

DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES APLICADA A DADOS DE CAMPO MAGNÉTICO

por

HELYELSON PAREDES MOURA

Licenciatura em Física (Universidade Universidade Federal do Pará – 1986)

Tese submetida como requisito parcial ao grau de

MESTRE EM CIÊNCIAS

em

GEOFÍSICA

ao

Colegiado do Curso de Pós-Graduação em

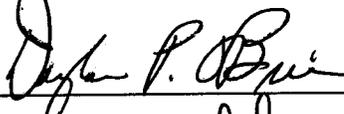
Geofísica

da

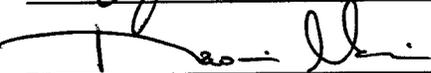
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

Banca Examinadora :

Dr. Douglas Patrick O'Brien (Orientador)



Dra. Naomi Ussami



Dr. Marco Polo Pereira da Boa Hora



Data da Homologação : 15/12/1992

MOURA, Helyelson Paredes. Decomposição em valores singulares aplicada a dados de campo magnético. Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências, 1992. 131 p. il.

Tese (Mestrado em Geofísica) – Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPa., 1992.

1. DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES. 2. FILTROS DE COERÊNCIA. 3. PERFIS MAGNÉTICOS. 4. MÉTODOS POTENCIAIS. I. Título

Para Elsani
e Débora.

AGRADECIMENTOS

- Ao convênio PETROBRÁS/UFPa/CNPq/FINEP/FADESP, pelo suporte financeiro e pelas excelentes condições de trabalho necessárias para a realização do trabalho;
- Ao professor O'Brien pelo empenho e apoio científico na orientação da tese;
- Ao Dr Marco Polo P. da Boa Hora e Dra Naomi Ussami, pela análise crítica e correção deste trabalho;
- Aos colegas, Dr Carlos Alberto Mendonça e Dra Leopoldina Araujo, respectivamente, pelas sugestões e apoio computacional, recebidos durante a realização deste trabalho e sua revisão final;
- A todos os colegas mestrandos e doutorandos pelo convívio agradável ao longo do curso;
- À Elsani, minha esposa, por seu estímulo, compreensão e apoio durante as diferentes etapas do desenvolvimento deste curso;
- A Deus.

SUMÁRIO

| | |
|--|----|
| DEDICATÓRIA | i |
| AGRADECIMENTOS | ii |
| RESUMO | 1 |
| ABSTRACT | 2 |
| 1 - INTRODUÇÃO | 3 |
| 2 - DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES | 6 |
| 2.1 INTRODUÇÃO | 6 |
| 2.2 MATRIZES DE COVARIÂNCIA E OS SEUS AUTOVALORES E AUTOVE- TORES | 6 |
| 2.2.1 Matrizes AA^T e $A^T A$ | 6 |
| 2.2.2 Autovalores e Autovetores. | 9 |
| 2.3 TEOREMA DA DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES | 12 |
| 2.4 REPRESENTAÇÃO DE IMAGEM EM BASES ORTOGONAIS | 13 |
| 2.4.1 Filtros bidimensionais de coerência | 15 |
| 2.5 APLICAÇÕES DA FILTRAGEM DVS ATRAVÉS DAS AUTOIMAGENS | 16 |
| 2.5.1 Exemplo 1 | 16 |
| 2.5.2 Exemplo 2 | 18 |
| 2.5.3 Exemplo 3 | 23 |
| 2.5.4 Exemplo 4 | 29 |
| 2.5.5 Exemplo 5 | 33 |
| 2.5.6 Exemplo 6 | 39 |
| 2.5.7 Exemplo 7 | 43 |
| 2.5.8 Exemplo 8 | 50 |
| 2.5.9 Exemplo 9 | 56 |
| 3 - CORRELAÇÃO DE PERFIS MAGNÉTICOS | 60 |
| 3.1 INTRODUÇÃO | 60 |
| 3.2 METODOLOGIA | 61 |

| | | |
|-------|--|------------|
| 3.2.1 | Teoria | 61 |
| 3.2.2 | Algoritmo | 63 |
| 3.3 | APLICAÇÕES DO ALGORITMO EM PERFIS MAGNÉTICOS | 68 |
| 3.3.1 | Aplicação 1 | 68 |
| 3.3.2 | Aplicação 2 | 71 |
| 3.3.3 | Aplicação 3 | 77 |
| 3.3.4 | Aplicação 4 | 81 |
| 3.3.5 | Aplicação 5 | 85 |
| 3.3.6 | Aplicação 6 | 89 |
| 3.3.7 | Conclusões das Aplicações | 89 |
| | | |
| 4 - | APLICAÇÃO DA DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES SOBRE DADOS REAIS | 93 |
| 4.1 | DADOS REAIS UTILIZADOS | 93 |
| 4.2 | PRIMEIRA APLICAÇÃO (ÁREA 1) | 94 |
| 4.2.1 | Deslocamento Estático e a Representação da Matriz A | 94 |
| 4.2.2 | A DVS e as Autoimagens | 102 |
| 4.3 | SEGUNDA APLICAÇÃO (ÁREA 2) | 113 |
| 4.4 | COMENTÁRIOS GERAIS DA DVS DE UMA MATRIZ MAGNÉTICA A . | 123 |
| | | |
| 5 - | CONCLUSÃO | 124 |
| | | |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 126 |
| | | |
| A - | Demonstração do epsilon da igualdade 2.25 | 129 |

DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES APLICADA A DADOS DE CAMPO MAGNÉTICO

(TESE DE MESTRADO : Dez./92)

HELYELSON PAREDES MOURA

Orientador : Dr. Douglas Patrick O'Brien

Departamento de Geofísica – Centro de Geociências/UFPA

Caixa Postal 309 – Belém, PA, Brasil

RESUMO

Neste trabalho, a decomposição em valores singulares (DVS) de uma matriz A , $n \times m$, que representa a anomalia magnética, é vista como um método de filtragem bidimensional de coerência que separa informações correlacionáveis e não correlacionáveis contidas na matriz de dados magnéticos A . O filtro DVS é definido através da expansão da matriz A em autoimagens e valores singulares. Cada autoimagem é dada pelo produto escalar dos vetores de base, autovetores, associados aos problemas de autovalor e autovetor das matrizes de covariância $A^T A$ e AA^T . Este método de filtragem se baseia no fato de que as autoimagens associadas a grandes valores singulares concentram a maior parte da informação correlacionável presente nos dados, enquanto que a parte não correlacionada, presumidamente constituída de ruídos causados por fontes magnéticas externas, ruídos introduzidos pelo processo de medida, estão concentrados nas autoimagens restantes. Utilizamos este método em diferentes exemplos de dados magnéticos sintéticos. Posteriormente, o método foi aplicado a dados do aerolevante feito pela PETROBRÁS no Projeto Carauari-Norte (Bacia do Solimões), para analisarmos a potencialidade deste na identificação, eliminação ou atenuação de ruídos e como um possível método de realçar feições particulares da anomalia geradas por fontes profundas e rasas. Este trabalho apresenta também a possibilidade de introduzir um deslocamento estático ou dinâmico nos perfis magnéticos, com a finalidade de aumentar a correlação (coerência) entre eles, permitindo assim concentrar o máximo possível do sinal correlacionável nas poucas primeiras autoimagens. Outro aspecto muito importante desta expansão da matriz de dados em autoimagens e valores singulares foi o de mostrar, sob o ponto de vista computacional, que a armazenagem dos dados contidos na matriz, que exige uma quantidade $n \times m$ de endereços de memória, pode ser diminuída consideravelmente utilizando p autoimagens. Assim o número de endereços de memória cai para $p \times (n + m + 1)$, sem alterar a anomalia, na reprodução praticamente perfeita. Dessa forma, concluímos que uma escolha apropriada do número e dos índices das autoimagens usadas na decomposição mostra potencialidade do método no processamento de dados magnéticos.

SINGULAR VALUE DECOMPOSITION APPLIED TO MAGNETIC FIELD DATA

(MASTER THESIS : Dec./92)

HELYELSON PAREDES MOURA

Adviser : Dr. Douglas Patrick O'Brien

Departamento de Geofísica – Centro de Geociências/UFPA

Caixa Postal 309 – Belém, PA, Brasil

ABSTRACT

The singular value decomposition of a matrix A , $n \times m$, which represents a magnetic anomaly, can be seen as a bidimensional coherence filtering method which separates the correlated information from noncorrelated information in a magnetic data matrix A . The filter is defined by expansion of matrix A into eigenimages and singular values. Each eigenimage is constructed by the scalar product of the base vectors and eigenvectors, which are associated with the eigenvectors and eigenvalues of the covariance matrices $A^T A$ and AA^T . This filtering method is based on the fact that the eigenimages, which are associated with large singular values, concentrate the major part of the correlated information present in the data, while the noncorrelated part, including noise caused by external magnetic sources, compilation errors, and shallow magnetic sources comprise the remaining eigenimages. This method was employed on many examples of synthetic and real data from PETROBRÁS' Carauari-Norte project (Solimões Basin) in order to investigate the utility of the method in the identification, elimination and attenuation of noise present on magnetic data and as a possible method for enhancing certain features generated by anomalies of shallow and deep origin. This work suggests the desirability of introducing both static and dynamic shift on magnetic lines to enhance the correlation (coherence) between the magnetic lines. This shift concentrates the correlated signal in the first few eigenimages. Another important aspect of this decomposition into eigenimages and eigenvalues is the savings gained in storage of a matrix A of $n \times m$ units. Memory requirements can be diminished considerably by using p autoimages, i. e. $p \times (n + m + 1)$ units without altering the form of the anomaly. We conclude that an appropriate choice of eigenimages generated by SVD decomposition shows good promise as a processing method in magnetic data.

1 - INTRODUÇÃO

Uma das mais básicas e importantes ferramentas da análise numérica moderna, particularmente a álgebra linear numérica, é a decomposição em valores singulares (DVS). A DVS foi estabelecida para matrizes quadradas reais em 1970 por Beltrami & Jordan e para matrizes retangulares quaisquer por Eckart & Young (1939) citados por KLEMA & LAMB (1980).

A decomposição em valores singulares é utilizada em álgebra linear em um grande número de aplicações, tais como 1) cálculo de sistemas de equações lineares com vínculos de igualdade; 2) cálculo de sistemas homogêneos de equações lineares; 3) cálculo da pseudo-inversa Moore-Penrose e outras inversas generalizadas; 4) determinação de dependência entre colunas ou linhas de uma matriz; 5) medição do grau de singularidade das matrizes através da razão entre o maior e o menor autovalores associados; 6) soluções de norma mínima; 7) generalização do problema de mínimos quadrados.

Em geofísica, a DVS foi recentemente utilizada por URSIN & ZHENG (1985), na identificação de refletores sísmicos, por FREIRE & ULRYCH (1988), na separação de ondas ascendentes e descendentes de perfis sísmicos verticais (VSP) e por JACKSON et al. (1991) na estimativa da direção de polarização do sinal e ruído.

A técnica DVS também tem sido usada no armazenamento de imagens digitais (HUANG, 1979) e na representação de uma matriz arbitrária A , $n \times m$, em seus valores singulares e autoimagens associadas (ANDREWS & HUNT, 1977). Sendo r o posto de uma matriz A , o número de autovalores maiores do que zero, as autoimagens são matrizes de posto unitário, determinadas a partir dos autovetores associados ao espaço dos parâmetros m e das observações n e carregam toda a informação necessária para a construção dos dados originais.

FREIRE (1986) aplicou a DVS na atenuação de ruídos em seções sísmicas, melhoramento na qualidade de refletores e outros problemas. FREIRE & ULRYCH (1988), aplicaram a DVS em dados de VSP (Vertical Seismic Profiling) na separação das componentes de ondas sísmicas descendentes e ascendentes. Nestes trabalhos, o método DVS se aplicou muito facilmente, onde a matriz A , $n \times m$, representa a assinatura sísmica coletada por n geofones sobre um intervalo de tempo $m\Delta t$, onde Δt é o intervalo amostral no tempo. Como indicado por FREIRE (1986), os traços sísmicos são similares na forma, de geofones para geofones, um deslocamento estático no eixo dos tempos t produz uma alta coerência traço a traço. Assim, as poucas primeiras autoimagens, associadas aos valores singulares maiores, contêm as

informações correlacionáveis (refletores sísmicos, ondas sísmicas descendentes e ascendentes) contidas na matriz \mathbf{A} e as restantes autoimagens associadas aos valores singulares "quase-zero", contêm informações associadas com eventos não correlacionáveis (dado como exemplo, ruídos, fenômenos de difrações, etc...).

Neste trabalho, os dados de perfis magnéticos, são postos em forma de malha, representados por uma matriz \mathbf{A} , $n \times m$, que será decomposta segundo

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}_r \Sigma_r \mathbf{V}_r^T \quad (1.1)$$

onde \mathbf{U}_r é uma matriz $n \times r$ que contém os autovetores associados com os autovalores da solução do problema de autovalor $\mathbf{A}\mathbf{A}^T \mathbf{u} = \sigma^2 \mathbf{u}$. Σ_r é uma matriz $r \times r$ contendo os valores singulares, raízes não negativas dos autovalores de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$, e \mathbf{V}_r^T é uma matriz $r \times m$ a qual contém os autovetores associados com os autovalores da solução do problema de autovalor $\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{v} = \sigma^2 \mathbf{v}$. A equação 1.1 também pode ser escrita como

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^r \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^t = \sigma_1 \mathbf{I}_1 + \sigma_2 \mathbf{I}_2 + \dots + \sigma_r \mathbf{I}_r \quad (1.2)$$

onde \mathbf{u}_i e \mathbf{v}_i são colunas das matrizes \mathbf{U} e \mathbf{V} , respectivamente, e $r \leq \min(n, m)$. Desta forma, a superfície (anomalia magnética) definida por \mathbf{A} pode ser vista como sendo a soma ponderada pelos valores singulares σ_i , das autoimagens $\mathbf{I}_i = \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^t$. Assim, cada autoimagem contém uma parcela de informação de \mathbf{A} e sua importância pode ser medida através da magnitude do valor singular correspondente.

Os dados de campos magnético apresentam problemas similares e não similares àqueles encontrados nos dados sísmicos. Em ambos casos, nós encontramos traços ou perfis magnéticos com ruídos. No caso de dados aeromagnéticos, estes ruídos são causados por fontes magnéticas externas, ruídos causados pelas manobras da aeronave e ruídos devidos ao sistema de medidas (HARTMAN et al, 1971). Estes ruídos são considerados não correlacionáveis. Adicionalmente, nós temos ruídos correlacionáveis (correlacionados no sentido matemático), tais como erros no nivelamento dos dados entre as linhas de vôo. Outras fontes de ruídos incluem erros em "aliasing" das anomalias de alta frequência e erros na recuperação da linha de vôo⁽¹⁾. Diferente dos dados sísmicos, em que a existência de coerência pode ser explicada, dentro de certos limites, pela forte correlação estratigráfica que ocorre nos pacotes sedimentares (FREIRE, 1986), nos dados magnéticos há geralmente menos similaridade na forma de onda anômala entre os perfis adjacentes de um levantamento, fisicamente devido à existência de estruturas tri-dimensionais.

¹O'BRIEN(1991) (Informação verbal)

Esta falta de similaridade entre os perfis magnéticos (colunas da matriz A), perfis não correlacionáveis com os perfis distantes adjacentes, causará um espalhamento dos valores singulares da matriz A . Indicativo de quase ortogonalidade entre os perfis. Assim, requereremos mais autoimagens para reproduzir as anomalias magnéticas do que nos dados sísmicos. Verificaremos através de exemplos sintéticos e reais que as autoimagens relativas aos valores singulares maiores carregam toda a informação correlacionável dos dados magnéticos contidos em A , enquanto as autoimagens relativas aos valores singulares menores conterá a parte não correlacionada (ruído), contida em A .

Para contornar o espalhamento dos valores singulares, aplicaremos o deslocamento estático nos perfis magnéticos na tentativa de concentrar o máximo possível do sinal correlacionável nas primeiras autoimagens.

Na representação e no armazenamento de imagens digitais, a matriz A é considerada como sendo composta de "pixels" sobre um grid $x - y$. Esses "pixels", em combinação, formam a imagem (mapa de contorno magnético). Se o posto da matriz A é significativamente menor do que a dimensão do número de "pixels", mínimo (n,m) , então a imagem pode ser reconstruída utilizando a equação 1.2, sem distorções. Neste caso, há uma considerável economia de memória no armazenamento digital dos dados contidos em A , que exige $n \times m$ endereços de memória, principalmente quando A representar uma superfície magnética suave e se for possível escolher r muito menor do que mínimo (n,m) .

Resumidamente, a expansão da decomposição em valores singulares e autoimagens é apresentada aqui aplicada a diferentes exemplos de dados magnéticos sintéticos e reais com objetivo de analisarmos sua potencialidade na identificação e/ou atenuação de ruídos presentes nos dados magnéticos, como também na armazenagem dos dados.

2 - DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES

2.1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho a aplicação da decomposição em valores singulares (*DVS*) nos dados de campo magnético, e em particular nos dados aeromagnéticos, é feita em uma matriz **A** organizada na forma $n \times m$, onde os dados de campo magnético são representados por $n\Delta x \times m\Delta y$. Se nós estamos analisando os dados magnético sobre uma malha regular, Δx e Δy são os intervalos da malha nas direções x e y respectivamente. Alternativamente, se nós estamos analisando perfis magnéticos, como as linhas de vôo do aerolevante, então Δx será o intervalo de amostragem ao longo da linha de vôo em rumo $N - S$, por exemplo, enquanto Δy será o intervalo entre as linhas de vôo. Neste caso, $\Delta x \ll \Delta y$.

Vemos na Figura 2.1 e na Figura 2.2 os tipos de matrizes de dados magnéticos utilizados neste trabalho. A notação utilizada para a representação da matriz **A**, é a seguinte

$$\mathbf{A} = \{a_{ij}\} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, m \end{array} \quad (2.1)$$

onde a_{ij} representam os valores da anomalia magnética medida nas posições i , em um determinado perfil j . Como observamos na Figura 2.1, os vetores colunas \mathbf{a}_j são os elementos de **A** em uma determinada linha de vôo j e os vetores linhas \mathbf{a}_i são os elementos de **A** em uma determinada posição i .

2.2 MATRIZES DE COVARIÂNCIA E OS SEUS AUTOVALORES E AUTOVETORES

2.2.1 Matrizes \mathbf{AA}^T e $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$

As matrizes simétricas real semi-positiva definida do tipo \mathbf{AA}^T e $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ são denominadas de matrizes de covariância. Estas matrizes têm uma importância fundamental no teorema da decomposição em valores singulares ou teorema de Lanczos (LANCZOS, 1961), pois os vetores de base e os valores singulares da decomposição estão associados ao problema de autovalor destas matrizes.

A matriz $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$, da forma $(m \times m)$, é obtida pelo produto interno dos perfis magnéticos,

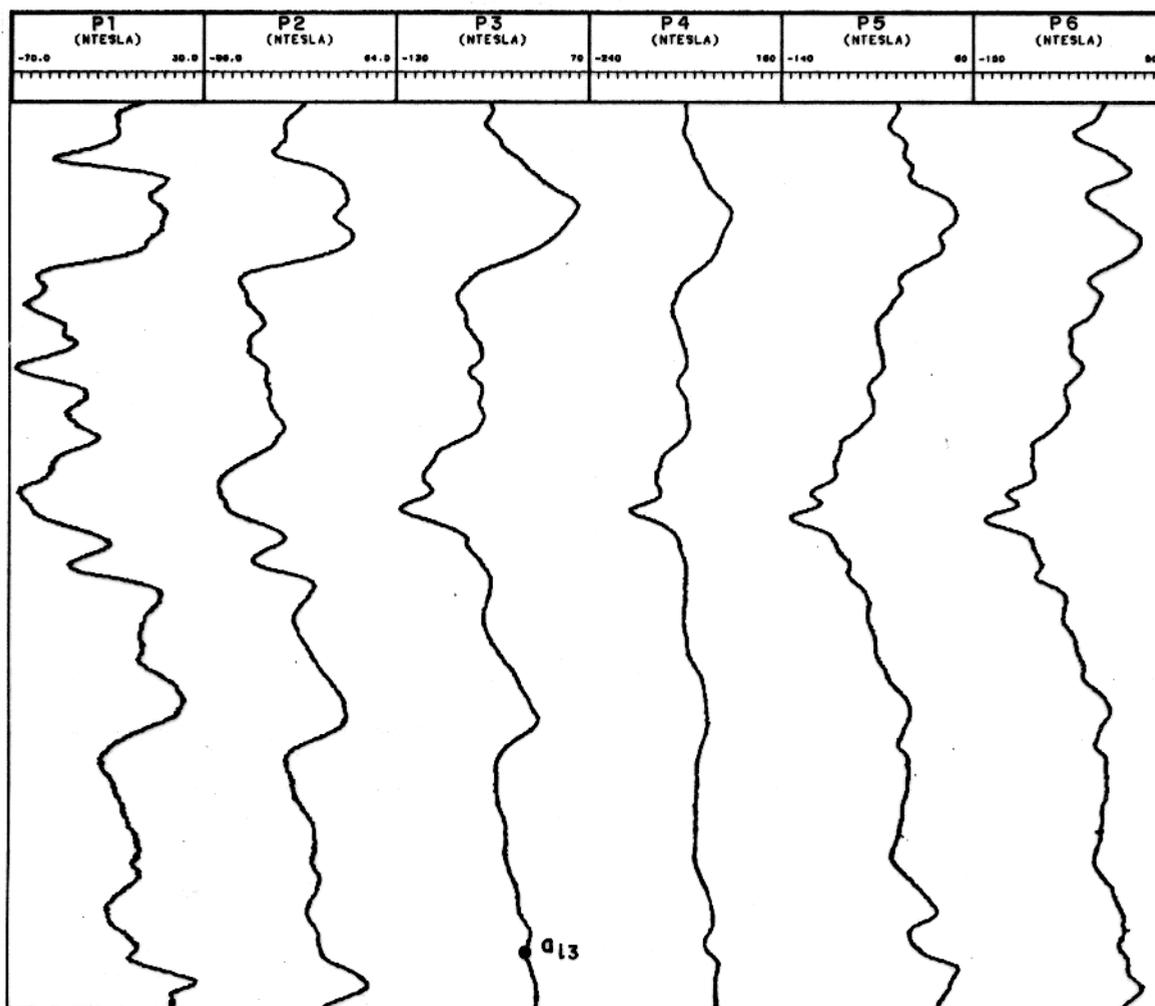


Figura 2.1 - Perfis aeromagnéticos em rumo $N - S$ na direção i postos ao longo da direção j , $O - L$. Podem ser representados como uma matriz $A = \{a_{ij}\}$, onde, por exemplo, o elemento a_{i3} significa a i -ésima amostra ao longo do perfil 3.

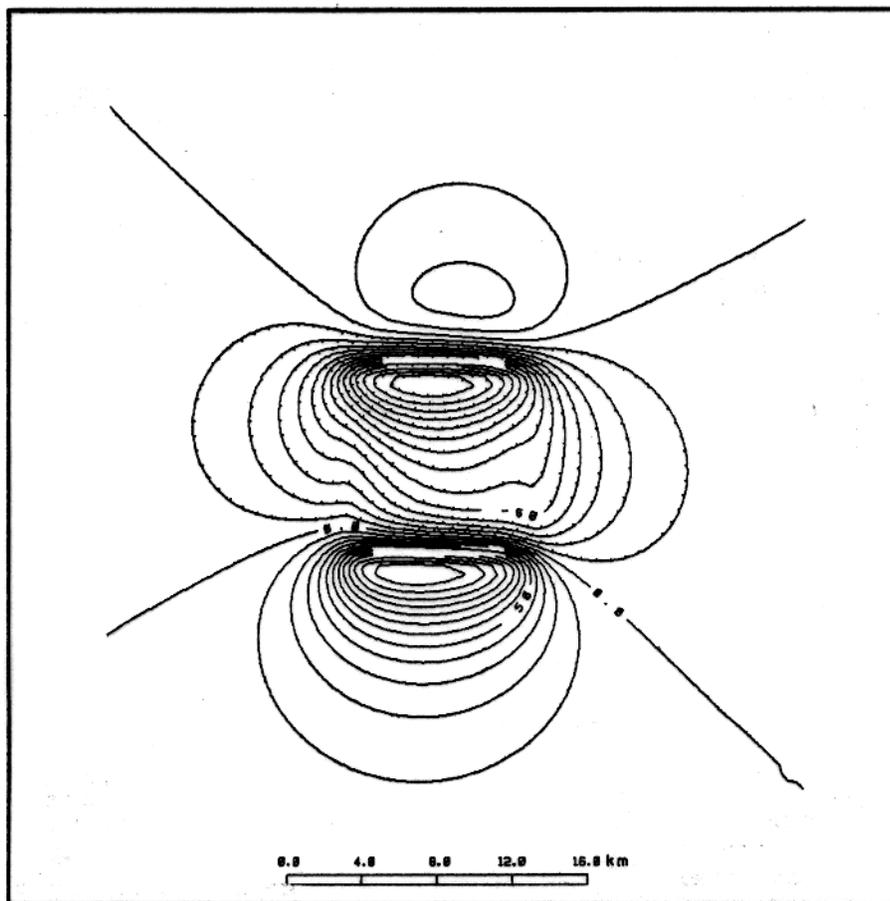


Figura 2.2 - Mapa de contorno de uma malha regular contendo os valores de anomalia magnética. Pode ser representado como uma matriz $A = \{a_{ij}\}$.

como vemos abaixo

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sum_i a_{i,1}^2 & \sum_i a_{i,1} a_{i,2} & \dots & \sum_i a_{i,1} a_{i,m} \\ \sum_i a_{i,2} a_{i,1} & \sum_i a_{i,2}^2 & \dots & \sum_i a_{i,2} a_{i,m} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \sum_i a_{i,m} a_{i,1} & \sum_i a_{i,m} a_{i,2} & \dots & \sum_i a_{i,m}^2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

onde cada elemento (i, j) desta matriz é a projeção do perfil i sobre o perfil j . Em particular, cada elemento da diagonal principal de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ é a energia do perfil correspondente em \mathbf{A} , ou a autocorrelação, e os de fora da diagonal são correlações cruzadas entre os perfis. Assim, a soma dos elementos da diagonal de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ representa o conteúdo total de energia em \mathbf{A} e os elementos de fora da diagonal representam o grau de correlação entre os perfis.

Já a matriz $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$, da forma $(n \times n)$, é formada pelo produto interno entre as linhas de \mathbf{A} que contém os valores de anomalia em uma determinada posição i , como vemos a seguir

$$\mathbf{A} \mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} \sum_j a_{1,j}^2 & \sum_j a_{1,j} a_{2,j} & \dots & \sum_j a_{1,j} a_{n,j} \\ \sum_j a_{2,j} a_{1,j} & \sum_j a_{2,j}^2 & \dots & \sum_j a_{2,j} a_{n,j} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \sum_j a_{n,j} a_{1,j} & \sum_j a_{n,j} a_{2,j} & \dots & \sum_j a_{n,j}^2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

onde, os elementos de $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$ indicam a intensidade e em que posição a correlação existe. Os elementos da diagonal principal indicam a informação em cada posição do espaço enquanto os elementos de fora da diagonal fornecem o grau de correlação entre as duas posições diferentes do espaço.

Do ponto de vista geométrico, de acordo com NOBRE & DANIEL (1977), matrizes do tipo descritas nas equações 2.2 e 2.3, existem associadas a uma forma quadrática. No espaço de dimensão da matriz $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$, a forma quadrática representa um elipsóide de revolução m -dimensional.

2.2.2 Autovalores e Autovetores.

De acordo com LANCZOS, (1961), toda matriz de covariância é caracterizada por seu autovalor e autovetor. Para motivar as definições de autovalor e autovetor, vamos exemplificar

tomando uma simples matriz 2×2 dada da seguinte forma

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

se nós temos os vetores

$$\mathbf{x}_1^t = (1, 1) \quad (2.5)$$

e

$$\mathbf{x}_2^t = (1, -1) \quad (2.6)$$

então é fácil verificar que

$$\mathbf{B}\mathbf{x}_1 = 2\mathbf{x}_1 \quad (2.7)$$

e

$$\mathbf{B}\mathbf{x}_2 = 4\mathbf{x}_2 \quad (2.8)$$

Em outras palavras, a transformação linear \mathbf{B} (BOLDRINI et al., 1980) simplesmente multiplicou o vetor \mathbf{x}_1 por um fator 2 e o vetor \mathbf{x}_2 por um fator de 4. LANCZOS(1954) definiu as equações 2.7 e 2.8 como problema do autovalor de \mathbf{B} e chamou o número 2 de um autovalor ou valor característico de \mathbf{B} correspondente ao autovetor ou eixo principal \mathbf{x}_1 e o número 4 de um autovalor correspondente ao autovetor \mathbf{x}_2 .

Do ponto de vista geométrico de acordo com LANCZOS(1961) os autovalores e autovetores estão intimamente relacionados com as propriedades geométricas das superfícies de segunda ordem, chamadas também de formas quadráticas. Em notação matricial e em coordenadas polares, como exemplo, a forma quadrática de uma matriz de covariância \mathbf{B} torna-se

$$\mathbf{x}^t \mathbf{B} \mathbf{x} = r^2(3 - \sin(2\theta)) = 1 \quad (2.9)$$

onde o vetor $\mathbf{x}^t = (x_1, x_2)$, no espaço bi-dimensional, tem o significado de raio vetor r na qual conecta um ponto arbitrário P na superfície com a origem o , como vemos na Figura 2.3.

Observando a Figura 2.3, vemos que os eixos da elipse podem ou não ser coincidentes com o sistema de coordenadas canônicos. Os autovetores, portanto, são as direções no espaço, cujo vetor posição r é paralelo ao vetor normal n da elipse, por isso são chamados também

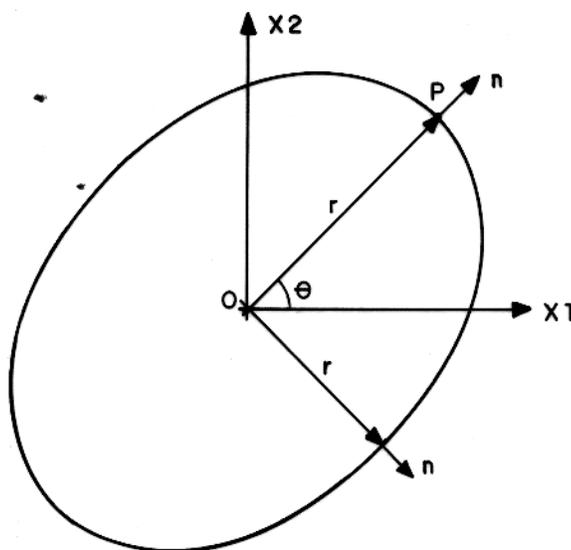


Figura 2.3 - Elipse, forma quadrática da matriz de covariância \mathbf{B} . Sendo \mathbf{n} na figura, o vetor normal à superfície no ponto P .

de eixo principal (LANCZOS, 1956). Tomando agora um ponto P no qual o eixo principal intercepta a superfície como vemos na Figura 2.4, temos pela equação da superfície 2.9 e pela equação do autovalor, respectivamente, que

$$\mathbf{x}^t \mathbf{B} \mathbf{x} = 1 \quad (2.10)$$

$$\mathbf{B} \mathbf{x} = \lambda \mathbf{x} \quad (2.11)$$

multiplicando a equação 2.11 por \mathbf{x}^t e usando 2.10

$$\mathbf{x}^t \mathbf{B} \mathbf{x} = \lambda x^2 = 1 \quad (2.12)$$

temos que

$$x^2 = \frac{1}{\lambda} = x_1^2 + x_2^2 = r^2 \quad (2.13)$$

significando a equação 2.13 que o autovalor λ é o inverso do quadrado da distância de cada eixo da elipse como mostra a Figura 2.4. Assim, um autovalor grande significa que, na direção qualquer de um certo autovetor, a superfície quadrática torna-se próxima do centro. Um autovalor pequeno significa que, na direção qualquer de um certo autovetor, a superfície está longe do centro.

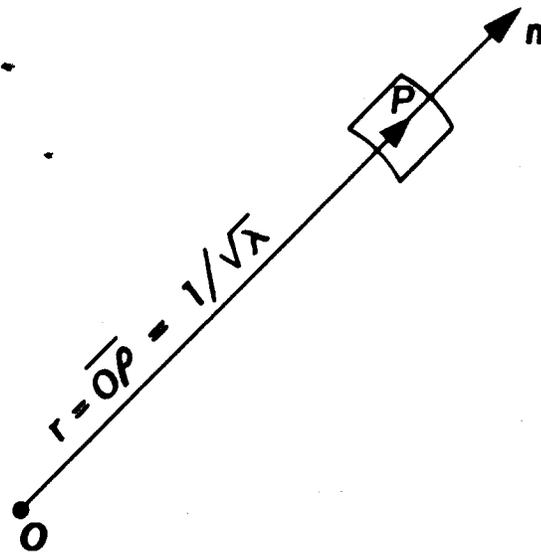


Figura 2.4 - Vetor posição r paralelo ao vetor normal n da elipse.

2.3 TEOREMA DA DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES

De acordo com LANCZOS (1961) e NOBLE & DANIEL (1977), para toda a matriz \mathbf{A} $n \times m$ real do tipo descrita na equação 2.1 com $\text{posto}(\mathbf{A})$ igual a r , existem então números $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$, os valores singulares de \mathbf{A} , uma matriz ortogonal \mathbf{U} $n \times n$, $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n]$ e uma matriz ortogonal \mathbf{V} $m \times m$, $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m]$, onde \mathbf{u} e \mathbf{v} são vetores colunas, tais que são válidas as seguintes relações :

$$\Sigma = \mathbf{U}^T \mathbf{A} \mathbf{V} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^T \quad (2.15)$$

onde Σ é uma matriz $n \times m$ dada por

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

onde \mathbf{D} é uma matriz diagonal $r \times r$ com o i -ésimo elemento da diagonal $d_{ii} = \sigma_i > 0$ para $1 \leq i \leq r$. Além disso, para $1 \leq i \leq r$, $\mathbf{u}_i = \sigma_i^{-1} \mathbf{A} \mathbf{v}_i$ e $\mathbf{v}_i = \sigma_i^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{u}_i$ são autovetores de $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$ e de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$, respectivamente, ambos associados com o autovalor $\sigma_i^2 > 0$; os vetores \mathbf{u}_i para $r+1 \leq i \leq n$ e \mathbf{v}_i para $r+1 \leq i \leq m$ são autovetores de $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$ e $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$, respectivamente, todos associados ao autovalor zero. A demonstração deste teorema pode ser encontrada em STEWART (1973) e outros livros de álgebra linear.

Vemos na expressão 2.15, a forma mais usual de representação da DVS de \mathbf{A} , porém na utilização desta decomposição como um filtro bidimensional de coerência (FREIRE, 1986),

é mais útil que \mathbf{A} seja definida de uma forma equivalente como uma soma de matrizes de posto unitário, ponderadas pelos valores singulares. Ou seja,

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^r \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^t \quad (2.17)$$

onde \mathbf{u}_i é o i -ésimo autovetor de $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$, \mathbf{v}_i é o i -ésimo autovetor de $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ e σ_i é o i -ésimo valor singular de \mathbf{A} .

No cálculo da decomposição em valores singulares de uma matriz \mathbf{A} , o algoritmo utilizado pode ser encontrado em GOLUB & REINSCH (1970). Como foge ao objetivo do trabalho detalhar como o algoritmo funciona, resumidamente escrevemos que o algoritmo primeiro reduz a matriz \mathbf{A} para forma a bidiagonal usando a transformação de Household e então usando o algoritmo QR encontra os valores singulares da matriz bidiagonal. As duas etapas propriamente combinadas produzem a decomposição em valores singulares de \mathbf{A} (PRESS et al., 1989).

