

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

DETECÇÃO DO CONTATO ENTRE CAMADAS  
ATRAVÉS DO PERFIL DE INDUÇÃO

TESE APRESENTADA POR  
JOSÉ MARQUES JÚNIOR

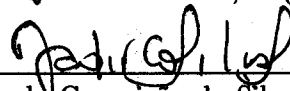
COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE  
MESTRE EM CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

Data de Aprovação : 21/08/1996

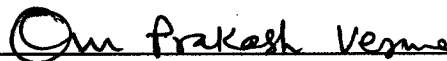
COMITÊ DE TESE:



Dr. Allen Quentin Howard, Jr. (Orientador)



Dr. Jadir da Conceição da Silva



Dr. Om Prakash Verma

BELÉM

1996

**MARQUES JÚNIOR, José. Detecção do contato entre camadas através do perfil de indução. Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências, 1996. 108p.**

**Tese (Mestrado em Geofísica) - Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA, 1996.**

**1. DETECÇÃO DE CONTATOS. 2. PERFIL INDUÇÃO. 3. DECONVOLUÇÃO. I. Título.**

À minha esposa Aglair  
e aos meus filhos Inayã e Tunai.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço ao Dr. Allen Howard Quentin Jr., pelo constante apoio e estímulo demonstrados ao longo de todo o período de orientação. De fato, as suas idéias constituíram todo o alicerce desta dissertação.

Aos Drs. Om Prakash Verma e Jadir da Conceição, membros da banca examinadora, pelas críticas e sugestões que possibilitaram o aprimoramento do trabalho. A este último, uma referência particular a paciente revisão ortográfica efetuada.

À PETROBRÁS por ter proporcionado todo o apoio logístico, financeiro e pelo fornecimento dos dados necessários.

Ao convênio UFPA/PETROBRÁS/FADESP/FINEP/CNPq, que proporcionou a infraestrutura básica indispensável ao bom andamento do nosso trabalho.

Aos colegas do Distrito de Exploração do Nordeste (DENEST) e do Norte (DEXNOR), que estiveram a nossa disposição, colaborando sempre que se fez necessário.

Aos colegas de curso, notadamente os mais experientes, pela atenção dispensada a cada momento em que surgiram as dúvidas.

Finalmente, agradeço a minha família, a quem eu dediquei este trabalho, e que tem sido a motivação maior para todos os desafios que tenho enfrentado.

# SUMÁRIO

|                                                            | p. |
|------------------------------------------------------------|----|
| <b>DEDICATÓRIA</b> . . . . .                               | i  |
| <b>AGRADECIMENTOS</b> . . . . .                            | ii |
| <b>RESUMO</b> . . . . .                                    | 1  |
| <b>ABSTRACT</b> . . . . .                                  | 2  |
| <b>1 - INTRODUÇÃO</b> . . . . .                            | 3  |
| <b>2 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b> . . . . .                  | 7  |
| 2.1 PERFILAGEM DE POÇO (WELL LOGGING) . . . . .            | 7  |
| 2.2 CONCEITOS MATEMÁTICOS . . . . .                        | 8  |
| 2.2.1 A Transformada de Fourier . . . . .                  | 8  |
| 2.2.2 Função Delta de Dirac ou Função Impulso . . . . .    | 9  |
| 2.2.3 Convolução . . . . .                                 | 10 |
| 2.2.4 Teorema da Convolução . . . . .                      | 11 |
| 2.2.5 Teorema da Amostragem . . . . .                      | 11 |
| 2.3 DEFINIÇÕES E CONCEITOS IMPORTANTES . . . . .           | 12 |
| 2.3.1 Resolução Vertical . . . . .                         | 12 |
| 2.3.2 Efeito de Ombro (Shoulder Effect) . . . . .          | 13 |
| 2.3.3 Sinal Medido . . . . .                               | 13 |
| 2.3.4 Sinal Real . . . . .                                 | 13 |
| 2.3.5 Simulação de Perfis . . . . .                        | 13 |
| 2.3.6 Taxa de Amostragem . . . . .                         | 14 |
| 2.3.7 Ruído . . . . .                                      | 14 |
| 2.4 FILTROS . . . . .                                      | 15 |
| 2.4.1 Aspectos Gerais . . . . .                            | 15 |
| 2.4.2 A Filtragem Digital . . . . .                        | 15 |
| 2.4.3 Principais Tipos de Filtros . . . . .                | 18 |
| 2.4.4 O Fenômeno de Gibbs e as Janelas (windows) . . . . . | 18 |

|                                                                               |            |
|-------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>3 - A FERRAMENTA DE INDUÇÃO</b>                                            | <b>30</b>  |
| 3.1 HISTÓRICO                                                                 | 30         |
| 3.2 PRINCÍPIOS BÁSICOS                                                        | 30         |
| 3.3 TEORIA DO FATOR GEOMÉTRICO PARA UMA SONDA DE INDUÇÃO DE DUAS BOBINAS      | 32         |
| 3.4 O EFEITO DE PELÍCULA E O FATOR GEOMÉTRICO PROPAGADO                       | 36         |
| 3.5 TEORIA UTILIZADA NO TRABALHO                                              | 39         |
| 3.5.1 As Equações de Maxwell Aplicadas à uma Sonda de Indução de Duas Bobinas | 39         |
| 3.5.2 Cálculo do Vetor Potencial Magnético                                    | 41         |
| <b>4 - AS FUNÇÕES RESPOSTA PARA A FERRAMENTA DE INDUÇÃO</b>                   | <b>48</b>  |
| 4.1 O CONCEITO DE FUNÇÃO RESPOSTA                                             | 48         |
| 4.2 CÁLCULO DA FUNÇÃO RESPOSTA VERTICAL $g_v(z)$                              | 50         |
| 4.3 COMPARAÇÃO ENTRE AS FUNÇÕES RESPOSTA.                                     | 54         |
| 4.4 A INFLUÊNCIA DO EFEITO DE PELÍCULA NO COMPORTAMENTO DAS FUNÇÕES RESPOSTA. | 57         |
| <b>5 - DESCRIÇÃO DO MÉTODO UTILIZADO</b>                                      | <b>71</b>  |
| 5.1 MODELO GEOFÍSICO                                                          | 71         |
| 5.2 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO DO ALGORITMO                                      | 72         |
| 5.3 MÉTODO EMPREGADO NA INVERSÃO DOS DADOS                                    | 77         |
| 5.3.1 Inversão Linear Utilizando o Método dos Mínimos Quadrados               | 77         |
| 5.3.2 Aplicação Prática da Inversão Linear em Perfis                          | 79         |
| 5.4 PARÂMETROS CONDICIONADORES                                                | 80         |
| 5.4.1 Parâmetro gama ( $\gamma^2$ ).                                          | 81         |
| 5.4.2 Parâmetros bwdom e limdom.                                              | 81         |
| 5.4.3 Parâmetro bw.                                                           | 81         |
| 5.4.4 Parâmetro limesp.                                                       | 82         |
| <b>6 - APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.</b>                           | <b>89</b>  |
| 6.1 DADOS SINTÉTICOS SEM RUÍDO                                                | 89         |
| 6.2 DADOS SINTÉTICOS COM RUÍDO                                                | 90         |
| 6.3 DADOS REAIS                                                               | 92         |
| <b>7 - CONCLUSÕES</b>                                                         | <b>103</b> |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>                                             | <b>105</b> |

## RESUMO

Dois dos principais objetivos da interpretação petrofísica de perfis são a determinação dos limites entre as camadas geológicas e o contato entre fluidos. Para isto, o perfil de indução possui algumas importantes propriedades : É sensível ao tipo de fluido e a distribuição do mesmo no espaço poroso; e o seu registro pode ser modelado com precisão satisfatória como sendo uma convolução entre a condutividade da formação e a função resposta da ferramenta. A primeira propriedade assegura uma boa caracterização dos reservatórios e, ao mesmo tempo, evidencia os contatos entre fluidos, o que permite um zoneamento básico do perfil de poço. A segunda propriedade decorre da relação *quasi-linear* entre o perfil de indução e a condutividade da formação, o que torna possível o uso da teoria dos sistemas lineares e, particularmente, o desenho de filtros digitais adaptados à deconvolução do sinal original.

A idéia neste trabalho é produzir um algoritmo capaz de identificar os contatos entre as camadas atravessadas pelo poço, a partir da condutividade aparente lida pelo perfil de indução. Para simplificar o problema, o modelo de formação assume uma distribuição plano-paralela de camadas homogêneas. Este modelo corresponde a um perfil retangular para condutividade da formação. Usando o perfil de entrada digitalizado, os pontos de inflexão são obtidos numericamente a partir dos extremos da primeira derivada. Isto gera uma primeira aproximação do perfil *real* da formação. Este perfil estimado é então convolvido com a função resposta da ferramenta gerando um perfil de condutividade aparente. Uma **função custo** de mínimos quadrados condicionada é definida em termos da diferença entre a condutividade aparente medida e a estimada. A minimização da função custo fornece a condutividade das camadas.

O problema de otimização para encontrar o *melhor* perfil retangular para os dados de indução é linear nas amplitudes (condutividades das camadas), mas uma estimativa não linear para os contatos entre as camadas. Neste caso as amplitudes são estimadas de forma linear pelos mínimos quadrados mantendo-se fixos os contatos. Em um segundo passo mantem-se fixas as amplitudes e são calculadas pequenas mudanças nos limites entre as camadas usando uma aproximação linearizada. Este processo é iterativo obtendo sucessivos refinamentos até que um critério de convergência seja satisfeito. O algoritmo é aplicado em dados sintéticos e reais demonstrando a robustez do método.

## ABSTRACT

Two of the main objectives in petrophysical log interpretation are to determine geologic bed boundaries and fluid contacts. For these, the induction log has several important properties: it is sensitive to fluid type and distribution in the pore space, the induction measurement is accurately modeled as a convolution of formation conductivity and the tool response function. The first property assures good discrimination of the reserves and at the same time delineates oil-water contacts. This information permits a fundamental zoning of the well log. The second property follows from the quasi-linear relationship between the induction log and formation conductivity. Thus it is possible to use linear system theory, and in particular digital filter design to adaptively deconvolve the original signal.

The idea in this work is to produce an algorithm capable of identifying contacts between beds traversed by a borehole, given the apparent conductivity read by an induction tool. To simplify the problem, the formation model is assumed to be a distribution of plane-parallel homogeneous beds. This model corresponds to a rectangular formation conductivity profile. Using the digitized input log, inflexion points are obtained numerically as extrema of first derivatives. This generates a first approximation of the *real* formation profile. This estimated profile is then convolved with the tool response function giving an estimated apparent conductivity log. A conditioned least-mean-square cost function is defined in terms of the difference between measured and estimated apparent conductivity. Minimizing the cost function yields the bed conductivities.

The optimization problem of finding the *best* rectangular profile for induction data is linear for amplitudes (bed conductivities), but non-linear estimation for bed boundaries. In this case amplitudes are estimated by linear least-squares maintaining fixed contacts. A second pass maintains fixed amplitudes and computes small changes in bed boundaries using a linearized approximation. This process is iterated to obtain successive refinement until a convergence criteria is satisfied. The algorithm is applied on synthetic and real data showing the robustness of the method.

# 1 - INTRODUÇÃO

A detecção das fronteiras ou contornos entre feições é um problema com aplicação em diversas áreas do conhecimento. Notadamente o sensoriamento remoto de satélites permitiu um significativo avanço na caracterização de contornos, com a finalidade de obter imagens da superfície da terra. Na realidade, a detecção de contornos é um problema em maior dimensão de uma típica detecção de contatos entre as camadas atravessadas por um poço de petróleo, que constitui um problema em apenas uma dimensão.

Sobre o sinal medido original, que tem a aparência de uma curva contínua sinuosa, é feita uma operação cujo resultado transforma o perfil em uma série de degraus que procuram refletir essencialmente os limites entre as camadas. Esta operação é conhecida como *quadratização*. Na análise de perfis, a quadratização é um passo preliminar indispensável. É conveniente que se associe à uma propriedade medida, um intervalo (camada) de rocha que melhor representa aquele conjunto de registros. Neste contexto, os algoritmos para detecção do contato (ou limite) entre as camadas atravessadas pelo poço ganham um papel de grande importância.

Para caracterização litológica comumente são quadratizados os perfis mais sensíveis às alterações nos constituintes das rochas, tais como os de raios gama e densidade. Na identificação de camadas com fluidos mais leves como condensado e gás, o perfil de nêutrons tem-se mostrado o mais adequado. Não obstante, o nosso trabalho vai abordar uma solução para o problema de identificação de camadas associado ao perfil de indução, onde o objetivo final é o de produzir um perfil retangular (ou quadratizado), que melhor represente o perfil original de campo.

O perfil de indução reflete não só a mudança de distribuição do fluido no espaço poroso mas também é sensível ao tipo de fluido encontrado no reservatório. Esta peculiaridade permite a distinção litológica e localização de contatos importantes como óleo/água e gás/água. A investigação relativamente profunda desta ferramenta fornece uma leitura mais confiável dos valores de condutividade, contornando satisfatoriamente os efeitos de poço. Outro aspecto importante associado ao perfil de indução diz respeito a linearidade ou *quasi*-linearidade da variação do registro como função da condutividade da formação, que permite o uso da teoria dos sistemas lineares, onde é possível a aplicação de filtros e o conceito de *função resposta* pode ser utilizado na deconvolução do sinal. Esta última peculiaridade, como será

evidenciado mais adiante, constitui a base teórica deste trabalho.

Os primeiros estudos feitos em perfis de poço visavam o agrupamento de camadas que definissem os tipos de sedimentação e ambiente deposicional, e baseavam-se tão somente na forma das curvas, caracterizando um estudo essencialmente qualitativo, tal como foi abordado por VISHNER (1965). Utilizando os mesmos princípios, SERRA & SUPPLICE (1975) conceituaram pela primeira vez o termo *eletrofácies*. Estes estudos levavam em consideração exclusivamente a forma das curvas, permitindo somente a identificação de macro ambientes.

Um aperfeiçoamento no conceito de eletrofácies veio mais tarde com o trabalho de SERRA & ABBOT (1980), introduzindo o tratamento estatístico aplicado à caracterização litológica, propondo agora uma abordagem quantitativa. Este novo enfoque redefine eletrofácies como "o conjunto de respostas de perfis que caracteriza uma camada e permite distingui-la das demais". A partir daí a quadratização assume um papel importante, uma vez que, segundo estes mesmos autores, este seria o primeiro passo para definição das eletrofácies. Este procedimento teria como vantagem reduzir a dispersão dos dados, possibilitando identificar com maior grau de precisão os níveis elementares que irão compor os litotipos presentes na seção investigada.

Os métodos usuais de quadratização consideram que os contatos entre as camadas estão associados a pontos de inflexão no perfil original. Sendo assim, os mesmos são localizados numericamente, através da primeira ou segunda derivada, e uma média do valor da propriedade é calculada entre estes pontos.

Uma nova abordagem dada ao problema da quadratização foi proposta por LANNING & JOHNSON (1983), na qual são utilizadas um conjunto de funções ortogonais denominadas de funções *Walsh*, que aumentam as transições nos níveis de sinal, permitindo individualizar camadas com diferentes características eletrofaciológicas. As funções Walsh correspondem a formas de onda retangulares que possuem transições discretas e assumem somente valores +1 e -1, de tal sorte que a filtragem do perfil original para o "domínio Walsh" produz uma versão quadratizada do mesmo. Algoritmos baseados nesta técnica foram desenvolvidos, e a aplicação em dados reais pode ser analisada no trabalho de AQUINO & SOUTO (1988).

Outra proposta criativa foi dada por SAITO & CUNNINGHAM (1990), onde a aplicação de um filtro não linear denominado "E-filter" possibilitaria uma melhor caracterização dos contatos, sendo que a filtragem preservaria a amplitude do sinal, ou seja, os valores de condutividade no caso do perfil de indução. Vale ressaltar que as técnicas usuais de quadratização, que buscam os pontos de inflexão nos perfis, exigem um pré-processamento onde os dados de campo são filtrados, no sentido de diminuir a instabilidade numérica. Estas operações de filtragem, se não forem bem aplicadas, levam à perda de resolução e alterações significativas

de amplitude no sinal original.

A proposta deste trabalho tenta unir técnicas convencionais de detecção de contatos à aplicação de um filtro inverso que deconvolve o sinal original do perfil de indução, produzindo um resultado mais próximo da condutividade real da formação.

O método utilizado na inversão dos dados foi proposto por HOWARD (1987). A operação é efetuada no domínio da frequência espacial e utiliza uma "solução condicionada" para contornar o problema das *frequências cegas*. KASSAB (1993) apresentou resultados em sua tese de mestrado onde utiliza este método de inversão. Também sob a orientação do Prof. HOWARD, este trabalho teve um importante papel no desenvolvimento desta dissertação.

A solução do problema inicia com uma quadratização preliminar onde os contatos entre as camadas são assumidos como sendo representados pelos pontos de inflexão no perfil original. Para localização destes pontos foram utilizados os extremos da primeira derivada bem como, paralelamente, empregou-se o desvio padrão na forma de *janelas móveis*, cuja função resultante apresenta como máximos os pontos de inflexão.

Num primeiro passo, este perfil quadratizado inicial é convolvido com a função resposta e a diferença entre este resultado e o perfil original é minimizada no sentido dos mínimos quadrados. Como solução desta minimização, é produzido um perfil de condutividade *deconvolvido*. Neste perfil, aplicando-se algumas limitações com relação a espessura e variação nos valores de condutividade mínima para cada camada, tem-se finalmente um perfil deconvolvido quadratizado.

Como passo seguinte, é introduzido um pequeno deslocamento no contato entre as camadas no sentido de aumentar o ajuste dos contatos obtidos através da primeira quadratização. Neste caso, a operação não é mais linear, e a minimização é feita utilizando o método de mínima energia, uma vez que são esperados incrementos pequenos entre os contatos. A solução do problema é então condicionalmente linearizada. Com o resultado obtido retorna-se ao primeiro passo e uma solução iterativa é implementada, com um critério de parada definido com base na convergência da solução.

O modelo geológico adotado admite os estratos em um acamamento plano paralelo onde um perfil retangular é o que melhor representa a condutividade *real* da formação.

Um importante pressuposto é o de que a ferramenta possui simetria cilíndrica em relação ao eixo do poço. Desta forma, a dedução do operador linear (função resposta) fica bastante simplificada.

Devido a importância do assunto, as funções resposta são abordadas e discutidas em um

capítulo a parte, sendo dada maior ênfase a sonda 6FF40, por representar hoje um grande acervo de perfis de indução corridos nas bacias sedimentares brasileiras.

No presente trabalho são apresentados os resultados da técnica proposta em perfis sintéticos e reais.

## 2 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este capítulo tem como objetivo fazer uma pequena abordagem em cada um dos temas que julgamos de importância para o desenvolvimento deste trabalho. Para o leitor que ainda não tenha familiaridade com os assuntos aqui apresentados, a leitura deste capítulo é interessante e, em alguns aspectos, fundamental para o entendimento dos capítulos posteriores.

### 2.1 PERFILAGEM DE POÇO (WELL LOGGING)

A perfilagem de poço consiste, em sua maior parte, na descida de um conjunto de instrumentos dentro dos poços com o objetivo de medir os parâmetros físicos que caracterizam as formações atravessadas pelo mesmo. Estas medidas são apresentadas contra as medidas de profundidade e são conhecidas como os perfis de poço, isto é, registros contínuos de informações petrofísicas e/ou geofísicas. O conjunto de instrumentos inclui uma **sonda**, que contém os sensores que realizam as medidas. Um **cartucho eletrônico** que é conectado à sonda controla os sensores, fornece energia em níveis apropriados, recebe e processa os sinais de saída provenientes dos sensores, e pode incluir um dispositivo para transmissão de dados através de um sistema de telemetria digital. A sonda e o cartucho eletrônico juntos são conhecidos como **ferramenta de perfilagem**.

A ferramenta de perfilagem é suspensa por um cabo, normalmente multicondutor (4-7 linhas). O cabo permite o fluxo para baixo (alimentação) de energia elétrica e o fluxo para cima correspondente aos sinais elétricos emitidos pela ferramenta. Envolvendo o conjunto de condutores isolados estão normalmente dois cabos de aço entrelaçados, um dentro do outro, enrolados em sentidos opostos. Esta "armadura" protege os condutores contra a abrasão e tensão sofridas pelo cabo. Na superfície, o cabo é enrolado em uma bobina. Anéis coletores permitem que as conexões elétricas sejam feitas com os condutores internos do cabo.

A parte superior do cabo está conectada com um computador e um sistema de aquisição de dados. Este sistema é programado para um processamento dos dados de tal forma que enquanto a ferramenta de perfilagem está fazendo as leituras dos parâmetros ao longo do poço, no mesmo instante é feito um registro contínuo de um perfil, onde um ou mais parâmetros físicos são plotados contra a profundidade. Além da função de registros e processamento dos dados, o sistema de superfície analisa a cada instante as condições de funcionamento

da ferramenta podendo, quando for o caso, fazer as modificações necessárias. A Figura 2.1 ilustra um típico sistema de perfilagem.

Originalmente a perfilagem de poço era aplicada principalmente para inferir a natureza dos fluidos que preenchem os poros das rochas sedimentares, ou seja, para determinar as saturações de óleo, água e gás. Atualmente, o espectro de medidas é suficientemente amplo que permite, com variados graus de precisão, determinação "in-situ" de densidade, porosidade, elementos principais constituintes de rochas, bem como os tipos de argila, presença de fraturas e sua orientação, mergulho estrutural e estratigráfico das formações, concentração e tipos de elementos radioativos. A variedade de fenômenos físicos empregados é extensa: fluxo de corrente elétrica, propagação de ondas eletromagnéticas de baixa e alta frequência, moderação de nêutrons, absorção de nêutrons termiais, raios gama natural e artificial, espectro de raios gama, espalhamento compton, absorção fotoelétrica, ondas de corpo e superfície no intervalo de frequência sônica, ondas sísmicas subsônicas, e ressonância magnética nuclear. (TITTMAN, 1986).

## 2.2 CONCEITOS MATEMÁTICOS

### 2.2.1 A Transformada de Fourier

As transformações integrais são operações matemáticas utilizadas sempre no sentido de simplificar a solução de um determinado problema linear, onde integrais e derivadas são convertidas em simples operações algébricas. No caso da transformada de Fourier, uma determinada forma de onda (ex: perfil de condutividade) é decomposta ou separada em componentes senóidais de diferentes frequências. Estas senóides quando somadas recompõem inteiramente a forma de onda original.

Uma vez aplicada a operação de transformação diz-se que houve uma mudança de domínio. No caso dos perfis de poço, o dado original no domínio do espaço (profundidade) é convertido para o domínio da frequência espacial. A representação no domínio da frequência normalmente consiste em um diagrama onde cada componente senoidal é representada por sua frequência e amplitude correspondente. A Figura 2.2 ilustra o exemplo das funções seno e cosseno.

Matematicamente, a transformada de Fourier na sua forma contínua é definida como:

$$Y(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(z)e^{-i wz} dz , \quad (2.1)$$

e

$$y(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(w) e^{i w z} dw, \quad (2.2)$$

onde  $w = 2\pi f$  é a frequência angular.

A conversão para o domínio da frequência espacial de um dado sinal  $y(z)$  é promovida pela operação definida em (2.1), o retorno ao domínio original é feito através de (2.2). Estas duas expressões constituem o par de transformadas de Fourier na sua forma direta e inversa, respectivamente.

Na prática, o sinal tem sempre uma taxa de amostragem finita, logo o mesmo não é contínuo. Sendo assim, é necessário reescrever-se a definição da Transformada de Fourier na sua forma discretizada

$$Y_m = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y_n e^{-i 2\pi \frac{nm}{N}}, \quad (2.3)$$

$$y_n = \sum_{m=0}^{N-1} Y_m e^{i 2\pi \frac{nm}{N}}, \quad (2.4)$$

onde  $n = \frac{Z}{\Delta Z}$  é a n-ésima amostra com espaçamento  $\Delta Z = \frac{Z}{N}$  para N amostras, e  $m = \frac{W}{\Delta W}$  é a m-ésima amostra com espaçamento  $\Delta W = \frac{W}{N}$ , também para N amostras.

No presente trabalho, foram utilizadas as subrotinas do aplicativo MATLAB (Matrix Laboratory), FFT para a transformada direta e INVFFT para a transformada inversa.

As simplificações advindas do uso da Transformada de Fourier ficarão claras com o enunciado do Teorema de Convolução um pouco adiante.

### 2.2.2 Função Delta de Dirac ou Função Impulso

A função impulso  $\delta(t)$  é definida como

$$\delta(t - t_o) = 0, \quad \text{se } t \neq t_o \quad (2.5)$$

e

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_o) dt = 1, \quad (2.6)$$

ou seja, assume um valor indefinido em um determinado tempo de ocorrência ( $t_o$ ) e zero para os demais instantes, com a propriedade adicional de que a área sobre a função é igual a unidade.

A função impulso é uma ferramenta matemática de grande importância, através do seu uso problemas complexos são simplificados. Um exemplo disto será apresentado no próximo item, na definição do Teorema de Convolução.

A função impulso é aplicada na prática através de suas propriedades onde a de maior importância assegura que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_o) \phi(t) dt = \phi(t_o), \quad (2.7)$$

ou seja, a função impulso  $\delta(t)$  toma o valor da função teste  $\phi(t)$  no tempo  $t_o$ , em que a mesma é aplicada. Com a variação contínua de  $t_o$  é possível amostrar cada valor da função  $\phi(t)$ .

### 2.2.3 Convolução

A operação de convolução é definida pela integral

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau = x(t) * h(t). \quad (2.8)$$

A função  $y(t)$  representa a convolução entre as funções  $x(t)$  e  $h(t)$ . Não é simples entender a primeira vista a operação realizada em (2.8). A Figura 2.3 ilustra graficamente a operação de convolução que pode ser descrita em 4 passos básicos:

1. Reflexão - toma-se uma imagem de espelho de  $h(\tau)$  usando como base o eixo das ordenadas;
2. Deslocamento - Desloca-se  $h(-\tau)$  de um valor igual a  $t$ ;
3. Multiplicação - Multiplica-se a função deslocada  $h(t - \tau)$  por  $x(\tau)$ ;
4. Integração - A área sobre o resultado do produto anterior é o valor da convolução no tempo  $t$ .

Da mesma forma que na Transformada de Fourier, a definição de convolução utilizada na prática é na forma discretizada dada por:

$$y_t = \sum_{i=1}^N x_i h_{t-i} . \quad (2.9)$$

A convolução entre duas funções é uma operação matemática com importante aplicação. No caso específico da ferramenta de indução, o modelo convolucional pode ser aplicado, ou seja, a condutividade obtida no perfil pode ser considerada como a convolução entre a condutividade real da formação e a função resposta da ferramenta. Este fato é de fundamental importância ao nosso trabalho e vai ser abordado com maior detalhe no capítulo 3.

#### 2.2.4 Teorema da Convolução

Uma importante e poderosa ferramenta é definida a partir da relação que existe entre a expressão (2.8) e sua transformada de Fourier. Esta relação, conhecida como o Teorema da Convolução, permite que a operação de convolução seja realizada no domínio da frequência através de uma simples multiplicação. Isto é, se  $h(t)$  tem sua transformada de Fourier expressa por  $H(f)$  e  $x(t)$  por  $X(f)$ , então  $h(t) * x(t)$  tem como transformada de Fourier  $H(f) \cdot X(f)$ . Assim sendo, o Teorema de Convolução é dado pelo seguinte par de transformadas:

$$h(t) * x(t) \iff H(f) \cdot X(f) . \quad (2.10)$$

#### 2.2.5 Teorema da Amostragem

O Teorema da Amostragem estabelece que se a transformada de Fourier de uma função  $h(t)$  é zero para todas as frequências além de uma frequência limite  $f_c$ , então a função contínua  $h(t)$  pode ser determinada unicamente a partir do conhecimento dos seus valores amostrados em

$$\hat{h}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(nT) \delta(t - nT) , \quad (2.11)$$

onde  $T = \frac{1}{2f_c}$ .

Neste caso,  $h(t)$  é dada por

$$h(t) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(nT) \frac{\sin 2\pi f_c (t - nT)}{\pi(t - nT)} . \quad (2.12)$$

As limitações deste teorema, ilustrado graficamente na Figura 2.4, estabelecem que:

1. É necessário que a transformada de Fourier de  $h(t)$  seja zero para frequências maiores que  $f_c$ . Como é mostrado na Figura 2.4c, a função tem sua banda limitada (band-limited) na frequência  $f_c$ , o termo "band-limited" significa dizer que a transformada de Fourier é zero para  $|f| > f_c$ ;
2. O espaço de amostragem deve ser escolhido como  $T = \frac{1}{2f_c}$ , ou seja, as funções impulso da Figura 2.4d devem estar separadas por  $1/T = 2f_c$ . Este espaçamento assegura que quando  $\Delta(f)$  e  $H(f)$  forem convolvidas não haverá contaminação por amostragem (aliasing). Alternadamente, as funções  $H(f)$  e  $H(f) * \Delta(f)$  como ilustrado nas Figura 2.4c e Figura 2.4f, respectivamente, são iguais em um intervalo  $|f| < f_c$ , para um escalonamento constante  $T$ . Se  $T > \frac{1}{2f_c}$ , então haverá sobreamostragem, se  $T < \frac{1}{2f_c}$  o teorema ainda é mantido.

A exigência de que  $T = \frac{1}{2f_c}$  representa o espaçamento máximo entre as amostras para o qual o teorema é mantido. A frequência  $1/T = 2f_c$  é conhecida como a **taxa de amostragem de Nyquist** ou **frequência de Nyquist**. Uma vez que estas duas premissas são mantidas, o teorema de amostragem garante que  $h(t)$  (Figura 2.4a) pode ser reconstituída a partir do conhecimento dos impulsos ilustrados na Figura 2.4e.

É importante notar que só é possível reconstituir um sinal perfeitamente se o mesmo tem um espectro de frequências limitado. Na prática, esta condição raramente é encontrada. A solução é amostrar em uma razão tal que a contaminação por amostragem seja negligenciável.

## 2.3 DEFINIÇÕES E CONCEITOS IMPORTANTES

### 2.3.1 Resolução Vertical

A resolução vertical de uma ferramenta de perfilagem pode ser definida como a camada de menor espessura na qual uma leitura verdadeira pode ser obtida.

A mesma definição pode ser dada em um sentido matemático como a largura da função resposta da ferramenta correspondente a metade do seu valor máximo. Este valor é conhecido como resolução vertical intrínseca. É parcialmente determinado pela geometria de sonda (por exemplo, a distância entre fonte e detector nas ferramentas nucleares, ou espaçamento entre eletrodos nas sondas laterolog).

A resolução vertical qualitativa de uma ferramenta é a camada de menor espessura definida por sua litologia, textura, porosidade e saturação - que pode ser distinguida das adjacentes. Este parâmetro é uma função da resolução e razão sinal-ruído. A resolução vertical qualitativa de uma ferramenta usualmente é maior que sua resolução vertical, mas a resolução vertical é o fator limitante para interpretação quantitativa de perfis.

A resolução vertical registrada pelo perfil é determinada pela resolução intrínseca da ferramenta, pela taxa de amostragem e pela **média dos dados**. Enquanto o intervalo de amostragem é menor que a metade de resolução intrínseca, a resolução do perfil será igual a resolução intrínseca. A resolução do perfil pode ser pior que a resolução intrínseca quando a taxa de amostragem é muito baixa.

### 2.3.2 Efeito de Ombro (Shoulder Effect)

É o efeito das distorções causadas pela função resposta de ferramenta em perfis convencionais de resistividade na definição das fronteiras entre camadas com elevado contraste de resistividade.

### 2.3.3 Sinal Medido

É a resposta obtida durante a perfilagem, corrigida ou não para certos efeitos ambientais, e que depende não apenas das características do sistema rocha-fluido, mas também da função resposta da ferramenta.

### 2.3.4 Sinal Real

É o sinal que seria conseguido por uma ferramenta ideal, refletindo apenas as propriedades de rocha, na realidade um "sinal ideal". Este conceito envolve certas complexidades. Essa ferramenta ideal, insensível aos efeitos ambientais, possuiria uma função-resposta do tipo "spike", ou seja, um pulso de largura infinitesimal, com uma taxa de amostragem infinita. Na prática, como a taxa de amostragem é finita, nenhum método de processamento conseguiria restituir os "valores reais" das propriedades de formação.

### 2.3.5 Simulação de Perfis

Cálculo da resposta que uma determinada ferramenta de perfilagem produziria frente a um intervalo de propriedades conhecidas, gerando os chamados "perfis sintéticos", ou seja, o

computador (ou outro processo qualquer) simula a ferramenta de perfilagem, de forma mais ou menos realística.

Os dados de entrada no processo de simulação são os seguintes:

- (1) Espessura da camada e suas propriedades, constituindo o "perfil modelo" de formação;
- (2) Características da ferramenta (função resposta), onde estará incluído o processo físico através do qual a sonda interage com a formação;
- (3) Condições ambientais, se for o caso;
- (4) O resultado da interação de (1), (2) e (3) produz o perfil sintético.

É importante ressaltar que é precisamente o contrário do que é feito durante o processamento e a interpretação convencional de perfis onde (2), (3) e (4) são conhecidos e deseja-se encontrar (1). A simulação é dita um **problema direto**, enquanto a interpretação é um **problema inverso**.

### 2.3.6 Taxa de Amostragem

Como já foi dito anteriormente, as ferramentas de perfilagem registram as medidas de forma discreta. A taxa de amostragem é caracterizada como o número de medidas efetuadas por unidade de comprimento, expressa em ciclos por unidade de comprimento. Para muitas ferramentas convencionais, essa taxa é de 1/6 ciclos por polegada, ou seja, 1/15 ciclos por centímetro, podendo chegar a valores tão altos como 30 ciclos por centímetro para o caso de ferramenta FMS (Formation MicroScanner). A taxa de amostragem é função da resolução vertical da ferramenta, dependendo da velocidade em que é efetuada a perfilagem, que normalmente é estabelecida segundo critérios de otimização, levando em consideração custos, precisão desejada, ruídos, etc...

### 2.3.7 Ruído

Qualquer contribuição indesejável à medida do sinal gerado pela ferramenta de perfilagem. Normalmente, o ruído é modelado como sendo de natureza aleatória. Como exemplo, podem-se citar as flutuações estatísticas dos perfis radioativos.

## 2.4 FILTROS

### 2.4.1 Aspectos Gerais

Em sua essência, um filtro pode ser entendido como um sistema que modifica sinais de entrada em sinais de saída. Existem duas classes principais de filtros: os naturais e os artificiais.

O interior da Terra é um exemplo de filtro natural. Ele atua atenuando e dispersando sinais, tais como aqueles relacionados às ondas sísmicas e eletromagnéticas. Os filtros artificiais, por outro lado, são feitos e controlados pelo homem, eles são representados por sistemas construídos de modo a se obter determinada resposta a uma dada excitação.

Os filtros artificiais são em geral usados para separar-se a informação indesejável (ruído) da informação desejável (sinal). Na geofísica em geral, esta separação pode ser realizada com base na frequência, velocidade, polarização e amplitude. A filtragem com base na frequência é a mais comum. Neste caso, o sucesso da filtragem depende do grau de superposição de frequências associadas ao ruído e ao sinal.

Os filtros artificiais podem ser implementados de forma analógica (sistema elétrico) ou digital (algoritmo). Os filtros analógicos são comumente colocados dentro dos instrumentos geofísicos, como parte dos seus circuitos elétricos. Após o registro das informações pelo instrumento, pode ser necessário separar-se frequências não eliminadas pelos filtros analógicos. Nesses casos, são usados os filtros digitais.

