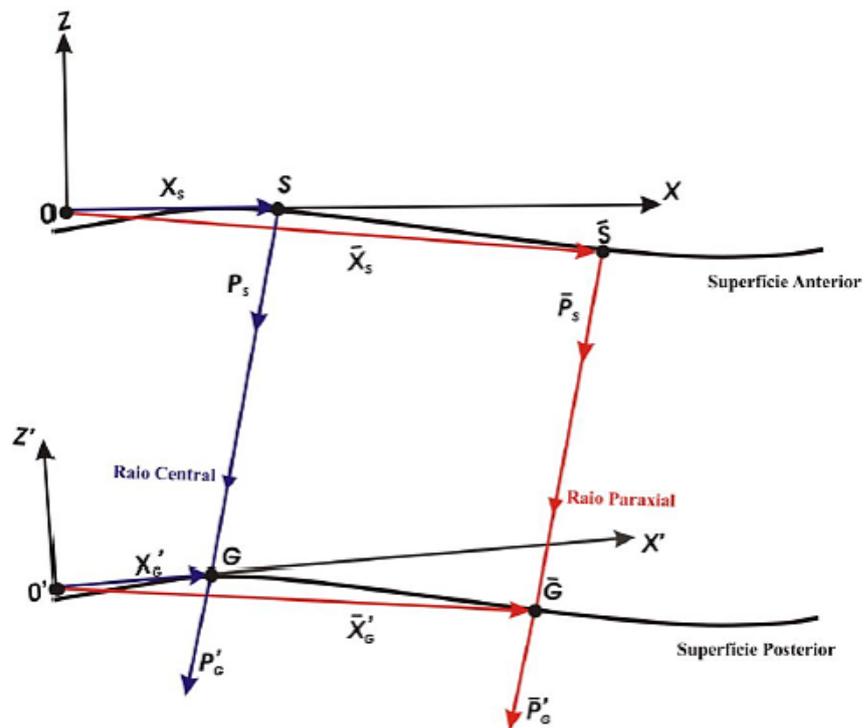
Suponhamos um meio 2-D composto por camadas homogêneas e isotrópicas separadas por interfaces suavemente curvadas. Neste meio, denominado de sistema sísmico, os raios que partem de uma superfície, onde estão localizadas as fontes, é denominado de superfície anterior e os que atingem uma superfície inferior a esta, onde estão localizados os receptores, é denominada superfície posterior (Figura 4.1). O raio  $SG$  que parte do ponto fonte  $S$  que atravessa o sistema sísmico e incide no receptor  $G$  é denominado raio central e, próximo a ele, temos o raio formado pelo ponto fonte  $\bar{S}$  e receptor  $\bar{G}$  que juntos dão origem ao raio  $\overline{SG}$ , denominado raio paraxial.

As trajetórias dos raios definidos anteriormente são descritas por dois sistemas de coordenadas localmente definidos (Figura 4.1), de forma que, o primeiro sistema cartesiano bidimensional  $XZ$ , com origem em  $\mathbf{0}$ , é escolhido de tal maneira que o eixo  $X$  seja tangente à superfície anterior passando pelo ponto fonte  $S$  e o eixo  $Z$  perpendicular ao eixo  $X$ . O segundo sistema de coordenadas  $X'Z'$ , com sua origem em  $\mathbf{0}'$ , possui o eixo  $X'$  tangente à superfície posterior passando pelo receptor  $G$ . As quantidades medidas no sistema de coordenadas  $XZ$  se referem à superfície anterior, enquanto que as quantidades medidas no sistema de coordenadas  $X'Z'$  correspondem à superfície posterior (COSTA, 2005).

O raio central  $SG$  é definido pelos vetores posição e vagarosidade no ponto fonte  $S$  e no receptor  $G$ . Da mesma maneira, o raio paraxial  $\overline{SG}$  é definido na superfície anterior em  $\bar{S}$  e na superfície posterior em  $\bar{G}$ . Para o raio central são conhecidos o vetor posição  $\mathbf{x}_S$  e o vetor vagarosidade  $\mathbf{p}_S$  em  $S$  e o vetor posição  $\mathbf{x}'_G$  e o vetor vagarosidade  $\mathbf{p}'_G$  em  $G$ . De maneira similar, o raio paraxial  $\overline{SG}$  é determinado, no ponto  $\bar{S}$ , por  $\bar{\mathbf{x}}_S$  e  $\bar{\mathbf{p}}_S$ , e por  $\bar{\mathbf{x}}'_G$  e  $\bar{\mathbf{p}}'_G$  no ponto  $\bar{G}$ .

Conhecendo-se as duas superfícies (anterior e posterior) e as velocidades  $v_S$  e  $v_G$  nos pontos  $S$  e  $G$ , respectivamente, é possível reduzir os vetores posição e vagarosidade para seus valores escalares. Posteriormente, estes vetores podem ser reconstruídos a partir dos seus correspondentes valores escalares, obtidos por uma projeção direta na direção  $Z$  sobre o eixo  $X$ .

Figura 4.1: Meio isotrópico homogêneo em 2-D, com interfaces suaves. O raio central, na cor azul, passa através deste meio iniciando na superfície anterior no ponto S e emergindo no ponto G. O raio paraxial, na cor vermelha, está na vizinhança do raio central, iniciando no ponto S e emergindo no ponto G.

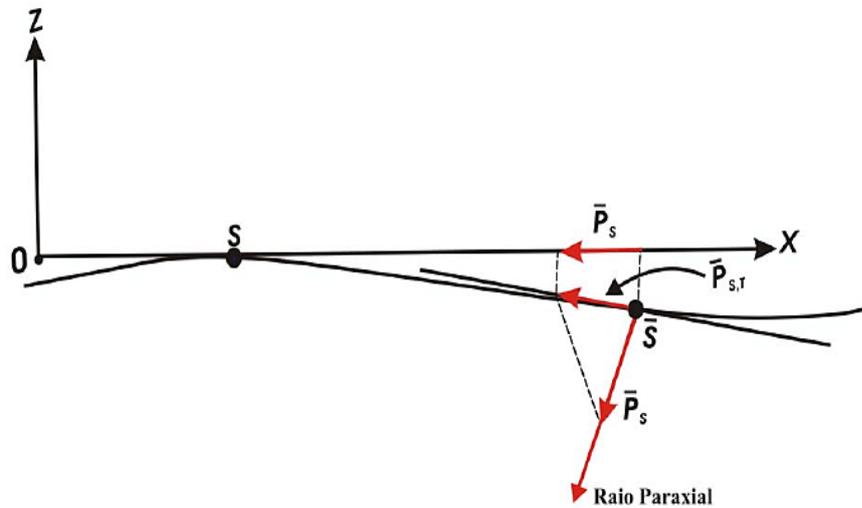


Fonte: Costa (2005).

No caso dos vetores vagoisidade  $\bar{\mathbf{p}}_S$  e  $\bar{\mathbf{p}}'_G$  o componente escalar pode ser obtido por meio de uma projeção em cascata (MÜLLER, 2003).

Podemos observar na Figura 4.2 que o vetor vagoisidade  $\bar{\mathbf{p}}_S$  é projetado na tangente à superfície anterior passando pelo ponto  $\bar{S}$ . O vetor resultante é projetado na tangente à superfície anterior passando pelo ponto  $S$  que coincide com o eixo  $X$  do sistema de coordenada cartesiana  $XZ$ . De forma análoga pode ser obtido o componente escalar do vetor  $\bar{\mathbf{p}}'_G$ .

Figura 4.2: Construção das projeções do vetor vagoisidade  $\bar{\mathbf{p}}_S$ : O vetor vagoisidade  $\bar{\mathbf{p}}_S$  é primeiramente projetado na tangente à superfície anterior no ponto  $\bar{S}$ . Depois disso, o vetor resultante é projetado na tangente à superfície anterior no ponto  $S$ .



Fonte: Costa (2005).

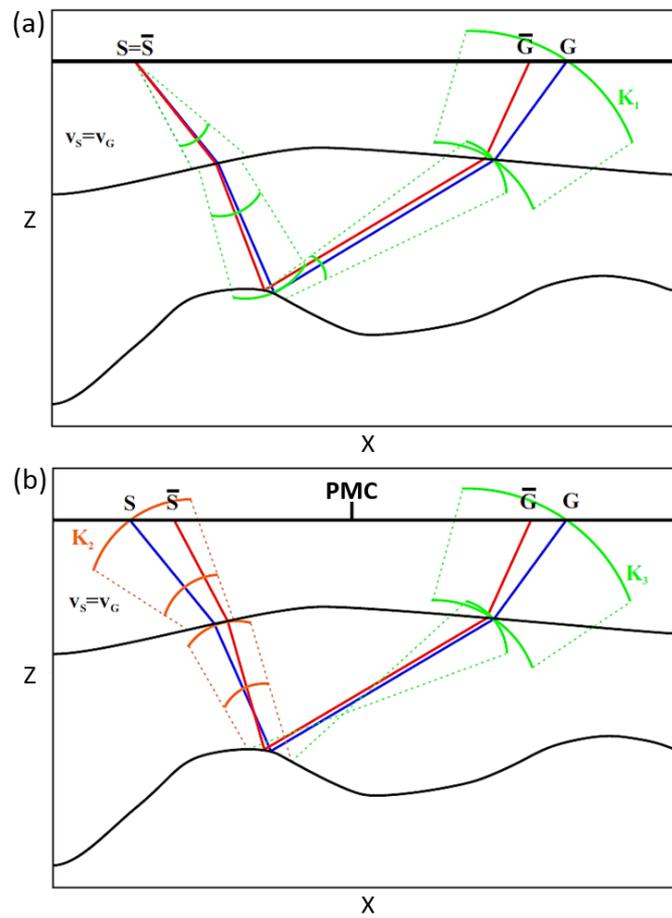
Presumindo o raio central  $SG$  conhecido, pode-se calcular aproximadamente qualquer raio paraxial  $\bar{S}\bar{G}$  usando a teoria paraxial do raio. Os parâmetros que descrevem o raio paraxial com relação ao raio central conhecido é a distância e a diferença (desvio) do vetor vagoisidade com relação ao raio central. Segundo a teoria paraxial do raio, os valores destes parâmetros na superfície anterior são linearmente dependentes sobre os seus similares na superfície posterior.

#### 4.1.2 Experimento fonte comum e ponto médio comum

O experimento real FC é realizado da seguinte forma (Figura 4.3a): um ponto-fonte fixo  $S$  é considerado na superfície de aquisição e vários receptores  $G$  registram as chegadas das ondas refletidas. Após a excitação do ponto-fonte, a frente de onda se propaga de forma descendente, reflete na segunda interface e se propaga de volta à superfície de aquisição, chegando com curvatura  $K_1$  no ponto  $G$ . Pode-se observar que neste experimento a perturbação das posições das fontes do raio central e paraxial é nula.

O experimento PMC é um experimento hipotético (Figura 4.3b). A frente de onda parte do ponto  $S$  com uma curvatura  $K_2$ , se propaga de forma descendente, reflete na segunda interface e retorna a superfície de aquisição em  $G$ , com curvatura  $K_3$ . A fonte  $\bar{S}$  e o receptor

Figura 4.3: Esboço em 2-D dos experimentos fonte comum (parte superior) e ponto médio comum (parte inferior), mostrando o raio central (em azul), o raio paraxial (em vermelho) e as frentes de onda referentes aos experimentos, respectivamente (verde e laranja).



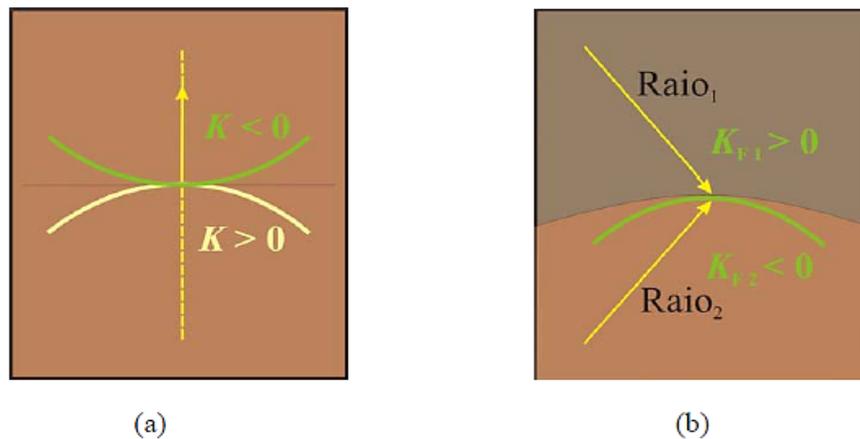
Fonte: Adaptado de Müller (2003).

$\bar{G}$  paraxiais são deslocados a uma mesma distância em direções opostas com respeito ao ponto médio.

A curvatura  $K_2$  tem sinal negativo, conforme a convenção de sinais de curvaturas (HUBRAL; KREY, 1980). Quando uma frente de onda fica na frente do seu plano tangente, com relação ao sentido de propagação, o sinal da curvatura é definido como negativo. Seguindo Hubral e Krey (1980), usamos as seguintes definições:

- Quando uma frente de onda se apresenta atrás do seu plano tangencial a curvatura é dita positiva (curva amarela na Figura 4.4a);
- Se a frente de onda está à frente do plano tangencial então a curvatura é negativa (curva verde na Figura 4.4a);
- A curvatura da interface  $K_F$  é positiva se a interface aparecer convexa ao raio incidente e negativa se for côncava. Conseqüentemente, na Figura 4.4b, a curvatura da interface é positiva para o raio 1, mas negativa para o raio 2.

Figura 4.4: Convenção dos sinais das curvaturas das (a) frentes de onda e (b) interfaces.



Fonte: Adaptado de Jäger (1999).

Portanto, as curvaturas  $K_1$  e  $K_3$  possuem sinal positivo e a curvatura  $K_2$  possui sinal negativo. O algoritmo para o cálculo das curvaturas de frente de ondas, considerando um modelo homogêneo com  $n$ -camadas, é apresentado no APÊNDICE B.

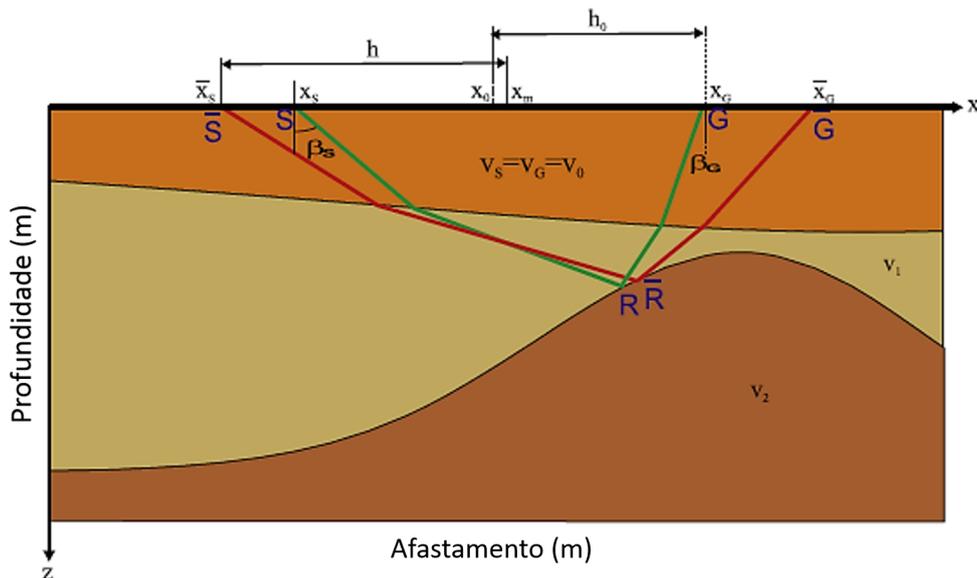
## 4.2 Aproximação com afastamento finito

Bortfeld (1989) e Zhang et al. (2001) desenvolveram uma aproximação hiperbólica de tempo de trânsito para raios paraxiais na vizinhança de um raio central, considerando um afastamento finito entre fontes e receptores. Para um raio central que parte da fonte  $S$ , reflete no ponto  $R$  em um refletor na subsuperfície, e emerge na superfície de aquisição em  $G$ , o tempo de trânsito do raio paraxial com afastamento finito é dado por:

$$\begin{aligned}
t_{crs}^2(\Delta x_m, \Delta h) = & \left[ t_0 + \left( \frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left( \frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right]^2 \\
+ t_0 \left[ (4K_1 - 3K_3) \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta x_m^2 + T_0 \left[ K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h^2 \\
+ 2T_0 \left[ K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} + K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta x_m \Delta h, \tag{4.1}
\end{aligned}$$

no qual,  $t_0$  é o tempo de trânsito ao longo do raio central,  $\beta_S$  e  $\beta_G$  são os ângulos de partida e de emergência do raio central na posição da fonte  $S$  e receptor  $G$  com coordenadas  $x_S$  e  $x_G$ , respectivamente (Figura 4.5). Os valores  $\Delta x_m = x_m - x_0$  e  $\Delta h = h - h_0$  correspondem aos deslocamentos do ponto médio e do meio-afastamento, onde  $x_0 = (x_G + x_S)/2$  e  $h_0 = (x_G - x_S)/2$  são o ponto médio e o meio-afastamento do raio central com afastamento finito. A velocidade da onda na fonte  $S$  é dada por  $v_S$ , e no receptor  $G$  por  $v_G$ . As quantidades  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  são as curvaturas da frente de onda associadas ao raio central, como mostrado na subseção anterior.