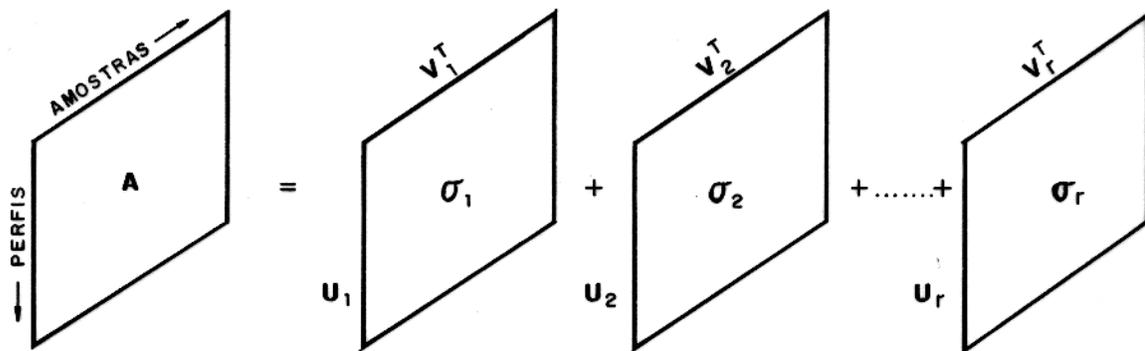
2.4 REPRESENTAÇÃO DE IMAGEM EM BASES ORTOGONAIS

No senso comum, processamento de imagem significa a manipulação de sinais multi-dimensionais (sinais que são funções de diversas variáveis). Exemplos de sinais multi-dimensionais são as imagens de televisão, imagem de raio- X , mapas de radar e sonar (HUANG 1979) e agora seções de dados sísmicos (FREIRE 1986) e mapas de dados de campo magnético.

O propósito de processar estes sinais é diverso. Entretanto, em muitos dos casos, está inserido dentro de uma das quatro categorias: ampliação (melhoramento da qualidade), codificação eficiente (transmissão e armazenamento de imagens), reconhecimento de padrão (exploração geofísica) e gráficos computacionais (holografia).

ANDREWS & HUNT, (1977), denominaram o produto escalar externo, $\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^t$, da equação 2.17, de i -ésima autoimagem \mathbf{I}_i de \mathbf{A} . Cada autoimagem \mathbf{I}_i é uma matriz de posto unitário, do mesmo tipo de \mathbf{A} , computada através do produto interno entre um autovetor do espaço de dimensão n (posição de medida) e o correspondente autovetor do espaço de dimensão m (perfil magnético).

Dessa forma qualquer matriz \mathbf{A} pode ser vista como uma soma de suas autoimagens, ponderadas pelos respectivos valores singulares. Uma representação esquemática desta decomposição encontra-se ilustrada na Figura 2.5. Podemos verificar então que cada autoimagem contribui na construção de \mathbf{A} , mais ou menos, na proporção da magnitude de seu valor singular.



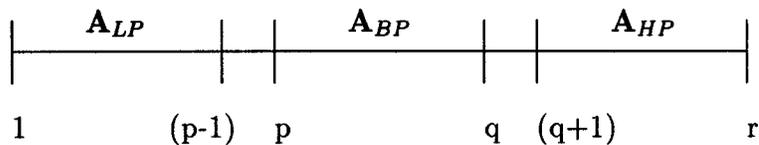
$$A = \sigma_1 U_1 V_1^T + \sigma_2 U_2 V_2^T + \dots + \sigma_r U_r V_r^T$$

$$A = \sum_{i=1}^r \sigma_i U_i V_i^T = \sigma_1 I_1 + \sigma_2 I_2 + \dots + \sigma_r I_r$$

Figura 2.5 - Representação da matriz A em autoimagens através da decomposição em valores singulares. $I_i = u_i v_i^t$. Modificado de HUANG (1979).

2.4.1 Filtros bidimensionais de coerência

Os filtros bidimensionais de coerência, também chamados de filtros *DVS* por FREIRE & ULRICH (1986) foram formulados com base na decomposição em valores singulares. Por analogia com os filtros de frequência, FREIRE (1988) usou a seguinte terminologia e nós a conservamos neste trabalho: filtro *DVS* passa baixa (\mathbf{A}_{LP}), filtro *DVS* passa banda (\mathbf{A}_{BP}) e filtro *DVS* passa alta (\mathbf{A}_{HP}), em função das autoimagens usadas na reconstrução da matriz \mathbf{A} . Conforme esquema abaixo :



O filtro \mathbf{A}_{LP} é definido por um índice de corte superior, $(p - 1)$, a partir do qual, todos os valores singulares são zerados. A saída deste filtro tende a preservar a informação mais correlacionável perfil a perfil magnético, sendo sua expressão dada por :

$$\mathbf{A}_{LP}(p - 1) = \sum_{i=1}^{p-1} \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^t; \quad 1 \leq p - 1 < r \quad (2.18)$$

O filtro *DVS* passa alta tenderá a rejeitar a componente de maior correlação entre os perfis. Caracteriza-se por um índice de corte inferior, $q + 1$, abaixo do qual todos os valores singulares são zerados, ou seja,

$$\mathbf{A}_{HP}(q + 1) = \sum_{i=q+1}^r \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^t; \quad 1 < q + 1 \leq r \quad (2.19)$$

Na definição do filtro *DVS* passa banda combinando as expressões 2.18 e 2.19 é obtido

$$\mathbf{A}_{BP}(p, q) = \sum_{i=p}^q \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^t; \quad 1 \leq p \leq q = r \quad (2.20)$$

que rejeita feições fortemente correlacionáveis e não correlacionáveis.

Como podemos ver, a *DVS* é vista como um filtro bidimensional de coerência, que, a depender da escolha dos parâmetros usados, rejeita ou deixa passar o conteúdo de informação correlacionável de uma matriz de dados.

Temos assim que a quantidade percentual de energia utilizada na reconstrução de \mathbf{A} , dada

pela soma das q primeiras autoimagens e pelo desprezo das $r - q$ autoimagens, é dada por

$$E(q) = \sum_{k=1}^q \sigma_k / E(o) \quad (2.21)$$

onde $E(o)$ é a energia total da matriz, dada pela soma de todos os valores singulares.

A escolha do índice q é feita em alguns casos pela mudança brusca, rápida variação, da curva dos valores singulares, indicando onde termina a informação correlacionável e começa a não correlacionável.

2.5 APLICAÇÕES DA FILTRAGEM DVS ATRAVÉS DAS AUTOIMAGENS

Nesta seção aplicamos a *DVS* em alguns exemplos com dados sintéticos, para compreendermos melhor a potencialidade e limitações da *DVS* como um método de filtragem, usado na separação das informações correlacionáveis (anomalia magnética) e das informações não correlacionáveis (ruídos). Utilizamos o procedimento analítico e o gráfico como exemplos.

Os mapas de contornos das malhas regulares com espaçamento 0.5 km desses exemplos descritos abaixo foram feitos usando um algoritmo baseado em BRIGGS (1974).

2.5.1 Exemplo 1

Este exemplo é muito importante para o nosso trabalho, pois mostraremos através do procedimento analítico de que modo os autovalores estão relacionados fisicamente com os perfis magnéticos e como o deslocamento estático dos perfis magnéticos os afeta.

Consideremos um modelo simples como mostra a Figura 2.6. Nesta figura temos um dique vertical de superfície delgada assumido ter uma orientação *strike* ϕ , com respeito ao eixo x . Seja uma matriz \mathbf{A} constituída de 2 perfis magnéticos iguais que designa o campo magnético anômalo medido ao longo do perfil i nos pontos x , representados por $\Delta T_i(x)$ e $\Delta T_i(x - x')$, onde x' unidades de espaço é o deslocamento estático do segundo perfil. Defini-se a função de correlação $R_{\Delta T}(x')$ (BRACEWELL, 1986), entre os perfis magnéticos, como

$$R_{\Delta T}(x') = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta T(x) \Delta T(x - x') dx \quad (2.22)$$

A matriz de covariância normalizada \mathbf{R} (análoga a $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ no caso discreto) é dada por

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{R_{\Delta T}(x')}{R_{\Delta T}(0)} \\ \frac{R_{\Delta T}(x')}{R_{\Delta T}(0)} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

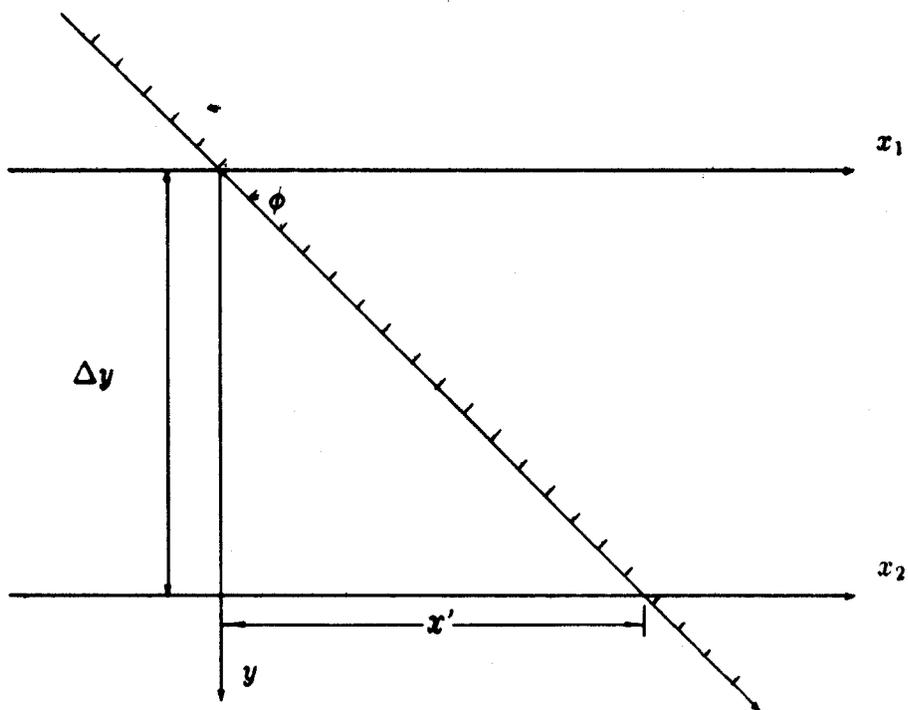


Figura 2.6 - Vista de planta de um dique vertical delgado.

No modelo considerado, $R_{1,1(0)} = R_{2,2(0)}$, e $R_{1,2(x')} = R_{2,1(x')}$. Assim, \mathbf{R} pode ser vista como

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \epsilon \\ \epsilon & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

sendo ϵ , como demonstrado no apêndice A, dado por:

$$\epsilon = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta y}{2z}\right)^2 \cos^2(\phi)} \quad (2.25)$$

Os autovalores de 2.24 são obtidos facilmente e escritos da forma

$$\sigma_{1,2}^2 = 1 \pm \epsilon = 1 \pm \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta y}{2z}\right)^2 \cos^2(\phi)} \quad (2.26)$$

Na equação 2.26, nós podemos ver que, se a profundidade z é relativamente muito maior do que a separação entre as linhas de vôo Δy , ou o ângulo de *strike* ϕ é próximo de 90 graus, $\epsilon \rightarrow 1$, as anomalias são correlacionadas e o posto da matriz é 1, ou seja, o segundo valor singular é desprezível. Fontes magnéticas com profundidades (z) relativamente rasas, a separação da linha de vôo (Δy) e o ângulo de *strike* (ϕ) fora da normal, darão um baixo coeficiente de correlação e a matriz terá posto 2. Na Figura 2.6, pode ser visto que, se o perfil

x_2 é deslocado a uma distância $-\frac{\Delta y}{\tan \phi}$ ao longo do eixo x_2 , então $\epsilon = 1$, tornando o posto da matriz \mathbf{A} igual a 1. Estas observações estão em conformidade com a nossa noção intuitiva sobre correlação perfil a perfil de campo magnético.

2.5.2 Exemplo 2

Neste exemplo mostraremos que em qualquer matriz de posto 1, perfis magnéticos linearmente dependentes, toda a energia da matriz está contida em apenas uma autoimagem.

Considere-se como ilustração uma matriz quadrada \mathbf{A} , constituída de $m = 81$ perfis magnéticos iguais, como mostra o mapa de contorno de \mathbf{A} visto na Figura 2.7. Esta matriz \mathbf{A} foi construída tomando os valores da anomalia de um perfil e repetido-o m vezes nas colunas de \mathbf{A} . Para calcular este perfil, nós usamos um prisma vertical semi-infinito, como mostra a Figura 2.8, com inclinação e declinação do vetor magnetização igual a 17° e 7° , respectivamente, possuindo uma intensidade de magnetização igual a $2A/m$, submetida a um campo geomagnético de 28000 nTesla na mesma direção do vetor magnetização. A profundidade do topo do prisma está a 3.0 km de profundidade e a base está a 4.5 km.

Aplicando a decomposição em valores singulares em \mathbf{A} , Figura 2.7, e observando a curva dos valores singulares normalizados na escala linear, Figura 2.9, verificamos que a matriz \mathbf{A} é de posto unitário, um valor singular, significando que qualquer perfil de \mathbf{A} pode ser escrito como uma combinação linear dos demais.

Assim, usando $p = 2$ na equação 2.18, podemos obter \mathbf{A} como vemos abaixo.

$$\mathbf{A}_{LP}(1) = \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^t \quad (2.27)$$

Portanto, basta o conhecimento da primeira autoimagem e do primeiro valor singular para representarmos \mathbf{A} sem erro, como mostra a Figura 2.10.

Isto, matematicamente, é devido a matriz de covariância $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ ser

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = E \mathbf{Y} \quad (2.28)$$

sendo E a energia dos perfis e \mathbf{Y} a matriz $m \times m$ com todos os elementos iguais a 1. O autovalor não nulo de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ é mE e o autovetor associado é

$$\mathbf{v}_1^t = (1/m, 1/m, \dots, 1/m) \quad (2.29)$$

A igualdade dos elementos do vetor \mathbf{v}_1 indica também uma perfeita correlação entre as colunas de \mathbf{A} .

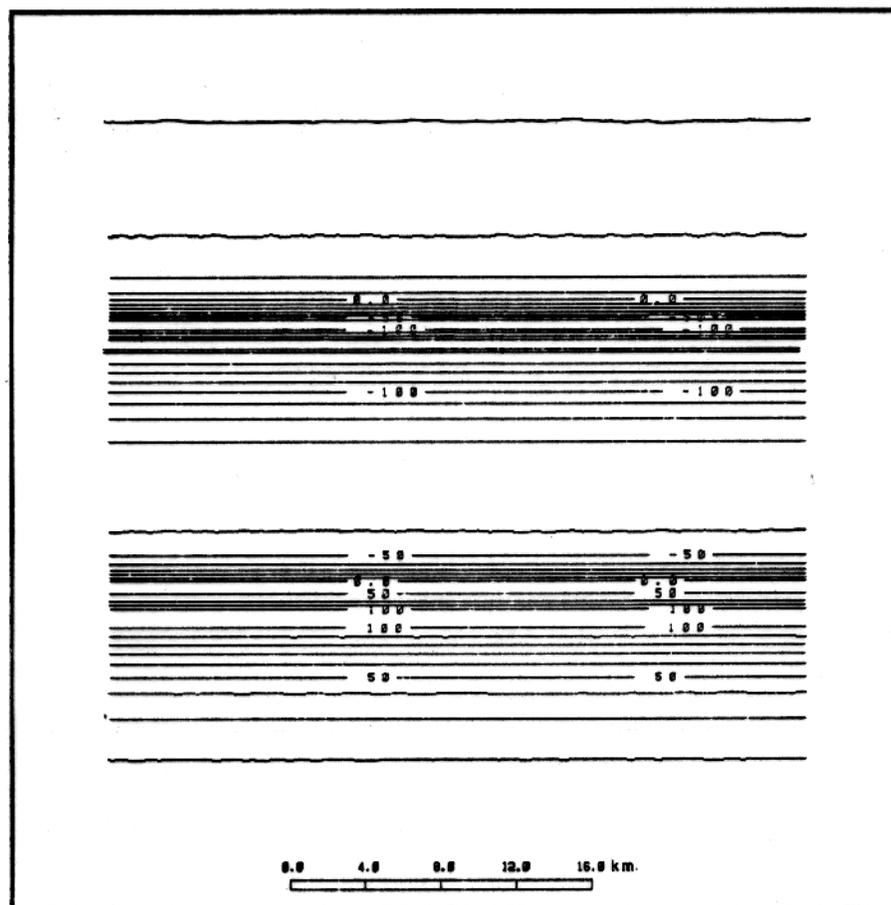


Figura 2.7 - Mapa de contorno da anomalia magnética representativa da matriz **A**, exemplo 2, com intervalo de contorno de 10 nTesla.

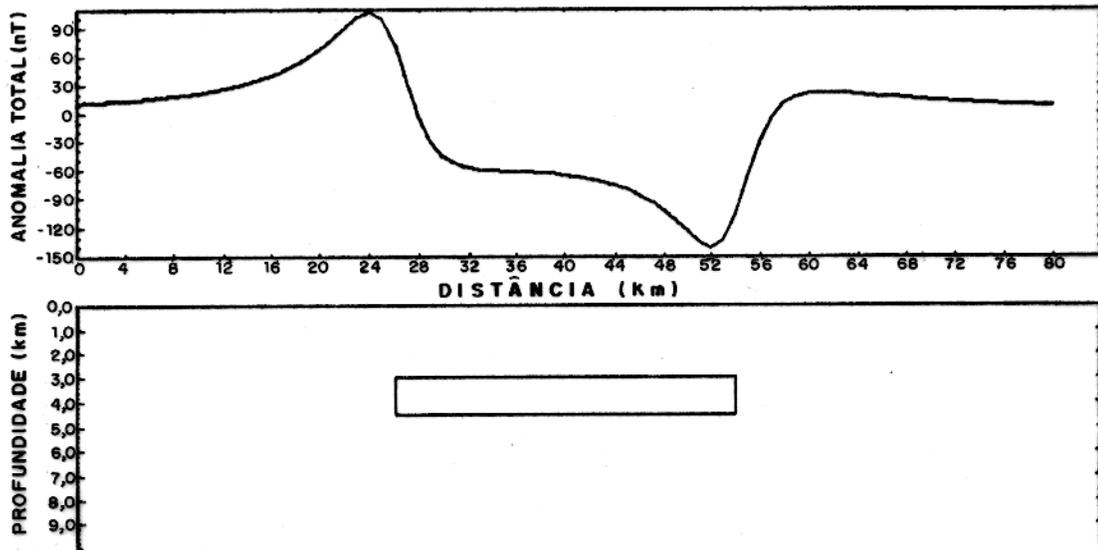


Figura 2.8 - Perfil magnético, calculado pelo método TALWANI (1965), gerado pelo prisma vertical semi-infinito, com inclinação e declinação do vetor magnetização igual a 17° e 7° , respectivamente, susceptibilidade magnética igual a 2 A/m e campo geomagnético igual a 28000 nTesla , na mesma direção do vetor magnetização.

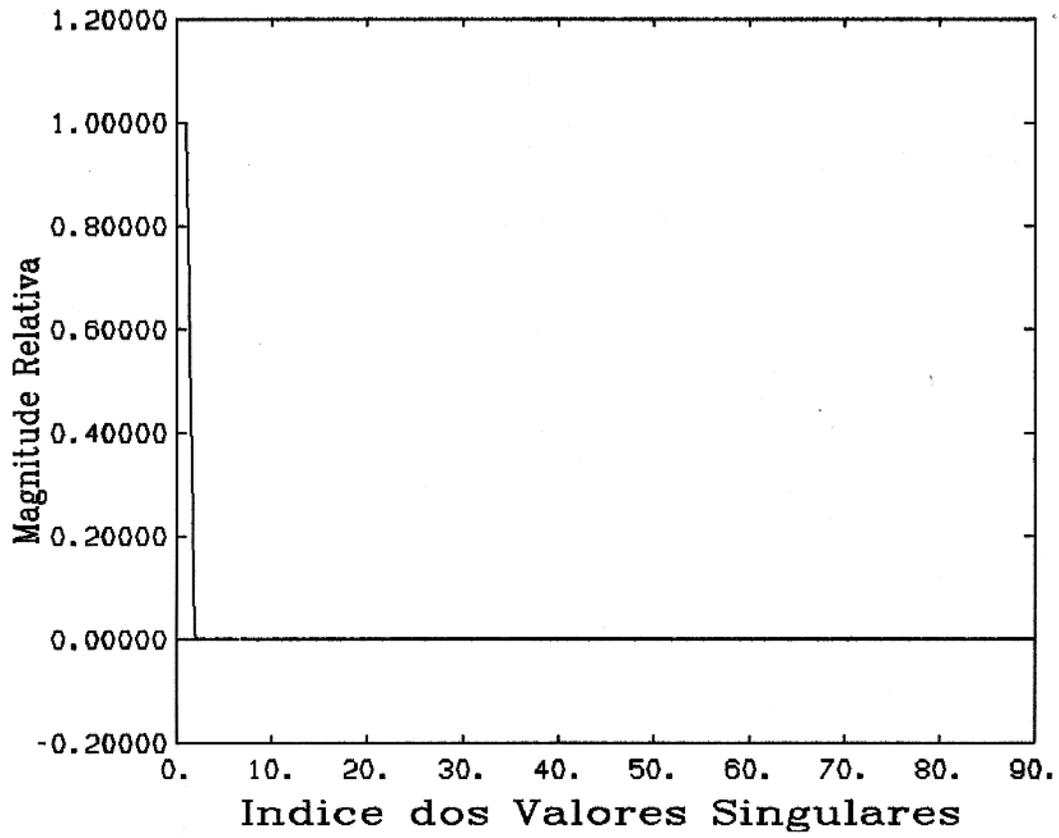


Figura 2.9 - Curva dos valores singulares da matriz A, Figura 2.7, após a aplicação da DVS.

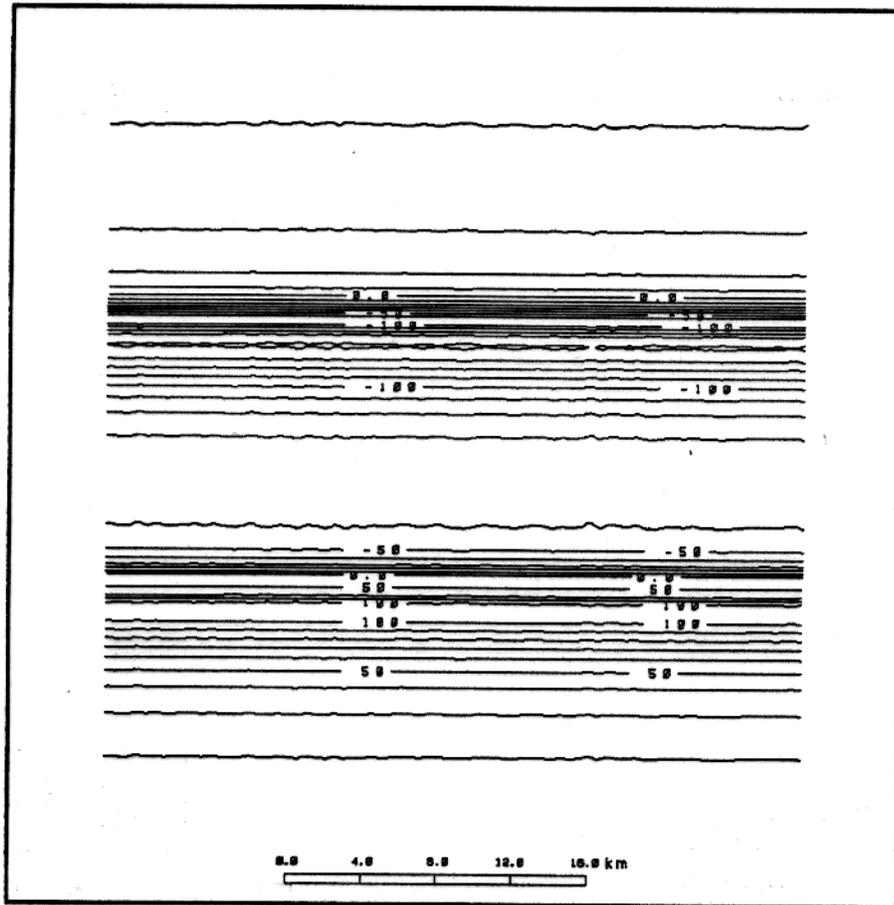


Figura 2.10 - Primeira autoimagem da matriz A, Figura 2.7, com intervalo de contorno de 10 nTesla.

2.5.3 Exemplo 3

Seja \mathbf{A} uma matriz quadrada, de ordem 8, cujos 8 perfis sejam representados por funções de Walsh (RAMOS & O'BRIEN, 1992) como mostra a matriz abaixo.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Assim, devido à ortogonalidade dos perfis (GUBBINS et al., 1971), temos que a matriz \mathbf{A} é de posto completo e igual a $r = 8$. Neste caso os perfis são linearmente independentes entre si. Assim, a matriz de covariância $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ é proporcional à matriz identidade \mathbf{I} .

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \alpha \mathbf{I} \quad (2.31)$$

onde $\alpha = 8$ é o fator de proporcionalidade. Com isto os 8 valores singulares são iguais a $8^{1/2}$ o que mostra que as autoimagens são de igual importância para a reconstrução da matriz \mathbf{A} .

Vamos considerar agora uma situação mais real, isto é, vamos representar a matriz \mathbf{A} , tendo as colunas representadas por realizações de um processo gaussiano de média zero e desvio padrão 2, como vemos no mapa de contorno da Figura 2.11. Estas colunas de \mathbf{A} podem ser consideradas como sendo os valores do ruído aleatório do sistema de medidas. Vemos na Figura 2.12, como exemplo, uma das colunas de \mathbf{A} .

Aplicando a *DVS* em \mathbf{A} , Figura 2.11, vemos na Figura 2.13 e Figura 2.14, que os valores singulares se comportam com um padrão escada, contrariamente ao que foi dito antes. Isto é devido à imperfeita ortogonalidade entre as colunas de \mathbf{A} causadas principalmente por ruídos do computador que nunca são perfeitamente brancos e à variância das m realizações gaussianas que não são exatamente iguais para todos os perfis. Ilustramos na Figura 2.15, a primeira autoimagem calculada com a equação 2.18, com $p = 2$. Notamos que esta autoimagem reteve a componente correlacionável presente em \mathbf{A} , o que deveria mostrar apenas a primeira coluna de \mathbf{A} .

Neste exemplo, vemos que se tivermos uma matriz cujos perfis são não-correlacionáveis (perfis ortogonais entre si), teremos o espalhamento dos valores singulares. Assim, teremos as informações contidas em \mathbf{A} espalhadas em várias autoimagens.

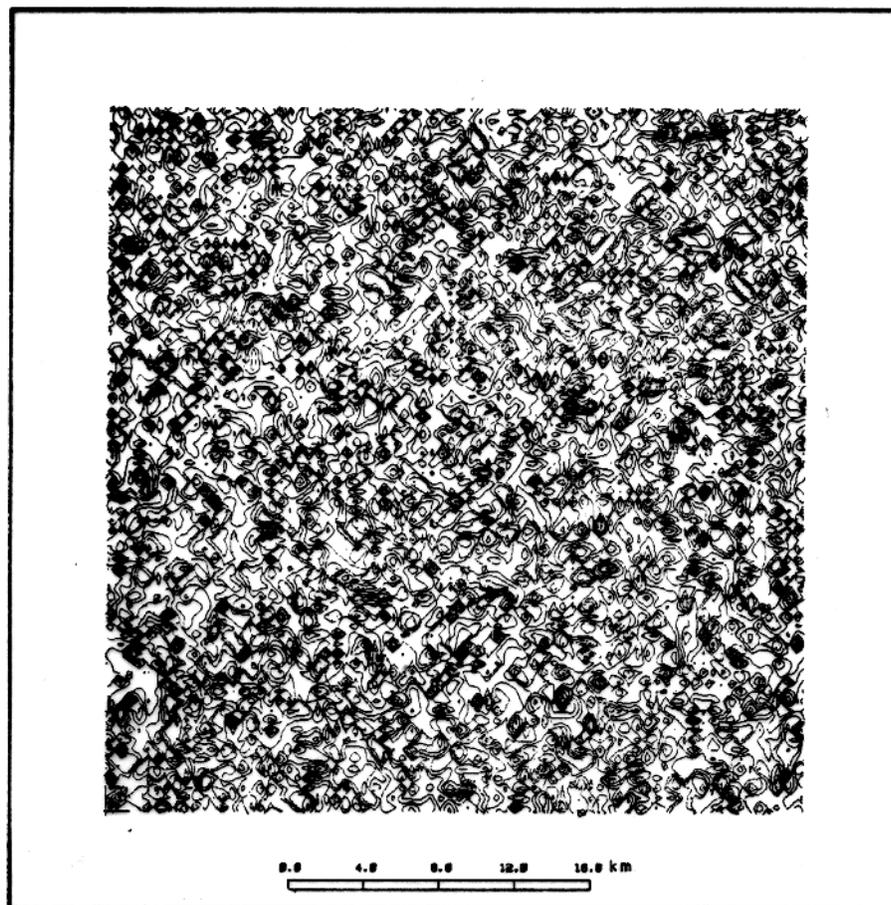


Figura 2.11 - Mapa de contorno da matriz de ruído aleatório A com intervalo de contorno de 1 nTesla.

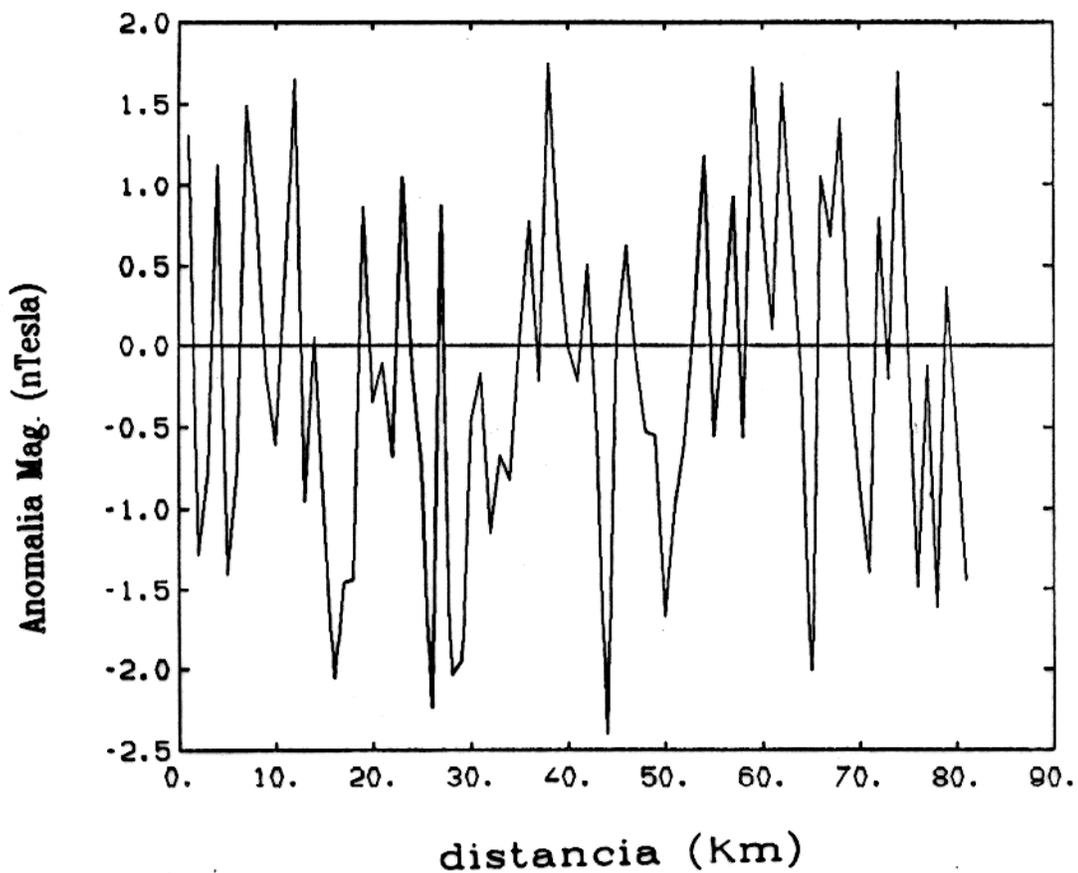


Figura 2.12 - Representação de uma coluna j da matriz A , Figura 2.11, representativa do exemplo 3.

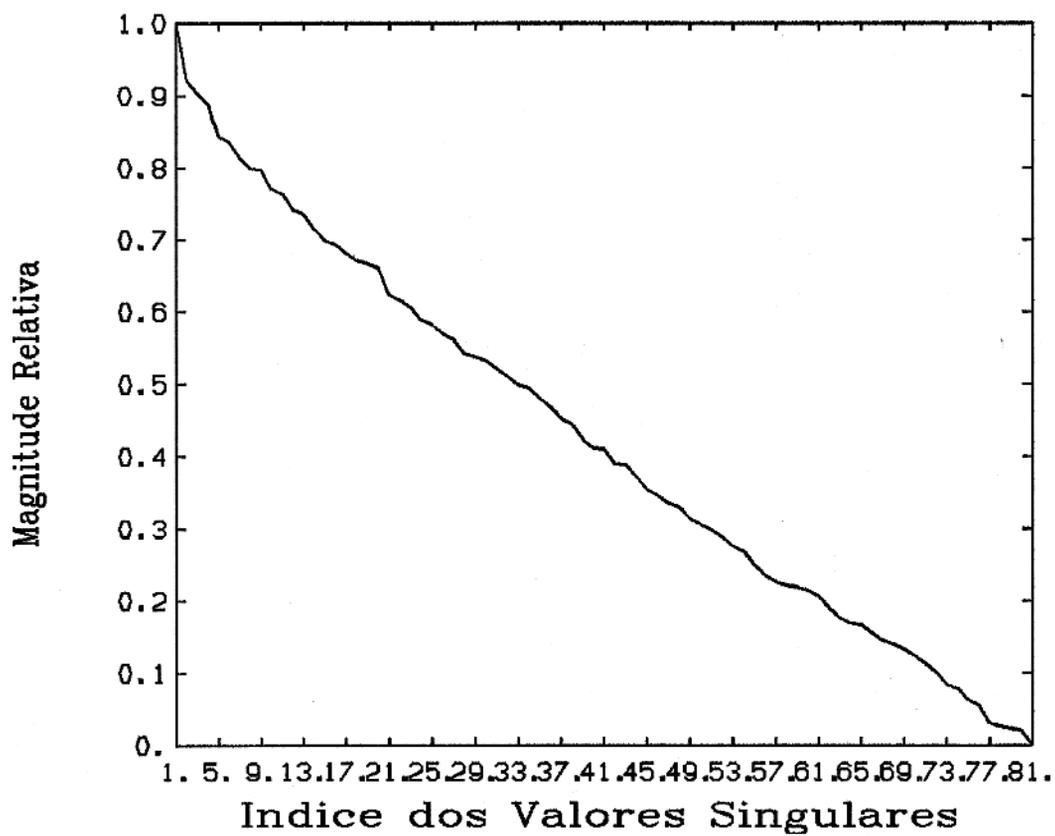


Figura 2.13 - Curva dos valores singulares da matriz de ruído aleatório **A**, após à aplicação da DVS, na escala linear.