O filtro digital, por seu turno, é representado por um processo computacional ou algoritmo, e a filtragem consiste basicamente na transformação de um arranjo de números em outro arranjo de números. Neste trabalho, serão utilizados apenas filtros digitais.

### 2.4.2 A Filtragem Digital

Uma vez que a filtragem digital trata uma sequência de números, qualquer informação registrada continuamente deve ser convertida para a forma digital. Este processo, denominado de **digitalização**, consiste de duas operações: **amostragem** e **quantificação**.

A **amostragem** relaciona-se à determinação das posições espaciais (intervalos) no tempo, nas quais a informação contínua deve ser observada; a **quantificação** diz respeito à conversão das amplitudes de informação contínua em números.

Em termos matemáticos, uma amostragem é obtida com uma distribuição denominada

de "trem de impulsos unitários" (Figura 2.5a),

$$\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT), \quad (2.13)$$

sendo  $T$  o intervalo entre dois impulsos consecutivos, correspondendo ao intervalo de amostragem.

A amostragem propriamente dita é obtida multiplicando-se um registro contínuo  $x(t)$  pelo trem de impulsos unitários  $\delta_T(t)$  (Figura 2.5b).

$$x_s(t) = x(t)\delta_T(t) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT) \delta(t - kT). \quad (2.14)$$

Passando-se um registro digital  $x_s(t)$  através de um filtro ou sistema linear invariante no tempo (ou em deslocamento, no caso de frequências especiais), o resultado é um novo registro digital,

$$y_s(t) = L[x_s(t)]. \quad (2.15)$$

$L$  representa a transformação linear ou filtragem executada pelo filtro sobre o registro  $x_s(t)$ .

Um sistema é dito linear quando processa as seguintes transformações:

$$\begin{array}{ccc} x_1(t) \longrightarrow & \boxed{\begin{array}{c} \text{Sistema} \\ \text{Linear} \end{array}} & \longrightarrow y_1(t) \\ x_2(t) \longrightarrow & & \longrightarrow y_2(t) \\ ax_1(t) + bx_2(t) \longrightarrow & & \longrightarrow ay_1(t) + by_2(t) \end{array} \quad (2.16.a)$$

ou

$$\begin{aligned} y_1(t) &= L[x_1(t)] \\ y_2(t) &= L[x_2(t)] \end{aligned} \quad (2.16.b)$$

$$\begin{aligned} L[ax_1(t) + bx_2(t)] &= L[ax_1(t)] + L[bx_2(t)] \\ &= aL[x_1(t)] + bL[x_2(t)] \\ &= ay_1 + by_2. \end{aligned}$$

Invariância no tempo significa que se  $x(t)$  é transformado em  $y(t)$  por um sistema, então  $x(t - t_o)$  será transformado em  $y(t - t_o)$  ou

$$\hat{y}(t - t_o) = L[x(t - t_o)] . \quad (2.17)$$

Substituindo-se (2.14) em (2.15), obtém-se

$$y_s(t) = L \left[ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT) \delta(t - kT) \right] \quad (2.18)$$

ou

$$y_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT) L[\delta(t - kT)] , \quad (2.19)$$

$$y_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT) h(t - kT) , \quad (2.20)$$

sendo  $h(kT)$  a representação matemática do filtro, conhecida também como "resposta do filtro ao impulso unitário".

Considerando-se o registro contínuo como amostrado a um intervalo constante  $T$ , pode-se substituir a variável  $t$  por  $nT$  e reescrever (2.20) como

$$y(nT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT) h(nT - kT) , \quad (2.21)$$

que é a representação matemática da operação de convolução na sua forma discretizada, conforme definido em (2.9), entre os registros  $x(kT)$  e  $h(kT)$ . A expressão (2.21) mostra que filtrar determinado registro é equivalente a convolvê-lo com a resposta do filtro ao impulso unitário; (2.21) também mostra que a operação de filtragem é uma média ponderada em que os pesos são representados pelo filtro. Esta conclusão é de importância fundamental ao nosso trabalho, mais adiante veremos que a função resposta de ferramenta de indução na realidade corresponde a um filtro, e que o perfil de condutividade registrado nada mais é do que uma média ponderada da condutividade real de formação, onde os pesos estão diretamente associados com a função resposta.

De acordo com o Teorema da Convolução (2.10), no domínio de frequência, (2.21) reduz-se a

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT) h(nt - kT) \Longleftrightarrow X(f) \cdot H(f) \quad (2.22a)$$

$$y(nT) \Longleftrightarrow Y(f) \quad (2.22b)$$

sendo  $Y(f)$ ,  $X(f)$  e  $H(f)$  respectivamente as transformadas de Fourier de  $y(nT)$ ,  $x(nT)$  e  $h(nT)$ . Particularmente,  $H(f)$  é chamada de função sistema do filtro ou função de transferência do filtro.

### 2.4.3 Principais Tipos de Filtros

Os filtros podem ser classificados em quatro tipos principais:

- (a) Passa Baixa – rejeita frequências que, em módulo, são maiores do que um certo valor, mantendo somente frequências entre zero e aquele valor (Figura 2.6a);
- (b) Passa Alta – rejeita frequências entre zero e um determinado valor, mantendo somente frequências maiores do que o módulo daquele valor (Figura 2.6b);
- (c) Passa Banda – mantém uma faixa de frequência e rejeita todas as outras (Figura 2.6c);
- (d) Rejeita Banda – rejeita uma faixa de frequências e mantém todas as outras (Figura 2.6d).

Os filtros representados na Figura 2.6 são denominados de ideais, e representam um corte abrupto no espectro de frequência. Na prática, este truncamento não é feito com o uso de um filtro ideal, e sim com funções especiais (janelas) que atenuam bastante o efeito do truncamento. Este problema é de muita importância ao nosso estudo e vai ser abordado no item a seguir.

### 2.4.4 O Fenômeno de Gibbs e as Janelas (windows)

Quando uma determinada função é aproximada pela soma parcial de uma série de Fourier, existe um erro considerável na vizinhança de um ponto de descontinuidade, não importando quantos termos estamos utilizando. Este efeito é conhecido como o Fenômeno de Gibbs (HSU, 1973); assim chamado em homenagem ao seu descobridor J. Willard Gibbs.

Para ilustração deste efeito, consideremos a onda quadrada de amplitude unitária e período igual a  $2\pi$  (Figura 2.7), isto é,

$$f(t) = \begin{cases} -1 & -\pi < t < 0, \\ 1 & 0 < t < \pi. \end{cases} \quad (2.23)$$

Esta função é representada pela série de Fourier dada por

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left( \sin t + \frac{1}{3} \sin 3t + \frac{1}{5} \sin 5t + \dots \right). \quad (2.24)$$

A série anterior apresenta a não uniformidade na convergência de uma série de Fourier na vizinhança de uma descontinuidade. As aproximações sucessivas vêm indicadas na Figura 2.7 (b), (c), e (d).

Observamos que em  $t = 0$  o valor da série truncada é zero. Depois ela cresce rapidamente quanto  $t$  cresce, excede o valor 1 e oscila em torno da reta  $f(t) = 1$  com amplitude decrescente. Quando o número de termos da série cresce, a curva resultante oscila com frequência crescente e amplitude decrescente. Em ambos os lados da descontinuidade, cada curva cresce. Embora a amplitude do pico diminua quando o número de termos aumenta, existe um limite máximo em torno de 9% de crescimento mesmo quando a série tende ao infinito.

O fenômeno de Gibbs ocorre sempre que nós truncamos a série de Fourier. Este fato é de grande importância na discussão do desenho de filtros porque, na prática, nós somos forçados a truncar as séries de Fourier. Para atenuar este problema, existem as janelas que nada mais são que funções especiais que atribuem pesos aos valores de frequência. Elas são desenhadas de acordo com o problema, por exemplo, para um filtro passa baixa, o peso maior seria dado às baixas frequências. Na Figura 2.8, são mostrados alguns tipos de janelas mais comuns, definidas matematicamente a partir das seguintes fórmulas:

(a) Janela Retangular

$$W(n) = \begin{cases} 1 & |n| < N \\ 0 & |n| \geq N \end{cases} \quad (2.25)$$

(b) Janela Hanning

$$W(n) = \begin{cases} 0,5 - 0,5 \cos(2\pi \frac{n}{N+1}) & , \quad |n| < N \\ 0 & , \quad |n| \geq N \end{cases} \quad (2.26)$$

(c) Janela Hamming

$$W(n+1) = \begin{cases} 0,54 - 0,46 \cos(2\pi \frac{n}{N-1}) & , \quad |n| < N \\ 0 & , \quad |n| \geq N \end{cases} \quad (2.27)$$

(d) Janela Blackman-Harris

$$W(n) = \begin{cases} 0,42 - 0,5 \cos(\frac{n}{N}) + 0,08 \cos(2\pi \frac{n}{N}) & , \quad |n| < N \\ 0 & , \quad |n| \geq N \end{cases} \quad (2.28)$$

(e) Janela Kaiser

$$W(n) = \begin{cases} \frac{I_0[\alpha \sqrt{1-(\frac{n}{N})^2}]}{I_0(\alpha)} & , \quad |n| < N \\ 0 & , \quad |n| \geq N \end{cases} \quad (2.29)$$

onde  $n$  é o número de amostras da janela e  $N$  é a frequência de corte. Para a janela Kaiser, conhecida também como  $I_0 - \sinh$ , o parâmetro  $\alpha$  determina a *forma* dos lobos da janela e a função  $I_0$  é dada por :

$$I_0(\alpha) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{(\frac{\alpha}{2})^k}{k!} \right]^2 \quad (2.30)$$

Utilizando-se as janelas para o truncamento, o fenômeno de Gibbs é satisfatoriamente contornado. Na Figura 2.9, são apresentados os resultados da aplicação de quatro janelas em um sinal associado à condutividade de um meio estratificado. A composição demonstra claramente a eficácia na utilização destas funções, observando-se o efeito provocado pelo fenômeno de Gibbs sendo atenuado desde a janela Hanning (Figura 2.9a), passando à janela Hamming (Figura 2.9b) até as janelas Blackman-Harris (Figura 2.9c) e Kaiser (Figura 2.9d) que apresentam os melhores resultados.

Neste trabalho, será utilizada a janela Blackman-Harris nos truncamentos que forem necessários.

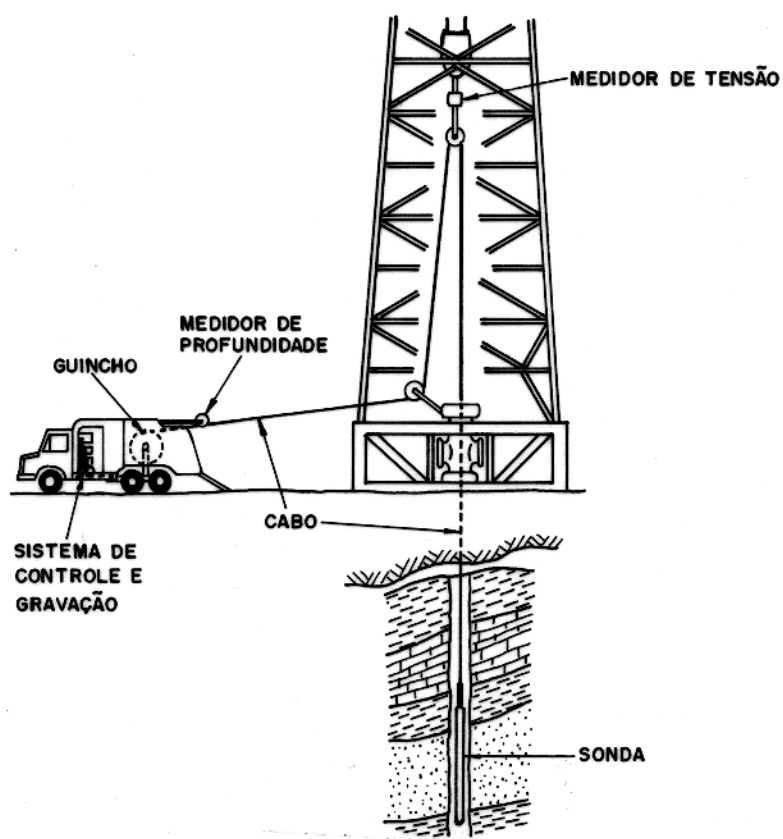


Figura 2.1 - Esquema básico de perfilagem de poço (TITTMAN, 1986).

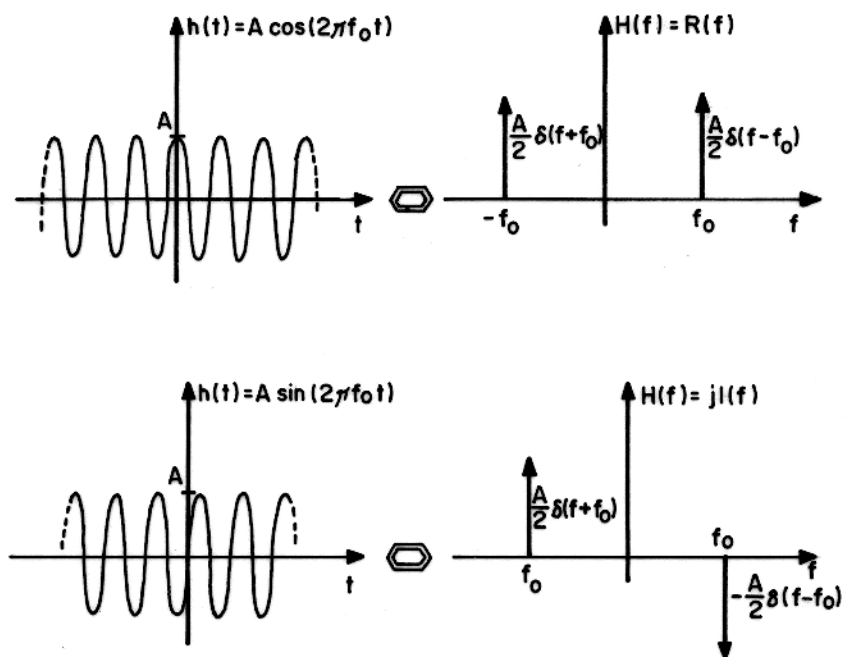


Figura 2.2 - Transformada de Fourier das funções  $A \cos(at)$  e  $A \sin(at)$  (BRIGHAM, 1974).

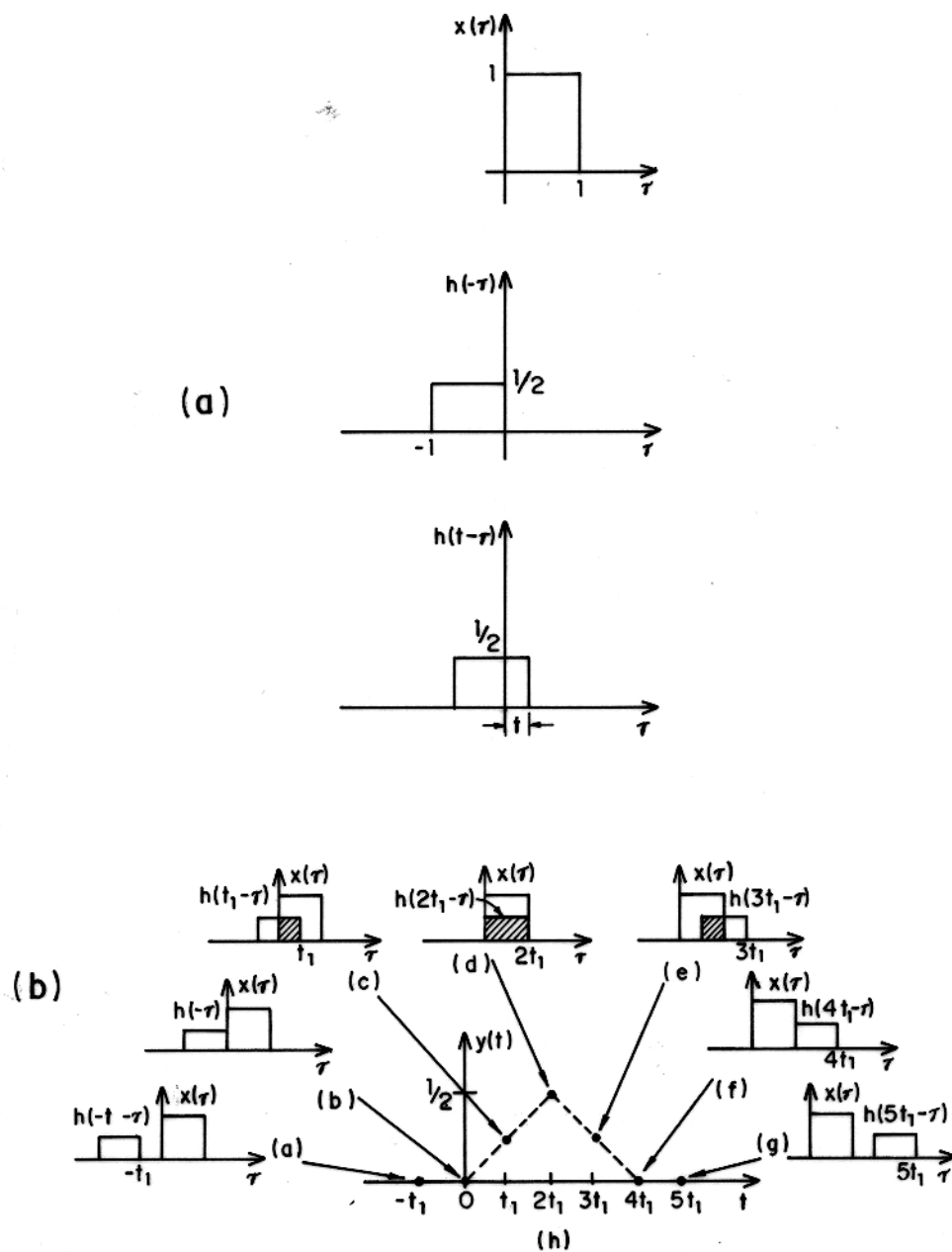


Figura 2.3 - Ilustração gráfica da operação de convolução (BRIGHAM, 1974).

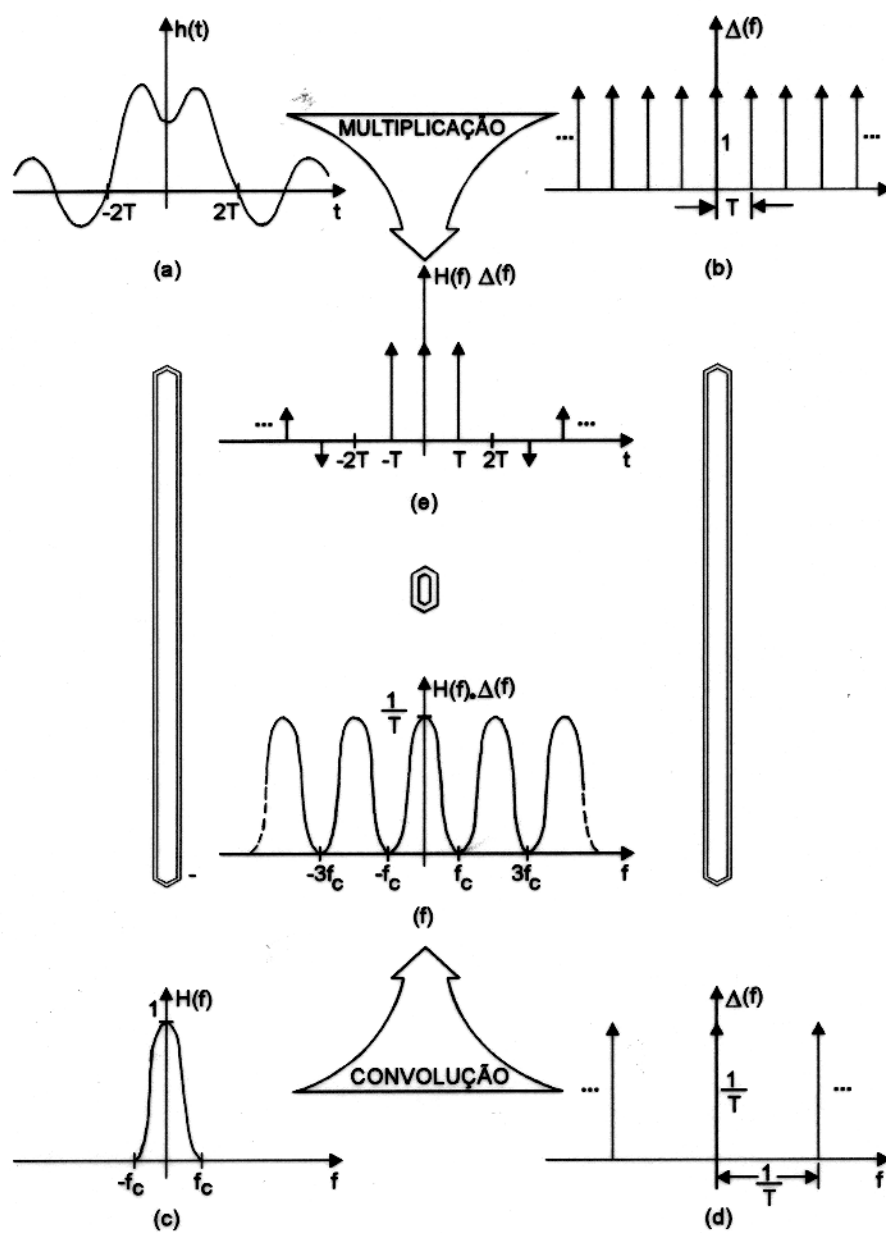


Figura 2.4 - Ilustração gráfica do teorema da amostragem (BRIGHAM, 1974).

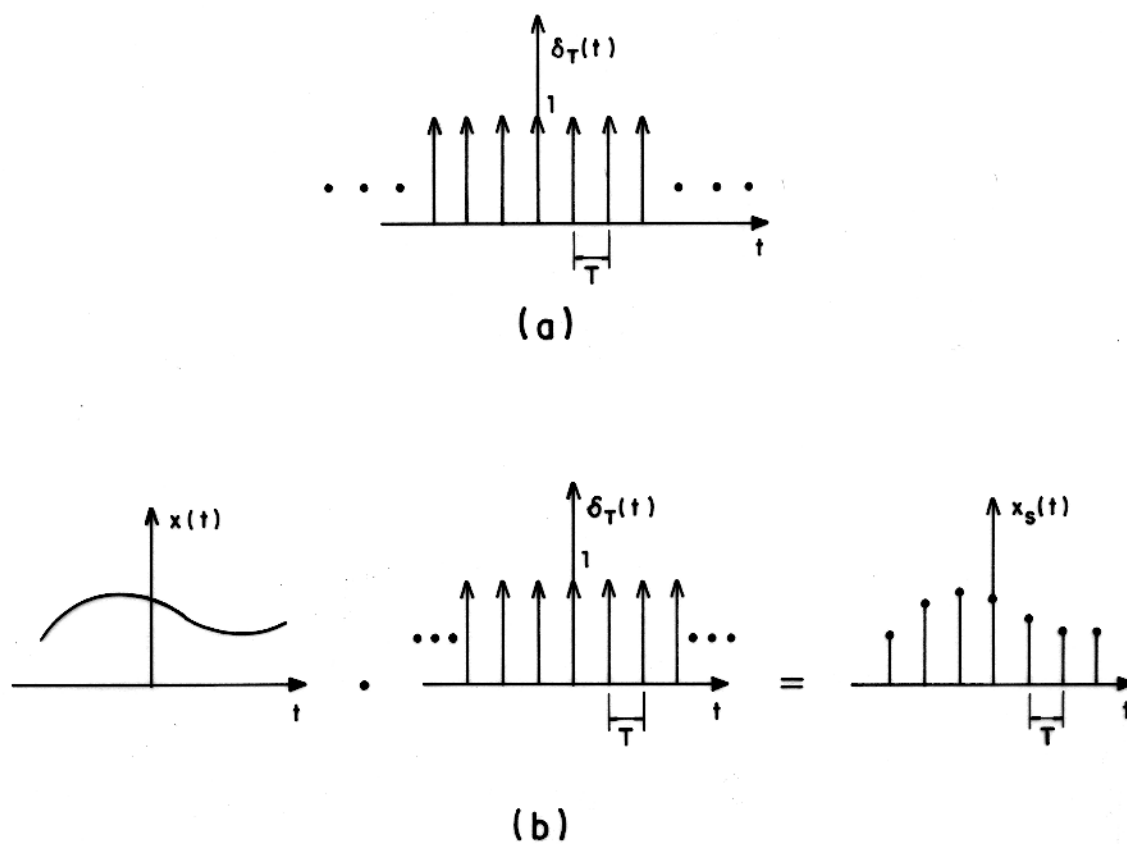


Figura 2.5 - (a) Trem de impulsos unitários  $\delta_T(t)$ . (b) Amostragem  $x_s(t)$  de um dado sinal  $x(t)$  utilizando um trem de impulsos unitários  $\delta_T(t)$ .

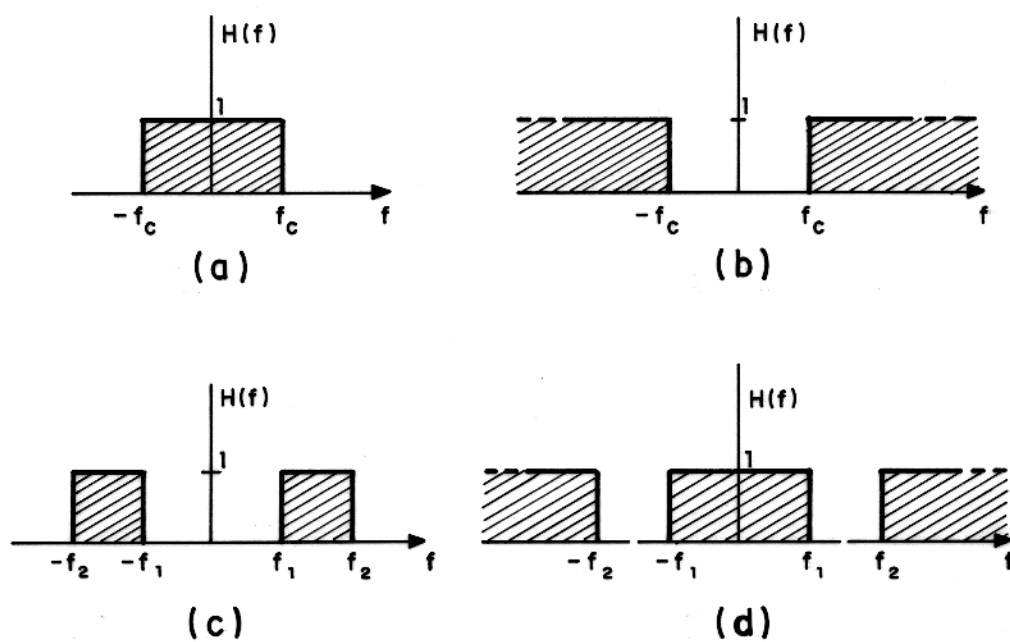


Figura 2.6 - Representação gráfica dos filtros ideais : (a) Passa Baixa; (b) Passa Alta; (c) Banda Passante; e (d) Rejeita Banda.

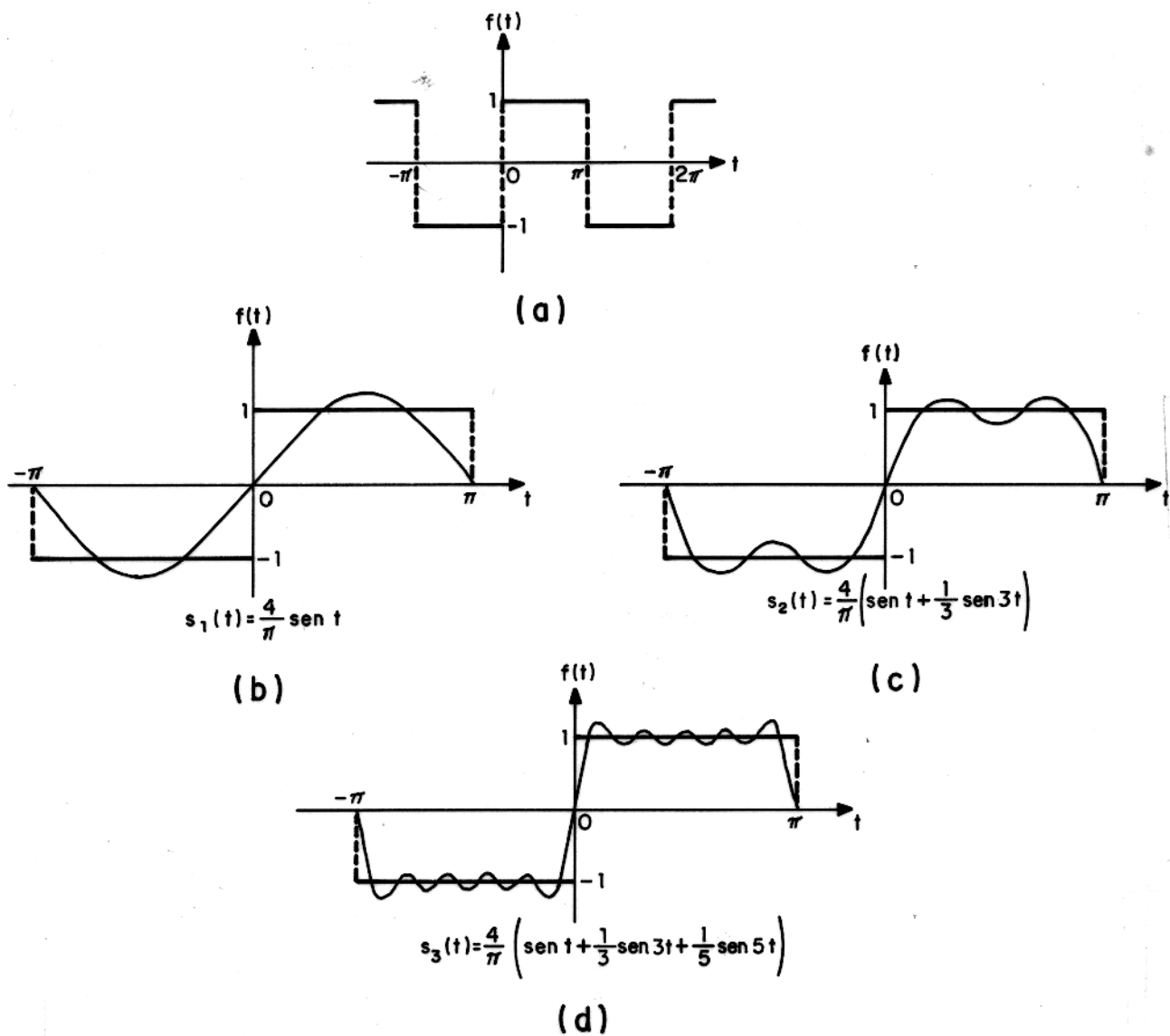


Figura 2.7 - Os gráficos (b), (c), e (d) representam as três primeiras somas finitas da série de Fourier da onda quadrada de amplitude unitária ilustrada em (a) (HSU, 1973).

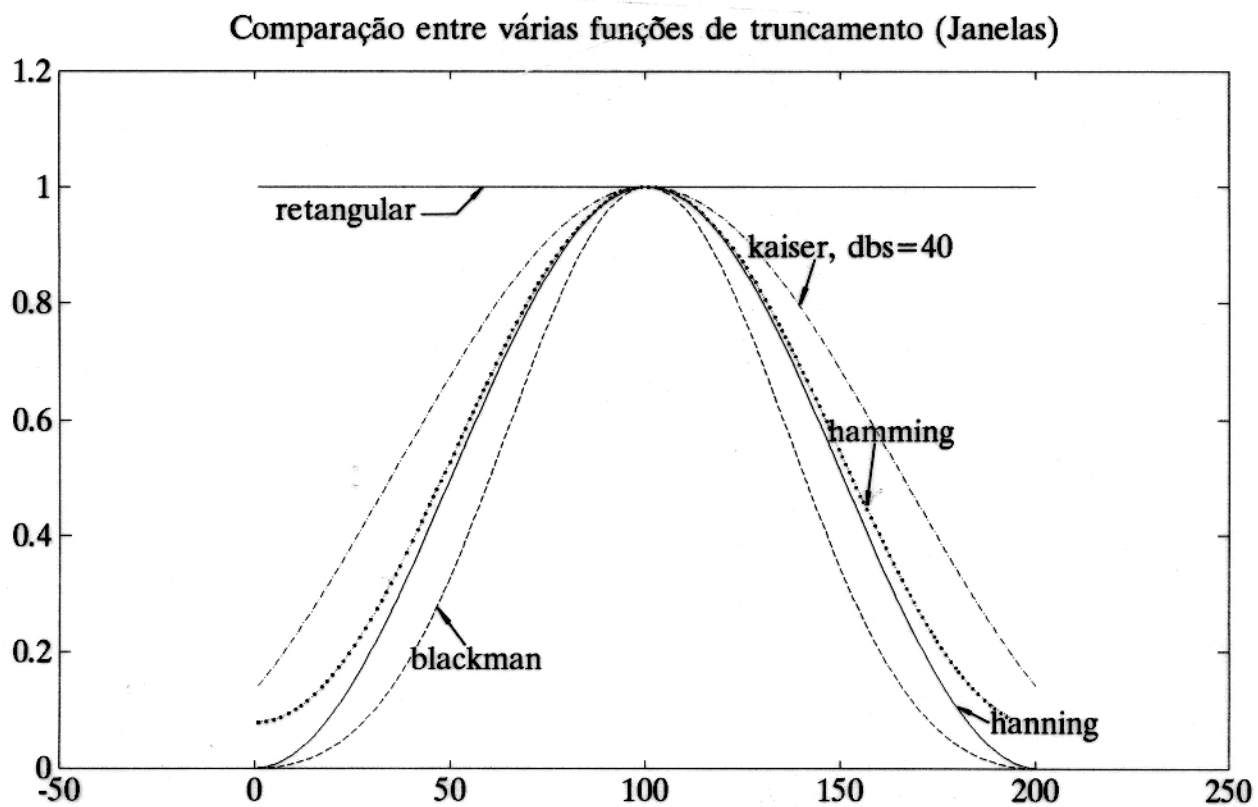


Figura 2.8 - Ilustração de alguns tipos de janelas.