Figura 4.5: Esquema mostrando um raio paraxial  $\overline{SRG}$  (em verde) na vizinhança de um raio central SRG (em vermelho) em um modelo de velocidades suave.

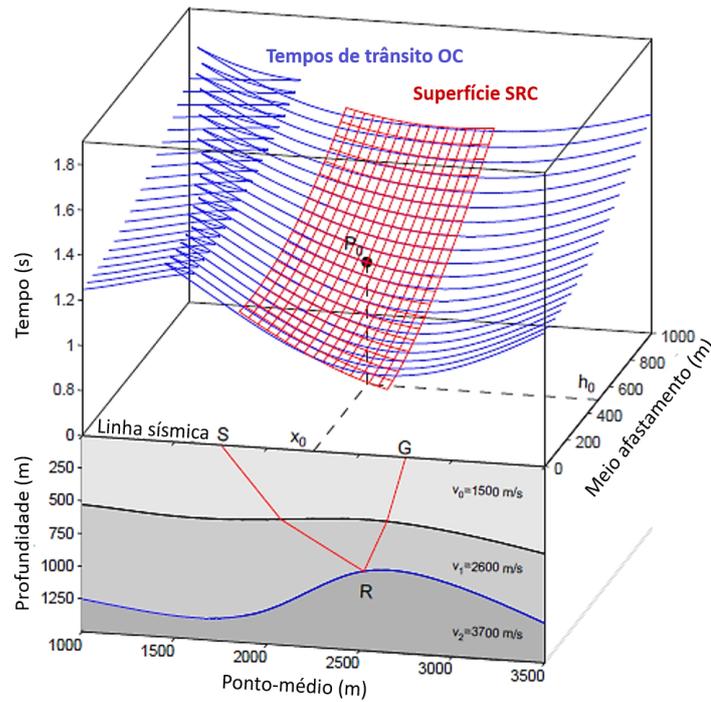


Fonte: Adaptado de Garabito et al. (2011).

A aproximação de tempo de trânsito SRC-AF, definida na equação 4.5, simula seções AC de dados sísmicos pré-empilhados de multi-cobertura. Para cada ponto  $P_0 = (x_0, h_0, t_0)$  amostrado na seção AC simulada, existe uma superfície de empilhamento definida por cinco parâmetros (Figura 4.6). Os eventos sísmicos contidos nesta superfície são somados e o resultado

é atribuído ao ponto  $P_0$ .

Figura 4.6: Na parte inferior, a representação de um modelo geológico 2-D com três camadas homogêneas separadas por duas interfaces curvas e suaves. Observe o raio central com offset finito, em que  $x_0$  é o ponto médio e  $h_0$  é o meio-offset. Na parte superior, curvas de tempo de trânsito referentes às primeiras reflexões da segunda interface (em azul) com a aproximação de tempo de trânsito SRC-AF (em vermelho) associada a coordenada  $P_0$ .



Fonte: Adaptado de Garabito et al. (2011).

Para a configuração PMC (ZHANG et al., 2001; GARABITO et al., 2011), a fonte e o receptor paraxiais,  $\bar{S}$  e  $\bar{G}$ , estão localizados simetricamente em relação aos seus correspondentes pontos  $S$  e  $G$  no raio central. Considerando que o ponto médio é comum aos raios central e paraxial, a condição PMC implica que  $\Delta x_m = 0$ , e a aproximação de tempo de trânsito SRC-AF, para difração e reflexão, torna-se

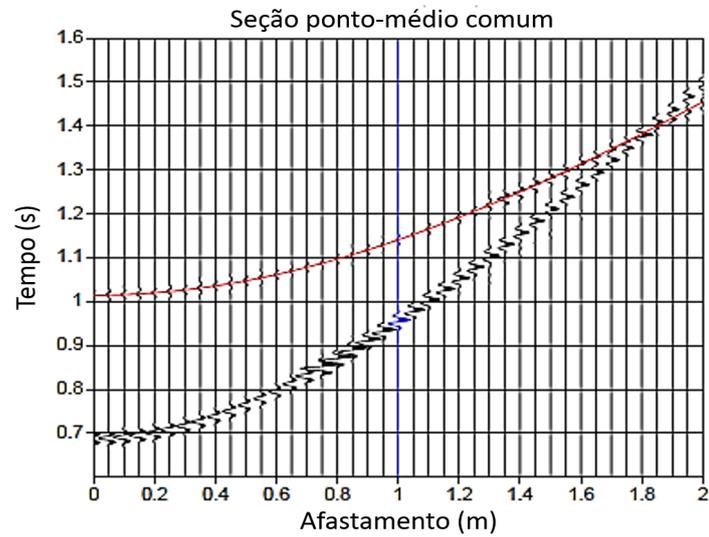
$$T_{CMP}^2(\Delta h) = \left[ t_0 + \left( \frac{\sin \beta_G}{v_G} - \frac{\sin \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right]^2 + t_0 \left[ K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h^2. \quad (4.2)$$

Observe que, neste caso, a dependência da aproximação SRC-AF em relação ao parâmetro  $K_1$  não ocorre mais.

Para exemplificar, a Figura 4.7 apresenta os traços sísmicos de uma família de traços PMC para o modelo com duas interfaces refletoras (Figura 4.6). Nesta família, é comparada a equação 4.2 (curva vermelha) com o tempo de trânsito exato para o segundo refletor, que se ajusta com os tempos de reflexão exatos e fornece um bom ajuste para longos afastamentos

(GARABITO et al., 2011).

Figura 4.7: Família de traços PMC de dado sísmico pré-empilhado de multi-cobertura para dois refletores (Figura 4.6). A curva vermelha corresponde ao tempo de trânsito calculado com a equação 4.2 para o segundo refletor.



Fonte: Adaptado de Garabito et al. (2011).

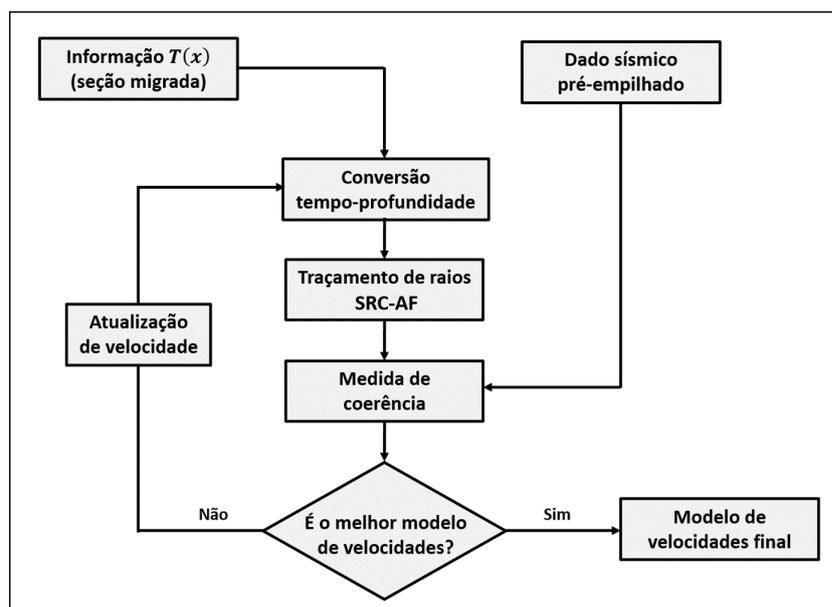
## 5 INVERSÃO DE VELOCIDADE SRC-AF 2-D

### 5.1 Estratégia de inversão

A estratégia proposta envolve a aplicação de uma série de técnicas, como mostra a Figura 5.1. O algoritmo é baseado em Landa et al. (1988; 1989) que propôs um método usando inversão de coerência que não depende da escolha (*picking*) dos tempos de trânsito de dados pré-empilhados e não usa ajuste de curvas. O método é formulado como um algoritmo de otimização, produzindo um modelo de velocidades que maximiza uma medida de coerência (função *semblance*). Esta medida é calculada em traços não empilhados FC ou PMC em uma janela de tempo ao longo das curvas de tempo de trânsito calculadas por traçamento de raios no modelo geológico.

Para aumentar a eficácia computacional, é aplicado o a técnica de empilhamento SRC-AF (ZHANG et al., 2001; GARABITO et al., 2011) para estimar os tempos a partir do traçamento de um único raio central para cada PMC, além da utilização dos tempos de trânsito de seções migradas em tempo como informação *a priori*, afim de que seja realizada a conversão tempo-profundidade por raio imagem. O processo é todo controlado pelo algoritmo de otimização VFSA (APÊNDICE A) (INGBER, 1989; 1993), o qual, atualiza as velocidades para cada iteração realizada.

Figura 5.1: Fluxograma mostrando cada etapa do algoritmo proposto. A primeira etapa consiste na obtenção dos tempos de trânsito em eventos correspondentes a interfaces em seções migradas. A seguir, a partir de uma estimativa inicial de velocidades, é realizada a conversão tempo-profundidade, onde é gerado um modelo de velocidades-profundidades em que será traçado o raio para a aproximação de tempo de trânsito SRC-AF. O passo final é o cálculo da medida de coerência que, quando possui valor máximo, o modelo estimado é o melhor, caso contrário, o processo reinicia.



Fonte: Adaptado de Landa et al. (1989).

Tomando como referência a Figura 5.1, a primeira etapa consiste do *picking* na seção migrada em tempo. O objetivo é obter os tempos de reflexão relativos aos eventos que descrevem as interfaces. A etapa seguinte é a conversão tempo-profundidade por raio imagem a partir de um modelo de velocidades conhecido *a priori*. Este modelo pode ser estimado a partir das velocidades intervalares após a aplicação da Formula de Dix (Dix, 1955). Na terceira etapa, após gerar um modelo de velocidades-profundidades inicial, é realizado o traçamento de raios pela técnica de empilhamento SRC-AF para o cálculo da medida de coerência, que representa a quarta etapa e que necessita da utilização do dado sísmico pré-empilhado. Caso essa medida de coerência seja máxima, o modelo de velocidades-profundidades e o melhor modelo e o processo termina, caso contrário, o processo reinicia a partir da atualização da velocidade, ou das velocidades, no modelo. O algoritmo é aplicado camada após camada.

### 5.1.1 Modelando o meio geológico

Como descrito em Landa et al. (1988), podemos modelar o meio geológico real como uma série de camadas homogêneas separadas por interfaces, na qual, a velocidade pode variar descontinuamente. As velocidades dentro de cada camada podem ser consideradas constantes ou podemos considerar uma variação lateral, como mostrado em Landa et al. (1989). Considere  $X$  a distância horizontal ao longo da superfície da Terra,  $z$  a profundidade,  $n$  o número de camadas e  $m$  o número de nós no modelo. Interfaces e velocidades  $v$  (no caso de variação lateral) são representadas por funções *spline*<sup>1</sup>. Os parâmetros desconhecidos na inversão são a localização vertical dos nós nas interfaces e velocidades, caracterizados pelo vetor de parâmetros  $\mathbf{m} = \{\mathbf{z}, \mathbf{v}\}$ . O algoritmo de inversão é aplicado camada após camada e podemos assumir, ou não, que o número de pontos é o mesmo para cada camada. A Figura 5.2 mostra o modelo interpretativo do meio como descrito anteriormente.

É importante salientar que, no processo de conversão tempo-profundidade, convertemos cada ponto selecionado em tempo na seção migrada para uma certa profundidade de acordo com o suposto modelo de velocidades, já que  $z$  é função de  $v$ , e então os pontos em profundidade são interpolados usando *splines* cúbicas, resultando na interface refletora da camada considerada. A Figura 5.3 ilustra o modelo de velocidades parametrizado, no qual os pontos da malha representam as velocidades estimadas em função das coordenadas verticais e horizontais.

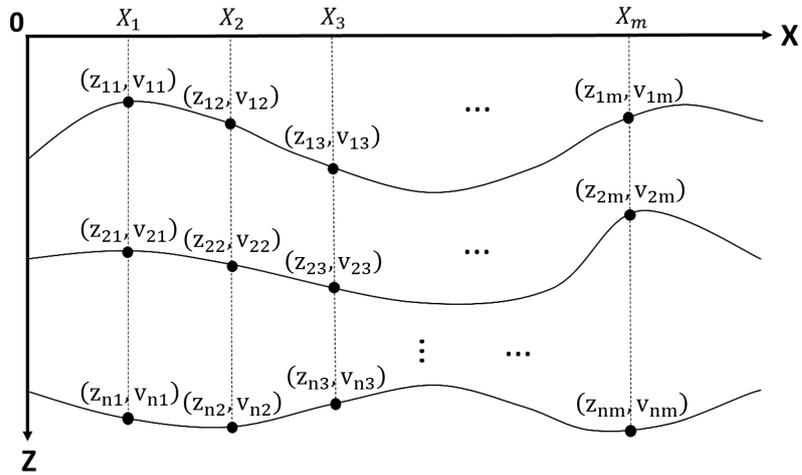
### 5.1.2 Função objetivo

Esta etapa consiste no cálculo da medida de coerência. As medidas de coerência expressam quantitativamente a similaridade entre dados multicanal. Sinais redundantes nos canais podem ser medidos, realçados, extraídos ajustados ou ignorados. Uma análise sobre medidas de coerência pode ser encontrada Neidell e Taner (1971) e Yilmaz (2001).

Considere a medida de coerência dada por  $E$ . Para todos os tiros (ou pontos médios) e refletores, podemos calcular a medida de coerência total sobre os tempos de trânsito calculados

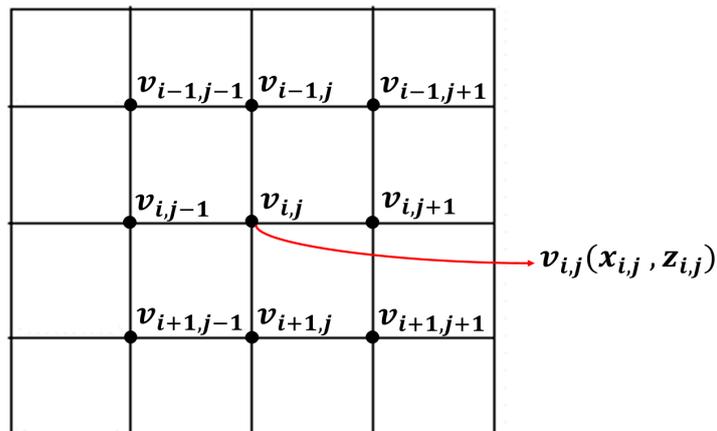
<sup>1</sup>Interpolação realizada por *splines* cúbicas

Figura 5.2: Esquema de parametrização do modelo. O processo de inversão consiste em determinar cada ponto  $(z_{ij}, v_{ij})$  de localização horizontal  $X_j$ , com  $i = 1, 2, \dots, n$  e  $j = 1, 2, \dots, m$ .



Fonte: O autor.

Figura 5.3: Modelo de velocidades parametrizado. Os pontos da malha representam as velocidades estimadas em função das coordenadas verticais e horizontais.



Fonte: O autor.