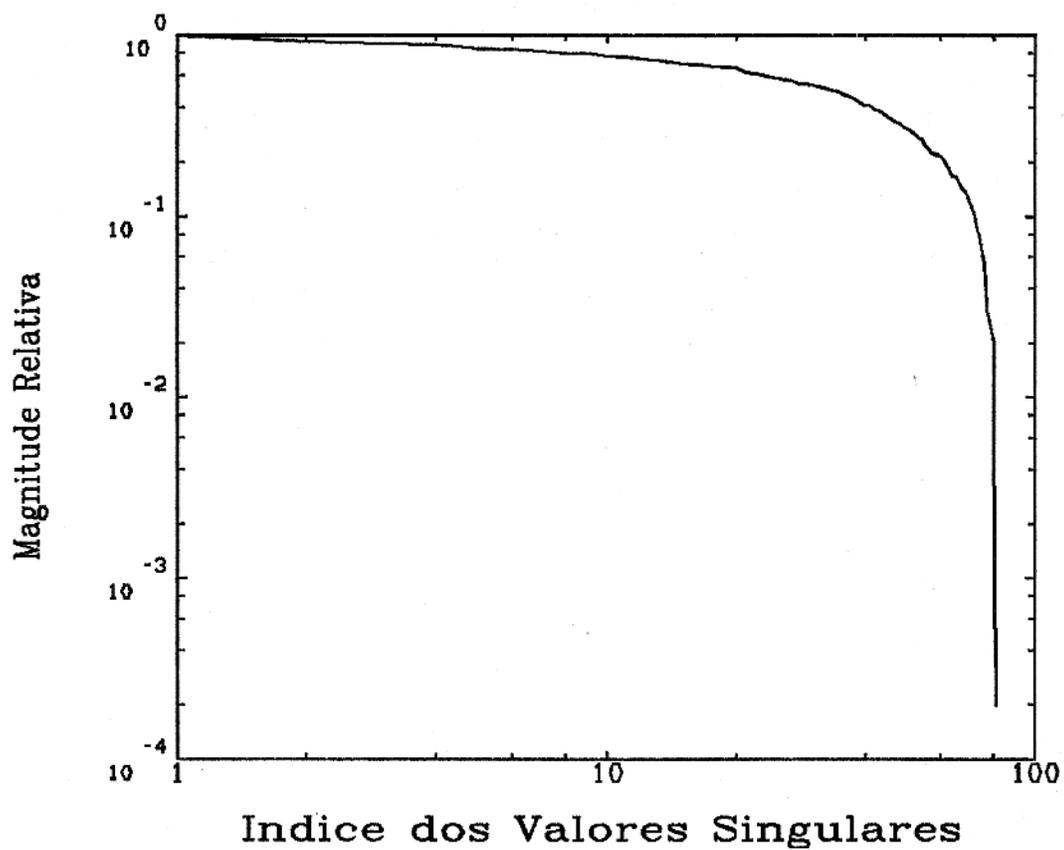


Figura 2.14 - Curva dos valores singulares da matriz de ruído aleatório A , após a aplicação da DVS, na escala logarítmica.

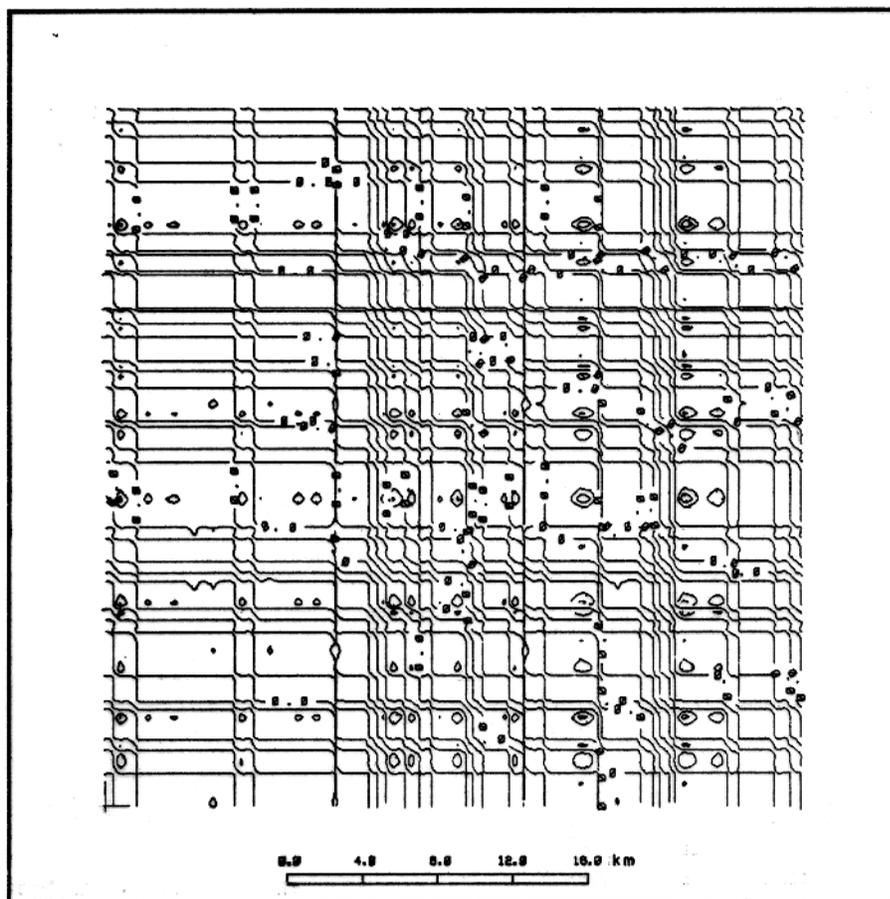


Figura 2.15 - Primeira autoimagem da matriz de ruído aleatório A com intervalo de contorno de 1 nTesla.

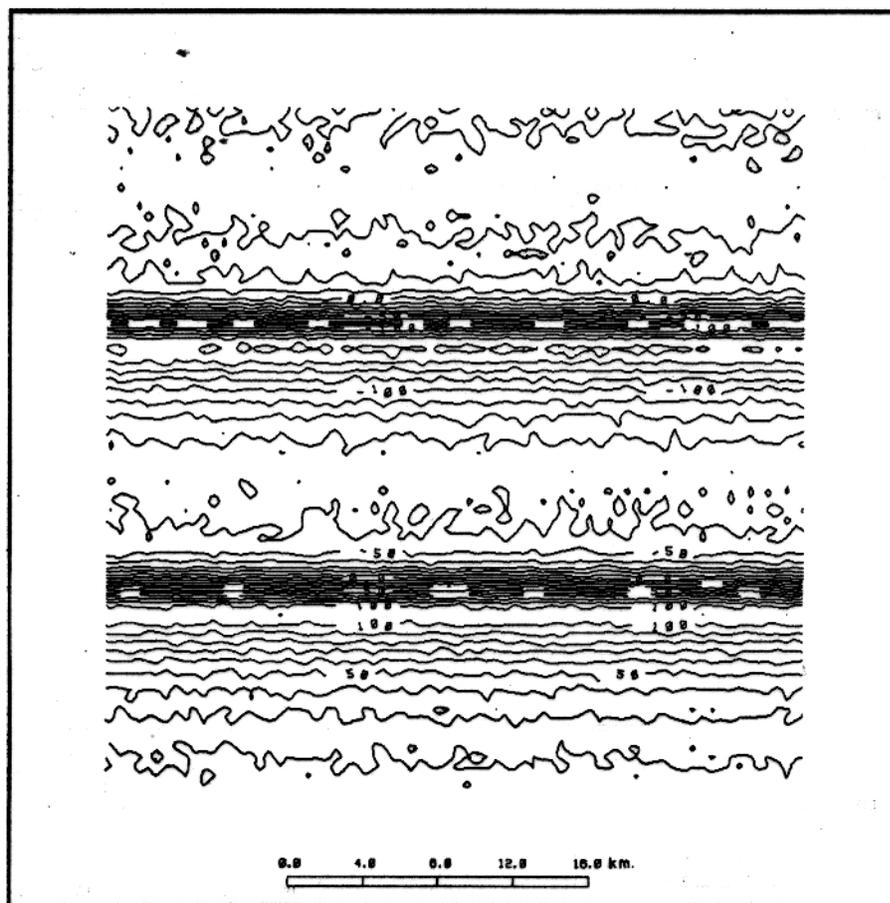


Figura 2.16 - Mapa de contorno da anomalia magnética representativa da matriz **A**, exemplo 4, com intervalo de contorno de 10 nTesla.

2.5.4 Exemplo 4

Com base nas conclusões dos exemplos 1,2 e 3, aplicamos a decomposição em valores singulares na matriz **A**, vista na Figura 2.16, como sendo a soma da matriz **B**, vista na Figura 2.7 do exemplo 2, com a matriz de ruído **R**, vista na Figura 2.11 do exemplo 3.

Assim temos,

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} + \mathbf{R} \quad (2.32)$$

Supondo que cada perfil da matriz **B** tenha energia E e assumindo uma perfeita ortogonalidade do ruído da matriz **R**, temos as matrizes de covariância dos perfis e do ruído respectivamente iguais a

$$\mathbf{B}^T \mathbf{B} = E \mathbf{Y} \quad (2.33)$$

$$\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \alpha \mathbf{I} \quad (2.34)$$

onde α é a variância do ruído, \mathbf{Y} é a matriz unidade na qual todos os elementos são iguais a 1 e \mathbf{I} é a matriz identidade. Assim a matriz de covariância de \mathbf{A} torna-se igual a

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{B}^T \mathbf{B} + \mathbf{R}^T \mathbf{R} + \mathbf{B}^T \mathbf{R} + \mathbf{R}^T \mathbf{B} \quad (2.35)$$

Como o ruído e o sinal são descorrelacionados, a equação acima torna-se

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{B}^T \mathbf{B} + \mathbf{R}^T \mathbf{R}. \quad (2.36)$$

Colocando $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ como um problema de autovalor e autovetor, ou seja, pós-multiplicando por um vetor \mathbf{v} a equação acima, temos

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{v} = \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{v} + \mathbf{R}^T \mathbf{R} \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v} \quad (2.37)$$

De acordo com o exemplo 2 temos para $\mathbf{B}^T \mathbf{B}$ apenas um autovalor igual a mE e como no exemplo 3, temos para $\mathbf{R}^T \mathbf{R}$ todos os autovalores iguais a α , portanto

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{v} = (mE + \alpha) \mathbf{v}. \quad (2.38)$$

Assim, os autovetores de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ e $\mathbf{B}^T \mathbf{B}$ são iguais e os autovalores diferem de α . Como apenas um autovalor de $\mathbf{B}^T \mathbf{B}$ é não nulo, e igual a mE , o primeiro autovalor de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ é $mE + \alpha$ e o restante é igual a mE , conforme atestamos na curva dos valores singulares de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ ilustrada na Figura 2.17 e Figura 2.18 nas escalas linear e logarítmica. Vemos então, nestas figuras, que há uma mudança brusca na variação da curva no valor singular 2, indicando que para obtermos a separação do sinal correlacionável (anomalia magnética) do não correlacionável (ruído), devemos utilizar o filtro passa baixa \mathbf{A}_{LP} com $p = 2$, pois, o sinal estará totalmente contido na primeira autoimagem e o ruído espalhado nas autoimagens restantes. Veja-se também na Figura 2.18 que os valores singulares a partir de 2 são praticamente todos iguais, característico do comportamento de valores singulares da matriz contendo ruído, ou seja, colunas ortogonais entre si.

Comparando, então, na Figura 2.19, a primeira autoimagem de \mathbf{A} , com a Figura 2.7 do exemplo 2, vemos que o ruído foi quase totalmente eliminado e o sinal desejado preservado.

Verificamos neste exemplo que a *DVS*, como um método de filtragem consegue separar as informações correlacionáveis (sinal) e não correlacionáveis (ruído).

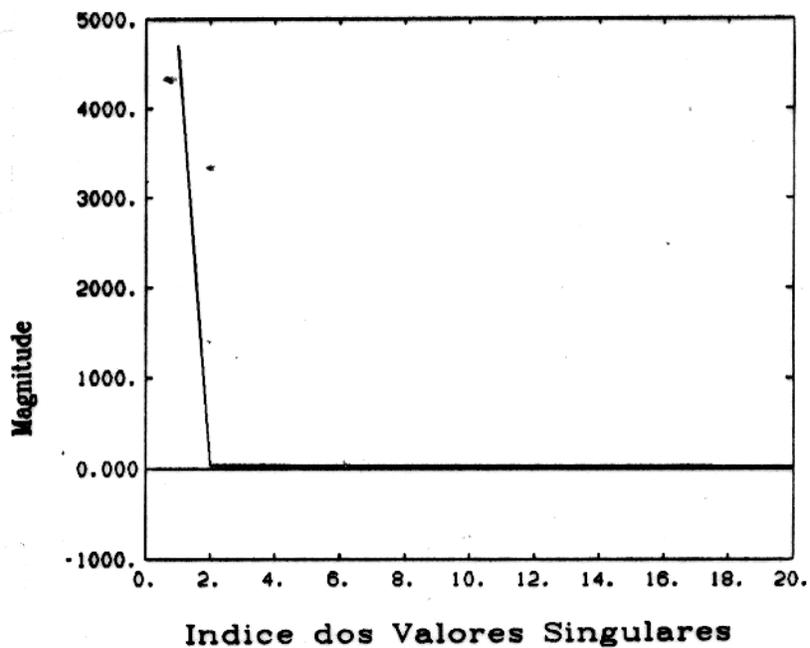


Figura 2.17 - Curva dos valores singulares da matriz A , representativa do exemplo 4, na escala linear.

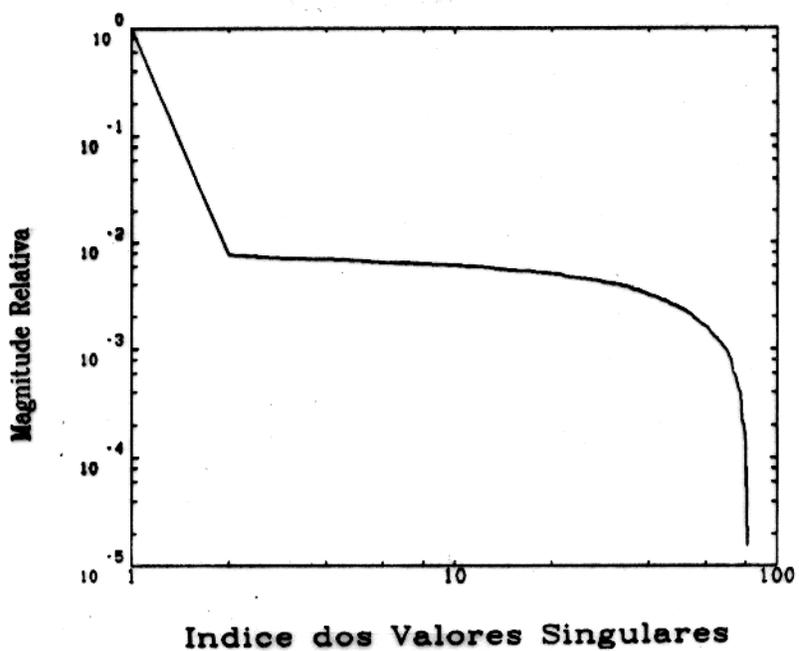


Figura 2.18 - Curva dos valores singulares da matriz A , representativa do exemplo 4, na escala logarítmica.

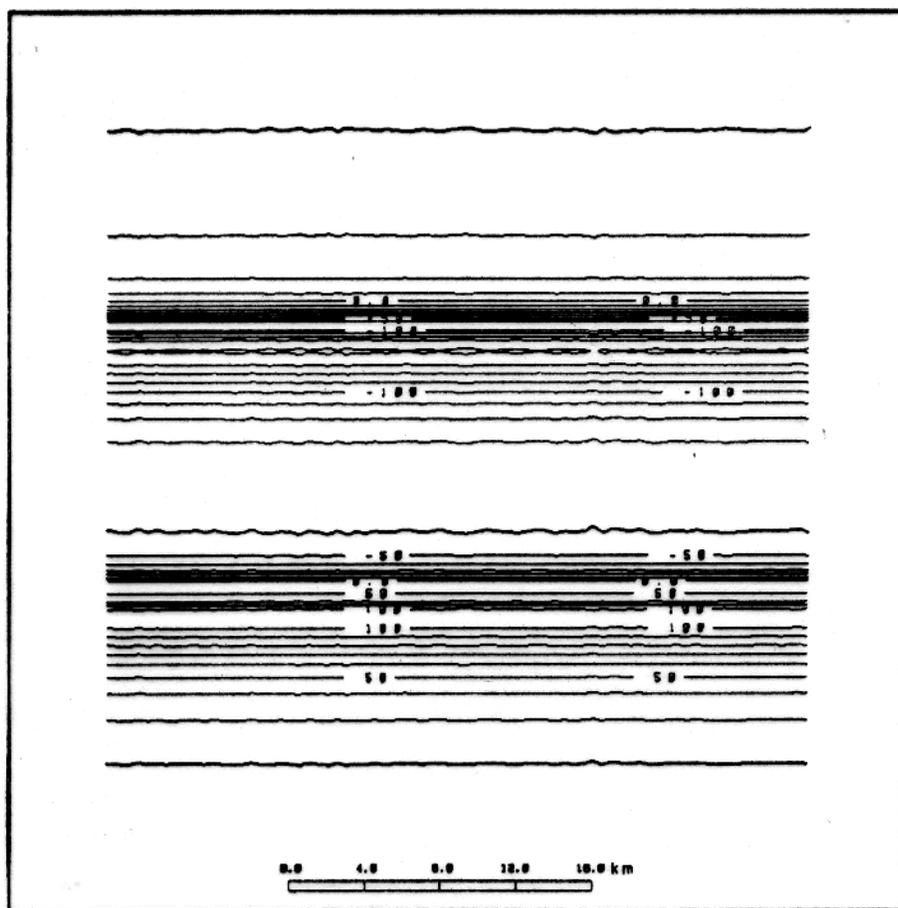


Figura 2.19 - Primeira autoimagem da matriz A, Figura 2.16, com intervalo de contorno de 10 nTesla.

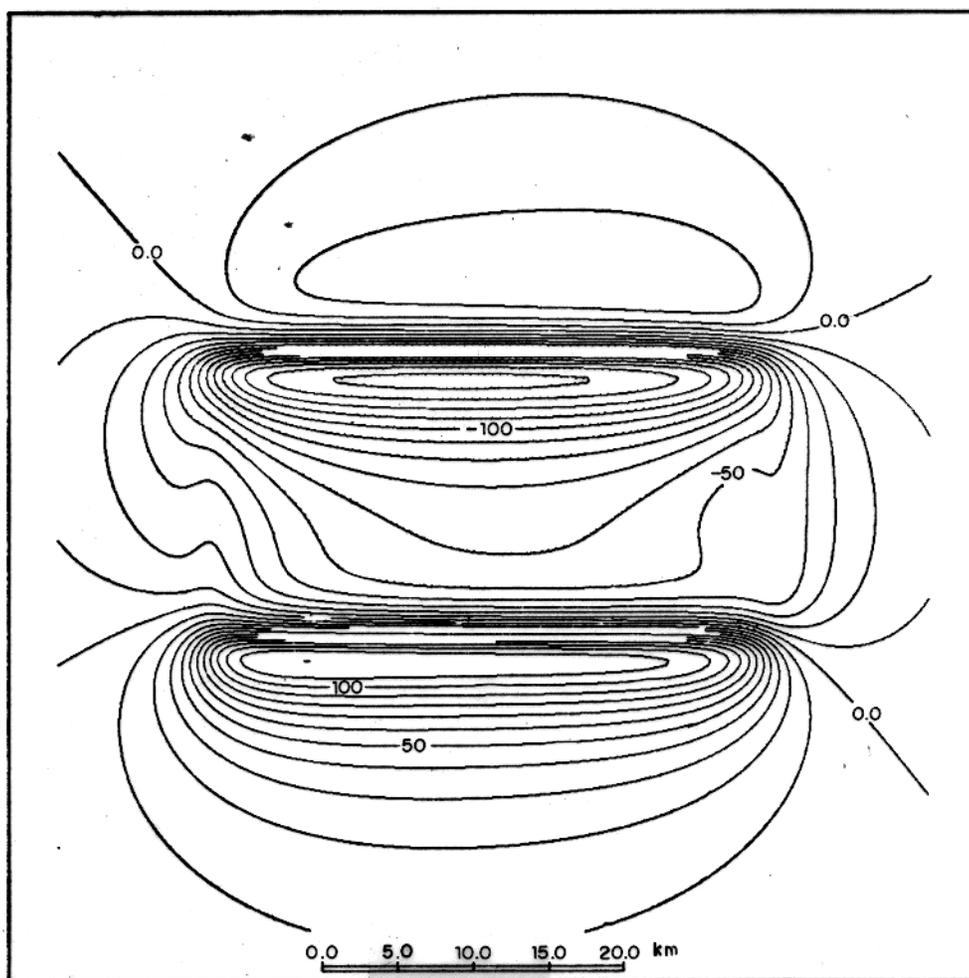


Figura 2.20 - Mapa de contorno da anomalia magnética representativa da matriz **A**, exemplo 5, com intervalo de contorno de 10 nTesla.

2.5.5 Exemplo 5

Considere-se agora a matriz **A** que contém os valores da anomalia sobre uma malha regular, como vemos na Figura 2.20. Esta anomalia foi gerada por um prisma vertical $3 - D$, com inclinação do vetor magnetização de 17° e declinação de 7° possuindo uma susceptibilidade de 0.004 UCGS . Este prisma foi submetido a um campo geomagnético de 28000 nTesla na mesma direção do vetor magnetização. A profundidade do topo e da base estão a 3.0 km e 6.5 km respectivamente, e sua largura é de $60 \text{ km} \times 30 \text{ km}$ de extensão nas direções $O-L$ e $N-S$, respectivamente. Esta anomalia foi gerada baseada no algoritmo de BHATTACHARYYA (1964).

Após aplicação da *DVS*, ilustramos na Figura 2.21, a curva dos valores singulares na escala logarítmica. Vemos na Figura 2.21 que existe uma mudança na deriva (tendência linear) da curva em torno do valor singular 6, indicada na curva por uma reta. Esta mudança na deriva da curva é um indicativo da separação das informações correlacionáveis e não

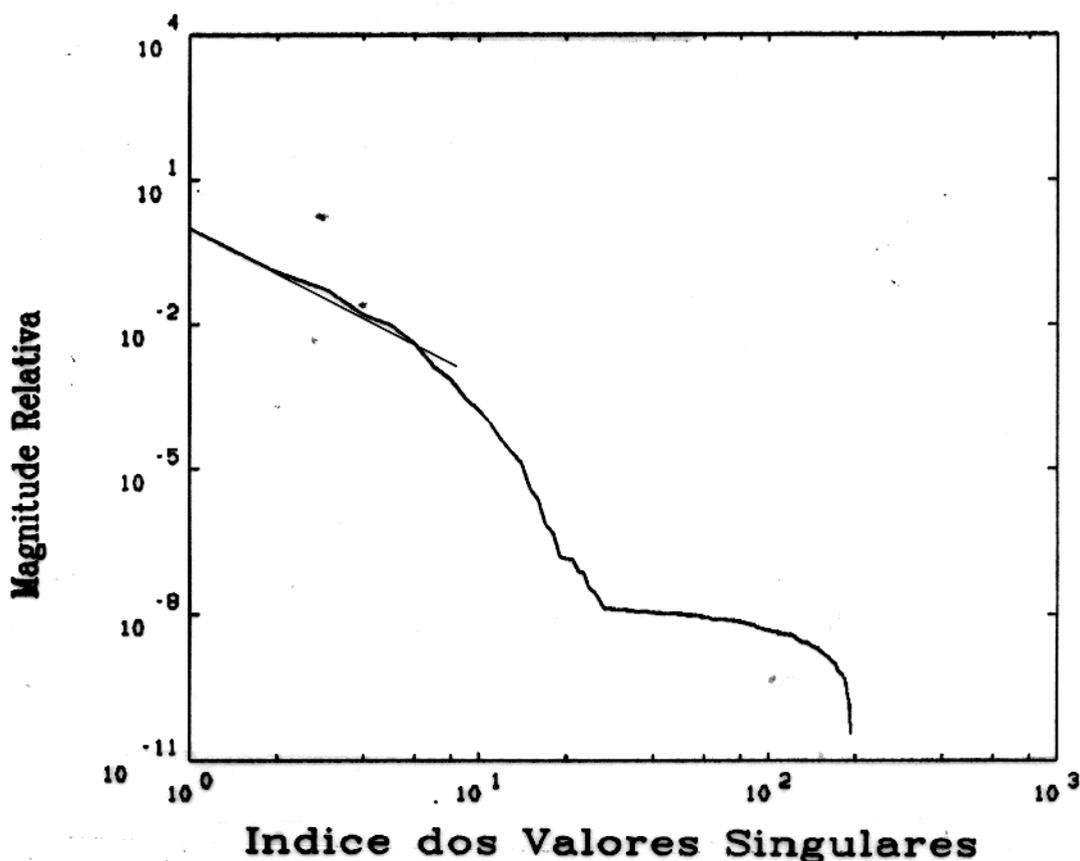


Figura 2.21 - Curva dos valores singulares da matriz **A**, Figura 2.20, na escala logarítmica. A reta ilustrada na curva terminando no valor singular 6 indica o ponto no qual praticamente termina a energia correlacionável e onde começa a não correlacionável.

correlacionáveis contidas nas autoimagens.

Com isto, somando as 5 primeiras autoimagens, obtemos a totalidade da energia correlacionável de **A**.

Observando, então, na Figura 2.22 e Figura 2.23, a primeira e a segunda autoimagem, respectivamente, vemos que a primeira autoimagem, Figura 2.22, reteve praticamente toda a informação correlacionável relativa à face da soleira paralela ao eixo $O - L$, enquanto a segunda autoimagem, Figura 2.23, concentrou a menor parcela correlacionável relativa à face paralela ao eixo $N - S$.

Portanto, com o filtro A_{LP} para $p = 6$, temos uma boa reconstituição de **A**, Figura 2.20, o que verificamos na Figura 2.24. A quantidade percentual de energia fortemente correlacionada contida nesta Figura 2.24, calculada na equação 2.21 para $q = 5$, é de 99.4% de toda a energia de **A**, Figura 2.20. Como ilustração, vemos na Figura 2.25, o resíduo entre a Figura 2.20 e a Figura 2.24. Vemos nos cantos do prisma altas frequências não correlacionáveis devido à grande descontinuidade.

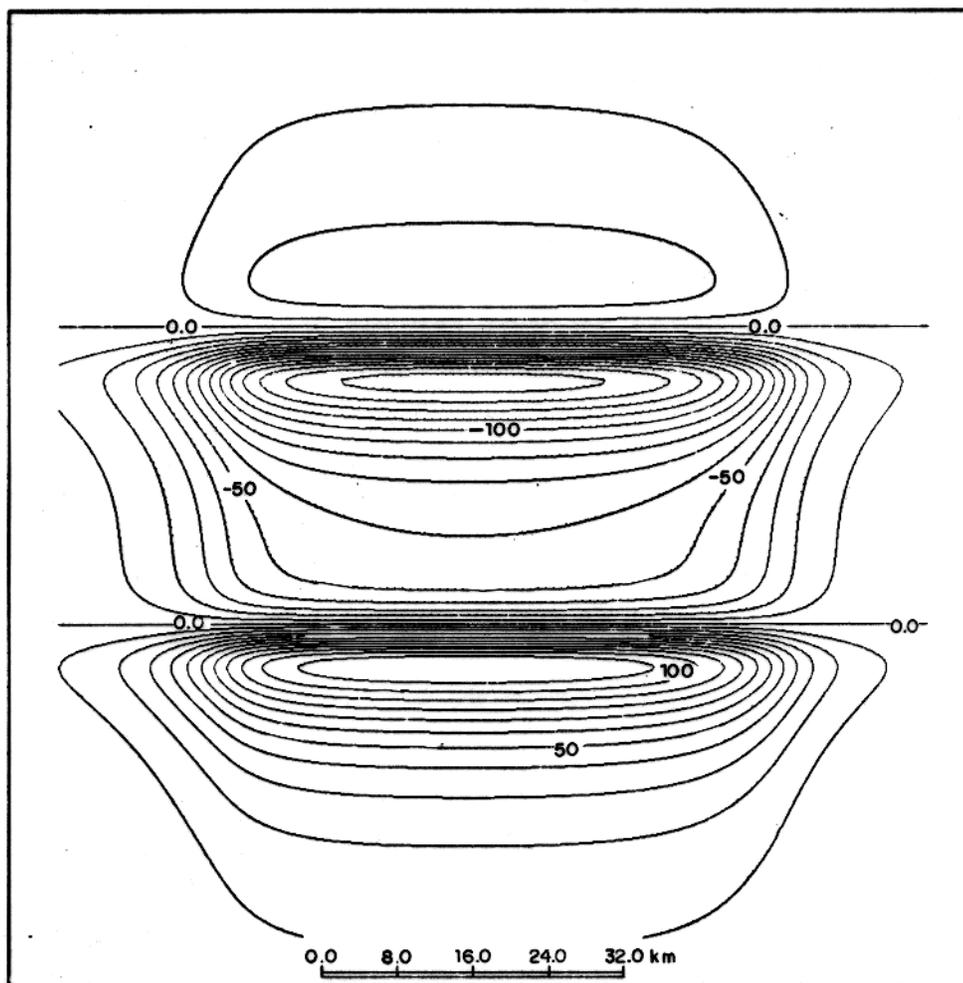


Figura 2.22 - Primeira autoimagem da matriz **A**, Figura 2.20, retendo a informação correlacionável relativa à face da soleira paralela ao eixo $O - L$, com intervalo de contorno de 10 nTesla.

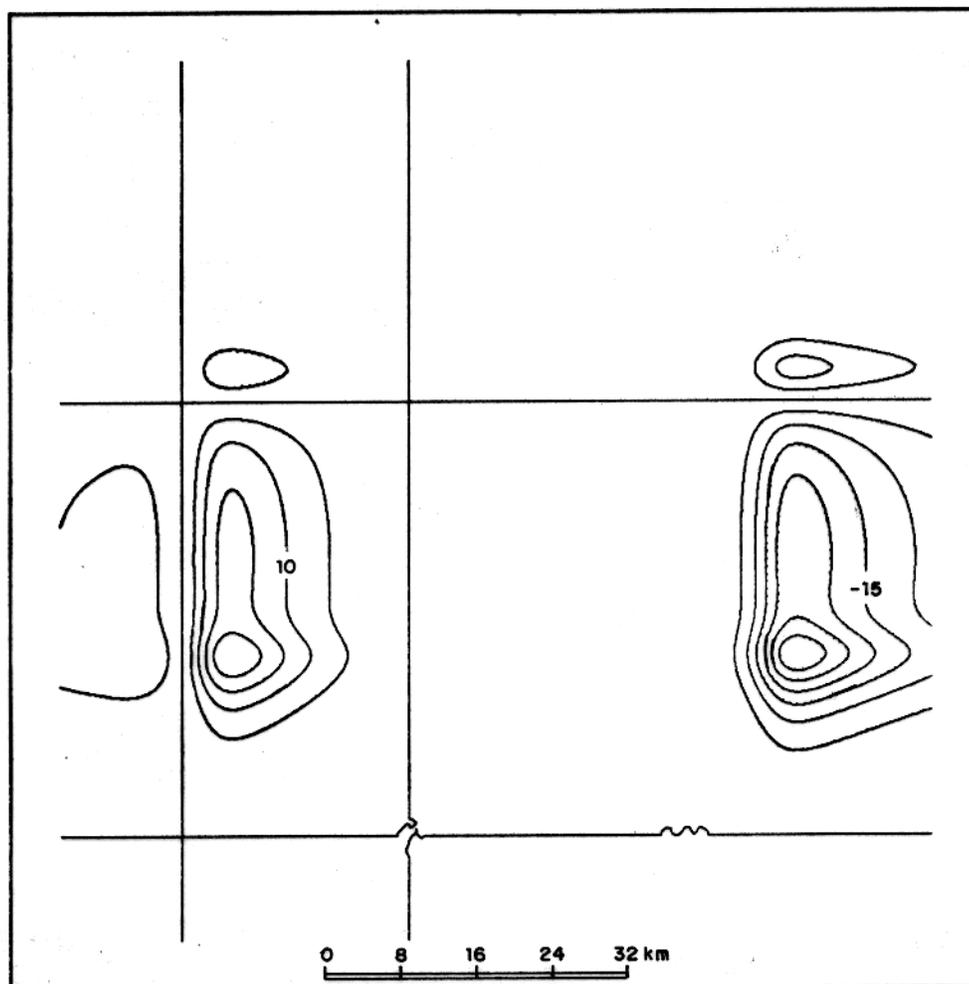


Figura 2.23 - Segunda autoimagem da matriz **A**, Figura 2.20, retendo a menor parcela correlacionável relativa à face paralela ao eixo *N - S*, com intervalo de contorno de 5 nTesla.

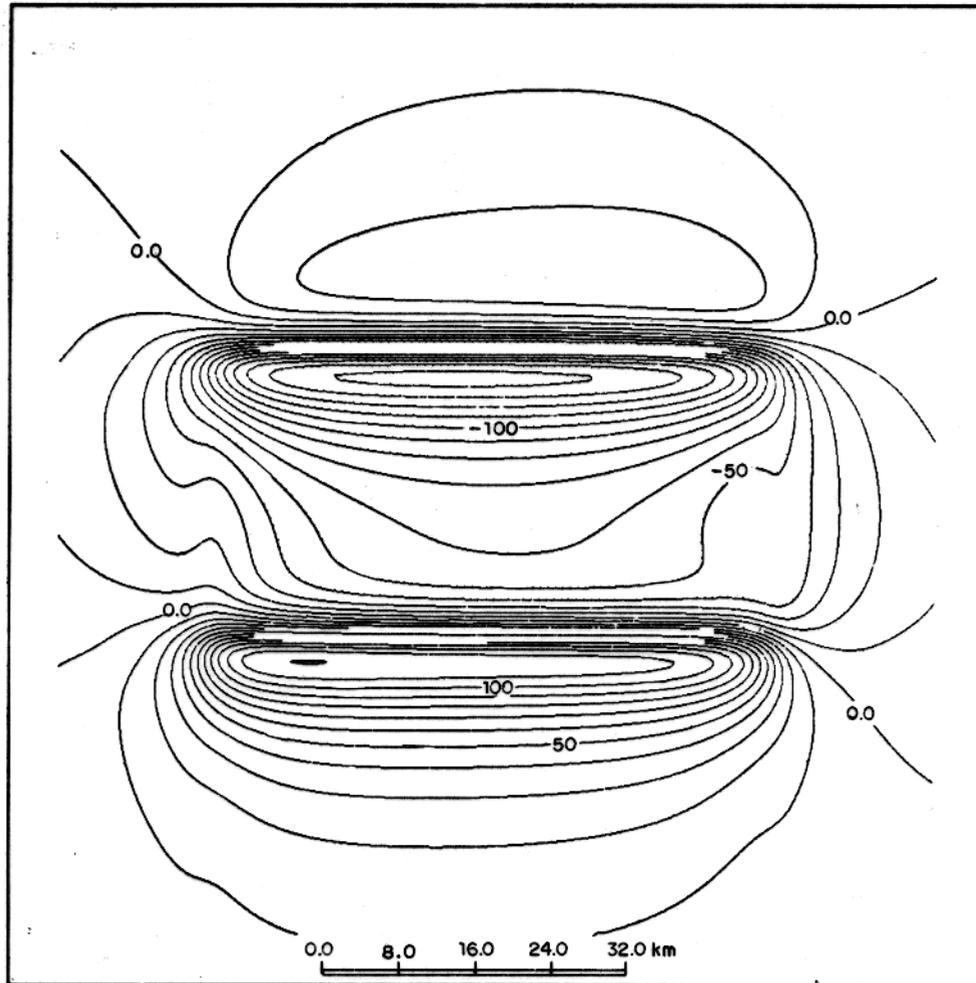


Figura 2.24 - Soma parcial das cinco primeiras autoimagens da matriz **A**; Figura 2.20, contendo 99.4% de energia com intervalo de contorno de 10 nTesla.