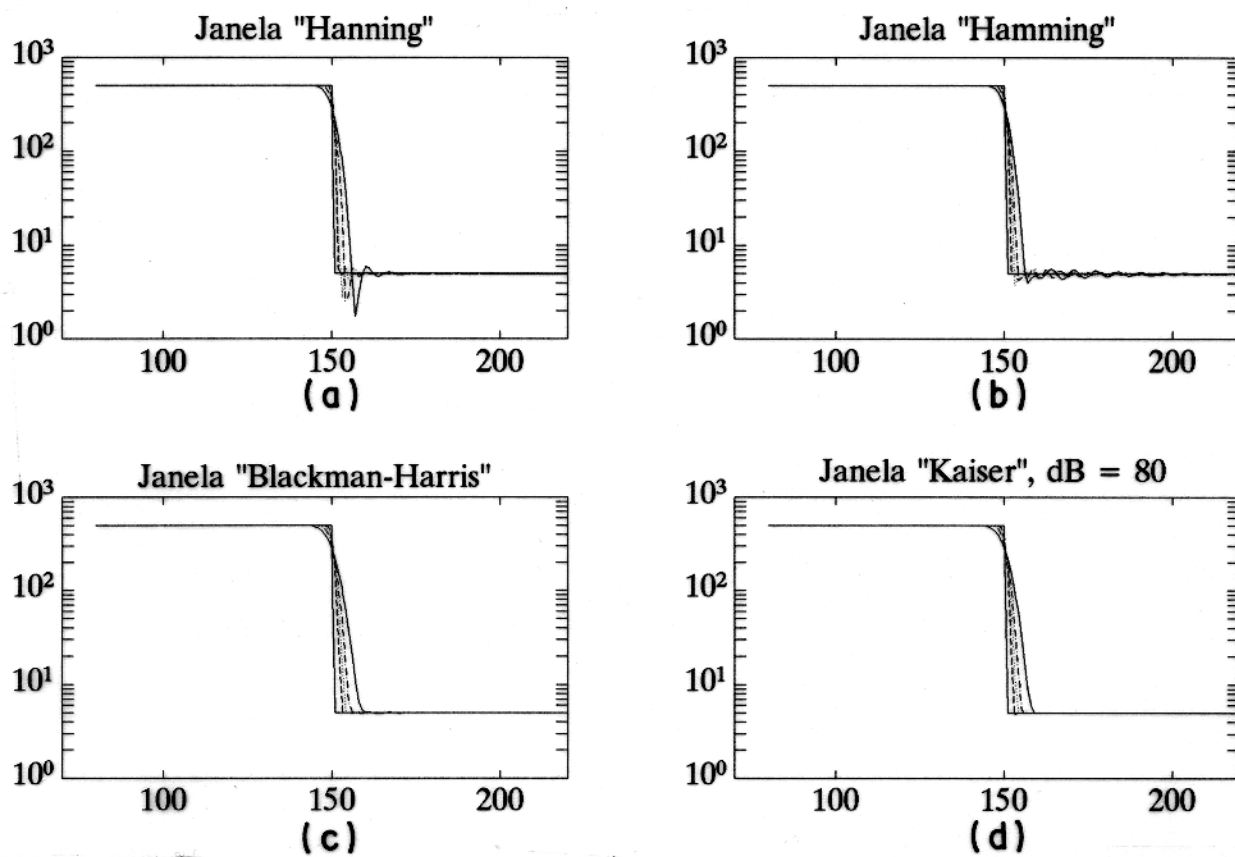


Figura 2.9 - Resultados obtidos com a aplicação das janelas.

## 3 - A FERRAMENTA DE INDUÇÃO

### 3.1 HISTÓRICO

O perfil de indução atual é uma evolução de um detector de minas, que Henry Doll, engenheiro chefe da Schlumberger, desenvolveu para o departamento de Guerra dos Estados Unidos, para ser utilizado durante a Segunda Guerra Mundial. O detector era composto de duas bobinas montadas horizontalmente em um eixo de madeira fixado logo à frente de um jeep. Uma corrente alternada passando em uma das bobinas criava um campo magnético que induzia correntes no terreno. A segunda bobina instalada no eixo de madeira detectava o campo magnético secundário gerado pelas correntes induzidas (Eddy currents). As minas, sendo metálicas, portanto condutivas, ocasionavam correntes induzidas mais intensas do que as normalmente detectadas. O dispositivo de DOLL, ao detectar este aumento na intensidade de corrente na segunda bobina, imediatamente acionava os freios do veículo.

Devido ao fato de que o contato galvânico não era necessário, DOLL reconheceu que a técnica poderia permitir as medidas de condutividade ou resistividade em formações atravessadas por poços em que não houvesse a presença de fluido de perfuração (lama), ou quando este fluido fôsse muito resistivo.

Após a guerra, DOLL adaptou esta técnica para que a mesma pudesse ser utilizada em poços de petróleo. Em 1949, três anos depois que o primeiro perfil de indução foi criado no Texas, DOLL apresentou o equipamento para a indústria, denominando o registro dele derivado como perfil de indução (induction log).

### 3.2 PRINCÍPIOS BÁSICOS

A Figura 3.1 apresenta as principais características da sonda de indução, que consiste de uma bobina transmissora, excitada por uma corrente alternada de média frequência ( $\simeq 20\text{ kHz}$ ) e uma bobina receptora. As duas bobinas, colocadas em um mandril de material isolante, estão cercadas por um meio de condutividade  $\sigma$ . Um anel de corrente, axialmente simétrico à ferramenta e ao poço, é mostrado na Figura 3.1. Um passo inicial importante, antes de se analisar a sensibilidade geométrica desta ferramenta, é percorrer a sequência de interações físicas que produzem, finalmente, o sinal na bobina receptora.

O primeiro passo é considerar a excitação da bobina transmissora por uma corrente de amplitude constante ( $I_o$ ) que gera uma corrente transmitida ( $I_t$ ) que possui uma variação com o tempo na forma  $e^{-i\omega t}$ , isto é

$$I_t = I_o e^{-i\omega t}, \quad (3.1)$$

onde  $\omega = 2\pi f$  é a frequência angular e  $i = \sqrt{-1}$ .

A bobina transmissora, a qual pode ser considerada como um dipolo magnético oscilante, gera na formação um campo magnético  $B_t$ , cuja componente vertical tem uma dependência com o tempo na forma

$$(B_t)_z \propto I_o e^{-i\omega t}. \quad (3.2)$$

Se considerarmos um anel de formação axialmente simétrico à ferramenta, ele forma o perímetro de superfície através da qual passa um campo magnético variante no tempo. De acordo com a Lei de Faraday, um campo elétrico  $E$  será criado sendo o mesmo proporcional à derivada em relação ao tempo da componente vertical  $(B_t)_z$ , ou seja:

$$E \propto \frac{\partial(B_t)_z}{\partial t} \propto i\omega I_o e^{-i\omega t}. \quad (3.3)$$

Este campo elétrico que se estabelece em torno do eixo vertical da ferramenta induz uma densidade de corrente ( $J$ ) no anel de formação mostrado na Figura 3.1, que será proporcional a condutividade da formação, de acordo com a lei de OHM

$$J = \sigma E \propto i\omega \sigma I_o e^{-i\omega t}. \quad (3.4)$$

A corrente induzida no anel de formação, conhecida como corrente de Eddy ou Foucault, se comportará como uma bobina transmissora, isto é, irá gerar seu próprio campo magnético  $B_2$ , cuja componente vertical  $(B_2)_z$  tem a mesma dependência no tempo que a densidade de corrente do anel de formação,

$$(B_2)_z \propto i\omega \sigma I_o e^{-i\omega t}. \quad (3.5)$$

Esta dependência com o tempo induzirá uma voltagem  $V_r$  na bobina receptora:

$$V_r \propto -\frac{\partial(B_2)_z}{\partial t} \propto -\omega^2 \sigma I_o e^{-i\omega t}. \quad (3.6)$$

A equação (3.6) mostra que a voltagem detectada pela bobina receptora varia diretamente com a condutividade da formação ( $\sigma$ ) e com o quadrado da frequência de excitação ( $\omega$ ), estando  $180^\circ$  fora de fase com o sinal de corrente do transmissor, conforme fica evidente através de comparação das equações (3.1) e (3.6). Existe ainda a voltagem induzida pelo acoplamento direto entre a bobina transmissora e a receptora, que se apresenta com uma defasagem de  $90^\circ$  em relação ao sinal de corrente do transmissor. Um detector de fase normalmente é utilizado para descartar os sinais indesejáveis (Figura 3.2) (ELLIS, 1987).

Na Figura 3.2 são apresentados, de forma esquemática, os tipos de corrente envolvidos no sistema de perfilagem com a sonda de indução. A amplitude, em todos os casos, tem uma dependência com o tempo da forma senoidal. Assim, a corrente alternada emitida pela bobina transmissora é representada por uma linha contínua e espessa, naturalmente com os maiores valores de amplitude relativa. A corrente induzida na formação é também representada estando em fase com a produzida pelo acoplamento direto, porém com menor amplitude, ambas com  $90^\circ$  de defasagem em relação a corrente emitida pela bobina transmissora. Finalmente, a corrente que chega em fase (ou à  $180^\circ$ ), gerada a partir da densidade de corrente presente nos anéis elementares da formação, representa a componente mais importante do sinal, uma vez que varia diretamente com a condutividade da formação.

A diferença de potencial gerada devido a corrente que chega em fase com a corrente emitida é conhecida como a componente resistiva do sinal ( $V_R$ ), enquanto que a componente reativa ( $V_X$ ) origina-se a partir da corrente gerada pelo acoplamento direto entre as bobinas. Mais adiante, o estudo detalhado das componentes  $V_R$  e  $V_X$  vai se mostrar útil no entendimento do efeito de película (Skin Effect), e deixar claro também que a separação e registro preciso destes sinais tem sido um dos maiores desafios enfrentados pela perfilagem de indução.

### 3.3 TEORIA DO FATOR GEOMÉTRICO PARA UMA SONDA DE INDUÇÃO DE DUAS BOBINAS

Em 1949, Henry DOLL desenvolveu uma teoria aproximada para a ferramenta de indução. A base desta teoria é o pressuposto de que para um meio suficientemente resistivo e à frequências relativamente baixas, é possível negligenciar a interação entre as correntes induzidas. Por esta razão a fase destas correntes é  $90^\circ$ , independentemente da distância da bobina transmissora, e o sinal medido é obtido pela soma dos sinais elementares criados pelas correntes em cada parte do meio.

Na maioria dos casos as dimensões da bobina transmissora são significativamente menores que o diâmetro do poço e a distância entre a interface das camadas. Por esta razão, nós

podemos substituir uma bobina com corrente alternada por um dipolo magnético. Sendo assim, é possível calcular (KAUFMAN & KELLER, 1989) a densidade de corrente  $J$  induzida em um anel elementar de formação como sendo

$$J = \frac{\sigma \mu \omega r M_1}{4\pi R_1^3}, \quad (3.7)$$

onde  $M_1 = n_1 S_1 I_o$  é o momento da bobina transmissora ( $n_1$  o número de espiras e  $S_1$  a área da seção transversal),  $\sigma$  é a condutividade do anel,  $\omega = 2\pi f$  a frequência angular, e  $r$  bem como  $R_1$  definem o raio e a posição do anel de formação em relação à bobina transmissora, conforme o esquema da Figura 3.3.

Considerando a área transversal do anel elementar de formação como sendo igual a unidade ( $ds = 1$ ), a expressão para a corrente induzida será

$$I = \frac{\sigma \mu \omega r M_1}{4\pi R_1^3}. \quad (3.8)$$

A corrente no anel elementar de raio  $r$  gera um campo magnético secundário o qual tem somente a componente vertical ao seu eixo, dada por :

$$H_z = \frac{I}{2} \frac{r^2}{R_2^3}, \quad (3.9)$$

onde  $R_2$  é a distância dos pontos do anel à bobina receptora. Neste caso, o fluxo magnético é expresso como

$$\phi = \int_S \vec{B} ds = \int_S \mu H_z ds = \frac{\mu I}{2} \frac{r^2}{R_2^3} S_2 n_2, \quad (3.10)$$

onde  $n_2$  e  $S_2$  são o número de espiras e a área transversal da bobina receptora.

A força eletromotriz na bobina receptora devido à um anel elementar de raio  $r$  é calculada pela expressão

$$\epsilon = i\omega\phi = \frac{i\omega\mu}{2} \frac{I r^2}{R_2^3} S_2 n_2. \quad (3.11)$$

Substituindo (3.7) em (3.11), chega-se à

$$\epsilon = -\frac{\pi}{2} f^2 \mu^2 I_o n_1 n_2 S_1 S_2 \sigma \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} \quad (3.12)$$

onde  $I_o$  é a corrente na bobina transmissora.

A equação (3.12) pode ser reescrita como

$$\epsilon = K_o \sigma g_o, \quad (3.13)$$

onde  $K_o = -\frac{\pi}{2} I_o f^2 \mu^2 S_1 S_2 n_1 n_2$  é o coeficiente da ferramenta, e  $g_o = \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3}$  é uma função que depende da localização do anel de corrente e da distância entre o transmissor e o receptor ( $L$ ). DOLL chamou esta função de fator geométrico de um anel elementar ou fator geométrico elementar.

Assim, o sinal que chega à bobina receptora, além de depender de características da própria ferramenta ( $K_o$ ), também é diretamente proporcional à condutividade ( $\sigma$ ) do anel de formação e ao seu respectivo fator geométrico ( $g_o$ ).

A função  $g_o$  pode ser facilmente reescrita em função da distância entre as bobinas ( $L$ ) e da posição ( $z$ ) de cada anel de formação em relação a um ponto de referência (normalmente tomado no ponto médio entre a bobina receptora e transmissora). Para isto, são consideradas as relações (Figura 3.3)

$$R_1 = [r^2 + (L/2 + z)^2]^{1/2}, \quad R_2 = [r^2 + (L/2 - z)^2]^{1/2}.$$

Substituindo-se estas relações na expressão de  $g_o$ , chega-se à

$$g_o = \frac{r^3}{\{r^2 + (L/2 + z)^2\}^{3/2} \{r^2 + (L/2 - z)^2\}^{3/2}}. \quad (3.14)$$

No lugar de  $g_o$  DOLL introduziu a função  $g$  dada por  $g = \frac{L}{2} g_o$ , da mesma forma o coeficiente da ferramenta é redefinido como sendo  $K = K_o \frac{2}{L}$ . Este artifício matemático será útil no desenvolvimento subsequente.

Fazendo uso do princípio de superposição e negligenciando a interação entre as correntes induzidas, a força eletromotriz é igual a soma dos sinais de todos os anéis elementares,

$$\epsilon = K \int_S \sigma g \, ds \quad (3.15)$$

onde  $ds$  é a área de seção transversal do anel elementar.

Para o caso de um meio uniforme e infinito, tem-se:

$$\varepsilon = K\sigma \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g \, dz \, dr . \quad (3.16)$$

Em um meio não homogêneo onde são consideradas as camadas adjacentes, o poço e a zona invadida (Figura 3.4) a expressão anterior é definida como (Figura 3.4)

$$\varepsilon = K \left[ \sigma_A \int \int_A g \, ds + \sigma_B \int \int_B g \, ds + \sigma_C \int \int_C g \, ds + \sigma_D \int \int_D g \, ds + \sigma_E \int \int_E g \, ds \right] .$$

Introduzindo a notação  $G_A = \int \int_A g \, ds$ , etc...

$$\varepsilon = K \left[ \sigma_A G_A + \sigma_B G_B + \sigma_C G_C + \sigma_D G_D + \sigma_E G_E \right] . \quad (3.17)$$

Como para todo espaço o fator geométrico é igual a unidade

$$G_A + G_B + \dots = 1,$$

a razão  $\frac{\varepsilon}{K}$  é igual a condutividade do meio (ou condutividade aparente,  $\sigma_a$ )

$$\sigma_a = \varepsilon / K . \quad (3.18)$$

Para investigar melhor o comportamento do fator geométrico elementar, consideremos as relações :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{sen } A}{L} = \frac{\text{sen } \alpha}{R_2} ; \\ \text{sen } \alpha = \frac{r}{R_1} ; \\ \frac{\text{sen } A}{L} = \frac{r}{R_1 R_2} \end{array} \right.$$

que substituídas na expressão de  $g_o$  resultam em

$$g = \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} = \frac{L}{2} \frac{\text{sen}^3 A}{L^3} = \frac{\text{sen}^3 A}{2L^2} .$$

De acordo com a expressão anterior, para uma dada ferramenta, o fator geométrico elementar é completamente definido, uma vez conhecido o ângulo formado entre as duas retas que partem do anel elementar de corrente em direção às bobinas transmissora e receptora (Figura 3.3)

Sendo assim, a configuração geométrica de uma seção de anéis elementares, com o mesmo fator geométrico em um plano vertical, são círculos passando através das bobinas transmissora

e receptora da ferramenta de indução. Os anéis elementares com  $\sin A = 1$  têm o fator geométrico máximo, igual a  $\frac{1}{2L^2}$ . As seções transversais destes anéis estão localizadas em um círculo com raio igual a  $L/2$ .

Finalmente, é importante observar que na teoria de DOLL a interação entre as correntes induzidas (efeito de película) é negligenciada, com todos os anéis elementares se manifestando independentemente, para valores baixos de condutividade ( $\sigma < 1S/m$ ) e frequências também baixas ( $f < 100kHz$ ) esta teoria fornece uma precisão satisfatória. No próximo item, será discutido com maior detalhe o efeito de película e as alterações necessárias no fator geométrico de DOLL para que este efeito seja levado em conta.

### 3.4 O EFEITO DE PELÍCULA E O FATOR GEOMÉTRICO PROPAGADO

Este efeito, que aparece mais forte para altas condutividades, é o resultado das interações entre os anéis de corrente, e se manifesta de forma que tende a reduzir o valor da condutividade medida. Cada anel de corrente na realidade não é independente dos outros, como foi considerado no tratamento feito por DOLL. Na realidade, forças eletromagnéticas são induzidas como resultado de auto e mútua indutância entre os anéis de corrente, as quais alteram tanto a amplitude como a fase do sinal que alcança a bobina receptora. Os anéis mais próximos da ferramenta tendem a reduzir o campo eletromagnético que alcança as partes mais afastadas da formação. As consequências do efeito de película podem ser resumidas em dois pontos básicos:

(a) a energia dissipada pelo fluxo de corrente nos anéis diminui a energia disponível para alcançar pontos mais distantes da formação;

(b) os campos eletromagnéticos fora de fase, produzidos pelas correntes induzidas mais próximas à ferramenta, interferem destrutivamente com o campo emitido.

Quantitativamente, a contribuição real da formação corresponde a uma película de determinada espessura (skin depth), definida como

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}, \quad (3.19)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular,  $\mu$  a permeabilidade magnética e  $\sigma$  a condutividade. A profundidade pelicular, expressa por  $\delta$ , representa a distância a partir da qual 37% da amplitude do sinal emitido foi atenuada.

A Figura 3.4 mostra como a profundidade da penetração é reduzida com o aumento da

condutividade da formação. A condutividade aparente medida ( $\sigma_a$ ) será menor na medida em que a condutividade real de formação ( $\sigma$ ) for maior.

O fator geométrico propagado, tal como descrito por THADANI & MERCHANT (1982), levaria em conta o efeito de película, e teria uma relação com o fator geométrico de DOLL definida por:

$$g_p \simeq g_d(r, z) R_e\{(1 - ikR_1)e^{ikR_1}\}, \quad (3.20)$$

onde  $g_d(r, z) = \frac{L}{2} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3}$  é o fator geométrico de DOLL, e  $g_p$  o fator geométrico propagado.

A forma adicional encontrada à direita da equação (3.20) foi proposta por MORAN & KUNZ (1962), e deixa evidente que para valores baixos de  $\sigma$ ,  $g_p$  tende a se aproximar de  $g_d$ , uma vez que  $k$ , a constante de propagação, é definida como  $k = \sqrt{i\mu\sigma\omega}$ .

Analisando mais detidamente o tratamento apresentado por MORAN & KUNZ (1962), que utilizando a aproximação para um dipolo magnético em um meio homogêneo para uma ferramenta de indução de duas bobinas, chegou-se a conclusão que o potencial medido na bobina receptora é igual a

$$V = \frac{2n_1 n_2 (\pi a^2)^2}{4\pi} I_o \omega \mu i (1 - ikL) \frac{e^{ikL}}{L^3}, \quad (3.21)$$

onde  $L$  é a distância axial que separa as duas bobinas e  $a$  o raio das bobinas.

Se a condutividade da formação chegar ao valor limite  $\sigma = 0$ , a voltagem dada pela fórmula (3.21) é aquela devido somente ao acoplamento direto entre as bobinas transmissora e receptora. Esta voltagem tem 90° de defasagem em relação à corrente transmitida.

Para um melhor entendimento de como o efeito de película influencia no sinal medido, é interessante separar  $V$  na sua parte real e imaginária, denominadas comumente como as componentes resistiva ( $V_R$ ) e reativa ( $V_X$ ) do sinal. Assim, expandindo a equação (3.21) em potências de  $kL$ , chega-se às seguintes expressões:

$$V_R = -K\sigma \left[ 1 - \frac{2L}{3\delta} + \frac{2}{15} \left( \frac{L}{\delta} \right)^3 - \dots \right] \quad (3.22)$$

e

$$V_X = \frac{2K}{\omega\mu L^2} \left[ 1 - \frac{2L^3}{3\delta^3} + \dots \right], \quad (3.23)$$

onde  $K = \frac{(\omega\mu\sigma a^2)^2}{4\pi} \frac{n_1 n_2 L_o}{L}$  e  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}}$  a profundidade pelicular.

O termo dominante na equação (3.22) é justamente o resultado obtido com a teoria do fator geométrico de DOLL. Os termos de maior ordem produzem uma redução em  $V_R$  na medida em que aumenta o valor de  $\sigma$ , e representam o efeito de película na componente resistiva do sinal.

As sondas de indução, até o modelo 6FF40, são normalmente calibradas como se a teoria de DOLL fosse correta, ou seja, como se  $V_R$  variasse linearmente com  $\sigma$ . Entretanto, fica evidente que mesmo para uma formação homogênea, tem-se  $\sigma_a \neq \sigma$  devido ao efeito de película. Aproximando-se o valor de  $\sigma_a$ , a partir da equação (3.22), para primeira ordem em  $L/\delta$ ,

$$\sigma_a = -\frac{V_R}{K} = \sigma \left(1 - \frac{2}{3} \frac{L}{\delta}\right). \quad (3.24)$$

Uma correção é normalmente aplicada eletronicamente em  $\sigma_a$  de tal forma que os valores registrados sejam o mais próximo possível de  $\sigma$ . Este "multiplicador de meio homogêneo", equivalente a  $\left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{L}{\delta}\right)\right]^{-1}$ , pode ser expandido para levar em conta, após a perfilagem, termos de ordem mais alta se os valores de  $L/\delta$  mostrarem que existe esta necessidade.

A componente reativa do sinal ( $V_X$ ) apresenta o termo dominante independente de  $\sigma$ , representando o acoplamento mútuo direto entre as duas bobinas. Os termos restantes são dependentes da condutividade da formação e resultam da propagação nas mudanças de fase ignoradas na teoria de DOLL. As sondas que são capazes de medir  $V_X$  permitem a correção para o efeito de película durante a perfilagem. De fato, se subtrairmos o primeiro termo da equação (3.23), a aproximação em primeira ordem para a componente reativa será  $V_X = -K\sigma^2(L/\delta)$ . Exceto pelo sinal, este é exatamente o efeito de skin calculado em primeira ordem a partir da equação (3.22). Sendo assim, a componente reativa do sinal ( $V_X$ ), uma vez conhecida, pode ser usada como uma primeira aproximação da "perda" de sinal provocada pelo efeito de película em ( $V_R$ ). As sondas de indução mais modernas utilizam este fato para uma correção do efeito de película durante a perfilagem, utilizando para isto a componente reativa ( $V_X$ ) do sinal. Um exemplo disto é o processamento Phasor utilizado pela Schlumberger.

Uma visualização mais prática do efeito de película é apresentada pela Figura 3.5. No exemplo, foi utilizada uma sonda com separação de 1m entre as bobinas e frequência de operação de 20 kHz. A Figura mostra que as ondas transmitidas têm uma profundidade pelicular menor que a separação entre as bobinas somente quando a resistividade da formação atinge valores menores que 0.1  $\Omega.m$ . Na prática, estes limites dificilmente são atingidos.

### 3.5 TEORIA UTILIZADA NO TRABALHO

Neste item, utilizando princípios básicos da teoria eletromagnética clássica, serão resumidos os principais passos para a obtenção da expressão para o potencial medido em uma sonda de indução de duas bobinas. Este resultado servirá de base para o cálculo da função resposta vertical  $G(z)$  que será apresentado no item 4.2.

#### 3.5.1 As Equações de Maxwell Aplicadas à uma Sonda de Indução de Duas Bobinas

Iniciando a solução do problema a partir das equações de Maxwell :

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} &= \vec{J}_s \\ \nabla \cdot \vec{D} &= q_v \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

Considerando um meio com propriedades elétricas isotrópicas e lineares, são válidas as relações constitutivas  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$  e  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ , bem como a lei de OHM  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ . Sendo que  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética,  $\epsilon$  a constante dielétrica e  $\sigma$  a condutividade elétrica são constantes para cada meio ou camada.

Na solução do problema são considerados alguns pressupostos básicos, quais sejam :

- A condução no interior das camadas é essencialmente devido aos ions presentes na água intersticial;
- A fonte real (bobina) é substituída no tratamento teórico por um pequeno dipolo situado no eixo central da bobina transmissora;
- A geometria do problema possui simetria cilíndrica completa em relação ao eixo do poço.

Vale ressaltar a importância do último pressuposto, cuja maior consequência é remover do problema situações em que o poço e o plano de acamamento possuem um mergulho relativo entre si. Esta certamente é a maior limitação imposta à solução do problema. Outra consequência importante das condições de simetria reside no fato de que as linhas de fluxo

de correntes são fechadas e a condutividade é a mesma ao longo de todo o *loop*, não existindo acúmulo de carga. Sendo assim,  $q_v$  pode ser considerada igual a zero e, conseqüentemente,  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ .

Assumindo que a bobina transmissora é excitada por uma corrente senoidal, conforme (3.1), com densidade de corrente  $\vec{J}_s$  e frequência angular  $\omega$ , podemos reescrever o conjunto de equações (3.25) no domínio da frequência na forma :

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \vec{E} - i\omega\mu\vec{H} &= 0 \\ \nabla \times \vec{H} - (\sigma - i\omega\epsilon)\vec{E} &= \vec{J}_s \\ \nabla \cdot \vec{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{H} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

No conjunto de equações (3.26), os vetores  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  são valores complexos. Os parâmetros da formação  $\mu$ ,  $\sigma$  e  $\epsilon$  são considerados constantes. Devido as condições de simetria assumidas o campo elétrico  $\vec{E}$  tem somente a componente angular  $\vec{E}_\phi$ .

O conjunto de equações (3.26) pode ser calculado em termos do vetor potencial magnético  $\vec{A}$  utilizando as seguintes relações (HOWARD, 1994)

$$\left. \begin{aligned} \vec{B} &= \nabla \times \vec{A} \\ \vec{E} &= i\omega(\vec{A} + \frac{\nabla \nabla \cdot \vec{A}}{k^2}) \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

Substituindo as relações (3.27) em (3.26) chega-se à

$$-\nabla^2 \vec{A} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) = \mu_0 \vec{J}_s + k^2 \vec{A} - \mu_0 \tilde{\sigma} \nabla \phi, \quad (3.28)$$

ou

$$(\nabla^2 + k^2) \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}_s + \nabla(\nabla \cdot \vec{A} + \mu_0 \tilde{\sigma} \phi), \quad (3.29)$$

onde  $\tilde{\sigma} = \sigma - i\omega\epsilon$  e  $\phi = \frac{1}{\mu_0 \tilde{\sigma}} \nabla \cdot \vec{A}$ .

Na ausência de fontes de carga é válida a condição de GAUGE a qual assegura a relação  $\nabla \cdot \vec{A} + \mu_0 \tilde{\sigma} \phi = 0$ . Sendo assim, a equação (3.29) se reduz para

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}_s, \quad (3.30)$$

sendo que a constante de propagação  $k^2$  é dada por

$$k^2 = \sigma i \omega \mu + \omega^2 \mu \epsilon. \quad (3.31)$$

A relação definida em (3.30) é conhecida como a equação de HELMHOLTZ, e pode ser reescrita como

$$\nabla^2 A = -J_t, \quad (3.32)$$

onde a densidade de corrente  $J_t$  inclui a densidade de corrente aplicada  $\mu_0 J_s$  e a densidade de corrente induzida na formação  $k^2 A$ .

A voltagem induzida na bobina receptora pode ser determinada resolvendo a integral de linha

$$V = N_R \oint \vec{E}_\phi \cdot d\vec{l} = 2 \pi a_R N_R E_\phi, \quad (3.33)$$

sendo que  $N_R$  e  $a_R$  são o número de espiras e o raio da bobina receptora respectivamente.

Substituindo em (3.33) a relação entre o campo elétrico e o vetor potencial magnético apresentada em (3.27), obtém-se

$$V = i 2 \pi a_R N_R \omega \mu A_\phi. \quad (3.34)$$

### 3.5.2 Cálculo do Vetor Potencial Magnético

Agora o problema se reduz a encontrar uma expressão para  $A_\phi$ . A solução deve partir da equação (3.30), na qual a fonte de corrente  $J_s$  pode ser escrita como

$$\vec{J}_s = I_0 N_T \delta(\rho - \rho_T) \delta(z - z_T) \hat{i}_\phi. \quad (3.35)$$

Na equação (3.35),  $I_0$  é o pico de corrente em ampéres assumida como circular em uma espira de raio  $\rho_T$  e a uma posição  $z_T$  na direção do vetor unitário azimutal  $\hat{i}_\phi$ . A solução encontrada para  $A_\phi$  é dada pela Teoria do Potencial e expressa na forma

$$A_\phi(\vec{x}) = \mu_0 \int g_1(\vec{x}, \vec{x}') J_s(\vec{x}') d^3 x', \quad (3.36)$$

onde  $g_1(\bar{x}, \bar{x}')$  é uma função de GREEN, que para um meio homogêneo, dependendo da conveniência do problema, pode ser definida de três formas matematicamente equivalentes (HOWARD, 1994) :

$$g_1(\bar{x}, \bar{x}') = \frac{i}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{\beta} e^{i\beta|z-z'|} J_1(\rho\lambda) J_1(\lambda\rho'), \quad (3.37)$$

sendo que  $k^2 = i\omega\mu\sigma + \omega^2\mu_0\epsilon$ ;  $\beta = (k^2 - \lambda^2)^{\frac{1}{2}}$  e  $\text{Im}(\beta) \geq 0$ ;

$$g_1(\bar{x}, \bar{x}') = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^\infty e^{ik(z-z')} I_1(\gamma\rho_-) K_1(\gamma\rho_+) dk, \quad (3.38)$$

onde  $I_1$  e  $K_1$  são funções modificadas de Bessel,  $\gamma = (k^2 - k_0^2)^{\frac{1}{2}}$  com  $\text{Re}(\gamma) \geq 0$ ,  $\rho_- = \min(\rho, \rho')$  e  $\rho_+ = \max(\rho, \rho')$ ;

$$g_1(\bar{x}, \bar{x}') = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\pi \frac{e^{ikR}}{R} \cos\phi d\phi, \quad (3.39)$$

com  $R = (\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho'\cos\phi + (z - z')^2)^{\frac{1}{2}}$ .

A metodologia para o cálculo do vetor potencial magnético é semelhante a aplicada por HOWARD (1986), onde neste caso serão considerados dois meios, excitados por uma fonte comum de corrente  $J_s$ . O primeiro é homogêneo e a constante de propagação  $k_0^2$  invariante em todo o espaço. O segundo meio é heterogêneo e a constante de propagação  $k_I^2$  é uma função da posição. A idéia básica é a de que a diferença encontrada entre estas duas formulações reflita a heterogeneidade que é encontrada no meio físico real. Sendo assim, adaptando a equação da onda explicitada em (3.30) aos dois meios, obtém-se

$$(\nabla^2 + k_0^2)A^{(0)} = -\mu_0 J_s \quad (\text{meio homogêneo}) \quad (3.40)$$

e

$$(\nabla^2 + k_I^2)A^{(I)} = -\mu_0 J_s \quad (\text{meio heterogêneo}). \quad (3.41)$$

Sendo que  $k_0^2 = i\omega\mu_0\sigma_0$ ,  $k_I^2 = i\omega\mu_0\sigma(\bar{x})$  e onde  $\sigma_0$  é a condutividade no meio homogêneo e  $\sigma(\bar{x})$  a condutividade no meio heterogêneo.

A diferença entre os dois meios pode ser expressa por

$$A_\phi = A_\phi^{(I)} - A_\phi^{(0)}. \quad (3.42)$$

A partir da subtração das equações (3.40) e (3.41) e da relação (3.42), obtém-se

$$[\nabla^2 + k_0^2] A_\phi(\bar{x}) = - [k_I^2(\bar{x}) - k_0^2] A_\phi^{(I)}(\bar{x}), \quad (3.43)$$

ou

$$[\nabla^2 + k_0^2] A_\phi(\bar{x}) = -\mu_0 J_v, \quad (3.44)$$

onde  $J_v$  é a densidade de corrente volumétrica, que pode ser calculada a partir da substituição de (3.43) em (3.44), fornecendo como resultado

$$J_v = \frac{[k_I^2(\bar{x}) - k_0^2] A_\phi^{(I)}(\bar{x})}{\mu_0}. \quad (3.45)$$

Utilizando a expressão apresentada em (3.36) como solução para  $A_\phi$  na equação (3.44), e rearranjando a equação (3.42), obtêm-se

$$A_\phi^{(I)}(\bar{x}) = A_\phi^{(0)}(\bar{x}) + \int g_1(\bar{x}, \bar{x}') J_v(\bar{x}') d^3 x'. \quad (3.46)$$

A função de GREEN  $g_1(\bar{x}, \bar{x}')$  pode ser definida nas formas apresentadas em (3.37), (3.38) e (3.39).

Inserindo (3.45) em (3.46) chega-se à

$$A_\phi^{(I)}(\bar{x}) = A_\phi^{(0)}(\bar{x}) + \int g_1(\bar{x}, \bar{x}') (k_I^2(\bar{x}') - k_0^2) A_\phi^{(I)}(\bar{x}') d^3 x', \quad (3.47)$$

com  $d^3 x' = r' dr' dz' d\phi'$ .

A expressão anterior corresponde a uma equação integral de FREDHOLM de segunda espécie onde a variável desconhecida é  $A_\phi^{(0)}$ .

Utilizando novamente a solução descrita em (3.36) para o vetor potencial  $A_\phi^{(0)}$  tem-se, para um anel de corrente

$$A_\phi^{(0)}(\bar{x}) = \mu_0 \int g_1(\bar{x}, \bar{x}') \vec{J}_s(\bar{x}') d^3 x'. \quad (3.48)$$

Através das relações definidas em (3.35) e (3.40), a equação (3.48) pode ser reduzida à

$$A_\phi^{(0)}(\bar{x}) = 2\pi \mu_0 I_0 N_T R_T g_1(\bar{x}, \bar{x}_T'). \quad (3.49)$$

Assumindo que as correntes induzidas na formação interagem fracamente, na prática condutividades de até 2 S/m, é possível aproximar  $A_\phi^{(I)}$  no integrando contido em (3.46) pelo

resultado conhecido de  $A_\phi^{(0)}$  obtido em (3.49). Assim sendo, chegamos finalmente à expressão para a componente  $\phi$  do vetor potencial magnético dada por

$$A_\phi^{(I)}(\bar{x}) = A_\phi^{(0)}(\bar{x}) + C \int g_1(\bar{x}, \bar{x}') g_1(\bar{x}', \bar{x}_T) [\sigma(\bar{x}') - \sigma_0] d^3 x', \quad (3.50)$$

com  $C = 2\pi i w \mu_0^2 I_0 N_T R_T$ .

A aproximação de  $A_\phi^{(I)}$  por  $A_\phi^{(0)}$  é conhecida na mecânica quântica como **aproximação de BORN**. No problema de dispersão (ou espalhamento) de partículas, à energias suficientemente altas, a onda espalhada é somente uma pequena perturbação da onda incidente. Em termos matemáticos, o operador integral na equação (3.47) deve ter uma norma suficientemente pequena. A aproximação de BORN vai perdendo a precisão, no caso de camadas adjacentes com grande contraste de condutividade, altas frequências, e com o aumento na espessura das camadas. Nestas situações, a norma do operador integral na equação (3.47) aumenta.

