

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

UM MÉTODO PARA MODELAGEM NUMÉRICA PLENA DA DISPERSÃO
ELÉTRICA DO SOLO USANDO APROXIMADORES DE PADÉ E O MÉTODO DAS
DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

JÚLIO ANTÔNIO SALHEB DO NASCIMENTO

DM 06 / 2016

UFPA / ITEC / PPGE
Campus Universitário do Guamá
Belém-Pará-Brasil
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JÚLIO ANTÔNIO SALHEB DO NASCIMENTO

UM MÉTODO PARA MODELAGEM NUMÉRICA PLENA DA DISPERSÃO
ELÉTRICA DO SOLO USANDO APROXIMADORES DE PADÉ E O MÉTODO DAS
DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

DM 06 / 2016

UFPA / ITEC / PPGEE
Campus Universitário do Guamá
Belém-Pará-Brasil
2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Nascimento, Júlio Antonio Salheb do, 1973-

Um método para modelagem numérica plena da dispersão elétrica do solo usando aproximadores de padé e o método das diferenças finitas no domínio do tempo / Júlio Antonio Salheb do Nascimento. - 2016.

Orientador: Rodrigo Melo e Silva de Oliveira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Belém, 2016.

1. Diferenças finitas. 2. Linhas elétricas subterrâneas. 3. Maxwell, equações de. I. Título.

CDD 23. ed. 515.62

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JÚLIO ANTÔNIO SALHEB DO NASCIMENTO

UM MÉTODO PARA MODELAGEM NUMÉRICA PLENA DA DISPERSÃO
ELÉTRICA DO SOLO USANDO APROXIMADORES DE PADÉ E O MÉTODO DAS
DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

Dissertação submetida à
Banca Examinadora do Pro-
grama de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica da
UFPA para a obtenção do
Grau de Mestre em Enge-
nharia Elétrica na área de
Telecomunicações.

UFPA / ITEC / PPGEE
Campus Universitário do Guamá
Belém-Pará-Brasil
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

UM MÉTODO PARA MODELAGEM NUMÉRICA PLENA DA DISPERSÃO
ELÉTRICA DO SOLO USANDO APROXIMADORES DE PADÉ E O MÉTODO DAS
DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

AUTOR: JÚLIO ANTÔNIO SALHEB DO NASCIMENTO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO DA BANCA EXAMI-
NADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ E JUL-
GADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA
ELÉTRICA NA ÁREA DE TELECOMUNICAÇÕES.

APROVADA EM 29/02/2016

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Rodrigo Melo e Silva de Oliveira
(ORIENTADOR - PPGEE/ITEC/UFPA)

Prof. Dr. Marcus Vinícius Alves Nunes
(MEMBRO - PPGEE/ITEC/UFPA)

Prof. Dr. Fabrício José Brito Barros
(MEMBRO - FEE/UFPA)

Prof. Dr. Josivaldo de Souza Araújo
(MEMBRO - PPGCC/ICEN/UFPA)

VISTO:

Prof. Dr. Evaldo Gonçalves Pelaes
(COORDENADOR DO PPGEE/ITEC/UFPA)

*"Algo só é impossível até que alguém
duvide e acabe provando o contrário."*

Albert Einstein

*A minha Esposa Nelma Nogueira.
Aos meus filhos Amanda, Arthur e Lucas.*

Agradecimentos

Agradeço a Deus pelo dom da vida e por sempre me dar a força necessária para conseguir enfrentar meus desafios.

Agradeço a minha família, em especial a minha esposa, por sempre me incentivar em todos os momentos de minha vida.

Um agradecimento especial ao Professor Rodrigo, por sua excelente orientação.

Agradeço aos Amigos Manuel Joaquim, Daiyuki e Ramon por todo o auxílio prestado durante o desenvolvimento deste trabalho.

Lista de Símbolos

\hat{x}, \hat{y} e \hat{z}	Vetores Unitários nas Direções x , y e z
\vec{A}	Campo Vetorial
A_x, A_y e A_z	Componentes Cartesianas do Vetor \vec{A}
j	Unidade Imaginária
\tilde{A}	Escalar Complexo
$\tilde{\mathbf{A}}$	Vetor Complexo
$\nabla \times \vec{A}$	Rotacional de \vec{A}
$\nabla \cdot \vec{A}$	Divergente de \vec{A}
$\frac{\partial f}{\partial \alpha}$	Derivada Parcial de f em relação a α
μ	Permeabilidade Magnética
μ_0	Permeabilidade Magnética do Vácuo
ε	Permissividade Elétrica
ε' e ε''	Partes real e imaginária de ε
ε_r	Permissividade Elétrica Relativa
ε'_r e ε''_r	Partes real e imaginária de ε_r
ε_0	Permissividade Elétrica do Vácuo
σ	Condutividade Elétrica
σ_{DC}	Condutividade Elétrica para Baixas Frequências
f	Frequência
$\tilde{\sigma}(f)$	Condutividade Elétrica Dependente da Frequência f
$\tilde{\varepsilon}(f)$	Permissividade Elétrica Dependente da Frequência f
ρ	Resistividade Elétrica
ρ_{DC}	Resistividade Elétrica para Baixas Frequências
$\tilde{\rho}(f)$	Resistividade Elétrica Dependente da Frequência f
ω	Frequência Angular

Lista de Siglas

CPML	<i>Convolutional Perfectly Matched Layer</i>
FDTD	<i>Finite-Difference Time-Domain</i>
MSE	<i>Mean Square Error</i>
SAGS	<i>Synthesis and Analysis of Grounding Systems</i>
TGR	<i>Transient Grounding Resistance</i>

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Conteúdo do Capítulo	1
1.2	Introdução Geral	1
1.3	Objetivos deste Trabalho	4
1.4	Organização deste Trabalho	4
2	Fundamentação Teórica	6
2.1	Conteúdo do Capítulo	6
2.2	Sistemas de Aterramento	6
2.2.1	Equações de Maxwell na forma diferencial no domínio do tempo	6
2.2.2	Eletrodinâmica em sistemas de aterramento	9
2.3	Dispersão do Solo	10
2.3.1	Materiais Dispersivos	11
2.3.2	Formulação de Longmire e Smith para Solos Dispersivos	14
2.3.3	Formulação de Portela para Solos Dispersivos	14
2.3.4	Formulação de Visacro-Alípio para Solos Dispersivos	15
3	O Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) para Solução das Equações de Maxwell	19
3.1	Conteúdo do Capítulo	19
3.2	Formulação Analítica	19

3.3	Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD)	20
3.3.1	Visão geral	20
3.3.2	Critérios de precisão e estabilidade	24
4	Modelagem de Materiais Dispersivos Arbitrários para o método FDTD	
	Considerando-se $\sigma + j\omega\varepsilon = \tilde{\sigma}(\omega) + j\omega\tilde{\varepsilon}(\omega)$ Aplicada ao Método FDTD.	25
4.1	Conteúdo do Capítulo	25
4.2	Relações Constitutivas para meios dispersivos	25
4.3	Desenvolvimento da Modelagem de Materiais Dispersivos Arbitrários para o método FDTD Considerando-se $\sigma + j\omega\varepsilon = \tilde{\sigma}(\omega) + j\omega\tilde{\varepsilon}(\omega)$ Aplicada ao Método FDTD.	27
5	Resultados Numérico-Experimentais	30
5.1	Conteúdo do Capítulo	30
5.2	Considerações sobre as Medições	30
5.2.1	Local de Realização das Medições	30
5.2.2	Sistema de Medição Utilizado	31
5.2.3	Ponte Resistiva	32
5.2.4	Gerador de Surto	33
5.3	Análise Transitória	35
5.3.1	Experimento em campo: 1 haste vertical	35
5.3.2	Simulação numérica	36
5.3.3	Escolha da Formulação	38
5.3.4	Resultados	40
5.3.5	Experimento em campo: Medição de Tensão de Toque.	44
5.3.6	Simulação numérica	46
5.3.7	Resultados	48
5.3.8	Experimento em campo: Medição de Tensão de Passo.	50

5.3.9	Simulação numérica	51
5.3.10	Resultados	53
5.4	Análise Quantitativa dos Resultados	55
6	Considerações Finais	58

Lista de Ilustrações

1	Ilustração dos mecanismos de polarização	12
2	Dependência da Permissividade Complexa com a Frequência Ilustrando os mecanismos de Polarização. Adaptado de [34]	13
3	Curvas da função $\sigma(f)$ para $\sigma_{DC} = 0,021257$ S/m.	17
4	Curva da função $\varepsilon_r(f)$ para a formulação de Longmire-Smith.	17
5	Curva da função $\varepsilon_r(f)$ para a formulação de Portela.	17
6	Curva da função $\varepsilon_r(f)$ para a formulação de Visacro-Alípio.	18
7	Curvas da função $\omega\varepsilon(f)$ mS/m.	18
8	Representação da célula de Yee.	22
9	Vista aérea do Centro de Tecnologia da Eletrobrás/Eletronorte. Destaque na área onde foram realizados os experimentos em campo.	31
10	Representação esquemática da configuração experimental do sistema de aterramento composto por um única haste verticalmente enterrada.	32
11	Painel frontal do gerador de surto utilizado nos experimentos.	33
12	Sinal do gerador medido e o sinal modelado matematicamente para as simulações numéricas.	34
13	Imagens do experimento realizado em campo. (a) Destaque nos pontos de medição e haste de injeção de corrente, (b) Destaque nos circuitos de tensão e corrente.	36

14	Representação no ambiente do <i>software</i> SAGS do <i>setup</i> experimental do sistema de aterramento composto por um única haste verticalmente enterrada.	37
15	Curva obtida no experimento a partir da razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha contínua indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2150 \Omega$	37
16	Curva da TGR obtida no experimento de uma haste enterrada verticalmente. A linha contínua indica o valor de $R = 44,9 \Omega$	38
17	Sinal de tensão induzida medido no experimento em campo e obtido por simulação numérica.	40
18	Curvas da função $\sigma(f)$ para $\sigma_{DC} = 0,021257 \text{ S/m}$ obtidas a partir da expressão (2.21) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.	41
19	Curvas da função $\varepsilon_r(f)$ obtidas a partir da expressão (2.22) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.	41
20	Curvas da função $\omega\varepsilon(f)$ obtidas a partir da expressão (2.22) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.	42
21	Sinal de corrente injetada medido no experimentos em campo e obtida por simulação numérica.	43
22	Sinal de tensão induzida medido no experimentos em campo e obtido por simulação numérica.	44
23	Representação esquemática da configuração experimental do sistema de aterramento utilizado para medição de tensão de toque.	45
24	Imagem de Experimento em Campo - Tensão de Toque.	45
25	Representação no ambiente do <i>software</i> SAGS do experimento de Tensão de Toque em cerca próximo do ponto de injeção de corrente.	47

26	Curva obtida no experimento a partir da razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha contínua indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2110 \Omega$	47
27	Sinal do gerador medido e o sinal modelado matematicamente para as simulações numéricas.	48
28	Sinal de corrente injetada medido no experimentos em campo e obtida por simulação numérica.	49
29	Sinal de tensão induzida medido no experimentos em campo e obtido por simulação numérica.	50
30	Representação esquemática da configuração experimental do sistema de aterramento utilizado para medição de tensão de passo.	51
31	Representação no ambiente do <i>software</i> SAGS do experimento de Tensão de Passo nas proximidades de uma cerca.	52
32	Curva obtida no experimento a partir da razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha contínua indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2110 \Omega$	52
33	Sinal do gerador medido e o sinal modelado matematicamente para as simulações numéricas.	53
34	Sinal de corrente injetada medido no experimentos em campo e obtida por simulação numérica.	54
35	Sinal de tensão induzida medido no experimentos em campo e obtido por simulação numérica.	55

Lista de Tabelas

1	Coeficientes a_n para a Formulação de Longmire e Smith	14
2	Valores dos parâmetros A_β , to_β e τ_β de (5.1)	34
3	Coeficientes do aproximador de Padé Formulação Longmire- Smith (4.8) para $\sigma_{DC} = 0,021257$ S/m.	39
4	Coeficientes do aproximador de Padé Formulação Portela (4.8) para $\sigma_{DC} = 0,021257$ S/m.	39
5	Coeficientes do aproximador de Padé Formulação Visacro-Alípio (4.8) para $\sigma_{DC} = 0,021257$ S/m.	39
6	Comparação dos valores de V_p e I_p entre os dados experimentais e os dados obtidos nas simulações numéricas com solos dispersivos (SD) e não dispersivos (SND).	55
7	Análise do MSE calculado entre os dados experimentais e os dados obtidos a partir das simulações numéricas com solos dispersivos (SD) e não dispersivos (SND).	56
8	Tempo de execução das simulações com o modelo de solo dispersivo (SD) e com o modelo de solo não dispersivo (SND).	57

Resumo

Nesta Dissertação, é desenvolvido e implementado em software um método para modelagem da dispersão elétrica do solo através do método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD). A metodologia é baseada na aplicação de aproximadores de Padé no domínio da frequência, de forma a representar a dependência espectral tanto da condutividade quanto da permissividade elétrica. As equações no domínio do tempo são obtidas através de simples manipulações algébricas e transformadas inversas de Fourier. Resultados obtidos experimentalmente em sistemas de aterramento solicitados por descargas atmosféricas artificialmente produzidas são comparados aos resultados numéricos obtidos através do método proposto. Excelente concordância entre os sinais transitórios é observada.

Palavras-chave: Método FDTD, aproximadores de Padé, solos dispersivos.

Abstract

In this dissertation, it is developed and implemented a numerical method for modeling the soil electrical dispersion using the Finite-Difference Time-Domain method (FDTD). The methodology is based on the application of Padé approximants in frequency domain, in such a way to represent the spectral dependency of soil's conductivity and electrical permittivity. The time domain equations are obtained using simple algebraic operations and inverse Fourier transforms. Experimental results for grounding systems subjected to artificial lightning pulses are compared with numerical results obtained using the proposed method. It was observed an excellent agreement between the corresponding transient signals.

Keywords: FDTD method, dispersive soils, Padé's aproximant.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Conteúdo do Capítulo

Neste Capítulo, faz-se uma breve introdução sobre os sistemas de aterramento e, também, é apresentada a motivação da aplicação da modelagem de solos dispersivos em simulações numéricas para analisar a resposta transitória e de regime permanente desses sistemas. Ainda, são apresentados os objetivos e a organização do presente trabalho.

1.2 Introdução Geral

Aterramento elétrico consiste de ligação intencional de um equipamento à terra, através de um material eletricamente condutivo, o qual normalmente está em contato elétrico com uma malha (ou outra estrutura) de aterramento. As malhas ou estruturas de aterramento são formadas por um conjunto de condutores nus interligados e enterrados no solo [1].

As principais funções do sistema de aterramento são:

- Permitir o escoamento para a terra de cargas ou corrente de descarga, provocadas pela energização acidental de partes metálicas ou falha de Isolação de equipamentos, ou por corrente de descarga dos para-raios originadas por sobretensões de origem

externa (Descarga atmosférica) e interna (manobras no sistema) e também permitir o escoamento de Cargas Estáticas acumuladas na carcaça de equipamentos;

- Distribuição de potenciais no solo em patamares seguros, de forma que a elevação de potencial no solo sobre a malha de aterramento seja de forma mais uniforme possível evitando desta forma tensão de passo e toque em patamares inseguros;
- Usar a terra como condutor de retorno de corrente em sistemas monofásicos com retorno pela terra, muito utilizado em rede de distribuição rural, em sistemas de Transmissão em corrente contínua e em alguns sistemas de tração elétrica;
- Influenciar no desempenho do sistema, seja no estabelecimento de referências de potencial ou pela possibilidade de implementação de uma filosofia de proteção baseada na detecção de fluxo de corrente pelo solo [2,3].

A maioria dos sistemas de aterramento são projetados para que a resistência de aterramento fique abaixo de um determinado limite, de forma a facilitar o escoamento da corrente para o solo e alcançar com maior facilidade tensões de passo e toque em patamares seguros, o que é válido para eventos de baixas frequências [2,3]. Como o Brasil é o país com a maior incidência de descarga atmosférica do mundo, e cerca de 70% dos desligamentos do sistema de transmissão e 40% na distribuição são provocados por descarga atmosférica [4], é de fundamental importância avaliar o desempenho do sistema de aterramento para fenômenos rápidos (frequências elevadas) [5–8].

Dentre outros fatores, a resposta desses sistemas para fenômenos rápidos depende da configuração geométrica do aterramento, da forma de onda do pulso injetado e dos parâmetros eletromagnéticos do solo [6,7].

Na Literatura, existem diversos modelos que solucionam numericamente as equações de Maxwell para simular o comportamento transitório e de regime permanente de um dado sistema de aterramento quando submetidos a sinais de alta frequência, [5,9–11]. Contudo, a precisão dos resultados obtidos por meio de simulações numéricas depende,

dentre outros fatores, da dependência dos seus parâmetros eletromagnéticos (condutividade e permissividade) com a frequência, especialmente para o solo, que pode afetar significativamente a resposta transitória do aterramento elétrico [12].

Valores constantes para a resistividade e permissividade relativa do solo são normalmente utilizados. A resistividade é medida por meio de experimentos utilizando terrometro ou de forma indireta através da fórmula de Sunde [13], e dependendo do teor de umidade do solo adota-se um valor entre 3 e 81 para a permissividade relativa, [6].

Porém, observa-se que a condutividade e permissividade elétrica possuem uma significativa dependência com a frequência. Os trabalhos mais citados sobre correção da condutividade e permissividade do solo com a frequência são os propostos por: Scott em 1966 e 1967 [14, 15]; Longmire e Smith em 1975 [16] ; Portela em 1999 [17]; Visacro em 2007 [6] e Visacro e Alípio em 2012 [18].