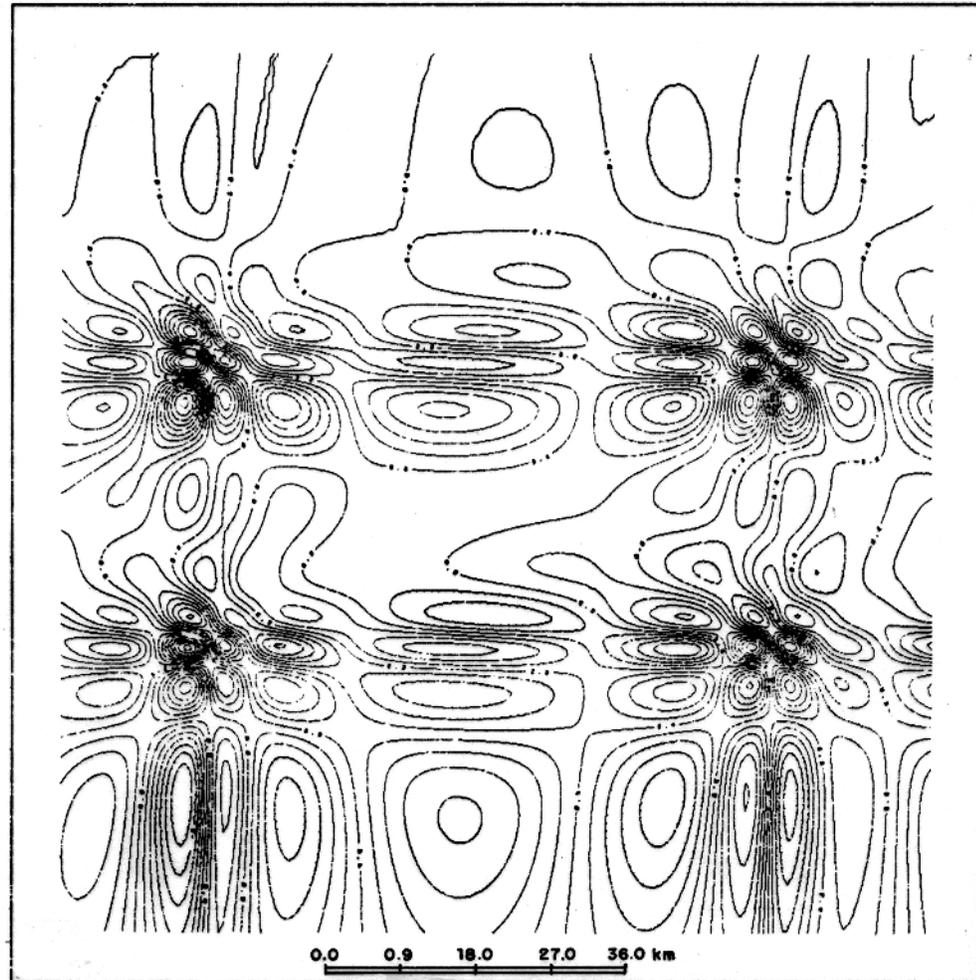


Figura 2.25 - Resíduo entre a matriz **A**, Figura 2.20, e a matriz dada pela soma parcial das cinco primeiras autoimagens, Figura 2.24. Intervalo de contorno de 0.1 nTesla.

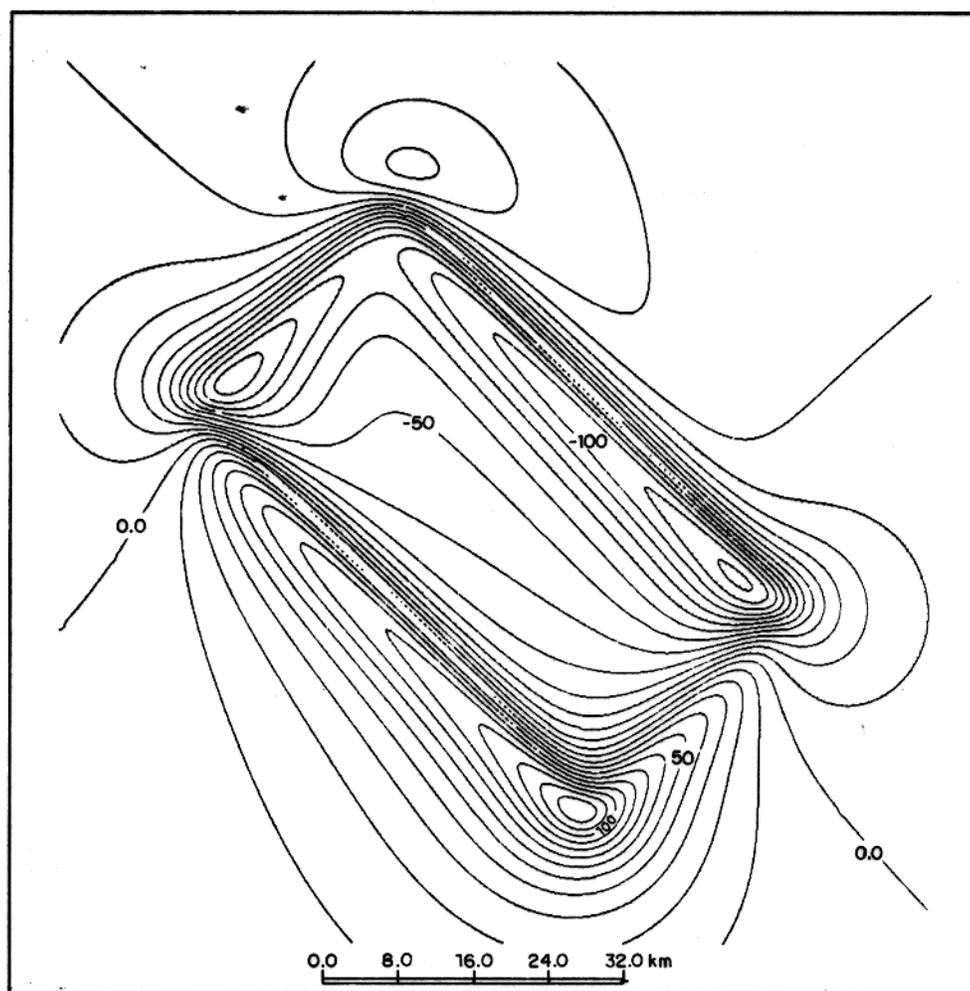


Figura 2.26 - Mapa de contorno da anomalia magnética representativa da matriz **A**, exemplo 6, tendo intervalo de contorno de 10 nTesla. Prisma do exemplo 5 apresentando uma rotação de 45° .

2.5.6 Exemplo 6

Neste exemplo, vemos na Figura 2.26, a anomalia magnética gerada pelo mesmo prisma utilizado no exemplo 5, só que o prisma está rotacionado de 45° .

A decomposição em valores singulares da matriz **A** (Figura 2.26) é ilustrada na Figura 2.27, ou seja, a curva dos valores singulares em escala logarítmica. Vemos um espalhamento da informação em várias autoimagens, verificada com o crescimento da magnitude relativa dos valores singulares comparadas com a curva dos valores singulares mostrada na Figura 2.21 do exemplo 5 (Figura 2.28). Este fato é esperado, pois os perfis (colunas) da matriz **A**, Figura 2.26, apresentam um certo grau de ortogonalidade maior do que as colunas da matriz **A**, Figura 2.20 do exemplo 5. Portanto, para reconstruir a matriz **A** da Figura 2.26, devemos

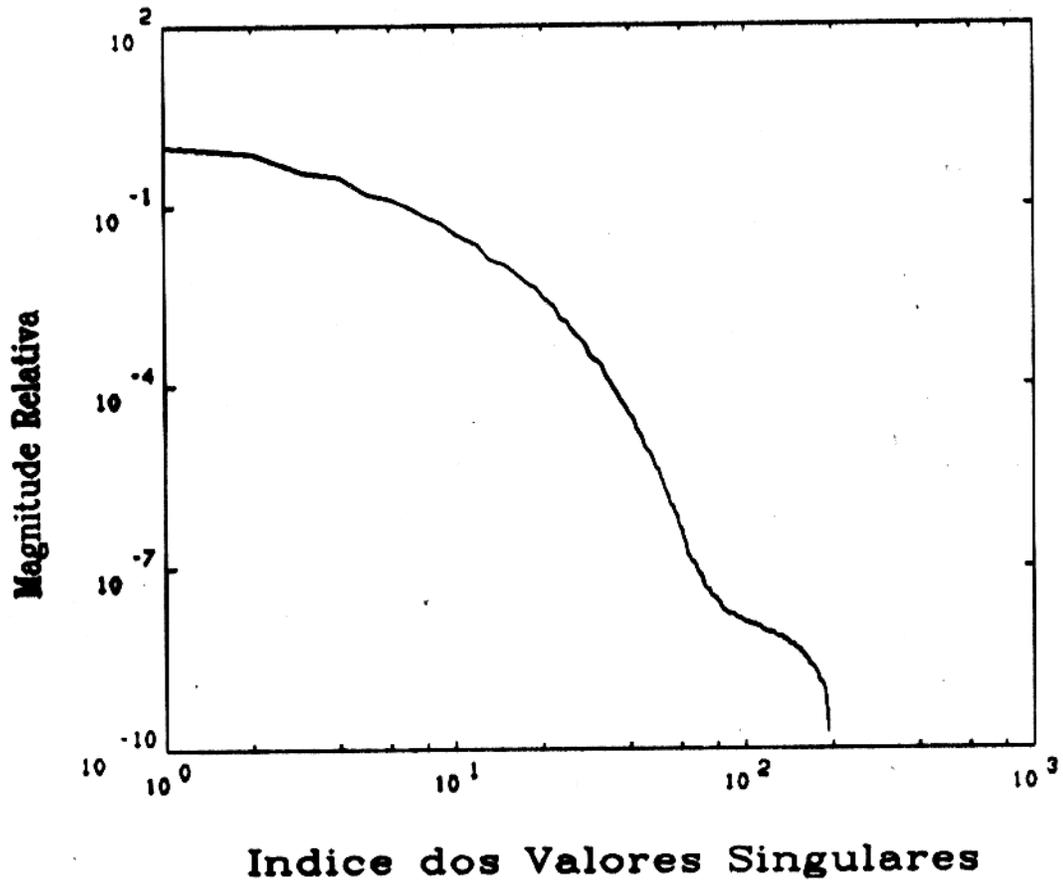


Figura 2.27 - Curva dos valores singulares da matriz **A**, Figura 2.26, na escala logarítmica.

utilizar mais autoimagens. Observando a Figura 2.27, vemos que a escolha do valor singular, critério de mudança na deriva da curva, indicando o término da informação correlacionável, não é muito clara neste exemplo. Assim, em função da energia contida na soma parcial das autoimagens, equação 2.21, vemos que, com a soma das 26 primeiras autoimagens, Figura 2.29, obtemos 99.8% de energia de **A**, Figura 2.26.

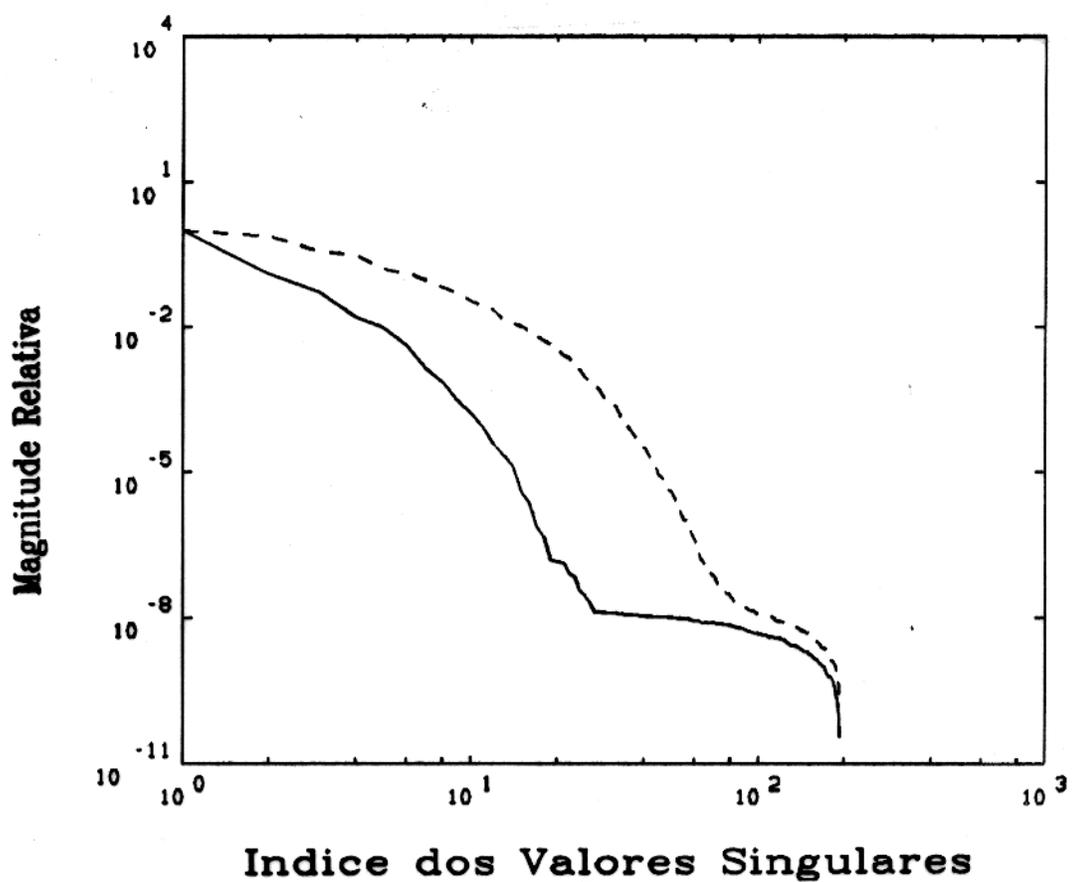


Figura 2.28 - Curvas dos valores singulares das matrizes, A , dos exemplos 5 e 6. Linha cheia, exemplo 5, e linha tracejada, exemplo 6, em escala logarítmica.

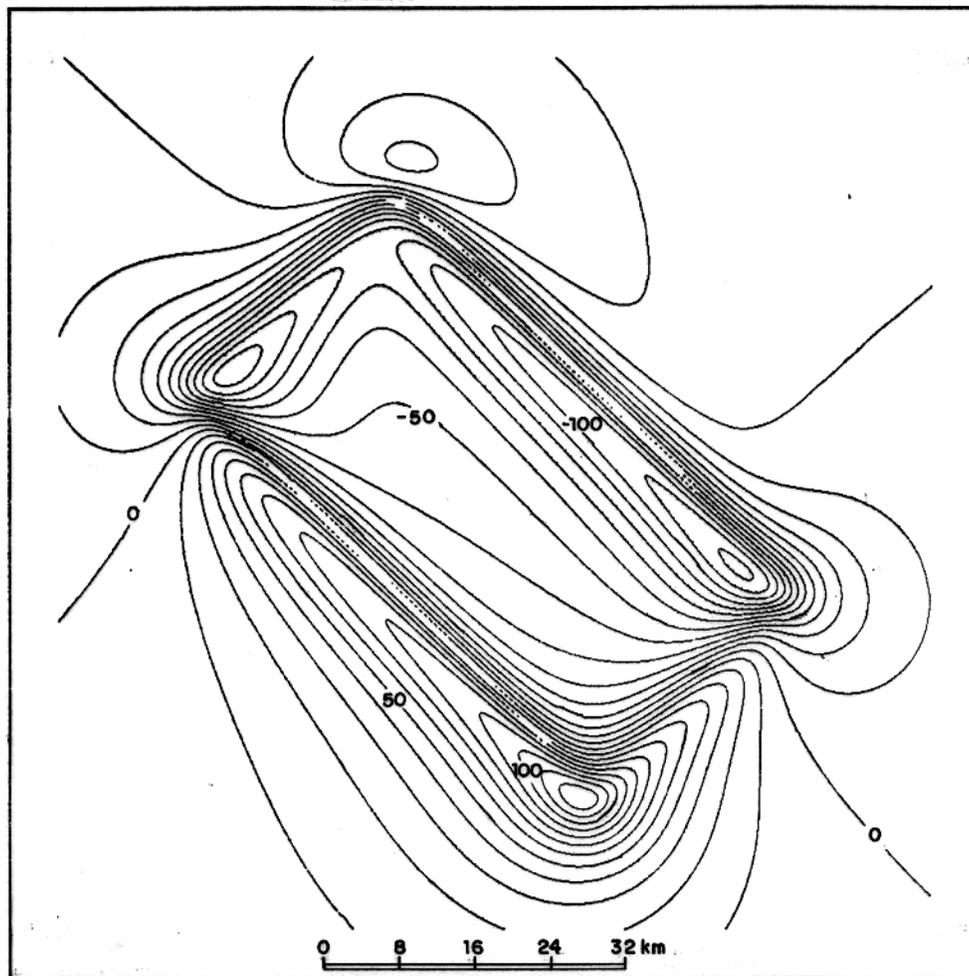


Figura 2.29 - Mapa de contorno da soma parcial das 26 primeiras autoimagens da matriz **A**, Figura 2.26, com intervalo de contorno de 10 nTesla, possuindo uma quantidade de energia de 99.8%.

2.5.7 Exemplo 7

Sejam **B** e **C** matrizes que contêm os valores do campo anômalo sobre uma malha regular geradas por prismas verticais tridimensionais simulando fontes profundas e fontes rasas, como mostram a Figura 2.30 e Figura 2.31, respectivamente.

Seja **A**, como mostra a Figura 2.32, a soma de **B**, Figura 2.30, com **C**, Figura 2.31. Fazendo a decomposição em valores singulares, vemos na Figura 2.33 os valores singulares de **A**. Observamos que existem dois grupos de valores singulares, dados pela mudança da curva no quarto valor singular, indicando a separabilidade de informações em dois grupos de autoimagens: o primeiro grupo constituído do primeiro valor singular até o terceiro valor e o segundo grupo constituído do quarto valor singular em diante.

Ilustrando na Figura 2.34 e Figura 2.35, respectivamente a soma parcial das três primeiras autoimagens e a soma parcial da quarta autoimagem em diante, vemos, na Figura 2.34, que esta soma reteve a energia mais correlacionável da matriz **A** que no caso era a informação relativa às anomalias das fontes profundas, como mostra a Figura 2.30. Na Figura 2.35, a soma parcial das autoimagens reteve as informações relativas das fontes rasas, como vemos na Figura 2.31.

Portanto concluímos, para este exemplo, que as somas parciais das autoimagens pode conter informações relativas do regional e residual de uma matriz de dados de campo magnético.

Assim, a decomposição em valores singulares e suas autoimagens, pode funcionar como um método de separação regional-residual.

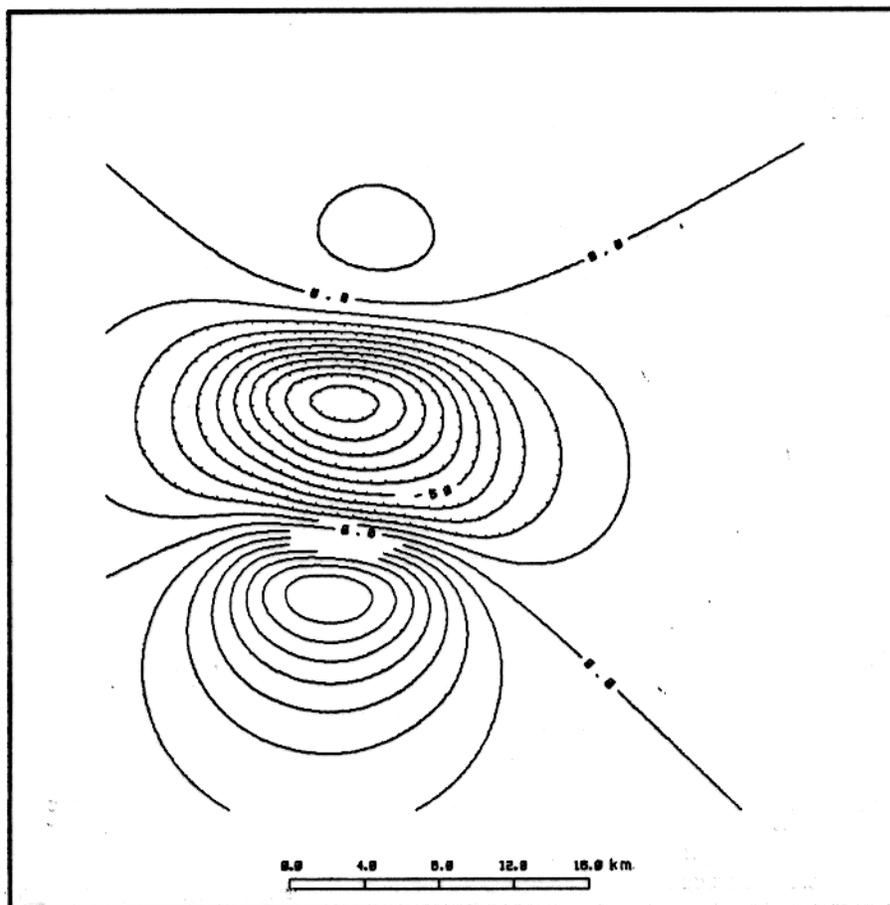


Figura 2.30 - Mapa de contorno do campo magnético gerado por um prisma vertical, com inclinação e declinação do vetor magnetização igual a 17° e 7° , respectivamente, susceptibilidade magnética igual a $0.004 UCGS$ e campo geomagnético igual a 28000 nTesla na mesma direção do vetor magnetização. O prisma possui dimensões de $10\text{ km} \times 10\text{ km}$ e sua base superior e inferior estão a 3 km e a 6.5 km respectivamente. Intervalo de contorno de 10 nTesla .

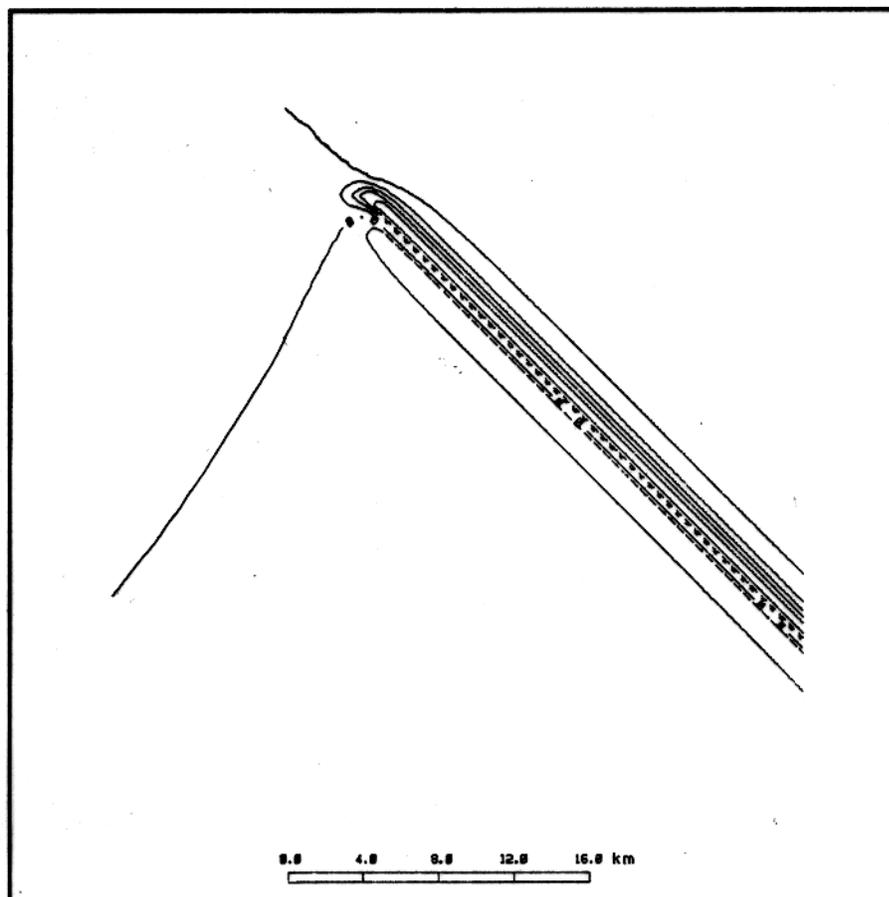


Figura 2.31 - Mapa de contorno do campo magnético gerado por um prisma vertical com ângulo de *strike* de 45° , com inclinação e declinação do vetor magnetização igual a 17° e 7° , respectivamente, susceptibilidade magnética igual a 0.0035 UCGS e campo geomagnético igual a 28000 nTesla na mesma direção do vetor magnetização. O prisma possui dimensões de 0.4 km \times 40 km e sua base superior e inferior estão a 0.8 km e a 1.2 respectivamente. Intervalo de contorno de 4 nTesla.

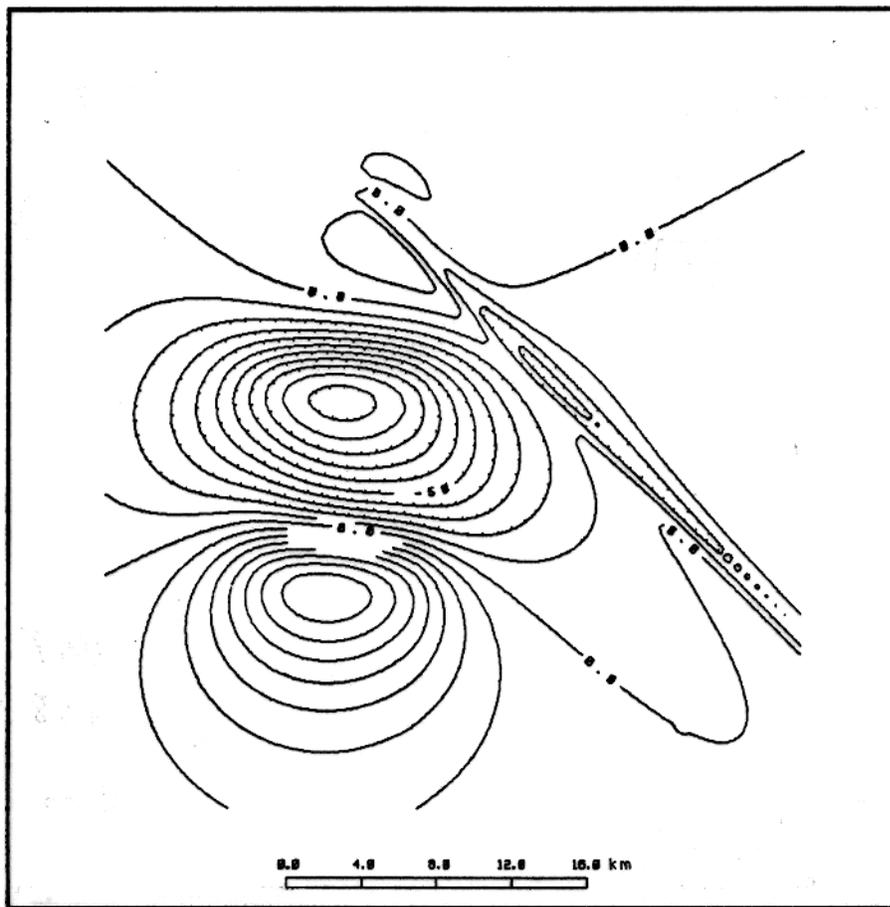


Figura 2.32 - Mapa de contorno da anomalia magnética representativa da matriz **A**, exemplo 7, dada pela soma das matrizes **B**, Figura 2.30, e **C**, Figura 2.31, com intervalo de contorno de 10 nTesla.

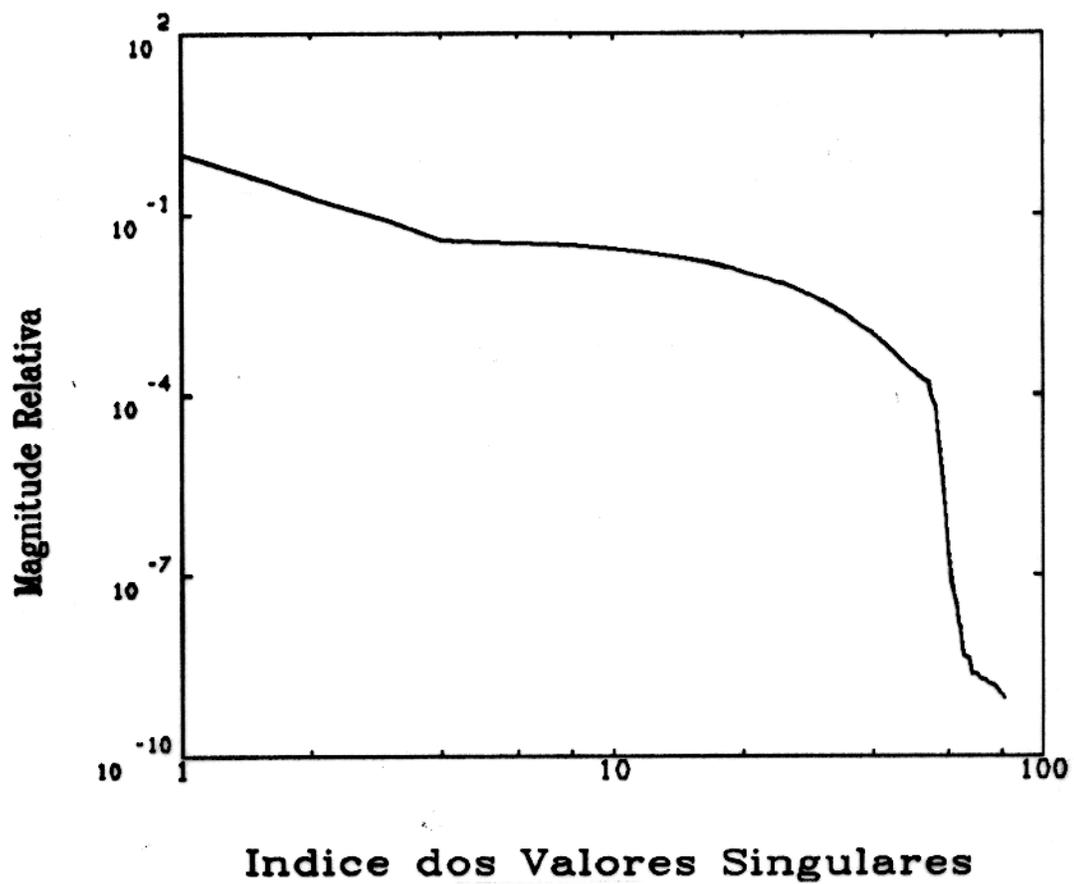


Figura 2.33 - Curva dos valores singulares da matriz **A**, Figura 2.32. A mudança na variação da curva no quarto valor singular é um indicativo da separabilidade das informações através dos grupos de autoimagens.

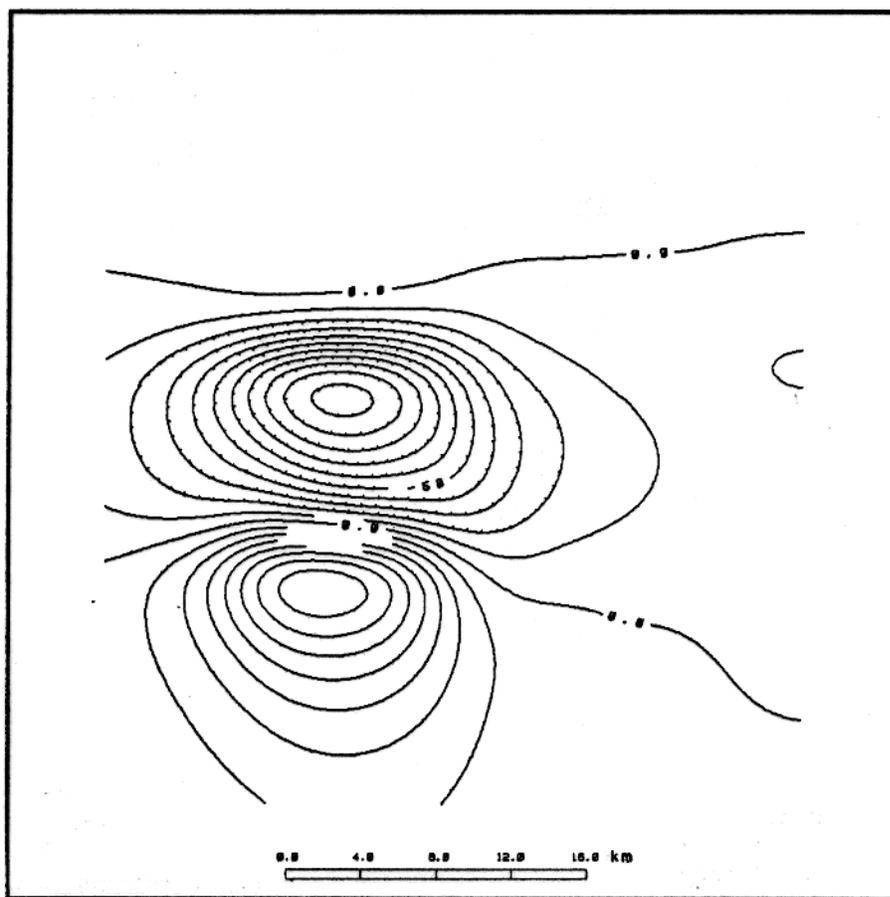


Figura 2.34 - Mapa de contorno da soma parcial das três primeiras autoimagens da matriz **A**, Figura 2.32, representativa do primeiro grupo, com intervalo de contorno de 10 nTesla.