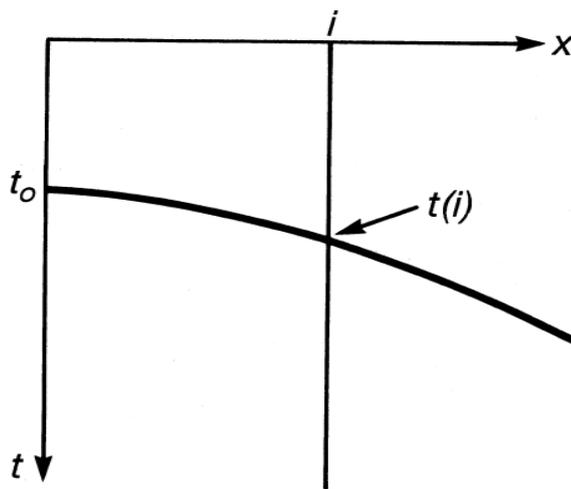
pela aproximação SRC-AF. Quanto maior o valor da coerência, melhor o modelo interpretativo considerado. Para um grande número de traços, podemos fazer uso do fato de que, quando empilhamos vários canais ao mesmo tempo, a amplitude resultante é geralmente maior onde os canais individuais são similares (ou coerentes), ou seja, eles são empilhados em fase. Seguindo o mesmo raciocínio, a amplitude resultante é menor quando os sinais são incoerentes. Além do mais, o objetivo principal da inversão é encontrar um modelo onde esta medida seja máxima.

Vamos adotar a função semblance (NEIDELL; TANER, 1971) para estimar a presença ou ausência de sinais correlacionados ao longo das curvas de tempo de trânsito calculadas pelo método SRC-AF. A função  $S$ , que pertence ao intervalo  $0 \leq S(\mathbf{m}) \leq 1$  e que é a medida da razão entre a energia do sinal após o empilhamento dos traços e a energia de todos os traços envolvidos no somatório, é dada por

$$S(\mathbf{m}) = \frac{\sum_t \left[ \sum_{i=1}^M A_{i,t(i)} \right]^2}{M \sum_t \left[ \sum_{i=1}^M A_{i,t(i)}^2 \right]}, \quad (5.1)$$

onde, considerando os atributos SRC-AF,  $\mathbf{m} = (\mathbf{v}, \mathbf{z}(\mathbf{v}), \mathbf{w}(\mathbf{v}, \mathbf{z}))$ , com  $\mathbf{w} = (K_1, K_2, K_3, \beta_S, \beta_G)$ ,  $A_{i,t(i)}$  corresponde a amplitude no  $i$ -ésimo traço no tempo duplo  $t(i)$ , com  $i = 1, \dots, M$ , que se encontra ao longo da trajetória hiperbólica de empilhamento SRC-AF definida pelos parâmetros em  $\mathbf{w}$  (Figura 5.4). O valor  $M$  é o número de traços no dado da família PMC e  $\sum_t$  significa que o empilhamento é realizado em uma janela temporal definida em relação a trajetória de empilhamento central (Figura 5.5).

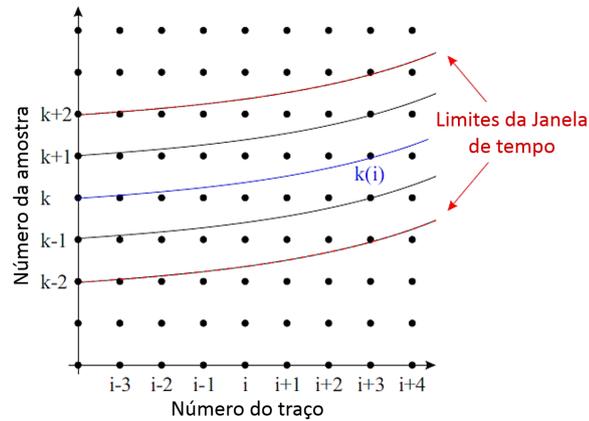
Figura 5.4: Amplitude empilhada ao longo da trajetória hiperbólica de tempo de trânsito. As amplitudes  $A_{i,t(i)}$  ao longo da hipérbole de melhor ajuste, definida pelos parâmetros ótimos de  $\mathbf{w}$ , são somadas a fim de se obter o valor do semblance.



Fonte: Adaptado de Yilmaz (2001).

No processo de inversão, para cada camada, é utilizada a média aritmética dos valores de semblance calculados como parâmetro de maximização. Assim, a equação 5.1 torna-se:

Figura 5.5: Esquema representativo do cálculo do semblance em 2D. O semblance é calculado ao longo das superfícies  $k(i)$  dispostas simetricamente e paralelas em relação a  $k$ .



Fonte: Adaptado de Müller (2003).

$$E(\mathbf{m}) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left( \frac{\sum_t \left[ \sum_{i=1}^M A_{i,t(i)} \right]^2}{M \sum_t \left[ \sum_{i=1}^M A_{i,t(i)}^2 \right]} \right)_j, \quad (5.2)$$

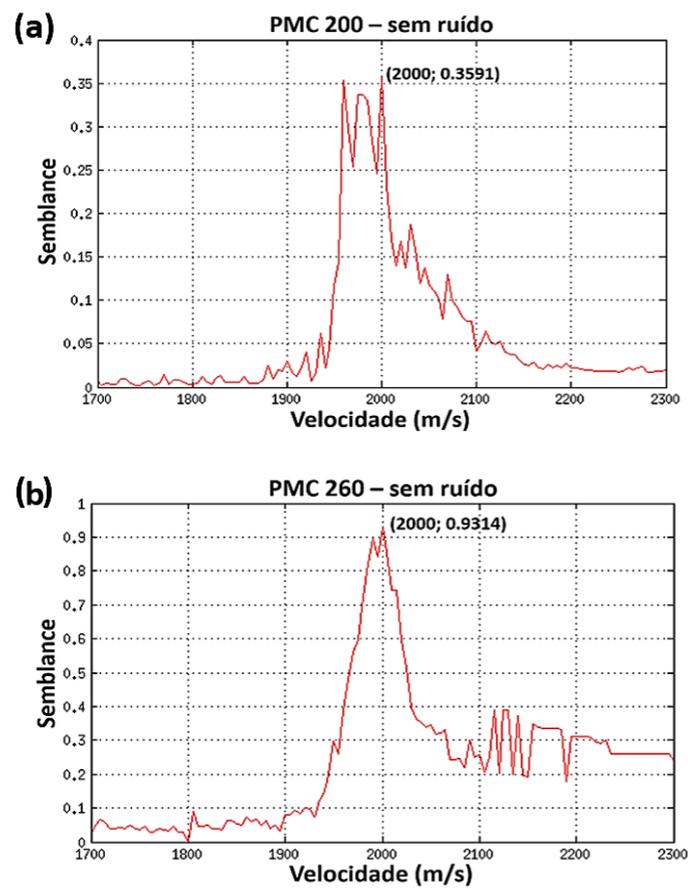
onde  $n$  é o número de PMCs analisados. A natureza do algoritmo de otimização VFSA é o cálculo do valor mínimo de energia (APÊNDICE A), desta forma, é usual a multiplicação de  $E$  pelo fator  $(-1)$  para que, assim, seu valor máximo seja estimado.

A função semblance é multimodal

Considere agora a Figura 5.6. Ela foi obtida a partir do cálculo da função semblance usando a aproximação SRC-AF para duas famílias PMC de uma aquisição simulada na primeira camada do modelo apresentado anteriormente na seção conversão tempo-profundidade por raio imagem (Figura 2.6). A velocidade exata na camada é de 2000 m/s e foram realizados testes para as velocidades entre 1700 m/s e 2300 m/s, com intervalo de 5 m/s ("escaneamento" de velocidades (MESQUITA et al., 2015)).

A Figura 5.6a ilustra o cálculo do semblance para o PMC 200 e a Figura 5.6b para o PMC 260, ambos sem ruído, no qual é notório a presença de vários pontos de máximo local nas duas curvas. Por esta razão, os métodos de otimização local para problemas de inversão por medida de coerência podem não ser os mais adequados, pois a velocidade estimada poderia estar relacionada a um semblance máximo local. Assim, são indicados métodos de busca global para este tipo de problema.

Figura 5.6: (a) Cálculo do semblance para o PMC 200 e (b) para o PMC 260 referentes a primeira camada do modelo da Figura 2.6. As duas curvas apresentam vários pontos de máximo local, sendo indicados métodos de busca global para problemas de inversão por medida de coerência.



Fonte: O autor.

## 5.2 Aplicação a dados sintéticos

### 5.2.1 Parâmetros de Aquisição e Geometria dos Modelos

Nesta seção são apresentados alguns resultados para modelos sintéticos com e sem variação lateral de velocidade nas camadas. Os modelos foram gerados e processados pelo pacote de código aberto de sísmica *Seismic Unix* (SU). As aquisições foram simuladas com traçamento de raios usando a configuração *split-spread*, além da adição de ruído aos traços, calculado pela fórmula:

$$S_s = S_e + \left( \frac{1}{sr} \right) \left( \frac{\sqrt{2AS_m}}{2A} \right) N, \quad (5.3)$$

onde  $S_s$  é o sinal de saída,  $S_e$  é o sinal de entrada,  $sr$  é a razão sinal-ruído,  $A$  é a energia por amostra,  $S_m$  é o valor absoluto do sinal máximo e  $N$  é a distribuição de probabilidade de ruído (gaussiano). Os parâmetros de aquisição para os modelos são apresentados na Tabela 5.1 .

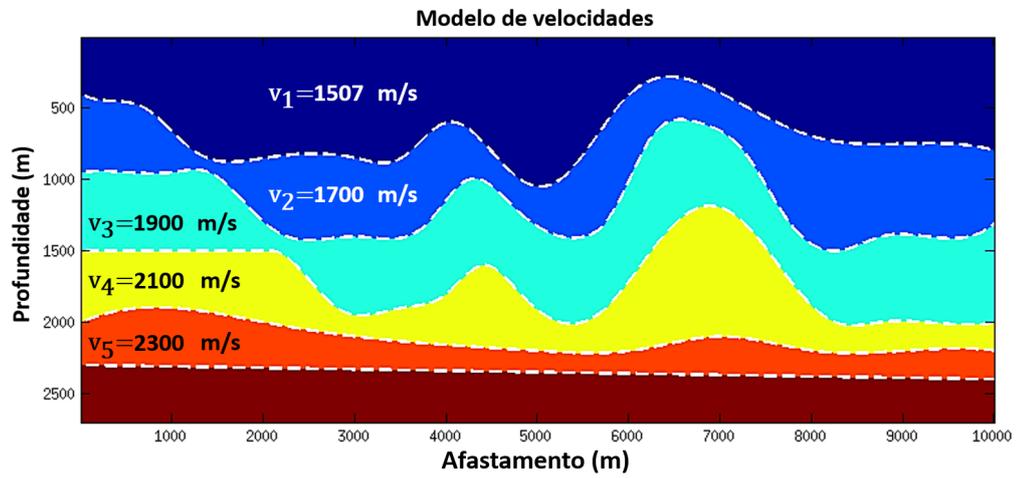
Tabela 5.1: Parâmetros de aquisição dos modelos sísmicos sintéticos, aos quais foi aplicado o processo de inversão.

Extensão do levantamento	14 km
Número de tiros	12000
Número de posições da fonte	200
Número de receptores igualmente espaçados em relação a fonte	60
Espaçamento entre receptores	50 m
Espaçamento entre tiros	50 m
Taxa de amostragem	0,004 s
Número de CMPs	458

### 5.2.2 Exemplo 1a

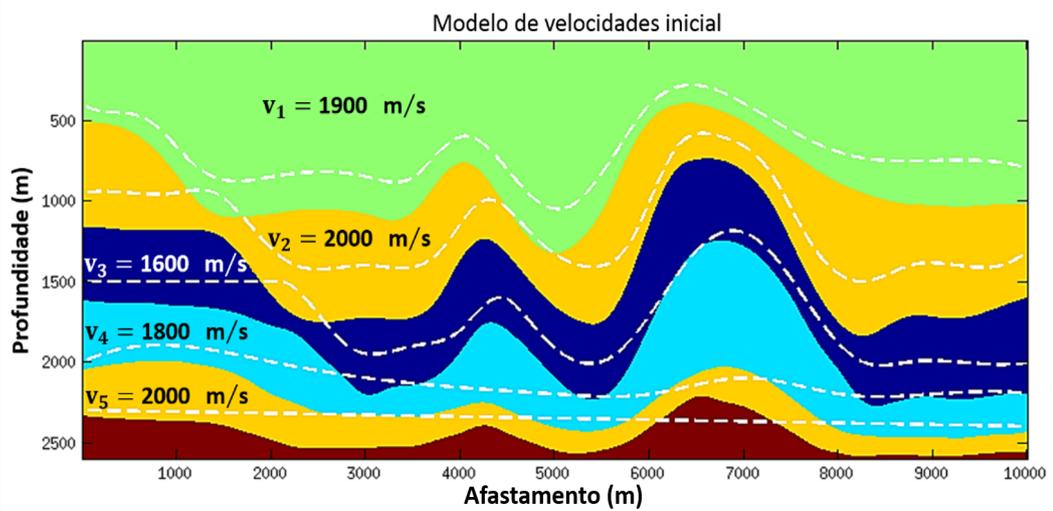
Neste exemplo, é aplicado o algoritmo proposto ao modelo geológico apresentado na Figura 5.7. O modelo é constituído de cinco camadas, homogêneas e isotrópicas, com velocidades:  $v_1 = 1507m/s$ ,  $v_2 = 1700m/s$ ,  $v_3 = 1900m/s$ ,  $v_4 = 2100m/s$  e  $v_5 = 2300m/s$ . São analisados 18 PMCs para cada camada, espaçados de 500 m cada. Cada PMC contém 15 traços com intervalo de 50 m e com abertura máxima de 1450 m. A razão sinal-ruído ( $sr$ ) no dado é igual a 50 (Equação 5.3). O primeiro PMC (PMC 60) está localizado em 737,5 m e o último (PMC 400) em 9237,5 m. Vamos considerar nosso modelo inicial (Figura 5.8) a partir da aplicação da conversão tempo-profundidade usando as velocidades iniciais em cada camada. Os tempos de trânsito para o traçamento dos raios imagens, a fim de realizar a conversão tempo-profundidade, foram obtidos do *picking* nos eventos (interfaces) da seção migrada em tempo, com intervalo de 10 traços (250 m) cada (Figura 5.9). As linhas tracejadas representam as interfaces exatas no modelo sintético.

Figura 5.7: Modelo geológico de velocidades sísmicas constantes. As linhas tracejadas representam as posições exatas das interfaces no modelo.



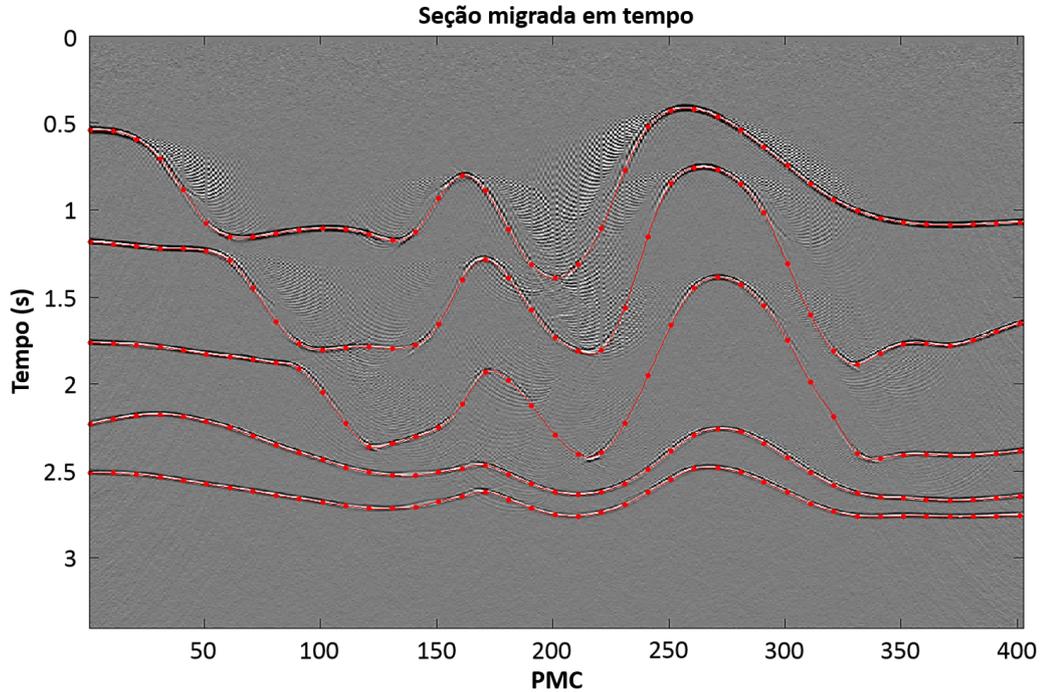
Fonte: O autor.