Alguns trabalhos mostram que o comportamento transitório de sistemas de aterramento elétrico submetidos a descargas atmosféricas apresentam desvios significativos entre os sinais obtidos numericamente com os parâmetros do solo constantes e quando os parâmetros do solo são funções da frequência, sendo que estes últimos são os mais próximos dos sinais medidos em campo [6, 19, 20].

No presente trabalho, é proposta uma modelagem utilizando o método FDTD (*Finite-Difference Time-Domain*) [21] para materiais dispersivos, através da dependência da condutividade e permissividade elétrica com a frequência, $\tilde{\sigma}(f)$ e $\tilde{\epsilon}(f)$. Para representar o comportamento de $\tilde{\sigma}(f)$ e $\tilde{\epsilon}(f)$, foram utilizadas e adaptadas as formulações de Longmire-Smith [16], Portela [17] e a de Visacro e Alípio [18] para verificar a que mais se adéqua ao solo do local dos experimentos.

A inserção de $\tilde{\sigma}(f)$ e $\tilde{\epsilon}(f)$ de qualquer formulação descrita acima nas equações de Maxwell é feita através da aproximação por polinômios de Padé em termos de $j\omega$, facilitando, desta forma, a manipulação da transformada inversa de Fourier das equações de Maxwell. A utilização de aproximação por polinômio de Padé de funções que representam

a dispersão da condutividade, utilizando FDTD foi validada em [22].

Para realizar as simulações numéricas que validam os experimentos realizados, foi implementada uma rotina computacional para incluir os efeitos da permissividade e condutividade variando com a frequência no software SAGS (*Synthesis and Analysis of Grounding Systems*) [23], que resolve numericamente as equações de Maxwell através do método FDTD (Finite-Difference Time-Domain) [21] para um ambiente 3-D em conjunto com a técnica de truncagem do domínio computacional CPML (*Convolutional Perfectly Matched Layer*) [24]. Além disso, o SAGS utiliza a formulação de fio-fino [25] para representar as hastes, cabos e os eletrodos utilizados nos experimentos de modo a evitar maior nível de discretização do domínio computacional.

A validação da modelagem proposta neste trabalho é feita por meio de testes experimentais utilizando surtos de tensão (com a forma de onda de descargas atmosféricas com amplitude reduzida) em sistemas de aterramento. Foi utilizado neste trabalho um método de medição com configuração proposta por Tanabe em [5].

1.3 Objetivos deste Trabalho

Desenvolver uma modelagem utilizando o método FDTD aplicado às equações de Maxwell em uma região tridimensional para meios com condutividade e permissividade elétrica dependentes da frequência, validar a modelagem por meio de testes experimentais em sistemas de aterramento e determinar o modelo de dispersão, previamente publicado na literatura, que melhor representa eletricamente o solo amazônico (região de Belém).

1.4 Organização deste Trabalho

O presente trabalho está organizado da seguinte maneira:

- Capítulo 1 – Introdução geral do trabalho;

- Capítulo 2 – Apresenta os conceitos básicos relativos aos sistemas de aterramento e descreve os modelos utilizados para representar o fenômeno da dispersão do solo;
- Capítulo 3 – Apresenta os conceitos relacionado ao Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD).
- Capítulo 4 – Apresenta a modelagem desenvolvida para representar meios com condutividade e permissividade elétrica dependentes da frequência para o método FDTD, que é a principal contribuição deste trabalho;
- Capítulo 5 – Apresenta a comparação entre os sinais medidos de tensão e corrente nos testes experimentais, os sinais obtidos numericamente pelos modelos de solo dispersivo, implementados para validar a modelagem proposta deste trabalho e os sinais obtidos numericamente sem considerar a dispersão no solo.
- Capítulo 6 – Contém as considerações finais do presente trabalho.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

2.1 Conteúdo do Capítulo

Neste capítulo, apresenta-se uma abordagem sobre a análise eletromagnética e dos aspectos que influenciam na resposta transitória dos sistemas de aterramento. Ainda, são apresentadas principais formulações publicadas na literatura para representar os efeitos dispersivos no solo, na banda de frequências de descargas atmosféricas.

2.2 Sistemas de Aterramento

2.2.1 Equações de Maxwell na forma diferencial no domínio do tempo

A resposta de sistemas de aterramento a sinais de altas frequências, tais como surtos provocados por descarga atmosférica, pode ser analisadas pelas equações de Maxwell. Neste trabalho foi utilizado o método de diferenças finitas no domínio do tempo para solução de problemas de sistemas de aterramento, quando submetidos a sinais de surtos com características de descarga atmosférica. Dessa forma, o presente tópico trata das equações de Maxwell, para posteriormente discutir alguns aspectos relevantes de sistemas

de aterramento.

A lei de Faraday e a lei de Ampère-Maxwell, na forma diferencial, considerando meios isotrópicos e não dispersivos são dadas respectivamente por:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \mu \vec{H}}{\partial t} \quad (2.1)$$

e

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \varepsilon \vec{E}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

onde \vec{E} é o vetor intensidade de campo elétrico (V/m), \vec{H} é o vetor intensidade de campo magnético (A/m), μ é a permeabilidade magnética (H/m) e ε é a permissividade elétrica (F/m). O termo $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ é a densidade de corrente de condução (A/m²), na qual σ é a condutividade elétrica (S/m).

A lei de Faraday mostra que a variação temporal do vetor $\vec{B} = \mu \vec{H}$ (vetor densidade de fluxo magnético) provoca o surgimento de campo elétrico circulante em torno do próprio vetor \vec{B} variante no tempo. De forma semelhante, a lei de Ampère mostra que quando há variação temporal de \vec{D} (vetor densidade de fluxo elétrico), surge uma circulação do campo magnético em torno do vetor \vec{D} . Portanto, as equações (2.2) e (2.1) mostram que, o processo de propagação da onda eletromagnética pode iniciar com a excitação do campo elétrico em um determinado ponto, que promove a variação temporal das componentes do campo magnético adjacentes e estas promovem variação temporal do campo elétrico em pontos próximos. No caso contínuo, essas distâncias são infinitesimais. A repetição deste processo desenvolve a eletrodinâmica ao longo do tempo no espaço tridimensional.

Aplicando o operador divergente nas equações (2.1) e (2.2), são obtidas as expressões para os campos densidade de fluxo magnético e densidade de fluxo elétrico que são as Leis

de Gauss:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.3)$$

e

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v, \quad (2.4)$$

onde ρ_v representa a densidade volumétrica de cargas elétricas (C/m^3).

A equação (2.3), mostra que as linhas do campo vetorial \vec{H} são sempre fechadas em todos os pontos do espaço e justifica a ausência de monopólos magnéticos na natureza. Já a equação (2.4) diz que as linhas de campo vetorial \vec{D} são fechadas apenas em regiões sem monopólos elétricos e que a presença de cargas elétrica ρ_v provoca o surgimento de linhas abertas do campo \vec{D} .

Maxwell definiu em seu trabalho [26] um campo vetorial \vec{A} denominado de impulso angular, que atualmente é conhecido por vetor potencial magnético e é definido da seguinte maneira:

$$\nabla \times \vec{A} = \mu \vec{H}. \quad (2.5)$$

Substituindo (2.5) em (2.1), tem-se

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{A}), \quad (2.6)$$

que pode ser reescrito da seguinte forma

$$\nabla \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0. \quad (2.7)$$

Como o rotacional de um gradiente de um campo escalar qualquer é identicamente

nulo, define-se um escalar ϕ , denominado de potencial escalar elétrico, de tal maneira que

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla\phi, \quad (2.8)$$

ou ainda, o campo elétrico pode ser escrito em função de um campo escalar ϕ e de um campo vetorial \vec{A}

$$\vec{E} = -\left(\nabla\phi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right), \quad (2.9)$$

que pode ser interpretada como uma decomposição de Helmholtz.

O campo elétrico \vec{E} , dado por (2.9), não é conservativo, o que pode ser mostrado pela expressão (2.5). Entretanto, para o caso particular que $(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0)$, observa-se através de (2.7) que $\nabla \times \vec{E} = 0$ (eletrostática), ou de forma equivalente $\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ e, neste caso tem-se um campo \vec{E} conservativo.

2.2.2 Eletrodinâmica em sistemas de aterramento

Uma das principais funções do sistema de aterramento é que a corrente injetada $i(t)$ no mesmo flua para o solo com a melhor eficiência possível. Para avaliar o desempenho desse sistema sob este aspecto pode-se calcular ou medir a relação tensão corrente dada por $v(t)/i(t)$, também chamada de TGR (*Transient Grounding Resistance*) em regime transitório, ou ainda, o valor de regime estacionário da TGR que é igual à resistência de aterramento R , onde $v(t)$ e $i(t)$ são respectivamente a tensão induzida entre o ponto de injeção e um eletrodo remoto (posto a uma grande distância do ponto de injeção) e a corrente injetada no sistema de aterramento.

A tensão entre dois pontos a e b , v_{ab} , é definida pela integral de linha do campo elétrico \vec{E} por um caminho arbitrário, ou seja,

$$v_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\text{V}). \quad (2.10)$$

Quando o ponto b é infinitamente distante de a no qual $\vec{E} \approx 0$ tem-se a tensão induzida $v(t)$ calculada por:

$$v(t) = v_a(t) = \int_a^\infty \vec{E}(t) \cdot d\vec{l} \quad (\text{V}). \quad (2.11)$$

A corrente injetada $i(t)$ pode ser determinada pela integral de superfície da densidade de corrente de condução \vec{J} que flui através da seção transversal do cabo, uma vez que, nos materiais condutores, o termo $\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$ da lei de Ampère é igual a zero, pois, nos materiais condutores a densidade da corrente de deslocamento é nula ($\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$). Tem-se, portanto:

$$i(t) = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (\text{A}). \quad (2.12)$$

2.3 Dispersão do Solo

Quando pelo menos um dos parâmetros eletromagnéticos (σ , ε ou μ) é função da frequência, o solo é considerado um meio dispersivo [27]. Muitos trabalhos existentes na literatura mostram que a dependência destes parâmetros com a frequência é significativa para resposta aos sinais de altas frequências (como descargas atmosféricas), e deve ser considerada na análise do comportamento eletromagnético dos sistemas de aterramento [6, 12, 14, 16–18, 20, 28, 29].

Um grande desvio entre a resposta transitória dos aterramentos, de sinais obtidos experimentalmente e numericamente por meio de simulações é verificado, por não considerarem o fenômeno de dispersão do solo [12, 18, 20, 30, 31].

Pelo exposto, é importante utilizar modelos que considerem a dispersão do solo nas simulações numéricas para melhorar a confiabilidade dos resultados.

2.3.1 Materiais Dispersivos

A constante dielétrica é uma propriedade dos materiais e está relacionada com a resposta dos materiais aos campos elétricos. A interação dos campos com a matéria se manifesta mediante a polarização dos átomos ou moléculas do material. Como resultado da polarização, os dipolos orientados criam um campo que se superpõe ao campo externo, determinando o comportamento dielétrico do material. A medida desse efeito é conhecida como a permissividade ou constante dielétrica do meio, $\tilde{\epsilon}$ [32].

A permissividade $\tilde{\epsilon}$ do material varia com a frequência, pois quando um meio dielétrico é submetido a um campo elétrico alternado os dipolos do material tentam se reorientar com o campo, num processo que requer um determinado tempo, e o inverso deste tempo é denominado de frequência de relaxação. Esta frequência depende da facilidade com que os dipolos são capazes de se realinharem e que varia de acordo com o material. Um dipolo não alcança a direção de orientação quando a frequência do campo aplicado ultrapassa sua frequência de relaxação e desta forma não contribuirá para a constante dielétrica. Existe uma perda dielétrica que corresponde a absorção de energia elétrica por um material dielétrico que está sujeito a um campo elétrico alternado. Essa perda pode ser importante em frequências do campo elétrico na vizinhança da frequência de relaxação para cada um dos tipos de dipolos operacionais em um material específico.

A permissividade dos meios dielétricos lineares e isotrópicos pode ser escrita como:

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon_0(1 + \chi_e), \quad (2.13)$$

onde a parte real ϵ' é a permissividade do material sem perdas, a parte imaginária ϵ'' representa as perdas no material devido à relaxação térmica associada ao movimento dos dipolos num campo elétrico alternado e χ_e é a susceptibilidade elétrica, que é uma grandeza complexa nos meios com perdas [32].

A Fig. 1 representa os principais mecanismos de polarização, e a Fig. 2 ilustra o espectro da permissividade complexa e os mecanismos de polarização associados a cada frequência.

Na primeira faixa do espectro de frequência observa-se a polarização interfacial (Efeito Maxwell-Wagner), que surge em função das discontinuidades de fases de materiais heterogêneos, materiais diferentes, vazios e impurezas [33]. Devido às diferentes condutividades e permissividades das regiões, ocorre a formação de cargas espaciais nas interfaces destas. Este efeito é frequentemente observado em solos, que normalmente são compostos por uma mistura de componentes com considerável diferença de propriedades elétricas como ar, líquidos e sólidos, e separados por numerosas interfaces.

Em seguida temos a dipolar (ou orientacional), que ocorre só em substâncias que possuem momentos de dipolo permanentes e é provocada pela rotação dos momentos permanentes na direção do campo aplicado.

Logo após vem a iônica (ou atômica), que ocorre só em materiais iônicos e é resultante do deslocamento mútuo entre íons constituintes da molécula.

Finalmente tem-se a eletrônica, presente em todos os átomos e ocorre devido ao deslocamento da nuvem eletrônica em relação ao núcleo do átomo [33].

Figura 1: Ilustração dos mecanismos de polarização

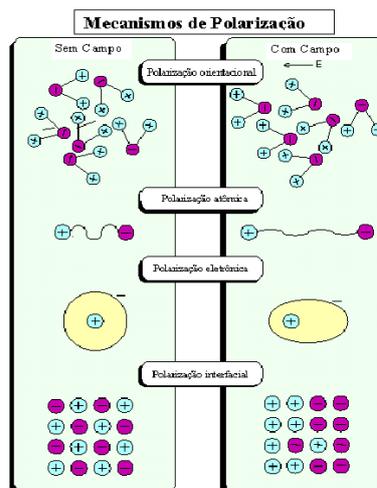
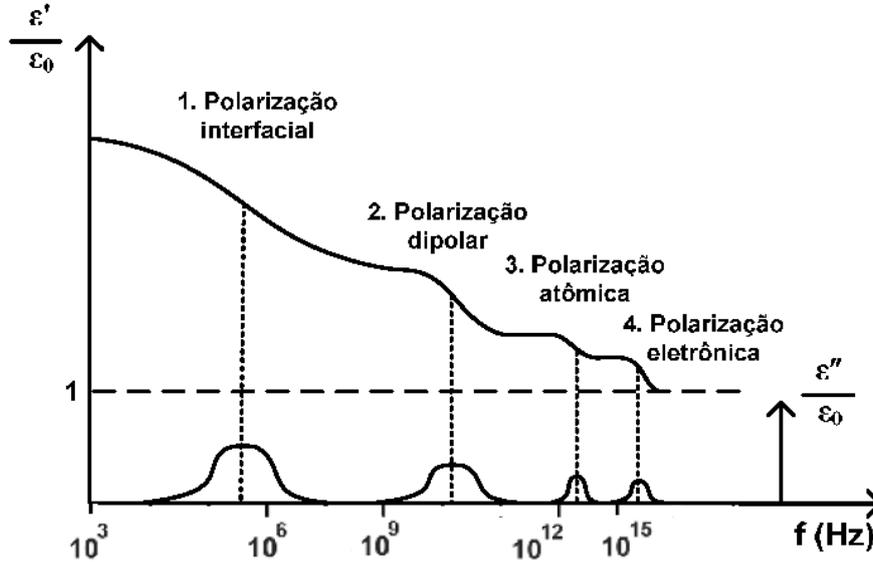


Figura 2: Dependência da Permissividade Complexa com a Frequência Ilustrando os mecanismos de Polarização. Adaptado de [34]



Para modelar o comportamento elétrico descrito acima usando as equações de Maxwell, substitui-se (2.13) em (2.2) e, reescrevendo no domínio da frequência, obtêm-se:

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = \sigma_{DC} \tilde{\mathbf{E}} + j\omega \tilde{\mathbf{E}} = (\sigma_{DC} + \omega \varepsilon'') \tilde{\mathbf{E}} + j\omega \varepsilon' \tilde{\mathbf{E}}, \quad (2.14)$$

onde a condutividade total, que é dependente da frequência, pode ser expressa por $\tilde{\sigma}(\omega) = \sigma_{DC} + \omega \varepsilon''$, que é composta pela condutividade de regime estacionário σ_{DC} e a parcela $\omega \varepsilon''$ que faz com que haja a variação com a frequência desta condutividade $\tilde{\sigma}(\omega)$.

Portanto da expressão (2.14), observa-se que a dependência dos parâmetros eletromagnético com a frequência ocorre tanto em termos da condutividade elétrica $\tilde{\sigma}(\omega)$ quanto em termos da permissividade elétrica $\tilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon'$.

A seguir, nas Subseções 2.3.2, 2.3.3 e 2.3.4 apresentam-se as formulações propostas por Longmire-Smith, Portela e Visacro-Alipio que descrevem a variação dos parâmetros do solo com a frequência [16–18].