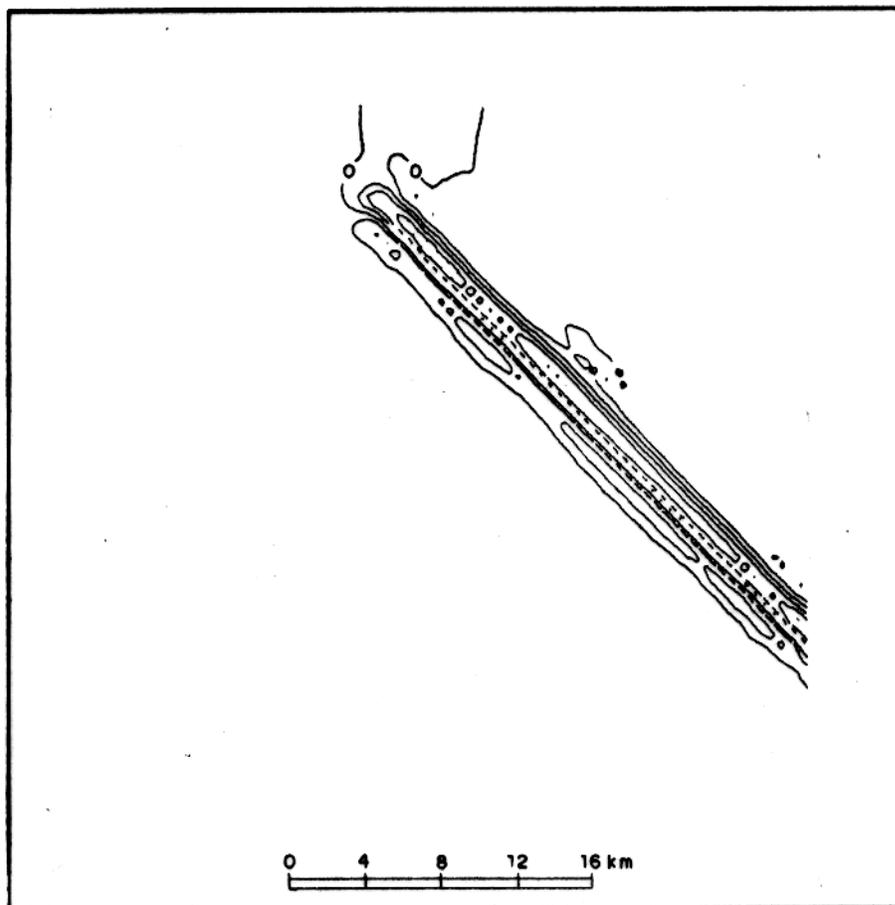


Figura 2.35 - Mapa de contorno da soma parcial da quarta autoimagem em diante da matriz **A**, Figura 2.32, representativa do segundo grupo, com intervalo de contorno de 4 nTesla.

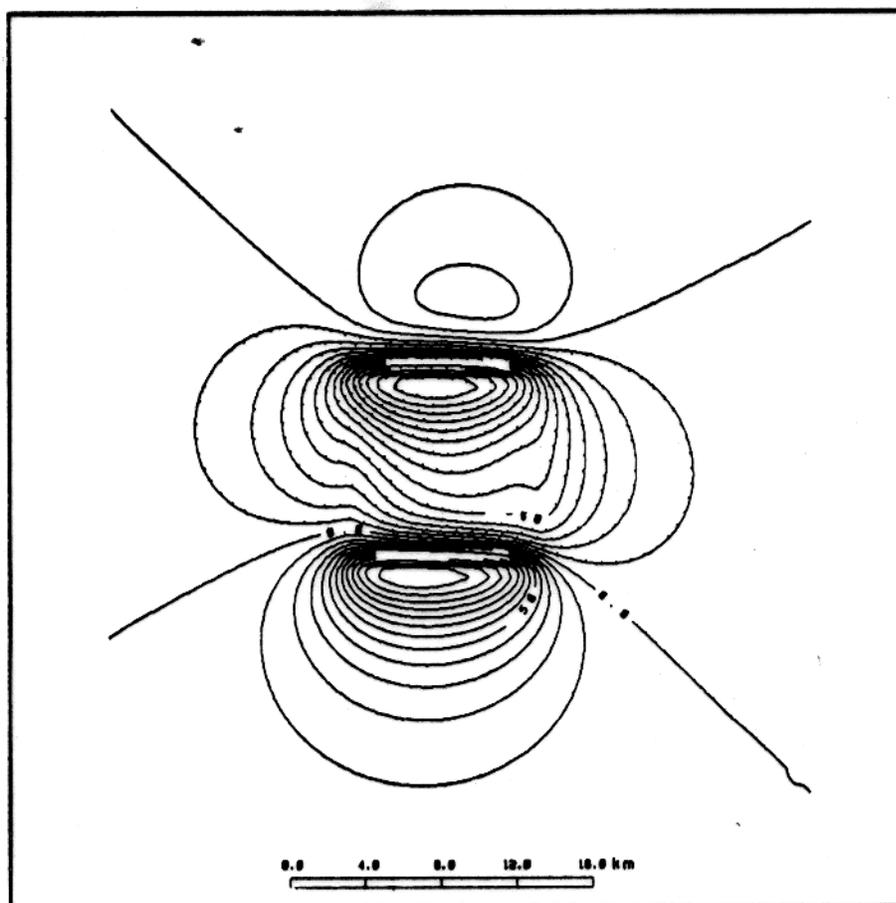


Figura 2.36 - Mapa de contorno da anomalia magnética gerada por um prisma tri-dimensional, representativa da matriz **B**, exemplo 8, com intervalo de contorno de 10 nTesla.

2.5.8 Exemplo 8

Considere-se agora uma matriz **B** contendo os valores da anomalia sobre uma malha regular como vemos no mapa de contorno da Figura 2.36. Esta anomalia foi gerada por um prisma vertical tri-dimensional, com inclinação do vetor magnetização de 17° graus e declinação de 7° graus possuindo uma susceptibilidade de 0.0025 UCGS . Este prisma foi submetido a um campo geomagnético de 28000 nTesla na mesma direção do vetor magnetização. O topo e a base do prisma estão a 1 km e 4.5 km de profundidade, respectivamente, e sua largura é de $10 \text{ km} \times 10 \text{ km}$ de extensão.

Seja **A** uma matriz, Figura 2.37, dada pela soma da matriz de ruído, Figura 2.11 do exemplo 3, com a matriz **B**, Figura 2.36. Após a *DVS*, observando a curva dos valores

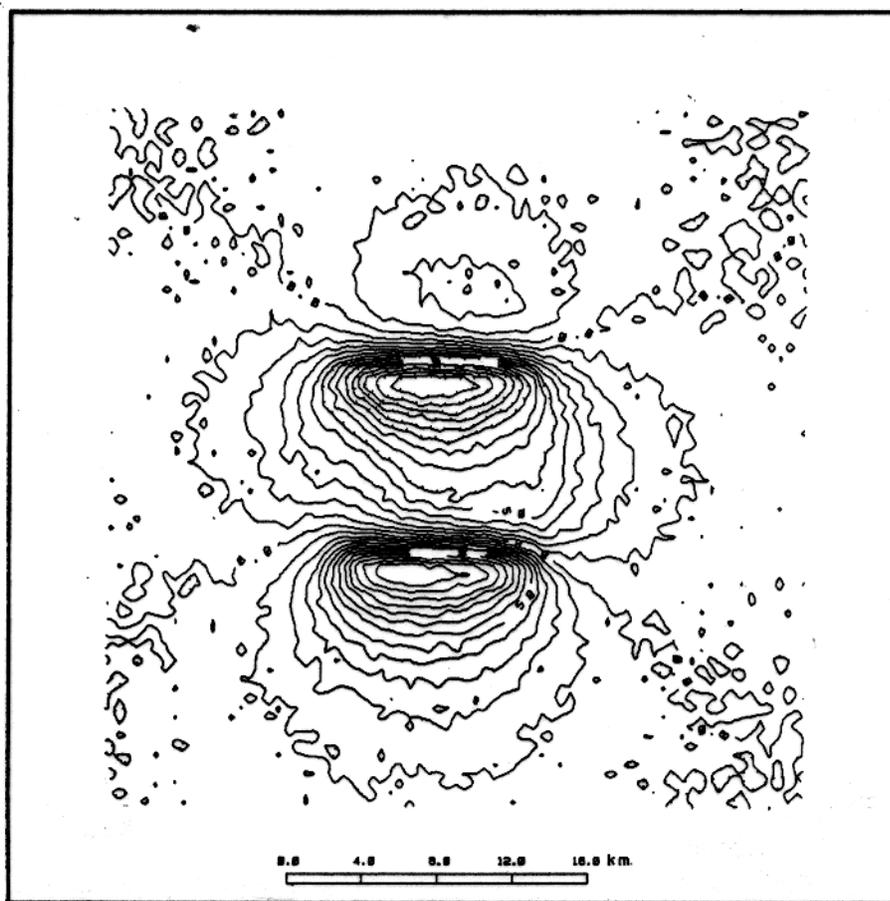


Figura 2.37 - Mapa de contorno da anomalia magnética representativa da matriz **A**, exemplo 8, com intervalo de contorno de 10 nTesla.

singulares na Figura 2.38, vemos que existem dois grupos de valores singulares evidenciados pela mudança na variação da curva em torno do sexto valor singular, indicativo do ponto no qual termina a energia correlacionável e onde começa a não correlacionável: o primeiro grupo formado pelos cinco primeiros valores singulares e o segundo grupo, pelo restante. Ilustrando a primeira autoimagem, contida no primeiro grupo (Figura 2.39), vemos que esta reteve a grande parte da informação correlacionável dos dados. Observando agora a soma parcial das cinco primeiras autoimagens relativas do primeiro grupo (Figura 2.40), vemos que obtemos a matriz **A** na sua quase totalidade, ainda assim preservando a amplitude do sinal. Conseqüentemente, a soma parcial das autoimagens restantes, relativa ao segundo grupo dos valores singulares pequenos, obtemos os ruídos mostrados na Figura 2.41.

Como dito no exemplo 4, o método da filtragem DVS consegue separar as informações correlacionáveis e não correlacionáveis.

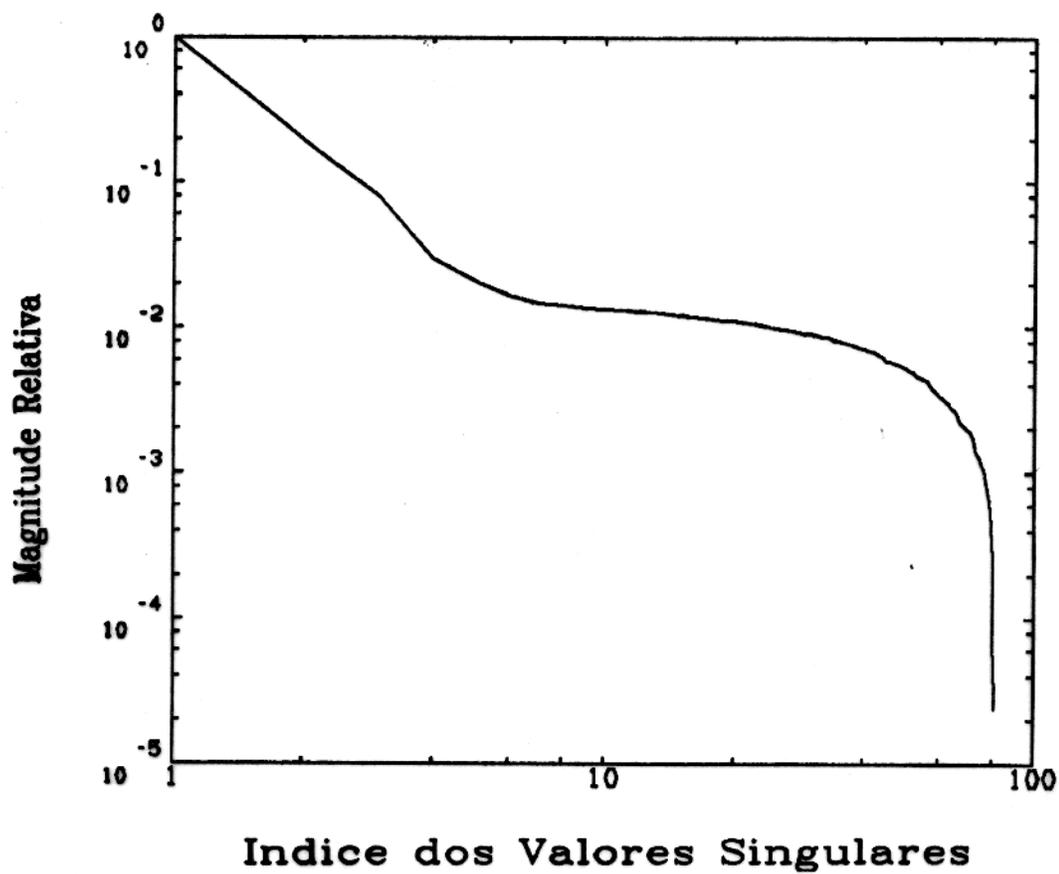


Figura 2.38 - Curva dos valores singulares da matriz **A**, Figura 2.37. Vemos que no sexto valor singular há mudança na variação da curva, indicativo do ponto no qual termina a energia correlacionável e onde começa a não correlacionável.

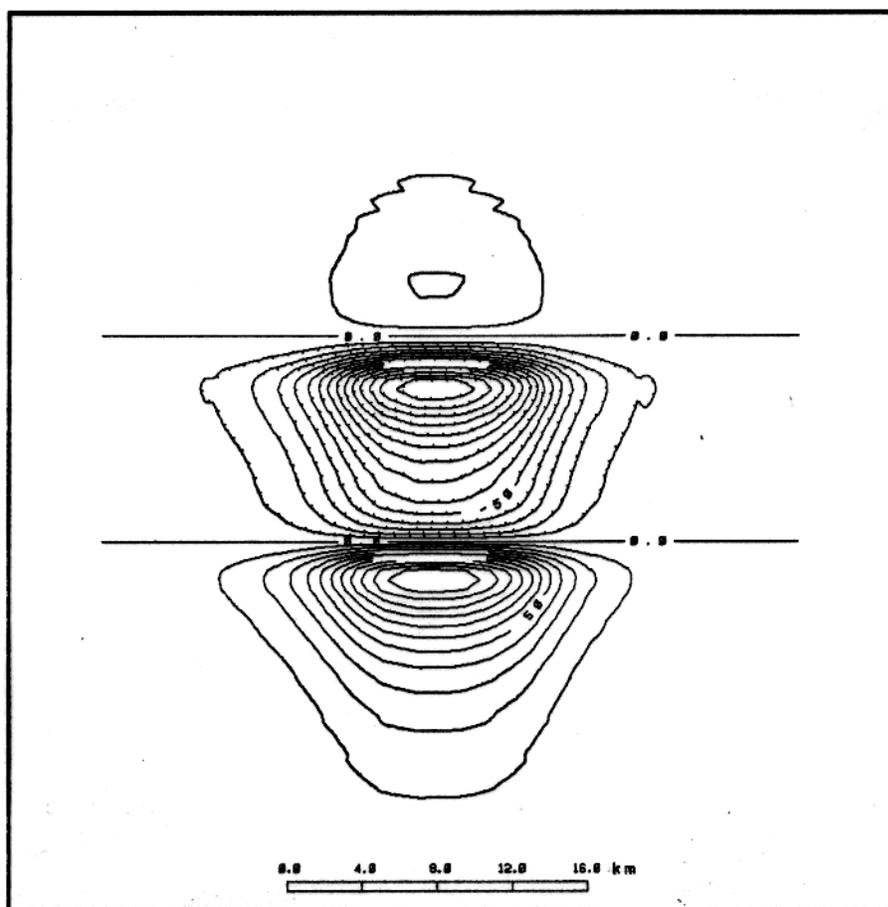


Figura 2.39 - Primeira autoimagem da matriz A, Figura 2.37, contida no primeiro grupo de autoimagens com intervalo de contorno de 10 nTesla.

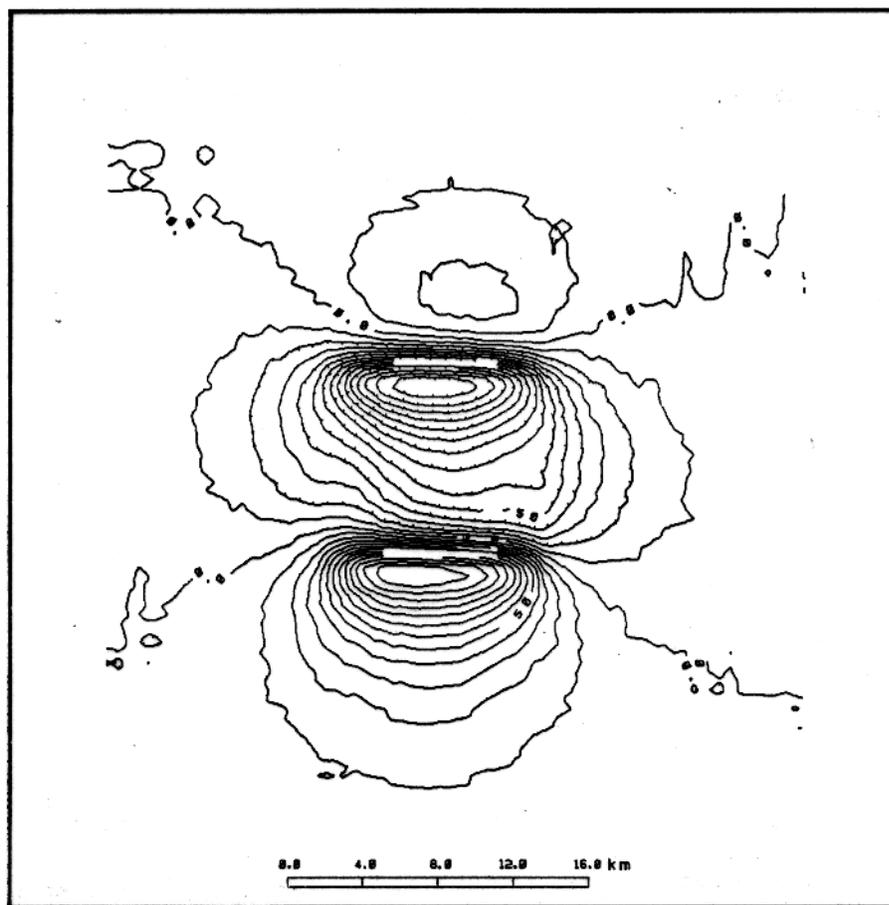


Figura 2.40 - Soma parcial das cinco primeiras autoimagens da matriz **A**, Figura 2.37, representativa do primeiro grupo, com intervalo de contorno de 10 nTesla.

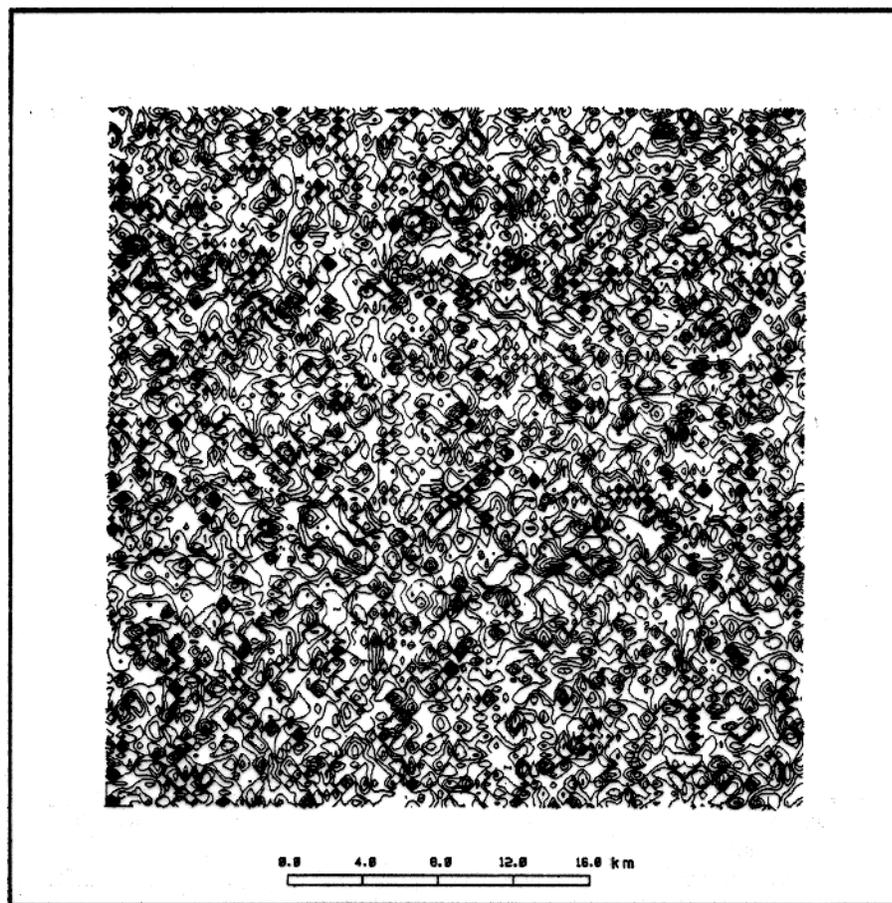


Figura 2.41 - Soma parcial das autoimagens da matriz A a partir do 6^o índice, Figura 2.37, representativa do segundo grupo com intervalo de contorno de 10 nTesla.

2.5.9 Exemplo 9

Neste exemplo, mostraremos como a decomposição em valores singulares pode ser utilizada para tornar mais eficiente, sob o ponto de vista computacional a armazenagem dos dados contidos em uma matriz \mathbf{A} $n \times m$, que requer um total de $n \times m$ endereços de memória. Através da escolha do posto r da matriz \mathbf{A} , utilizaremos apenas $r \times (n + m + 1)$ endereços, correspondentes a r autoimagens, a partir das quais \mathbf{A} será rapidamente reconstituída.

Considere por exemplo a matriz \mathbf{A} , 81×81 , representada na Figura 2.42. Decompondo esta matriz, Figura 2.42, em valores singulares e ilustrando na Figura 2.43, a soma acumulada dos valores singulares normalizados, que representa a energia presente nas diferentes somas parciais das autoimagens, equação 2.21. Vemos na Figura 2.43 que em torno da soma das 21 autoimagens a energia concentrada deve reconstituir a matriz \mathbf{A} em sua quase totalidade, pois, vemos que o restante da curva a partir do índice 21, as somas restantes não apresenta nenhuma contribuição.

Assim, fazendo a soma parcial das 21 primeiras autoimagens de \mathbf{A} , como ilustrada na Figura 2.44, obtemos a soma parcial contendo 99.5% de toda a energia presente em \mathbf{A} , Figura 2.42.

Isto representa no armazenamento de \mathbf{A} , uma grande economia de memória, pois, de 6561 endereços de memória passamos para 3424 endereços utilizando a expressão $21 \times (81 + 81 + 1)$.

Assim, em vez de guardarmos a matriz \mathbf{A} , guardamos apenas os 21 valores singulares e autovetores \mathbf{u} e \mathbf{v} .

Esta diminuição do número de endereços de memória é significativa e é recomendável sua utilização no armazenamento de dados em grid. Em vez utilizarmos os dados originais contidos em fita, excessiva capacidade de armazenamento no disco, para fazermos os mapas de contorno, utilizamos apenas os r valores singulares e autovetores associados.

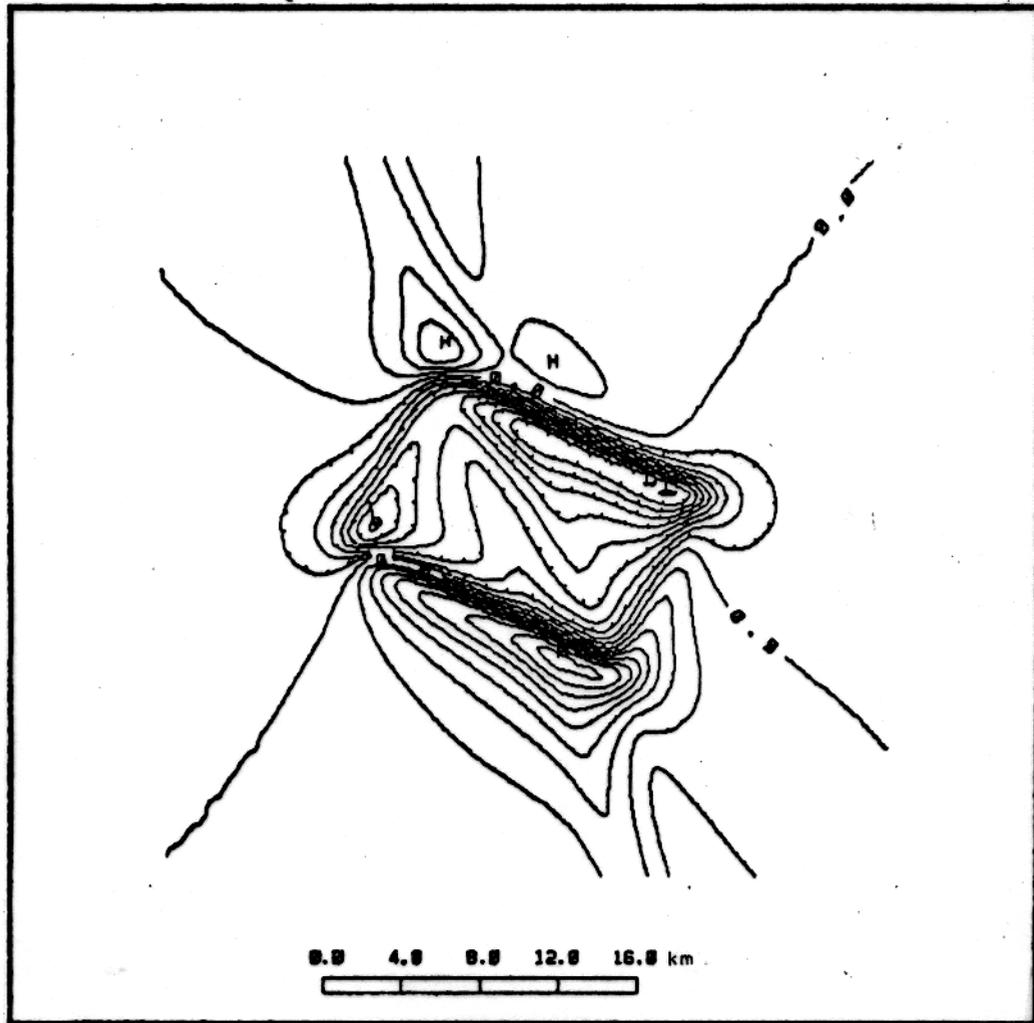


Figura 2.42 - Mapa de contorno da anomalia magnética representativa da matriz A, exemplo 9, com intervalo de contorno de 10 nTesla.

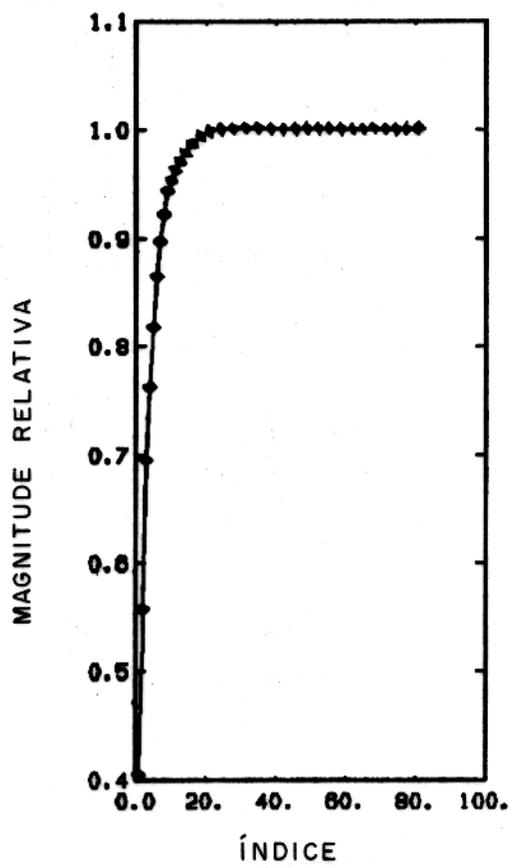


Figura 2.43 - Energia acumulada nas diferentes somas parciais dos valores singulares da matriz **A**, Figura 2.42.

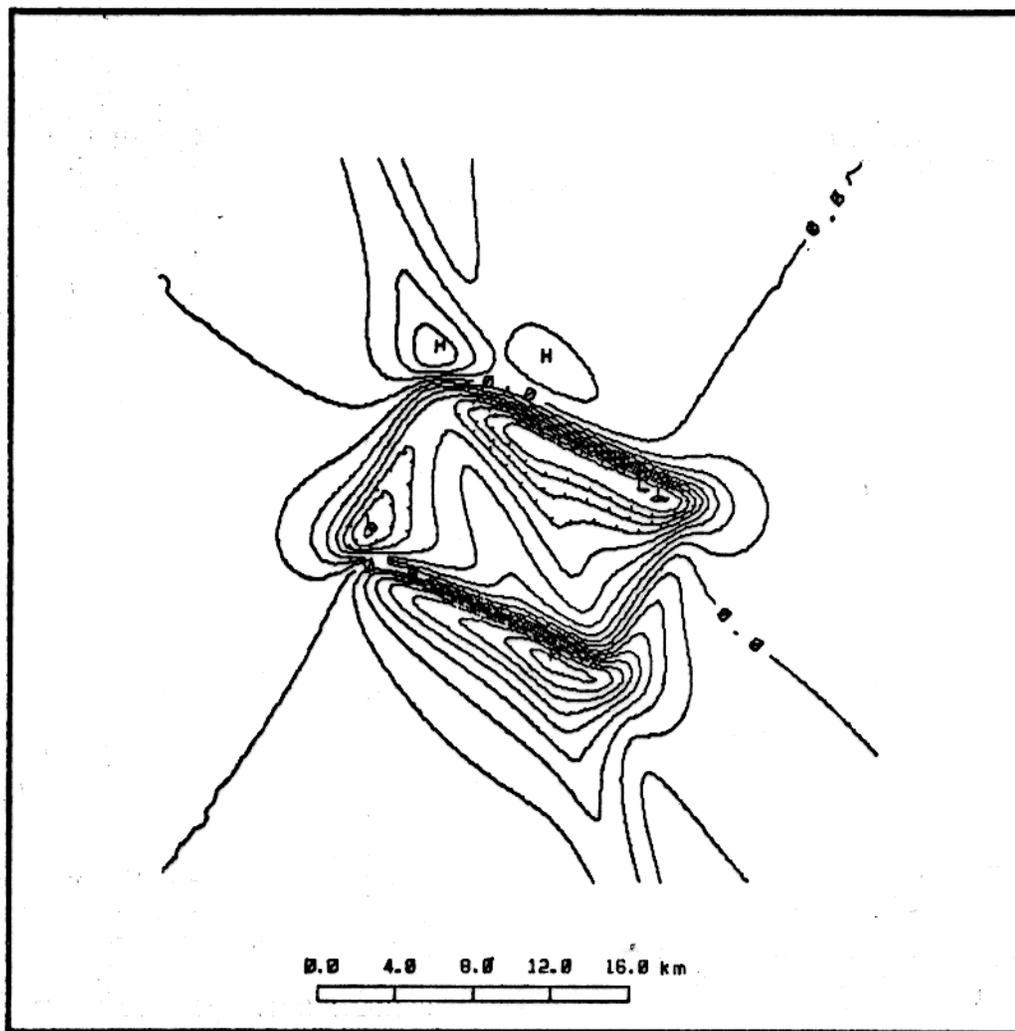


Figura 2.44 - Soma parcial das 21 primeiras autoimagens da matriz **A**, Figura 2.42, contendo 99.5% de energia. Intervalo de contorno de 10 nTesla.

3 - CORRELAÇÃO DE PERFIS MAGNÉTICOS

3.1 INTRODUÇÃO

A separação do sinal correlacionável do não correlacionável usando a DVS depende fundamentalmente do grau de correlação entre os perfis magnéticos, como vimos nos exemplos 4 e 8. O sinal correlacionável (anomalia magnética) deve ficar o mais paralelo possível aos eixos x e y , como vimos nos exemplos 2 e 5. Caso isso não ocorra haverá um espalhamento, uma difusão dos valores singulares, tornando necessário o uso de mais autoimagens para reconstituir os dados, como vimos nos exemplos 3 e 6.

Assim, para minimizar esta tendência ao espalhamento, realizaremos um deslocamento estático e/ou dinâmico nos perfis magnéticos. O deslocamento estático consiste em deslocar um perfil em relação ao outro, de modo a posicionar o perfil em um padrão o mais correlacionável possível com os outros. Este procedimento é vantajoso na sismologia (FREIRE & ULRICH, 1986), pois, em geral os traços sísmicos possuem um certo padrão semelhante. Para o nosso caso, esperamos que o seja também quando tivermos anomalias (lineamentos) em uma só direção. Em compensação, em áreas onde existem mais do que uma direção de *strike*, o deslocamento dinâmico, remapeamento das posições de medida dos perfis, pode ser uma alternativa para aumentar a coerência entre os perfis (MARTINSON et al., 1982).

Com este aumento de coerência entre os perfis (colunas) da matriz A , tentaremos, com a aplicação da DVS, concentrar a maior parte da informação correlacionável de A nas primeiras autoimagens relativas aos grandes valores singulares e o sinal não correlacionável nas últimas autoimagens relativas aos pequenos valores singulares. Assim, após a soma parcial das primeiras autoimagens, retornaremos os perfis para suas posições originais, fazendo um deslocamento contrário ao anterior. Este procedimento será aplicado aos perfis aeromagnéticos visto no próximo capítulo.

A seguir, descrevemos a metodologia de funcionamento dos deslocamentos estático e dinâmico.

3.2 METODOLOGIA

A metodologia usada neste trabalho para correlacionar os perfis magnéticos, ou seja, fazer um deslocamento estático e/ou dinâmico, é uma modificação do algoritmo de Martinson (MARTINSON et al., 1982). As modificações foram feitas devido basicamente a dois motivos: 1) o algoritmo, como publicado, apresenta certas limitações e omissões como podemos ver pelas críticas dadas (SHURE et al., 1984) e aceitas pelo próprio Martinson em sua réplica (MARTINSON et al., 1984). 2) o deslocamento estático nos perfis magnéticos, não podia ser resolvido pelo algoritmo de Martinson et al. (1982), exigindo adaptações.

Assim, vemos a seguir a teoria do algoritmo baseada na idéia original de Martinson, aplicada para fazer os deslocamentos estático e dinâmico nos perfis magnéticos, com a finalidade de se conseguir uma melhor correlação, ou seja, uma melhor coerência entre os perfis.

3.2.1 Teoria

Tomando dois perfis magnéticos igualmente amostrados em n pontos t_i , de $t_0 = 0$ a $t_{max} = n - 1$, e chamando um dos perfis de $R(t)$, o perfil de referência, e $D(x)$, o perfil a ser correlacionado com R , chamado de perfil distorcido, suponhamos que os perfis tenham uma certa semelhança⁽²⁾.

Assim, para tornar a correlação entre $R(t)$ e $D(x)$ tão alta quanto possível, devemos deslocar (estaticamente) e/ou distorcer (dinamicamente) as coordenadas de D . Para isso, usamos uma função $x(t)$, que chamamos de função mape, que relaciona $R(t)$ com $D(x)$, isto é, $R(t) = D[x(t)]$, como podemos ver na Figura 3.1.

A função mape $x(t)$ é parametrizada como uma soma de m funções conhecidas tendo coeficientes a_i , $i = 0, 1, 2, \dots, m - 1$ desconhecidos. As m funções são escolhidas de acordo com as informações *a priori* das propriedades da função $x(t)$ (MARTINSON et al., 1982). Para o nosso problema escolhemos $x(t)$ dada por

$$x(t) = \frac{a_0}{t_{max}} + a_1 \frac{t}{t_{max}} + \sum_{i=2}^{m-1} a_{i-1} \text{sen} \left[\frac{(i-1)\pi t}{t_{max}} \right] \quad (3.1)$$

onde as duas primeiras parcelas da equação 3.1 estão relacionadas com o deslocamento estático e os somatórios com o deslocamento dinâmico, ocasionando uma mudança nas frequências do perfil D .

²Isto é possível, sendo R e D perfis magnéticos adjacentes de um levantamento.