Figura 5.8: Modelo de velocidades inicial para o exemplo 1a. As linhas tracejadas representam as interfaces reais do modelo.



Fonte: O autor.

Figura 5.9: Seção migrada em tempo e pontos de *picking* para obter os tempos de trânsito dos raios imagens nos eventos principais (linhas vermelhas)



Fonte: O autor.

A Tabela 5.2 apresenta as grandezas usadas no processo de inversão, bem como os resultados obtidos, onde:  $v$  é a velocidade exata no modelo,  $v_0$  é a estimativa inicial de velocidade,  $v_{ib}$  é o intervalo de busca de velocidades,  $v_e$  é a velocidade estimada,  $e_v$  é o erro percentual relacionado à velocidade e  $e_z$  é a raiz do erro quadrático médio (REQM) relacionado às profundidades no modelo, que é calculado pela fórmula:

$$e_z = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z - z_e)^2} \quad (5.4)$$

onde,  $z$  é a profundidade exata e  $z_e$  é a profundidade estimada.

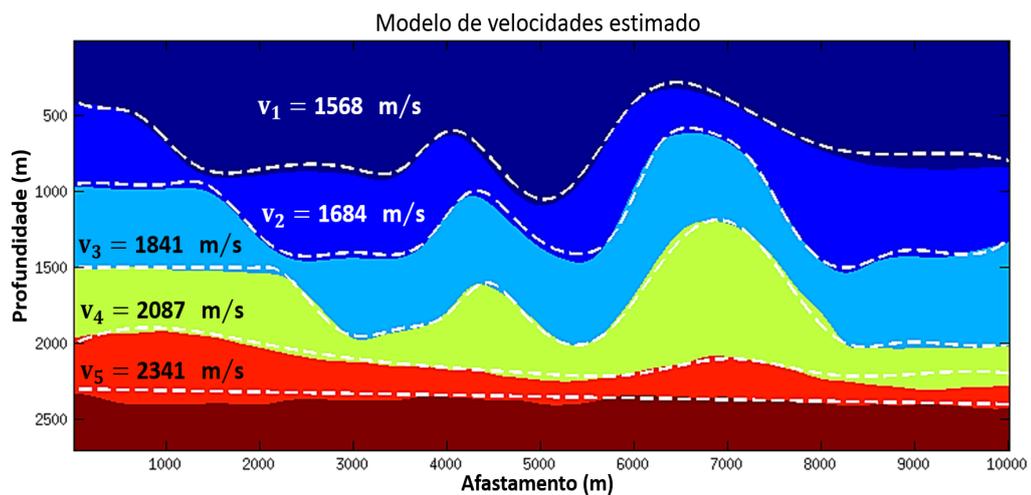
A Figura 5.10 apresenta o modelo final estimado, especificando as velocidades em cada camada junto com interfaces exatas do modelo (linhas tracejadas). Os resultados são coerentes com valores apresentados no modelo exato. A conversão tempo-profundidade por raio imagem estima muito bem as camadas mais profundas, fato que está relacionado ao baixo contraste entre as velocidades nas camadas, como podemos ver na Figura 5.11.

O empilhamento SRC-AF mostrou-se adequado para o algoritmo proposto, pois os valores calculados do semblance conduziram à uma estimativa de velocidades coerente em relação ao modelo exato em questão. Na Figura 5.12 podemos ver os traços referentes ao PMC 120 e, em vermelho, a curva de tempo de trânsito do empilhamento SRC-AF para os parâmetros

Tabela 5.2: Parâmetros e resultados do processo de inversão aplicado ao modelo sintético 1a.

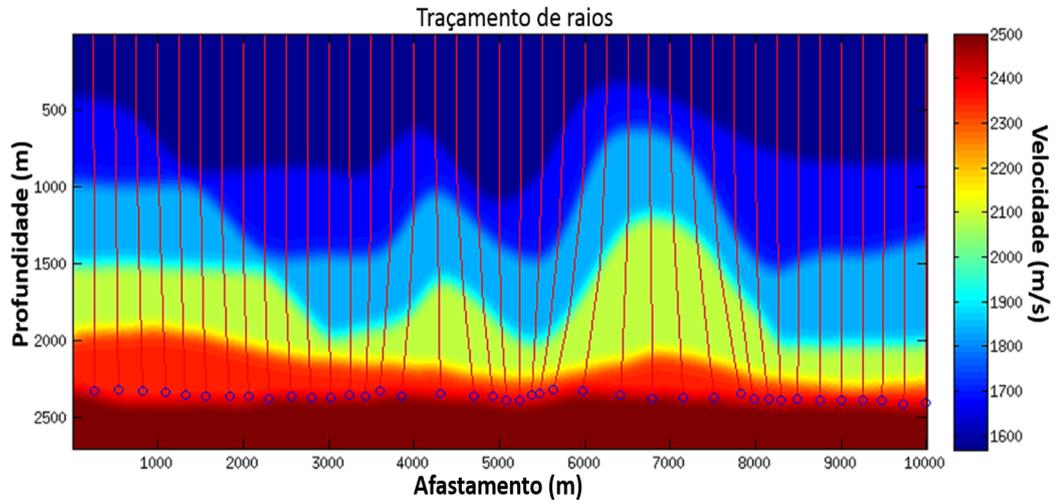
Grandeza	Camada 1	Camada 2	Camada 3	Camada 4	Camada 5
$v(m/s)$	1507	1700	1900	2100	2300
$v_0(m/s)$	1900	2000	1600	1800	2000
$v_{ib}(m/s)$	[1400; 2000]	[1600; 2100]	[1600; 2100]	[1800; 2200]	[2000; 2500]
$T_0$	2	2	2	2	2
$c$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3
$k$	200	100	100	100	100
$E$	0,3475	0,3481	0,3755	0,1924	0,3690
$v_e(m/s)$	1568	1682	1841	2087	2341
$e_v(\%)$	4,04	1,06	3,10	0,62	1,78
$e_z(m)$	47,49	30,15	28,43	42,66	43,81

Figura 5.10: Modelo de velocidades estimado. As linhas tracejadas representam as interfaces reais do modelo. Os resultados são coerentes com valores apresentados no modelo exato.



Fonte: O autor.

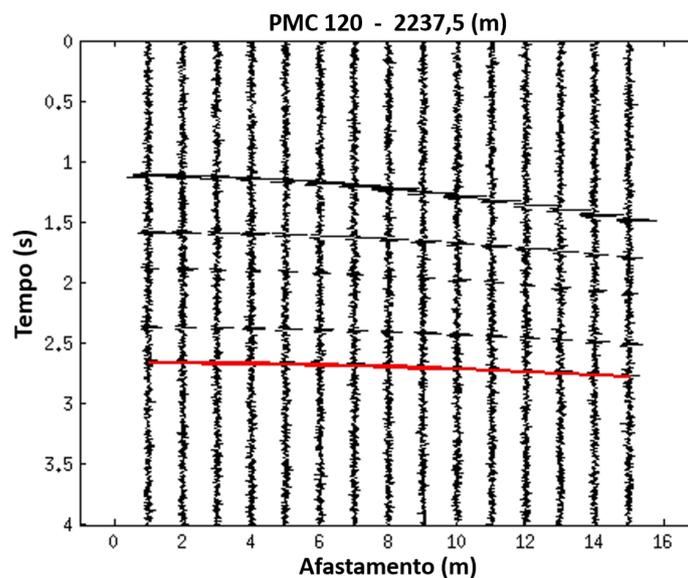
Figura 5.11: Traçamento de raios imagem no modelo de velocidades estimado. Os resultados concordam muito bem com os valores do modelo exato e a ausência da camada de alta velocidade torna possível a estimativa das camadas mais profundas.



Fonte: O autor.

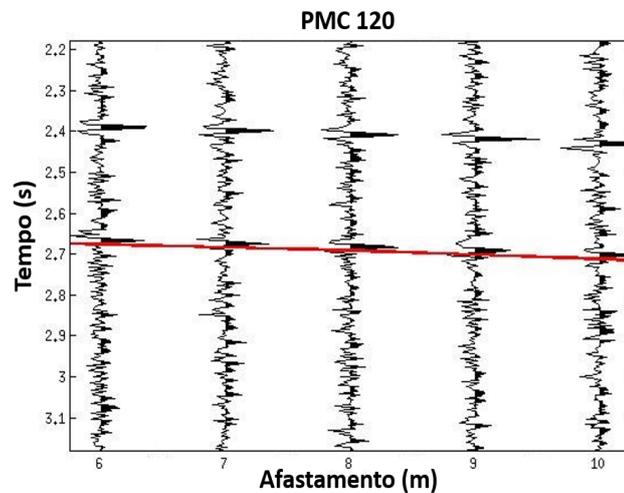
estimados (camada 5). Ampliando a imagem que contém a família de traços PMC 120 (Figura 5.13), vemos os traços de 6 à 10, as amplitudes e a curva SRC-AF para o cálculo do semblance. O tempo de trânsito do raio central localiza-se no traço 8, ou seja, fonte e geofone centrais em relação a máxima abertura.

Figura 5.12: Traços referentes ao PMC 120 e, em vermelho, curva SRC-AF (camada 5). O tempo de trânsito do raio central localiza-se no traço 8 (fonte e geofone centrais em relação ao máximo afastamento).



Fonte: O autor.

Figura 5.13: Traços 6, 7, 8 e 10 referentes ao PMC 120 após ampliação da imagem. Em vermelho, curva SRC-AF (camada 5) para o cálculo do semblance.



Fonte: O autor.

### 5.2.3 Exemplo 1b

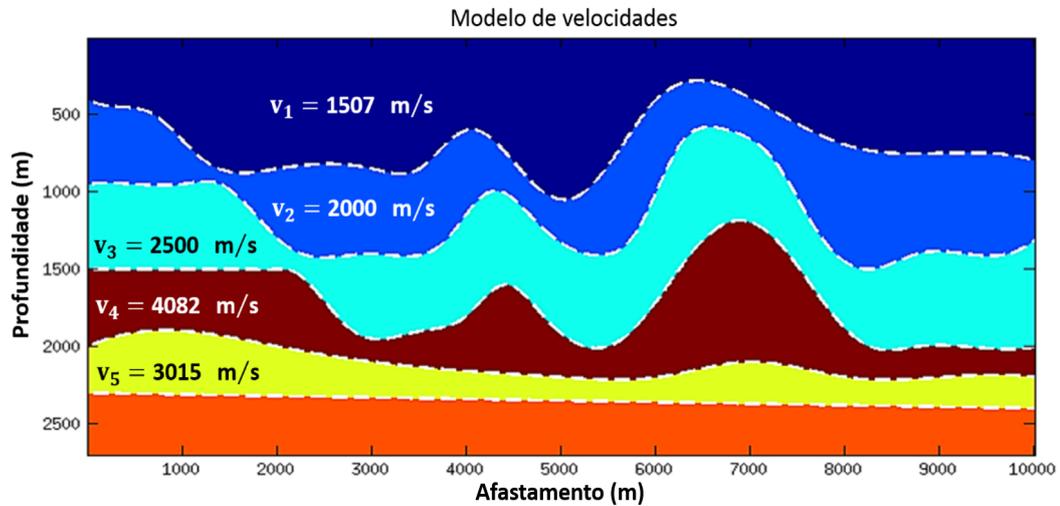
Neste exemplo, o modelo geológico (Figura 5.14), ao qual foi aplicado o algoritmo de inversão, é semelhante estruturalmente ao modelo do exemplo 1a. Ele é constituído de cinco camadas, homogêneas e isotrópicas, com velocidades intervalares constantes:  $v_1 = 1507m/s$ ;  $v_2 = 2000m/s$ ,  $v_3 = 2500m/s$ ,  $v_4 = 4085m/s$  e  $v_5 = 3015m/s$ . Uma particularidade deste modelo é a presença de uma camada de alta velocidade (quarta camada), além das estruturas complexas. Outro fato a considerar, é o aumento do contraste entre as velocidades no modelo. A razão sinal-ruído presente no dado é de  $sr = 50$ .

Para todas as camadas analisados 6 PMCs, sendo que, em cada um, há 15 traços com intervalo de 50 m e com afastamento máximo de 1450 m. O primeiro PMC (PMC 80) está localizado em 1237.5 m e o último (PMC 380) em 8737.5 m. Os tempos de trânsito para o traçamento dos raios imagens, a fim de realizar a conversão tempo-profundidade, foram obtidos do *picking* nos eventos principais (interfaces) da seção migrada em tempo, com intervalo de 10 traços (250 m). A Figura 5.15 ilustra os pontos interpolados com o objetivo de realçar as interfaces.

Como ponto de partida, foi criado um modelo aplicando a conversão tempo-profundidade usando as velocidades iniciais para cada camada (Figura 5.16), onde as linhas tracejadas representam as verdadeiras posições das interfaces. A Tabela 5.3 mostra as grandezas usados no processo de inversão, bem como os resultados obtidos.

Como podemos ver na Figura 5.17, o modelo estimado é muito próximo do modelo exato até a terceira camada. As camadas abaixo da camada de alta velocidade não são resolvidas, principalmente em regiões onde a geometria é mais complexa, isso ocorre devido as limitações inerentes ao traçamento de raios, por consequência, limitações usando a técnica de

Figura 5.14: Modelo geológico de velocidades sísmicas constantes. Note o contraste entre as velocidades.



Fonte: O autor.

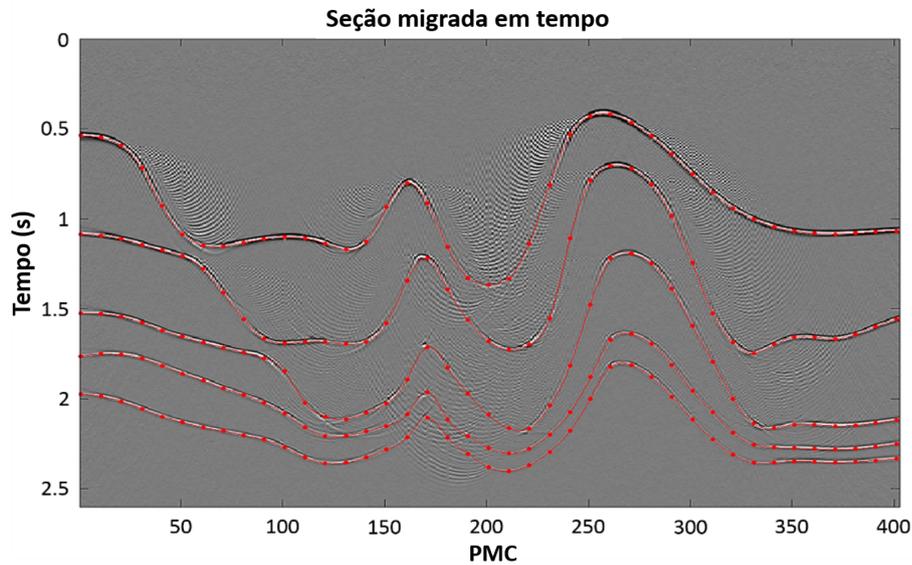
Tabela 5.3: Parâmetros e resultados do processo de inversão aplicado ao modelo sintético 1a.

Grandeza	Camada 1	Camada 2	Camada 3	Camada 4	Camada 5
$v(m/s)$	1507	2000	2500	4082	3015
$v_0(m/s)$	1800	1700	2300	3700	2700
$v_{ib}(m/s)$	[1400; 2000]	[1600; 2100]	[2200; 2600]	[3700; 4200]	[2700; 3300]
$T_0$	2	2	2	2	2
$c$	0,08	0,2	0,5	0,5	0,3
$k$	200	200	100	100	100
$E$	0,2166	0,2364	0,1398	0,1924	0,1435
$v_e(m/s)$	1492	1982	2522	3986	2819
$e_v(\%)$	0,99	0,90	0,88	2,35	6,50
$e_z(m)$	24,35	20,94	36,42	171,56	191,75

conversão tempo-profundidade por raio imagem. A Figura 5.18 apresenta o traçamento de raios imagens no modelo exato, o que torna mais claro o que foi dito acima.