Tabela 1: Coeficientes a_n para a Formulação de Longmire e Smith

n	1	2	3	4	5	6	7
a_n	$3,4 \cdot 10^6$	$2,74 \cdot 10^5$	$2,58 \cdot 10^4$	$3,38 \cdot 10^3$	$5,26 \cdot 10^2$	$1,33 \cdot 10^2$	$2,72 \cdot 10^1$
n	8	9	10	11	12	13	
a_n	$1,25 \cdot 10^1$	4,8	2,17	0,98	0,392	0,173	

2.3.2 Formulação de Longmire e Smith para Solos Dispersivos

Em 1975, Longmire e Smith utilizaram dados de medição de amostra de concreto para frequências de até 2×10^8 Hz e extrapolaram as curvas de medição até 10^{12} Hz, e dessa forma eles propuseram as formulações (2.15) e (2.16) para parâmetros do solo em função da frequência [16], dados por:

$$\tilde{\sigma}(\omega) = \sigma_{DC} + \varepsilon_0 \sum_{n=1}^N a_n \beta_n \frac{\left(\frac{\omega}{\beta_n}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\beta_n}\right)^2} \quad (2.15)$$

e

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{1 + \left(\frac{\omega}{\beta_n}\right)^2}, \quad (2.16)$$

onde $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular e f é a frequência analisada em Hz, $\varepsilon_\infty = 5$ é a permissividade relativa para a frequência de 10^{12} Hz, $\beta_n = \left(\frac{W}{10}\right)^{1,28} 10^{n-1}$, sendo W o valor de percentual de umidade no solo (em termos de volume) e $\sigma_{DC} = 8 \times 10^{-3} \left(\frac{W}{10}\right)^{1,54}$ é a condutividade em baixas frequências, descrita em termos do percentual de umidade. Os valores dos coeficientes a_n , desta formulação, são apresentados na Tabela 1

2.3.3 Formulação de Portela para Solos Dispersivos

Em 1999, Portela realizou medições em laboratório dos parâmetros do solo, de amostras coletadas em campo. A banda de frequência investigada foi de 100 Hz a 2 MHz, com interesse em transitórios provocados por descargas atmosféricas em sistemas de aterra-

mento. Este estudo resultou nas formulações (2.17) e (2.18) para parâmetros do solo em função da frequência [17]. Matematicamente, tem-se:

$$\tilde{\sigma}(\omega) = \sigma_{DC} + \Delta_i \left[\cot\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right) \right] \left(\frac{\omega}{2\pi \times 10^6} \right)^\alpha \quad (2.17)$$

e

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = \Delta_r \left(\frac{1}{2\pi \times 10^6} \right)^\alpha \omega^{\alpha-1}, \quad (2.18)$$

onde $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular e f é a frequência analisada em Hz, σ_{DC} é a condutividade elétrica em 100Hz, Δ_i é igual a diferença entre a condutividade em 1MHz σ (1MHz) e a condutividade em 100Hz σ_{DC} ($\Delta_i = \sigma$ (1MHz) - σ_{DC}), Δ_r é igual a diferença entre o produto da permissividade e frequência angular em 1MHz $\omega\varepsilon$ (1MHz) e o produto da permissividade e frequência angular em 100Hz $\omega\varepsilon$ (100Hz) ($\Delta_r = \omega\varepsilon$ (1MHz) - $\omega\varepsilon$ (100Hz)) e $\alpha = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{\Delta_i}{\Delta_r}\right)$. Valores médios sugeridos em [35] de $\alpha=0,706$ $\Delta_i=11,71\text{mS/m}$ foram utilizados neste trabalho.

2.3.4 Formulação de Visacro-Alípio para Solos Dispersivos

De acordo com a literatura, em 2012, Visacro e Alípio foram os primeiros pesquisadores a realizar as medições diretamente nos solos em seus estados naturais. A partir das curvas levantadas de $\tilde{\rho}(f)$ (inverso da condutividade $\tilde{\sigma}(f)$) e $\tilde{\varepsilon}(f)$ por meio de medições em campo, os autores propuseram as formulações (2.19) e (2.20) para parâmetros do solo em função da frequência [18]. Estes parâmetros são dados por:

$$\tilde{\rho}(f) = \rho_{DC} \left\{ 1 + [1,2 \times 10^{-6} \cdot \rho_{DC}^{0,73}] \times [(f - 100)^{0,65}] \right\}^{-1} \quad (2.19)$$

e

$$\tilde{\varepsilon}_r(f) = 7,6 \times 10^3 (f)^{-0,4} + 1,3, \quad (2.20)$$

onde ρ_{DC} é a resistividade para baixas frequências ($\Omega.m$) e f é a frequência analisada (Hz).

Sabendo que $f = \frac{\omega}{2\pi}$, as expressões (2.19) e (2.20) são reescritas da seguinte forma

$$\tilde{\rho}(\omega) = \rho_{DC} \left\{ 1 + [1,2 \times 10^{-6} \cdot \rho_{DC}^{0,73}] \times \left[\left(\frac{\omega}{2\pi} - 100 \right)^{0,65} \right] \right\}^{-1} \quad (2.21)$$

e

$$\tilde{\varepsilon}_r(\omega) = 7,6 \times 10^3 \left(\frac{\omega}{2\pi} \right)^{-0,4} + 1,3, \quad (2.22)$$

onde,

$$\tilde{\sigma}(\omega) = \tilde{\rho}(\omega)^{-1} \quad (2.23)$$

e

$$\tilde{\varepsilon}_r(\omega) = \frac{\tilde{\varepsilon}(\omega)}{\varepsilon_0}. \quad (2.24)$$

Nas Figs. 3, 4, 5, 6 e 7 apresentam-se respectivamente os gráficos de $\sigma(f)$, $\varepsilon_r(f)$ e $\omega\varepsilon(f)$ para as formulações propostas por Longmire-Smith, Portela e Visacro-Alipio para a faixa de frequência de 100Hz até 500kHz.

Figura 3: Curvas da função $\sigma(f)$ para $\sigma_{DC} = 0,021257$ S/m.

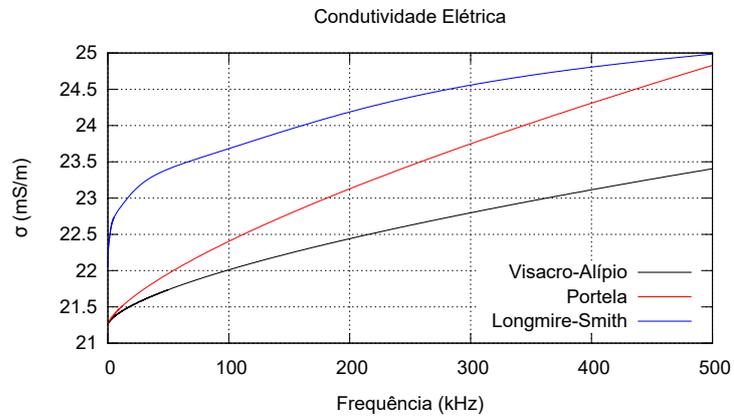


Figura 4: Curva da função $\varepsilon_r(f)$ para a formulação de Longmire-Smith.

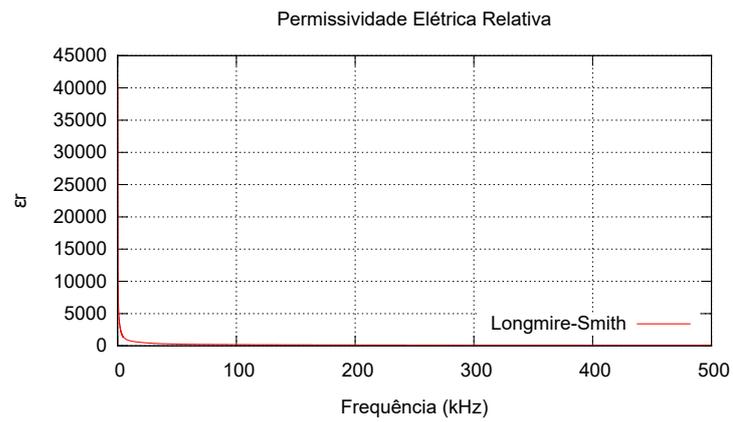


Figura 5: Curva da função $\varepsilon_r(f)$ para a formulação de Portela.

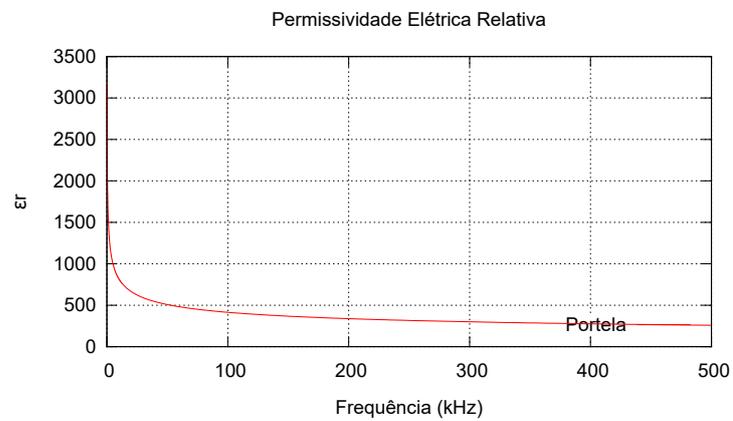


Figura 6: Curva da função $\varepsilon_r(f)$ para a formulação de Visacro-Alípio.

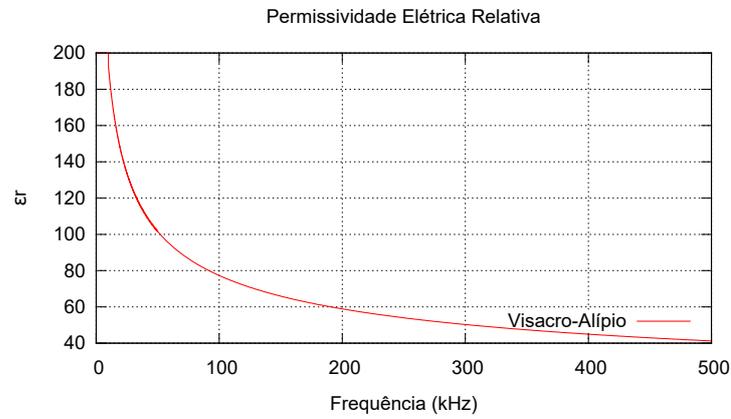
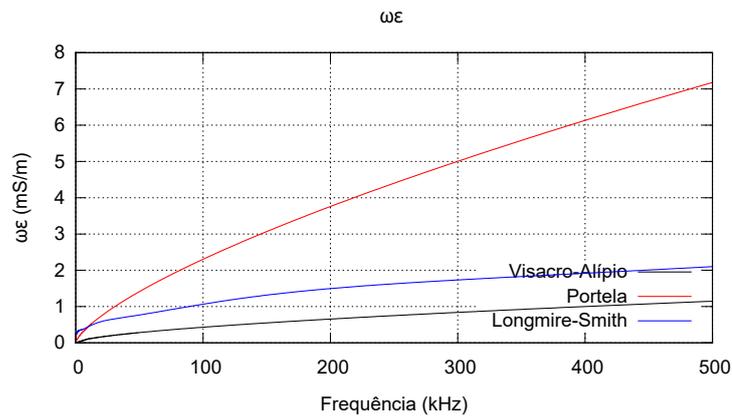


Figura 7: Curvas da função $\omega\varepsilon(f)$ mS/m.



Observando as Figs. 3, 4, 5, 6 e 7, pode-se inferir que a condutividade elétrica aumenta com o aumento da frequência, a permissividade elétrica relativa diminui com o aumento da frequência e o produto da frequência angular pela permissividade elétrica aumenta com o aumento da frequência independentemente da formulação utilizada.

Capítulo 3

O Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) para Solução das Equações de Maxwell

3.1 Conteúdo do Capítulo

Neste Capítulo, trata-se dos conceitos relacionado ao Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD).

3.2 Formulação Analítica

Para um meio isotrópico, não dispersivos e com perdas as equações de Maxwell podem ser descritas conforme abaixo:

Na forma diferencial, a lei de Faraday é dada por

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (3.1)$$

A lei de Ampère-Maxwell é definida pela equação

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (3.2)$$

Expandindo a lei de Faraday em coordenadas retangulares, obtêm-se as seguintes equações escalares

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right), \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right), \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right). \quad (3.5)$$

Da mesma, forma para a lei de Ampère, temos

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right), \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right), \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right). \quad (3.8)$$

3.3 Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD)

3.3.1 Visão geral

O método FDTD (*Finite-Difference Time-Domain*) desenvolvido por Kane Yee em 1966 é uma técnica utilizada para solucionar numericamente de forma aproximada as equações de Maxwell no domínio do tempo. [21].

Este método consiste na discretização espacial e temporal da região de análise dos campos elétrico e magnético e utiliza aproximações centradas para derivadas temporais e

espaciais presentes nas equações de Maxwell na forma diferencial.

Para representar o domínio de análise, divide-se a região deste domínio em células, denominadas de célula de Yee (Fig. 8). Considerando um domínio de análise em três dimensões (3-D), Yee define um ponto no sistema de coordenadas (x, y, z) , como:

$$(x, y, z) = (i\Delta_x, j\Delta_y, k\Delta_z) , \quad (3.9)$$

onde Δ_x , Δ_y e Δ_z definem as discretizações (passos) espaciais e i , j e k são os índices das células relativos a x , y e z , respectivamente.

O passo temporal é contabilizado pelo índice n e o incremento temporal é definido por Δ_t de tal forma que o instante físico no qual o campo elétrico é calculado é dado por $t = n\Delta_t$. O campo magnético é avaliado em $t = (n + 1/2)\Delta_t$. O incremento temporal Δ_t é definido pela condição de Courant, que será discutida na Subseção 3.3.2.

Dessa forma, uma função f que dependa do espaço $(x, y$ e $z)$ e do tempo (t) é representado da seguinte forma discreta:

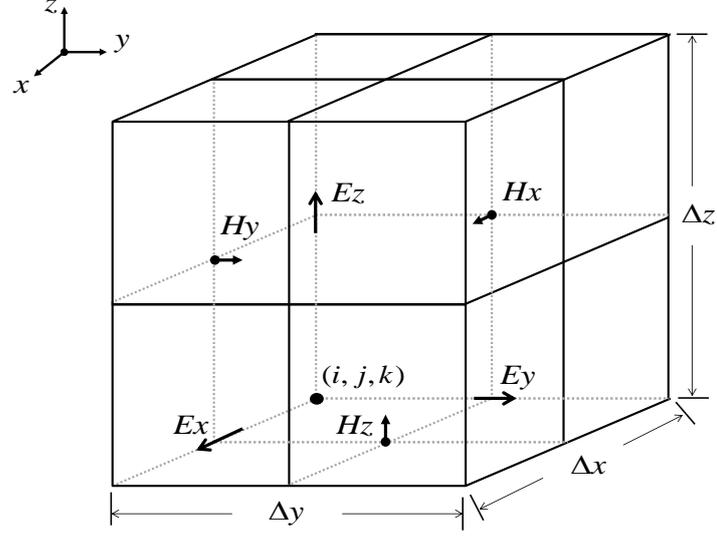
$$f(x, y, z, t) \approx f_d^n(i, j, k). \quad (3.10)$$

Conforme está ilustrado na Fig. 8, as componentes do campo elétrico são deslocadas em meia aresta de célula em relação às componentes do campo magnético. Esta configuração permite aplicar as leis de Faraday e Ampère nas formas diferencial e integral no espaço discreto. Além disso, há um deslocamento de meio passo temporal entre os campos elétrico e magnético provocado pela aproximação por diferenças finitas centradas das derivadas temporais.

Aplicando-se o conceito de diferenças finitas centradas para aproximar as derivadas tem-se

$$\frac{df(\alpha)}{d\alpha} \approx \frac{f(\alpha + \Delta_\alpha) - f(\alpha - \Delta_\alpha)}{2\Delta_\alpha}. \quad (3.11)$$

Figura 8: Representação da célula de Yee.



A expressão (3.11) é aplicada nas equações de (3.3) a (3.8). Tomando como exemplo a derivada temporal $\frac{\partial E(x,y,z,t)}{\partial t}$, a aproximação por derivada centrada é dada por

$$\frac{\partial \vec{E}(x, y, z, t)}{\partial t} \approx \frac{\vec{E}_{(i,j,k)}^{n+1} - \vec{E}_{(i,j,k)}^n}{\Delta t}. \quad (3.12)$$

Considerando a derivada espacial $\frac{\partial H_x(x,y,z,t)}{\partial z}$, tem-se que

$$\frac{\partial H_x(x, y, z, t)}{\partial z} \approx \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k+\frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-\frac{1}{2})}{\Delta_z}. \quad (3.13)$$

Aplicando nas expressões (3.3) a (3.8) os conceitos observados em (3.12) e (3.13), obtém-se as seguintes equações de atualização

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) = H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) + \frac{\Delta_t}{\mu} \left[\frac{E_y^n(i, j+\frac{1}{2}, k+1) - E_y^n(i, j+\frac{1}{2}, k)}{\Delta_z} - \frac{E_z^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) - E_z^n(i, j, k+\frac{1}{2})}{\Delta_y} \right], \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned}
& H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}) = H_y^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}) + \\
& + \frac{\Delta_t}{\mu} \left[\frac{E_z^n(i+1,j,k+\frac{1}{2}) - E_z^n(i,j,k+\frac{1}{2})}{\Delta_x} - \frac{E_x^n(i+\frac{1}{2},j,k+1) - E_x^n(i+\frac{1}{2},j,k)}{\Delta_z} \right], \quad (3.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) = H_z^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) + \\
& + \frac{\Delta_t}{\mu} \left[\frac{E_x^n(i+\frac{1}{2},j+1,k) - E_x^n(i+\frac{1}{2},j,k)}{\Delta_y} - \frac{E_y^n(i+1,j+\frac{1}{2},k) - E_y^n(i,j+\frac{1}{2},k)}{\Delta_x} \right], \quad (3.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& E_x^{n+1}(i+\frac{1}{2},j,k) = E_x^n(i+\frac{1}{2},j,k) \left(\frac{1 - \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon}} \right) + \\
& + \frac{\Delta_t}{\varepsilon \left(1 + \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon} \right)} \left[\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k)}{\Delta_y} - \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2})}{\Delta_z} \right], \quad (3.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& E_y^{n+1}(i,j+\frac{1}{2},k) = E_y^n(i,j+\frac{1}{2},k) \left(\frac{1 - \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon}} \right) + \\
& + \frac{\Delta_t}{\varepsilon \left(1 + \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon} \right)} \left[\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2})}{\Delta_z} - \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k)}{\Delta_x} \right], \quad (3.18)
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
& E_z^{n+1}(i,j,k+\frac{1}{2}) = E_z^n(i,j,k+\frac{1}{2}) \left(\frac{1 - \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon}} \right) + \\
& + \frac{\Delta_t}{\varepsilon \left(1 + \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon} \right)} \left[\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2})}{\Delta_x} - \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}{\Delta_y} \right]. \quad (3.19)
\end{aligned}$$

3.3.2 Critérios de precisão e estabilidade

Para garantir que os valores calculados através do método FDTD convirjam para a solução analítica é necessário atender condições que garantam precisão e estabilidade. Estes critérios estão relacionados aos incrementos espaciais Δ_x , Δ_y e Δ_z e ao incremento temporal Δ_t .