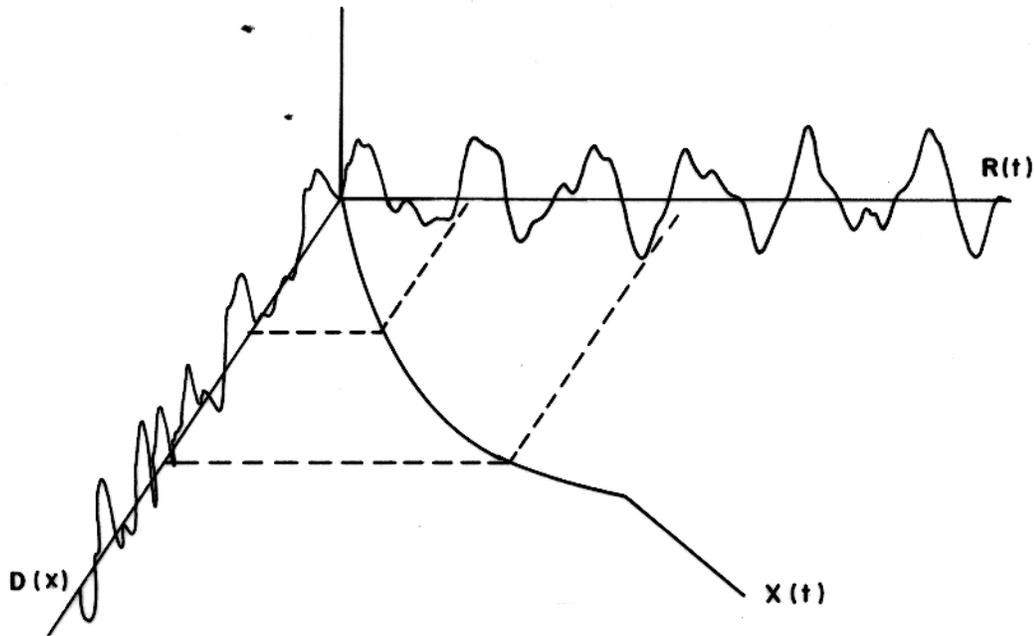


Figura 3.1 - O perfil de referência $R(t)$ e o perfil distorcido $D(x)$ estão relacionados através da função mape $x(t)$. Modificado de MARTINSON et al. (1982).

Assim, $x(t)$ é obtido pelo cálculo de a_i a qual maximiza a coerência entre o perfil de referência $R(t)$ e o perfil distorcido $D[x(t, a_i)]$. Esta coerência é definida (MARTINSON et al., 1982) como

$$C = \frac{\int_0^{t_{max}} R(t)D[x(t)]dt}{\left[\int_0^{t_{max}} R^2(t)dt \int_0^{t_{max}} D^2[x(t)]dt\right]^{\frac{1}{2}}} \quad (3.2)$$

Vemos então que calculando o vetor gradiente de C com respeito aos coeficientes a_i e zerando

$$\frac{\partial C}{\partial a_i} = \nabla C = 0 \quad (3.3)$$

onde as derivadas parciais de C são dadas por

$$\frac{\partial C}{\partial a_i} = \frac{\int_0^{t_{max}} \frac{\partial D[x(t, a_i)]}{\partial x(t, a_i)} \frac{\partial x(t, a_i)}{\partial a_i} R(t)dt}{\left[\int_0^{t_{max}} D^2[x(t, a_i)]dt \int_0^{t_{max}} R^2(t)dt\right]^{\frac{1}{2}}} - C \frac{\int_0^{t_{max}} D[x(t, a_i)] \frac{\partial D[x(t, a_i)]}{\partial x(t, a_i)} \frac{\partial x(t, a_i)}{\partial a_i} dt}{\int_0^{t_{max}} D^2[x(t, a_i)]dt} \quad (3.4)$$

Assim, podemos encontrar os valores dos coeficientes a_i que maximizam C . MARTINSON et al. (1982) optaram pelo cálculo dos coeficientes, fazendo uma suposição inicial dos a_i^0 e através de iterações sucessivas encontrando melhores soluções a_i^j . Este é também o procedimento adotado no presente trabalho.

Martinson et al. (1982), usando o teorema de Taylor mostraram que para melhorarmos esta coerência por uma pequena quantidade ΔC , deve-se mudar os coeficientes de $x(t)$ por uma pequena quantidade Δa , onde

$$\Delta C = \frac{\partial C}{\partial a_0} \Delta a_0 + \frac{\partial C}{\partial a_1} \Delta a_1 + \frac{\partial C}{\partial a_2} \Delta a_2 + \dots + \frac{\partial C}{\partial a_{m-1}} \Delta a_{m-1} = \nabla C \cdot \Delta a \quad (3.5)$$

e

$$\Delta a = \frac{\Delta C \nabla C}{|\nabla C|^2} \quad (3.6)$$

Assim, o incremento de Δa sempre será na direção dada pelo ∇C na qual $C(a_i)$ aumenta mais rapidamente. Portanto, por sucessivas escolhas de ΔC , os coeficientes a_i podem ser mudados iterativamente até encontrar melhores soluções a_i que maximizam a coerência C .

O melhoramento ΔC é calculado como uma função de uma constante S , chamada de passo, dada pelas seguintes equações

$$C = C_0(1 - S) + S \quad (3.7)$$

$$\Delta C = C - C_0 = S(1 - C_0) \quad (3.8)$$

onde C é a coerência prevista em uma determinada iteração j para este melhoramento e C_0 é a coerência de entrada entre os perfis R e D . O passo S é um número pré-definido no programa que varia em ordem crescente de iteração para iteração dentro do intervalo de 0 a 1.

Com este melhoramento ΔC , equação 3.8, podemos resolver a equação 3.6, a qual aumentará a coerência entre os perfis.

Portanto, o procedimento computacional teve os seguintes passos descritos abaixo :

3.2.2 Algoritmo

Inicialmente o algoritmo faz o deslocamento estático nos perfis para em seguida iniciar o deslocamento dinâmico.

1º PASSO → Normalização das posições dos dados dos perfis

Após a escolha de uma janela de perfis, as posições dos dados são normalizadas dentro do intervalo de 0 a 1 para que se possa utilizar a equação 3.1.

2º PASSO → Trend bi-dimensional

Neste passo, o *trend* dos dados desta janela de perfis magnéticos é retirado usando polinômios nas direções x e y respectivamente.

3º PASSO → Suposição inicial dos coeficientes a_i

Iniciando a iteração $j = 1$, fazemos a suposição inicial dos coeficientes $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ e $a_i = 0$, para $i = 2, \dots, m - 1$. Com estas suposições, calculamos a coerência de entrada no passo seguinte.

4º PASSO → Coerência na entrada C_0

Para o cálculo da coerência de entrada C_0 usamos a equação

$$C = \frac{\int_0^{t_{max}} R(t)D[x(t)]dt}{[\int_0^{t_{max}} R^2(t)dt \int_0^{t_{max}} D^2[x(t)]dt]^{\frac{1}{2}}} \quad (3.9)$$

5º PASSO → Cálculo do vetor gradiente $\nabla C|_{C=C_0}$

Neste passo calculamos as componentes do vetor ∇C_0 utilizando a equação

$$\frac{\partial C}{\partial a_i} \Big|_{C=C_0} = \frac{\int_0^{t_{max}} \frac{\partial D[x(t, a_i)]}{\partial x(t, a_i)} \frac{\partial x(t, a_i)}{\partial a_i} R(t) dt}{[\int_0^{t_{max}} D^2[x(t, a_i)] dt \int_0^{t_{max}} R^2(t) dt]^{\frac{1}{2}}} - C_0 \frac{\int_0^{t_{max}} D[x(t, a_i)] \frac{\partial D[x(t, a_i)]}{\partial x(t, a_i)} \frac{\partial x(t, a_i)}{\partial a_i} dt}{\int_0^{t_{max}} D^2[x(t, a_i)] dt} \quad (3.10)$$

6º PASSO → Melhoramento da coerência

Neste passo tomamos um valor de S e calculamos o melhoramento ΔC usando a equação

$$\Delta C = S(1 - C_0) \quad (3.11)$$

7º PASSO → Cálculo do vetor Δa

Para o cálculo das componentes do vetor Δa utilizamos a equação

$$\Delta a_i = \frac{\Delta C \nabla C}{|\nabla C_0|^2} = \frac{(\partial C / \partial a_i)|_{C=C_0} \Delta C}{|\nabla C_0|^2} \quad (3.12)$$

8º PASSO → Cálculo de um Deslocamento Estático

Para o cálculo do deslocamento estático (*offset*) usamos a seguinte expressão

$$offset = \frac{\Delta a_0}{\Delta t} \quad (3.13)$$

onde Δt é o intervalo de amostragem.

Após o cálculo de *offset* fazemos o seguinte teste, como mostra o trecho do programa, visto na Figura 3.2, onde $n1$ e $n2$ são os pontos iniciais para $t_0 = 0$ dos perfis R e D , respectivamente. Antes do teste, temos $n1 = n2 = 1$.

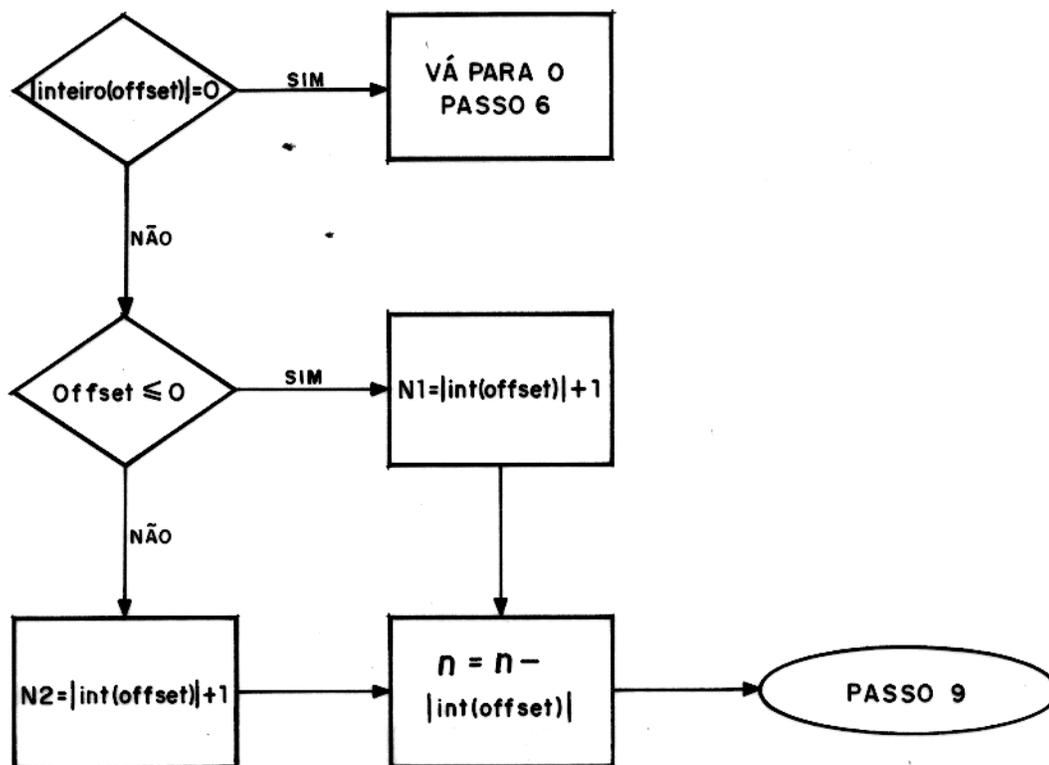


Figura 3.2 - Trecho do fluxograma do programa para o teste do *offset*.

Vemos na Figura 3.2 que :

- Se o módulo da parte inteira do *offset* é igual a zero devemos retornar ao passo 6 e tomar um novo valor de *S*, pois, o passo *S* anterior não foi suficiente para que um dos perfis tivesse um certo deslocamento.
- Se o *offset* é menor ou igual a zero, temos que o perfil $D(t)$ se deslocou para a direita de $|int(offset)|$ unidades de t e devemos iniciar o perfil R em $n1$ como mostra o fluxo do esquema acima. Se o *offset* for maior do que zero, temos que o perfil D se deslocou para a esquerda e devemos então iniciá-lo de $n2$.

Após a mudança de $n1$ ou $n2$ passamos a ter agora um novo número de pontos n como mostra a Figura 3.2.

9º PASSO → Cálculo da coerência C^{j+1}

Após termos deslocado um dos perfis, calculamos a coerência C^{j+1} , usando a equação (3.9).

10º PASSO → Teste da coerência C^{j+1}

Com o cálculo do passo anterior é verificado se esta coerência C^{j+1} é maior do que a coerência anterior C^j .

Caso esta coerência C^{j+1} seja maior do que C^j , então estamos na direção certa para encontrar a coerência máxima, dada apenas pelo deslocamento estático. Assim, o algoritmo

retorna ao passo 6 para uma nova iteração, modificando o valor de S de uma pequena quantidade maior do que a anterior. Este processo é continuado r vezes até que C^r seja menor do que C^{r-1} . Neste ponto, o *offset* máximo que causa uma coerência máxima é dado pela iteração anterior.

Após a conclusão do passo 10, encontrado o deslocamento estático definitivo, o algoritmo inicia o deslocamento dinâmico dados pelos passos seguintes.

11º PASSO → Cálculo de um novo vetor $\nabla C|_{C=C_0}$

Neste passo, procedemos da mesma maneira do passo 5, onde $C = C_0$ é a coerência máxima conseguida com o deslocamento estático final encontrado nos passos anteriores.

12º PASSO → Melhoramento da coerência

Neste passo procedemos da mesma maneira do passo 6.

13º PASSO → Cálculo do vetor Δa

Neste passo procedemos da mesma maneira do passo 7.

14º PASSO → Cálculo da função $x(t)$

Neste passo, mudamos a frequência dos dados do perfil D com o cálculo das parcelas relativas às funções senos da função mape $x(t)$, aqui redefinida como:

$$x(t) = \sum_{i=2}^{m-1} a_{i-1} \text{sen} \left[\frac{(i-1)\pi t}{t_{max}} \right] \quad (3.14)$$

15º PASSO → Interpolação de $x(t)$

Com o cálculo do passo anterior, temos que o perfil D não está mais amostrado nos mesmos pontos de R . Assim, neste passo, interpolamos D para os mesmos valores amostrados de R , para que possamos calcular a coerência C^{j+1} , usando a equação 3.9

16º PASSO → Teste da coerência C^{j+1}

Com o cálculo do passo anterior é verificado se esta coerência C^{j+1} é maior do que a coerência anterior C^j .

Caso esta coerência C^{j+1} seja maior do que C^j , o algoritmo retorna ao passo 12 para uma nova iteração, modificando o valor de S . Este processo é continuado r vezes até que C^r seja menor do que C^{r-1} . Neste ponto, a coerência anterior será uma nova coerência de entrada C_0 .

17º PASSO → Cálculo de um novo vetor $\nabla C|_{C=C_0}$

Neste passo usamos a equação 3.10.

Agora o algoritmo retorna ao passo (12) e o processo é repetido até que a coerência C_0 calculada em uma determinada iteração j não possa mais ser aumentada.

3.3 APLICAÇÕES DO ALGORITMO EM PERFIS MAGNÉTICOS

Vimos como o algoritmo se adapta ao nosso problema de fazer um deslocamento estático e/ou dinâmico nos perfis. Aplicamos o algoritmo em exemplos com perfis magnéticos sintéticos e reais do aerolevantamento da Bacia do Solimões.

3.3.1 Aplicação 1

Considere o perfil de referência $R(t)$ gerado por um corpo bi-dimensional e o perfil distorcido $D(t)$ gerado pelo mesmo corpo, só que deslocado para a direita de 6 Km. Estes perfis foram gerados usando o algoritmo baseado em TALWANI (1965). Estes perfis possuem uma coerência de entrada C_o de 0.36 como mostra a Figura 3.3.

Aplicando o deslocamento estático, temos um deslocamento de seis intervalos de amostra, equivalente a 6 km, do perfil D em relação ao perfil R , passando agora os perfis a ter uma coerência C de 1 como mostra a Figura 3.4.

Neste exemplo, vemos que o deslocamento estático é uma boa opção para aumentar a coerência entre os perfis, quando eles se apresentam correlacionáveis em uma só direção.

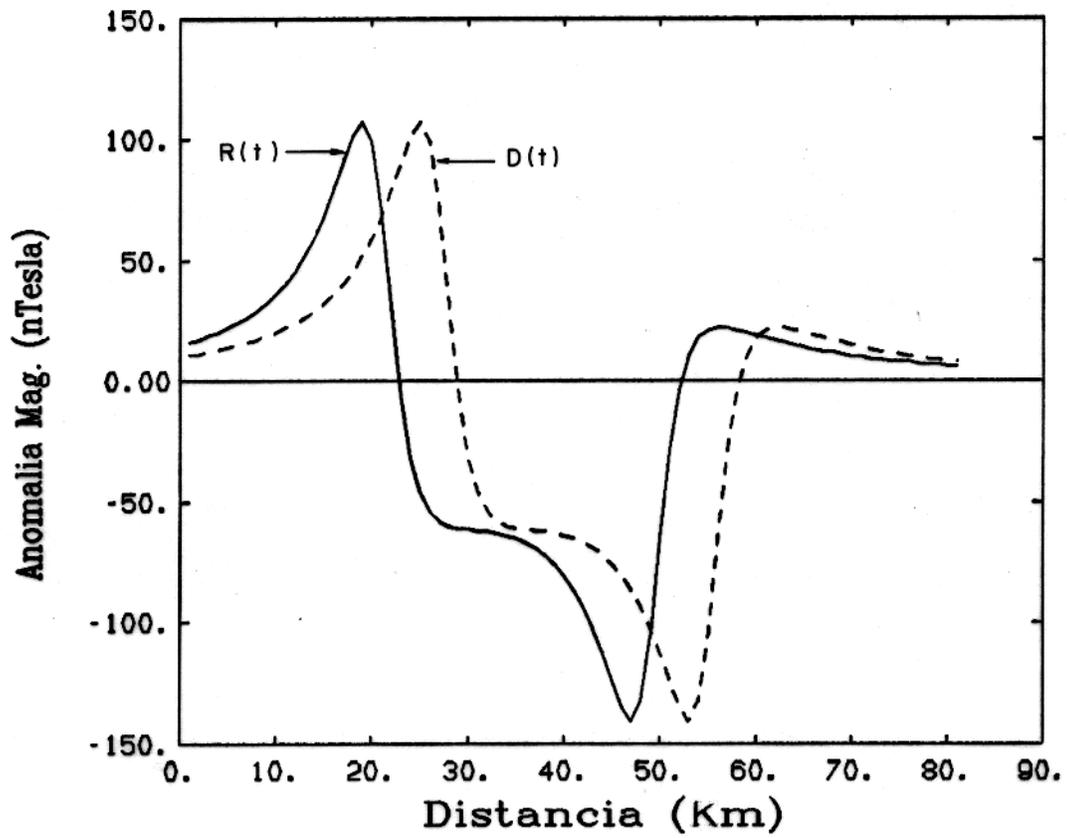


Figura 3.3 - Perfis magnéticos sintéticos $R(t)$ (linha cheia) e $D(t)$ (linha tracejada) com coerência C_0 de 0.36.

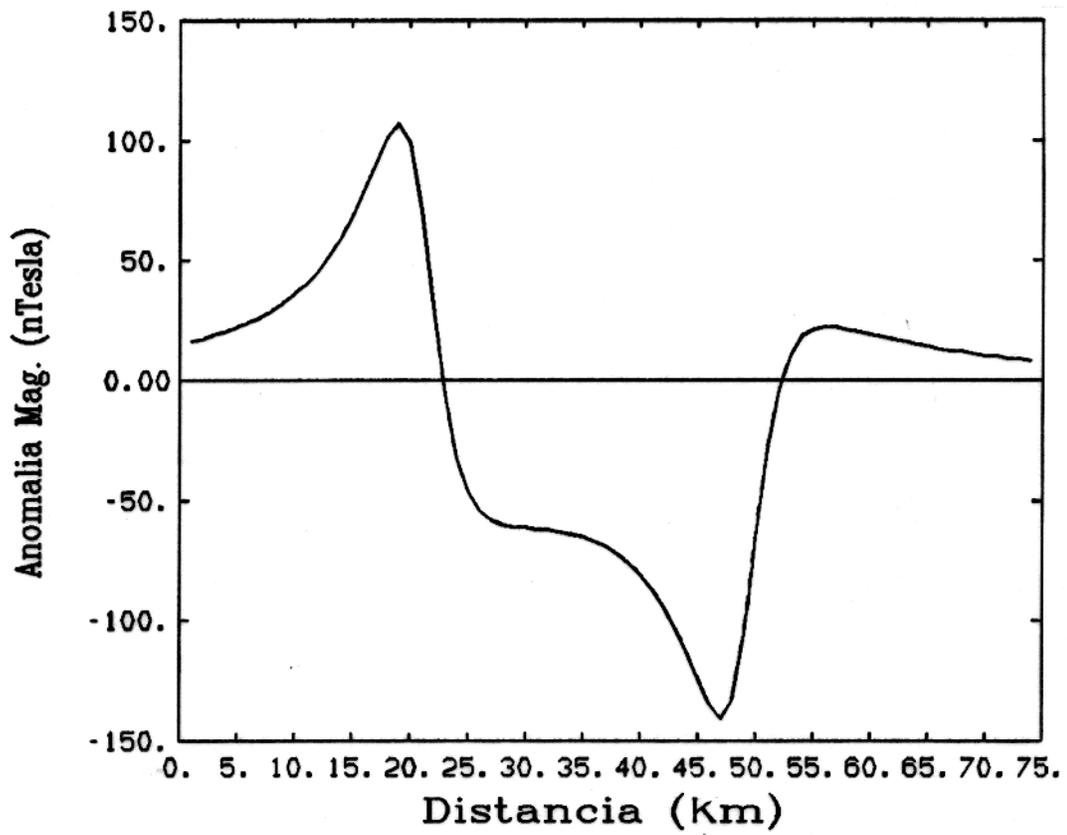


Figura 3.4 - Perfis *R* e *D*, após o deslocamento estático, possuindo coerência de 1.

3.3.2 Aplicação 2

Considere agora um perfil R contendo duas direções correlacionadas com D como indicadas pelas setas na Figura 3.5.

Nesta aplicação, o sinal de referência $R(t)$ e o sinal distorcido $D(t)$ apresentam uma coerência de entrada C_o de 0.80. Estes perfis foram tomados de duas colunas, separadas por 1.5 km, de uma malha regular gerada por um corpo tri-dimensional usando o algoritmo baseado em BHATTACHARYYA (1964).

Aplicando o deslocamento estático, temos um deslocamento de um intervalo de amostra do perfil R , passando a ter agora os perfis uma coerência C de 0.81 como mostra a Figura 3.6.

Vemos na Figura 3.6 que o deslocamento estático nesta aplicação não poderia ser melhor, pois temos dois sentidos de correlação entre os perfis, como mostra a Figura 3.5. É de se notar que o perfil R se posicionou da melhor maneira para aumentar a coerência, ou seja, entre as duas direções de correlação.

Após este deslocamento estático inicia-se então o deslocamento dinâmico do perfil D , ou seja, as distorções das coordenadas do perfil D . Vemos na Figura 3.7 e Figura 3.8 os perfis, após algumas iterações do algoritmo no deslocamento dinâmico, com uma coerência de 0.96 e 0.98 respectivamente, até a iteração final apresentando uma coerência final de 0.99 como vista na Figura 3.9.

Vemos na Figura 3.9 que os picos do perfil D já estão bem correlacionados com os picos do perfil R .

Assim, esta aplicação demonstra que no caso de termos mais de uma direção de correlação entre o perfis, o deslocamento dinâmico pode ser uma alternativa.

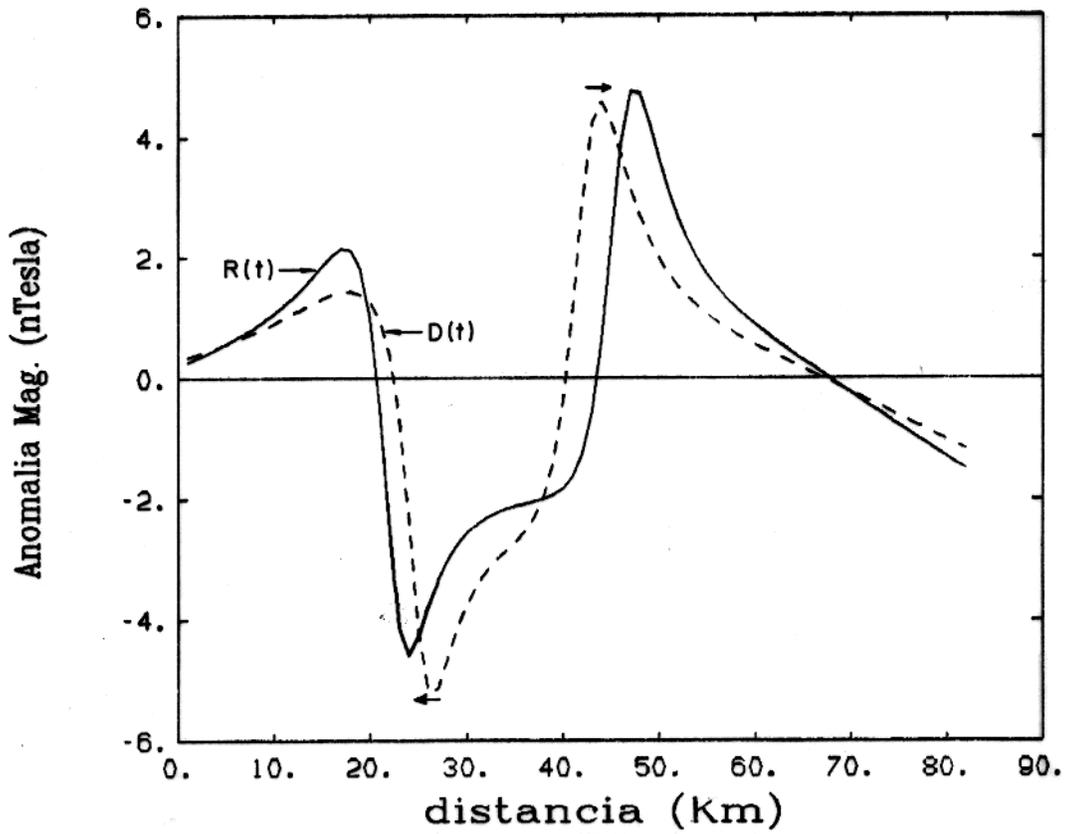


Figura 3.5 - Perfis magnéticos sintéticos $R(t)$ (linha cheia) e $D(t)$ (linha tracejada) com coerência C_0 de 0.80. As setas indicam em quais direções o perfil R é correlacionável com o perfil D .

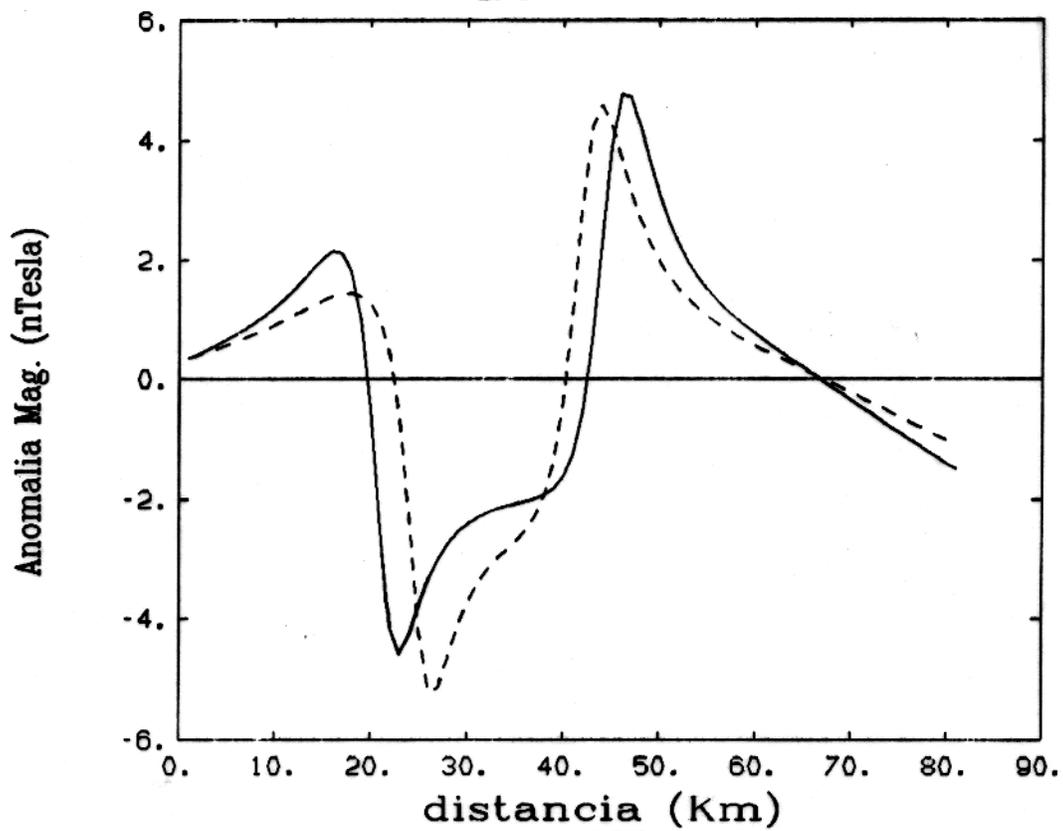


Figura 3.6 - Perfis *R* e *D*, após o deslocamento estático do perfil *R* de um intervalo de amostra, possuindo agora os perfis coerência de 0.81.

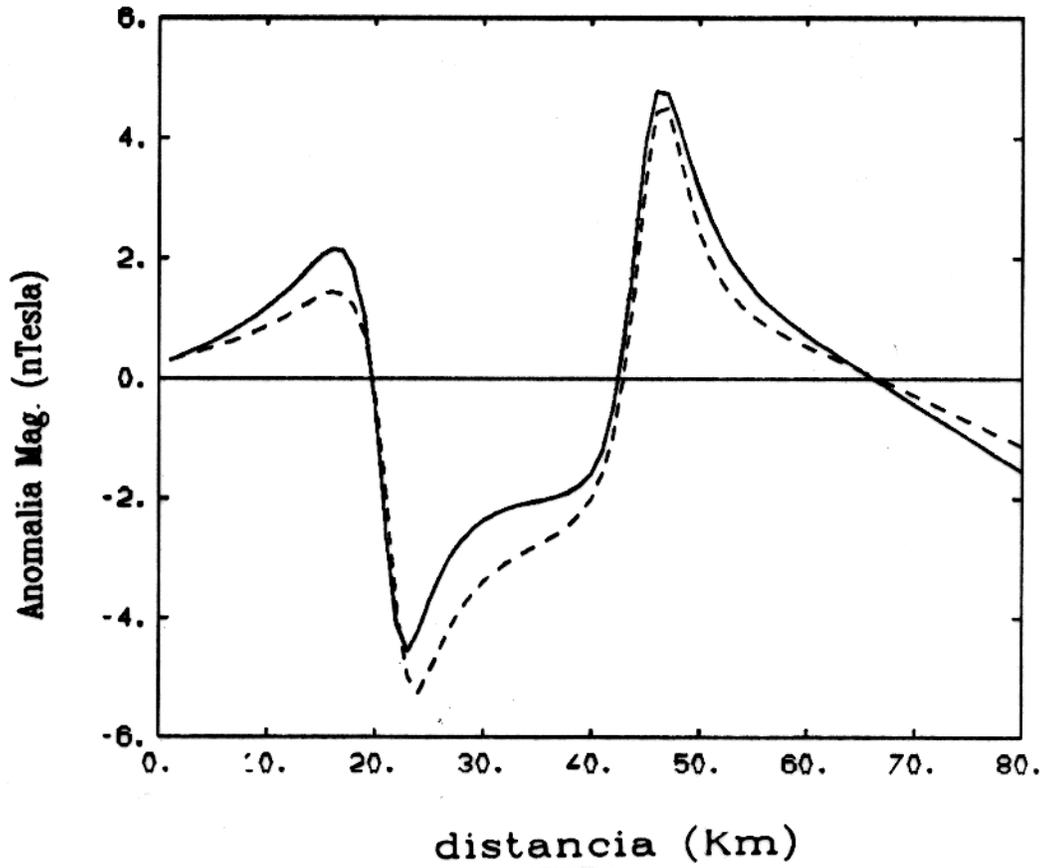


Figura 3.7 - Perfis *R* e *D* com coerência de 0.96 durante o deslocamento dinâmico do perfil *D*, após algumas iterações.

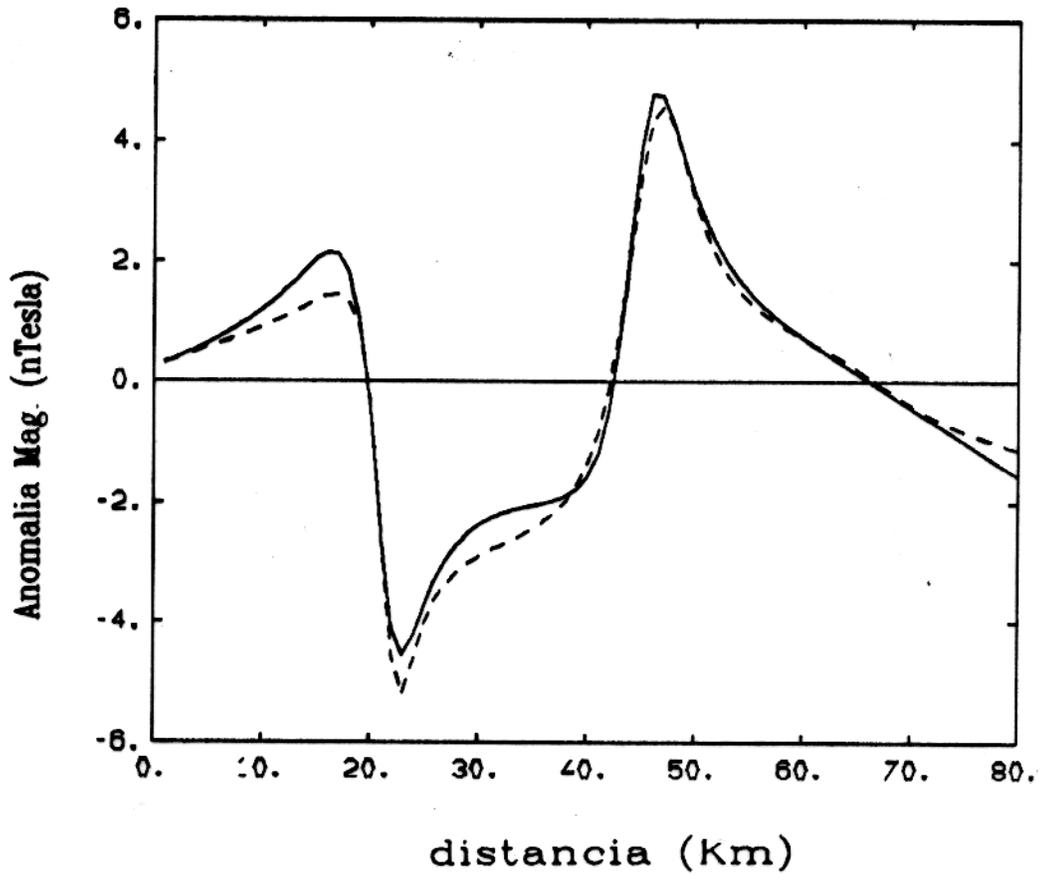


Figura 3.8 - Perfis *R* e *D* com coerência de 0.98 durante o deslocamento dinâmico do perfil *D*, após algumas iterações.