O empilhamento SRC-AF mostrou-se eficiente considerando o exemplo e o método proposto, pois os parâmetros obtidos ficaram muito próximos aos do modelo exato em questão até a terceira camada. A Figura 5.19 mostra os traços referentes ao PMC 80 e, em vermelho, a curva SRC-AF (camada 3) para os parâmetros estimados. Ampliando um pouco mais a imagem (Figura 5.20), temos os traços de 9 à 12 para a mesma família de traços PMC onde é possível ver a curva de tempo de trânsito SRC-AF e as amplitudes para o cálculo do semblance. O tempo de trânsito do raio central localiza-se no traço 8 (fonte e geofone centrais em relação a máxima abertura).

Figura 5.15: Seção migrada em tempo e pontos de *picking* para estimar os tempos de trânsito dos raios imagens nos eventos principais (linhas vermelhas).



Fonte: O autor.

#### 5.2.4 Exemplo 2

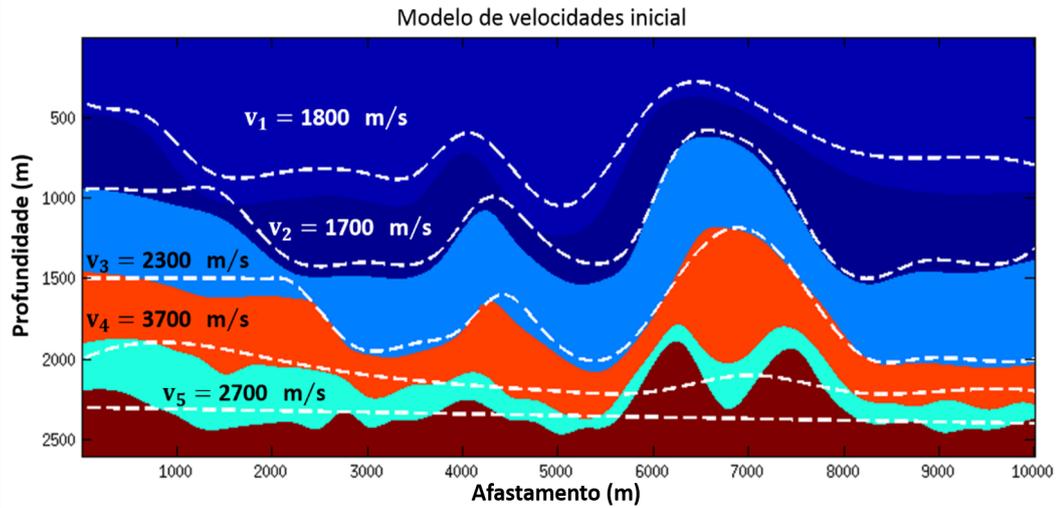
O modelo deste exemplo apresenta variação lateral de velocidades nas camadas. A Figura 5.21 mostra o modelo exato. A velocidade na primeira camada é constante e igual  $v_1 = 1507\text{m/s}$ , enquanto que na segunda há variação lateral descrita por 8 pontos interpolados usando *splines* cúbicas nas posições horizontais: 0 m; 1237,5 m; 2737,5 m; 4237,5 m; 5737,5 m; 7237,5 m; 8737,5 m e 10000 m.

Tabela 5.4: Grandeza e resultados do processo de inversão aplicado ao modelo sintético 2.

Grandeza	Camada 1	Camada 2
$v(m/s)$	1507	[2773, 2650, 2520, 2408, 2310, 2222, 2145, 2085]
$v_0(m/s)$	1350	[2600, 2500, 2400, 2300, 2200, 2100, 2000, 2200]
$v_{ib}(m/s)$	[1350; 1600]	[2600, 2500, 2400, 2300, 2200, 2100, 2000, 2000; 2800, 2700, 2600, 2500, 2400, 2300, 2300, 2200]
$T_0$	2	1
$c$	0,1	0,8
$k$	200	500
$E$	0,4877	0,3496
$v_e(m/s)$	1514	2789, 2626, 2462, 2423, 2262, 2239, 2122, 2118
$e_v(\%)$	0,46	0,57; 0,95; 2,40; 0,65; 2,07; 0,75; 1,07; 1,58
$e_z(m)$	1,96	11,84

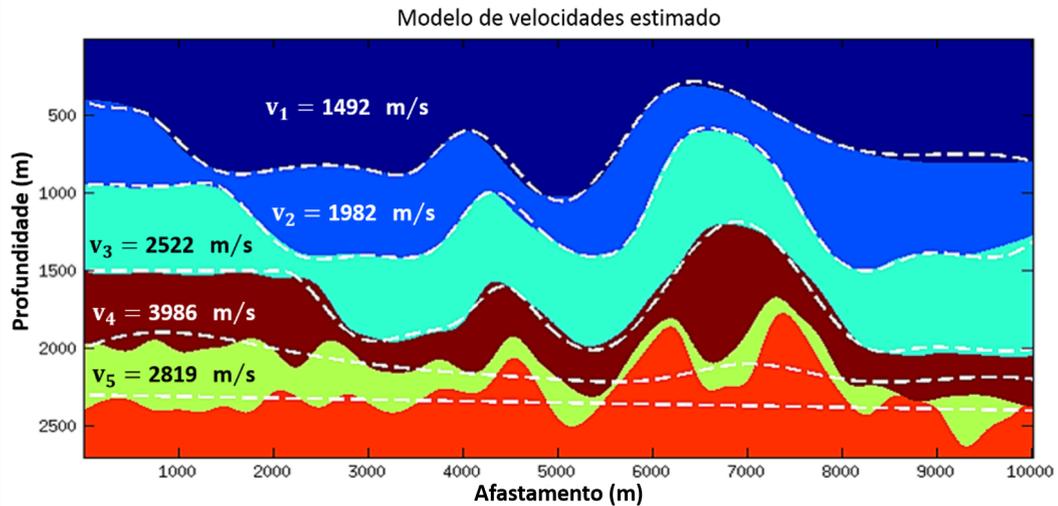
Os dados de entrada para a inversão consistem de 6 PMCs, com razão sinal-ruído  $sr=40$ , e os tempos de trânsito de eventos na seção migrada, semelhante aos exemplos anteriores. A

Figura 5.16: Modelo construído com as velocidades-interfaces iniciais representadas por diferentes cores. As linhas tracejadas mostram as posições verdadeiras das interfaces.



Fonte: O autor.

Figura 5.17: Modelo de velocidades estimado. As três primeiras camadas foram bem resolvidas, apesar da geometria complexa e do contraste entre as velocidades de cada camada. As camadas quatro e cinco não são resolvidas de forma satisfatória, mostrando a sensibilidade da técnica de conversão tempo-profundidade por raio imagem em relação a modelos que apresentam camadas de alta velocidade. As linhas tracejadas representam as interfaces reais do modelo.



Fonte: O autor.

Tabela 5.4 apresenta as velocidades exatas no modelo, velocidades iniciais, intervalo de busca de velocidades e parâmetros VFSA para as duas camadas, bem como os resultados obtidos após a aplicação do algoritmo. Mais uma vez, usamos uma tentativa por temperatura para cada camada quando aplicado o VFSA.

Para a camada 1, os resultados são bem próximos ao modelo exato, como mostra a Tabela 5.4. Para a camada 2, a Figura 5.22a apresenta as curvas *spline* para as velocidades

Figura 5.18: Raios imagens para a conversão tempo-profundidade. Note que as camadas abaixo da camada de alta velocidade não são resolvidas nas regiões onde a geometria é mais complexa.

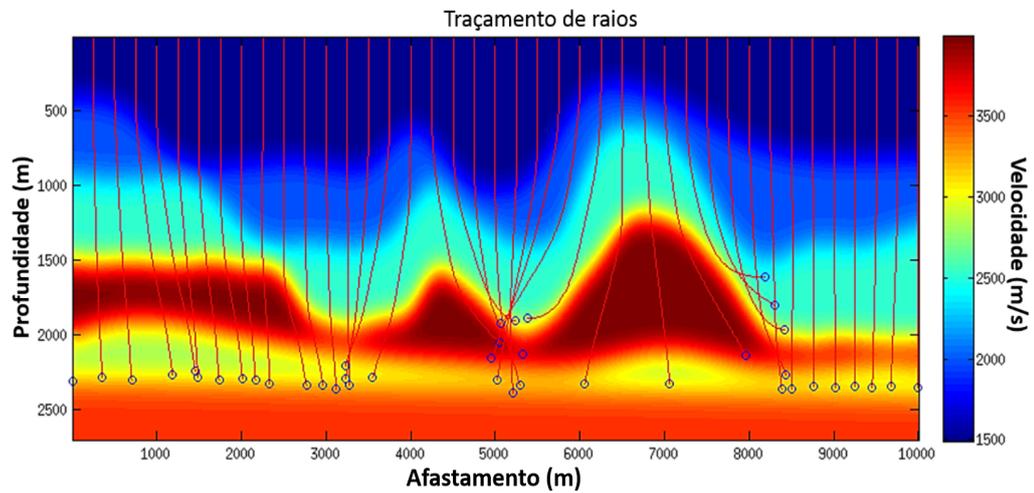


Figura 5.19: Traços referentes ao PMC 80 e, em vermelho, curva SRC-AF (camada 3). O tempo de trânsito do raio central localiza-se no traço 8 (fonte e geofone centrais em relação a abertura máxima).

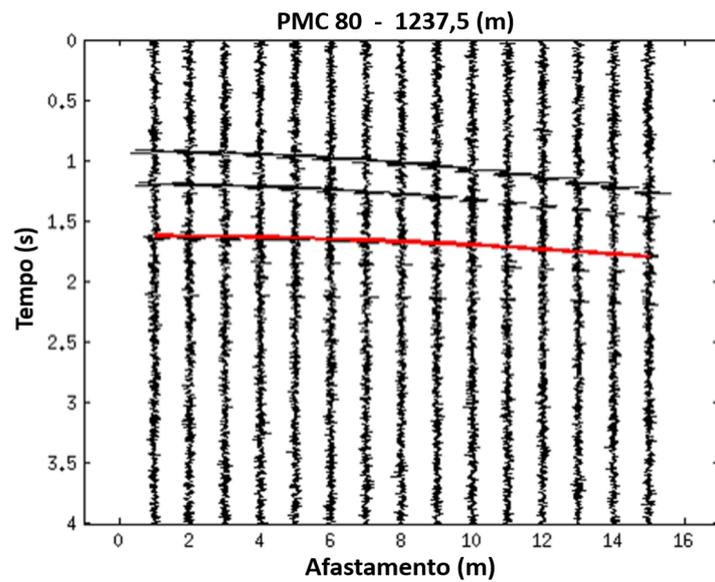
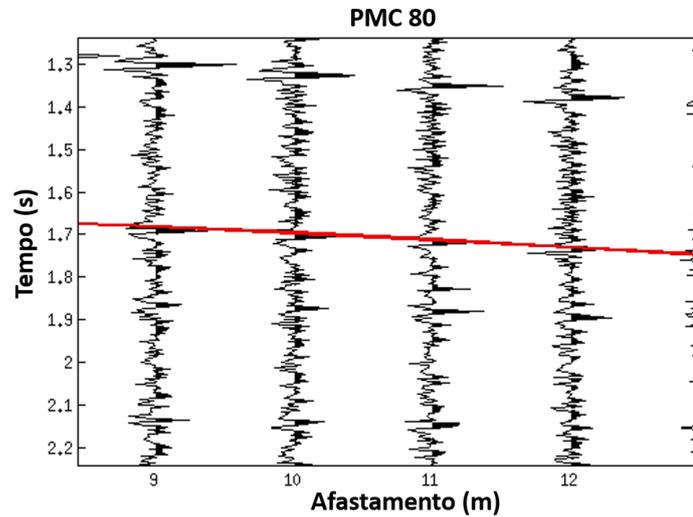
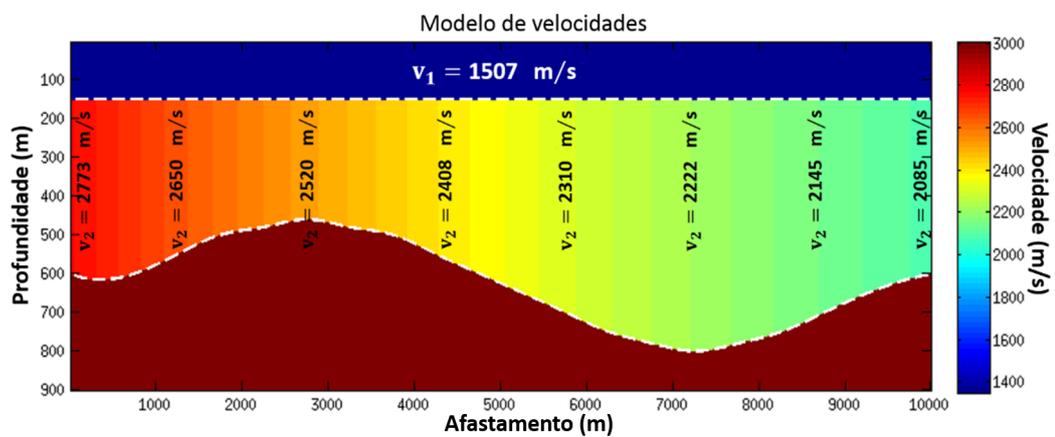


Figura 5.20: Traços 9, 10, 11 e 12 referentes ao PMC 80 após ampliação da imagem. Em vermelho, curva SRC-AF (camada 3) para o cálculo do semblance.



Fonte: O autor.

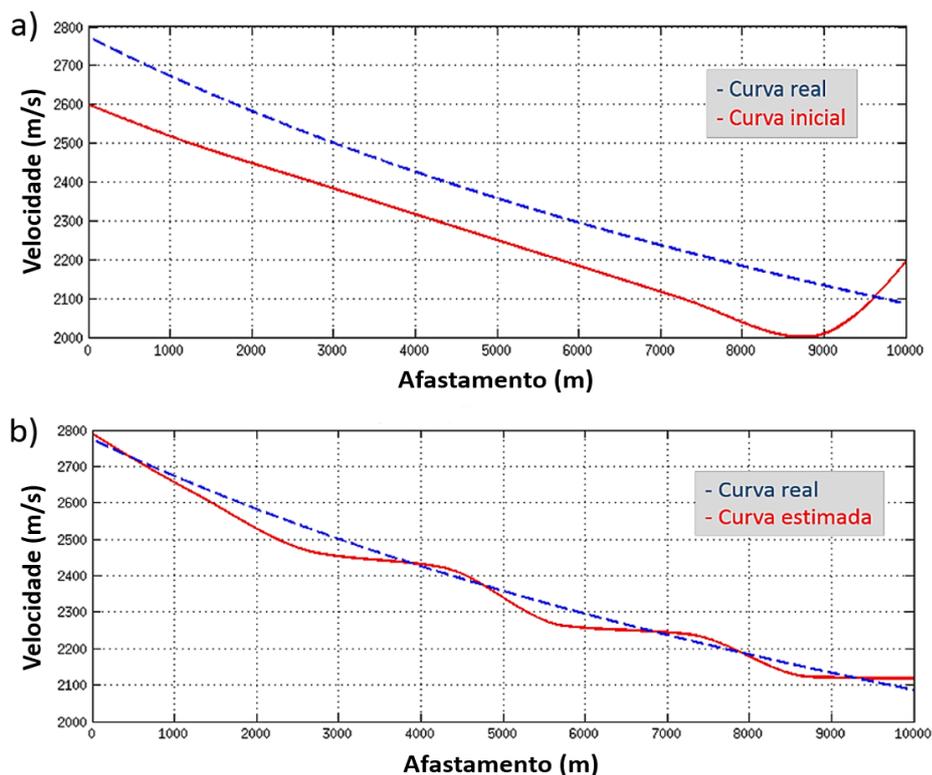
Figura 5.21: Modelo de velocidades com variação lateral de velocidade na segunda camada. As linhas tracejadas representam as interfaces reais do modelo.



Fonte: O autor.

exatas (azul tracejada) e inicial (vermelha). Imediatamente abaixo, a Figura 5.22b ilustra o resultado alcançado após 160 iterações, onde, neste caso, a curva vermelha são as velocidades estimadas. O modelo final estimado é apresentado na Figura 5.23, onde as linhas tracejadas representam as interfaces exatas.