O incremento de tempo Δ_t deve satisfazer à condição de Courant [36] dada por:

$$\Delta_t < \frac{1}{v_{max} \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta_x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta_y}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta_z}\right)^2}}, \quad (3.20)$$

onde v_{max} é a velocidade máxima de propagação da onda.

Os incrementos espaciais Δ_x , Δ_y e Δ_z devem satisfazer a condição:

$$\Delta_{x,y,z} \leq \frac{\lambda_{min}}{10}, \quad (3.21)$$

onde λ_{min} é o mínimo comprimento de onda associado à frequência máxima f_{max} do sinal de excitação.

No *software* desenvolvido neste trabalho, utiliza-se a formulação do fio fino [25] para representar as hastes, cabos e os eletrodos utilizados nos experimentos, com raio menor que a aresta da célula de Yee.

Como este trabalho analisa os sistemas de aterramento em ambientes abertos, seria necessário implementar um domínio computacional infinito, ou seja, seria necessário memória infinita para representar este problema. Para analisar os problemas de ambientes abertos, faz-se a truncagem do domínio computacional utilizando paredes absorventes de tal forma que se possa representar a onda eletromagnética propagando-se para fora do espaço de análise, com mínimo de reflexões. Neste trabalho, a truncagem do domínio computacional é feita utilizando a técnica CPML (*Convolutional Perfectly Matched Layer*) [24].

Capítulo 4

Modelagem de Materiais Dispersivos

Arbitrários para o método FDTD

Considerando-se $\sigma + j\omega\varepsilon = \tilde{\sigma}(\omega) + j\omega\tilde{\varepsilon}(\omega)$

Aplicada ao Método FDTD.

4.1 Conteúdo do Capítulo

Este capítulo trata do desenvolvimento de uma formulação numérica para modelagem de solos dispersivos utilizando o método FDTD, que é a principal contribuição deste trabalho.

4.2 Relações Constitutivas para meios dispersivos

Nesta trabalho, o comportamento dispersivo do meio será descrito pela variação da condutividade e permissividade elétrica com a frequência angular, ou seja, $\sigma + j\omega\varepsilon =$

$\tilde{\sigma}(\omega) + j\omega\tilde{\varepsilon}(\omega)$. Para os meios dispersivos, têm-se as seguintes relações constitutivas:

$$\vec{D}(t) = \varepsilon(t) * \vec{E}(t) = \int_0^t \vec{E}(t - \tau)\varepsilon(\tau) d\tau, \quad (4.1)$$

$$\vec{J}(t) = \sigma(t) * \vec{E}(t) = \int_0^t \vec{E}(t - \tau)\sigma(\tau) d\tau \quad (4.2)$$

e

$$\vec{B}(t) = \mu \vec{H}(t). \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial (\varepsilon(t) * \vec{E}(t))}{\partial t} + \sigma(t) * \vec{E}(t) = \nabla \times \vec{H}(t). \quad (4.4)$$

A lei de Faraday permanece inalterada, conforme pode ser visto a seguir:

$$\frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E}(t). \quad (4.5)$$

Reescrevendo (4.4) no domínio da frequência e colocando em evidência a intensidade de campo elétrico, obtêm-se

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = (\tilde{\sigma}(\omega) + j\omega\tilde{\varepsilon}(\omega)) \tilde{\mathbf{E}}. \quad (4.6)$$

4.3 Desenvolvimento da Modelagem de Materiais Dispersivos Arbitrários para o método FDTD Considerando-se $\sigma + j\omega\varepsilon = \tilde{\sigma}(\omega) + j\omega\tilde{\varepsilon}(\omega)$ Aplicada ao Método FDTD.

Para modelar o comportamento de um solo dispersivo no método FDTD, de uma forma a generalizar o problema, utilizou-se uma aproximação complexa por polinômio de Padé para $\tilde{\sigma}(\omega) + j\omega\tilde{\varepsilon}(\omega)$. A aproximação proposta é perfeitamente compatível com as formulações (2.15) e (2.16) de Longmire-Smith [16], (2.17) e (2.18) de Portela [17] e de (2.21) a (2.24) de Visacro-Alipio [18] e é dada por

$$\tilde{\sigma}(\omega) + j\omega\tilde{\varepsilon}(\omega) \approx \frac{a_0 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2 + \dots + a_n(j\omega)^n}{1 + b_1(j\omega) + b_2(j\omega)^2 + \dots + b_m(j\omega)^m}. \quad (4.7)$$

Para $n = 1$ e $m = 1$, utilizados neste trabalho, (4.7) resulta em

$$\tilde{\sigma}(\omega) + j\omega\tilde{\varepsilon}(\omega) \approx \frac{a_0 + a_1(j\omega)}{1 + b_1(j\omega)}. \quad (4.8)$$

Os coeficientes a_0 , a_1 e b_1 podem ser obtidos resolvendo um sistema de equações lineares, amostrando-se a função a ser interpolada. Neste trabalho utilizou-se a técnica de interpolação por mínimos quadrados [37] para solucionar este sistema linear e, com isso, calcular os coeficientes complexos do polinômio de Padé.

A partir da lei de Ampère no domínio da frequência, tem-se

$$\left(\nabla \times \tilde{\mathbf{H}}\right)_y = (\tilde{\sigma}(\omega) + j\omega\tilde{\varepsilon}(\omega))\tilde{E}_y \approx \frac{a_0 + a_1(j\omega)}{1 + b_1(j\omega)}\tilde{E}_y(\omega), \quad (4.9)$$

ou seja,

$$(1 + b_1(j\omega)) \left(\nabla \times \tilde{\mathbf{H}}\right)_y = (a_0 + a_1(j\omega)) \tilde{E}_y(\omega). \quad (4.10)$$

Ressalta-se que o polinômio de Padé foi definido em termos de $j\omega$ propositalmente para que a manipulação da transformada inversa de Fourier seja menos complicada. Aplicando a transformada inversa de Fourier em (4.10), obtêm-se a seguinte expressão no domínio do tempo:

$$\left(\nabla \times \vec{H}\right)_y + b_1 \frac{\partial \left(\nabla \times \vec{H}\right)_y}{\partial t} = a_0 E_y + a_1 \frac{\partial E_y}{\partial t}. \quad (4.11)$$

Reescrevendo na forma de diferenças finitas (com aproximação atrasada), (4.11) se torna

$$\left(\nabla \times \vec{H}\right)_y^{n-\frac{1}{2}} + b_1 \frac{\left(\nabla \times \vec{H}\right)_y^{n-\frac{1}{2}} - \left(\nabla \times \vec{H}\right)_y^{n-\frac{3}{2}}}{\Delta t} = a_0 E_y^{n-\frac{1}{2}} + a_1 \frac{E_y^n - E_y^{n-1}}{\Delta t}. \quad (4.12)$$

Colocando os termos $\left(\nabla \times \vec{H}\right)_y$ avaliados no mesmo instante em evidência, tem-se

$$\left(1 + \frac{b_1}{\Delta t}\right) \left(\nabla \times \vec{H}\right)_y^{n-\frac{1}{2}} - \left(\frac{b_1}{\Delta t}\right) \left(\nabla \times \vec{H}\right)_y^{n-\frac{3}{2}} = a_0 E_y^{n-\frac{1}{2}} + a_1 \frac{E_y^n - E_y^{n-1}}{\Delta t}. \quad (4.13)$$

Aplicando as médias temporais para o termo $E_y^{n-\frac{1}{2}}$, obtêm-se

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{b_1}{\Delta t}\right) \left(\nabla \times \vec{H}\right)_y^{n-\frac{1}{2}} - \left(\frac{b_1}{\Delta t}\right) \left(\nabla \times \vec{H}\right)_y^{n-\frac{3}{2}} = \\ a_0 \frac{E_y^n + E_y^{n-1}}{2} + a_1 \frac{E_y^n - E_y^{n-1}}{\Delta t}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Colocando os termos E_y em evidência (para cada instante de tempo), tem-se

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{b_1}{\Delta t}\right) \left(\nabla \times \vec{H}\right)_y^{n-\frac{1}{2}} - \left(\frac{b_1}{\Delta t}\right) \left(\nabla \times \vec{H}\right)_y^{n-\frac{3}{2}} = \\ \left(\frac{a_0}{2} + \frac{a_1}{\Delta t}\right) E_y^n + \left(\frac{a_0}{2} - \frac{a_1}{\Delta t}\right) E_y^{n-1}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Isolando E_y^n , obtemos

$$\begin{aligned} \left(\frac{a_0}{2} + \frac{a_1}{\Delta t}\right) E_y^n &= \left(\frac{a_1}{\Delta t} - \frac{a_0}{2}\right) E_y^{n-1} + \left(1 + \frac{b_1}{\Delta t}\right) \left(\nabla \times \vec{H}\right)_y^{n-\frac{1}{2}} + \\ &- \left(\frac{b_1}{\Delta t}\right) \left(\nabla \times \vec{H}\right)_y^{n-\frac{3}{2}}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Por fim, a equação de atualização para E_y^n é dada por

$$E_y^n = \frac{\left(\frac{a_1}{\Delta t} - \frac{a_0}{2}\right)}{\left(\frac{a_0}{2} + \frac{a_1}{\Delta t}\right)} E_y^{n-1} + \frac{\left(1 + \frac{b_1}{\Delta t}\right)}{\left(\frac{a_0}{2} + \frac{a_1}{\Delta t}\right)} \left(\nabla \times \vec{H}\right)_y^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\left(\frac{b_1}{\Delta t}\right)}{\left(\frac{a_0}{2} + \frac{a_1}{\Delta t}\right)} \left(\nabla \times \vec{H}\right)_y^{n-\frac{3}{2}}. \quad (4.17)$$

De forma semelhante, pode-se encontrar as equações de atualização para as demais componentes do campo elétrico. As equações de atualização para o campo magnético definidas por (3.14) a (3.16) não são modificadas.

Para implementação de (4.17) é necessário o uso de variáveis de alta precisão numérica, de maneira que haja a convergência do método proposto. Para resolver tal questão, neste trabalho foi utilizada a biblioteca GNU MPFR (*Multiple-Precision Floating-point computations with correct Rounding*) [38]. Ressalta-se que foram utilizadas variáveis de 256 bits.

Um aspecto fundamental a ressaltar é que o campo elétrico obtido aplicando-se (4.17) é complexo, pois os coeficientes do aproximador de Padé pertencem a este conjunto numérico. Dessa forma, apesar de o campo elétrico ser armazenado e atualizado ao longo das iterações como uma grandeza complexa, utiliza-se apenas a parte real do campo elétrico para atualizar o campo magnético, pois, no domínio do tempo, a parte imaginária do campo elétrico não possui significado físico [27].

Capítulo 5

Resultados Numérico-Experimentais

5.1 Conteúdo do Capítulo

Com a finalidade de validar a formulação do método FDTD utilizando parâmetros do solo com a variação da frequência (solos dispersivos) discutida no Capítulo 3, foram analisados os comportamentos transitórios de sistemas de aterramento por meio de medições em campo e comparadas com as simulações numéricas, proposta neste trabalho.

Neste capítulo, os resultados obtidos são analisados em função da tensão induzida, corrente de injeção e resistência de aterramento transitória, para os sinais obtidos por meio de experimento e simulados numericamente, considerando o efeito da dispersão do solo, e também, sem considerar este efeito.

5.2 Considerações sobre as Medições

5.2.1 Local de Realização das Medições

Os experimentos foram realizados às proximidades de uma área arborizada e isolada de aproximadamente $30 \text{ m} \times 20 \text{ m}$, localizada nas propriedades do Centro de Tecnologia da Eletrobrás/Eletronorte no bairro Telegrafo sem Fio/ Miramar em Belém/PA. Na Fig.

9, é apresentada a vista aérea indicando o local onde foram realizados os experimentos em campo.

Figura 9: Vista aérea do Centro de Tecnologia da Eletrobrás/Eletronorte. Destaque na área onde foram realizados os experimentos em campo.



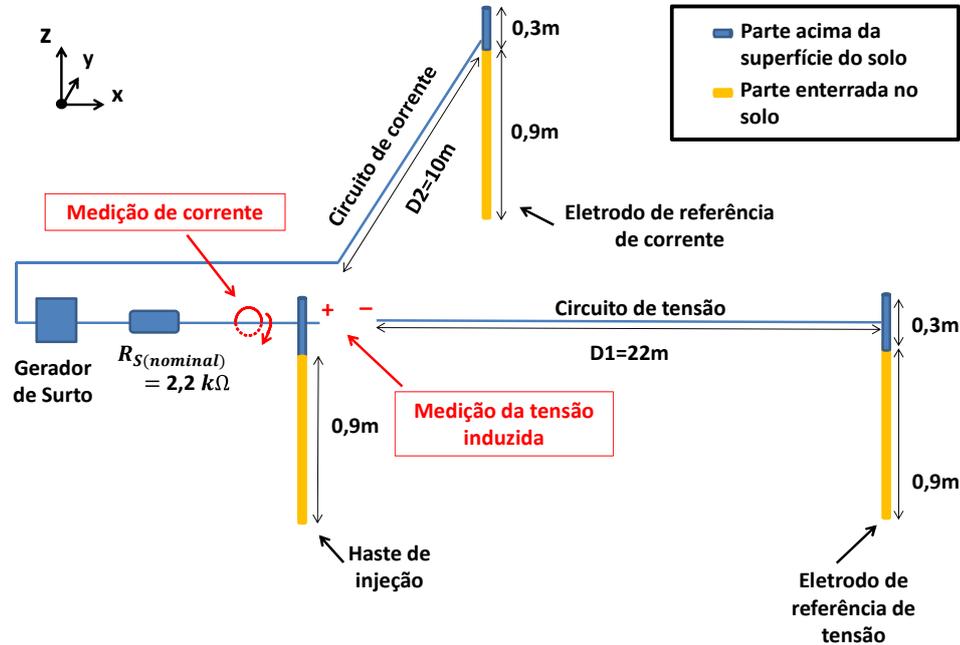
O local das medições foi escolhido de forma que houvesse um nível baixo de ruído. O valor máximo registrado para os ruídos foi de 100 mV, o que contribuiu para que os sinais medidos durante os experimentos apresentassem boa concordância com os sinais simulados.

5.2.2 Sistema de Medição Utilizado

Os circuitos de medição utilizados nos experimentos seguem a metodologia apresentada por Tanabe [5], cuja configuração experimental é apresentada na Fig.10, sendo formada por um gerador de surto de tensão, uma resistência na saída do gerador (ponte resistiva), circuito de corrente e circuito de tensão.

A polaridade positiva do gerador de surto é conectada a uma resistência R_s e está, em série com a haste de injeção de corrente. Um eletrodo de referência de corrente é colocado a uma distância D_1 e conectado por meio de um cabo de cobre a polaridade negativa do gerador, de forma que o circuito de corrente é fechado pela terra. Um segundo eletrodo é colocado a uma distância D_2 do ponto de injeção de corrente, e é usado com referência de tensão. Um condutor é conectado ao eletrodo remoto de tensão e trazido para a proximidade da haste de injeção de corrente, formando o circuito de tensão, com

Figura 10: Representação esquemática da configuração experimental do sistema de aterramento composto por um única haste verticalmente enterrada.



a finalidade de medir a tensão induzida (entre ponto de injeção de corrente e eletrodo remoto de tensão).

É importante mencionar que os circuitos de tensão e corrente estão ortogonalmente dispostos, de forma a reduzir o acoplamento magnético entre eles.

A corrente injetada e a tensão induzida são medidas, e a partir destes parâmetros é possível calcular a TGR e a resistência de aterramento R .

5.2.3 Ponte Resistiva

Como a resistência interna do gerador de surto é de 33Ω e a resistência de aterramento medida em campo está na faixa de 50Ω há necessidade de utilizar um resistor R_s para preservar a amplitude e a forma de onda do sinal injetado.

Foi observado também que a resistência R_S possui um comportamento não linear, motivo pelo qual há necessidade de medir tensão nos terminais do resistor para podermos calcular o seu valor efetivo $R_{S(efetiva)}$ a ser utilizado nas simulações numéricas. Apesar

de R_S possuir um comportamento não linear (varia no tempo de acordo com o sinal de tensão aplicado) o valor de $R_{S(\text{efetiva})}$ é considerado constante e igual ao valor de regime da tensão $v_R(t)$ nos terminais de R_S dividido pela corrente $i_R(t)$ de regime que flui através dele. Este fator pode provocar alguns desvios entre os sinais medidos e simulados.

A utilização da ponte resistiva R_S faz com que a forma de onda da corrente não apresente diferença significativa entre as simulações com solo dispersivo e sem dispersão, uma vez que a ponte resistiva tem impedância muito maior do que a impedância de terra (conectada em série).