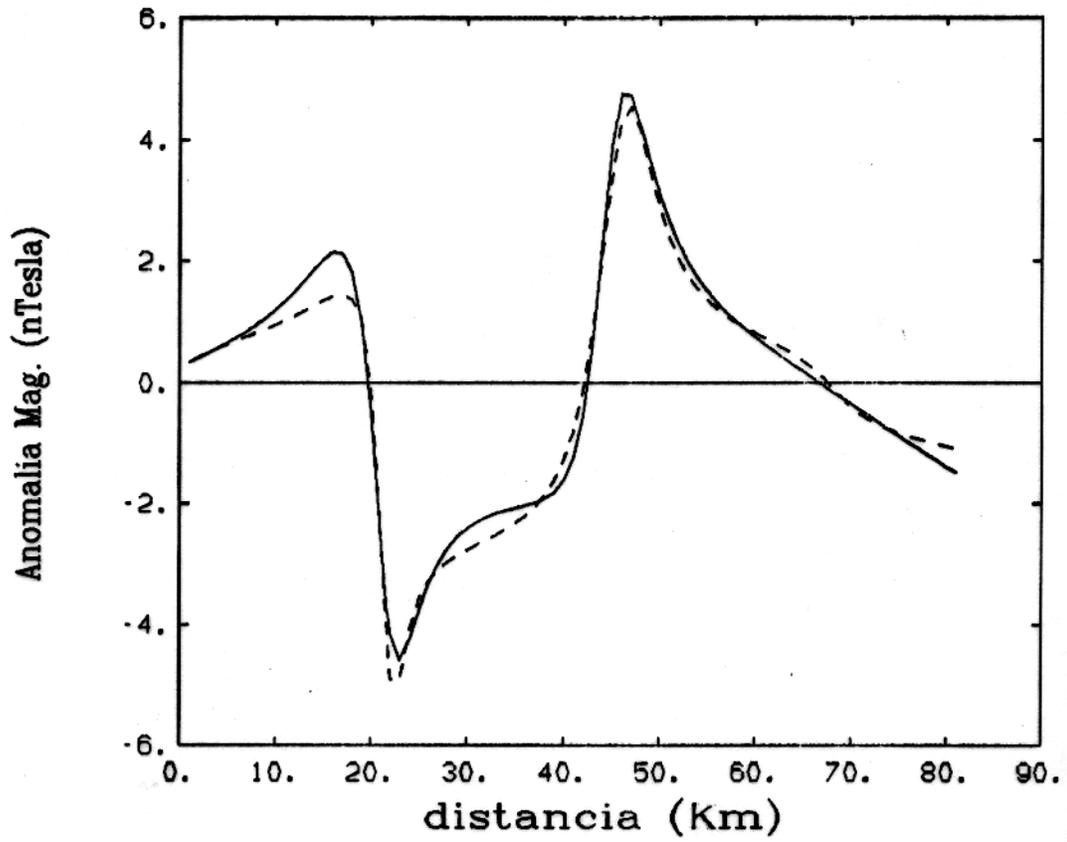


Figura 3.9 - Perfis *R* e *D* com coerência de 0.99, após o deslocamento dinâmico do perfil *D*.

3.3.3 Aplicação 3

Considerem-se os perfis R e D possuindo uma coerência C_0 entre si de 0.86. Vemos na Figura 3.10 os respectivos perfis R e D e triângulos aos pares indicando os picos dos perfis que melhor se correlacionam. Estes perfis foram tomados do projeto Carauari-Norte, pertencente ao aerolevanteamento da Bacia do Solimões. Estes perfis estão separados de 5 km, tendo o aerolevanteamento sido feito com um espaçamento entre as linhas de vôo de 2.5 Km.

Aplicando o deslocamento estático, temos um deslocamento de 32 intervalos de amostras do perfil R , equivalente a um deslocamento de 2112 metros, passando a ter agora os perfis uma coerência C de 0.92 como mostra a Figura 3.11.

Vemos na Figura 3.11 que o deslocamento estático do perfil R foi considerável para aumentar a coerência entre eles, pois, vemos que os picos de D melhor se ajustaram com os de R .

Após este deslocamento estático, inicia-se o deslocamento dinâmico do perfil D . Vemos na Figura 3.12 os perfis após a iteração final do algoritmo no deslocamento dinâmico, apresentando uma coerência de 0.97.

Observamos na Figura 3.12 que o deslocamento dinâmico nesta aplicação foi muito acentuado, no sentido de que ganhamos uma coerência maior entre os perfis. Em compensação, o deslocamento dinâmico comprimiu, com a mudança da frequência do perfil D , uma anomalia considerável de mais ou menos 25 nTesla situada logo após a posição de 800 km e mudou o sentido de correlação na anomalia situada a 400 km, como vemos na Figura 3.12.

Nesta aplicação fica a observação de que o deslocamento dinâmico é muito forte, pois claramente mudou o sentido de correlação e causou uma acentuada compressão no perfil D . Tais mudanças no sentido de correlação do perfil não são aceitáveis no sentido de que uma determinada anomalia pode estar sendo correlacionada com uma outra que não tenha a verdadeira correlação anômala.

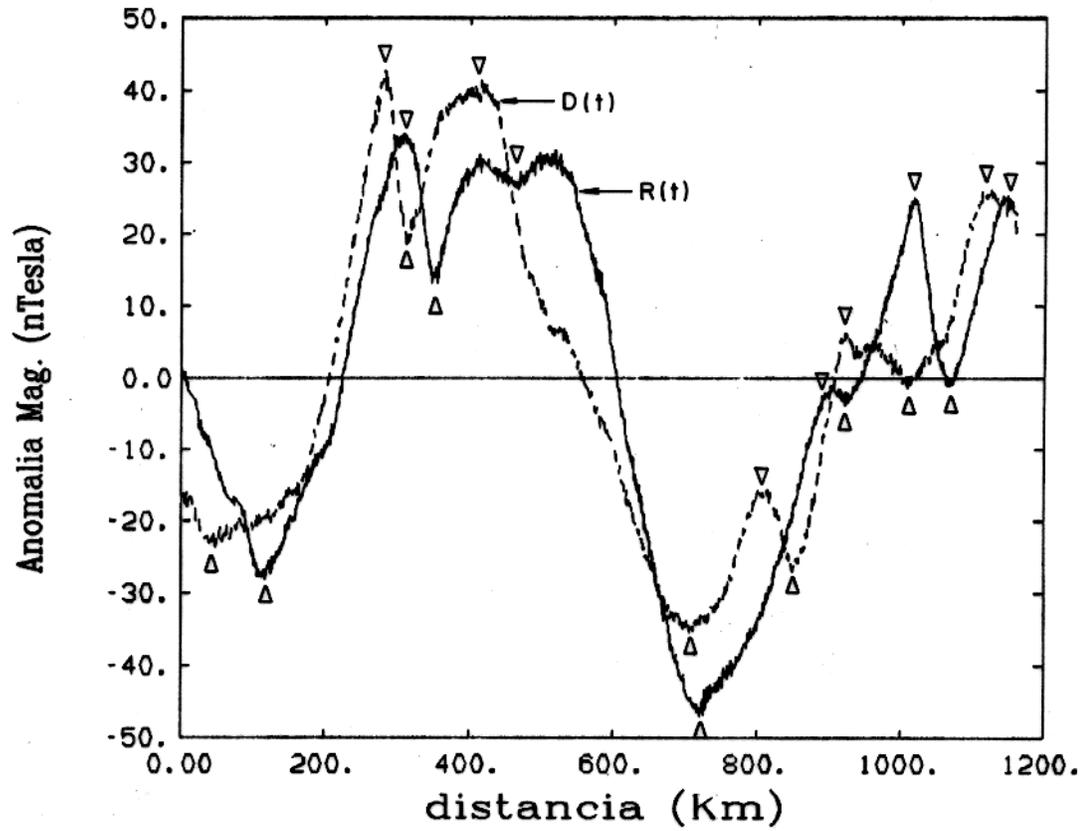


Figura 3.10 - Perfis magnéticos reais $R(t)$ (linha cheia) e $D(t)$ (linha tracejada) com coerência C_o de 0.86. Os triângulos indicam os picos que melhor se correlacionam entre os perfis.

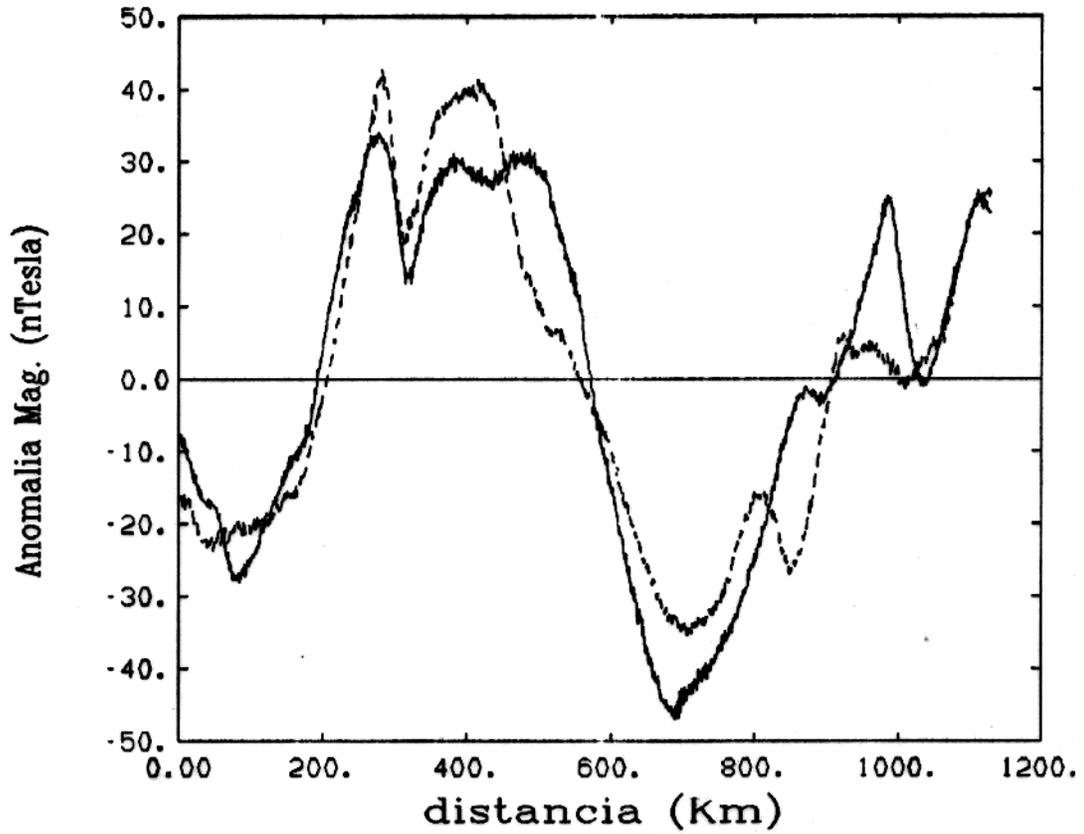


Figura 3.11 - Perfis *R* e *D*, após o deslocamento estático do perfil *R* de 32 intervalos de amostras, passando os perfis a terem coerência de 0.92.

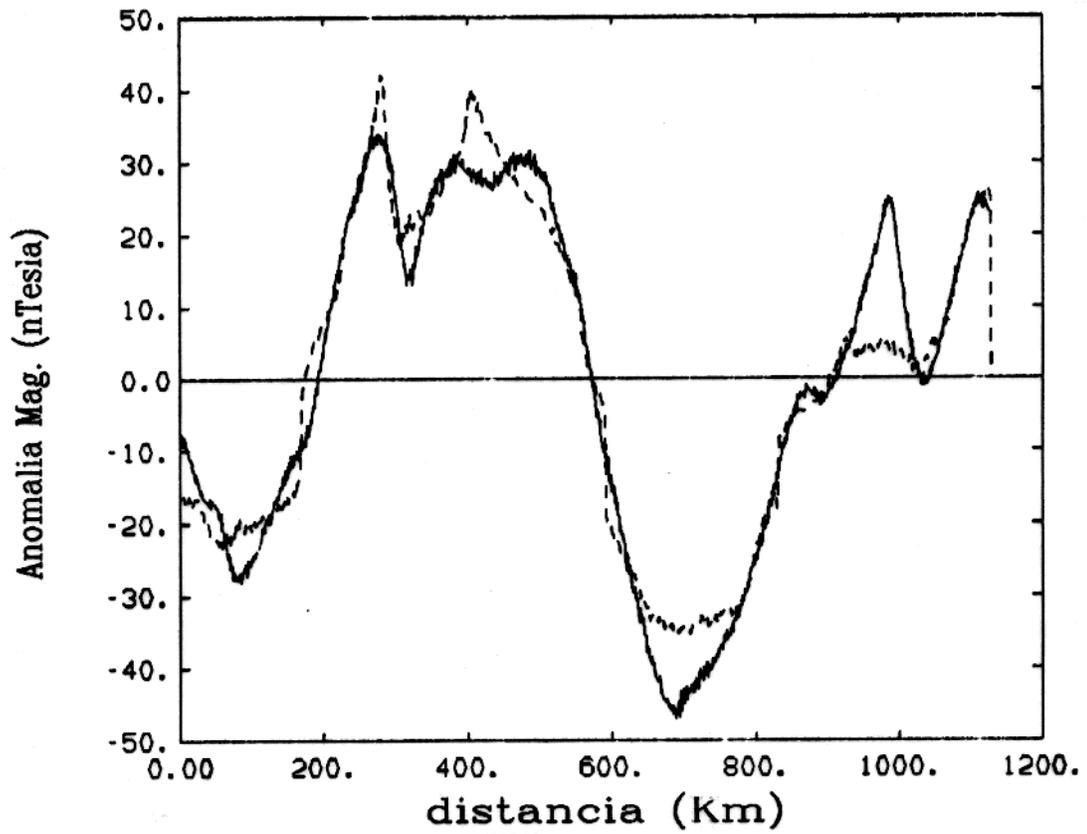


Figura 3.12 - Perfis *R* e *D* com coerência de 0.97, após o deslocamento dinâmico do perfil *D*.

3.3.4 Aplicação 4

Nesta aplicação temos os perfis R e D com uma coerência C_o de 0.95 como mostra a Figura 3.13. Estes perfis foram tomados do mesmo aerolevanteamento da aplicação 3. Os perfis R e D são adjacentes entre si, ou seja, são espaçados de 2.5 km.

Tomando estes perfis e aplicando o deslocamento estático, temos os perfis com uma coerência de 0.97, como mostra a Figura 3.14. O deslocamento do perfil R foi de 14 intervalos de amostras, equivalente a um deslocamento de 924 metros. Vemos na Figura 3.14, que o deslocamento estático melhor ajustou os picos que são correlacionáveis em uma só direção.

Aplicando o deslocamento dinâmico no perfil D , vemos na Figura 3.15 os perfis apresentando uma coerência de 0.99. Vemos entre os perfis uma boa coerência com o compromisso da distorção acentuada do perfil D ; podemos ver na Figura 3.15, como exemplo, a anomalia situada a 400 km e logo após 800 km.

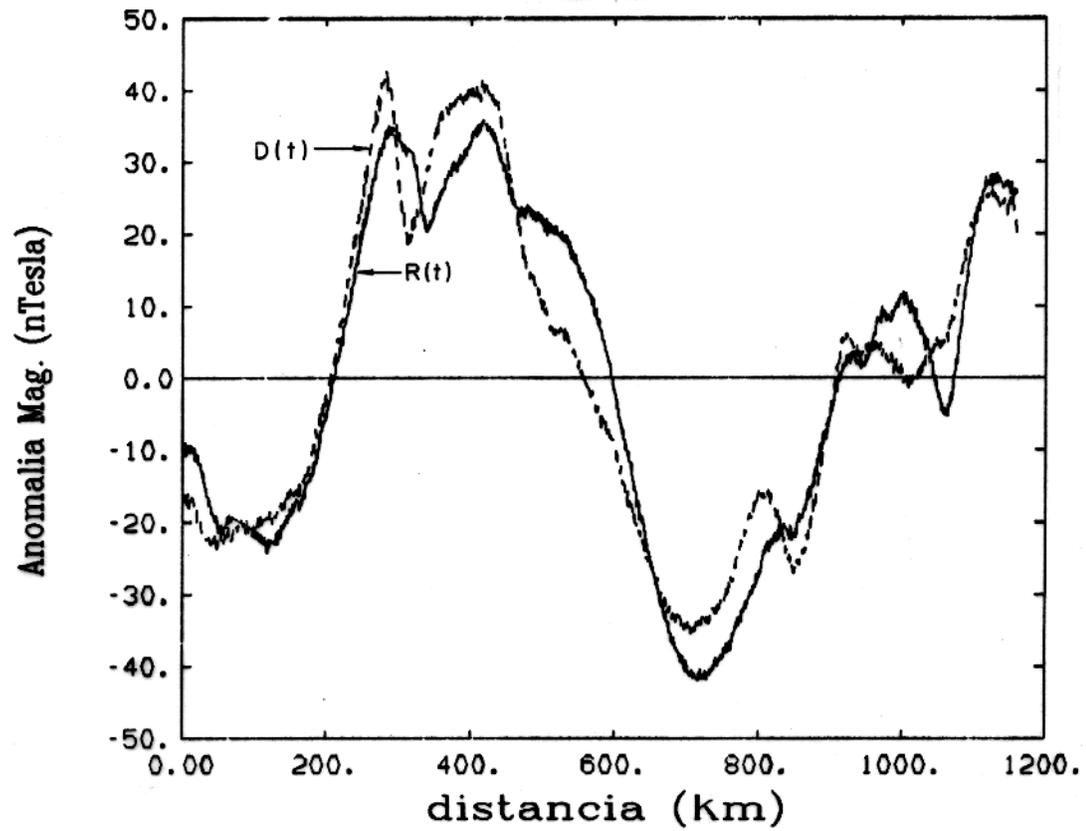


Figura 3.13 - Perfis magnéticos reais $R(t)$ (linha cheia) e $D(t)$ (linha tracejada) possuindo coerência C_0 de 0.95.

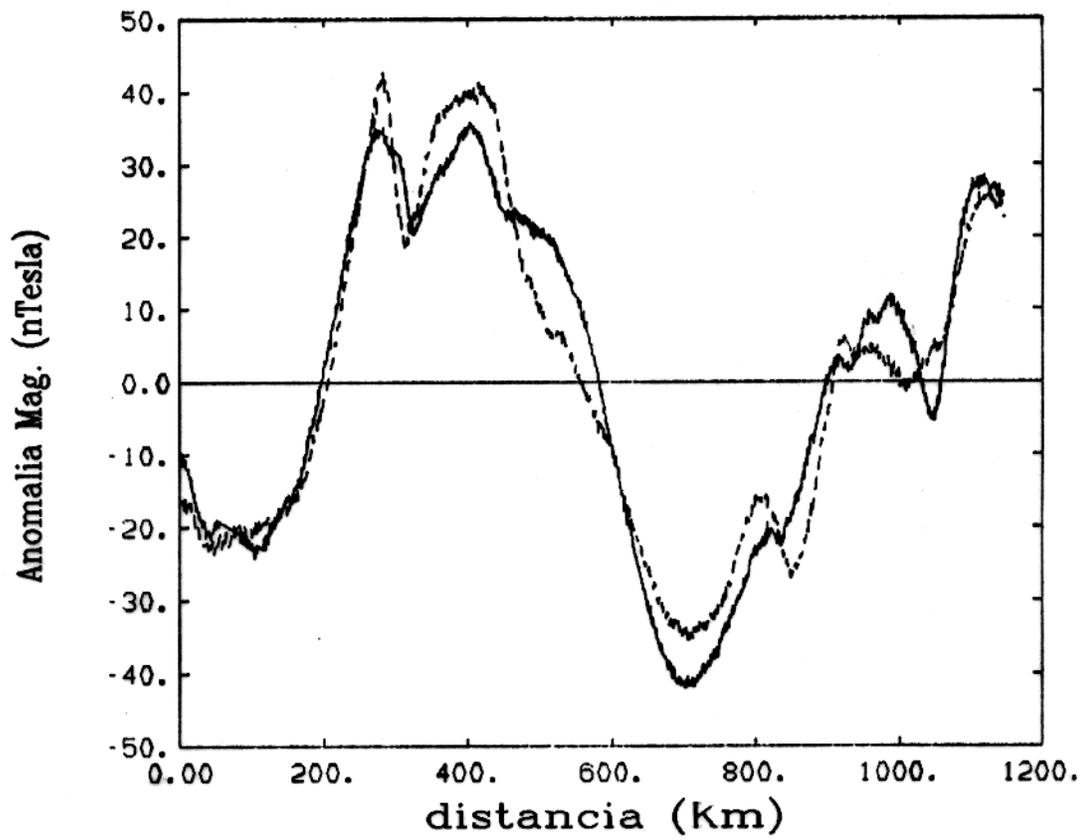


Figura 3.14 - Perfis *R* e *D*, após o deslocamento estático do perfil *R* de 14 intervalos de amostra, passando os perfis a ter coerência de 0.97.

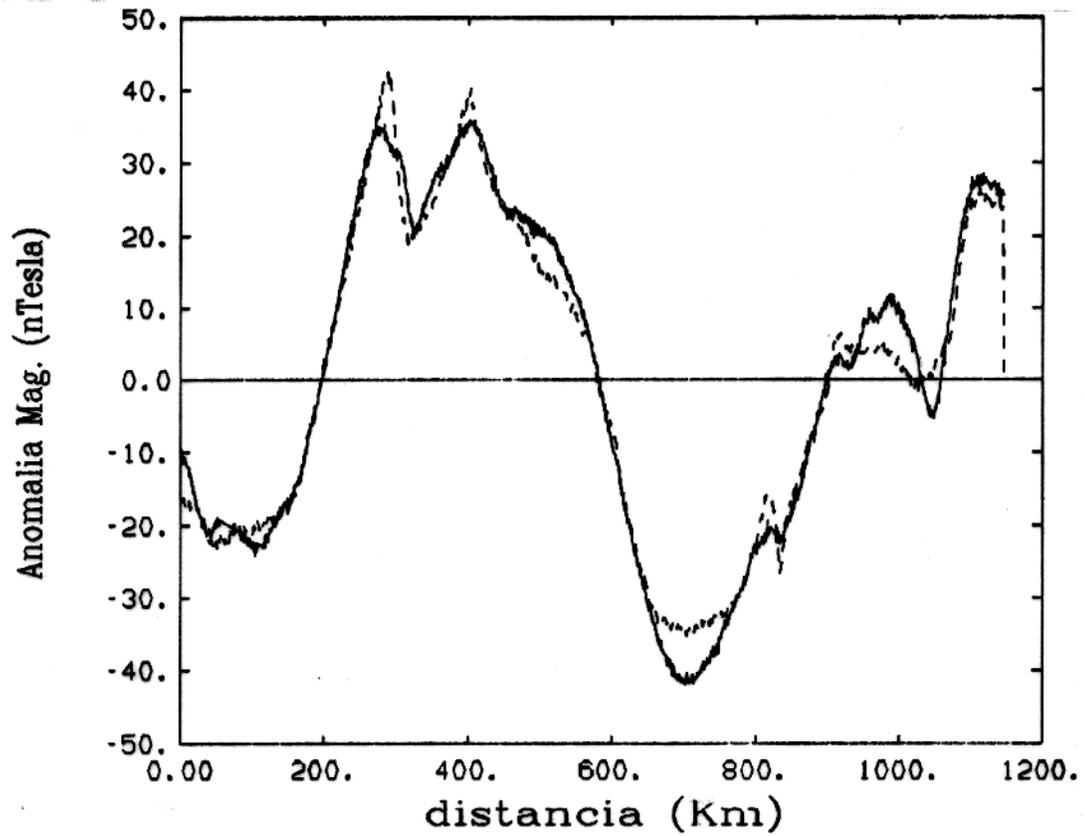


Figura 3.15 - Perfis *R* e *D*, após o deslocamento dinâmico do perfil *D*, passando os perfis a terem coerência de 0.99.

3.3.5 Aplicação 5

Vemos na Figura 3.16, perfis R e D com uma coerência C_o de 0.85 e os pares de triângulos indicando os picos correlacionáveis entre os perfis. Estes perfis estão localizados no mesmo Projeto do aerolevantamento da Bacia do Solimões e estão separados a uma distância de 5 km.

Com a aplicação do deslocamento estático, temos os perfis com uma coerência de 0.92, como vemos na Figura 3.17. O deslocamento do perfil D foi de 28 intervalos de amostras equivalente a um deslocamento de 1848 metros.

Vemos na Figura 3.17 que, em geral, os picos melhor se ajustaram entre si com o deslocamento estático. Com o deslocamento dinâmico do perfil D a coerência passou a ser de 0.95, como vemos os perfis na Figura 3.18.

Vemos na Figura 3.18 que alguns picos indicados por triângulos, vistos na Figura 3.16, melhor se ajustaram e outros mudaram o sentido de correlação. Como exemplo, vemos, na Figura 3.18, que o pico do perfil D situado logo após 600 km não ajustou com o de R e o pico de anomalia situado logo após 1400 km foi praticamente comprimido com o deslocamento dinâmico.

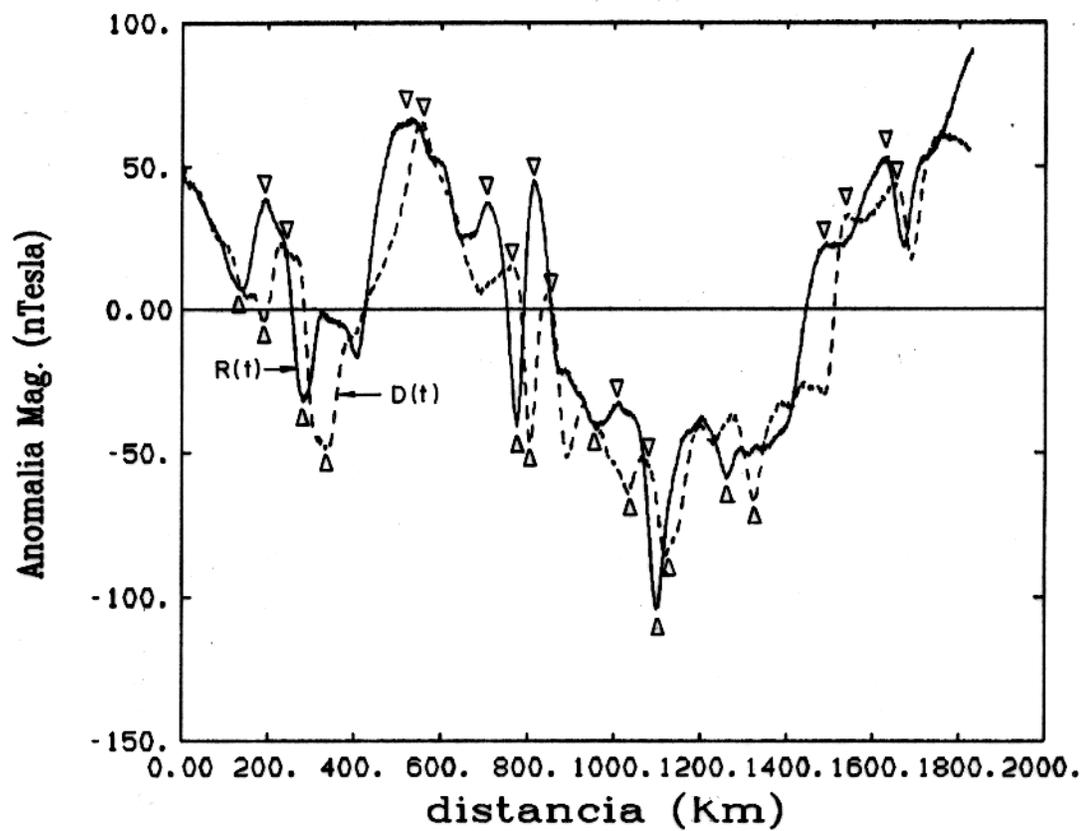


Figura 3.16 - Perfis magnéticos reais $R(t)$ (linha cheia) e $D(t)$ (linha tracejada) possuindo coerência C_o de 0.85. Os pares de triângulos indicam os picos que melhor se correlacionam.

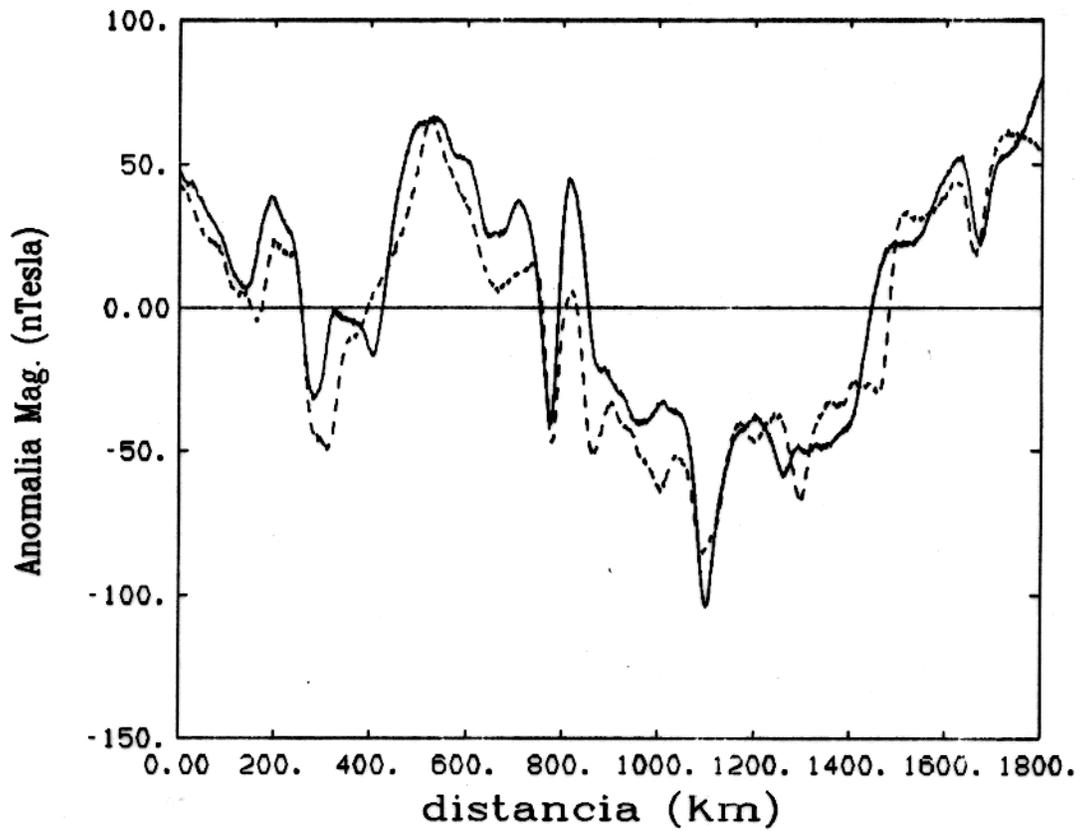


Figura 3.17 - Perfis *R* e *D*, após o deslocamento estático do perfil *D* de 28 intervalos de amostra, passando os perfis a ter coerência de 0.92.

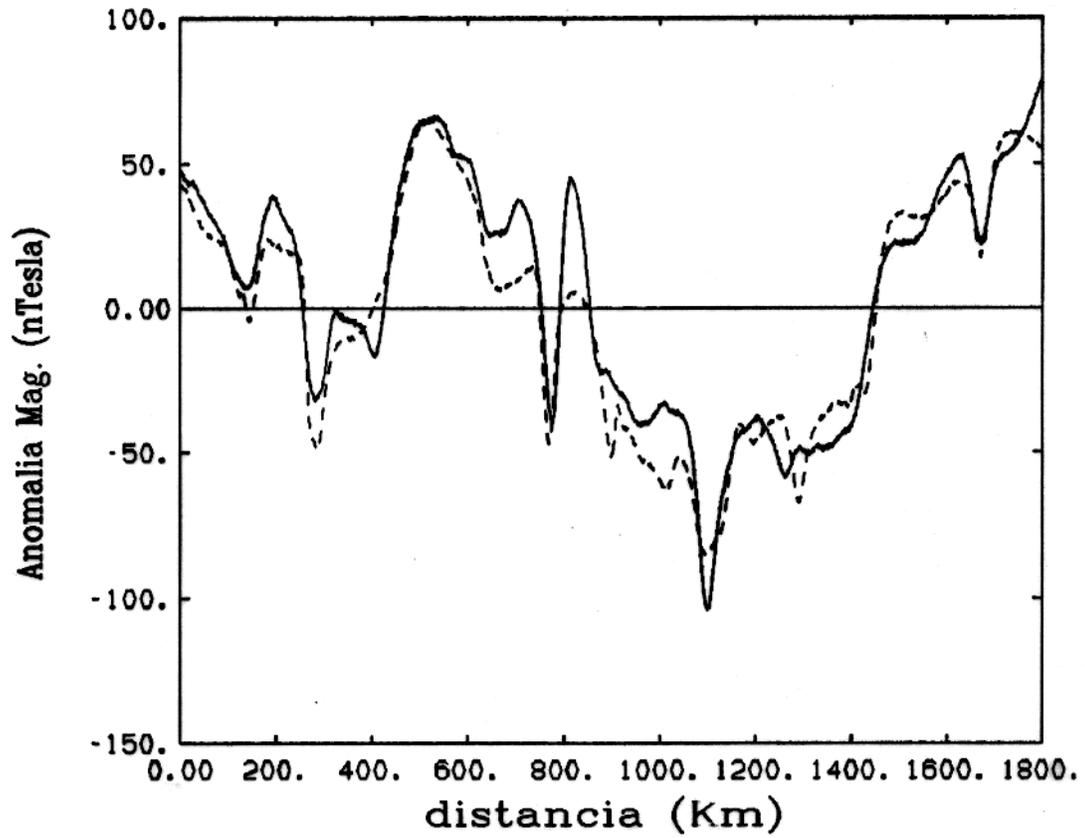


Figura 3.18 - Perfis *R* e *D*, após o deslocamento dinâmico do perfil *D*, quando os perfis passaram a ter coerência de 0.95.

3.3.6 Aplicação 6

Vemos na Figura 3.19 os perfis R e D com uma coerência C_o de 0.92 e os pares de triângulos indicando os picos correlacionáveis entre os perfis. Estes perfis são adjacentes do aerolevanteamento do Projeto Carauari-Norte, separados com uma distância de 2.5 km.

Tomando estes perfis e aplicando o deslocamento estático (Figura 3.20), temos os perfis com uma coerência de 0.96. O deslocamento do perfil D foi de 11 intervalos de amostras equivalentes a 726 metros. Vemos que com o deslocamento estático os picos melhor se ajustaram entre si.

Com o deslocamento dinâmico os perfis passaram a ter uma coerência de 0.97 como mostra a Figura 3.21.

Vemos nesta aplicação que as distorções de D , não foram tão acentuadas como nos exemplos anteriores.

3.3.7 Conclusões das Aplicações

Vimos nas aplicações que o deslocamento estático pode melhorar a coerência entre os perfis, sem distorcer a frequência das anomalias, com a garantia de que as anomalias não desaparecem com o deslocamento.

O deslocamento dinâmico, por sua vez, pode ser usado para melhorar a coerência entre os perfis, quando apresentam mais de uma direção de correlação, mas devemos ter muito cuidado, pois o deslocamento é muito acentuado aplicações 3 e 4, mudando, às vezes, o sentido de correlação entre os perfis, como indicado nas aplicações 3 e 5. Esta robustez do deslocamento dinâmico está relacionada com o grau de liberdade deste deslocamento, que é o número de coeficientes da série de senos a serem usados.

Com estas observações escolhemos aplicar apenas o deslocamento estático nos perfis magnéticos reais como será visto no capítulo 4, pois temos a certeza de que este deslocamento não provoca distorções inaceitáveis nos perfis.