Figura 5.22: (a) As curvas azul e vermelha representam, respectivamente, as velocidades exatas e iniciais para a camada 2 do modelo. Já em (b), elas representam as velocidades exatas e as velocidades estimadas.



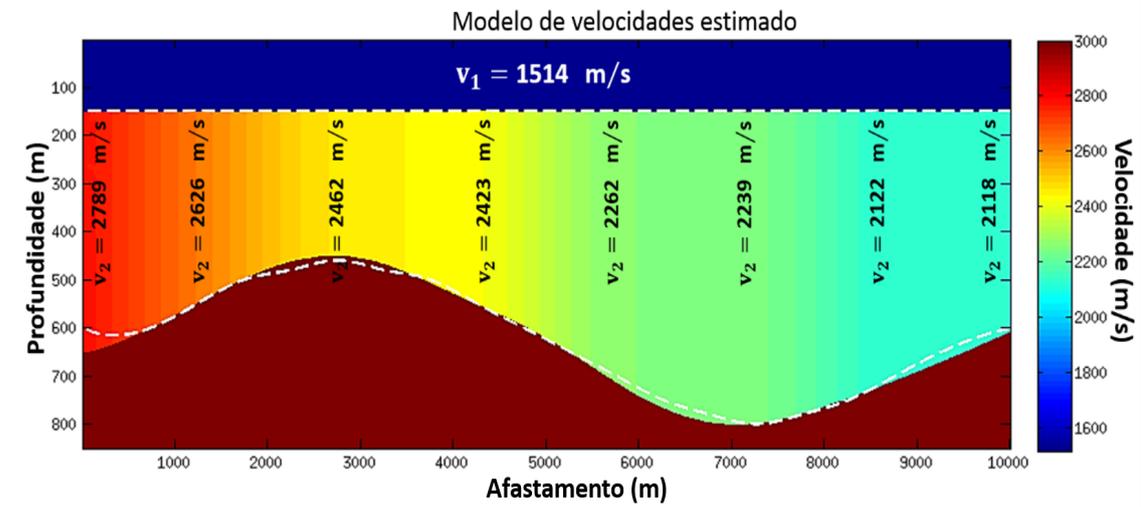
Fonte: O autor.

A Figura 5.24 ilustra a curva da aproximação SRC-AF para o PMC 320 considerando as velocidades estimadas na camada 2. Ampliando a imagem (Figura 5.25), é possível ver com mais detalhes os traços, amplitudes e a curva SRC-AF para o cálculo do semblance.

### 5.3 Aplicação a dado real

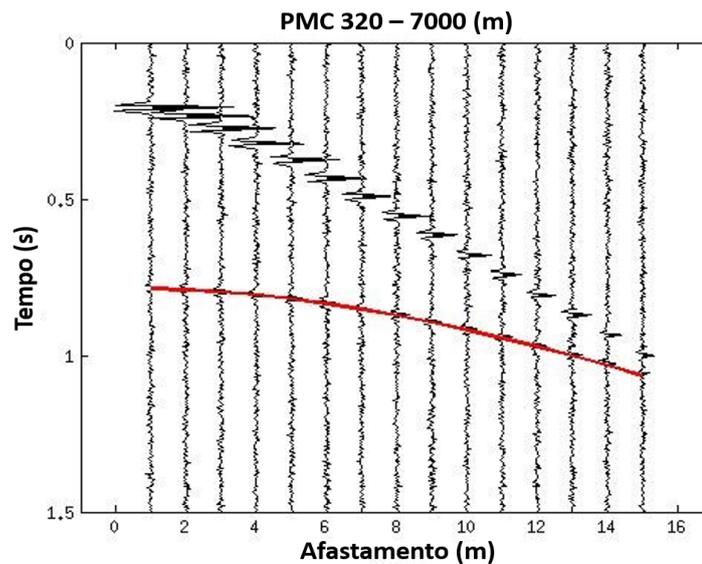
Neste exemplo, é aplicada a estratégia proposta a um dado real. Este dado consiste de uma parte da aquisição na Bacia do Tacutu, localizada na fronteira norte do Brasil com a Guiana Francesa. A Figura 5.26 mostra parte da seção Tacutu migrada, em que, interpretamos sete eventos de reflexão. Ela compreende uma distância horizontal de 10500 m e tempo de 1,6 s. Os dados de entrada para a inversão consistem de 39 PMCs, com 2500 m de afastamento máximo e 6 traços, onde o primeiro PMC (PMC 1020) está em 500 m e o último (PMC 1400) em 10000 m.

Figura 5.23: Modelo de velocidades estimado para o exemplo sintético 2. As linhas tracejadas representam as interfaces reais do modelo geológico.



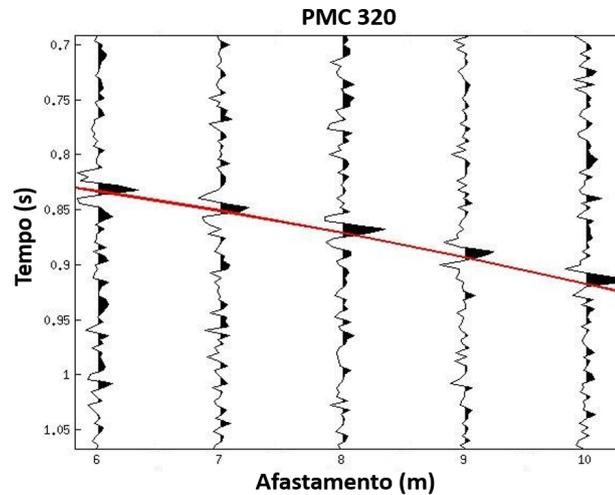
Fonte: O autor.

Figura 5.24: Traços referentes ao PMC 320 e, em vermelho, curva SRC-AF (camada 2). O tempo de trânsito do raio central localiza-se no traço 8 (fonte e geofone centrais em relação a abertura máxima).



Fonte: O autor.

Figura 5.25: Traços 6, 7, 8, 9 e 10 referentes ao PMC 320 após ampliação da imagem. Em vermelho, curva SRC-AF (camada 2) para o cálculo do semblance.

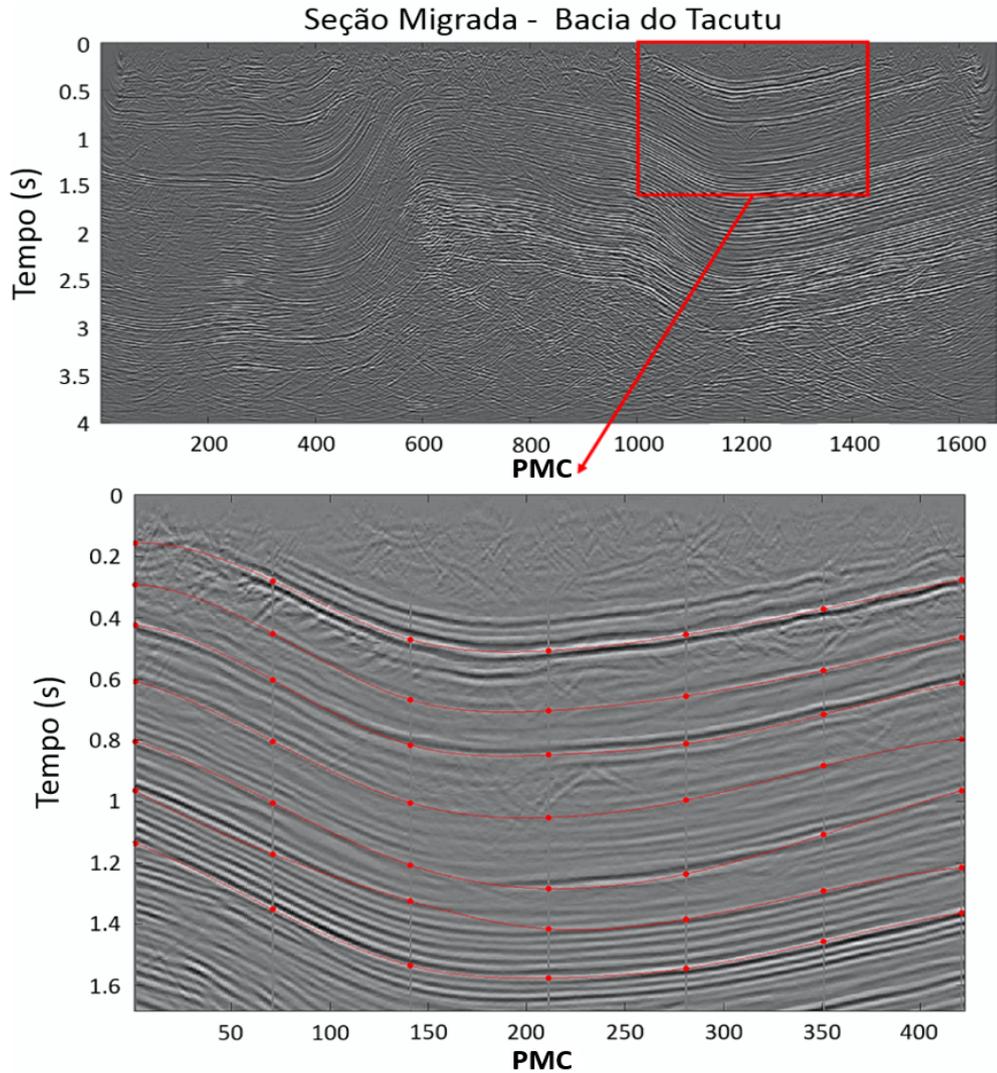


Fonte: O autor.

A partir da aplicação da Fórmula de Dix (DIX, 1955), foram encontradas as estimativas iniciais das velocidades intervalares nas camadas. Também foi possível definir os intervalos de busca para as velocidades com o uso dessas informações. Um intervalo é definido da seguinte forma: a partir da velocidade estimada por Dix, um acréscimo para mais, e outro para menos, é adicionado a esta velocidade. Os pontos de estimativa no modelo coincidem com os pontos de *picking* na seção migrada, localizados entre 0 e 10500 m, com espaçamento de 1750 m. Consideramos para o meio-offset dos raios centrais SRC-AF o valor de 500 m em cada PMC.

Nas Tabelas 5.5, 5.6, 5.7, 5.8, 5.9 e 5.10 são apresentadas as grandezas e os resultados do esquema de inversão proposto. Foi escolhido o parâmetro de temperatura inicial para o VFSA  $T_0 = 2$  para todas as camadas. A Figura 5.27 mostra a avaliação do semblance por iteração na busca do seu valor máximo em cada camada. Na Figura 5.34, vemos o PMC em 1250 m e a curva de tempo de trânsito SRC-AF (em vermelho) para a avaliação do semblance relacionada ao evento de reflexão na camada 7, e a Figura 5.35 apresenta o modelo de velocidades final obtido.

Figura 5.26: Acima, seção Tacutu migrada em tempo. Abaixo, parte da seção usada no processo de inversão. Os pontos representam os *pickings* para a obtenção dos tempos para a conversão tempo-profundidade.



Fonte: O autor.

Tabela 5.5: Grandezas e resultados da inversão aplicada ao dado real Tacutu: camadas 1 e 2. A tabela apresenta a velocidade inicial, o espaço de busca de velocidades, os parâmetros VFSA e o resultado obtido.

Grandeza	Camada 1	Camada 2
$v_0(m/s)$	1800	[2300, 2300, 2500, 2400, 2300, 2300, 2300]
$v_{ib}(m/s)$	[1900; 2700]	[2300, 2300, 2500, 2400, 2300, 2300, 2300; 3200, 3200, 3400, 3300, 3200, 3200, 3200]
$c$	0,1	0,3
$k$	400	500
$E$	0,2046	0,2256
$v_e(m/s)$	1968	[2862, 2388, 2949, 2922, 3008, 2913, 2821]

Tabela 5.6: Grandezas e resultados da inversão aplicado ao dado real: camada 3. A tabela apresenta a velocidade inicial, o espaço de busca de velocidades, os parâmetros VFSA e o resultado obtido.

Grandeza	Camada 3
$v_0(m/s)$	[2700, 2700, 3200, 3100, 3000, 2700, 2700]
$v_{ib}(m/s)$	[2700, 2700, 3200, 3100, 3000, 2700, 2700; 3600, 3600, 4100, 4000, 3900, 3600, 3600]
$c$	0,3
$k$	400
$E$	0,2193
$v_e(m/s)$	[2813, 3450, 3987, 3167, 3782, 2973, 3156]

Tabela 5.7: Grandezas e resultados da inversão aplicado ao dado real: camada 4. A tabela apresenta a velocidade inicial, o espaço de busca de velocidades, os parâmetros VFSA e o resultado obtido.

Grandeza	Camada 4
$v_0(m/s)$	[3100, 3400, 4000, 3800, 3700, 3300, 3300]
$v_{ib}(m/s)$	[3100, 3400, 4000, 3800, 3700, 3300, 3300; 4000, 4300, 4900, 4700, 4600, 4200, 4200]
$c$	0,3
$k$	400
$E$	0,2131
$v_e(m/s)$	[3822, 3422, 4092, 3846, 4426, 4142, 3745]

Tabela 5.8: Grandezas e resultados da inversão aplicado ao dado real: camada 5. A tabela apresenta a velocidade inicial, o espaço de busca de velocidades, os parâmetros VFSA e o resultado obtido.

Grandeza	Camada 5
$v_0(m/s)$	[3600, 4100, 4600, 4500, 4400, 4100, 3900]
$v_{ib}(m/s)$	[3600, 4100, 4600, 4500, 4400, 4100, 3900; 4500, 5000, 5500, 5400, 5300, 5000, 4800]
$c$	0,3
$k$	400
$E$	0,2223
$v_e(m/s)$	[3856, 4731, 5433, 4880, 4712, 4122, 4744]

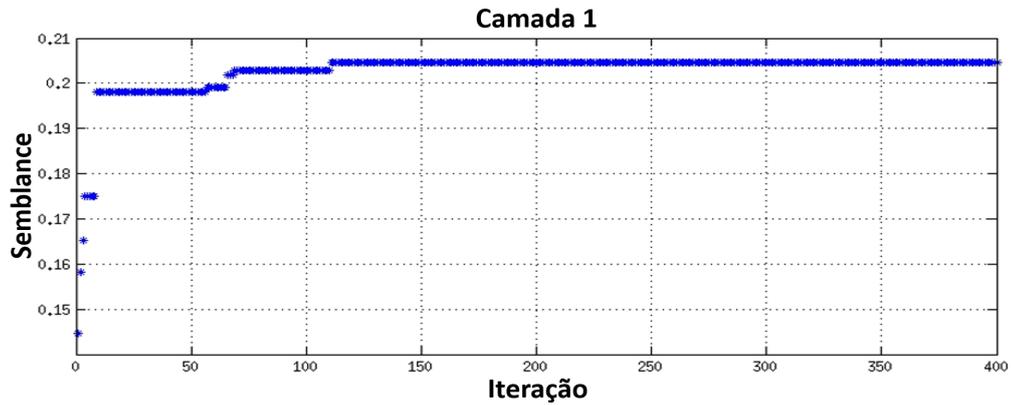
Tabela 5.9: Grandezas e resultados da inversão aplicado ao dado real: camada 6. A tabela apresenta a velocidade inicial, o espaço de busca de velocidades, os parâmetros VFSA e o resultado obtido.

Grandeza	Camada 6
$v_0(m/s)$	[3900, 4400, 4900, 4600, 4700, 4500, 4400]
$v_{sr}(m/s)$	[3900, 4400, 4900, 4600, 4700, 4500, 4400; 4800, 5300, 5800, 5500, 5600, 5400, 5300]
$c$	0,3
$k$	300
$E$	0,2445
$v_e(m/s)$	[4608, 4719, 5571, 5411, 5372, 5144, 4700]

Tabela 5.10: Grandezas e resultados da inversão aplicado ao dado real: camada 7. A tabela apresenta a velocidade inicial, o espaço de busca de velocidades, os parâmetros VFSA e o resultado obtido.