Substituindo o resultado para a voltagem obtido em (3.34) na equação anterior, e integrando na coordenada  $\phi$ , vem que

$$V(\rho_R, z_R) = V_0(z_R) + C_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \overbrace{\int_0^{+\infty} g_1(\bar{x}_R, \bar{x}') g_1(\bar{x}', \bar{x}_T) \rho' d\rho' [\sigma(\bar{z}') - \sigma_0] dz'}^{g_v(z)}, \quad (3.51)$$

onde  $C_1 = -8\pi(w\mu_0)^2 I_0 \frac{M_T M_R}{R_T R_R}$ , sendo que  $M_T = \pi R_T^2 N_T$  e  $M_R = \pi R_R^2 N_R$  são os momentos magnéticos das bobinas transmissora e receptora, respectivamente.

Neste caso também é válido o procedimento adotado no item 3.3 para conversão da voltagem em valores de condutividade aparente, chegando-se finalmente à

$$\sigma_a = \sigma_0 + N \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} g_1(\bar{x}_R, \bar{x}') g_1(\bar{x}', \bar{x}_T) [\sigma(\bar{z}') - \sigma_0] \rho' d\rho' dz', \quad (3.52)$$

em que  $N = (\int \int g_1(\bar{x}_R, \bar{x}') g_1(\bar{x}', \bar{x}_T) \rho' d\rho' dz')^{-1}$  é a constante de normalização, a qual é função da condutividade do meio  $\sigma_0$ .

A expressão assinalada em (3.51) servirá como base para a dedução da **função resposta vertical**, que será apresentada no quarto capítulo.

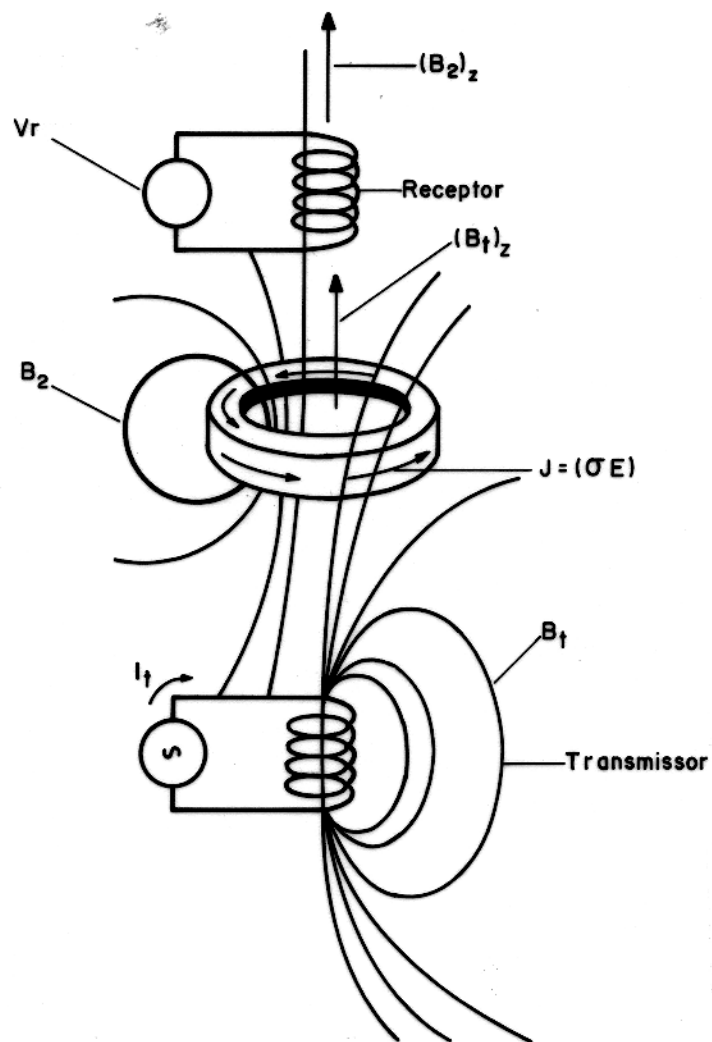


Figura 3.1 - O princípio da ferramenta de indução. A componente do campo magnético da bobina transmissora induz um anel de corrente na formação. Os anéis de corrente na formação condutiva produzem um campo magnético alternado detectado pela bobina receptora (Extraído de ELLIS, 1987).

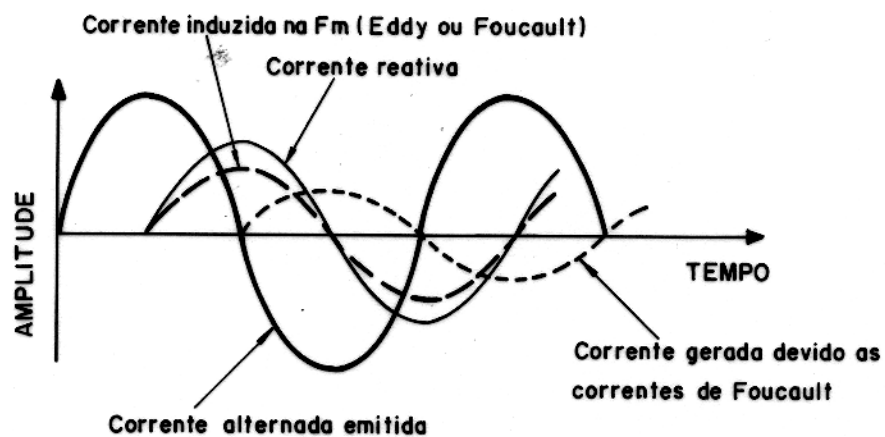


Figura 3.2 - As diferenças de fase entre as várias correntes induzidas com relação a corrente emitida (Extraído de SERRA, 1984).

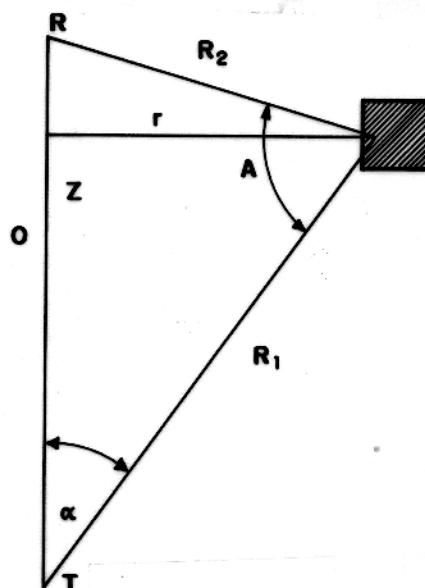


Figura 3.3 - Ilustração dos parâmetros geométricos utilizados na equação 3.12 (Extraído de KAUFMAN & KELLER, 1989).

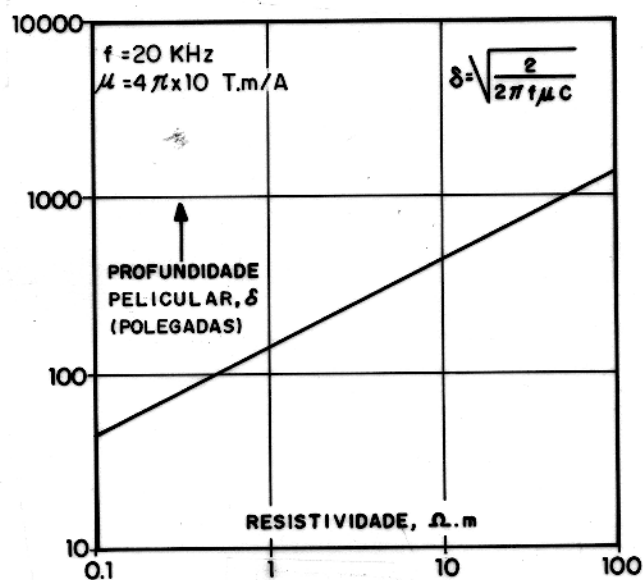


Figura 3.4 - Variação da profundidade pelicular (skin depth) com a resistividade do meio (Extraído de SERRA, 1984).

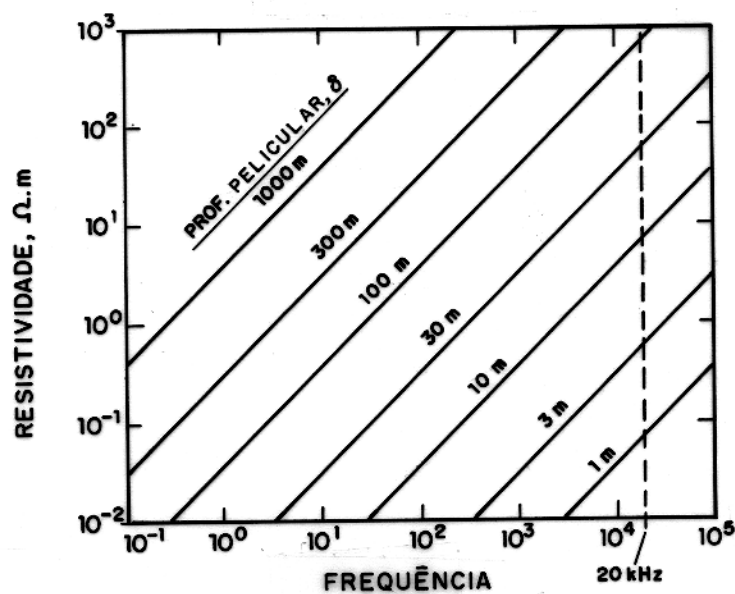


Figura 3.5 - Variação da profundidade pelicular como uma função da resistividade e frequência (Extraído de HEARST & NELSON, 1985).

## 4 - AS FUNÇÕES RESPOSTA PARA A FERRAMENTA DE INDUÇÃO

A relação linear ou *quasi-linear* existente entre a excitação provocada pela bobina transmissora e o sinal que chega à bobina receptora permitem a caracterização da mesma através de uma Função Resposta. Este pressuposto permite a utilização de ferramentas matemáticas poderosas como veremos a seguir.

Devido a importância deste tema, uma vez que o mesmo constitui peça fundamental no desenvolvimento do presente trabalho, dedicamos este capítulo para apresentação e discussão das funções resposta que representam os vários arranjos de sonda aqui estudados.

### 4.1 O CONCEITO DE FUNÇÃO RESPOSTA

Os processos utilizados para medidas em perfilagem de poço normalmente obscurecem ou mascaram a formação e, na realidade, acabam por registrar uma média da propriedade a uma dada profundidade. Se o processo de "mascaramento" é conhecido e bem comportado matematicamente, um mecanismo inverso pode ser desenvolvido e aplicado aos perfis para obtenção das medidas reais dos parâmetros da formação. No caso do perfil de indução, a maneira como a ferramenta obscurece a condutividade real da formação é bem conhecida. Infelizmente nem sempre este processo é bem comportado matematicamente. Neste contexto, a função resposta (FR) é uma forma conveniente de descrever este mecanismo de obscurecimento.

De acordo com NOSAL (1983), a função resposta é uma sequência unidimensional de pesos que caracterizam como a ferramenta combina com a condutividade das rochas ao longo do poço para formar o perfil de condutividade aparente que é registrado em superfície. Aplicando a linguagem utilizada pela área de *processamento de sinal*, pode ser entendida como a resposta do sistema ao impulso. Uma vez conhecida esta função torna-se possível usar a teoria dos filtros como ajuda no processamento e interpretação dos dados.

Em outras palavras, a FR pode ser entendida como um peso dado a cada região do espaço, relativo à sua contribuição no registro feito pela ferramenta. Assim sendo, a soma de todos os pesos deve ser igual a unidade, o que define uma característica básica das FR.

Este pressuposto assegura que a condutividade registrada pela ferramenta será a verdadeira se a formação for suficientemente espessa, o que significa dizer mais espessa que a FR da ferramenta ou, em outras palavras, quando esta ferramenta está posicionada no centro de tal camada ela é sensível a um meio único e uniforme.

DOLL (1949) foi o primeiro a apresentar uma forma quantitativa para expressar esta função através do conceito de **fator geométrico**, tal como foi visto anteriormente na seção 3.3. A partir deste conceito, surgiram dois outros que davam informação sobre a função resposta da ferramenta no sentido cumulativo. O primeiro, conhecido como fator geométrico radial diferencial, pode ser definido como

$$g_r(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(r, z) dz. \quad (4.1)$$

Neste caso, é calculada a importância relativa de cada casca cilíndrica de raio  $r$  sobre todo o espaço. Este fator, bem como um esquema desta dependência radial são mostrados na Figura 4.1. O maior peso é dado à uma casca cilíndrica com raio um pouco menor que a distância entre as duas bobinas.

De forma similar é definida uma segunda função, denominada de fator geométrico vertical diferencial, representada por

$$g_v(z) = \int_0^{+\infty} g(r, z) dr. \quad (4.2)$$

que fornece a resposta de uma fatia da formação com espessura unitária, localizada a uma posição  $z$ . A geometria correspondente à esta integração e a curva resultante representam a **função resposta vertical da ferramenta** e são mostradas na Figura 4.2.

Uma resposta aproximadamente constante é obtida para o trecho compreendido entre as duas bobinas, mas há uma diminuição gradativa da resposta acima e abaixo das bobinas, o que provocará uma distorção na presença de camadas adjacentes.

A solução da equação integral apresentada em (4.2) fornece como resultado

$$g_v(z) = \begin{cases} \frac{1}{2L} & , |z| < \frac{L}{2} \\ \frac{L}{8z^2} & , |z| > \frac{L}{2}. \end{cases} \quad (4.3)$$

Considerando um meio homogêneo e negligenciando o efeito de película, esta seria uma primeira aproximação para a função resposta vertical de uma sonda de indução de duas bobinas. Como será visto nos próximos itens, o efeito de película será incluído em uma expressão mais geral para  $g_v$ . É importante ressaltar que a equação (4.3) é válida sómente na condição limite onde a frequência ou condutividade seria nula. Sob esta condição, a função

resposta utilizada neste trabalho, definida mais tarde em (4.30), toma exatamente a mesma forma apresentada em (4.3), mostrando a ligação que existe entre as duas formulações.

Embora DOLL na sua formulação negligencie os efeitos de propagação, ela é perfeitamente válida para condutividades abaixo de 1 S/m, intervalo este predominante no ambiente normal da perfilagem de poço.

A teoria do fator geométrico tem grande utilidade para os mecanismos de processamento do sinal medido. De fato, definida desta forma, as medidas de condutividade registradas com o perfil de indução podem ser consideradas como uma operação linear, cujos coeficientes são exatamente a função resposta vertical da ferramenta. Tal modelo pode ser considerado como uma boa primeira aproximação da teoria e permite a aplicação de todos os recursos da análise dos sistemas lineares. Assim sendo, DOLL(1949) e mais tarde GEORGE et al.(1964) mostraram que a condutividade aparente ( $\sigma_a$ ) registrada pelo perfil de indução pode ser expressa como uma convolução entre a condutividade da formação e um operador invariante com a profundidade, representando a ferramenta. Este operador linear ( $g_v$ ), que nada mais é do que a função resposta vertical da ferramenta, transforma uma sequência de entrada (condutividade real da formação  $\sigma$ ) em uma sequência de saída (condutividade aparente  $\sigma_a$ ) através de uma operação de convolução representada por

$$\sigma_a(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_v(z - z') \sigma(z') dz'. \quad (4.4)$$

Sendo assim, uma vez conhecida a função resposta vertical ( $g_v$ ) e a condutividade aparente ( $\sigma_a$ ) registrada no perfil, uma operação inversa, conhecida como **deconvolução**, é capaz de gerar como resultado a condutividade real da formação ( $\sigma$ ). Este caráter "convolucional" atribuído à ferramenta de indução será amplamente empregado neste trabalho.

## 4.2 CÁLCULO DA FUNÇÃO RESPOSTA VERTICAL $g_v(z)$

Tomando como ponto de partida a expressão assinalada na equação (3.51), temos que

$$g_v(z') = K' \int_0^{+\infty} g_1(\bar{x}_R, \bar{x}') g_1(\bar{x}', \bar{x}_T) \rho' d\rho'. \quad (4.5)$$

De acordo com a transformada fundamental de Fourier-Bessel para funções de primeira ordem, temos que

$$\int_0^{+\infty} \rho J_1(\lambda' \rho) J_1(\lambda \rho) d\rho = \frac{\delta(\lambda - \lambda')}{\lambda}. \quad (4.6)$$

Utilizando a fórmula para a função de Green  $g_1$  apresentada em (3.36), substituindo em (4.5), chegamos à

$$g_v(z_R, z') = K' \int_0^{+\infty} \frac{\lambda d\lambda}{k_z} J_1(\lambda \rho_R) e^{ik_z |z_R - z'|} \int_0^{+\infty} \frac{\lambda' d\lambda'}{k'_z} J_1(\lambda' \rho_T) e^{ik'_z |z_T - z'|} \int_0^{+\infty} \rho' J_1(\lambda \rho') J_1(\lambda' \rho') d\rho' \left(\frac{i}{4\pi}\right)^2. \quad (4.7)$$

Substituindo (4.6) em (4.7), obtemos

$$g_v(z) = K'' \int_0^{+\infty} \frac{\lambda d\lambda}{k_z^2} J_1(\lambda \rho_R) J_1(\lambda \rho_T) e^{ik_z D}, \quad (4.8)$$

sendo que  $k_z^2 = k^2 - \lambda^2$ ,  $\text{Im}(k_z) \geq 0$ ,  $D = |z - z_R| + |z - z_T|$ , e  $K'' = \frac{(\omega \mu_0)^2}{2\pi} I_0 \frac{M_R M_T}{\rho_R \rho_T}$ .

O próximo passo é utilizar a aproximação para um dipolo magnético em  $\rho_R$ . Na maioria dos casos, as dimensões das bobinas são significativamente menores que o diâmetro do poço e das distâncias entre as interfaces das camadas. Além disso, as bobinas também são pequenas em relação à distância que separa as mesmas ou, em outras palavras, será assumido que todas as espiras da bobina receptora tem a mesma área e estão localizadas à mesma distância da bobina transmissora. Sendo assim, podemos considerar que

$$J_1(\lambda \rho_R) \simeq \frac{\lambda \rho_R}{2}, \quad (4.9)$$

e ainda que

$$\lambda J_1(\lambda \rho_T) = -\frac{\partial}{\partial \rho_T} J_0(\lambda \rho_T), \quad (4.10)$$

onde  $J_1$  e  $J_0$  são funções de Bessel de primeira ordem e ordem zero, respectivamente.

Com estas substituições na equação (4.8), chegamos em

$$g_v(z) = \frac{K''}{2} \rho_R \int_0^{+\infty} \frac{\lambda^2 d\lambda}{k_z^2} J_1(\lambda \rho_T) e^{ik_z D}, \quad (4.11)$$

ou

$$g_v(z) = -\frac{K''}{2} \rho_R \frac{\partial}{\partial \rho_T} \int_0^{+\infty} \frac{\lambda d\lambda}{k_z^2} J_0(\lambda \rho_T) e^{ik_z D}. \quad (4.12)$$

Vamos considerar agora as seguintes relações

$$-i \int_0^{+\infty} e^{ik_z x} dx = \frac{1}{k_z} e^{ik_z D}, \quad (4.13)$$

e

$$\int_0^{+\infty} \frac{\lambda d\lambda}{k_z} e^{ik_z x} J_0(\lambda \rho_T) = -i \frac{e^{ik_z R}}{R}, \quad (4.14)$$

onde  $R = (x^2 + \rho_T^2)^{\frac{1}{2}}$ . Substituindo estas relações na equação (4.12), obtemos

$$g_v(z) = \frac{K''}{2} \rho_R \frac{\partial}{\partial \rho_T} \int_0^{+\infty} \frac{e^{ikR}}{R} dx. \quad (4.15)$$

Fazendo agora a substituição de variáveis onde

$$u = (x^2 + \rho_T^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.16)$$

chegamos nas seguintes relações :

$$\begin{aligned} du &= x \frac{dx}{u}; \\ \frac{dx}{R} &= \frac{du}{\sqrt{(u^2 - \rho_T^2)}}; \\ R_0 &= (D^2 + \rho_T^2)^{\frac{1}{2}} \text{ para } x = 0. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Neste ponto, a equação (4.15) pode ser reescrita como

$$g_v(z) = \frac{K''}{2} \rho_R \frac{\partial}{\partial \rho_T} \int_{R_0}^{+\infty} \frac{e^{iku}}{\sqrt{(u^2 - \rho_T^2)}} du. \quad (4.18)$$

Com base nos pressupostos assumidos na aproximação para um dipolo magnético, é razoável considerar que  $D \gg \rho_T$ , uma vez que  $D \geq |z_T - z_R| \gg \rho_T$ . Considerando também a expansão

$$\frac{1}{\sqrt{(u^2 - \rho_T^2)}} = \frac{1}{u} \left( 1 + \frac{\rho_T^2}{2u^2} + \dots \right), \quad (4.19)$$

é dada uma nova forma para (4.18) :

$$g_v(z) = \frac{K''}{2} \rho_R \frac{\partial}{\partial \rho_T} \int_{R_0}^{+\infty} \frac{e^{iku}}{u} \left( 1 + \frac{\rho_T^2}{2u^2} + \dots \right) du. \quad (4.20)$$

Outra substituição de variáveis é feita onde

$$t = -iku, \quad (4.21)$$

a qual leva às relações

$$\begin{aligned} \frac{du}{u} &= \frac{dt}{t}; \\ u^2 &= -\frac{t^2}{k^2}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Logo, a equação (4.20) é rearranjada como

$$g_v(z) = \frac{K''}{2} \rho_R \frac{\partial}{\partial \rho_T} \int_{\xi}^{+\infty} \frac{e^{-t}}{t} \left(1 - \frac{(k\rho_T)^2}{2t^2} + \dots\right) dt, \quad (4.23)$$

sendo que  $\xi = -ikR_0$ .

A função integral  $g_v(z)$  pode ser redefinida de forma mais simples em relação a uma função especial  $\Omega(z)$  que, de acordo com ABRAMOWITZ & STEGUN (1965), é expressa como

$$\Omega_1(z) = \int_z^{+\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt, \quad |\arg(z)| < \pi, \quad (4.24)$$

$$\Omega_n(z) = \int_1^{+\infty} \frac{e^{-zt}}{t^n} dt, \quad \operatorname{Re}(z) > 0, \quad (4.25)$$

onde  $n = 1, 2, 3, \dots$  e  $z$  uma variável complexa.

Aplicando as relações (4.24) e (4.25) em (4.23), chegamos à

$$g_v(z) = \frac{K''}{2} \rho_R \frac{\partial}{\partial \rho_T} (\Omega_1(\xi) - \frac{(k\rho_T)^2}{2} (\xi^2) \Omega_3(\xi) + \dots). \quad (4.26)$$

Uma forma mais simplificada pode ser alcançada uma vez que as funções  $\Omega(z)$  estão associadas por uma relação de recorrência (ABRAMOWITZ & STEGUN, 1965) dada por

$$\Omega_{n+1}(z) = \frac{1}{n} [e^{-z} - z\Omega_n(z)], \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.27)$$

Assim sendo, a equação (4.26) pode ser escrita como

$$g_v(z) = \frac{K''}{2} \rho_R \frac{\partial}{\partial \rho_T} \left[ \Omega_1(\xi) \left(1 - \frac{(k\rho_T)^2}{4}\right) - \frac{(k\rho_T)^2}{4\xi^2} (1 - \xi)e^{-\xi} + \dots \right], \quad (4.28)$$

onde  $\xi = -ik(D^2 + \rho_T^2)^{\frac{1}{2}}$ .

Como uma aproximação em primeira ordem para  $g_v(z)$ , podemos escrever a seguinte relação

$$\frac{\partial}{\partial \rho_T} \Omega_1(\xi) = \Omega_1'(\xi) \frac{\partial \xi}{\partial \rho_T} = -\frac{e^{\xi}}{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial \rho_T} = -e^{ikR_0} \frac{\rho_T}{R_0^2}, \quad (4.29)$$

que aplicada em (4.28) fornece em primeira ordem, finalmente,

$$g_v(z) = K \frac{e^{ikD}}{D^2} \quad (4.30)$$

onde  $K = -\frac{(\omega\mu_0)^2}{4\pi} I_0 M_R M_T$  e  $k = \sqrt{i\omega\sigma\mu}$ . Os momentos magnéticos  $M_R$  e  $M_T$  foram definidos previamente na seção 3.5.

A expressão (4.30) é utilizada neste trabalho como uma aproximação satisfatória para a função resposta vertical, representando uma fonte na forma de um *dipolo magnético pontual*. Caso as dimensões da fonte (bobina) tenham de ser consideradas, é necessária a utilização da forma mais geral definida em (4.8). Uma comparação entre os resultados obtidos pelas duas funções é apresentado na Figura 4.3. Por razões óbvias, optamos pela expressão mais simples (4.30) para  $g_v(z)$ , principalmente se levarmos em conta a maior rapidez no processamento dos dados.

O tratamento apresentado neste item aplica-se à uma sonda de duas bobinas. Para os arranjos com vários pares de bobinas (6FF40, ILM, ILD) é suficiente individualizar cada par e, em seguida, somar as funções resposta resultantes. Por exemplo, no caso da sonda 6FF40, que contém três bobinas receptoras e três transmissoras, existem nove pares que são computados isoladamente, e a função resposta vertical da sonda corresponde a soma devidamente normalizada destes resultados.

#### 4.3 COMPARAÇÃO ENTRE AS FUNÇÕES RESPOSTA.

Serão analisadas neste item as funções resposta para as sondas de indução com duas, três e seis(6FF40) bobinas. O objetivo é tornar mais evidente as diferenças entre as mesmas, mostrando as vantagens que existem e os problemas que podem ser contornados a partir das mudanças no número e posição das bobinas. Como parâmetros básicos comuns foram utilizados :

- Frequência de 20 KHz e corrente de 1 A;
- Condutividade *background* de 0.44 S/m;
- Taxa de amostragem de 13,12 ciclos/m;
- As filtragens, quando necessárias, foram efetuadas usando a janela *Blackman-Harris*, conforme a definição (2.28). As limitações para a extensão dos lobos (*bandwidth*) foram definidas de acordo com o problema, sendo explicitadas em cada figura quando for o caso;
- Foram definidas sequências de  $1024(2^{10})$  pontos, para compatibilizar com o número de amostragens do perfil sintético e facilitar a transformação (FFT) para o domínio da frequência espacial.

Analisando-se a Figura 4.4a, fica evidente o problema causado pela contribuição de camadas adjacentes ao sinal devido a extensão da "cauda" da função resposta até valores maiores

que três vezes a distância entre as bobinas. Esta característica aumenta significativamente o conhecido efeito de ombro (shoulder effect). Um outro aspecto importante pode ser observado na Figura 4.4b, que mostra a contribuição de cada casca cilíndrica de raio  $r$  sobre o sinal medido. Neste caso, o maior peso na leitura seria dado a um cilindro de raio um pouco menor que a separação entre as bobinas, entretanto, as contribuições dadas pelo próprio poço seriam significativas, o que torna o chamado efeito de poço (borehole effect) considerável. Estes dois problemas foram, se não totalmente, mas satisfatoriamente contornados através de uma combinação adequada (focalização) entre as bobinas, promovida adicionando-se um maior número delas em posições estratégicas. As Figuras 4.5 e 4.6 mostram a eficiência da focalização na minimização dos problemas com os efeitos de ombro e poço. Nota-se claramente no perfil radial das funções resposta que a contribuição do poço diminui para três e mais ainda para seis bobinas. Da mesma forma, a contribuição das camadas adjacentes é atenuada significativamente para a ferramenta de seis bobinas (6FF40).

Uma outra forma de visualização destes efeitos está contida na Figura 4.7. Um perfil sintético retangular de condutividade, representando um meio estratificado plano-paralelo, é convolvido com cada uma das FR verticais então apresentadas. Os resultados alcançados mostram mais claramente os efeitos de ombro e poço, e comprovam a eficiência da focalização para as sondas de indução. A curva correspondente à sonda de seis bobinas possui uma maior resolução quando comparada com as de duas ou três bobinas.

Como já foi comentado no item anterior, o comportamento matemático da FR vertical é fundamental para o sucesso da operação de deconvolução. Para ficar mais claro esta questão tomamos a transformada de Fourier da equação (4.4), que representa uma convolução e, de acordo com o teorema da convolução, temos :

$$\Sigma_a(k) = \Sigma(k) G(k) \quad (4.31)$$

ou

$$\Sigma(k) = \Sigma_a(k) \frac{1}{G(k)}, \quad (4.32)$$

onde  $\Sigma_a$ ,  $\Sigma$ , e  $G$  representam as transformadas das funções  $\sigma_a$ ,  $\sigma$ , e  $gv$  respectivamente, e  $k$  a frequência espacial ou número de onda em ciclos/m. Analisando a Figura 4.8 juntamente com a equação (4.32), notamos que a função  $G(k)$  torna-se nula para alguns valores de  $k$ , estes pontos representam singularidades no processo de deconvolução, e são denominados de frequências cegas (blind frequencies). Do ponto de vista físico a ferramenta de indução não detecta camadas que ocorrem à estas frequências. O primeiro zero para a sonda 6FF40 ocorre à frequência espacial de aproximadamente 0.6 ciclos/m correspondendo a uma camada de

1.5m. Neste caso, para camadas com menor espessura, o perfil registrará apenas uma média da condutividade.

As frequências cegas constituem um problema sério, uma vez que a operação de inversão fica limitada à valores de  $|k| < |k_0|$ , onde  $k_0$  é o primeiro zero da função  $G(k)$ . A utilização dos valores situados no intervalo  $|k| > |k_0|$  é importante para se alcançar uma resolução maior nos resultados. Para contornar este problema numérico, e ainda a presença de ruído, optamos por um método de **inversão condicionada** (constrained inversion) tal como discutido por TWOMEY (1977) e AKI & RICHARDS (1980). HOWARD (1987), utilizando a mesma idéia, propõe como um condicionamento simples e efetivo para este problema a determinação do perfil espectral  $\Sigma(k)$  que generaliza a equação (4.32) para a seguinte forma

$$\Sigma(k) = \frac{G^*(k)\Sigma_a(k)}{G^*(k)G(k) + \gamma^2 k^2}, \quad (4.33)$$

sendo que  $\gamma^2$  é um multiplicador lagrangeano cujo valor deve ser convenientemente escolhido, e o asterisco denota o conjugado complexo. A inversão condicionada preserva a resolução no perfil deconvolvido. A solução apresentada em (4.33), devido a sua importância, vai ser abordada em detalhe no capítulo 5.

Cada arranjo de bobinas tem o seu próprio espectro de frequências característico (Figura 4.8), e o problema exposto anteriormente pode ser analisado agora para as ferramentas de duas, três, e seis(6FF40) bobinas. Como se pode comprovar na comparação, as ferramentas de duas e seis bobinas apresentam problemas relativamente semelhantes com relação às frequências cegas, enquanto que a sonda de três bobinas, apesar de ter os zeros, possui valores de amplitude relativamente maiores. Este fato permite uma resolução maior, bem como um aumento da estabilidade no processo de deconvolução condicionada aqui adotado. O perfil sintético obtido anteriormente (Figura 4.7) é deconvolvido utilizando as três FR e os resultados são mostrados nas Figuras 4.9 e 4.10. O resultado que mais se aproxima do perfil retangular corresponde à sonda de três bobinas, como já se esperava. Mesmo para valores mais baixos de condutividade é alcançada uma boa aproximação. No caso das sondas de duas e seis bobinas novamente a vantagem da focalização é evidenciada, e os resultados mostram uma diferença significativa, onde o comportamento da curva gerada a partir da sonda 6FF40 reflete melhor o perfil retangular.

Aos perfis mostrados nas Figuras 4.9 e 4.10 foi aplicado um filtro passa baixa para suavização dos resultados, o que não compromete as conclusões e, ao contrário, facilita a visualização das características de cada FR.

Agora já é possível entender por que a sonda de três bobinas, apesar de ser bem comportada matematicamente, não pode ser usada na prática como um bom arranjo. Analisando

a Figura 4.7, notamos que a condutividade aparente gerada por esta sonda é a que reflete pior o perfil retangular da formação. Consequentemente, como este é o dado efetivamente registrado pela ferramenta, ficaria difícil a obtenção de estimativas iniciais para os valores do contato entre as camadas e condutividade de cada uma delas. Estas estimativas, como veremos no próximo capítulo, são fundamentais para o êxito do processo de deconvolução.

#### 4.4 A INFLUÊNCIA DO EFEITO DE PELÍCULA NO COMPORTAMENTO DAS FUNÇÕES RESPOSTA.

A comparação entre a teoria do fator geométrico de DOLL e o fator geométrico propagado, discutida na seção 3.4, deixa bem clara a dependência das FR com a condutividade da formação. Se considerarmos o efeito de película, a FR tenderia a mudar de forma, com os anéis de corrente se concentrando mais próximos do poço, o que provoca um "achatamento", conforme podemos notar na Figura 4.11. Este fato concorre para uma diminuição do valor de condutividade medido.

O efeito de película, quando não puder ser negligenciado ( $\sigma > 1S/m$ ), consiste em um problema relativamente difícil de se contornar. A teoria vista anteriormente considera as FR como operadores lineares e, portanto, invariantes ao longo do poço. Partindo deste pressuposto, foi possível considerar a condutividade medida ( $\sigma_a$ ) como uma convolução entre a condutividade da formação ( $\sigma$ ) e a função resposta da ferramenta. Com o efeito de película, este modelo deixa de ser verdadeiro e o sinal registrado agora deverá ser expresso como uma convolução *não linear* dada por :

$$\sigma_a = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} g(\rho, z, \sigma) \sigma(\rho, z) d\rho dz \quad (4.34)$$

onde  $g(\rho, z, \sigma)$  é o fator geométrico propagado ou generalizado cuja forma completa é dada na equação (3.23).

A Figura 4.12 mostra o efeito produzido pela variação da condutividade de 0.5 para 5 S/m, onde o gráfico simula a ferramenta se movimentando e fica evidente a mudança de forma (achatamento) em frente a camada mais condutiva.

Ferramentas mais modernas utilizam o processamento Phasor para a correção do efeito de película. O sinal reativo, ou sinal X, é também medido além do sinal resistivo, e constitui a base desta correção, conforme ficou demonstrado no capítulo anterior (item 3.4).

Para o nosso problema, como a ferramenta 6FF40 não registra o sinal X, o efeito de película é considerado na equação (4.30), onde um valor de condutividade do meio deve ser

estimado a cada intervalo adequadamente escolhido. É importante ressaltar que no ambiente de perfilagem de poço existem poucas situações onde o efeito de película é realmente considerável, ou seja, onde a condutividade do meio ( $\sigma$ ) alcança valores maiores que 1 S/m. Entretanto, quando isto acontece, normalmente está associado à zonas com água bastante salina, onde comumente é feito o cálculo de resistividade da água da formação ( $R_w$ ). Neste caso, é necessário cuidado pois o valor da condutividade do meio estará subestimado, o que certamente levará a erros no cálculo da saturação de fluidos.