O Valor da resistência da ponte resistiva R_S de 2200Ω utilizado nos experimentos foi escolhido por meio de medições na tensão de saída no gerador de surto. Este foi o menor valor comercial que preserva a forma de onda de saída do gerador com tempos de subida e de cauda da tensão iguais a $0,8 \mu\text{s}$ e $50 \mu\text{s}$, para o sistema de aterramento sobre teste.

5.2.4 Gerador de Surto

O gerador de surto de tensão utilizado nos experimentos (Fig. 11), desenvolvido em [39], atende às normas IEC 60060-1 [40] e *IEEE Standard Techniques for High-Voltage Testing* [41] para testes com surtos de alta tensão que reproduzam as formas de onda das descargas atmosféricas com tempos de subida e de cauda da tensão iguais a $0,8 \mu\text{s}$ e $50 \mu\text{s}$.

Figura 11: Painel frontal do gerador de surto utilizado nos experimentos.



A modelagem matemática da forma de onda do gerador de surto é dada por meio da expressão

$$p(t) = A_1 e^{-\left(\frac{t-t_{o1}}{\tau_1}\right)^2} + A_2 e^{-\left(\frac{t-t_{o2}}{\tau_2}\right)^2} + A_3 e^{-\left(\frac{t-t_{o3}}{\tau_3}\right)^2} + A_4 e^{-\left(\frac{t-t_{o4}}{\tau_4}\right)^2} + A_5 e^{-\left(\frac{t-t_{o5}}{\tau_5}\right)^2} + B(e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}) + K, \quad (5.1)$$

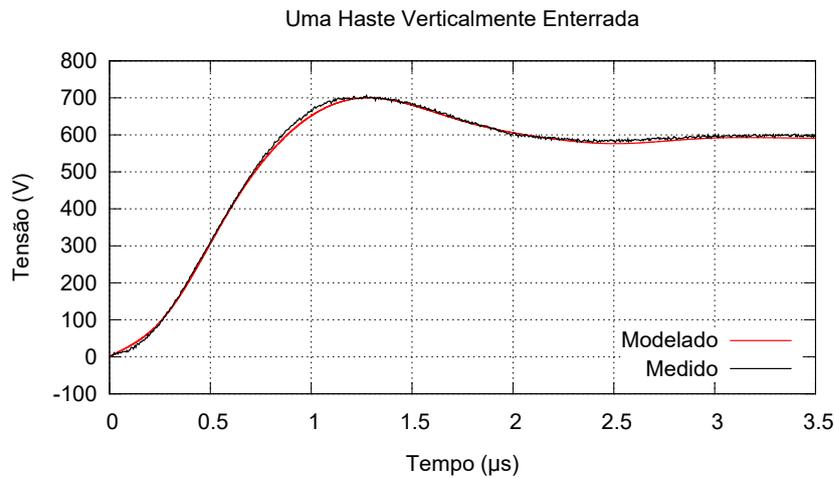
onde $B = 5,0604 \times 10^2$ V, $\alpha_1 = 1,5 \times 10^4$ s⁻¹, $\alpha_2 = 1,3 \times 10^6$ s⁻¹, $K = -5,43 \times 10^1$ V. Os parâmetros A_β , $t_{o\beta}$ e τ_β são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Valores dos parâmetros A_β , $t_{o\beta}$ e τ_β de (5.1)

Parâmetros	Índice β				
	1	2	3	4	5
A_β (V)	$-1,581 \times 10^2$	$1,898 \times 10^2$	$9,488 \times 10^1$	$-2,53 \times 10^1$	$-3,163 \times 10^1$
$t_{o\beta}$ (s)	$0,25 \times 10^{-6}$	$1,14 \times 10^{-6}$	$3,1 \times 10^{-6}$	$2,5 \times 10^{-6}$	$3,45 \times 10^{-6}$
τ_β (s)	$0,17 \times 10^{-6}$	$0,3 \times 10^{-6}$	$1,5 \times 10^{-6}$	$0,2 \times 10^{-6}$	$0,5 \times 10^{-6}$

Apresenta-se na Fig. 12, a comparação entre o sinal medido do gerador de surto utilizado nos experimentos de campo e o sinal modelado para as simulações numéricas. Observa-se uma boa concordância entre estes dois sinais.

Figura 12: Sinal do gerador medido e o sinal modelado matematicamente para as simulações numéricas.



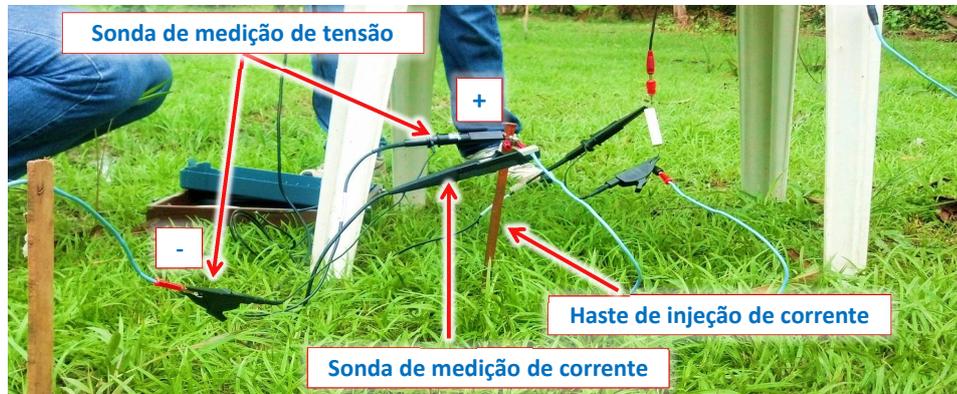
5.3 Análise Transitória

No dia 23 de dezembro de 2015, entre 8h00 e 12h00, foram realizados os experimentos para o sistema de aterramento composto por uma haste enterrada verticalmente, para medição de tensão de toque em uma configuração que simula uma cerca metálica e medição de tensão de passo no solo.

5.3.1 Experimento em campo: 1 haste vertical

Foi implementado em campo e em simulação o diagrama esquemático do sistema de aterramento de uma haste enterrada verticalmente (Fig. 10). A haste de injeção e os eletrodos remotos de referência dos circuitos de tensão e corrente têm 1,20 m de comprimento (dos quais 0,9 m foi enterrado verticalmente), e 6 mm de raio. O comprimento do cabo elétrico usado no circuito de tensão é 22 m e o cabo empregado no circuito de corrente possui 10 m de comprimento (ambos têm 2,5 mm² de secção transversal e foram posicionados 10 cm acima da superfície do solo). Nas Figs.5.14(a) e 5.14(b), são apresentadas imagens para ilustrar os esquemáticos empregados em campo. Os pontos de medição da tensão induzida $v(t)$ e corrente injetada $i(t)$ estão destacados nas Figs. 10 e 5.14(a).

Figura 13: Imagens do experimento realizado em campo. (a) Destaque nos pontos de medição e haste de injeção de corrente, (b) Destaque nos circuitos de tensão e corrente.



(a)



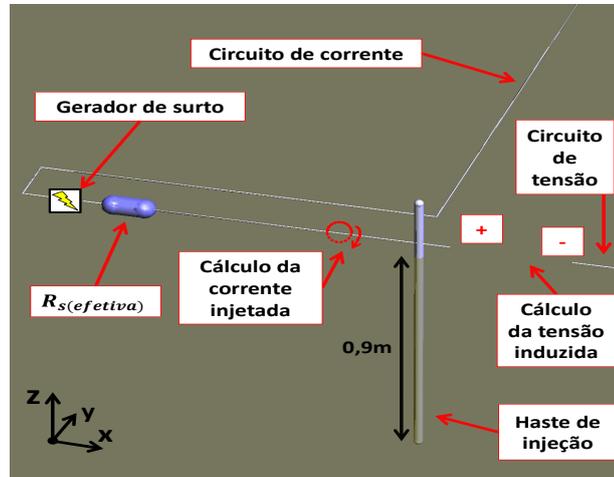
(b)

5.3.2 Simulação numérica

O experimento realizado em campo foi reproduzido no software SAGS, conforme Fig. 14. A região de análise considerada foi de $300 \times 160 \times 60$ células cúbicas de Yee com arestas $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0,10$ m.

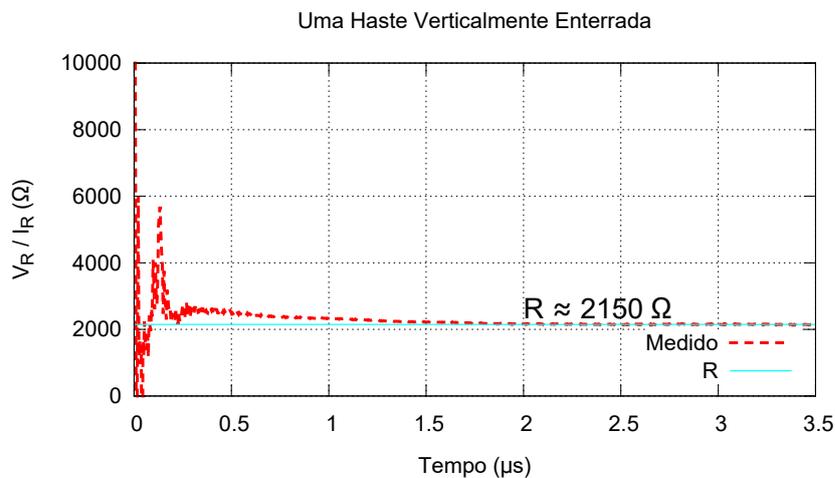
Os incrementos espaciais Δ_x , Δ_y e Δ_z e o incremento temporal Δ_t foram calculados de tal forma que atendam os critérios discutidos na Seção 3.3.2.

Figura 14: Representação no ambiente do *software* SAGS do *setup* experimental do sistema de aterramento composto por um única haste verticalmente enterrada.



Conforme foi discutido na Seção 5.2.3, para incluir a resistência R_S nas simulações, deve-se obter a resistência efetiva $R_{S(efetiva)}$ medida em campo no momento da realização dos ensaios. Na Fig. 15, apresenta-se a forma de onda obtida pela relação $v_R(t)/i_R(t)$. Observa-se que a curva tende para um valor constante $R_{S(efetiva)} \approx 2150 \Omega$, apresentando um diferença de aproximadamente 2,32 % do valor nominal $R_{S(nominal)}$ de 2200Ω .

Figura 15: Curva obtida no experimento a partir da razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha contínua indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2150 \Omega$.

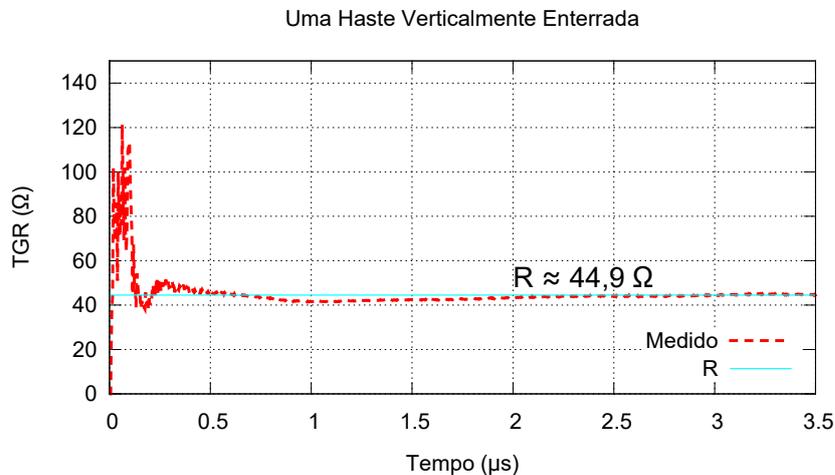


Conforme foi discutido na subseção 2.2.2, a resistência elétrica de aterramento $R \approx 44,9 \Omega$ é obtida observando a curva da TGR (Fig. 16). Por fim, o cálculo da condutividade do solo para baixas frequências σ_{DC} , é realizado utilizando a fórmula de Sunde [13] descrita abaixo:

$$\sigma_{DC} = \frac{[\ln \frac{2l}{a} - 1]}{2\pi l R}, \quad (5.2)$$

onde σ_{DC} é a condutividade elétrica para baixas frequências (S/m), l é o comprimento (m) do eletrodo (haste) de aterramento enterrado verticalmente, a é o diâmetro (m) do eletrodo de aterramento e R é a resistência de aterramento (Ω), obtida diretamente do regime permanente do parâmetro TGR (Fig. 16). Dessa forma, usando (5.2), chegou-se a $\sigma_{DC} \approx 0,021257$ S/m.

Figura 16: Curva da TGR obtida no experimento de uma haste enterrada verticalmente. A linha contínua indica o valor de $R = 44,9 \Omega$.



5.3.3 Escolha da Formulação

A partir das formulações (2.15) e (2.16) de Longmire-Smith [16], (2.17) e (2.18) de Portela [17] e de (2.21) a (2.24) de Visacro-Alipio [18] realiza-se a interpolação da função $\tilde{\sigma}(\omega) + j\omega\tilde{\epsilon}(\omega)$ pela aproximação por polinômio de Padé com $n = 1$ e $m = 1$, obtendo os

coeficientes em (4.8) do aproximador de Padé para cada formulação conforme foi discutido no Capítulo 3, cujos valores são apresentados nas Tabelas 3, 4 e 5 respectivamente.

Tabela 3: Coeficientes do aproximador de Padé Formulação Longmire- Smith (4.8) para $\sigma_{DC} = 0,021257$ S/m.

Coeficiente	Valor
a_0	$2,1257000000000000 \times 10^{-2} + j0$
a_1	$-6.762110324499796 \times 10^{-7} - j5,815511573612174 \times 10^{-6}$
b_1	$-3.452953353534479 \times 10^{-5} - j2,530101152476510 \times 10^{-4}$

Tabela 4: Coeficientes do aproximador de Padé Formulação Portela (4.8) para $\sigma_{DC} = 0,021257$ S/m.

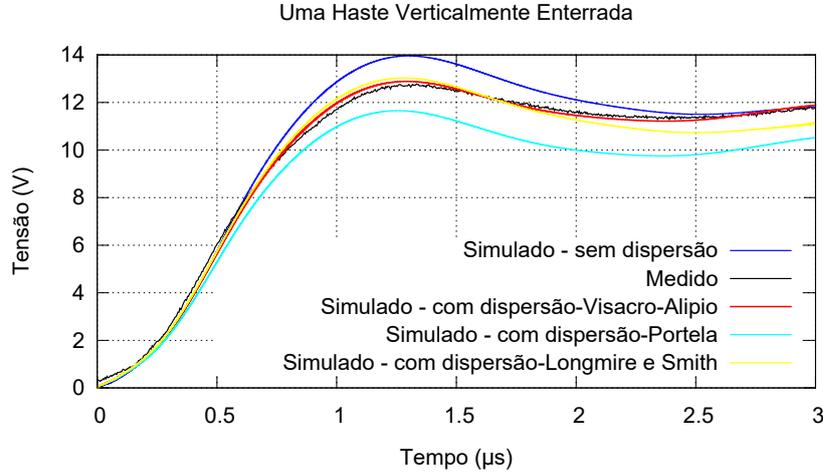
Coeficiente	Valor
a_0	$2,1257000000000000 \times 10^{-2} + j0$
a_1	$6,628805059009993 \times 10^{-9} - j3,229579712768953 \times 10^{-8}$
b_1	$4.908647891005674 \times 10^{-155} - j1,364095262797539 \times 10^{-6}$

Tabela 5: Coeficientes do aproximador de Padé Formulação Visacro-Alípio (4.8) para $\sigma_{DC} = 0,021257$ S/m.

Coeficiente	Valor
a_0	$2,1257000000000000 \times 10^{-2} + j0$
a_1	$3,497990975992981 \times 10^{-9} - j2,636643168635034 \times 10^{-8}$
b_1	$1.021265169991151 \times 10^{-7} - j1,140184440083698 \times 10^{-6}$

Na Fig. 17, apresenta-se o gráfico comparativo dos sinais de tensão induzida, medido e simulados considerando os parâmetros do solo sem dispersão e com dispersão, utilizando as formulações formulações de Longmire-Smith [16], Portela [17] e Visacro-Alípio [18].

Figura 17: Sinal de tensão induzida medido no experimento em campo e obtido por simulação numérica.



Analisando as curvas da Tensão induzida da Fig. 17 pode-se observar que a formulação de Visacro-Alipio [18] é a que mais se aproxima das medições, a de Longmire-Smith [16] se aproxima no pico porém se afasta em regime e a de Portela [17] se afasta dos resultados medidos tanto no pico como em regime. Pelo exposto acima, a formulação escolhida para ser utilizada será a de formulação de Visacro-Alipio. Os níveis de tensão induzida (Fig. 17) obtidos experimentalmente e numericamente para todos os modelos de dispersão e para o modelo de solo não dispersivo foram todos obtidos considerando-se a excitação ilustrada pela Fig. 12.

5.3.4 Resultados

Nas Figs. 18, 19 e 20, apresentam-se respectivamente os gráficos de $\sigma(f)$, $\varepsilon_r(f)$ e $\omega\varepsilon(f)$ para o polinômio de Padé e a formulação de Visacro-Alipio .

Figura 18: Curvas da função $\sigma(f)$ para $\sigma_{DC} = 0,021257$ S/m obtidas a partir da expressão (2.21) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.