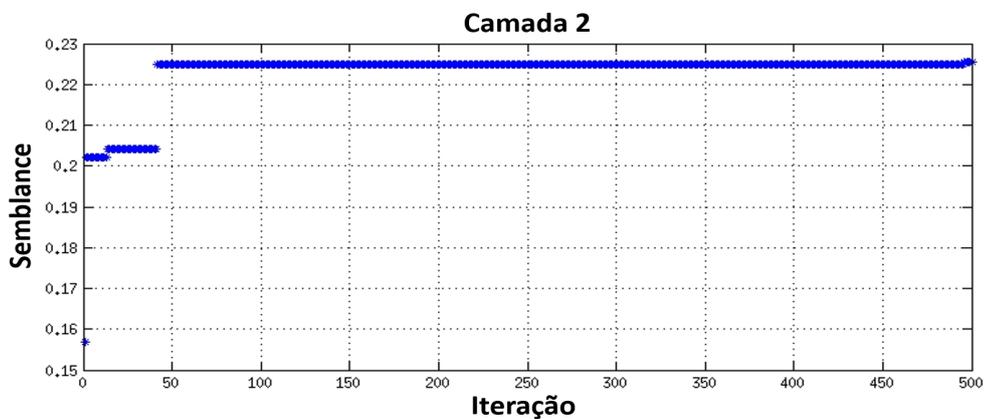
Grandeza	Camada 7
$v_0(m/s)$	[4100, 4500, 5100, 4700, 4700, 4600, 4400]
$v_{sr}(m/s)$	[4100, 4500, 5100, 4700, 4700, 4600, 4400; 5000, 5400, 6000, 5600, 5600, 5500, 5300]
$c$	0,3
$k$	300
$E$	0,2229
$v_e(m/s)$	[4836, 4557, 5910, 5212, 4803, 4674, 5092]

Figura 5.27: Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 1.



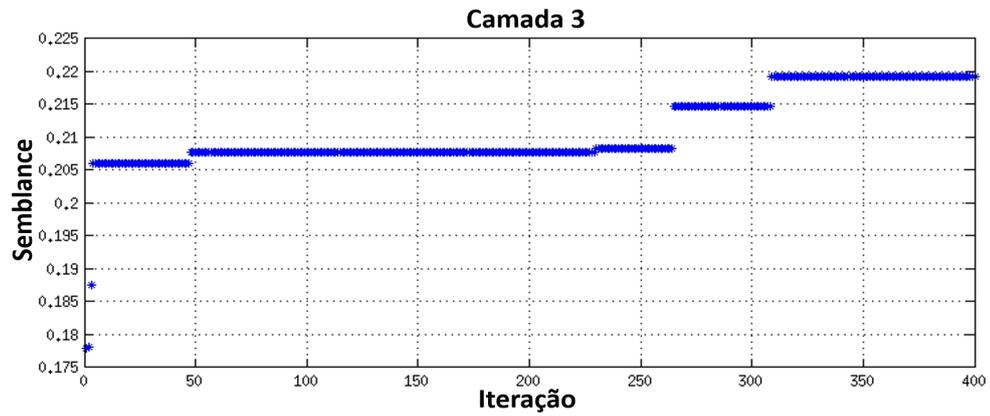
Fonte: O autor.

Figura 5.28: Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 2.



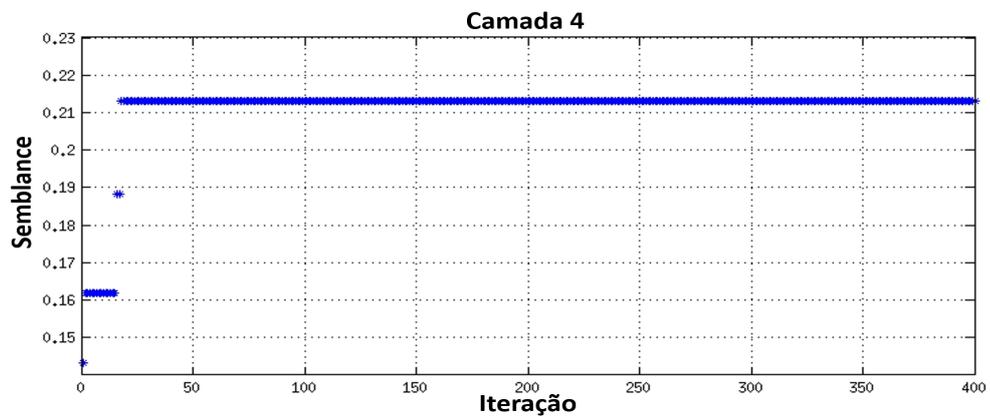
Fonte: O autor.

Figura 5.29: Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 3.



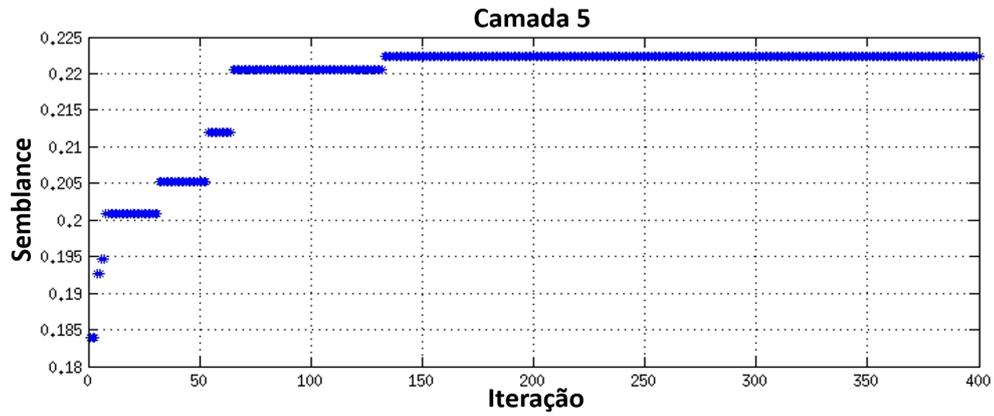
Fonte: O autor.

Figura 5.30: Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 4.



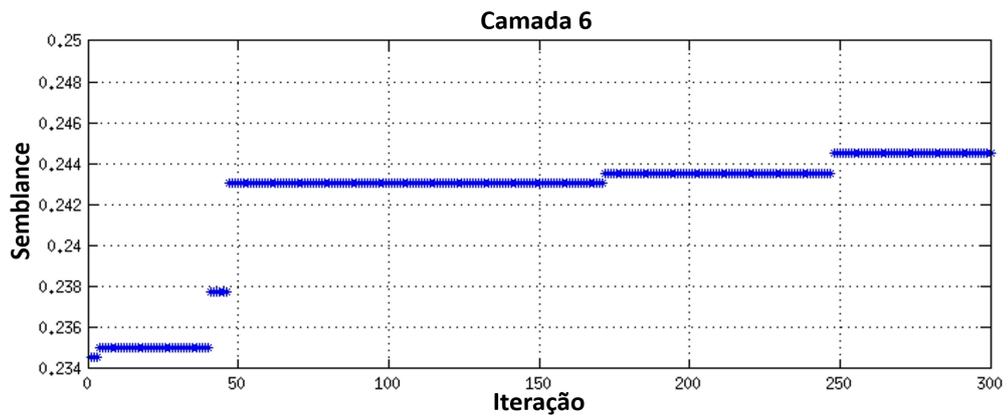
Fonte: O autor.

Figura 5.31: Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 5.



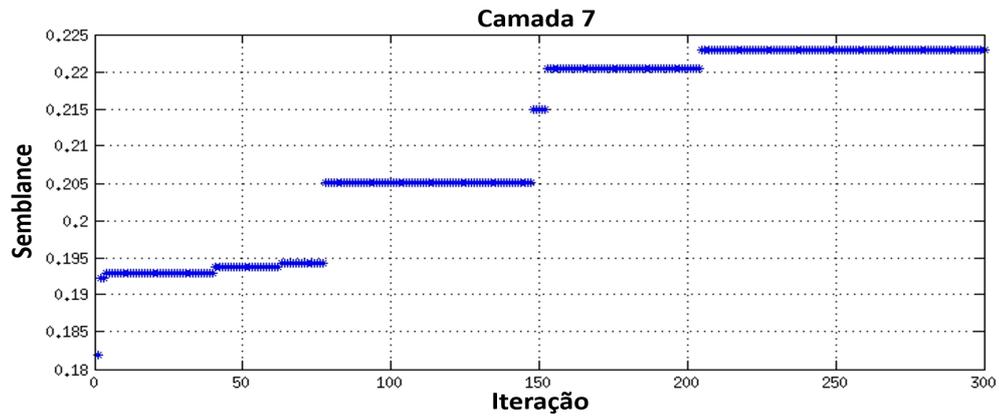
Fonte: O autor.

Figura 5.32: Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 6.



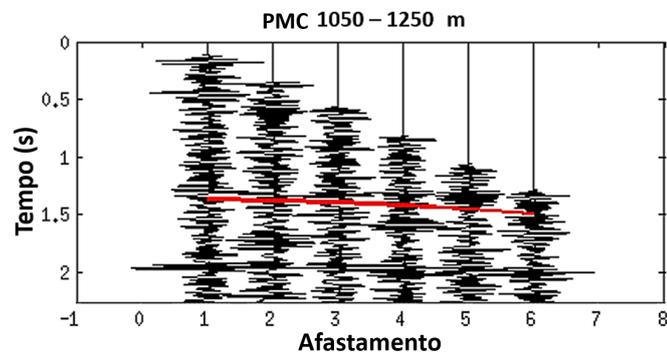
Fonte: O autor.

Figura 5.33: Evolução na análise do semblance por iteração na busca dos parâmetros ótimos para a camada 7.



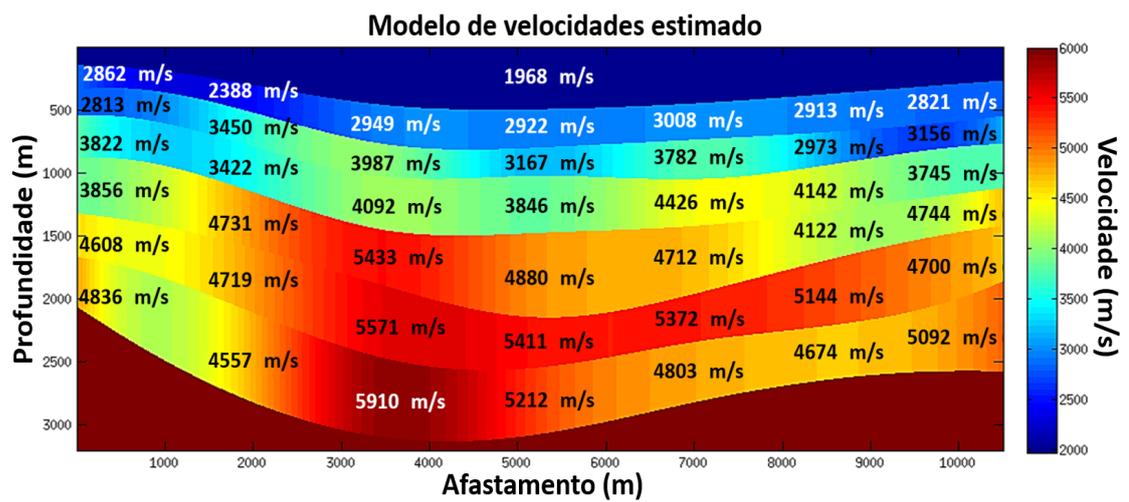
Fonte: O autor.

Figura 5.34: PMC e curva de tempo de trânsito FO-CRS para a avaliação do semblance referente a camada 7.



Fonte: O autor.

Figura 5.35: Modelo de velocidades-profundidades mostrando as velocidades estimadas em pontos específicos interpolados por *splines* cúbicas.



Fonte: O autor.

## 6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Esta tese apresentou um algoritmo baseado no método de inversão por medida de coerência e no empilhamento SRC-AF, em duas dimensões. Ele consiste em maximizar a função semblance calculada em dados sísmicos pré-empilhados com o objetivo de obter informações a respeito das velocidades intervalares em subsuperfície. O processo de otimização é realizado camada após camada e as velocidades são estimadas com o objetivo de maximizar a função objetivo semblance por meio do algoritmo VFSA.

O algoritmo VFSA mostrou-se muito eficiente na resolução deste tipo de problema e é praticamente independente de uma estimativa inicial. Uma grande vantagem apresentada é que o parâmetro a ser estimado se resume apenas na velocidade, sendo assim, todos os outros parâmetros, tais como profundidades e atributos cinemáticos FO-CRS, são função da velocidade estimada.

Para as aplicações a dados em duas dimensões, o método mostrou-se muito eficiente. Os resultados estimados para dados sintéticos ficaram muito próximos em relação aos valores exatos nos modelos. A utilização de seções migradas em tempo como informação a priori na conversão tempo-profundidade garantiu uma relevante estabilidade ao problema. Uma observação que deve fazer é a respeito do uso dos raios imagens para a etapa de conversão tempo-profundidade. Como pôde ser visto, ele é munido de certas limitações, muitas das vezes inerentes ao método de traçamento de raios. A utilização de outras formas de conversão deve ser analisada a fim de que estes problemas sejam solucionados, uma vez que as limitações no algoritmo estão diretamente ligadas às limitações no traçamento de raios imagens. Também é importante destacar, ainda relacionado a etapa da conversão tempo-profundidade, a forma de suavização do modelo. A cada iteração, a partir da segunda camada, o modelo deve ser suavizado para o traçamento de raios. A sugestão para trabalhos futuros é o uso da suavização do modelo de vagarosidades ao quadrado, pois reduzem efeitos que podem prejudicar as estimativas e modificam menos o modelo.

O valor escolhido a ser maximizado foi a média aritmética dos semblances para cada camada. Para os casos apresentados, essa estratégia mostrou-se adequada e útil. Recomendamos também o uso da mediana como medida de tendência central para casos em que a média possa ser prejudicada por possíveis valores baixos para semblances individuais.

Por fim, é recomendada a utilização do algoritmo apresentado nesta tese na criação de modelos de velocidades iniciais para técnicas de inversão ou migração mais sofisticadas, ou mesmo como método principal de inversão.

## REFERÊNCIAS

- BARROSO, L. C.; BARROSO, M. M. A.; CAMPOS, F. F.; CARVALHO, M. L. B.; MAIA, M. L. Cálculo Numérico (com aplicações). Local: HARBRA, p. 285-299, 1987.
- BILLETTE, F.; LAMBARÈ, G. Velocity macro-model estimation by stereotomography. *Geophysical Journal International*, n. 135, p. 671-680, 1998.
- BIONDI, B. Velocity estimation by beam stack. *Geophysics*, v. 54, p. 1012-1025, 1992.
- BORTFELD, R. Geometrical ray theory: rays and traveltimes in seismic systems (second order approximation of the traveltimes). *Geophysics*, v. 48, p. 342-349, 1989.
- CAMERON, M.; FOMEL, S.; SETHIAN, J. Seismic velocity estimation from time migration. *Inverse Problems* v. 23, p. 1329 - 1369, 2007.
- CAMERON, M.; FOMEL, S.; SETHIAN, J. Time-to-depth conversion and seismic velocity estimation using time-migration velocity. *Geophysics*, v. 73, n. 5, p. VE205 - VE210, 2008.
- CARNAHAN, B.; LUTHER, H. A.; WILKES, J. O. Applied Numerical Methods. John Wiley & Sons Inc., 1969.
- CERVENY, V. Seismic Ray Theory. Local: Cambridge University Press, 2001.
- CHAPMAN, C. Fundamentals of Seismic Wave Propagation. Local: Cambridge University Press, 2004.
- CLAERBOUT, J. F. Coarse grid calculations of waves in inhomogeneous media with application to delineation of complicated seismic structure. *Geophysics*, v. 35, p. 407-418, 1970.
- CLAERBOUT, J. F. Fundamentals of Geophysical Data Processing. Local: McGraw-Hill Book Co. Hightstown, 1976.
- CLAERBOUT, J. F. Imaging the Earth's Interior. Local: Blackwell Scientific Publications, Oxford, 1985.
- COSTA, M. B. C. Aproximações hiperbólicas dos tempos de trânsito de raios paraxiais a um raio central refletido e difratado. 00f. Dissertação (Mestrado), CPGF-UFGA, 2005.