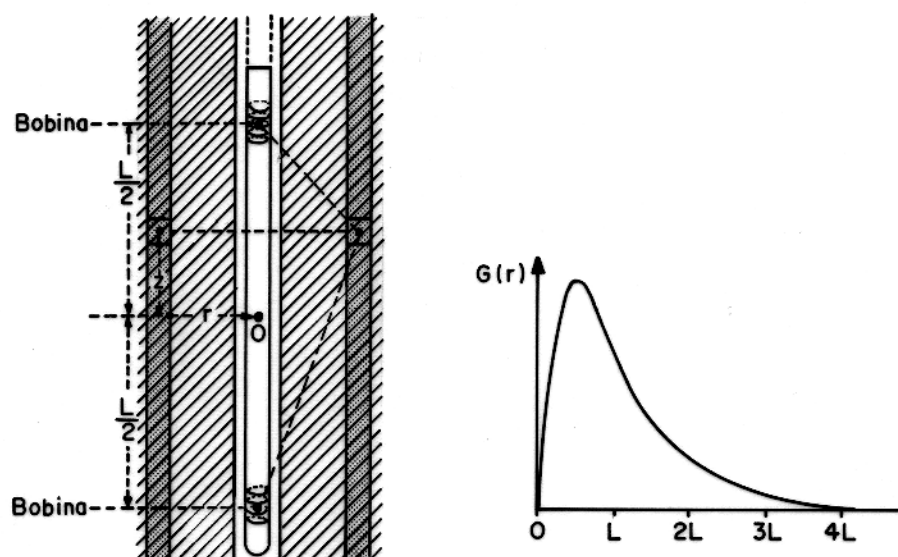


Figura 4.1 - Integração do fator geométrico em relação à  $z$ , considerando um valor constante para  $r$ , produz como resultado o fator geométrico radial da sonda  $G(r)$  (Extraído de ELLIS, 1987).

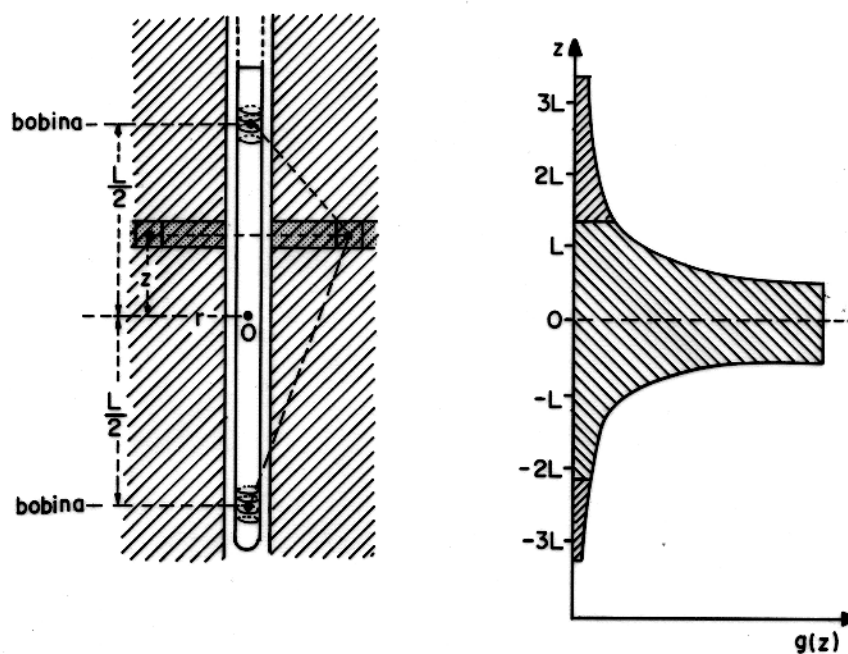


Figura 4.2 - Integração do fator geométrico em relação à  $r$ , considerando um valor constante para  $z$ , produz como resultado o fator geométrico vertical  $G(z)$  (Extraído de ELLIS, 1987).

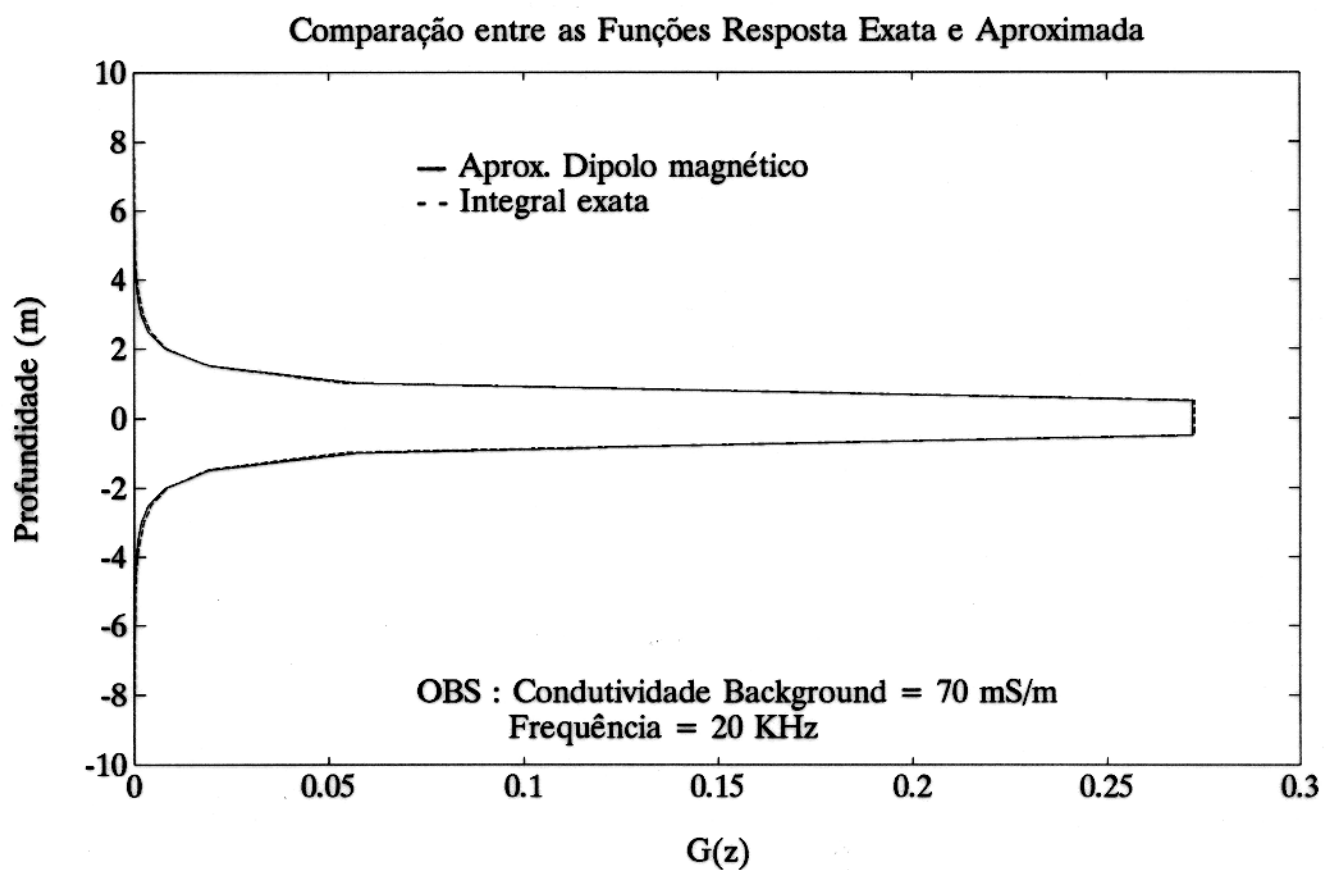


Figura 4.3 - Comparação entre os resultados obtidos no cálculo da função resposta utilizando a fórmula integral 4.8 e a fórmula aproximada para um dipolo magnético 4.30.

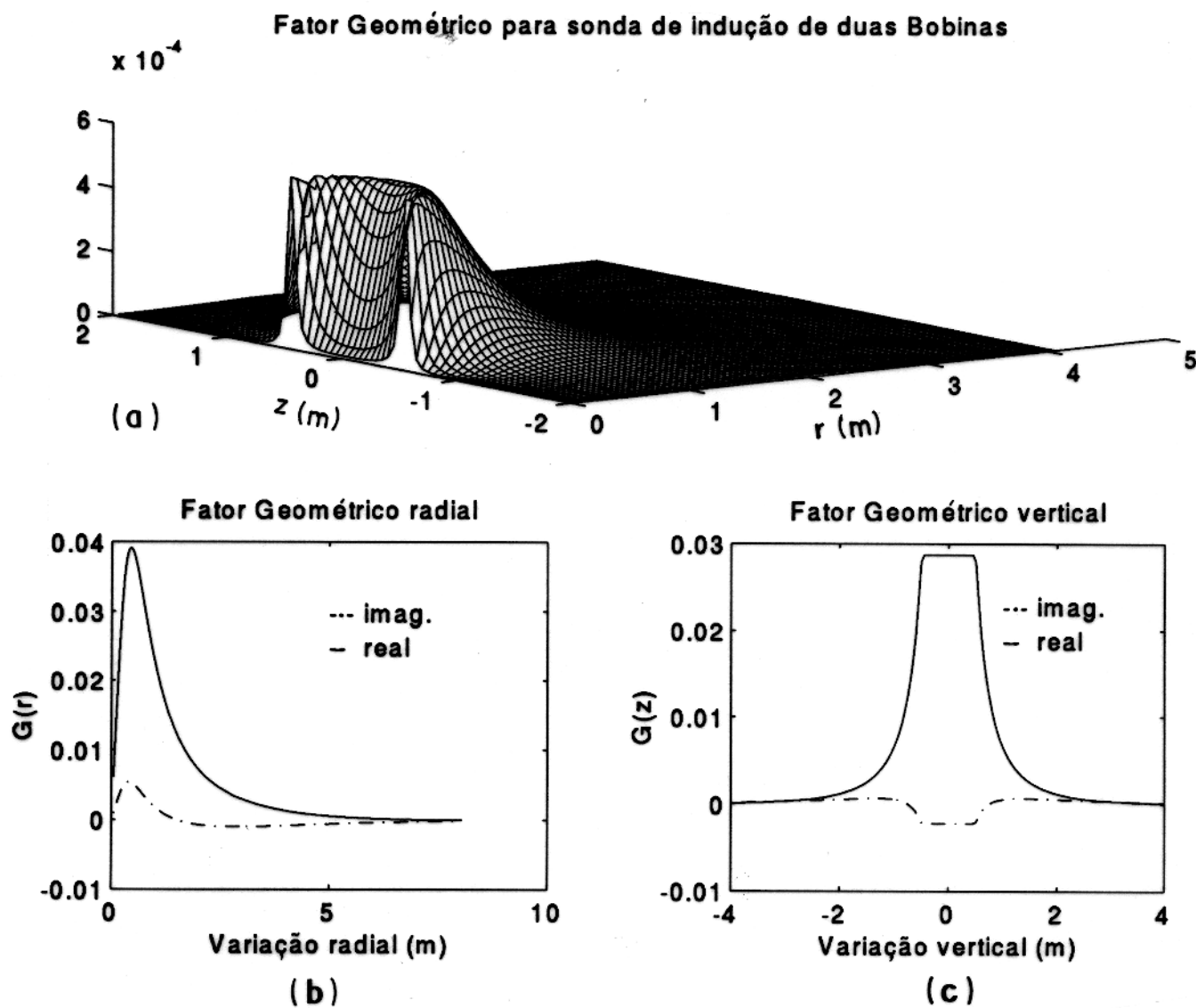


Figura 4.4 - Função Resposta para sonda de indução de duas bobinas.

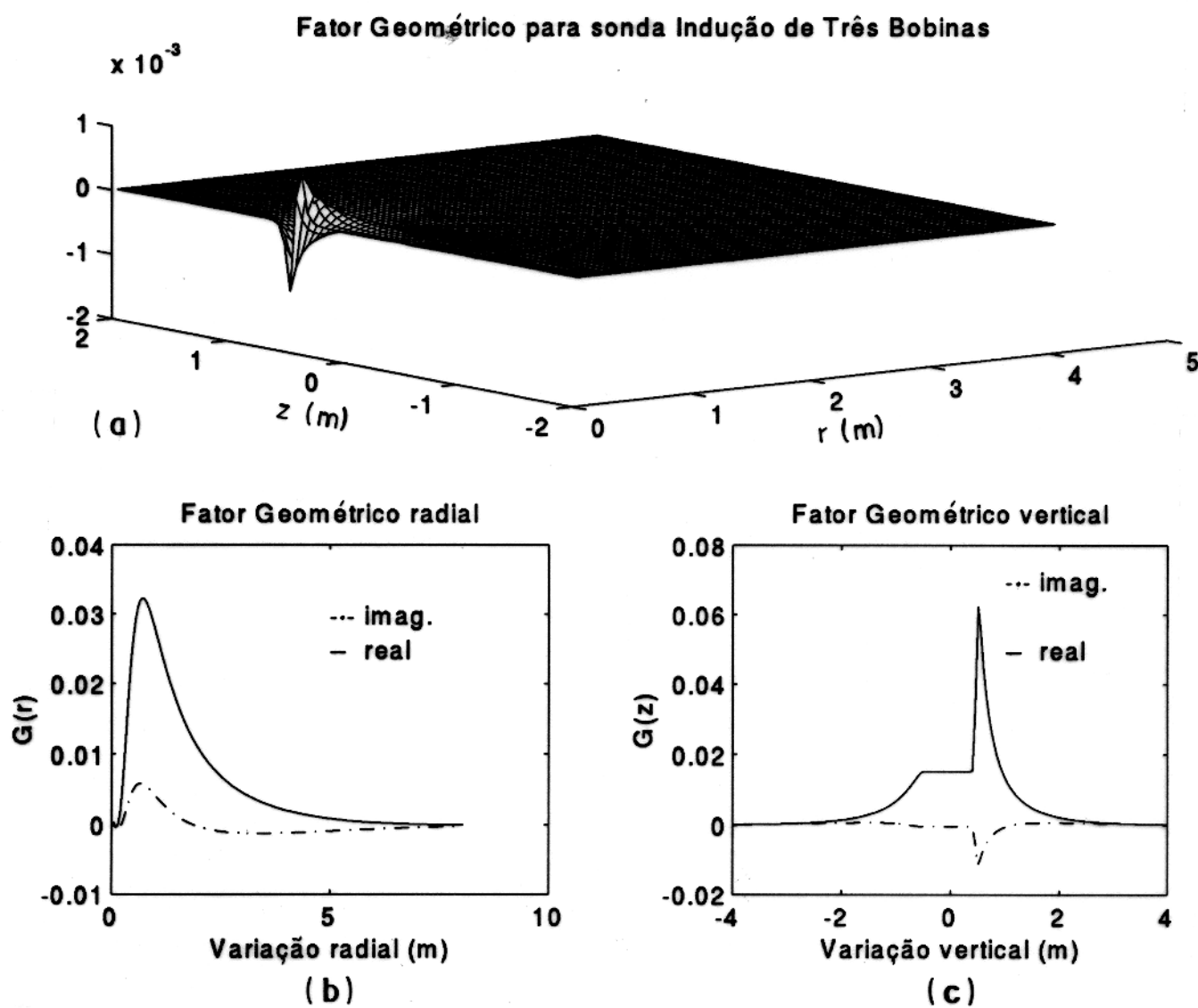


Figura 4.5 - Função Resposta para sonda de indução de três bobinas.

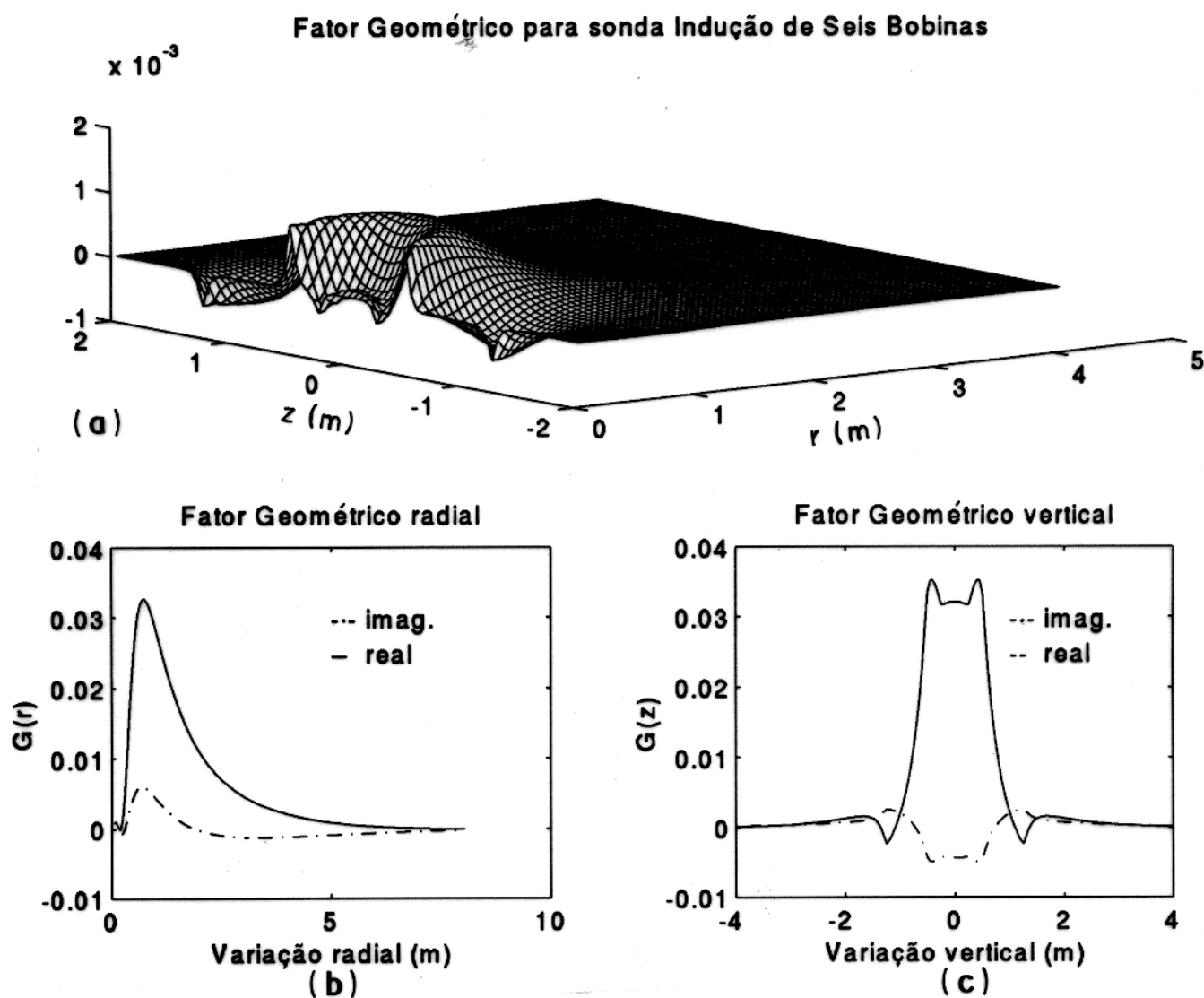


Figura 4.6 - Função Resposta para sonda de indução de seis (6FF40) bobinas.

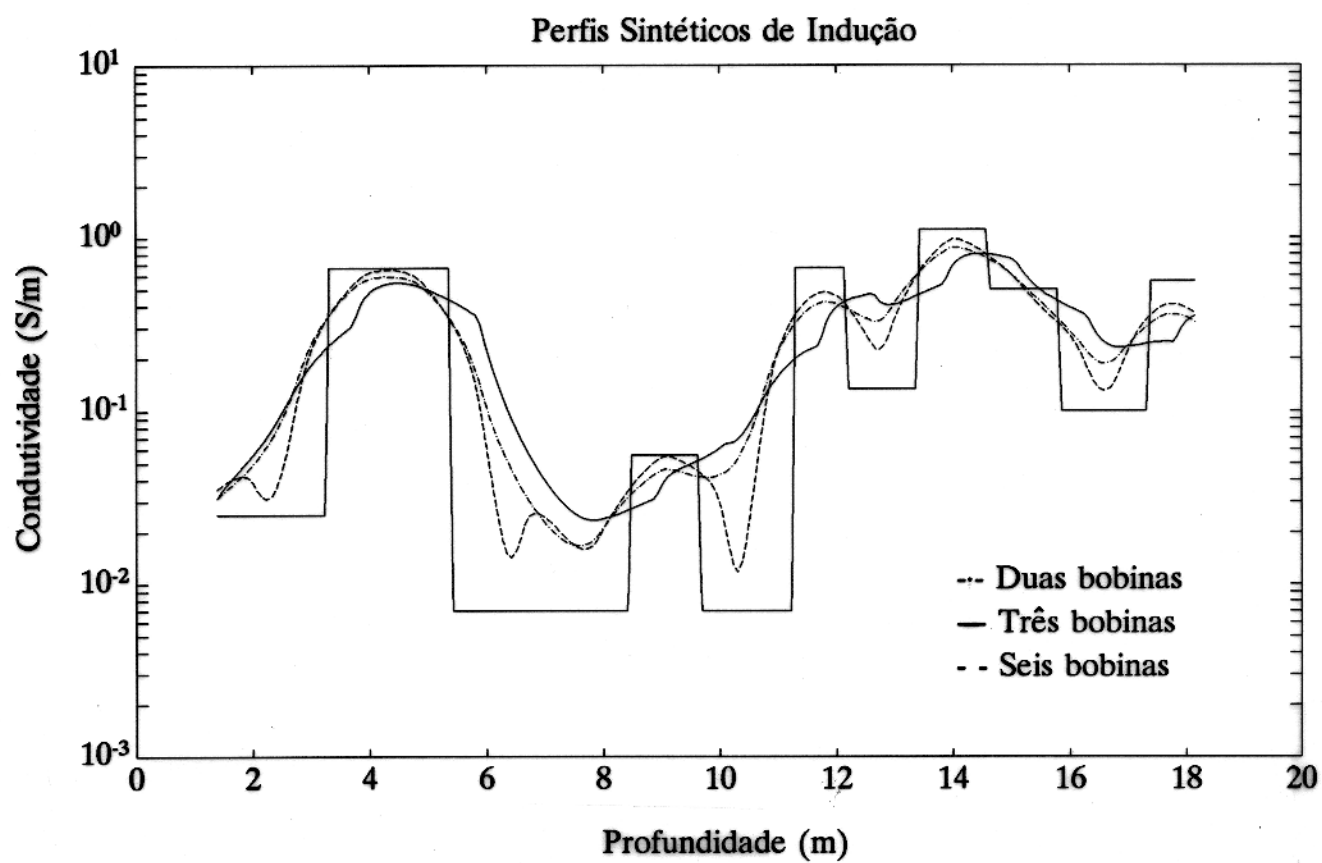


Figura 4.7 - Perfil sintético de condutividade aparente gerado a partir da convolução de um perfil retangular com as FR verticais para duas, três e seis bobinas.

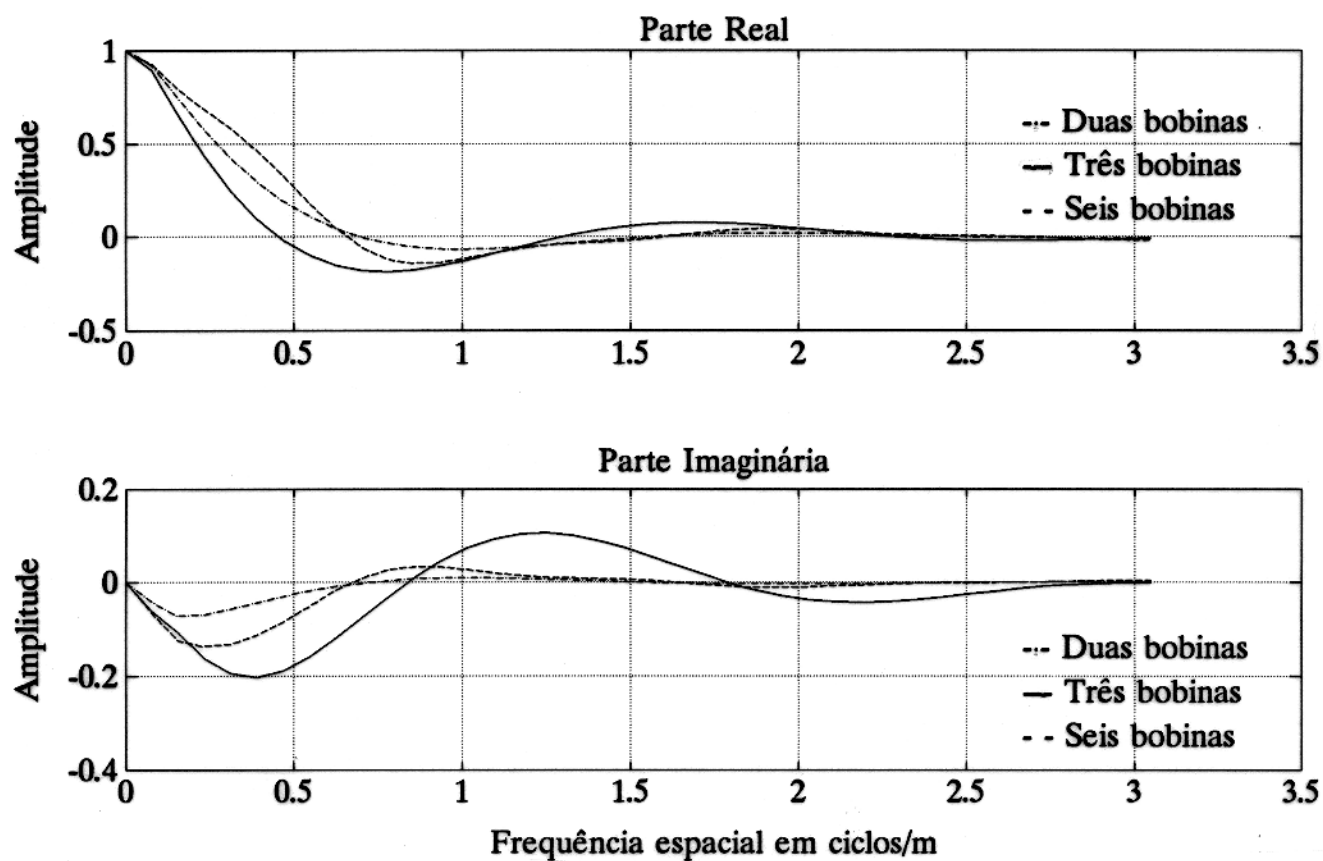


Figura 4.8 - Espectro de amplitude das FR verticais para as sondas de duas, três e seis bobinas.

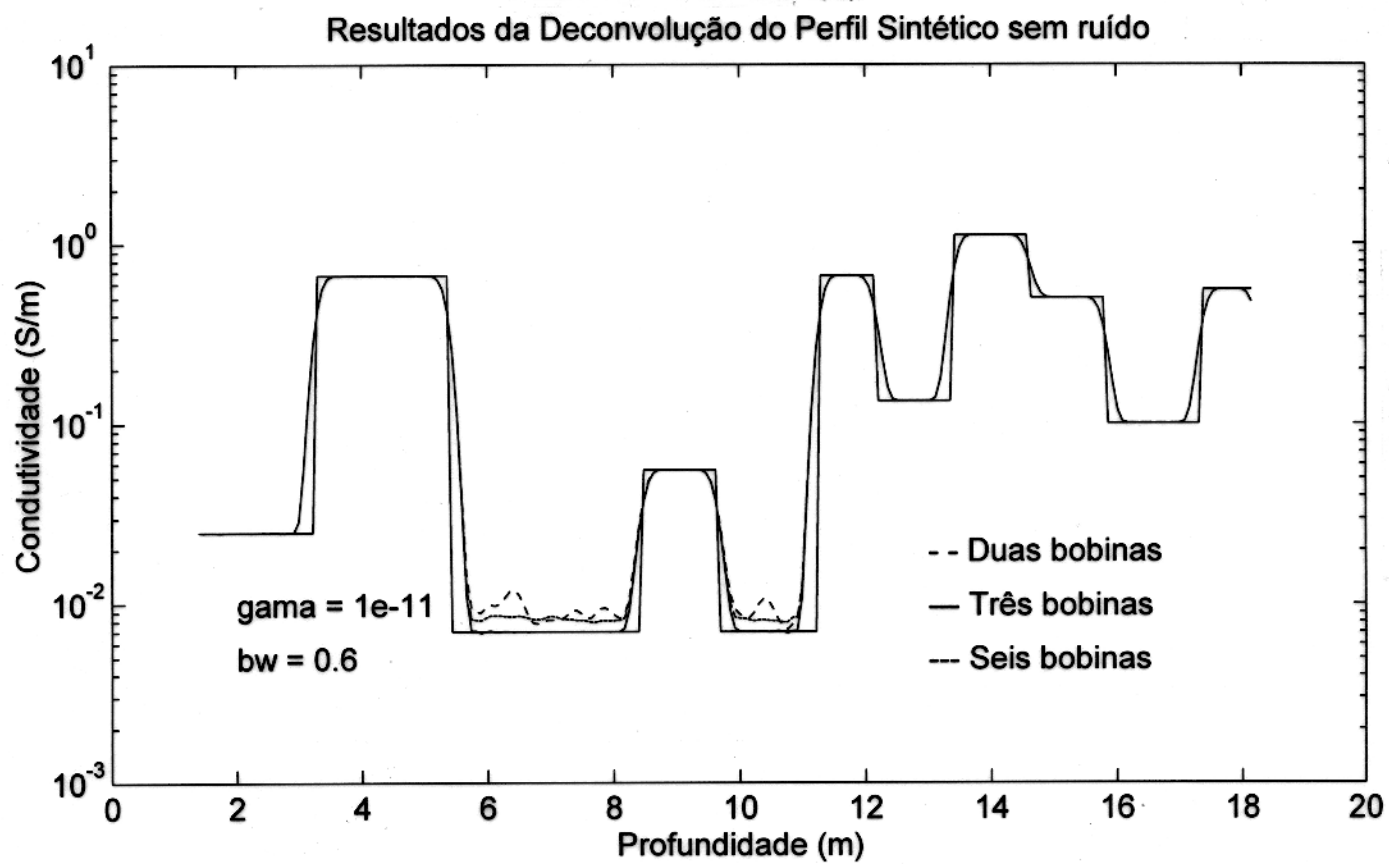


Figura 4.9 - Resultados da Deconvolução mostrando a eficiência desta operação para a sonda de três bobinas.

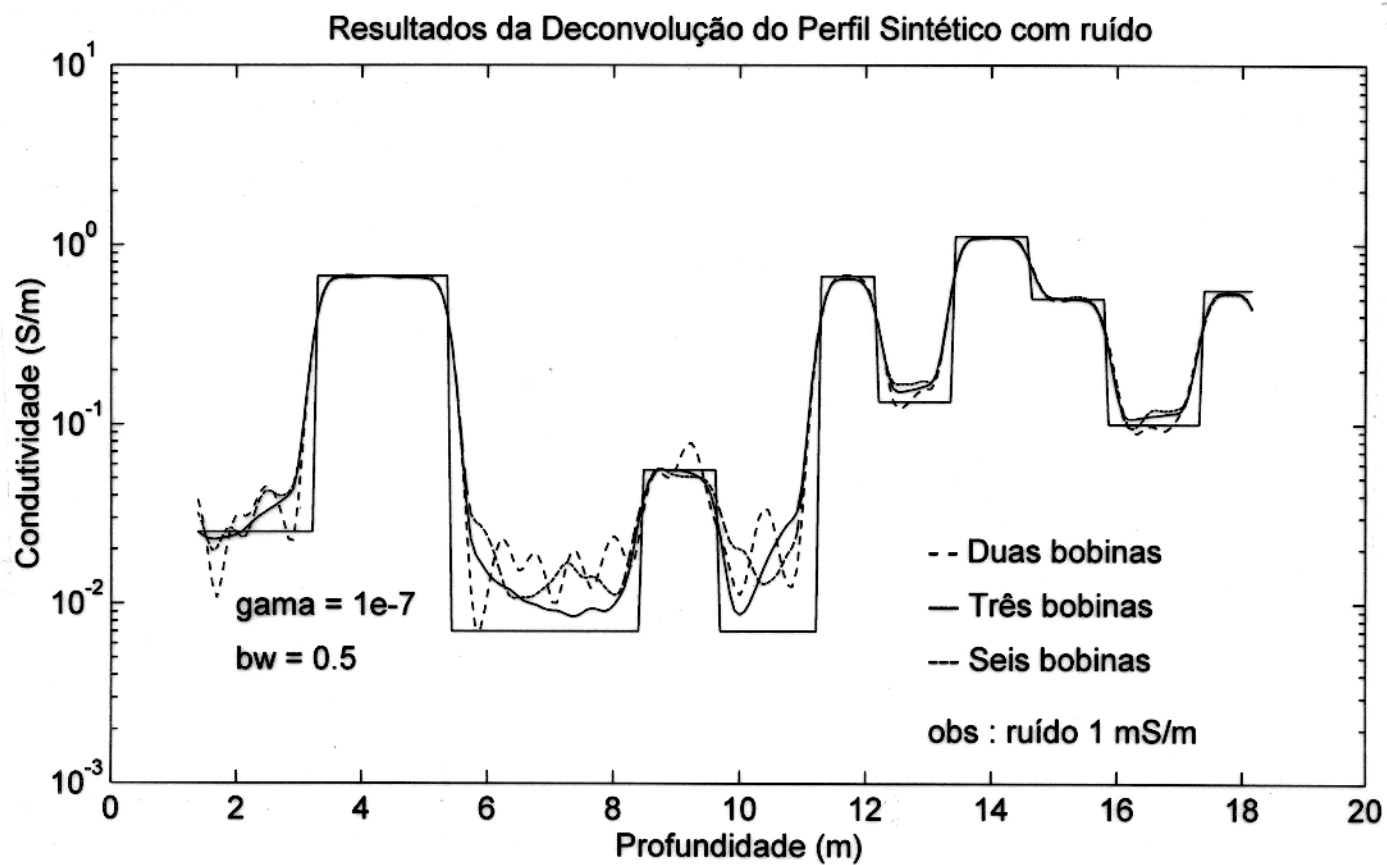


Figura 4.10 - Resultados da Deconvolução em dados sintéticos com ruído aleatório com amplitude máxima de 1 mS.

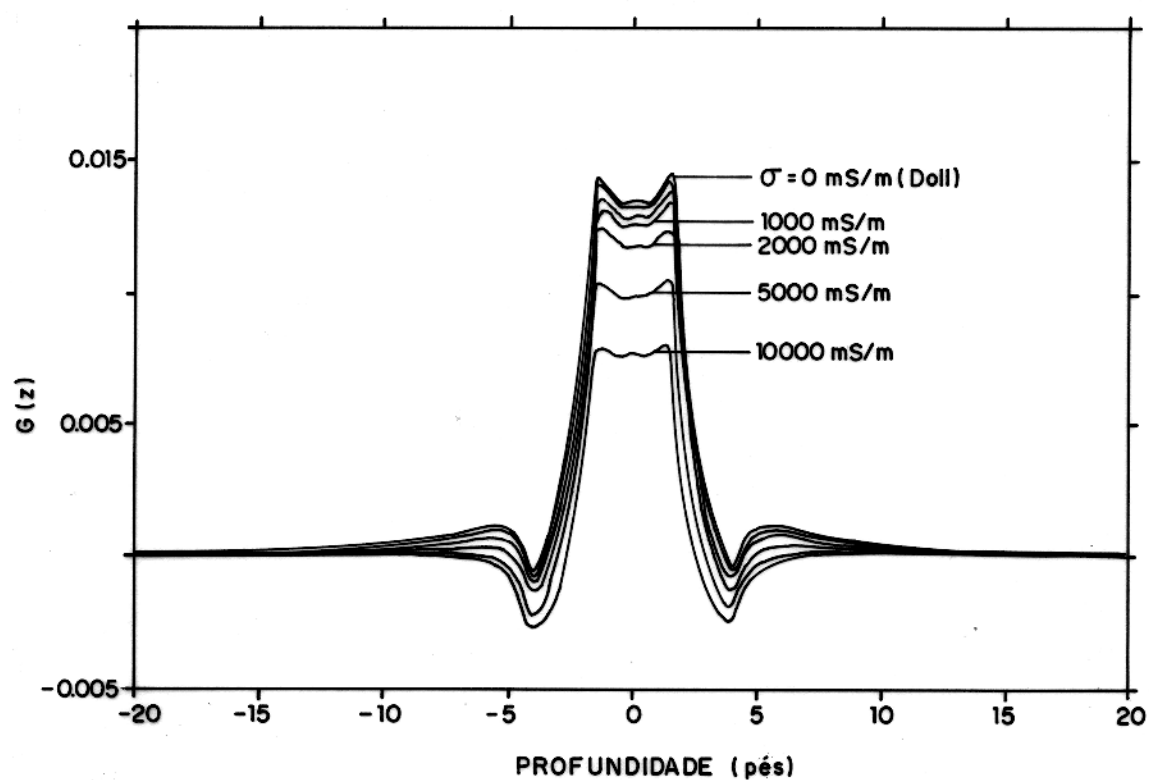


Figura 4.11 - Variação da FR vertical com a condutividade, evidenciando as alterações provocadas pelo efeito de película (Adaptado de SCHLUMBERGER, 1989).