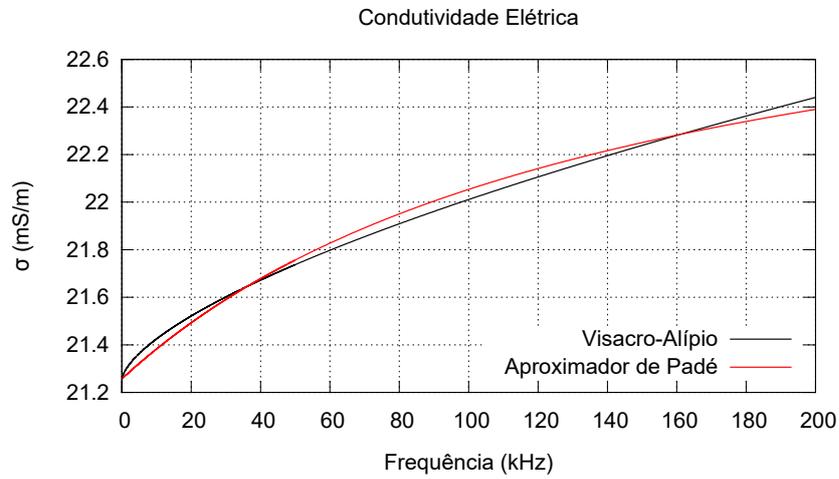


Figura 19: Curvas da função $\varepsilon_r(f)$ obtidas a partir da expressão (2.22) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.

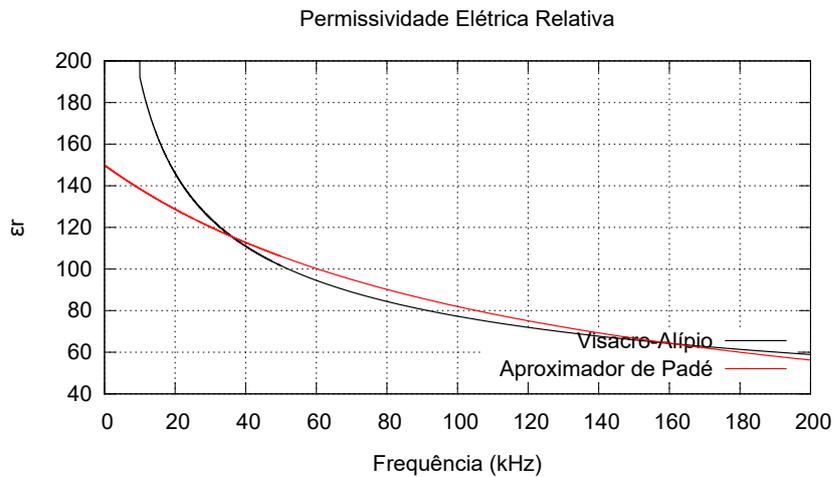
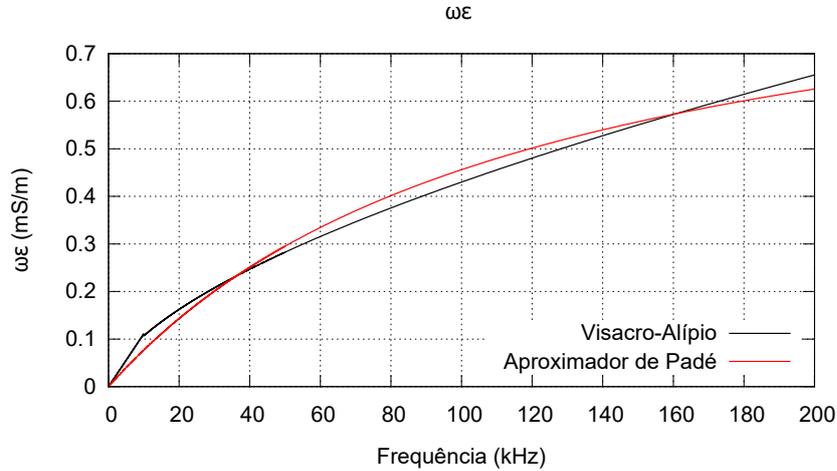


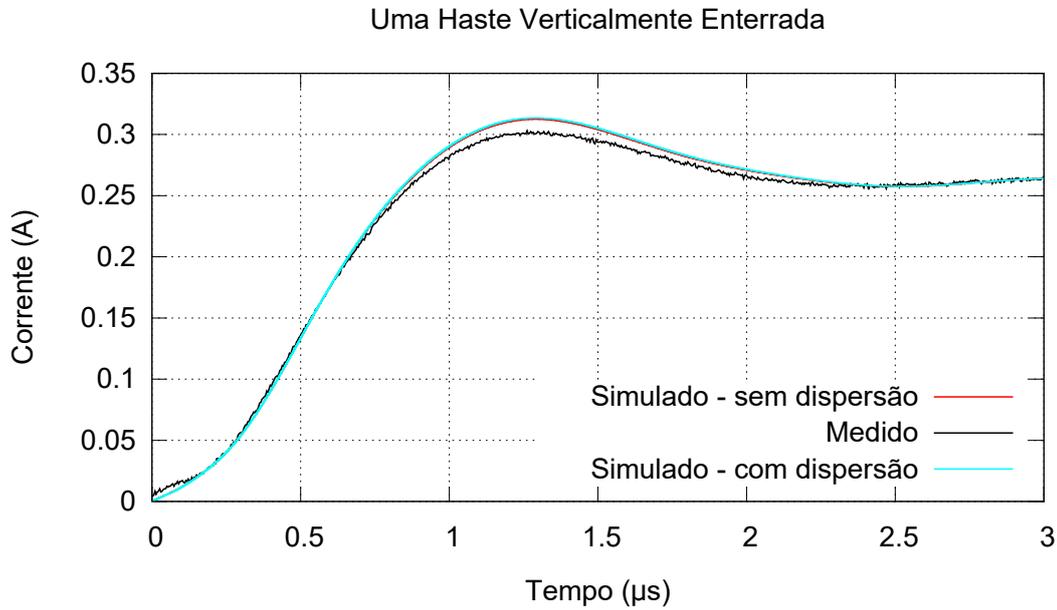
Figura 20: Curvas da função $\omega\varepsilon(f)$ obtidas a partir da expressão (2.22) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.



Observa-se na Fig. 18 que há uma boa concordância entre o $\sigma(f)$ obtido por meio do polinômio de Padé com a formulação da equação (2.21) proposta por Visacro-Alípio. Porém, analisando a Fig. 19, não se pode afirmar o mesmo para $\varepsilon_r(f)$, pois na parte inicial do espectro de frequência observa-se grande divergência entre a formulação e o aproximador de Padé. No entanto, avaliando a Fig.20 percebe-se que houve concordância na curva do produto $\omega\varepsilon(f)$, obtido por meio do polinômio de Padé com a formulação da equação (2.22). Analisando a equação (4.9) nota-se que concordância de $\omega\varepsilon(f)$ e $\sigma(f)$ é suficiente para termos bons resultados nas simulações numéricas.

Na Fig. 12 apresenta-se o gráfico comparativo da tensão medida na saída do gerador com a tensão modelada matematicamente, para este experimento, nas Figs. 21 e 22, apresentam-se os gráficos comparativos dos sinais de corrente injetada e tensão induzida, medido e simulado considerando os parâmetros do solo com e sem dispersão.

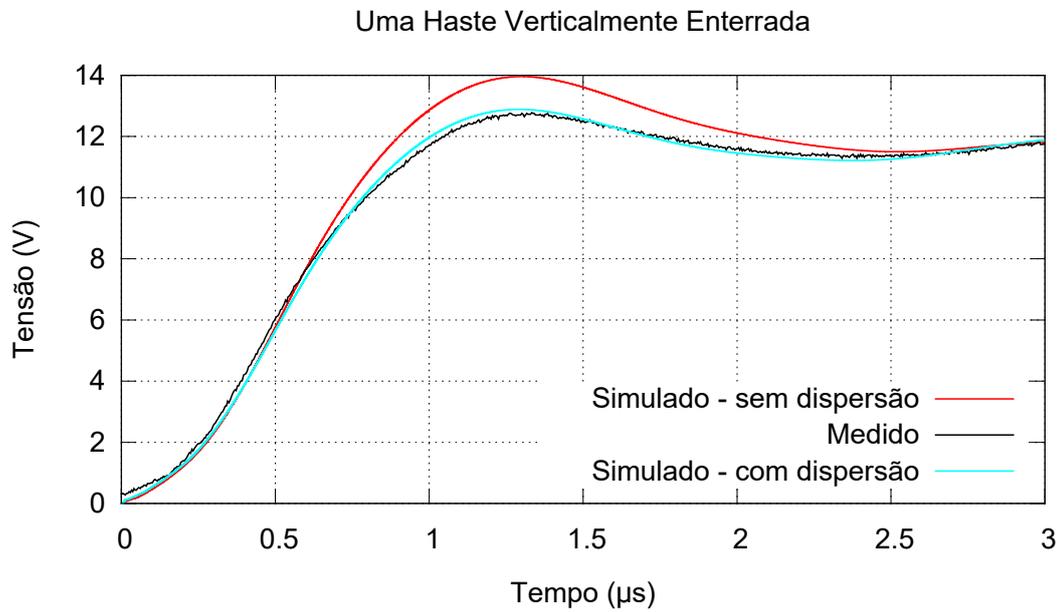
Figura 21: Sinal de corrente injetada medido no experimentos em campo e obtida por simulação numérica.



Observa-se na Fig.21, que o pico do sinal de corrente medido foi $I_{p,exp} \approx 0,302$ A e o pico do sinal de corrente simulado foi $I_{p,simu} \approx 0,312$ A. Assim, simulação e experimento apresentaram desvio no pico de aproximadamente 3,31%. Este desvio entre os sinais medido e simulados de corrente pode ser justificado pelo comportamento não linear da ponte resistiva, discutida na seção 5.2.3.

Porém, a partir da Fig. 22, observa-se que o pico do sinal de tensão induzida medido foi $V_{p,exp} \approx 12,74$ V. Os valores de tensão de pico para os casos simulados com os modelos de solo dispersivo (SD) e solo não dispersivo (SND) foram, respectivamente, $V_{p,simu(SD)} \approx 12,89$ V e $V_{p,simu(SND)} \approx 13,96$ V. Portanto, o desvio apresentado para o caso simulado com dispersão foi de aproximadamente 1,18%, enquanto que o desvio para o caso simulado sem dispersão foi de 9,58%.

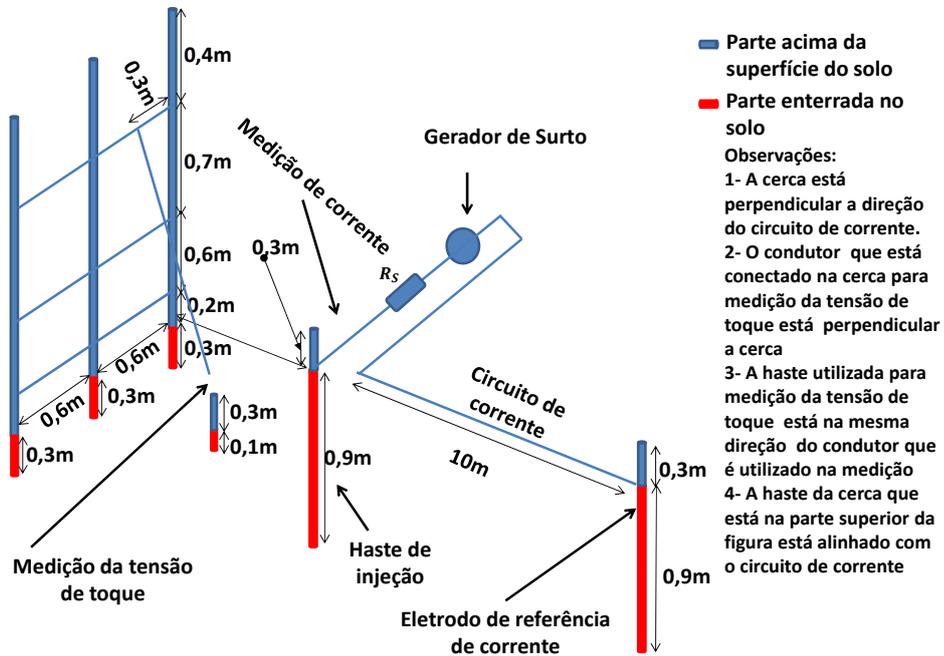
Figura 22: Sinal de tensão induzida medido no experimentos em campo e obtido por simulação numérica.



5.3.5 Experimento em campo: Medição de Tensão de Toque.

Foi implementado o diagrama esquemático do sistema de aterramento de uma haste enterrada verticalmente com uma cerca nas proximidades (Fig. 23).

Figura 23: Representação esquemática da configuração experimental do sistema de aterramento utilizado para medição de tensão de toque.



Na Fig.24 , é apresentada imagem para ilustrar os esquemáticos empregado em campo.

Figura 24: Imagem de Experimento em Campo - Tensão de Toque.



A haste de injeção e o eletrodo remoto de referência do circuitos de corrente têm 1,20

m de comprimento(dos quais 0,9 m foi enterrado verticalmente),ambos 6 mm de raio. A haste da cerca têm 2,20 m de comprimento(dos quais 0,3 m foi enterrado verticalmente) e 6 mm de raio. Os condutores utilizados para interligar as hastes da cerca metálica e para medir a tensão de toque tem respectivamente 0,6 m e 1,6m de comprimento e ambos com $2,5 \text{ mm}^2$ de secção transversal O cabo empregado no circuito de corrente possui 10 m de comprimento e $2,5 \text{ mm}^2$ de secção transversal e foram posicionados 10 cm acima da superfície do solo. O eletrodo para medição de tensão de toque têm 0,40 m de comprimento(dos quais 0,1 m foi enterrado verticalmente) e 5 mm de raio. Os pontos de medição da tensão de toque e corrente injetada estão destacados nas Fig. 23

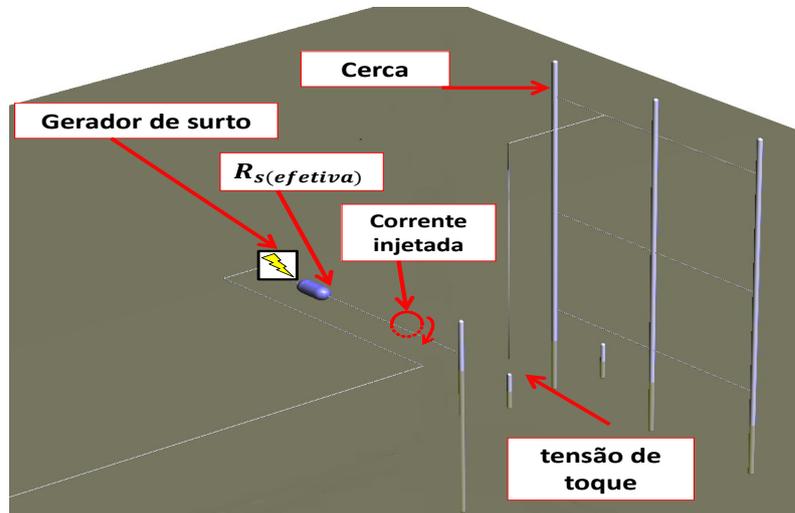
Uma vez que este experimento foi realizado logo após o da na seção 5.3.2, usa-se o mesmo valor da condutividade $\sigma_{DC} \approx 0,021257 \text{ S/m}$. Dessa forma as formulações para $\sigma(f)$, $\varepsilon_r(f)$ e $\omega\varepsilon(f)$ também são as mesmas utilizadas na seção 5.3.2.

5.3.6 Simulação numérica

O experimento realizado em campo foi reproduzido no software SAGS, conforme Fig. 25. A região de análise considerada foi de $160 \times 75 \times 65$ células cúbicas de Yee com arestas $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0,10 \text{ m}$.

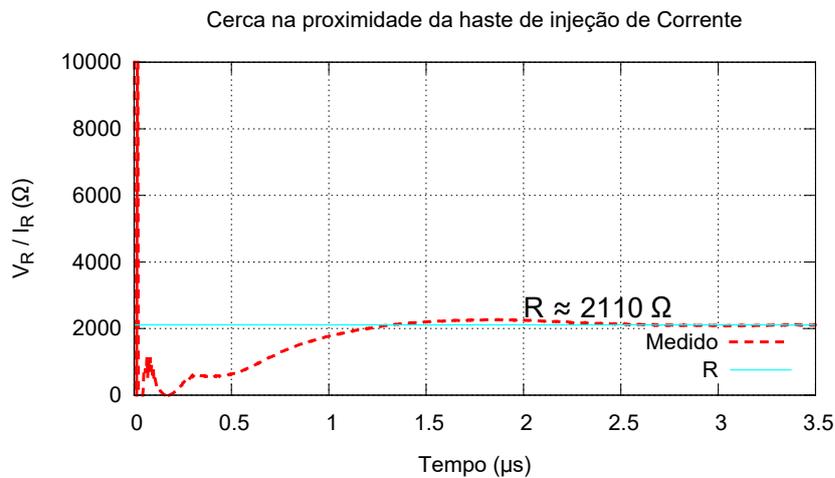
Os incrementos espaciais Δ_x , Δ_y e Δ_z e o incremento temporal Δ_t foram calculados de tal forma que atendam os critérios discutidos na Seção 3.3.2.

Figura 25: Representação no ambiente do *software* SAGS do experimento de Tensão de Toque em cerca próximo do ponto de injeção de corrente.



Na Fig. 26, apresenta-se a forma de onda obtida pela relação $v_R(t)/i_R(t)$. Observa-se que a curva tende para um valor constante $R_{S(efetiva)} \approx 2110 \Omega$, apresentando um diferença de aproximadamente 4,27 % do valor nominal $R_{S(nominal)}$ de 2200Ω .

Figura 26: Curva obtida no experimento a partir da razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha contínua indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2110 \Omega$.



5.3.7 Resultados

Na Fig. 27 apresenta-se o gráfico comparativo da tensão medida na saída do gerador com a tensão modelada matematicamente, nas Figs. 28 e 29, apresentam-se os gráficos comparativos dos sinais de corrente injetada e tensão induzida, medido e simulado considerando os parâmetros do solo com e sem dispersão.

Figura 27: Sinal do gerador medido e o sinal modelado matematicamente para as simulações numéricas.