- DIX, C. H. Seismic Velocities from Surface Measurements. *Geophysics*, v. 20, n. 1, p. 68-86, 1955.
- DUARTE, O. O. Dicionário enciclopédico Inglês-Português de geofísica e geologia. Local: SBGF, p. 126, 2007.
- DUVENECK, E. Velocity model estimation with data-derived wavefront attributes. *Geophysics*, v. 69, p. 265-274, 2004.
- FILPO, E.; PORTUGAL, R.; ZAGO, N.; CUNHA, P. M.; VICENTINI, A.; CARBONESI, J. L. Image-ray concept as the key to 20 years of success of time-to-depth conversion in Petrobras. *The Leading Edge*, abril, 2016.
- GAZDAG, J. Wave equation migration with the phase shift method. *Geophysics*, v. 43, p. 1342-1351, 1978.
- GARABITO, G.; CRUZ, J. C. R.; HUBRAL, P.; COSTA, J. Common reflection surface stack by global optimization. 71th SEG Meeting, Extended Abstracts, 2001.
- GARABITO, G.; OLIVA, P. C.; CRUZ, J. C. R. Numerical analysis of the finite-offset common-reflection-traveltime approximations. *Journal of Applied Geophysics*, n. 74, p. 89-99, 2011.
- GOLDIN, S. V. Interpretation of seismic data. Local: Nedra, Moscow (em Russo), 1979. Tradução para o inglês: Seismic Inversion, SE8, Tulsa, 1986.
- HUBRAL, P. Time migration: some ray theoretical aspects. *Geophysical Prospecting*, v. 25, p. 738-745, 1977.
- HUBRAL, P.; KREY, T. Interval velocities from seismic reflection traveltime measurements. *Soc. Expl. Geophys.*, 1980.
- INGBER, L. Very fast simulated reannealing. *Mathl. Comput. Modeling*, v. 12(8), 967-993, 1989.
- INGBER, L. Simulated annealing: Practice versus theory, *Mathl. Comput. Modeling*, V. 18(11), 29 ? 57, 1993.

JÄGER, R. The common-reflection-surface stack-theory and application. Dissertação (Mestrado), Universität Karlsruhe (Alemanha), 1999.

KEYDAR, S.; KOREN, Z.; KOSLOFF, D.; LANDA, E. Optimum time-to-depth conversion. *Geophysics*, v. 54, n. 8, p. 1001-1005, 1989.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C.; VECCHI, M. Optimization by simulated annealing. *Science*, v. 220, p. 671-680.

KÖHN, D.; NIL, D.; RABELL, W. Estimation of long-wavelength initial models for seismic full waveform inversion – Part 2 CRS-Stack and NIP-wave tomography. 76th annual meeting of the German Geophysical Society (DGG), 2016.

LANDA, E.; KOSLOFF, D.; KEYDAR, S.; KOREN, Z.; RESHEF, M. A method for determination of velocity and depth from seismic reflection data. *Geophysical Prospecting*, v. 36, p. 223-243, 1988.

LANDA, E.; BEYDOUN, W.; TARANTOLA, A. Reference velocity model estimation from prestack waveforms: Coherency optimization by simulated annealing. *Geophysics*, v. 54, n. 8, p. 984-990, 1989.

MARGRAVE G. F. Numerical Methods of Exploration Seismology with Algorithms in MATLAB. Universidade de Calgary, 2001.

MESQUITA, M. J. L.; CRUZ, J. C. R.; FERNANDES, A. S.; SANTOS, R. C. S.; REZENDE, D. P. Seismic velocity inversion using the FO-CRS stack in layered medium. 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society, 2015.

METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A.; ROSENBLUTH, M.; TELLER, A.; TELLER, E. Equation of state calculation by fast computing machines. *J. Chem. Phys.*, v. 21, p. 1087-1092, 1953.

MÜLLER, N. A. The 3D Common-Reflection-Surface Stack Theory and Application (em alemão: *Die 3D Common-Reflection-Surface Stapelung Theorie und Anwendung*). Tese (Doutorado), Universidade de Karlsruhe, 2003.

NEIDELL, N. S.; TANER, M. T. Semblance and other coherency measures for multichannel data. *Geophysics*, v. 36, p. 482-497, 1971.

PORTUGAL, R. S. Construção de Imagens Sísmicas em Verdadeira Amplitude por Dados de Reflexão: Formulação Matemática e Construção de algoritmos. Tese (Doutorado), UNICAMP, 2002.

PRIEUX, V.; LAMBARÈ, G.; OPERTO, S.; VIRIEUX, J. Building starting models for full waveform inversion from wide-aperture data by stereotomography. *Geophysical Prospecting*, p. 1-29, 2012.

RAWLINSON, N., POSGAV, S., FISHWICK, S. Seismic tomography: A window into deep Earth. *Physics of the Earth and Planetary interiors*, v. 178, p. 101-135, 2010.

REYNOLDS, J. M. An Introduction to Applied and Environmental Geophysics. Local: Inglaterra, p. 343 - 379, 1998.

REZENDE, D. P.; CRUZ, J. C. R.; FERNANDES, A. S.; SANTOS, R. C. S.; MESQUITA, M. J. L. Time-depth conversion using image ray and normal ray in the tau-p domain: application in synthetic data. 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society, 2015.

ROBEIN, E. Velocities, Time-imaging and Depth-imaging: Principles and Methods. EAGE Publications, 2003.

ROSA, A. L. R. Análise do Sinal Sísmico. Local: Sociedade Brasileira de Geofísica, 2010.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e computacionais. Local: Makron Books, 2004. v. 2, p.326-332.

SCHNEIDER, W. A. Integral formulation for migration in two and three dimensions. *Geophysics*, v. 43, p. 49-76, 1978.

SEN, M. K.; STOFFA, P. L. Global Optimization Methods in Geophysical Inversion. Local: Cambridge University Press, segunda edição, p. 81-118, 2013.

SHEARER, P. M. Introduction to Seismology. Local: Cambridge University Press, 2009, second edition.

STOLT, R. H. Migration by Fourier transform. *Geophysics*, v. 43, p. 23-48, 1978.

TARANTOLA, A. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, v. 49, 1259-1266, 1984.

VIRIEUX, J.; OPERTO, S. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics*, v. 74, n. 6, p. WCC1-WCC26, 2009.

YILMAZ, O. Seismic data analysis. [S.I.]: Soc. Exp. Geophys., 2001.

ZHANG, Y.; BERGLER, S.; TYGEL, M.; HUBRAL, P. Common-Reflection-Surface (CRS) stack for common-offset. *Geophy. Prospect.* v. 49, 709-718, 2001.

# APÊNDICES

## APÊNDICE A - VERY FAST SIMULATED ANNEALING

Ingber (1989) descreve uma nova abordagem para o algoritmo *Simulated Annealing* (SA) (KIRKPATRICK et al, 1983), o chamado *Very Fast Simulated Annealing*, da seguinte forma:

considere um parâmetro  $m_i^k$  do modelo, na dimensão  $i$ , gerado no passo  $k$  e com extensão

$$m_i^k \in [m_i^{min}, m_i^{max}], \quad (\text{A.1})$$

em que,  $m_i^{min}$  e  $m_i^{max}$  são os valores máximo e mínimo de  $m_i$ . Este parâmetro do modelo é calculado a partir da variável aleatória  $y_i \in [-1, 1]$  na iteração  $k + 1$  após uma perturbação usando a seguinte relação

$$m_i^{k+1} = m_i^k + y_i(m_i^{max} - m_i^{min}), \quad (\text{A.2})$$

de forma que

$$m_i^{k+1} \in [m_i^{min}, m_i^{max}]. \quad (\text{A.3})$$

Dada uma distribuição uniforme  $U[0, 1]$  e um número aleatório  $u_i \in [0, 1]$ ,  $y_i$  é gerado a partir de

$$y_i = \text{sgn} \left( u_i - \frac{1}{2} \right) T_i \left[ \left( 1 + \frac{1}{T_i} \right)^{|2u_i - 1|} - 1 \right], \quad (\text{A.4})$$

de modo que o mínimo global possa ser obtido, estatisticamente, com o uso da relação de resfriamento

$$T_i(k) = T_{0i} \exp(-c_i k^{(1/D)}), \quad (\text{A.5})$$

onde  $T_{0i}$  indica a temperatura inicial para o parâmetro do modelo  $i$ ,  $c_i$  é o parâmetro que controla a taxa de resfriamento e  $D$  representa a dimensão do problema.

O processo de otimização segue o critério de Metropolis (METROPOLIS et al., 1953). Dada a perturbação da energia no processo

$$\Delta E = E(\mathbf{m}^{k+1}) - E(\mathbf{m}^k). \quad (\text{A.6})$$

Se  $\Delta E \leq 0$ , o novo modelo é sempre aceito. Porém, se  $\Delta E > 0$ , então o novo modelo é aceito com probabilidade  $P$ , definido por

$$P = \exp \left( -\frac{\Delta E}{T} \right). \quad (\text{A.7})$$

Então, obtenha um número aleatório  $r \in U[0, 1]$ . Se  $P > r$ , então o novo modelo é aceito, caso

contrário, é rejeitado. São realizados deslocamentos aleatórios (ou tentativas aleatórias) a cada  $T$ , aceitando e rejeitando modelos de acordo com o critério adotado, de forma que a probabilidade de se obter o melhor modelo aumenta. Em seguida, na nova iteração, a temperatura é baixada, repetindo o processo.

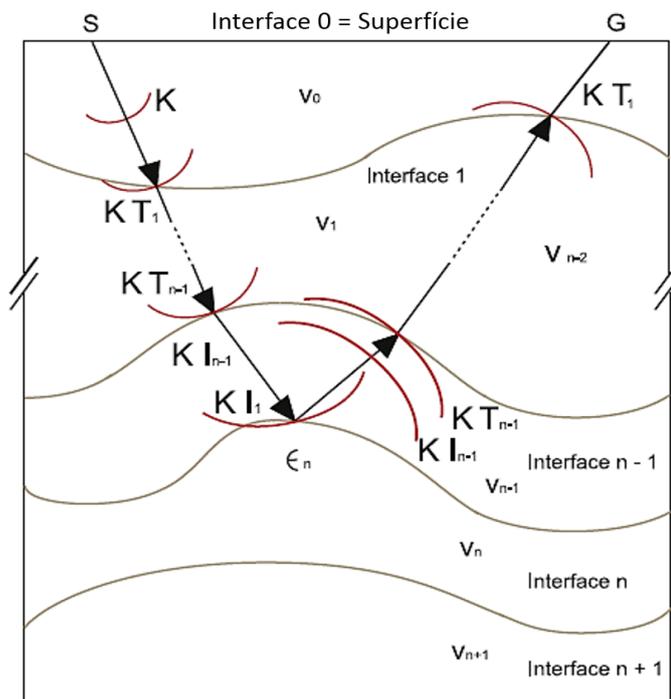
Em relação aos parâmetros  $T_0$  e  $c$ , são definidos, na prática, empiricamente. A temperatura decresce junto com o número de iterações e, se o resfriamento é realizado rapidamente, os parâmetros do modelo podem ficar presos em um mínimo local. Porém, se a temperatura decresce lentamente, os parâmetros resfriarão em um estado de energia muito próximos do mínimo de  $E$  (SEN; STOFFA, 2013).

## APÊNDICE B - CÁLCULO DAS CURVATURAS DE FRENTE DE ONDA

O algoritmo para calcular as curvaturas de frente de onda  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$ , é descrito neste apêndice e segue o esquema apresentado em Garabito et al. (2011). Ele é dividido em dois estágios: (I) a frente de onda descendente e a (II) direção da frente de onda.

Considere um modelo homogêneo com  $n$ -camadas e  $(n + 1)$  interfaces (Figura B.1). Para o cálculo do (a) atributo  $k_1$  usamos o experimento fonte-comum, já para o cálculo dos (b) atributos  $k_2$  e  $k_3$ , usamos o experimento ponto de reflexão comum. Para o caso (a), a onda parte da fonte em S e se propaga para baixo ao longo do raio, reflete em um dado refletor, e se propaga de volta à superfície, onde a curvatura  $k_1$  é calculada em G. No caso (b), o ponto-fonte está localizado no refletor e a onda propaga-se de forma ascendente, atingindo a superfície em S com curvatura  $k_2$  e em G com curvatura  $k_3$ .

Figura B.1: Modelo com  $(n + 1)$  interfaces para o cálculo das curvaturas de frente de onda  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$ , no qual podemos visualizar a transmissão e a reflexão com respeito a curvatura  $k_1$  a partir do experimento fonte-comum.



Fonte: Adaptado de Garabito et al., 2011.

(I) Frente de onda descendente:

- Raio incidente com origem em S. Esta condição nos fornece o ângulos de incidência e de transmissão para todas as interfaces ( $i = 1, \dots, n$ );
- Ajustamos a frente de onda inicial de forma que  $k_{inicial}$  tende ao infinito na posição da

fonte em S;

- Para a primeira camada, uma velocidade constante  $v_1$  é aplicada à lei de propagação para se calcular a curvatura de incidência na primeira interface:

$$\frac{1}{k_{I_1}} = \frac{1}{k_{inicial}} + v_1 \Delta t_{\xi_0 \rightarrow \xi_1}, \quad (\text{B.1})$$

em que,  $\xi_0$  e  $\xi_1$  são os pontos de fonte e transmissão na linha sísmica e na primeira interface, respectivamente.  $v_1$  é a velocidade constante na primeira camada e  $\Delta t_{\xi_0 \rightarrow \xi_1}$  é o tempo de trânsito entre os pontos  $\xi_0$  e  $\xi_1$ .

- Para cada interface, a onda descendente é transmitida, de forma que, sua condição inicial é a curvatura de incidência  $k_{I_{i-1}}$  que foi calculada no passo anterior e segue a lei de transmissão (HUBRAL; KREY, 1980):

$$k_{T_i} = \frac{v_i \cos^2(\varepsilon_{I_{i-1}})}{v_{i-1} \cos^2(\varepsilon_{T_i})} K_{I_{i-1}} + \frac{1}{\cos^2(\varepsilon_{T_i})} \left[ \frac{v_i}{v_{i-1}} \cos(\varepsilon_{I_{i-1}}) - \cos(\varepsilon_{T_i}) \right] k_{F_{i-1}}. \quad (\text{B.2})$$

Procedimento recursivo:

$$\frac{1}{k_{I_i}} = \frac{1}{k_{T_i}} + v_i \Delta t_{\xi_{i-1} \rightarrow \xi_i} \quad (i = 2, \dots, n), \quad (\text{B.3})$$

onde,  $\xi_{i-1}$  e  $\xi_i$  são os pontos de fonte e de transmissão na  $(i - 1)$ -ésima e na  $i$ -ésima interface, respectivamente.  $v_i$  é a velocidade constante na  $i$ -ésima camada e  $\Delta t_{\xi_{i-1} \rightarrow \xi_i}$  é o tempo de trânsito entre os pontos  $\xi_{i-1}$  e  $\xi_i$ .

No ponto  $R = \xi_n$ , a onda é refletida e propagada em direção a superfície, onde o processo inverso do algoritmo descrito ocorre.

(II) Direção da frente de onda:

- A curvatura inicial no ponto R na  $i$ -ésima interface é  $k_1$ , como calculada no passo anterior;
- Para o ponto R na  $n$ -ésima interface, é aplicada a lei de reflexão:

$$k_{R_n} = \frac{v_{R_n} \cos^2(\varepsilon_{I_n})}{v_{I_n} \cos^2(\varepsilon_{R_n})} k_{I_n} + \frac{1}{\cos^2(\varepsilon_{R_n})} \left[ \frac{v_{R_n}}{v_{I_n}} \cos(\varepsilon_{I_n}) - \cos(\varepsilon_{R_n}) \right] k_{F_n}. \quad (\text{B.4})$$

- Para a  $(n - 1)$ -ésima camada, a frente de onda se propaga em direção a superfície e é transmitida. As curvaturas de incidência e de transmissão são calculadas, recursivamente, a partir das leis de propagação e transmissão (HUBRAL; KREY, 1980), da seguinte forma:

$$k_{T_{i-1}} = \frac{v_{i-1} \cos^2(\varepsilon_{I_i})}{v_i \cos^2(\varepsilon_{T_{i-1}})} k_{I_{i-1}} + \frac{1}{\cos^2(\varepsilon_{T_{i-1}})} \left[ \frac{v_{i-1}}{v_1} \cos(\varepsilon_{I_i}) - \cos(\varepsilon_{T_{i-1}}) \right] k_{F_{i-1}}. \quad (\text{B.5})$$

Procedimento recursivo:

$$\frac{1}{k_{I_{i-2}}} = \frac{1}{k_{T_{i-1}}} + v_{i-1} \Delta t_{\xi_i \rightarrow \xi_{i-1}} \quad (i = (n-1), \dots, 2). \quad (\text{B.6})$$