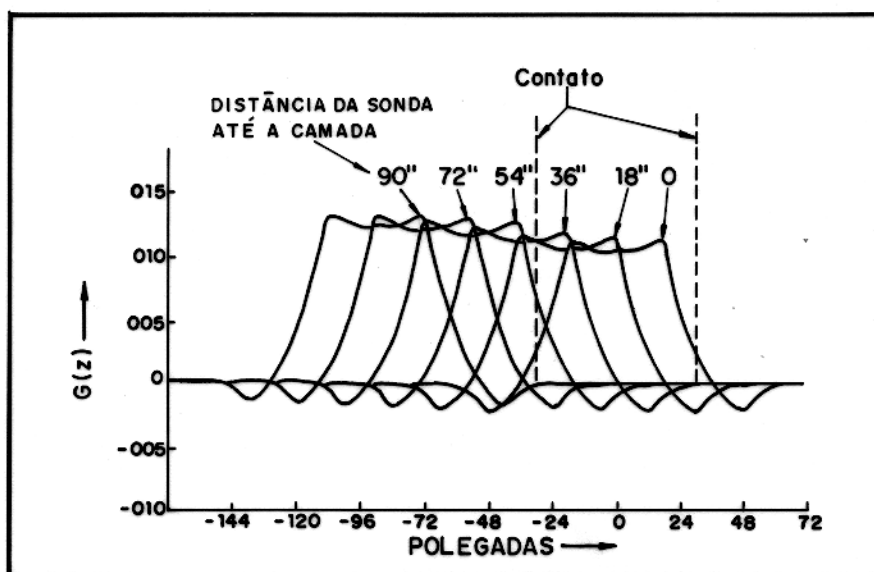


Figura 4.12 - Simulação da ação do efeito de película na passagem da ferramenta de um meio adjacente de  $\sigma_s = .5 \text{ S/m}$  para uma camada mais condutiva com  $\sigma_t = 5 \text{ S/m}$  de aproximadamente 1,5m (Adaptado de GIANZERO & ANDERSON, 1982).

## 5 - DESCRIÇÃO DO MÉTODO UTILIZADO

A idéia básica deste trabalho é a de produzir um algoritmo que seja capaz de identificar o contato entre as camadas de um poço, a partir dos valores de condutividade registrados pelo perfil de indução; ou seja, distinguir os estratos de rocha através do seu conteúdo litológico e/ou tipo de fluido. A tarefa não é simples, uma vez que o *range* de variação das medidas é grande, tanto na espessura quanto nos valores de condutividade de cada camada. A estratégia utilizada foi a de trabalhar com o perfil de indução deconvolvido, utilizando como ponto de partida uma quadratização do perfil original de campo.

### 5.1 MODELO GEOFÍSICO

Alguns pressupostos básicos são assumidos para o modelamento do problema de detecção do contato entre camadas, podendo ser resumidos em dois grupos; o primeiro está associado às características geológicas das formações atravessadas pelo poço; e o segundo, ao modelo físico-matemático aplicado.

Geologicamente, idealizou-se as formações como possuindo um acamamento horizontal plano-paralelo conforme o ilustrado na Figura 5.1. As camadas, litologicamente diferenciadas dentro de cada formação, também obedeceriam este mesmo modelo de estratificação. Para cada camada individual, haveria um comportamento homogêneo, garantindo uma condutividade constante dentro da mesma. É importante ressaltar que as medidas de condutividade respondem muito mais ao fluido presente na rocha do que ao seu constituinte litológico. Assim sendo, uma camada detectada através do perfil de indução pode representar uma simples alteração do conteúdo fluido dentro de uma mesma camada litológica. Este fato pode ser usado, em conjunto com as informações de outros perfis, como uma importante ferramenta numa caracterização mais completa das camadas geológicas e seu conteúdo fluido. Com as características descritas anteriormente, a representação para condutividade real da formação seria a de um perfil retangular tal como esquematizado na Figura 5.1.

O modelo convolucional é assumido para o perfil de indução, uma vez que a condutividade do meio responde "quase" linearmente à ferramenta, ou seja, a condutividade medida pode ser considerada uma convolução entre a condutividade real da formação e a função resposta da

ferramenta. Na Figura 5.2, é apresentado um exemplo onde a condutividade medida origina-se da convolução entre uma gaussiana e o perfil retangular. A mais importante limitação à este pressuposto diz respeito ao efeito de película, o perfil medido para ser considerado o resultado de uma convolução exige que o operador linear, correspondendo à função resposta vertical da ferramenta, seja constante ao longo de toda a extensão do poço, e como já foi discutido anteriormente nas seções 3.4 e 4.4, isto nem sempre acontece. Neste sentido, é importante que para valores de condutividade acima de 1 S/m seja efetuada a correção adequada.

## 5.2 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO DO ALGORITMO

Iniciamos pela definição do perfil retangular que melhor representa a condutividade real dado por :

$$\sigma(z) = a_1 + \sum_{n=1}^N (a_{n+1} - a_n) u(z - b_n), \quad (5.1)$$

onde  $b_n$  são as posições dos limites das camadas para uma sequência unidimensional, e  $a_n$  são os valores das amplitudes (condutividades) para o intervalo entre  $b_{n-1} < z < b_n$ . A função degrau unitária  $u(z)$  é definida como a unidade para  $z > 0$ , e zero para os demais valores. A Figura 5.3 representa graficamente cada um dos parâmetros definidos anteriormente.

Considerando  $h(z)$  como a função resposta da ferramenta e  $\hat{d}(z)$  uma estimativa dos dados medidos, e aplicando o modelo convolucional proposto chega-se à relação :

$$\hat{d}(z) = h(z) * \sigma(z), \quad (5.2)$$

onde o símbolo "\*" denota a operação de convolução definida em 2.8. O problema consiste em encontrar as melhores estimativas para as amplitudes  $a_n$ . Assim, é evidente que a determinação de  $b_n$  não é um problema linear.

Reescrevendo a equação (5.1) em uma forma mais conveniente, obtemos

$$\sigma(z) = a_1 + \sum_{n=1}^{N(1)} a_n \text{retang}_n(z). \quad (5.3)$$

Sendo que a função não linear  $\text{retang}_n(z)$  é definida como

$$\text{retang}_1(z) = \begin{cases} 1, & \text{para } z < b_1 \\ 0, & \text{demais valores;} \end{cases}$$

$$\text{retang}_n(z) = \begin{cases} 1, & \text{para } b_n < z < b_{n+1} \\ 0, & \text{demais valores;} \end{cases}$$

$$\text{retang}_{N^{(1)}+1}(z) = \begin{cases} 1, & \text{para } z > b_{N^{(1)}} \\ 0, & \text{demais valores,} \end{cases}$$

com  $n = 2, 3, \dots, N^{(1)}$ .

Para inicializar o algoritmo é necessária uma estimativa preliminar dos contatos entre as camadas. Uma metodologia tradicional define os contatos como pontos de inflexão nos dados dos perfis. Matematicamente são valores que delimitam intervalos concavos e convexos e, portanto, apresentam a segunda derivada igual a zero. A detecção dos zeros numericamente é uma tarefa complicada, devido aos ruídos no dado amostrado e ao próprio processo de obtenção da segunda derivada. Assim sendo, optou-se pela localização dos pontos extremos da primeira derivada e, paralelamente, a localização dos máximos de uma função de *desvio padrão móvel*. A Figura 5.4 compara as duas metodologias. A inconveniência provocada pelo ruído presente no dado amostrado é contornada através da utilização de filtros. Uma vez obtidas as curvas de primeira derivada e *desvio padrão móvel*, é estabelecido um limite além do qual a camada é considerada uma "feição significativa", ou seja, uma feição de interesse ao estudo para a qual a detecção de camadas está sendo realizada.

Uma vez realizada a detecção preliminar, uma sequência inicial de contatos é determinada  $b_n^{(1)}$ . Retornando-se à equação (5.2), tem-se que

$$\hat{d}(z) = h(z) * \sigma(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(z') h(z - z') dz'. \quad (5.4)$$

Substituindo (5.3) em (5.4) obtém-se

$$\hat{d}(z) = \sum_{n=1}^{N+1} a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \text{retang}_n(z') h(z - z') dz'. \quad (5.5)$$

Fazendo  $q_n(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{retang}_n(z') h(z - z') dz'$  onde

$$q_n(z) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{b_1} h(z - z') dz', & n = 1 \\ \int_{b_{n-1}}^{b_n} h(z - z') dz', & 1 < n \leq N \\ \int_{b_N}^{+\infty} h(z - z') dz', & n = N + 1 \end{cases} \quad (5.6)$$

Sendo assim, a equação (5.4) pode ser escrita como

$$\hat{d}(z) = \sum_{n=1}^{N+1} a_n q_n(z). \quad (5.7)$$

Como não há uma amostragem contínua dos dados, vamos definir uma discretização uniforme da profundidade na forma

$$z_j = z_1 + (j - 1)\Delta, \quad (5.8)$$

com  $j = 1, 2, 3, \dots, M$  e  $\Delta$  um incremento constante e conhecido.

Sendo assim, em uma forma discretizada, obtém-se

$$\hat{d}_j = \sum_{n=1}^{N+1} R_{j,n} a_n, \quad (5.9)$$

onde  $R_{j,n} = q_n(z_j)$ .

Neste ponto, um passo fundamental é dado para a definição do problema. Onde o que se propõe é a minimização, no sentido dos mínimos quadrados, de um parâmetro  $L$  dado por

$$L = \sum_{j=1}^M |\hat{d}_j - d_j|^2, \quad (5.10)$$

sendo que  $d_j$  é completamente caracterizado através das amplitudes  $a_n$  (condutividades) e das profundidades  $z_j$ , sendo que este último é um dado fornecido. Isto significa que somente precisamos estimar  $a_n$  para obter uma estimativa de  $d_z$ . Visto isso, a equação (5.10) pode ser reescrita como

$$L = \sum_{j=1}^M \left| \sum_{n=1}^{N+1} R_{j,n} a_n - d_j \right|^2. \quad (5.11)$$

Equivalentemente temos na forma matricial

$$L = \| \mathbf{R} \bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{d}} \|^2. \quad (5.12)$$

Para minimizar  $L$  em relação a  $a_n$ , é necessário que  $\frac{\partial L}{\partial a_n} = 0$ , com  $n = 1, 2, \dots, N^{(1)}$ , resultando em

$$\bar{\mathbf{a}} = (\mathbf{R}^T \mathbf{R})^{-1} \mathbf{R}^T \bar{\mathbf{d}}, \quad (5.13)$$

que é a conhecida solução *pseudo inversa* para a equação (5.11) no sentido dos mínimos quadrados. O  $T$  sobrescrito denota a matriz transposta. A solução (5.13) é instável, uma vez que  $\mathbf{R}^T \mathbf{R}$  ou é de posto incompleto, ou tem auto-valores muito pequenos. Por esta razão é necessário adicionar-se à equação (5.10) um termo quadrático suavizador com o objetivo de melhorar o condicionamento da mesma, o que resulta em

$$L = \sum_{j=1}^M \left| \sum_{n=1}^{N+1} a_n R_{j,n} - d_j \right|^2 + \gamma^2 \sum_{p,q=1}^{N+1} a_p \mathbf{Q}_{pq} a_q, \quad (5.14)$$

onde o termo  $\gamma^2$  é escolhido numericamente.

A minimização da equação (5.14) resulta agora em

$$\bar{\mathbf{a}} = (\mathbf{R}^T \mathbf{R} + \gamma^2 \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{R}^T \bar{\mathbf{d}}, \quad (5.15)$$

Uma medida importante é reduzir os contatos entre as camadas, mantendo somente aqueles significativos ao estudo. Neste sentido, são definidos dois limites básicos, o primeiro com relação à distância entre dois contatos, sendo estabelecido que

$$|b_n - b_{n+1}| > \epsilon_1, \quad (5.16)$$

onde  $\epsilon_1$  é a espessura mínima de camada detectável, a ser estabelecida de acordo com a resolução vertical do sensor de dados. A segunda limitação diz respeito à amplitude das leituras, podendo ser estabelecido que

$$|a_n - a_{n+1}| > \epsilon_2. \quad (5.17)$$

Esta limitação retira contatos que são suspeitos de ruído no sinal, ou mesmo variações pouco significativas para a aplicação em questão.

O uso das inequações (5.16) e (5.17) produz uma nova sequência de parâmetros de formação  $b_n^{(2)}$ , com  $n = 1, 2, \dots, N^{(2)}$  e  $a_n^{(2)}$ ,  $n = 1, 2, \dots, N^{(2)} + 1$ , onde  $N^{(2)} \leq N^{(1)}$ . Os novos parâmetros não mais fornecem uma solução de mínimos quadrados, e uma interação é necessária.

O próximo passo é manter as amplitudes  $a_n$  fixas e variar as posições das camadas  $b_n^{(2)}$ , ou seja,

$$L^{(2)} = \sum_{j=1}^M (d_j - f_j^{(2)})^2 + \gamma_2^2 \sum_{n=1}^{N^{(2)}} \delta_n^2. \quad (5.18)$$

O termo suavizador resulta na assim chamada solução de mínima energia, a qual tende a induzir os elementos solução a valores menores. Isto é apropriado porque espera-se que os valores  $\delta_n$  sejam pequenos. Na equação (5.18),  $f_j^{(2)}$  é o modelo estimado dos dados e é dado por

$$f_j^{(2)} = \sum_{n=1}^{N^{(2)}+1} R_{jn}^{(3)} a_n, \quad (5.19)$$

onde

$$R_{jn}^{(3)} = \int_{b_{n-1}^{(2)} + \delta_{n-1}}^{b_n^{(2)} + \delta_n} h(x_j - z') dz'. \quad (5.20)$$

Assim, a equação para o limite de camada deslocado é

$$\frac{\partial L^{(2)}}{\partial \delta_n} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N^{(2)}. \quad (5.21)$$

Agora

$$\frac{\partial L^{(2)}}{\partial \delta_n} = -2 \sum_{j=1}^M (d_j - f_j^{(2)}) \frac{\partial f_j^{(2)}}{\partial \delta_n} + 2\gamma_2^2 \delta_n \quad (5.22)$$

e  $\frac{\partial f_j^{(2)}}{\partial \delta_n}$  é avaliado em  $\delta_n = 0$ ,

$$\frac{\partial f_j^{(2)}}{\partial \delta_n} = h_{jn}^{(2)} (a_n - a_{n+1}), \quad (5.23)$$

onde

$$h_{jn}^{(2)} = h(x_j - b_n^{(2)}) \quad (5.24)$$

é a função resposta avaliada em  $x_j - b_n^{(2)}$ . A linearização da equação (15) em  $\delta_n$  fornece

$$R_{jn}^{(3)} \simeq \delta_n h_{jn}^{(2)} - \delta_{n-1} h_{jn-1}^{(2)} + R_{jn}^{(2)} \quad (5.25)$$

onde

$$R_{jn}^{(2)} = \int_{b_{n-1}^{(2)}}^{b_n^{(2)}} h(x_j - z') dz'. \quad (5.26)$$

Assim das equações (5.19) e (5.25), segue que

$$f_j^{(2)} \simeq d_j^{(2)} + \sum_{n=1}^{N^{(2)}} h_{jn}^{(2)} (a_n - a_{n+1}) \delta_n, \quad (5.27)$$

onde

$$d_j^{(2)} = \sum_{n=1}^{N^{(2)}+1} R_{jn}^{(2)} a_n. \quad (5.28)$$

A substituição da equação (5.27) na (5.21) dá, após simplificação,

$$\delta = (\gamma_2^2 I + P^T P)^{-1} P^T (d - d^{(2)}), \quad (5.29)$$

onde a matriz  $P$  é definida pelos elementos

$$P_{jn} = h_{jn}^{(2)} (a_n - a_{n+1}). \quad (5.30)$$

A solução da equação (5.30) dá a variação condicionalmente linearizada nas posições dos limites de camadas a qual minimiza o dado residual da equação (5.18). A iteração sucessiva é facilmente adaptada. Assim, define-se os novos limites das camadas  $b_n^{(3)}$  como

$$b_n^{(3)} = b_n^{(2)} + \delta_n \quad (5.31)$$

Então, define-se a matriz  $R$  a partir da equação (5.20) e resolve-se a equação (5.15) para atualizar as amplitudes  $a_n$  e, assim, continuar a iteração até que um critério de parada seja completado.

Este é, em resumo, o método adotado para a solução do problema proposto. No sentido de esclarecer melhor, o item a seguir apresentará com mais detalhes o método de inversão empregado.

### 5.3 MÉTODO EMPREGADO NA INVERSÃO DOS DADOS

Neste item, será descrito primeiramente o método de inversão com base nos mínimos quadrados e, em seguida, a sua aplicação ao problema em questão.

#### 5.3.1 Inversão Linear Utilizando o Método dos Mínimos Quadrados

Considerando o sistema de equações descrito por

$$A\bar{X} = \bar{b}, \quad (5.32)$$

sendo que  $A_{ij}$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, N$  e  $j = 1, 2, 3, \dots, M$ .

Na prática, é comum o vetor  $\bar{b}$  representar medidas com ruído, e o número de medidas  $N$  pode ser maior ou menor que o número de incógnitas  $M$ . Sendo assim, a matriz  $A$  tende a ser retangular na maioria dos casos.

A solução dos mínimos quadrados para a equação (5.32) é determinada pela minimização da forma quadrática

$$L = |A\bar{X} - \bar{b}|^2. \quad (5.33)$$

$L$  também pode ser escrito na forma

$$L = \sum_{i=0}^N \left( \sum_{j=1}^M A_{ij} \bar{X}_j - \bar{b}_i \right) \left( \sum_{k=1}^M A_{ik} \bar{X}_k - \bar{b}_i \right)^*. \quad (5.34)$$

O mínimo é alcançado quando a função objeto  $L$  satisfaz a condição

$$\frac{\partial L}{\partial X_k^*} = 0, \quad (5.35)$$

o que, aplicado em 5.35 resulta

$$\sum_{i,j} A_{ij}^* A_{ij} \bar{X}_j = \sum_{i=1}^N A_{ik}^* \bar{b}_i. \quad (5.36)$$

Definindo agora a matriz  $A_{ij}^T = A_{ji}^*$  como a matriz transposta complexa de  $A$  e, retornando à notação matricial obtemos

$$A^T A \bar{X} = A^T \bar{b}. \quad (5.37)$$

Agora, (5.37) corresponde a um conjunto de matrizes quadradas de dimensão  $M \times M$ , em que  $M$  é o número de incógnitas. Desta forma, a solução pode ser obtida como sendo

$$\bar{X} = (A^T A)^{-1} A^T \bar{b}, \quad (5.38)$$

desde que  $A^T A$  não seja uma matriz singular.

A solução (5.38) é conhecida como *pseudo inversa* para o conjunto de incógnitas  $\bar{X}$  e pode representar um sistema de equações subdeterminado ou sobredeterminado.

Quase sempre, a solução (5.38) não é muito útil na prática, uma vez que  $A$  pode ser singular ou aproximadamente singular, o que na realidade é o nosso caso. Sendo assim, existe um conjunto de soluções não triviais  $\bar{X}_h$  para a equação, dada por

$$A\bar{X}_h = 0, \quad |\bar{X}_h| \neq 0. \quad (5.39)$$

Se  $\bar{X}_0$  é uma das soluções da equação (5.37), é certo que

$$\bar{X} = \bar{X}_0 + \alpha \bar{X}_h, \quad (5.40)$$

para qualquer valor de  $\alpha$ . Esta solução não é única e, portanto, inaceitável.

Este impasse é encontrado no nosso problema de forma clara na equação (5.13), onde a matriz  $R^T R$  possui auto valores pequenos, o que a aproximam da singularidade. Fisicamente, estes auto valores muito pequenos representam as camadas de menor espessura.

Uma saída usual para este tipo de problema é condicionar a inversão através da adição de um fator quadrático à  $L$ . Sendo assim, a equação (5.33) pode ser reescrita na forma

$$L = |A\bar{X} - \bar{b}|^2 + \gamma^2 \bar{X}^T Q \bar{X}, \quad (5.41)$$

sendo  $Q$  uma matriz positivo definida, e  $\gamma^2 > 0$ . O mesmo processo de minimização desenvolvido entre as equações (5.33) e (5.38) é repetido resultando agora em um sistema de solução única dado por

$$\bar{X} = (A^T A + \gamma^2 Q)^{-1} A^T \bar{b}. \quad (5.42)$$

A equação (5.42) possui solução única uma vez que  $A^T A + \gamma^2 Q$  é uma matriz inversível. Como exemplo, admitamos  $Q = I$ , sendo que  $I$  é uma matriz identidade  $M \times M$ . Neste caso, a solução (5.42) é conhecida como a *solução de mínima energia*. Esta não é sempre uma boa opção para a matriz de condicionamento  $Q$ , porque ela induz o vetor solução à ter um comprimento mínimo. Normalmente a melhor escolha é fazer  $Q$  minimizar a derivada de  $\bar{X}$  no sentido dos mínimos quadrados, ou seja

$$X^T Q X^T = \sum_{i=2}^M (\bar{X}_i - \bar{X}_{i-1})^2. \quad (5.43)$$

Neste caso, a matriz  $Q$  é representada por

$$Q = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}. \quad (5.44)$$

Esta opção leva à uma solução que simultaneamente suaviza e leva à coincidência com os dados originais. A constante de condicionamento  $\gamma^2$  controla de quanto será a suavização da solução  $\bar{X}$ . Valores elevados de  $\gamma^2$  levam a uma sucessiva suavização dos resultados e, eventualmente, para valores muito grandes, o resíduo da diferença  $|A\bar{X} - \bar{b}|^2$  torna-se também muito grande. De um modo geral, a solução (5.41) tem o comportamento de  $|A\bar{X} - \bar{b}|^2$  como função de  $\gamma^2$  dado pelo esquema gráfico apresentado na Figura 5.5. A idéia é usar um valor de  $\gamma^2$  o mais próximo possível de  $\gamma_0$ .

### 5.3.2 Aplicação Prática da Inversão Linear em Perfis

Na verdade, a **deconvolução** nada mais é do que um caso particular de inversão linear. Como já foi dito no início do capítulo, o problema é estimar uma sequência  $x_i$ , dado um conjunto de medidas  $y_i$  e uma sequência  $h_i$  representando a função resposta da ferramenta. Assim,

$$y_i = \sum_{j=-N}^{+N} x_j h_{i-j}, \quad (5.45)$$

sendo que o número de elementos de  $h_i$  é inteiro e ímpar, ou seja, da forma  $2N + 1$  e a sequência de dados do perfil  $y_i$  possui  $M \geq 2N + 1$ . É assumido também que a sequência desconhecida da formação  $x_i$  é determinada através de uma deconvolução que produz um resultado de  $M$  elementos.

Usando o conceito de matrizes circulantes, é possível escrever (5.45) como uma equação matricial na forma

$$\bar{y} = C \bar{x}, \quad (5.46)$$

em que  $C$  é uma matriz  $M \times M$  na qual as linhas se deslocam, e representam cópias da função resposta  $h$ , os vazios são preenchidos por zeros, forma semelhante é encontrada em (5.44). Matematicamente a matriz  $C$  pode ser definida como

$$C_{i,j} = \begin{cases} 0, & |i - j| > N \\ h_{i-j}, & \text{demais valores} \end{cases} \quad (5.47)$$

com  $i, j = 1, 2, 3, \dots, M \geq 2N + 1$ .

De acordo com a forma matricial descrita em (5.47), é possível resolver o problema da deconvolução descrito em (5.45) usando a inversão condicionada dada pela equação (5.42).

Para o problema da deconvolução existe um método mais eficaz qual seja a aplicação do **teorema da Convolução**, abordado na seção 2.2.4. De acordo com este teorema, a operação de convolução dada por

$$y(z) = h(z) * x(z), \quad (5.48)$$

onde  $h(z) * x(z) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} h(z - z') x(z') dz'$ , tem a sua transformada de Fourier representada por

$$Y(k) = H(k) * X(k), \quad (5.49)$$

sendo que

$$Y(k) = \int_{-\infty}^{\infty} y(z) e^{-ikz} dz \quad (5.50)$$

e

$$y(z) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(k) e^{ikz} \frac{dk}{2\pi} \quad (5.51)$$

definem o par de transformadas, funcionando de forma similar para  $h$  e  $y$ .

Sendo assim, o problema da deconvolução é solucionado por

$$x(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Y(k)}{H(k)} e^{ikz} \frac{dk}{2\pi}. \quad (5.52)$$

A equação anterior mostra claramente o problema encontrado na deconvolução. A *função transferência*  $H(K)$  que possui zeros e assume valores muito pequenos quando a frequência espacial  $K$  torna-se muito grande, acaba tornando a solução formal apresentada em (5.52) quase sempre inaceitável na prática. Uma saída para este impasse é o uso da solução definida pelas equações (5.42) e (5.43). Desta forma, no domínio da frequência espacial tem-se que

$$x(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H^* Y(k)}{H^* H(k) + \gamma^2 k^2} e^{ikz} \frac{dk}{2\pi}. \quad (5.53)$$

onde o símbolo "\*" denota o conjugado complexo. Observa-se que mesmo para valores baixos de  $H(k)$ , a solução (5.53) permanece bem definida.

## 5.4 PARÂMETROS CONDICIONADORES

Ao longo da construção do algoritmo para a solução do problema em questão, tornou-se necessária a definição de alguns parâmetros os quais desempenham um papel de controle tanto

na inversão dos dados (**gama**), quanto na detecção de camadas propriamente dita (**bwdom**, **limdom**, **bw** e **limesp**). Dependendo dos dados a serem tratados, estes parâmetros podem ser alterados, funcionando como uma espécie de *sintonia* na busca do resultado mais adequado. Neste item, será feita uma breve apresentação destes **Parâmetros Condicionadores**.

#### 5.4.1 Parâmetro gama ( $\gamma^2$ ).

De valor sempre pequeno e positivo, é responsável pelo condicionamento da operação de inversão dos dados. É apresentado formalmente a partir da equação (5.14), tendo a sua importância explicitada na discussão das equações (5.41) e (5.42). Corresponde, utilizando uma linguagem própria da álgebra linear, a um multiplicador lagrangeano.

Na prática, a sua ordem de grandeza difere significativamente entre os dados sem ( $10^{-12}$  a  $10^{-10}$ ) e com ( $10^{-8}$  a  $10^{-6}$ ) ruído. Para cada conjunto de dados, existe um parâmetro **gama** mais adequado, conforme é mostrado na Figura 5.5.

#### 5.4.2 Parâmetros **bwdom** e **limdom**.

Para melhor caracterização dos limites de amplitude de condutividade, devido ao largo intervalo de variação, cada conjunto de dados é subdividido em domínios. Cada domínio tem como característica básica reunir amplitudes que não variem muito bruscamente na sua ordem de grandeza. Desta forma, fica mais fácil a eliminação de contatos para os quais a variação de amplitude da condutividade está abaixo de um determinado limite.

Para a delimitação dos domínios, foram aplicadas janelas de filtragem bastante restritivas, de tal forma que somente as frequências mais baixas fossem preservadas, gerando com isso um perfil semelhante ao apresentado na Figura 5.6. Os limites são considerados como os pontos de inflexão nestes perfis. O controle das janelas é feito através do parâmetro **bwdom**. Dentro de cada domínio, o limite mínimo de variação de condutividade é dado por **limdom**.

#### 5.4.3 Parâmetro **bw**.

As janelas de filtragem têm sua restrição controlada por este parâmetro, que possui um intervalo de variação entre 0 e 1. Quanto menor o valor de **bw**, maior a restrição às altas frequências presentes no sinal.

Normalmente, os valores de **bw** se aproximam ou são iguais a unidade, aplicando um filtro *leve* somente com o objetivo de suavizar a curva, facilitando a localização dos pontos

de inflexão. Como vai ser comprovado no próximo capítulo, a redução no valor de **bw** compromete a amplitude das camadas, notadamente as de menor espessura, dando como consequência uma queda de definição no algoritmo de detecção de camadas.

#### 5.4.4 **Parâmetro limesp.**

Corresponde simplesmente a espessura mínima de camada detectável em metros.

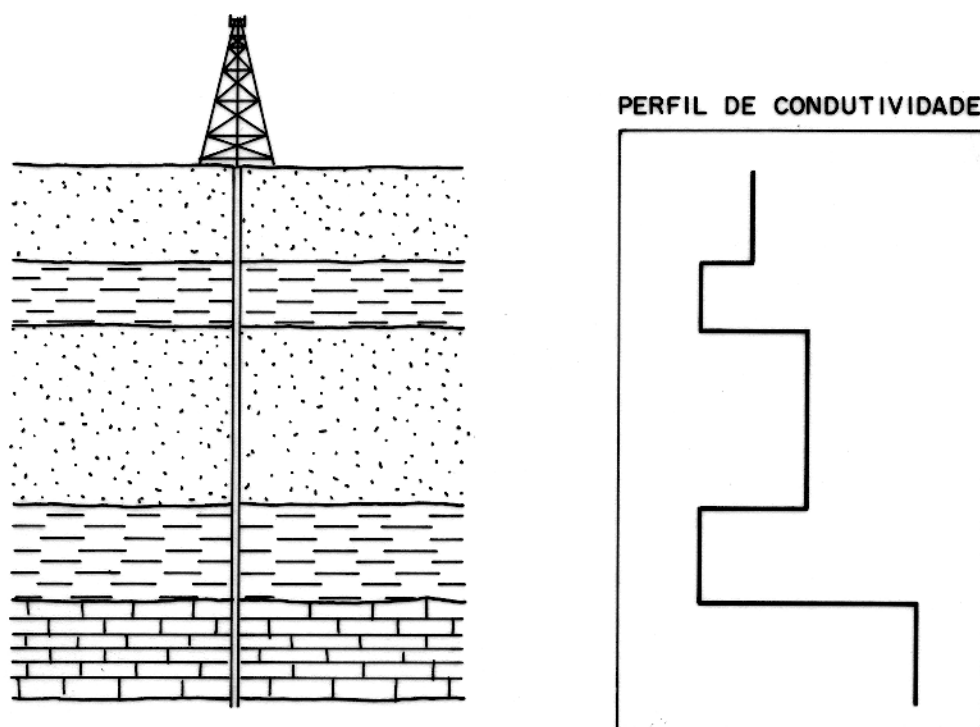


Figura 5.1 - Modelo Geológico com estratos em um acamamento plano-paralelo.  
O perfil retangular de condutividade é mostrado ao lado.

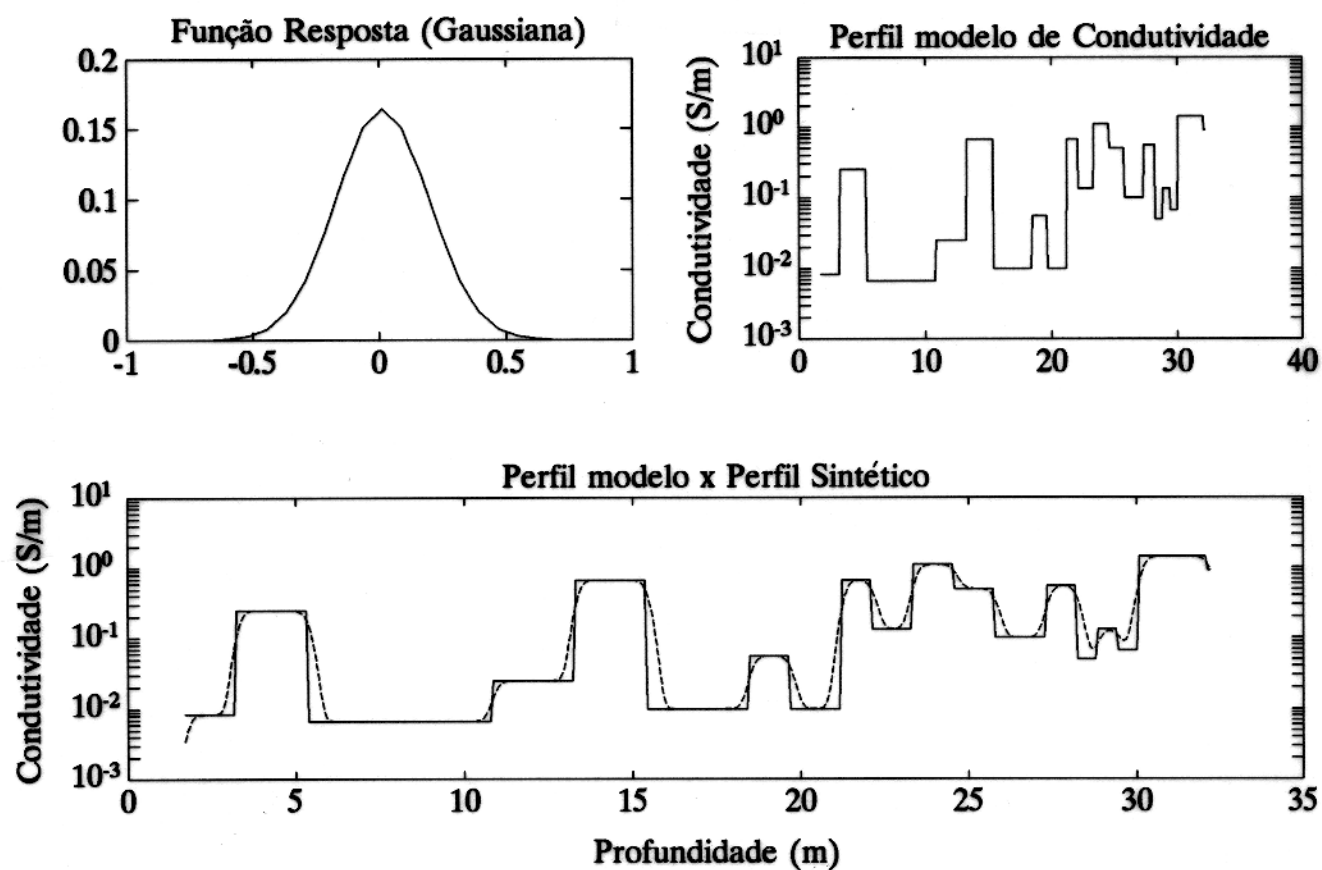


Figura 5.2 - Perfil retangular de condutividade  $\sigma(z)$  e um perfil sintético resultado da convolução de  $\sigma(z)$  com uma gaussiana.