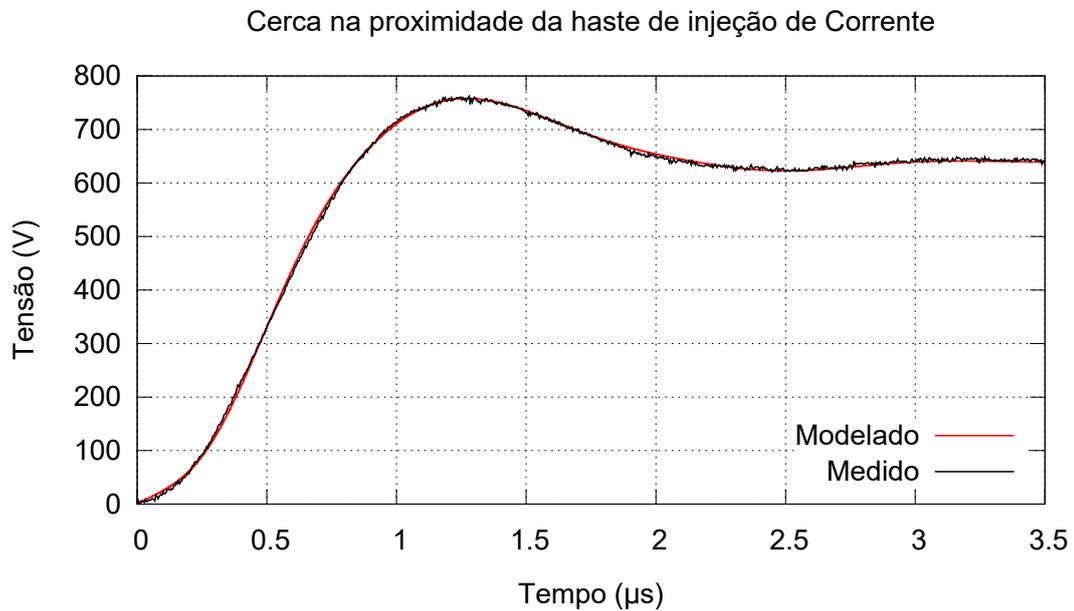
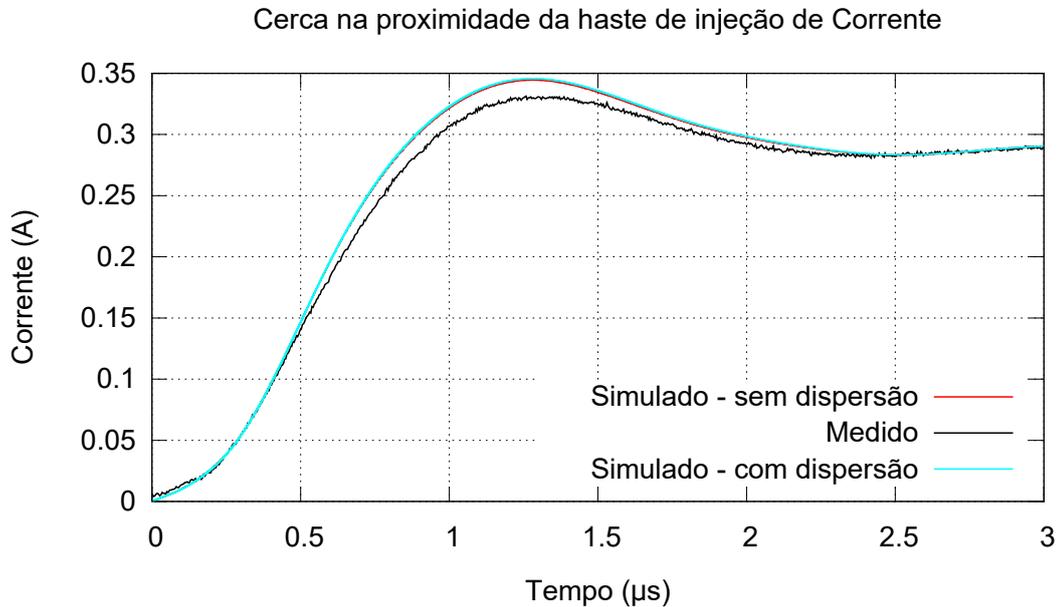


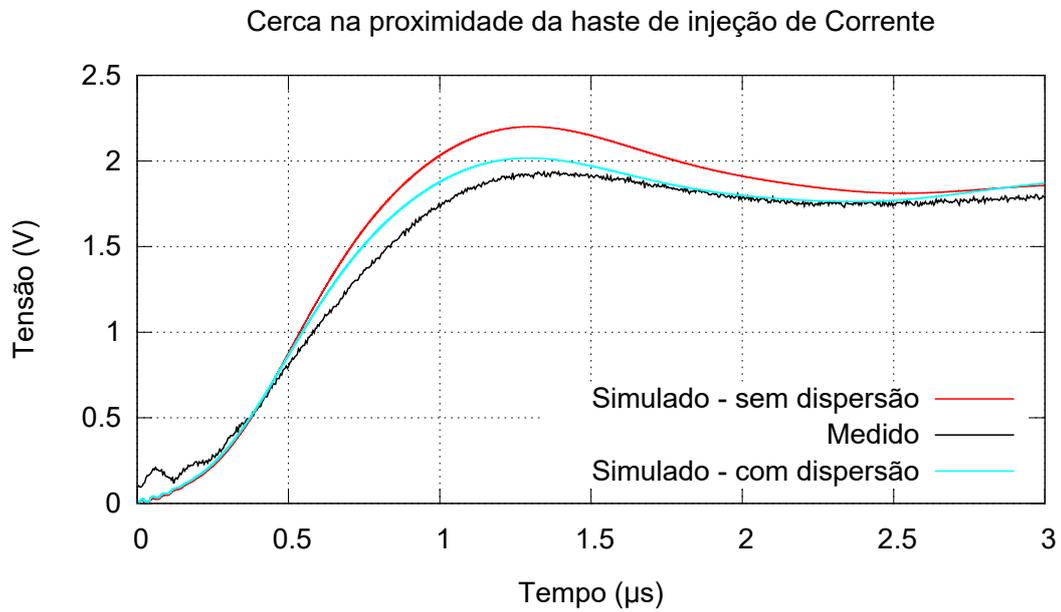
Figura 28: Sinal de corrente injetada medido no experimentos em campo e obtida por simulação numérica.



Observa-se na Fig.28, que o pico do sinal de corrente medido foi $I_{p,exp} \approx 0,330$ A e o pico do sinal de corrente simulado foi $I_{p,simu} \approx 0,344$ A. Assim, simulação e experimento apresentaram desvio no pico de aproximadamente 4,24%.

Porém, a partir da Fig. 29, observa-se que o pico do sinal de tensão induzida medido foi $V_{p,exp} \approx 1,93$ V. Os valores de tensão de pico para os casos simulados com os modelos de solo dispersivo (SD) e solo não dispersivo (SND) foram, respectivamente, $V_{p,simu(SD)} \approx 2,01$ V e $V_{p,simu(SND)} \approx 2,20$ V. Portanto, o desvio apresentado para o caso simulado com dispersão foi de aproximadamente 4,14%, enquanto que o desvio para o caso simulado sem dispersão foi de 13,99%.

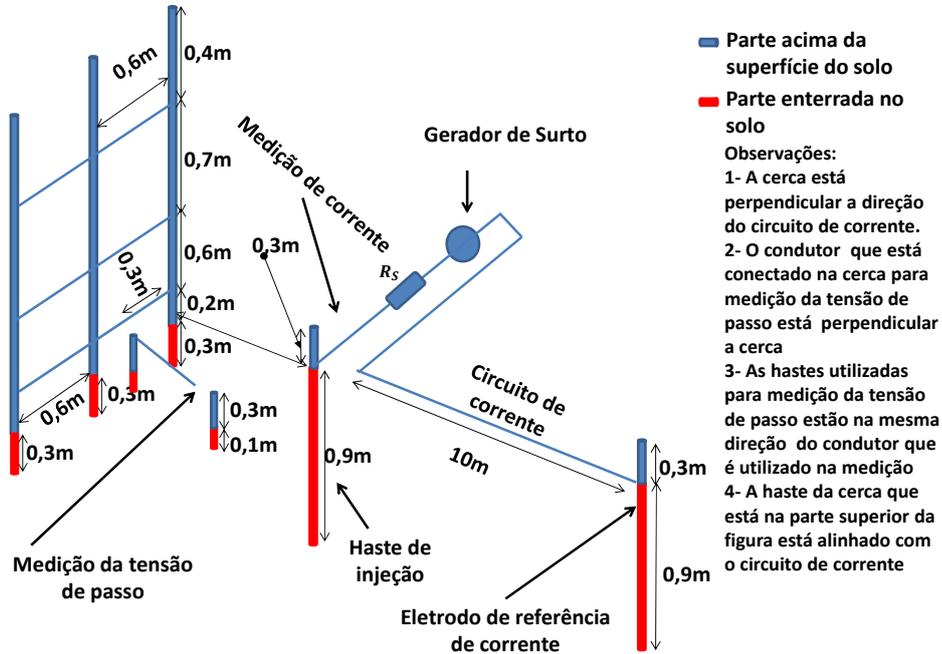
Figura 29: Sinal de tensão induzida medido no experimentos em campo e obtido por simulação numérica.



5.3.8 Experimento em campo: Medição de Tensão de Passo.

Foi implementado o diagrama esquemático do sistema de aterramento de uma haste enterrada verticalmente com uma cerca nas proximidades, onde foi medida a tensão de passo (Fig. 30).

Figura 30: Representação esquemática da configuração experimental do sistema de aterramento utilizado para medição de tensão de passo.



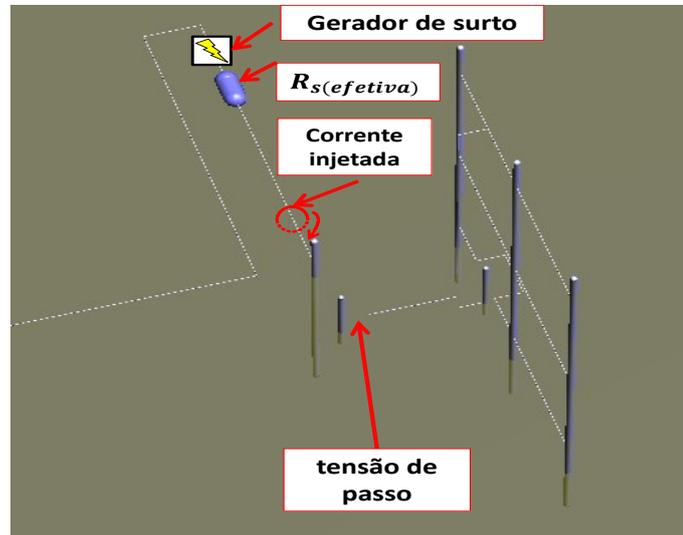
Uma vez que este experimento foi realizado logo após o da na seção 5.3.2, usa-se o mesmo valor da condutividade $\sigma_{DC} \approx 0,021257$ S/m. Dessa forma as formulações para $\sigma(f)$, $\varepsilon_r(f)$ e $\omega\varepsilon(f)$ também são as mesmas utilizadas na seção 5.3.2.

5.3.9 Simulação numérica

O experimento realizado em campo foi reproduzido no software SAGS, conforme Fig. 31. A região de análise considerada foi de $160 \times 75 \times 65$ células cúbicas de Yee com arestas $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0,10$ m.

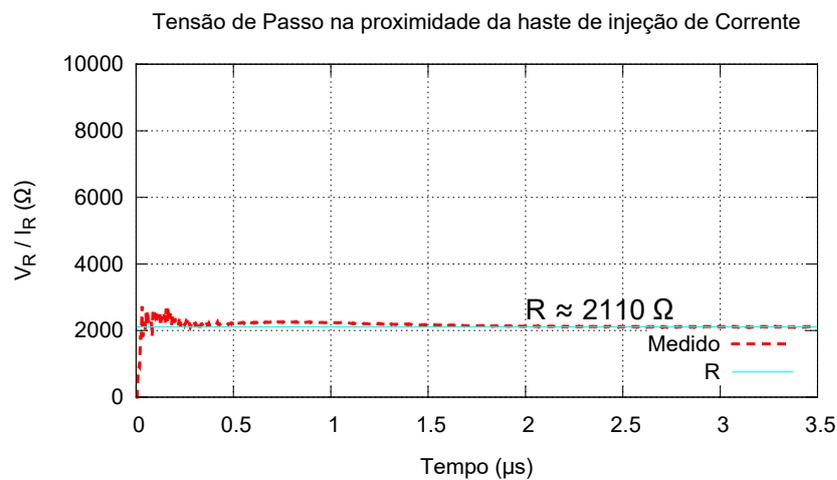
Os incrementos espaciais Δ_x , Δ_y e Δ_z e o incremento temporal Δ_t foram calculados de tal forma que atendam os critérios discutidos na Seção 3.3.2.

Figura 31: Representação no ambiente do *software* SAGS do experimento de Tensão de Passo nas proximidades de uma cerca.



Na Fig. 32, apresenta-se a forma de onda obtida pela relação $v_R(t)/i_R(t)$. Observa-se que a curva tende para um valor constante $R_{S(efetiva)} \approx 2110 \Omega$, apresentando um diferença de aproximadamente 4,27 % do valor nominal $R_{S(nominal)}$ de 2200Ω .

Figura 32: Curva obtida no experimento a partir da razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha contínua indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2110 \Omega$.



5.3.10 Resultados

Na Fig. 33 apresenta-se o gráfico comparativo da tensão medida na saída do gerador com a tensão modelada matematicamente, nas Figs. 34 e 35, apresentam-se os gráficos comparativos dos sinais de corrente injetada e tensão induzida, medido e simulado considerando os parâmetros do solo com e sem dispersão.

Figura 33: Sinal do gerador medido e o sinal modelado matematicamente para as simulações numéricas.

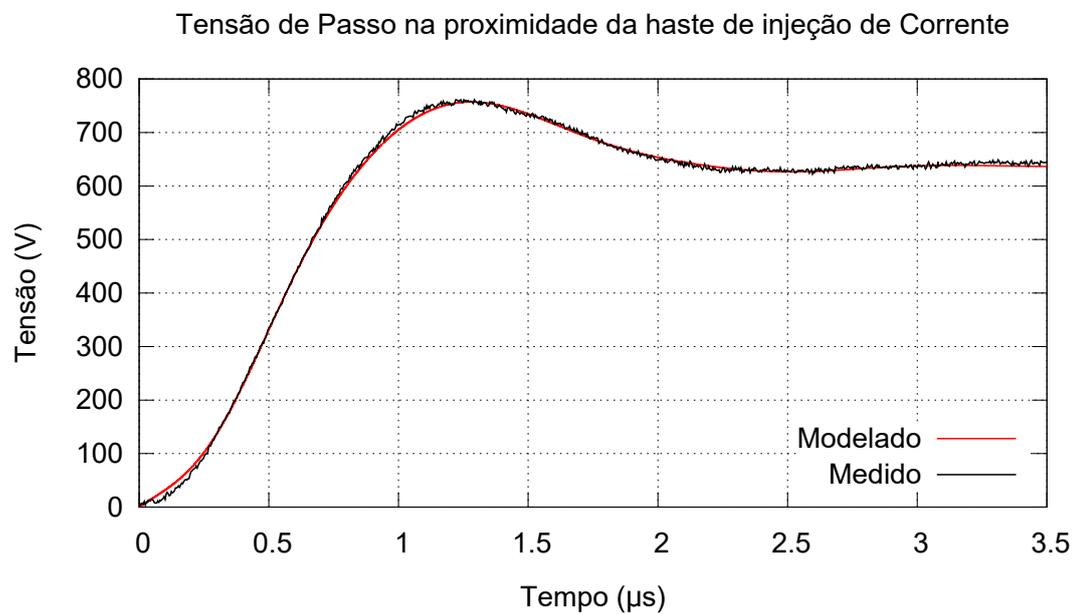
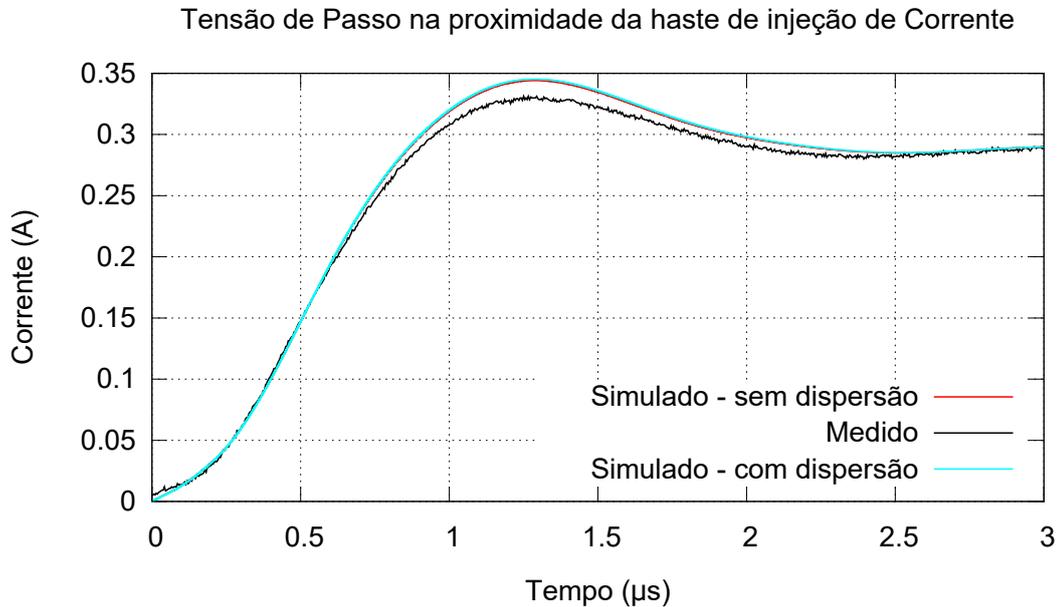


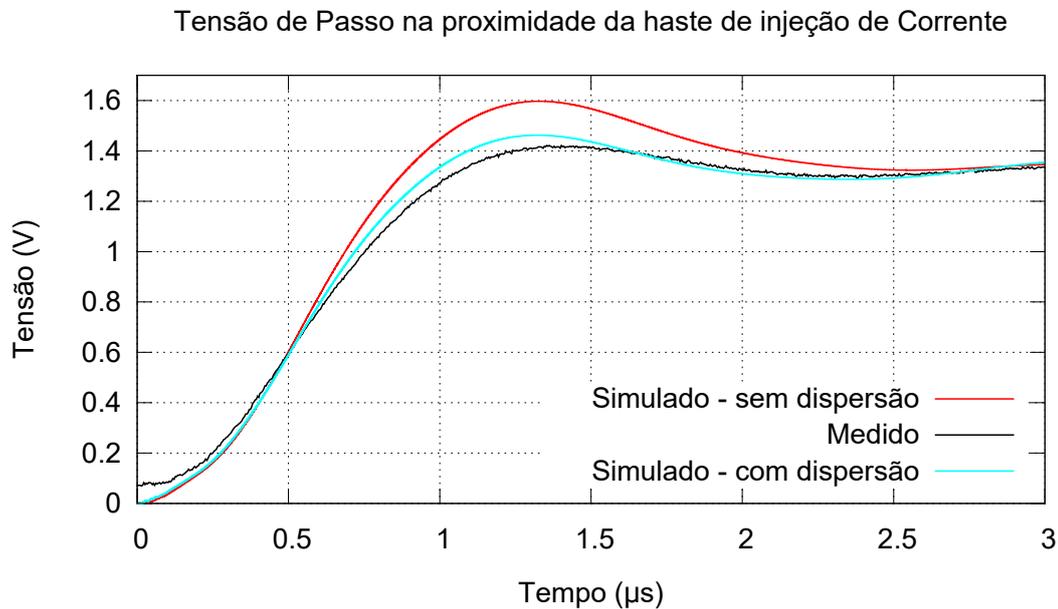
Figura 34: Sinal de corrente injetada medido no experimentos em campo e obtida por simulação numérica.