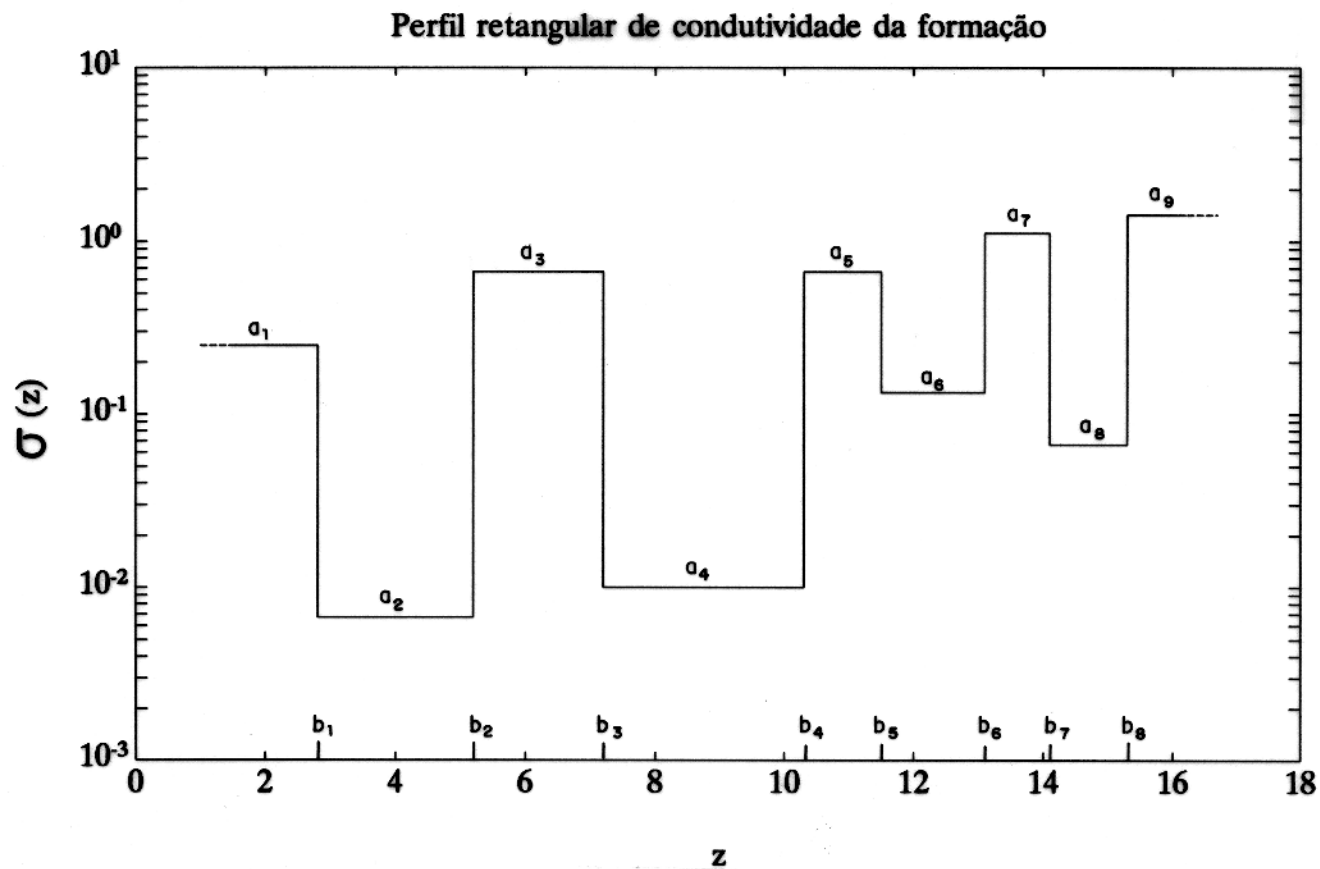


Figura 5.3 - Representação gráfica do perfil retângular de condutividade, representando o melhor ajuste matemático com a condutividade real da formação.

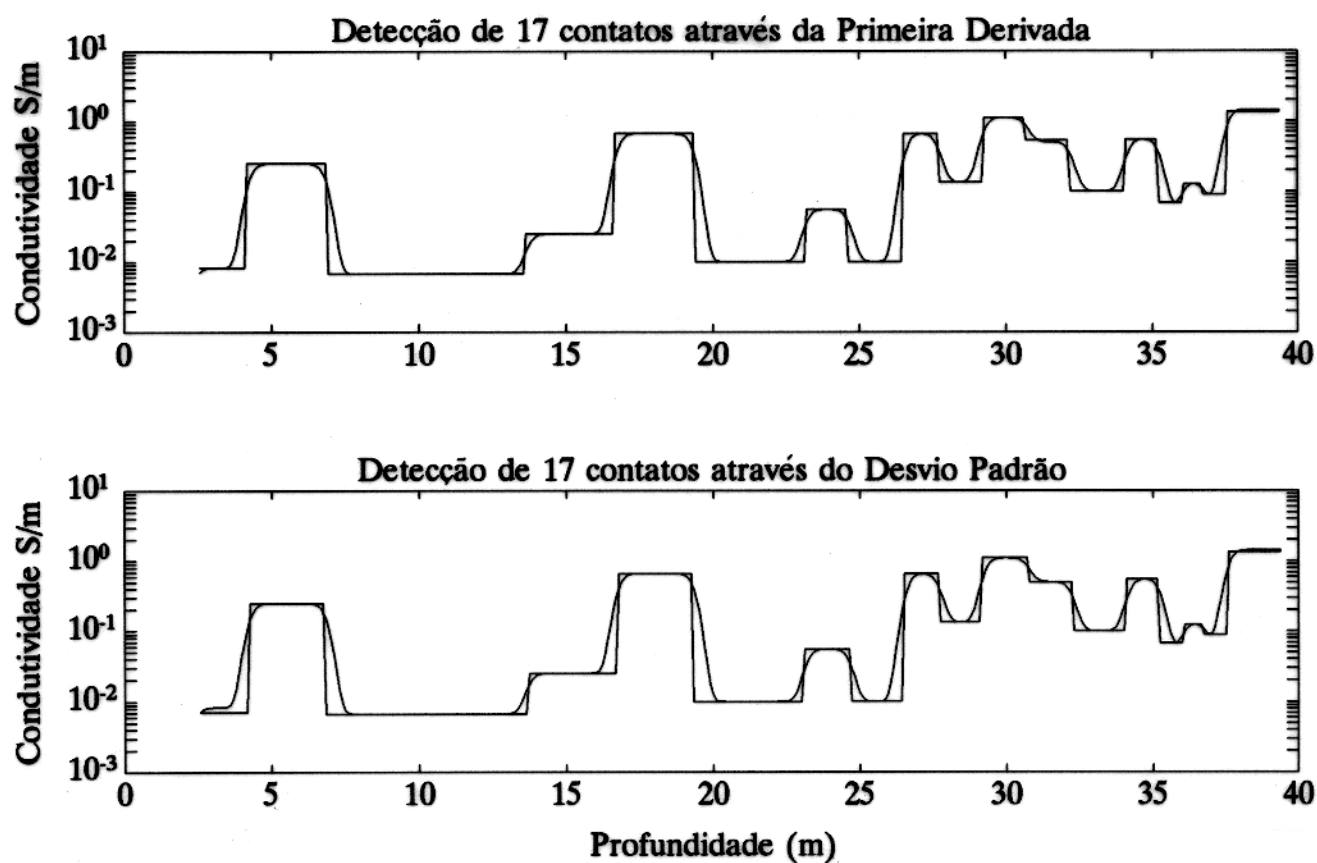


Figura 5.4 - Comparação entre as metodologias utilizadas para localização dos pontos de inflexão. Foi utilizado como exemplo o perfil sintético apresentado na Figura 5.2.

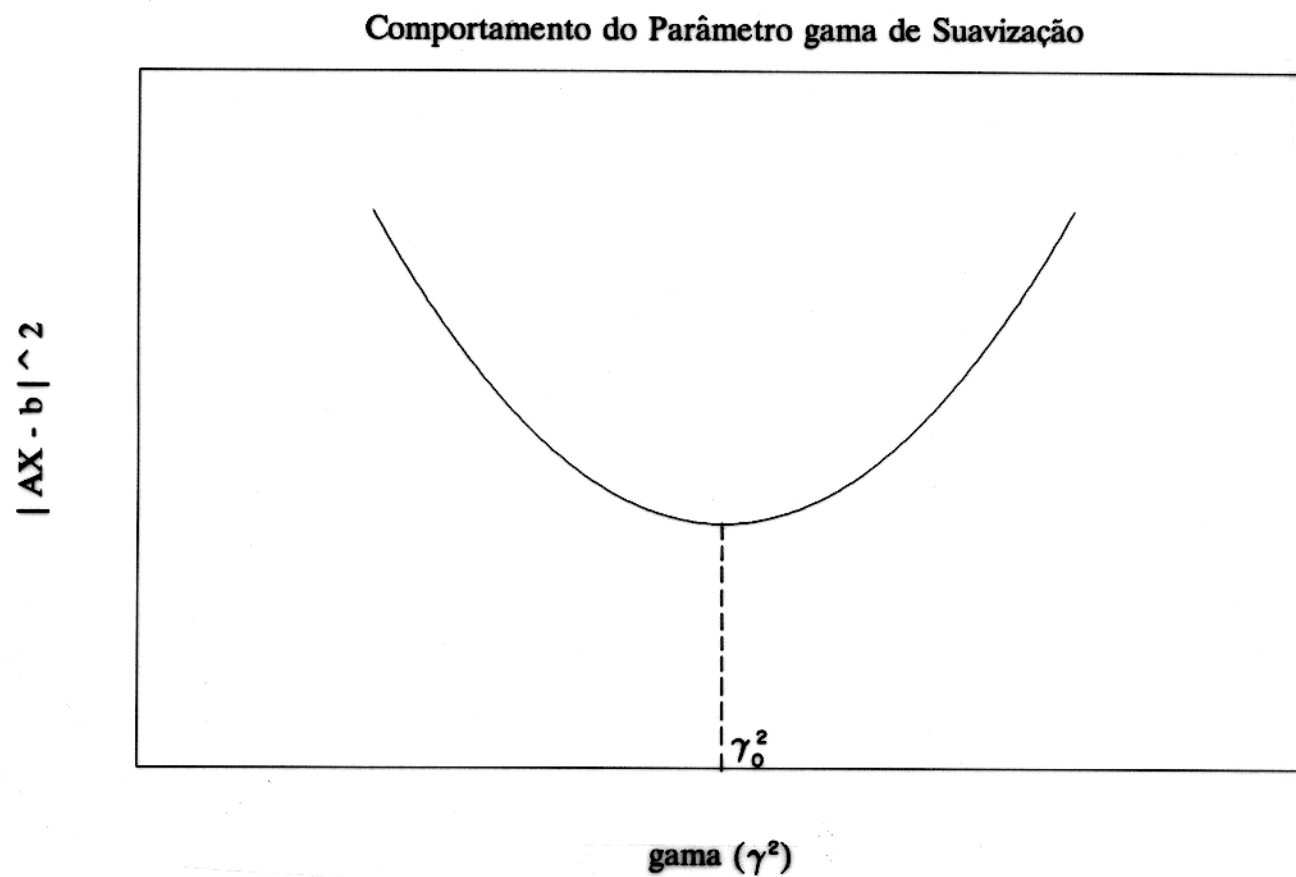


Figura 5.5 - Esquema gráfico ilustrando a relação entre  $|A\bar{X} - \bar{b}|^2$  e  $\gamma^2$ . Busca-se o valor mínimo  $\gamma_0$  como a solução ideal.

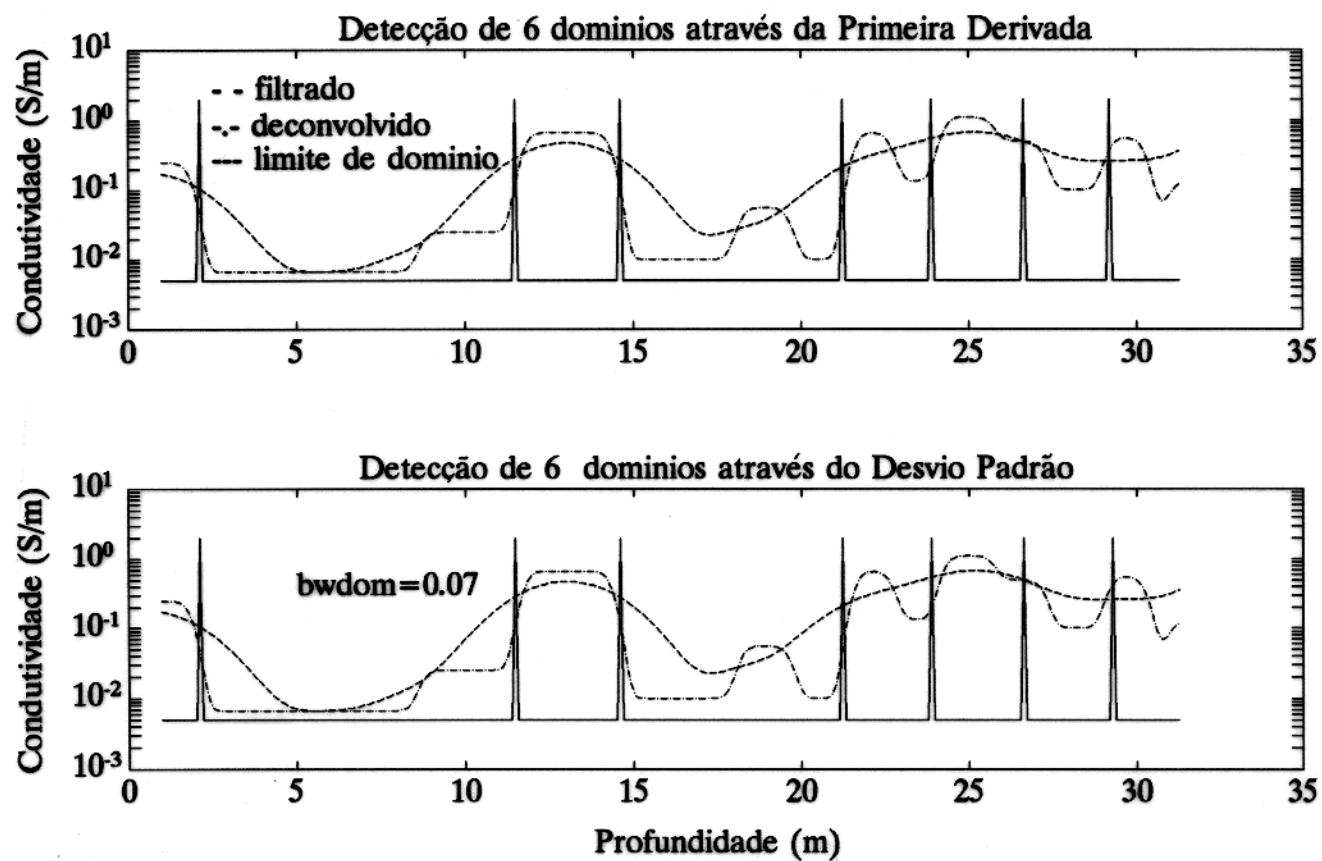


Figura 5.6 - Exemplo de uma definição de domínios.

## 6 - APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.

O método proposto foi aplicado inicialmente em dados sintéticos, onde em uma primeira fase o tratamento foi feito sem a adição de ruído ao sinal gerado. A segunda fase considera a contaminação do sinal por ruído em vários níveis. Finalmente, dados reais do perfil de indução são utilizados. Os resultados apresentados são relativos à sonda 6FF40. Sendo que o algoritmo proposto pode ser também aplicado às sondas de duas, três bobinas, e dupla indução.

A discussão dos resultados deve basicamente girar em torno dos parâmetros apresentados no item 5.4 do capítulo anterior, que na realidade representam os ajustes finos do algoritmo que foi desenvolvido. A análise da influência destes parâmetros no resultado final será a forma utilizada para a apresentação e discussão dos resultados deste trabalho. Neste sentido, os parâmetros utilizados podem ser associados a três grupos, quais sejam : Controle da inversão dos dados; filtragem; e definição de camadas. No controle da operação de inversão, o termo suavizador quadrático vem acompanhado de um multiplicador lagrangeano ( $\gamma^2$ ), que surge a partir da equação 5.14, denominado aqui como parâmetro **gama**. Para a filtragem, a importância do dimensionamento das janelas é determinada pelo parâmetro **bw** (band width). A definição das camadas significativas será analisada sobre o controle dos parâmetros de limite de variação dentro do domínio (**limdom**) e espessura mínima detectável (**limesp**).

### 6.1 DADOS SINTÉTICOS SEM RUÍDO

O perfil retangular original de condutividade utilizado como base para a construção do perfil sintético corresponde à uma seção da formação "OKLAHOMA". Existem, neste caso, 26 contatos limitando as camadas com condutividade variando entre  $0.5 \times 10^{-2}$  e 2 S/m. A convolução deste perfil, que representa a condutividade "real" da formação, com a função resposta da sonda 6FF40, gera o perfil sintético utilizado nesta primeira aplicação. Estas curvas são apresentadas na Figura 6.1a.

O resultado obtido nesta simulação, como era de se esperar, foi o melhor possível. No caso de dados sem ruído, o parâmetro **gama** assume uma importância isolada e determinante no sucesso da inversão. Sem a influência de ruído, quanto menor o valor assumido, mais

próximo o perfil deconvolvido chega do original (Figura 6.1b). Valores na faixa entre  $10^{-10}$  e  $10^{-12}$  mostraram os melhores resultados. Como é possível notar na Figura 6.2, no intervalo entre 18 e 32m, com o ajuste nos valores de condutividade melhorando significativamente entre os resultados Figura 6.2b e Figura 6.2c. Outro ponto importante diz respeito ao ruído numérico introduzido nos valores mais baixos de condutividade ( $\sigma < 5.0 \times 10^{-2} S/m$ ). Neste caso, o intervalo entre 25 e 32m é um exemplo. Estas pequenas oscilações podem ser desprezadas utilizando adequadamente o parâmetro **limdom**, que controla a variação máxima de amplitude permitida entre duas camadas dentro de um mesmo domínio. O que é observado quando se comparam os resultados mostrados nas Figura 6.2a e Figura 6.2b, no segundo caso a escolha do parâmetro foi mais adequada e as pequenas oscilações não foram identificadas como camadas. Em contrapartida, no primeiro, foram detectados 35 contatos, 9 além do perfil original.

Para os dados sem ruído, os melhores resultados obtidos são exibidos na Figura 6.3. O número de camadas detectado é o mesmo, e os valores correspondentes de condutividade se aproximam bastante do perfil original. Outra constatação diz respeito aos métodos utilizados para a detecção dos pontos de inflexão, havendo concordância entre os contatos determinados entre a "primeira derivada" (Figura 6.3a) quando comparados com o "desvio padrão" (Figura 6.3b).

Uma comparação interessante é mostrada na Figura 6.4. Faz-se uma quadratização com base no perfil sintético, e este resultado é comparado com o obtido após a deconvolução, bem como os limites entre as camadas. O intervalo entre 48 e 50m comprova a maior definição do perfil deconvolvido. No caso do perfil sintético, foi detectada apenas uma camada, enquanto que o deconvolvido coincidiu com o perfil original, revelando a presença de três camadas. Uma comparação mais geral no ajuste das curvas também deixa evidente a importância da inversão dos dados.

## 6.2 DADOS SINTÉTICOS COM RUÍDO

Nesta simulação, foi utilizado um gerador de números aleatórios, obedecendo a uma distribuição normal. À este resultado multiplica-se o desvio padrão equivalente à máxima amplitude do ruído. Foram selecionados três níveis de ruído com amplitude máxima de 0.1, 1 e 5 mS/m.

Os ajustes foram naturalmente se tornando mais difíceis com o aumento na amplitude do ruído. Na presença de ruído com amplitude máxima na ordem de 5 mS/m não foi possível a identificação dos mesmos contatos do perfil original, comprometendo significativamente o

resultado final para as camadas com valores de condutividade mais baixos.

Nesta fase de teste do algoritmo, aumenta a importância do parâmetro **limdom**, e a caracterização dos domínios tem de ser cuidadosa. Outro parâmetro que passa a ganhar mais importância diz respeito ao delimitador das janelas de filtragem (**bw**). Através destes instrumentos, é possível atenuar a ação do ruído e obter-se melhores resultados.

Os domínios, quando bem definidos, permitem que o parâmetro **limdom** elimine satisfatoriamente as oscilações correspondentes ao ruído. Um exemplo disto é mostrado na Figura 6.5, onde a ação deste é decisiva na caracterização das camadas significativas. Um ligeiro aumento neste parâmetro permitiu que ainda houvesse um bom ajuste para os níveis de ruído presentes em Figura 6.5a e Figura 6.5b. Somente em Figura 6.5c, com o ruído alcançando até 5mS/m, é que não foi possível recompor o mesmo número de camadas do perfil original.

A filtragem, controlada por **bw**, tem o seu papel demonstrado na Figura 6.6. Nota-se uma melhora nos resultados com o aumento de **bw**, em contrapartida há uma perda de resolução, e algumas camadas do perfil original não são mais detectadas. Neste caso, só foi considerado o nível de ruído de 1 mS/m. Apesar de manter um bom ajuste com o perfil original em todas as situações apresentadas, nota-se na Figura 6.6c que a intensidade da janela já começa a comprometer a detecção dos contatos originais.

A Figura 6.7 apresenta os melhores resultados obtidos para perfis com os níveis de ruído já citados. Há uma deterioração clara do sinal original para os níveis de ruído na faixa de 5 mS/m. Na realidade, estes valores já tem a mesma ordem de grandeza do sinal original para as camadas de mais baixa condutividade. Desta forma, torna-se muito difícil a tarefa de indentificação das camadas.

Neste ponto, ficam evidentes dois problemas práticos : Quanto maior a intensidade do filtro aplicado na eliminação dos ruídos, maior a perda de definição na localização dos contatos entre as camadas; e quanto mais baixos os valores de condutividade, menos confiáveis vão se tornando as leituras obtidas pela ferramenta.

No primeiro problema, o comprometimento entre a perda de resolução com o aumento da intensidade do filtro é evidente, uma vez que estão sendo utilizados filtros do tipo **passa baixa**, ou seja, há uma eliminação da contribuição das altas frequências, onde presumivelmente estariam os ruídos. A questão é que as camadas mais finas estão associadas à estas faixas de frequência, daí a perda de informação.

O problema associado aos baixos valores de condutividade tem um significado físico intrínseco, que diz respeito ao princípio de leitura da ferramenta de indução. Os meios com valores de condutividade muito baixos dificultam a formação de anéis de corrente, os quais

são responsáveis pela intensidade do sinal registrado na bobina receptora. Sendo assim, o sinal de formação é tão fraco, que chega a ser confundido com o ruído, e mesmo fica difícil de ser distinguido do sinal em quadratura ( $V_x$ ). Nestas situações, é bom se apelar para a leitura de ferramentas de eletrodo.

### 6.3 DADOS REAIS

Como exemplo, foi selecionado um intervalo de 100m num perfil de indução de campo. Os valores de condutividade variam dentro de uma faixa entre  $5 \times 10^{-2} < \sigma < 2$  S/m. A apresentação dos resultados inclui, para efeito de comparação, o perfil original e o perfil quadratizado, representados ambos por curvas contínuas.

Nesta análise, a maior dificuldade reside no fato de não se ter o perfil "real" da formação, como no caso dos itens anteriores. Na realidade, este perfil "real" é o que se tenta alcançar ou, pelo menos, uma aproximação do mesmo. Devido à este fato é que existe no algoritmo um comprometimento permanente entre a curva original de campo e o resultado obtido com a inversão do perfil.

A aplicação dos parâmetros é fundamental neste caso, e o significado das camadas é definido através dos mesmos. Dependendo do objetivo que se queira alcançar podem ser usadas condições onde, por exemplo, um maior grau de detalhe poderia ser alcançado através do conjunto de parâmetros apresentado na Figura 6.8a. O filtro aplicado na curva original é de pouca intensidade, e a variação máxima permitida entre os contatos (**limdom**) é pequena. Neste caso são detectados 80 contatos.

O resultado no sentido oposto, com menor detalhe, é ilustrado na Figura 6.8b. Agora são detectados apenas 55 contatos, o efeito da filtragem fica mais evidente, havendo uma omissão de vários contatos menos significativos. Nota-se também a influência no aumento do limite mínimo de espessura (**limesp**), bem como o limite de variação dentro de um mesmo domínio (**limdom**). A ação conjunta destes parâmetros reduz significativamente o número de contatos.

O conjunto de parâmetros mais adequado deve ser escolhido de acordo com os objetivos do estudo, devendo sempre haver uma concordância com os resultados dos demais perfis corridos no poço. Quando o que se busca são as feições mais marcantes, é aconselhável ir aumentando a intensidade do filtro, através da diminuição do parâmetro **bw**. Caso contrário, se o detalhe é importante na detecção, e a preservação da amplitude do sinal é imprescindível, o mais adequado é trabalhar com valores próximos do limite máximo deste parâmetro (**bw=1**).

Como sugestão, para uma primeira estimativa dos contatos, o conjunto de parâmetros que foi utilizado para a obtenção do resultado apresentado na Figura 6.9 pode ser considerado como referência para dados reais. Este resultado situa-se em uma posição intermediária em relação aos dois da Figura 6.8. Observa-se um melhor ajuste do perfil quadratizado com o original, e uma boa correlação entre os métodos da "primeira derivada" e "desvio padrão".

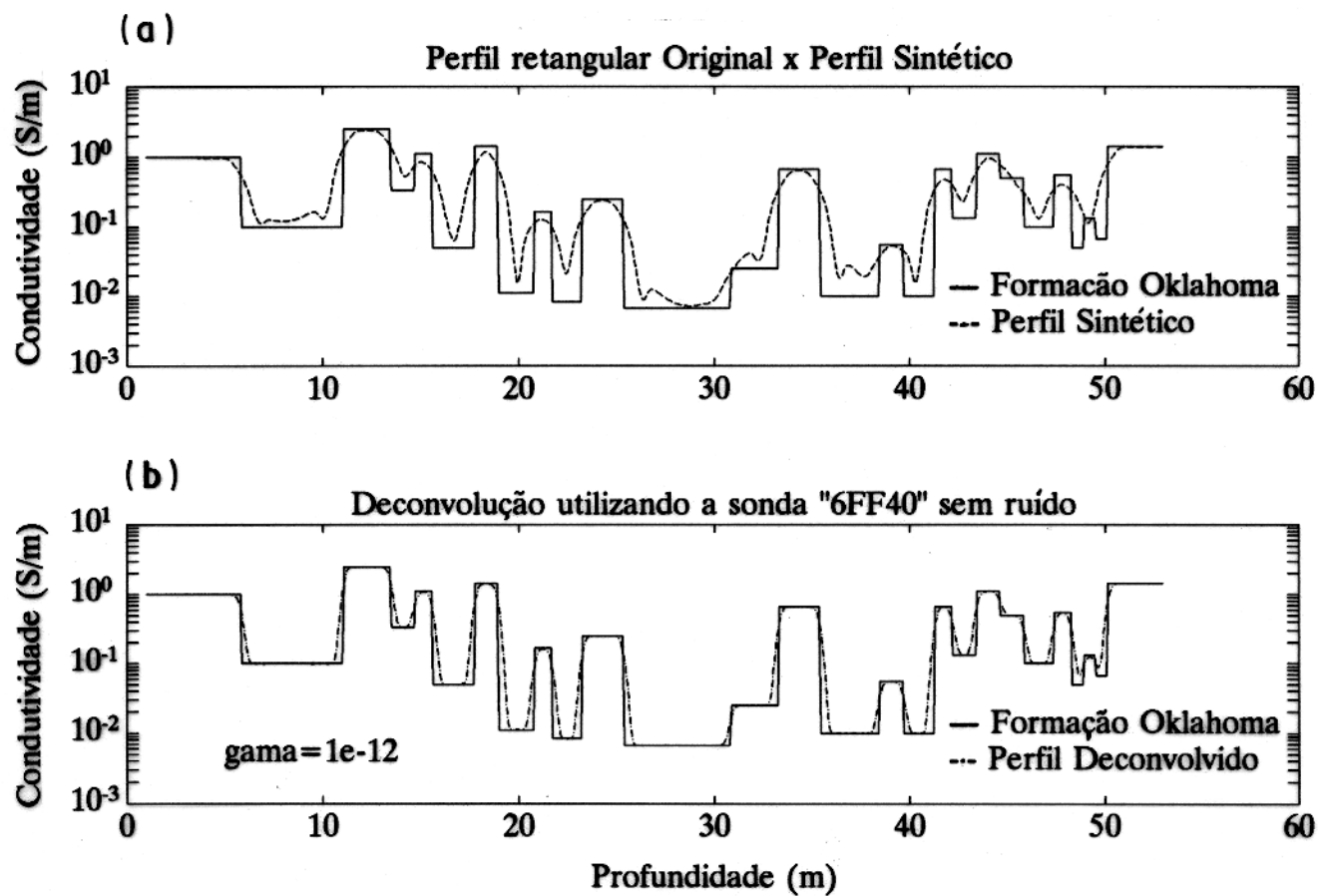


Figura 6.1 - Comparação entre o perfil retangular original de condutividade com o perfil sintético gerado a partir da convolução com a função resposta da sonda 6FF40.

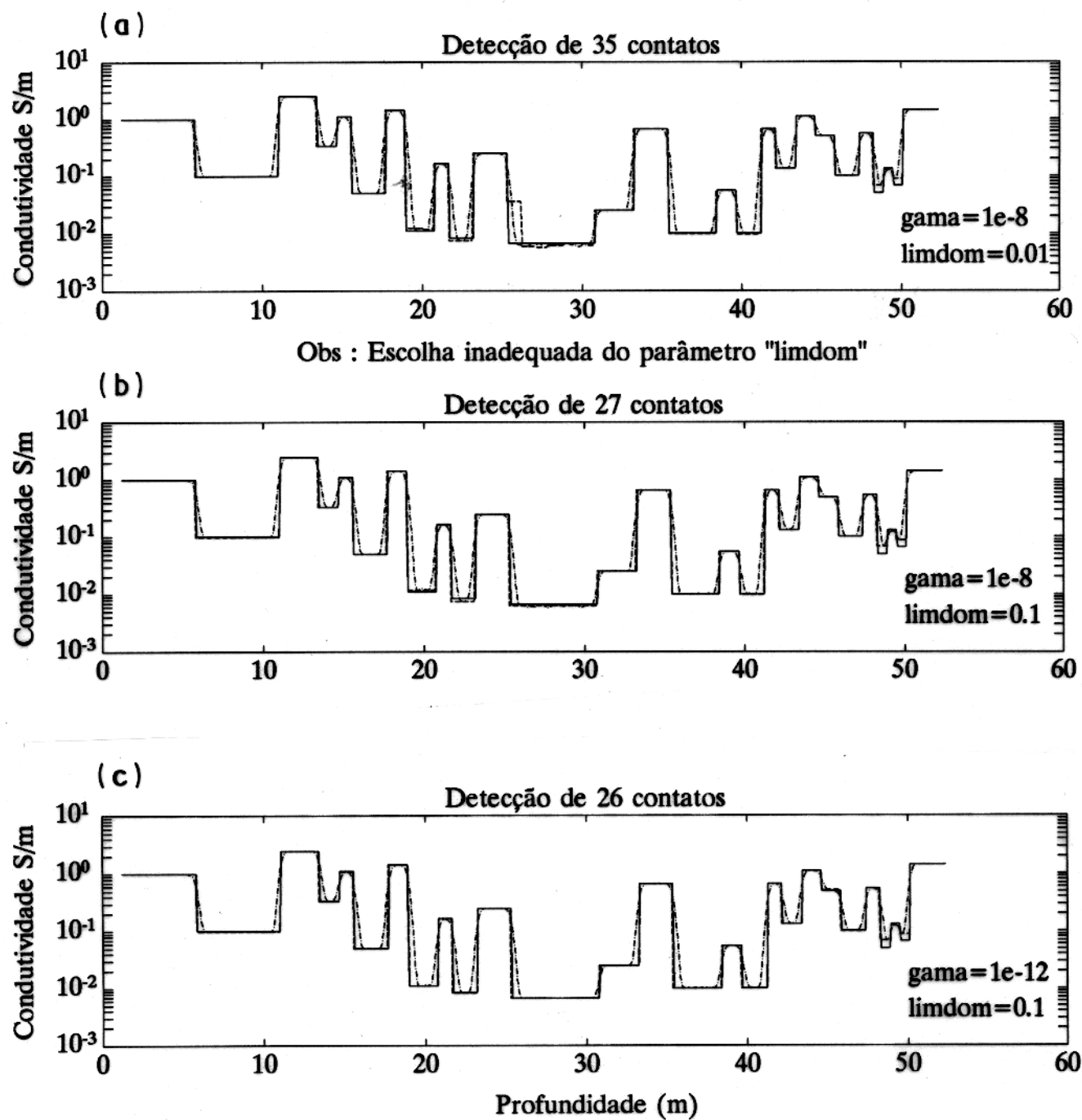


Figura 6.2 - Sequência de resultados mostrando a influência do parâmetro gamma ( $\gamma^2$ ).

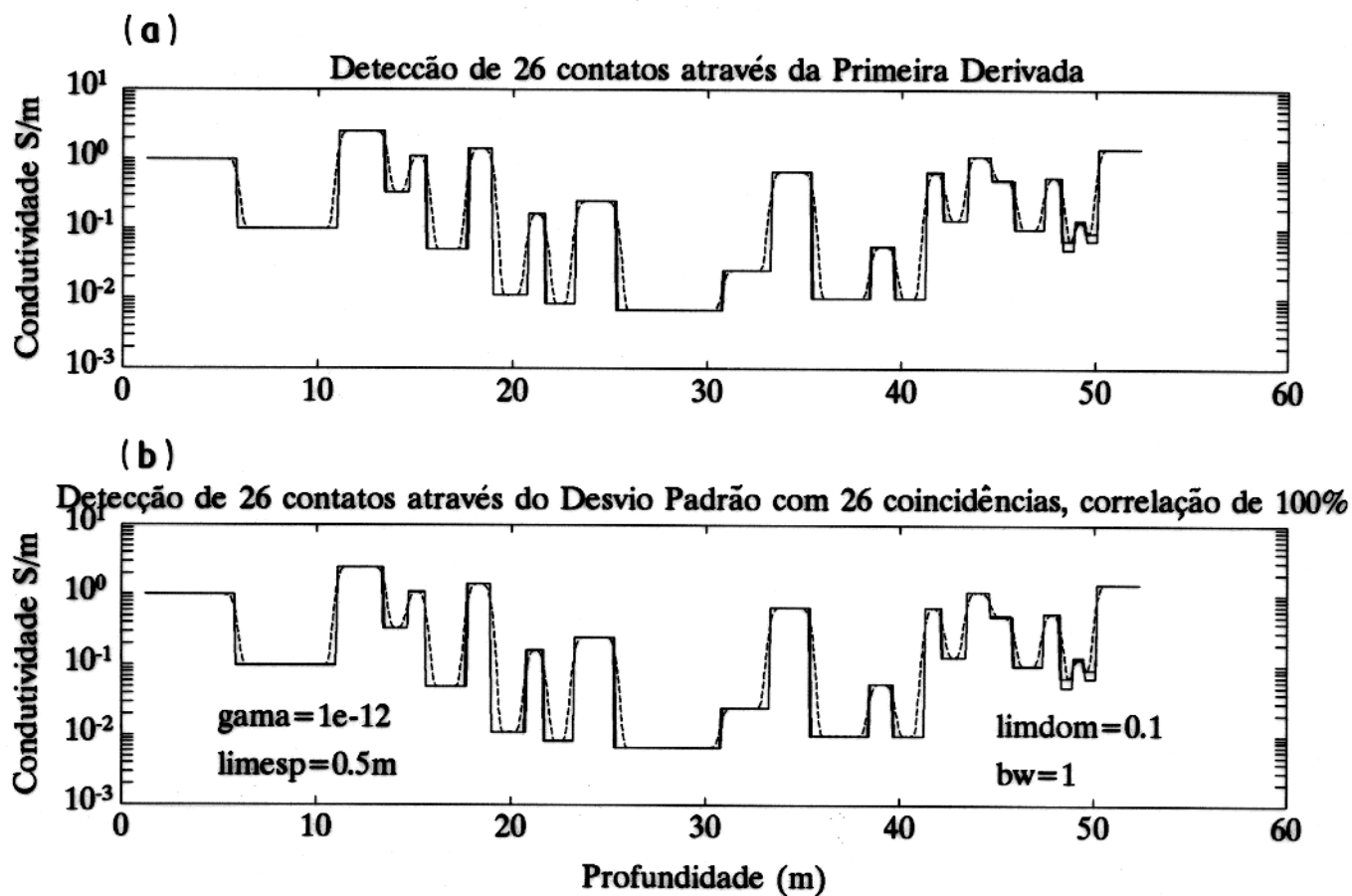


Figura 6.3 - Resultados obtidos com a otimização no uso dos parâmetros para os dados sintéticos sem ruído. A grande aproximação com o perfil original é evidente.

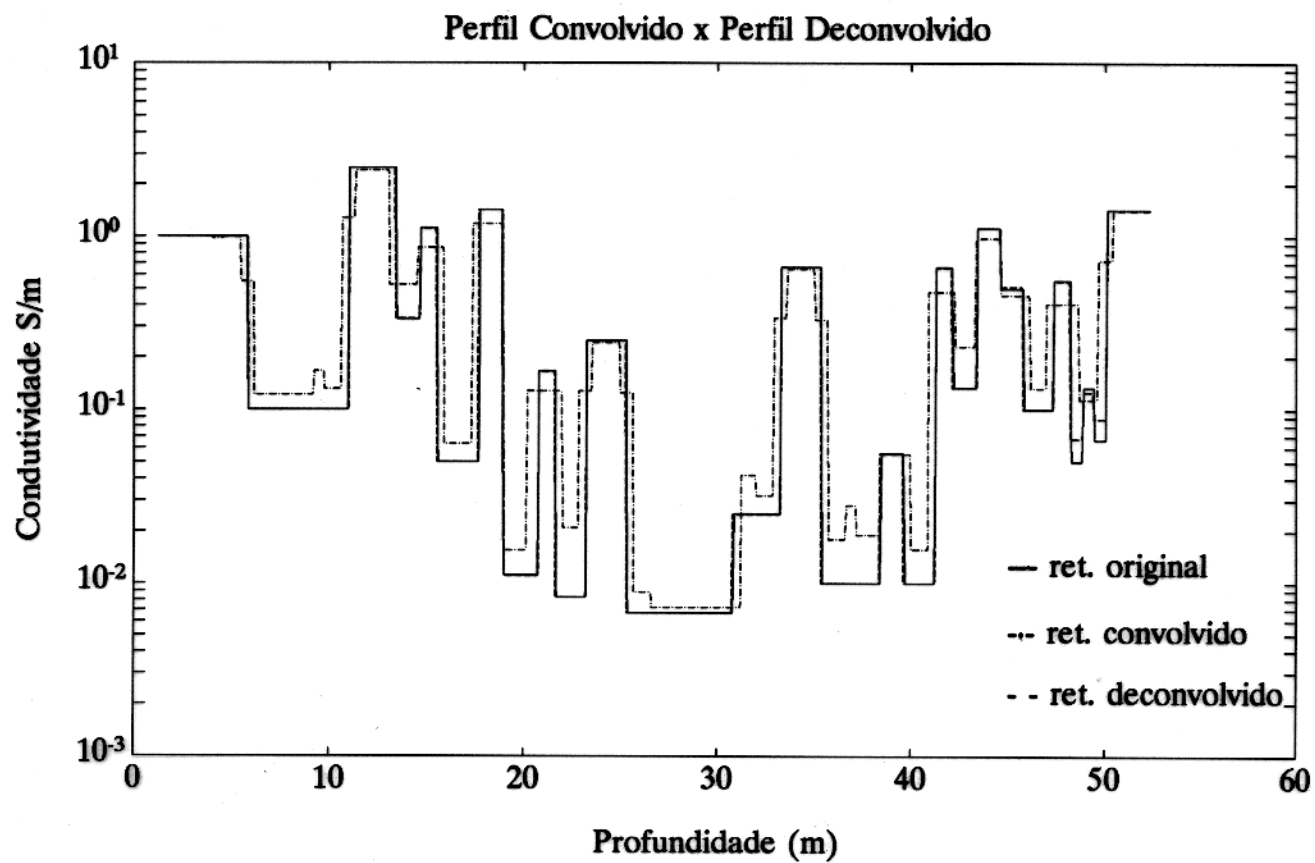


Figura 6.4 - Comparação entre o perfil retangular original, quadratização do perfil sintético e quadratização do perfil deconvolvido.

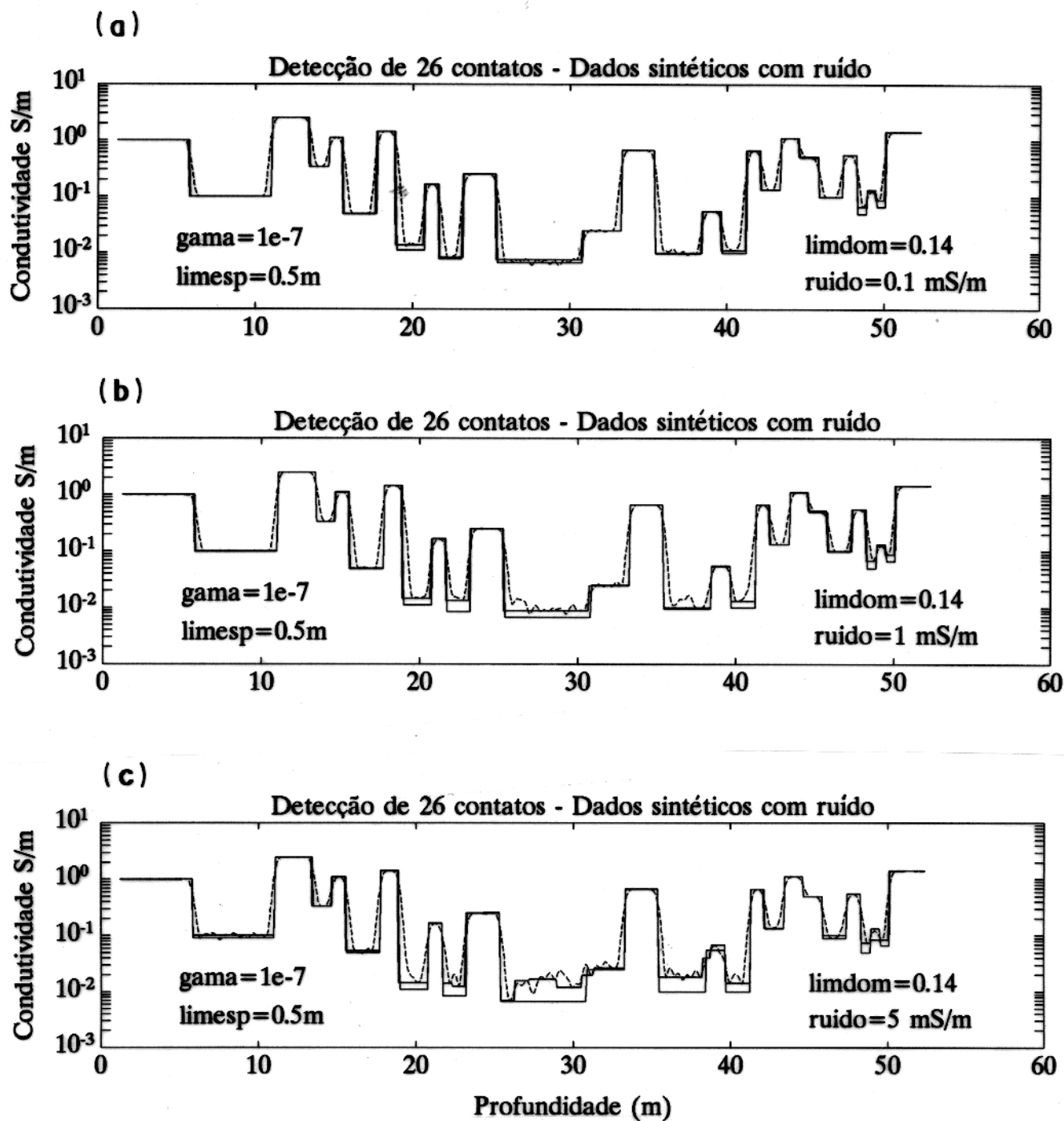


Figura 6.5 - Exemplos da influência na definição dos domínios em dados sintéticos com ruído.

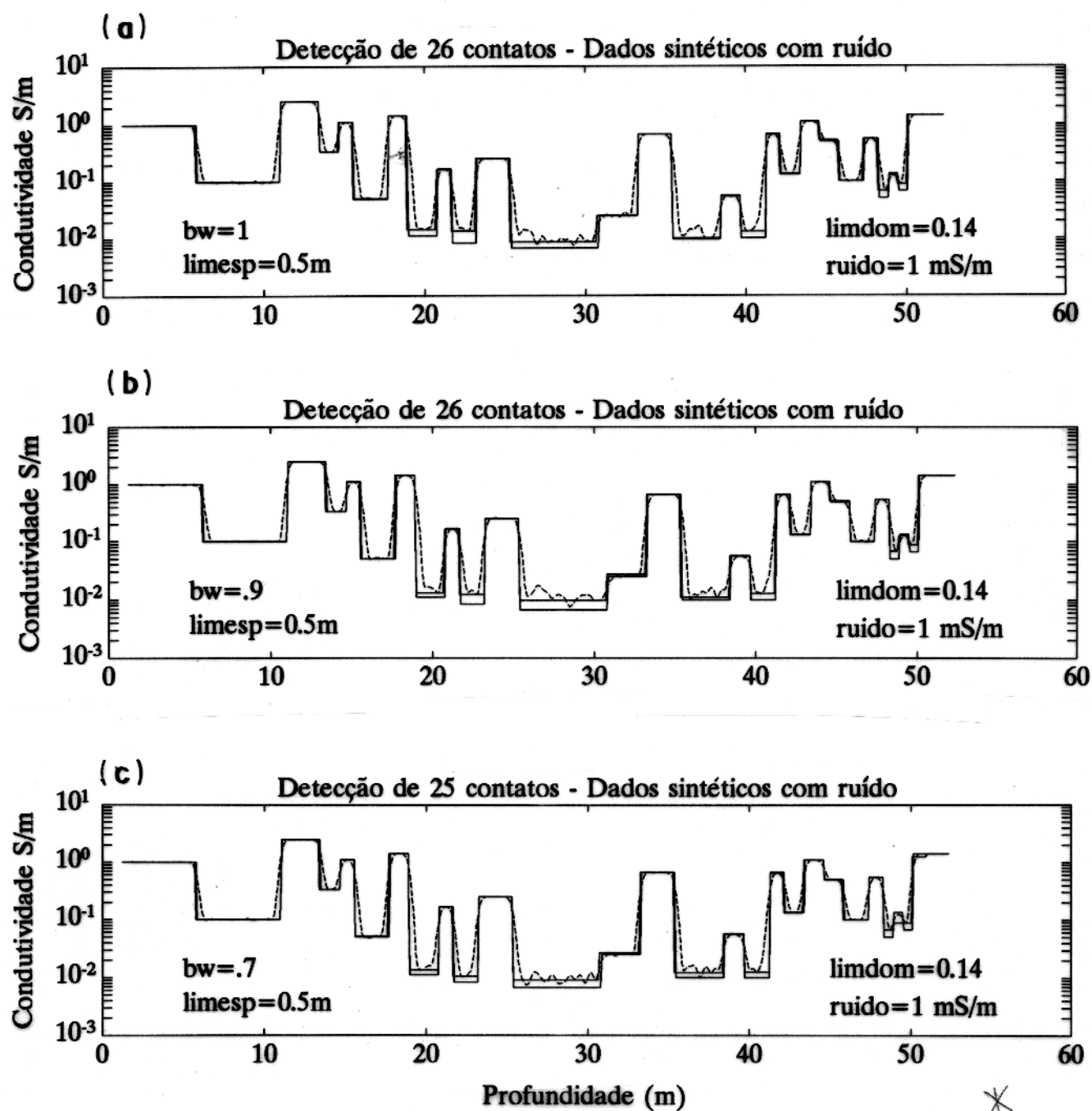


Figura 6.6 - Ilustração da influência do parâmetro  $bw$  no controle da intensidade da filtragem nos dados sintéticos com ruído.

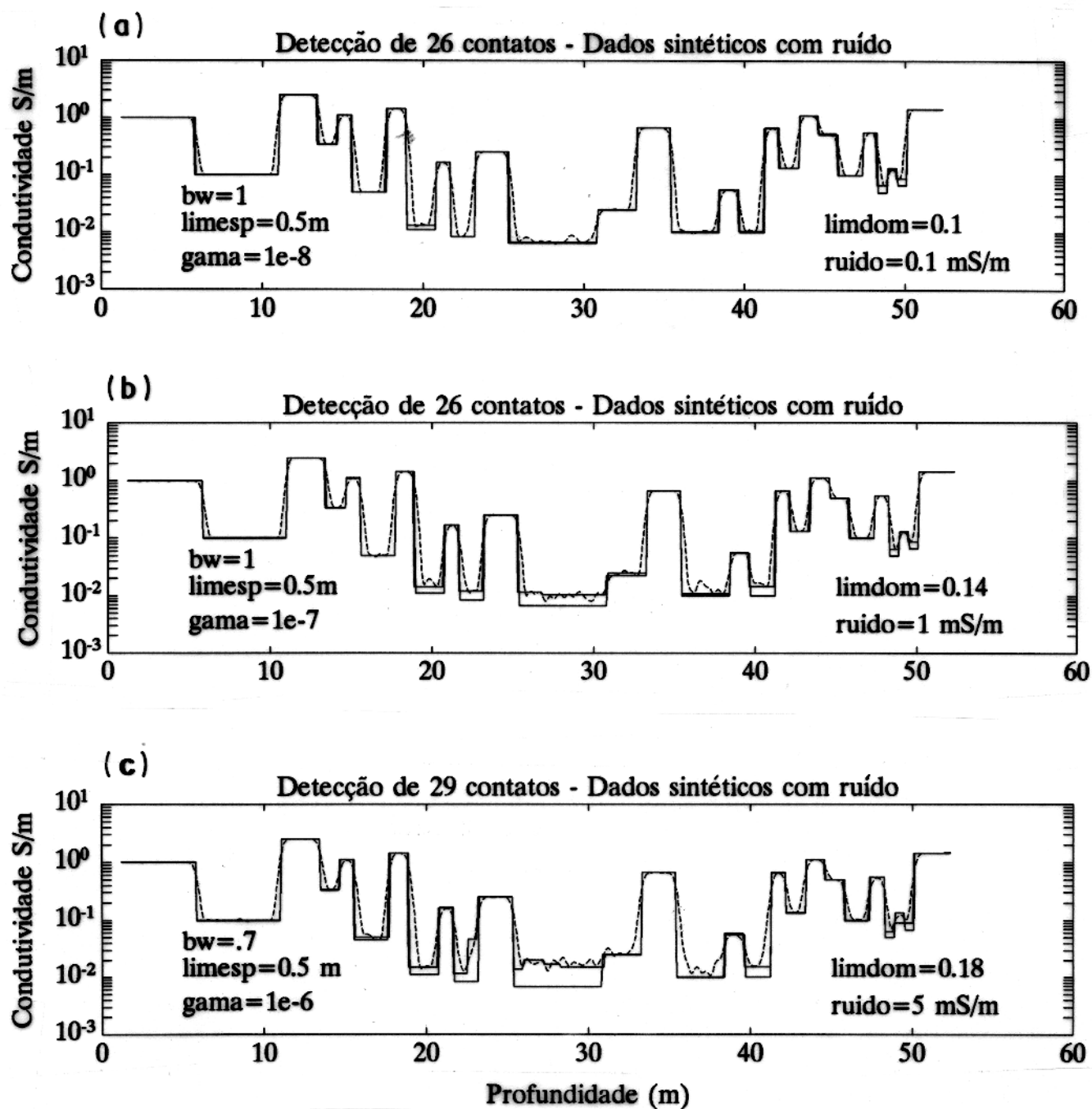


Figura 6.7 - Resultados obtidos com a otimização no uso dos parâmetros para os dados sintéticos com ruído.

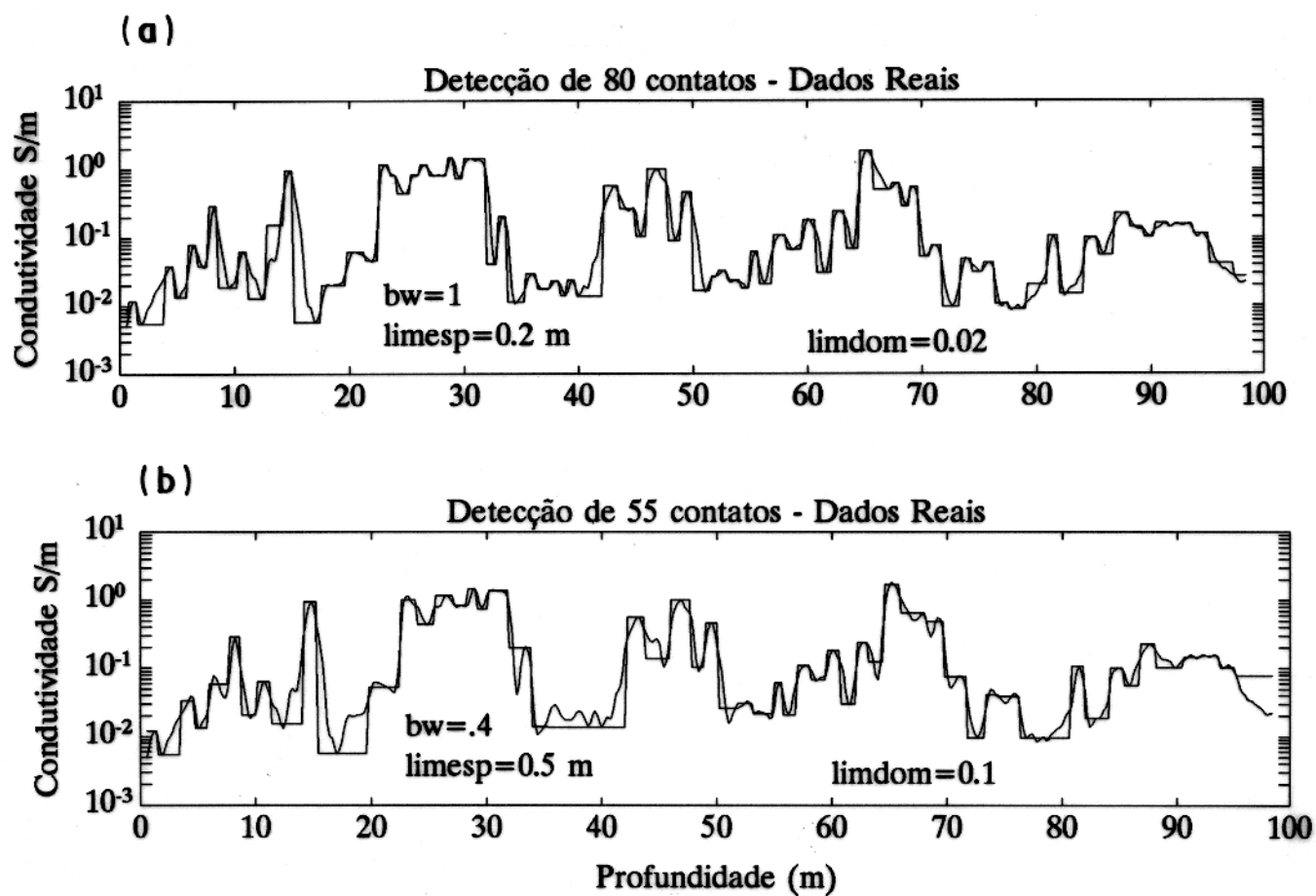


Figura 6.8 - Comparação entre os resultados obtidos com dois conjuntos de parâmetros, representando maior (a), e menor (b) detalhe na caracterização dos contatos.

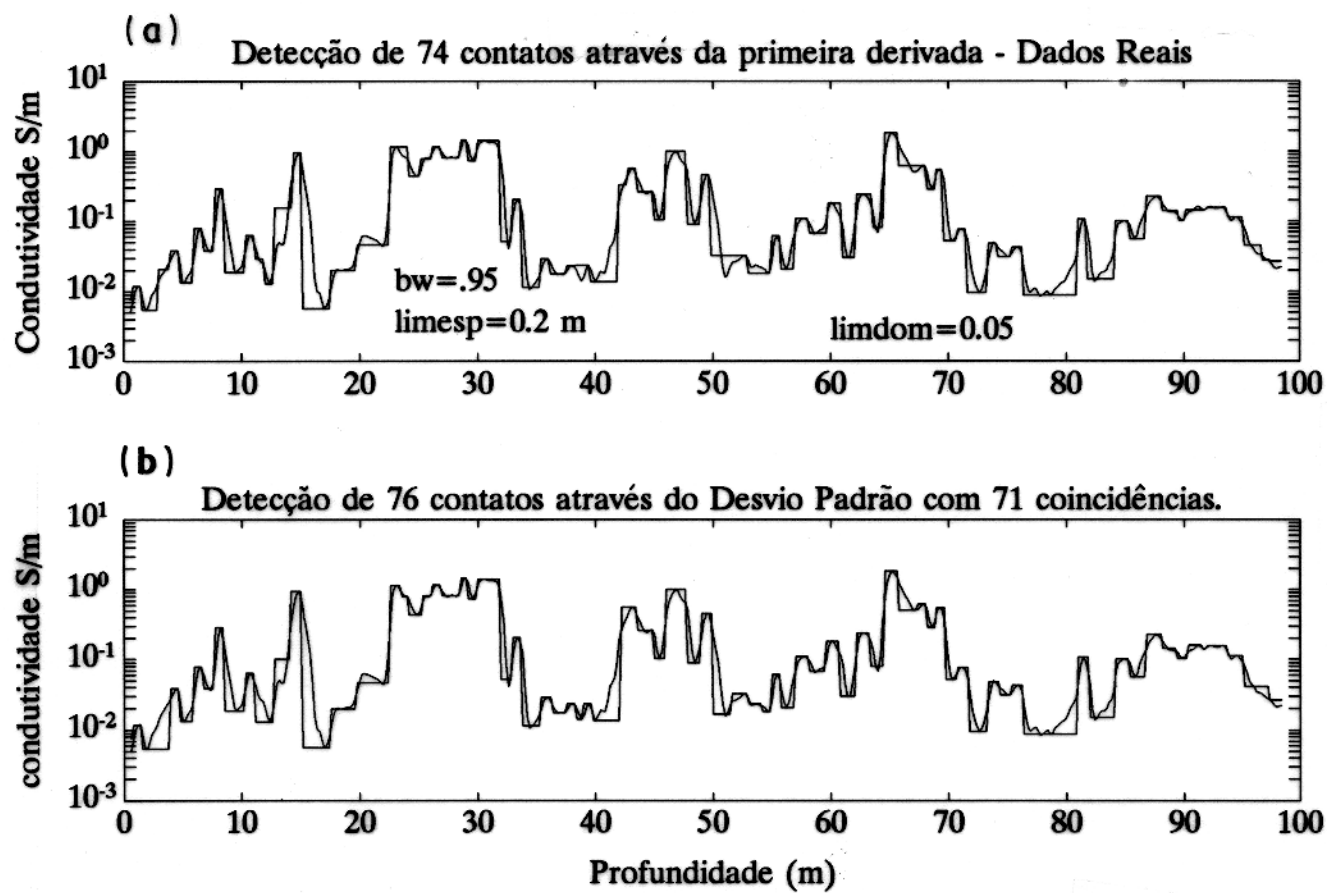


Figura 6.9 - Resultados obtidos com os parâmetros de referência para dados reais.

## 7 - CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram reapresentados e discutidos alguns temas básicos relacionados a área de processamento de sinal, bem como uma abordagem extensa sobre as aplicações desta área na solução dos problemas associados à perfilagem eletromagnética de poço. O conceito de **função resposta** foi largamente utilizado, e realizou-se um desenvolvimento teórico completo a partir das equações de Maxwell, até as expressões que foram efetivamente utilizadas. Uma comparação entre os resultados encontrados com ferramentas mais simples serviu para tornar clara a importância da evolução até a ferramenta 6FF40. Finalmente, foi apresentado um algoritmo de inversão que leva à caracterização de interfaces ao longo do sinal, produzindo uma quadratização do perfil original de indução. A aplicação é feita em dados sintéticos e reais, e vem ilustrada através de inúmeros gráficos no Capítulo 6.

Uma análise geral dos resultados alcançados neste trabalho permite que se chegue às seguintes conclusões :

A operação de inversão dos dados, realizada no domínio da frequência espacial, se mostrou computacionalmente rápida e eficiente.

A aplicação dos filtros lineares revelou-se de importância fundamental no tratamento dos dados, sendo que as janelas *Kaizer* e *Blackman-Harris* foram as mais eficientes.

Na comparação entre as funções resposta das ferramentas de duas, três, e seis (6FF40) bobinas, é possível entender o melhor desempenho da ferramenta de seis bobinas, como consequência da focalização proporcionada pelas bobinas auxiliares. O comportamento do espectro de frequência de cada uma delas deixa evidente os problemas numéricos enfrentados na inversão dos dados, como no caso das **frequências cegas**, contornado satisfatoriamente com o método aqui adotado.

Os resultados obtidos com os dados sintéticos foram importantes no sentido de demonstrar a viabilidade do algoritmo proposto. Somente em dados com ruído na ordem de 5 mS/m é que não foi possível a reconstituição precisa dos contatos originais, o grau de ajuste nos valores de condutividade nestes casos também foi bastante satisfatório. A comparação entre a quadratização feita no perfil sintético e a efetuada utilizando o perfil deconvolvido, mostrada na Figura 6.3, demonstra a melhora na definição das camadas menos espessas após a deconvolução do sinal.

No tratamento dos dados reais há uma dificuldade básica, uma vez que não existe o perfil retangular original de condutividade para uma avaliação segura dos resultados alcançados, na realidade é o que se deseja obter. Sendo assim, é conveniente a comparação com a leitura de perfis que tenham melhor resolução como o microperfil e *dipmeter*, sempre que for possível.

A quadratização obtida com a caracterização do contato entre as camadas produz um resultado interessante, uma vez que o mesmo reflete alterações de distribuição do fluido no espaço poroso, bem como do tipo de fluido. Leva também os valores do perfil original a uma aproximação maior da condutividade *real* da formação.

Algumas sugestões no sentido de dar continuidade a esta linha de estudo podem ser feitas, quais sejam :

É interessante que seja testado o algoritmo com a ferramenta de dupla indução, observando principalmente os resultados com a curva *ILD*.

Um aperfeiçoamento do algoritmo no sentido de corroborar os resultados com perfis de maior resolução, é um passo importante que deve aumentar a credibilidade nos resultados encontrados. Neste sentido, com um valor mais preciso de condutividade, haveria segurança para aplicação destes valores na interpretação quantitativa dos perfis, como a estimativa da saturação de água (SW).

O algoritmo gerado neste trabalho pode ser facilmente adaptado para simulação de perfis sintéticos de indução, com a vantagem de conter toda a estrutura, para eventuais modificações, das ferramentas de duas, três, e seis (6FF40) bobinas. Uma adaptação neste sentido já vem sendo testada pelo aluno Paulo Carvalho em sua tese de doutoramento nesta instituição.

As informações geradas neste trabalho podem ser utilizadas em conjunto com outros perfis para a caracterização litológica, bem como a identificação do contato entre fluidos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRAMOWITZ, M. & STEGUN, I. A. 1965. **Handbook of Mathematical Functions**. New York, Dover Publications. 1046 p.
- AKI, K. & RICHARDS, P. G. 1980. **Quantitative Seismology : Theory and Methods**. San Francisco, W. H. Freeman and Co. 932p.
- ALLEN, D.; ANDERSON, B; BARBER, T. D.; FLAUM, C.; HEMINGWAY, J.; LINGNERIS, S. 1988. Advances in High-Resolution Logging. **The Technical Review**, 36(2): 4-14.
- ANDERSON, B. 1986. The Analysis of Some Unsolved Induction Interpretation Problems Using Computer Modeling. In: SPWLA ANNUAL LOGGING SYMPOSIUM, 27. Houston, 1986. SPWLA, **Transactions**. Paper II.
- ANDERSON, B. & GIANZERO, S. C. 1983. Induction Sonde Response in Stratified Media. **The Log Analyst**, 24(1):25-31.
- ANDERSON, B.; BARBER, T. D.; SCHEFER, R. 1988. Induction logging: Evolution of a Technique. **The Technical Review**, 35(1): 35-41.
- AQUINO, P. C. A. & SOUTO, J. D. 1988. Quadratização de perfis e sua aplicação na definição de eletrofácies no campo de Upanema - RN. In: **SEMINÁRIO TÉCNICO DE OPERAÇÕES GEOLÓGICAS**. Salvador, 1988. **Anais. PETROBRÁS**, v.2, p.349-358.
- BARBER, T. D. 1988. Induction Vertical Resolution Enhancement: Physics and Limitation. In: SPWLA ANNUAL LOGGING SYMPOSIUM, 29. SPWLA, San Antonio, 1988. **Transactions**. San Antonio. Paper O.
- BRIGHAM, E. O. 1974. **The Fast Fourier Transform**. London, Prentice-Hall International. 251p.
- DOLL, H. G. 1949. Introduction to Induction Logging and Application to Logging of Wells Drilled with Oil Base Mud. **Journal of Petroleum Technology**, 1(6): 148-162.
- ELLIS, D. V. 1987. **Well Logging for Earth Scientists**. 2. ed. New York, Elsevier. 521 p.

- GEORGE, C. F.; SMITH, H. W.; BOSTICK, F. X. 1964. Application of Inverse Filters to Induction Log Analysis. **Geophysics**, 29(1):93-104.
- GIANZERO, S. C. & ANDERSON, B. 1982. A New Look at Skin Effect. **The Log Analyst**, 23(1): 20-34.
- GUERRA, C. E. 1994. **Deconvolução de Perfis de Poços através do ajuste de Energia**. Belém, Universidade Federal do Pará, Centro de Geociências, 111p. Tese (Mestrado em Geofísica) - Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA, 1994.
- HEARST, J. R. & NELSON, P. H. 1985. **Well Logging for Physical Properties**. New York, McGraw-Hill. 571 p.
- HOWARD, A. Q. 1986. A Fourier Method for Borehole Eletromagnetic Problems. **Geophysics**. 51(6) : 1181-1190.
- HOWARD, A. Q. 1987. A Spectral Method for the Inverse Logging Problem. **Geophysics**. 52(2) : 186-193.
- HOWARD, A. Q. 1994. **Tópicos em Indução Eletromagnética de Poço** . Notas de Aula. Belém, UFPA. 65 p.
- HSU, H. P. & QUEIROZ, P.I. 1973. **Análise de Fourier**. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos. 274 p.
- KASSAB, H.I. 1993. **Bed-Boundary Detection Using a Model-Based Inversion Algorithm**. Massachusetts Institute of Technology. 141p. M. S. Thesis. MIT press.
- KAUFMAN, A. A. & KELLER, G. V. 1989. **Induction Logging**. Amsterdam, Elsevier. 600p.
- LANNING, E. N. & JOHNSON, D. M. 1983. Automated Indentification of Rock Boundaries : An Aplication of the Wash Transform to Geophysical Well-log Analysis. **Geophysics**, 48(2):197-205.
- LUIZ, S. G. & SILVA, L. M. C. 1994. **Geofísica de Prospeção**. Belém, UFPA. 312 p. (no prelo).
- MOORE, D. J. H. & PARKER, D. J. 1973. On Nonlinear Filters Involving Transformation of the Time Variable. **IEEE Transactions on Information Theory**, 19(4) : 415-422.
- MORAN, J. H. 1982. Induction Logging - Geometrical Factors with Skin Effect. **The Log Analyst**, 23(6):4-10.

- MORAN, J. H. & KUNZ, K. S. 1962. Basic Theory of Induction Logging and Application to Study of Two-coil Sondes, **Geophysics**, 27(6): 829-858.
- NERY, G. G. 1990. **Introdução à Geofísica Aplicada**. Notas de aula. Belém, UFPA. 232p.
- NOSAL, E. A. 1983. Statistical Determination of Geophysical Well Log Response Functions. **Geophysics**, 48(11): 1525-1535.
- PETROBRÁS. 1991. **Deconvolução de Perfis, Estudo do Estado-da-arte**. Rio de Janeiro. 82p.
- RIJO, L. 1993. **Teoria dos Métodos Eletromagnéticos**, Notas de Aula. Belém, UFPA. 192p.
- SAITO, N. & CUNNINGHAM, M. A. 1990. Generalized E-Filter and Its Application to Edge Detection. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, 12(8) : 814-817.
- SCHLUMBERGER. 1989. **Phasor Induction Tool**. Houston, Schlumberger. 40 p.
- SERRA, O. 1984. **Fundamentals of Well Log Interpretation - The Acquisition of logging data**. Amsterdam, Elsevier. 423 p.
- SERRA, O. & ABBOT, H. T. 1980. The contribution of logging data to sedimentology and stratigraphy. In: 55th ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION OF THE SPE, 55, Dallas, 1980. SPE, 19 p.
- SERRA, O. & SULPICE, L. 1975. Sedimentological analysis of shale-sands from well logs. In: SPWLA ANNUAL LOGGING SYMPOSIUM, 16, New Orleans, 1975. **Transactions**. SPWLA, Paper W. 23 p.
- SPALBURG, M. R. 1989. Algorithm for Simultaneous Deconvolution, Squaring and Depth-Matching of Logging Data. In: SPWLA ANNUAL LOGGING SYMPOSIUM, 30. Denver, 1989. **Transactions**. Paper P.
- THADANI, S. G. & HALL, H. E. 1981. Propagated Geometric Factors in Induction Logging. In: SPWLA ANNUAL LOGGING SYMPOSIUM, 22. Mexico, 1981. **Transactions**. SPWLA, Paper WW.
- THADANI, S. G. & MERCHANT, G. A. 1982. Deconvolution With Propagated Geometric Factors. In: 57th ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION OF THE SPE, New Orleans, 1982. **Proceedings** [s.l.]. 13p.

TITTMAN, J. 1986. **Geophysical Well Logging**. Florida, Academic Press. 175 p.

TWOMEY, S. 1977. **Introduction to the Mathematics of Inversion in Remote Sensing and Indirect Measurements**. New York, Elsevier.

VISHER, G. S. 1965. Use of vertical profiles in environmental reconstruction. **Bull. Amer. Assoc. Petroleum Geol.**, 49: 41-61.