Observa-se na Fig.34, que o pico do sinal de corrente medido foi $I_{p,exp} \approx 0,330$ A e o pico do sinal de corrente simulado foi $I_{p,simu} \approx 0,344$ A. Assim, simulação e experimento apresentaram desvio no pico de aproximadamente 4,24%.

Porém, a partir da Fig. 35, observa-se que o pico do sinal de tensão induzida medido foi $V_{p,exp} \approx 1,42$ V. Os valores de tensão de pico para os casos simulados com os modelos de solo dispersivo (SD) e solo não dispersivo (SND) foram, respectivamente, $V_{p,simu(SD)} \approx 1,46$ V e $V_{p,simu(SND)} \approx 1,60$ V. Portanto, o desvio apresentado para o caso simulado com dispersão foi de aproximadamente 2,82%, enquanto que o desvio para o caso simulado sem dispersão foi de 12,68%.

Figura 35: Sinal de tensão induzida medido no experimentos em campo e obtido por simulação numérica.



5.4 Análise Quantitativa dos Resultados

A comparação entre os valores de pico dos sinais de corrente I_p e tensão V_p obtidos por meio de medição e simulados numericamente com os modelos de solo dispersivo (SD) e de solo não dispersivo (SND) são apresentados na Tabela 6

Tabela 6: Comparação dos valores de V_p e I_p entre os dados experimentais e os dados obtidos nas simulações numéricas com solos dispersivos (SD) e não dispersivos (SND).

			Medição	SD	Er_{SD} (%)	SND	Er_{SND} (%)
Problema 1	1 Haste Vertical	V_p (V)	12,74	12,89	1,18	13,96	9,58
		I_p (A)	0,302	0,312	3,31	0,312	3,31
Problema 2	Tensão Toque	V_p (V)	1,93	2,01	4,14	2,20	13,99
		I_p (A)	0,330	0,344	4,24	0,344	4,24
Problema 3	Tensão Passo	V_p (V)	1,42	1,46	2,82	1,60	12,68
		I_p (A)	0,330	0,344	4,24	0,344	4,24

Conforme pode ser observado na Tabela 6, os desvios nos valores de V_p obtidos a partir do modelo com solo dispersivo Er_{SD} são menores do que os desvios dos sinais simulados com solo não dispersivo Er_{SND} .

Porém a simples comparação entre os valores de pico dos sinais experimentais e simulados apresenta uma análise pontual. Para termos uma melhor avaliação da concordância dos sinais medidos e simulados foi utilizado o indicador *Mean Square Error (MSE)* [42], que é obtido pela média do desvio quadrático entre amostras de duas funções, obtidas para os mesmos instantes, ponto a ponto no tempo.

Este parâmetro é calculado pela seguinte expressão [42]

$$MSE = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{[v_{exp}(i) - v_{simu}(i)]^2}{N}, \quad (5.3)$$

onde i é o índice da amostra do sinal, N é o número total de pontos do sinal, $v_{exp}(i)$ é a i -ésima amostra da tensão obtida experimentalmente e $v_{simu}(i)$ é a i -ésima amostra da tensão obtida numericamente (utilizando o modelo de solo dispersivo ou não dispersivo).

Os valores de MSE calculados são apresentados na Tabela 7.

O MSE das simulações com solo não dispersivo para os casos de 1 haste vertical, tensão de passo e tensão de toque são aproximadamente 16, 5 e 9 vezes maior respectivamente, do que as simulações com solo dispersivo.

Tabela 7: Análise do MSE calculado entre os dados experimentais e os dados obtidos a partir das simulações numéricas com solos dispersivos (SD) e não dispersivos (SND).

			MSE
Problema 1	1 Haste	SD	0,0292
	Vertical	SND	0,4666
Problema 2	Tensão	SD	0,0065
	de Toque	SND	0,0305
Problema 3	Tensão	SD	0,0011
	de Passo	SND	0,0104

A partir das Tabelas 6 e 7, verifica-se que a modelagem para solos dispersivos aplicado ao método FDTD proposta neste trabalho descreve mais adequadamente os aspectos físicos relacionados aos sistemas de aterramento elétrico.

Na Tabela 8, apresentam-se os tempos de execução das simulações numéricas com os modelos de solo dispersivo (SD) e de solo não dispersivo (SND) implementadas neste

trabalho. Observa-se que as simulações com o modelo de solo dispersivo são, em média, 102 a 120 vezes mais demoradas do que as respectivas simulações com modelo de solo não dispersivo. Isto é devido a maior quantidade de cálculos realizados no modelo de solo dispersivo e, também, é causado pela utilização das variáveis de alta precisão numérica.

Tabela 8: Tempo de execução das simulações com o modelo de solo dispersivo (SD) e com o modelo de solo não dispersivo (SND).

		$Tempo_{SD}$ (min)	$Tempo_{SND}$ (min)
Problema 1	1 Haste Vertical	2160	18
Problema 2	Tensão de Toque	612	6
Problema 3	Tensão de Passo	612	6

Por fim, ressalta-se que as simulações foram realizadas em um *cluster* composto por quatro computadores (um servidor e três escravos), nos quais o processador (Intel Core i5-3330 CPU @ 3,00 GHz) possui quatro núcleos de 64 bits e 8 GB de memória RAM. Nas simulações numéricas implementadas neste trabalho, foram necessários utilizar 15 dos 16 núcleos disponíveis no *cluster*. Ressalta-se que o sistema operacional utilizado é o Slackware Linux 14.0 para 64 bits.

Capítulo 6

Considerações Finais

Neste trabalho, foi desenvolvida uma modelagem utilizando o método FDTD para solos dispersivos, no qual a condutividade e a permissividade elétrica variam com a frequência. As inclusões dos parâmetros do solo dependentes da frequência ($\sigma(f)$ e $\varepsilon(f)$) nas equações de Maxwell foram feitas aplicando a aproximação por polinômio de Padé de 1º grau, em termos de $j\omega$, para funções matemáticas proposta por Visacro-Alípio, Longmire-Smith e Portela. Desta forma, foi possível simplificar a manipulação da transformada inversa de Fourier das equações de Maxwell.

A modelagem proposta aqui foi validada através de comparações numérico-experimentais da resposta transitória dos sistemas de aterramento compostos por: uma haste enterrada verticalmente, tensão de toque em uma cerca na proximidade da haste de injeção de corrente e tensão de passo. Os testes experimentais foram realizados em uma área localizada no Centro de Tecnologia da Eletrobrás/Eletronorte, em Belém do Pará.

A partir dos resultados apresentados no Capítulo 5, foi verificado que a simulação numérica utilizando a formulação de Visacro-Alípio foi a que teve maior concordância com os resultados obtidos por meio de experimentos em campo. Quando comparado ao modelo de solo não dispersivo, observa-se que os sinais obtidos pelo modelo desenvolvido neste trabalho, utilizando a formulação de Visacro-Alípio, apresentaram maior concordância com os sinais medidos. Ao comparar os valores de MSE das curvas de tensão, o maior

desvio do modelo de solos dispersivos (SD) foi igual a 0,0292. Por outro lado, o maior desvio observado para modelo com solos não dispersivos (SND) foi de 0,4666. Ou seja, o erro médio quadrático do solo dispersivo é aproximadamente 16 vezes menor.

Visando o aprimoramento da modelagem utilizada neste trabalho sugere-se as seguintes propostas de trabalhos futuros:

- Inserir o modelo de resistência não linear para a ponte resistiva no *sags* de modo que haja melhor concordância entre as formas de onda de corrente simulada numericamente e medida.
- Conceber um modelo que leve em conta ionização do solo juntamente com a dispersão do material.

Referências Bibliográficas

- [1] *Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT)*. ABNT NBR 15751-Sistemas de aterramento de subestações-Requisitos, 2009.
- [2] G. Kindermann and J. M. Campagnolo, *Aterramento Elétrico*, 3rd ed. SAGRA-DC LUZZATTO, 1995.
- [3] S. V. Filho, *Aterramentos Elétricos: conceitos básicos, técnicas de medição e instrumentação e filosofias de aterramento*, 1st ed. Artliber, 2002.
- [4] J. A. S. Nascimento, R. M. S. de Oliveira, D. M. Fujiyoshi, L. F. P. Carvalho, R. C. F. Araújo, and M. J. S. Oliveira, “Estudo numérico-experimental de surtos provocados por descargas atmosféricas em malhas de aterramento elétrico,” *XXIII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, XXIII-SNPTEE, 18 a 21 de outubro, 2015, Foz do Iguaçu.
- [5] K. Tanabe, “Novel method for analyzing the transient behavior of grounding systems based on the finite difference time-domain method,” *CRIEPI Report*, Tokio 2001.
- [6] S. Visacro, “A comprehensive approach to the grounding response to lightning currents,” *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 22, no. 1, pp. 381–386, January, 2007.
- [7] L. Greev, “Impulse efficiency of ground electrodes,” *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 24, no. 1, pp. 441–451, Jan. 2009.

- [8] L. Grcev, "Lightning surge efficiency of grounding grids," *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 26, no. 3, pp. 1692–1699, July 2011.
- [9] L. Grcev and F. Dawalibi, "An electromagnetic model for transients in grounding systems," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 5, no. 4, pp. 1773–1781, Oct. 1990.
- [10] S. Visacro and J. A. Soares, "HEM: A model for simulation of lightning-related engineering problems," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 20, no. 2, pp. 1026–1028, Apr. 2005.
- [11] R. M. S. de Oliveira, J. F. M. Modesto, M. R. V. Maia, D. M. Fujiyoshi, and A. Raizer, "Impulse coefficient for square grounding grids in low resistivity soils: Influence of injection electrode," *Journal of Electrostatics*, vol. 72, no. 5, pp. 372 – 380, 2014.
- [12] S. Visacro, R. Alipio, M. H. M. Vale, and C. Pereira, "The response of grounding electrodes to lightning currents: the effect of frequency-dependent soil resistivity and permittivity," *IEEE Transactions on Elettromagnetic Compatibility*, vol. 53, no. 2, May 2011.
- [13] E. D. Sunde, *Earth Conduction Effects in Transmission Systems*. Dover Publications Inc., 1949.
- [14] J. H. Scott, "Electrical and magnetic properties of rock and soil," *U. S. Geol. Surv., Dept. Interior*, Washington, DC 1966.
- [15] J. H. Scott, R. D. Carroll, and D. R. Cunningham, "Dielectric constant and electrical conductivity measurements of moist rock: a new laboratory method," *Journal of Geophysical Research*, vol. 72, no. 20, pp. 5101–5115, 1967.
- [16] C. L. Longmire and K. S. Smith, "A Universal Impedance for Soils," *Defense Nuclear Agency*, Santa Barbara, CA, Tropical Report for Period July 1 - September 30, DNA 3788T 1975.

- [17] C. M. Portela, "Measurement and modeling of soil electromagnetic behavior," in *Proc. IEEE Int. Sym. Electromagn. Compat.*, Seattle, WA 1999.
- [18] S. Visacro and R. Alípio, "Frequency dependence of soil parameters: experimental results, predicting formula and influence on the lightning response of grounding electrodes," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 27, no. 2, April 2012.
- [19] S. Visacro and G. Rosado, "Response of grounding electrodes to impulsive currents: an experimental evaluation," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 51, no. 1, pp. 161–164, Feb. 2009.
- [20] S. Visacro, M. H. M. Vale, M. B. Guimarães, R. L. Araújo, W. L. F. Pinto, and R. S. Alípio, "The response of grounding electrodes to lightning currents: the effect of frequency-dependent resistivity and permittivity of soil," in *Proc. 30th Int. Conf. Lightning Protection*, Cagliari, Italy, Sept. 2010.
- [21] K. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 14, no. 3, pp. 302–307, May. 1966.
- [22] D. M. Fujiyoshi, "Modelagem através do método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) de solos dispersivos utilizando aproximação de Padé validada com experimentos em campo," Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Pará, PPGEE, 2015.
- [23] R. M. S. Oliveira, "Nova Metodologia para Análise e Síntese de Sistemas de Aterramento Complexos Utilizando o Método LN-FDTD, Computação Paralela Automática e Redes Neurais Artificiais," Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, 2008.

- [24] J. A. Roden and S. D. Gedney, "Convolution PML (CPML): An efficient FDTD implementation of the CFS-PML for arbitrary media," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 27, Issue 5, pp. 334–339, 2000.
- [25] Y. Taniguchi, Y. Baba, N. Nagaoka, and A. Ametani, "An Improved Thin Wire Representaion for FDTD Computations," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 10, pp. 3248–3252, Oct. 2008.
- [26] J. C. Maxwell, "A dynamical theory of the electromagnetic field," *Philosophial Transactions of the Royal Society of London*, vol. 155, pp. 459–512, 1864.
- [27] C. A. Balanis, *Advanced engineering electromagnetics*, 2nd ed. John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [28] R. L. Smith-Rose, "Electrical measurements on soil with alternating currents," *Proc. IEE*, vol. AP-75, pp. 221–237, Aug. 1934.
- [29] S. Visacro and C. M. Portela, "Soil permittivity and conductivity behavior on frequency range of transient phenomena in electric power systems," presented at the Int. Symp. High Voltage Eng., Braunschweig, Germany 1987.
- [30] F. H. Silveira, S. Visacro, R. Alipio, and A. D. Conti, "Lightning-induced voltages over lossy ground: the effect of frequency dependence of electrical parameters of soil," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 5, October 2014.
- [31] K. Sheshyekani and M. Akbari, "Evaluation of Lightning-Induced Voltages on Multiconductor Overhead Lines Located Above A Lossy Dispersive Ground," *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 29, no. 2, April 2014.
- [32] D. A. Kayode and M. O. Ajewole, "In situ measurement of soil dielectric permittivity of various soil types across the climatic zones of nigeria," *International Journal of the Physical Sciences*, vol. 6, no. 31, pp. 7139 – 7148, 2011.

- [33] Y. Chen and D. Or, “Effects of maxwell-wagner polarization on soil complex dielectric permittivity under variable temperature and electrical conductivity,” *WATER RESOURCES RESEARCH*, vol. 42, no. 6, Jan. 2006.
- [34] R. S. Alípio, “Dependência da frequência dos parâmetros do solo: Efeito no comportamento impulsivo de aterramentos elétricos,” Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, 2013.
- [35] C. M. Portela, “Soil electromagnetic behavior in frequency domain and its influence in lightning effects,” *Int. Conf. Grounding Earthing (GROUND 2002)*, Rio de Janeiro, Brasil 2002.
- [36] A. Taflove and S. C. Hagness, *Computational Electrodynamics, The Finite-Difference Time-Domain*, 3rd ed. Artech House Inc., 2005.
- [37] C. Lanczos, *Applied Analysis*. Prentice-Hall, 1988.
- [38] GNU MPFR website, “Multiple-Precision Floating-point computations with correct Rounding,” <http://www.mpfr.org/>, acessado em Agosto de 2015.
- [39] R. C. F. Araújo, “Desenvolvimento e Implementação de Gerador de Surto e sua Aplicação na Análise Numérico-Experimental do Comportamento Transitório de Sistemas de Aterramento Elétrico,” Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Pará, PPGEE, 2015.
- [40] *High-voltage test techniques - Part 1: General definitions and test requirements*. International Standard IEC 60060-1, 1989.
- [41] *IEEE Standard Techniques for High-Voltage Testing*. IEEE Std 4-1995, pp.1-135, 1995.
- [42] R. J. Hyndman and A. B. Koehler, “Another look at measures of forecast accuracy,” *International Journal of Forecasting*, vol. 22, no. 4, pp. 679 – 688, 2006.