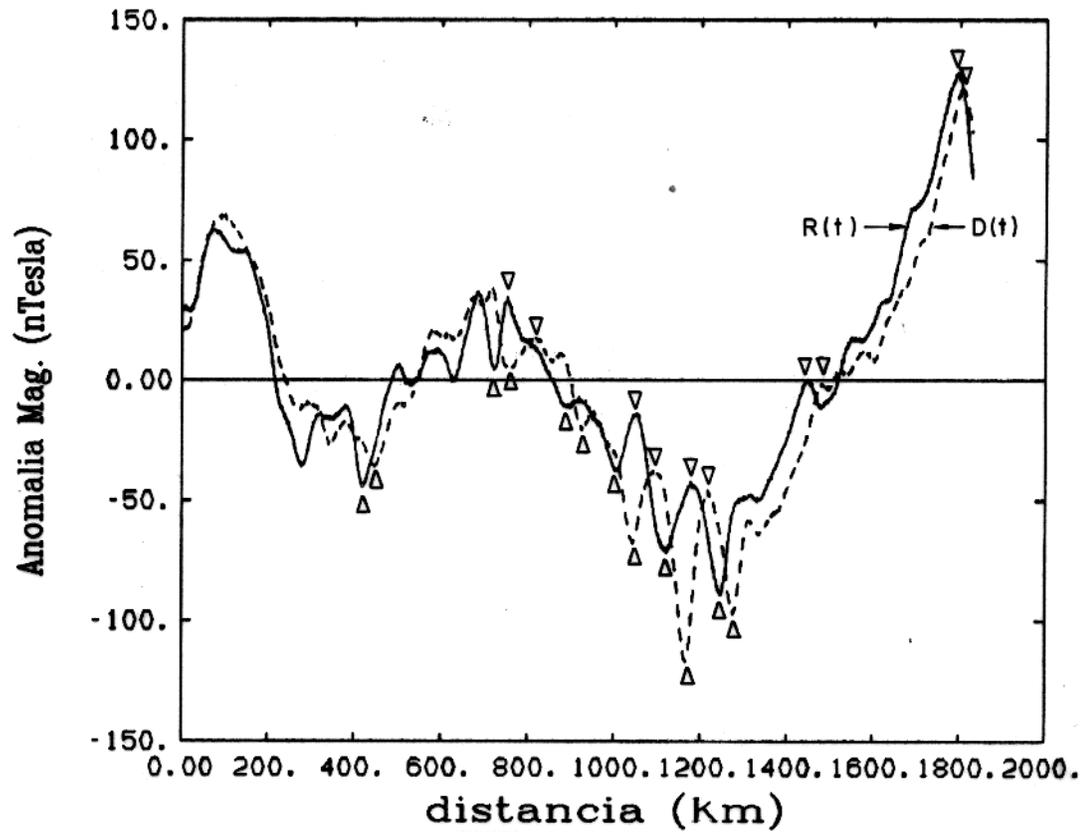


Figura 3.19 - Perfis magnéticos reais $R(t)$ (linha cheia) e $D(t)$ (linha tracejada) possuindo coerência C_o de 0.92. Os pares de triângulos indicam os picos que melhor se correlacionam.

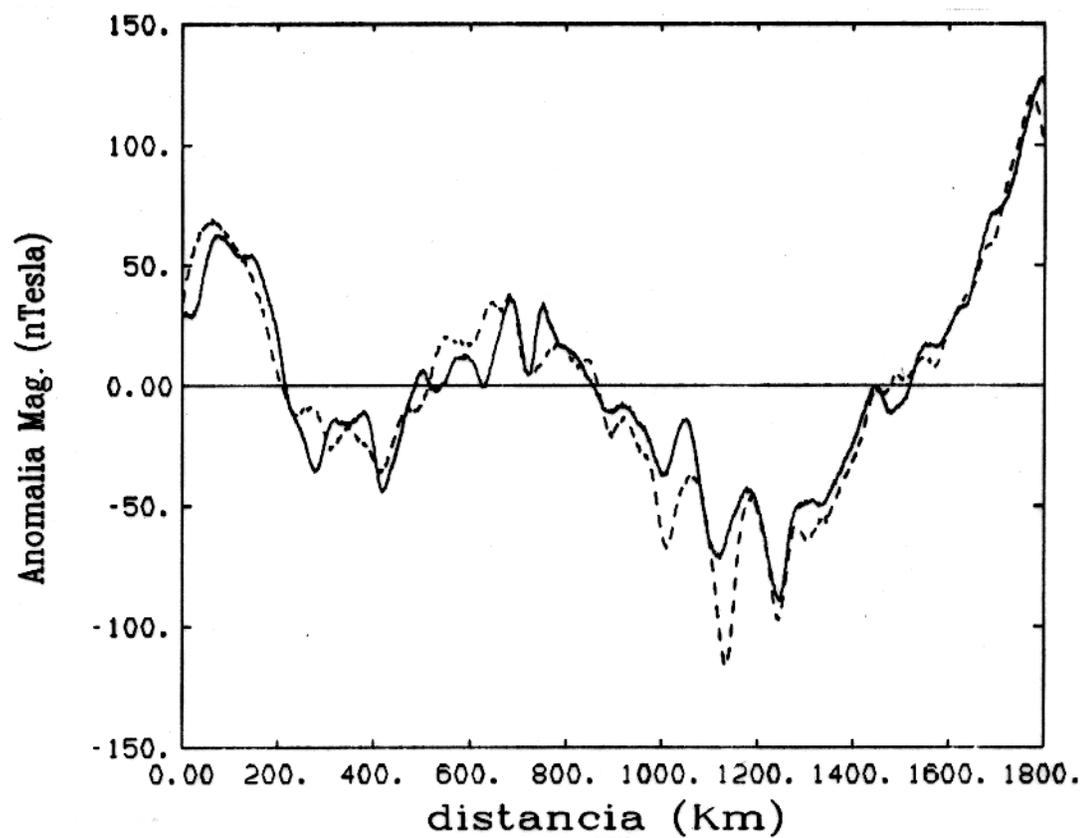


Figura 3.20 - Perfis *R* e *D*, após o deslocamento estático do perfil *D* de 11 intervalos de amostra, onde os perfis passaram a ter coerência de 0.96.

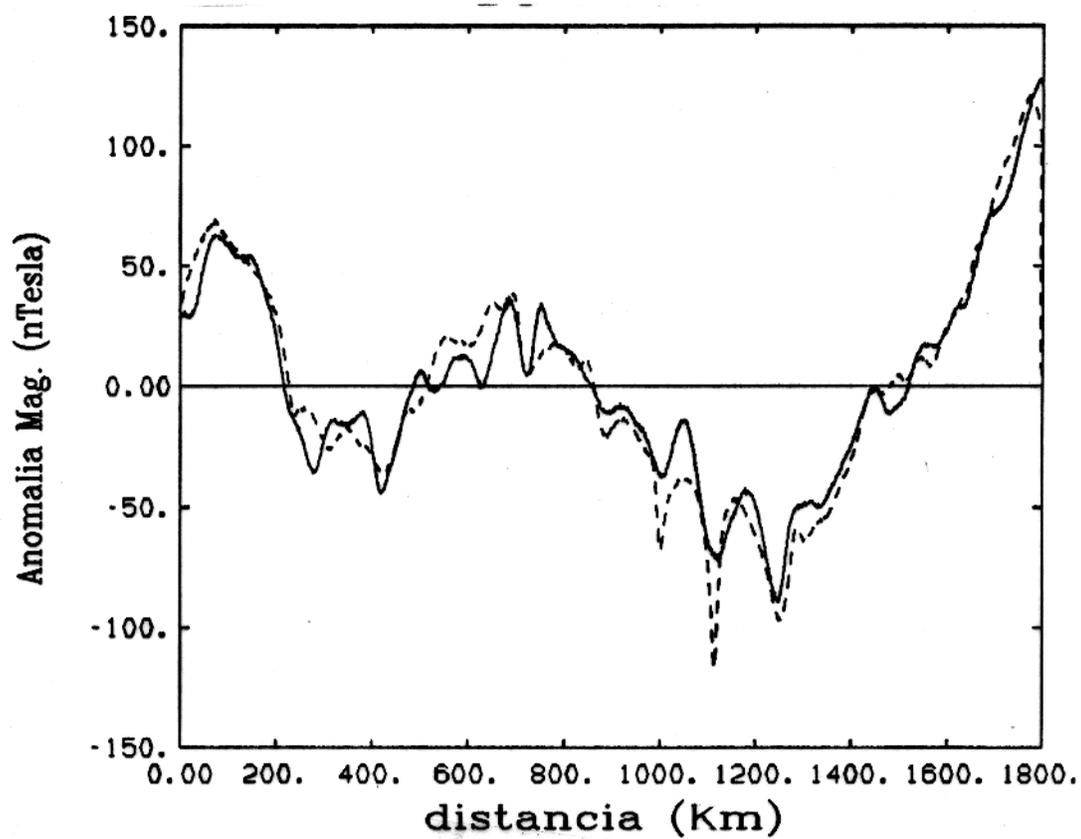


Figura 3.21 - Perfis *R* e *D* após o deslocamento dinâmico, tendo os perfis uma coerência de 0.97.

4 - APLICAÇÃO DA DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES SOBRE DADOS REAIS

4.1 DADOS REAIS UTILIZADOS

Os dados utilizados para aplicação da metodologia desenvolvida, nos capítulos 2 e 3, são de duas áreas da Bacia do Solimões cobertas pelo Projeto Carauari-Norte situado na região Centro-Oeste do Estado do Amazonas (Figura 4.1). Os dados do Projeto Carauari-Norte foram coletados no período de Junho a Novembro de 1981, pelo serviço de magnetometria da empresa LASA, contratada pelo Departamento de Exploração da PETROBRÁS (DEPEX), para medições da intensidade total do campo magnético terrestre.

Resumidamente os parâmetros da execução do aerolevante podem ser descritos da seguinte maneira :

- Direção das linhas de vôo : Norte-Sul;
- Espaçamento entre as linhas de vôo : 2500 metros;
- Direção das linhas de controle : Leste-Oeste e espaçadas de 8000 metros aproximadamente;
- Intervalo entre medições geofísicas consecutivas : 66 metros;
- Precisão das medidas : 1.0 nT;
- Altitude de vôo : 800 metros acima do nível médio dos mares;
- Velocidade aproximada de vôo : 220 Km/h ($\pm 10\%$);
- Navegação por sistema Doppler apoiado visualmente através de mapas de vôo obtidos de mosaicos de radar, na escala de 1:100.000;
- Controle de navegação feito através da verificação por meio de filme obtido pela câmera de rastreamento.

Os dados coletados foram submetidos pela empresa a um conjunto de técnicas de computação, especificamente elaboradas para processamento automático de dados aerogeofísicos, envolvendo desde o tratamento dos registros digitais de campo até a obtenção dos originais finais, utilizados neste trabalho, armazenados em fitas magnéticas. Na Figura 4.2 vemos as linhas de vôo representadas pelas fiduciais do aero-levantamento do Projeto Carauari-Norte e as duas áreas de aplicação da metodologia.

4.2 PRIMEIRA APLICAÇÃO (ÁREA 1)

A primeira área de aplicação, contém 18 perfis aeromagnéticos e está situada entre a latitude Norte de $3^{\circ}.27'$ e latitude Sul de $4^{\circ}.32'$ entre as longitudes Oeste e Leste respectivamente de $66^{\circ}.54'$ e $66^{\circ}.31'$ como mostra a Figura 4.2.

Esta área foi escolhida por apresentar as linhas de vôo de forma contínua (não truncadas como acontece em outras áreas) e devido conter muitos ruídos causados no processo de medida (AFFONSO, 1991).

Tomando dezoito perfis, interpolamos em espaços igualmente amostrados de 66 metros, na direção N-S, e consideramos o rumo de cada perfil, como sendo uma constante dada pela média das posições em UTM das longitudes de medidas. Vemos então na Figura 4.3, os perfis aeromagnéticos igualmente interpolados de 66 metros contendo 1828 pontos de amostragem situados em rumo constante, representados pelo símbolo de soma (+), e o mapa de contorno destes perfis após obter uma malha regular com espaçamento de 0.25 km

Observando o mapa de contorno da Figura 4.3, notamos lineamentos em forma de espinha de peixe ao longo das linhas de vôo como nos perfis 4, 8, e 10 e deslocamento abrupto como visto nos perfis 5 e 6. Estes lineamentos são falsas anomalias, pois sabemos de acordo com CAPUTO (1990) que não existem estruturas magnéticas ao longo desta direção nesta área, e podem ser interpretadas com tendo origem no erro de posicionamento da linha de vôo³. Isto justifica, então a necessidade da aplicação do deslocamento estático dos perfis magnéticos com a finalidade de horizontalizar o máximo possível estes lineamentos na direção O-L, na tentativa de aumentar a coerência entre eles.

4.2.1 Deslocamento Estático e a Representação da Matriz A.

A disposição destes dezoito perfis nas colunas da matriz A será feita após o deslocamento estático dos perfis. Isto é devido de que se tomassemos estes perfis e representassemos na

³O'BRIEN (1992) (Informação verbal)

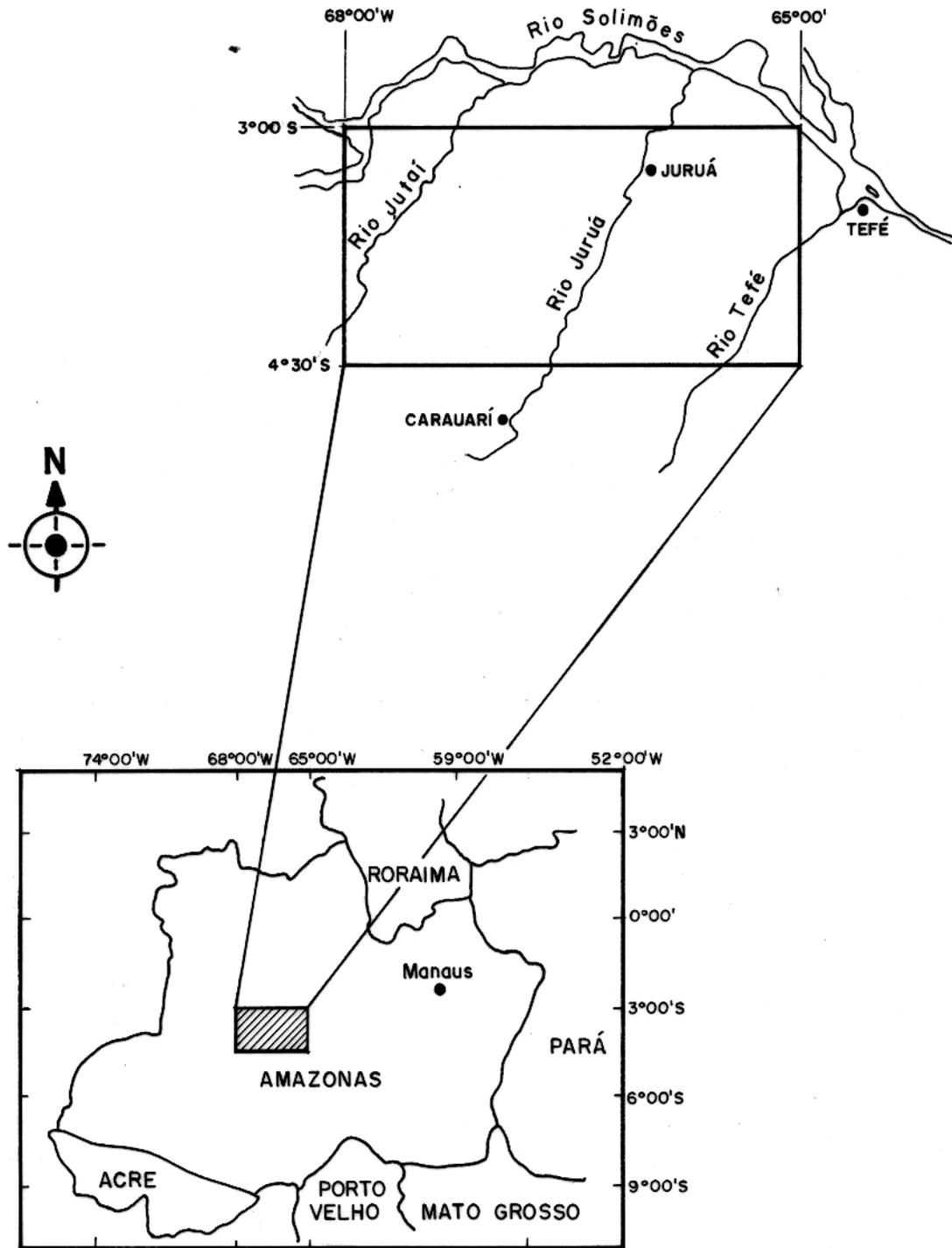


Figura 4.1 - Localização geográfica do Projeto Carauari-Norte.

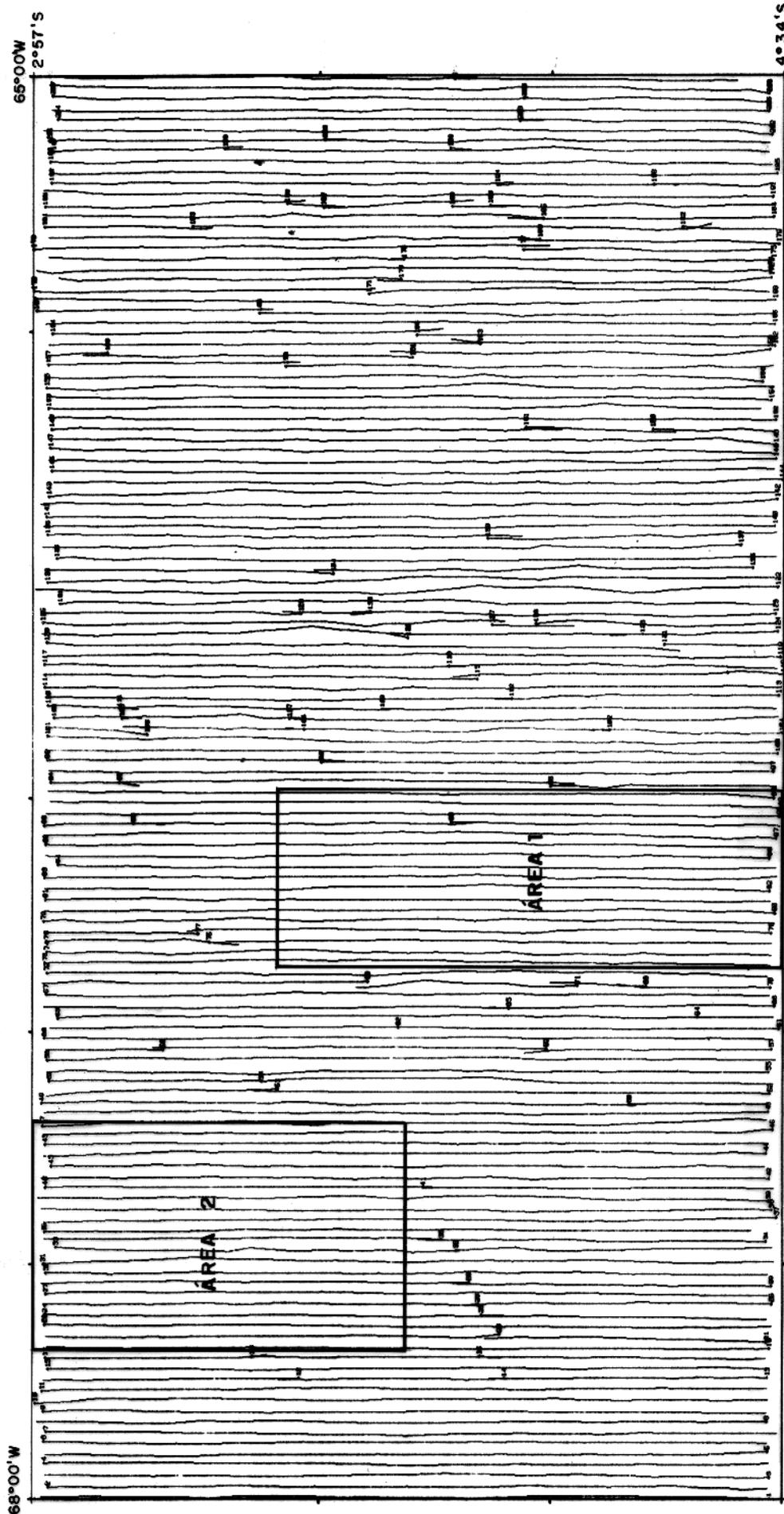


Figura 4.2 - Linhas de vôo construídas através das fiduciais do Projeto Carauari-Norte e as duas áreas, 1 e 2, de aplicação da metodologia.

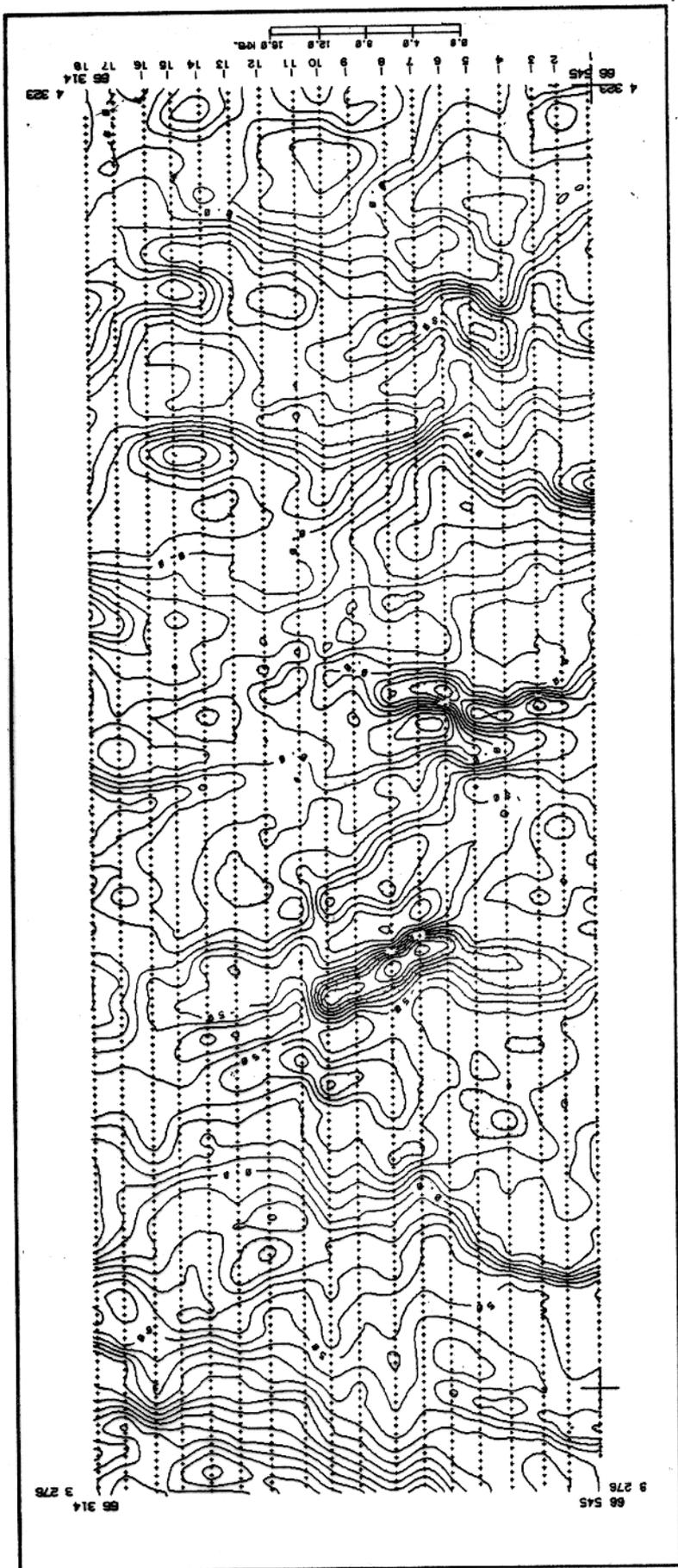


Figura 4.3 - Mapa de contorno dos perfis magnéticos após feita a malha regular com espaçamento de 0.25 km. Intervalo de contorno de 10 nTesla. As linhas verticais, com símbolo de (+), são as representações dos perfis magnéticos que estão numerados no sentido de O - L. Vemos nos perfis 5 e 6 um deslocamento abrupto do lineamento magnético.

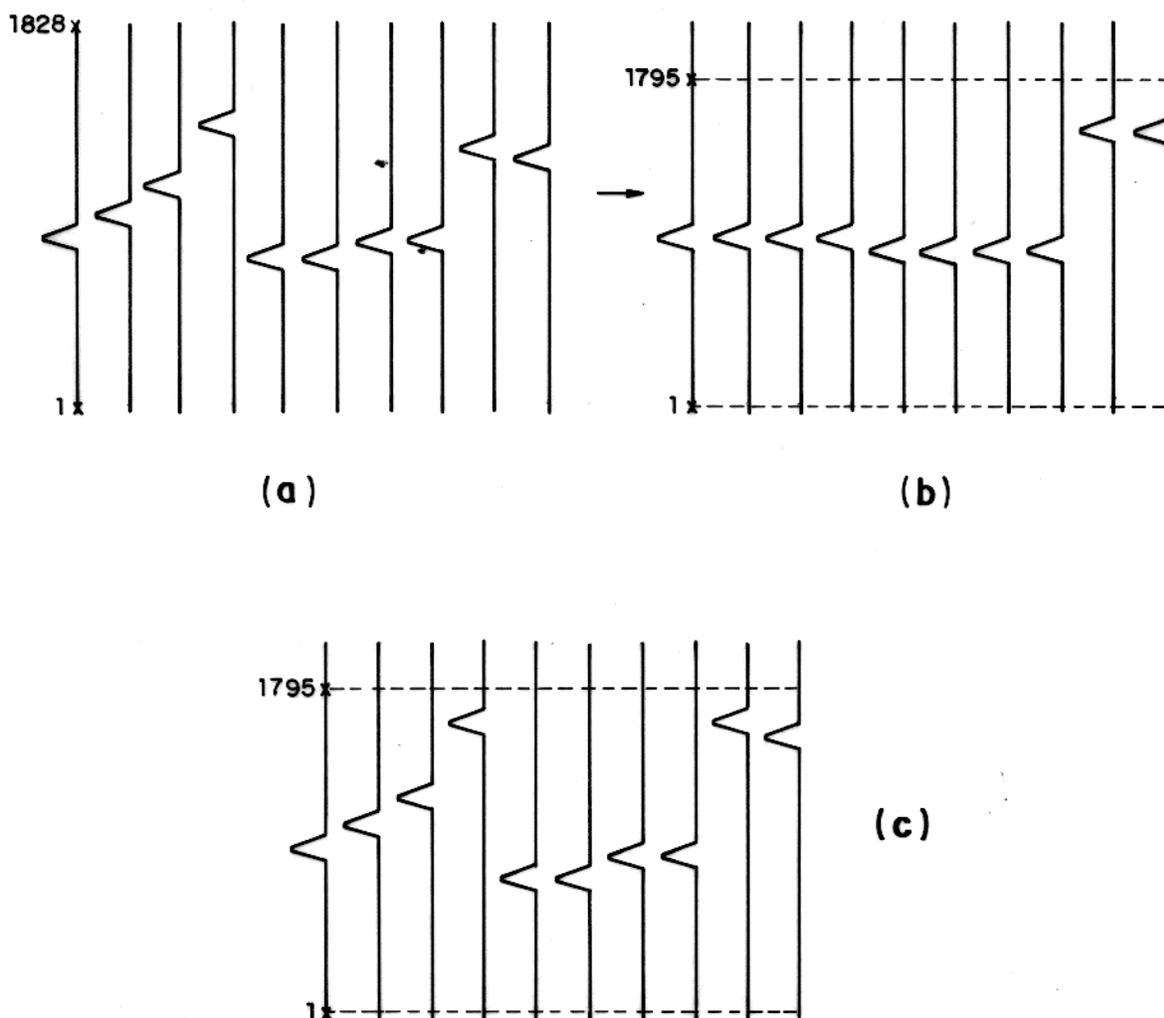


Figura 4.4 - a) Ilustração de uma janela de perfis contendo 1828 pontos por 10 perfis. b) Perfis 2, 3, 4, 7, 8 e 9 de a) deslocados estaticamente. As linhas horizontais tracejadas indicam a escolha da dimensão da janela de perfis que representará a matriz S , 1795×10 . c) Perfis de a). As linhas tracejadas indicam a dimensão (mesma de S) da matriz A que conterà os perfis em suas posições originais.

forma de coluna de A , quando aplicássemos o deslocamento estático, haveria vagas (buracos) deixados por este deslocamento na matriz A . Para contornar estas vagas, aplicaremos primeiramente o deslocamento estático e em seguida tomaremos a representação das matrizes A , contendo os perfis em suas posições originais, e a matriz S , contendo os perfis de A deslocados estaticamente. Podemos ver melhor ilustrado na Figura 4.4 como será feita a representação das matrizes A e S .

Assim, para fazermos o deslocamento estático dos perfis como vimos no capítulo 3, devemos primeiramente retirar o *trend* da área que contem estes perfis e tomar um perfil de referência R e um perfil D correlacionável com R . Agora, não podemos tomar um perfil $R = p_j$ qualquer e correlacionar os demais com este, pois um determinado perfil D pode não

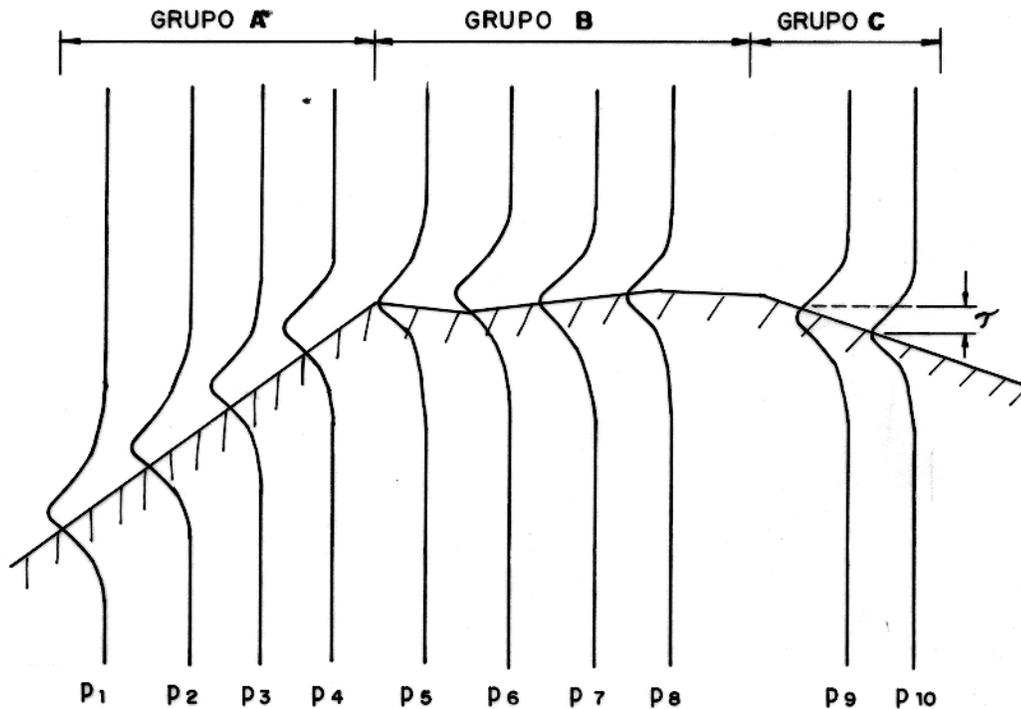


Figura 4.5 - Três grupos A, B e C de perfis, avaliando três estruturas bi-dimensionais. Vemos que os quatro primeiros perfis podem ser correlacionáveis entre si, assim como do quinto ao oitavo e o nono ao décimo. τ significa a quantidade de intervalos de amostras que o perfil D está deslocado de R .

ser correlacionável com este. Devemos, assim, escolher grupos de perfis correlacionáveis entre si e para cada grupo um perfil de referência R e os demais perfis de cada grupo ficam sendo os perfis D . Esta escolha de grupos de perfis pode ser melhor entendida através da Figura 4.5.

Vemos, Figura 4.5, que, se a quantidade de intervalos de amostra τ é constante ou são próximas entre si com a correlação de um perfil com o perfil adjacente, podemos dizer que estes perfis são correlacionáveis entre si, no sentido de estarem avaliando a mesma fonte magnética. Podemos tomar isto como um critério de escolha dos grupos.

Assim, para escolhermos os grupos, tomamos estes 18 perfis e fizemos o deslocamento estático de um perfil com o perfil adjacente, ou seja, perfil 1 com o perfil 2, perfil 2 com o perfil 3, perfil 3 com o perfil 4, assim por diante, até o perfil 17 com o 18, em seguida construímos a Tabela 4.1, que descreve os parâmetros deste deslocamento, e o gráfico, Figura

Tabela 4.1 - Parâmetros que descrevem o deslocamento estático de um perfil p_i com o perfil adjacente p_{i+1} . C_o é a coerência inicial entre os perfis e C é a coerência dos perfis após o deslocamento estático. O sinal negativo de τ significa que o perfil p_j deslocou em relação a p_{j+1} .

| p_j | p_{j+1} | C_o | C | τ |
|-------|-----------|-------|-------|--------|
| 1 | 2 | 0.95 | 0.96 | 6 |
| 2 | 3 | 0.973 | 0.976 | -6 |
| 3 | 4 | 0.94 | 0.945 | 8 |
| 4 | 5 | 0.95 | 0.97 | -10 |
| 5 | 6 | 0.91 | 0.95 | -20 |
| 6 | 7 | 0.95 | 0.96 | 7 |
| 7 | 8 | 0.93 | 0.96 | 17 |
| 8 | 9 | 0.942 | 0.947 | 10 |
| 9 | 10 | 0.97 | 0.98 | 10 |
| 10 | 11 | 0.92 | 0.96 | -31 |
| 11 | 12 | 0.97 | 0.98 | 1 |
| 12 | 13 | 0.963 | 0.965 | -5 |
| 13 | 14 | 0.97 | 0.98 | -1 |
| 14 | 15 | 0.63 | 0.957 | -13 |
| 15 | 16 | 0.57 | 0.96 | 16 |
| 16 | 17 | 0.94 | 0.95 | -6 |
| 17 | 18 | 0.95 | 0.96 | -2 |

4.6, que mostra a quantidade de intervalos de amostra τ que o perfil se deslocou do perfil adjacente.

Vemos na Tabela 4.1 que em certos casos, o deslocamento estático aumentou consideravelmente a coerência entre os perfis. Como exemplo, veja a correlação entre os perfis 5 e 6, 7 e 8, 10 e 11, 14 e 15 e 15 e 16. Observamos que o maior deslocamento estático ocorreu entre os perfis 10 e 11, que foi de -31 intervalos de amostras o que equivale a um deslocamento estático do perfil 10, de 2046 m em relação ao perfil 11, passando os perfis de uma coerência de 0.92 para 0.96 como mostra a Tabela 4.1.

Assim, com a ajuda do gráfico da Figura 4.6, escolhemos os grupos, Tabela 4.2, nos quais a quantidade de intervalos de amostras é constante com a correlação de um perfil com o perfil adjacente ou as quantidades de intervalos de amostras são próximas entre si.

Com a escolha dos grupos, foram feitos, então, os deslocamentos estáticos dos perfis D com seus respectivos perfis R. Ilustramos na Tabela 4.3 os resultados da aplicação do

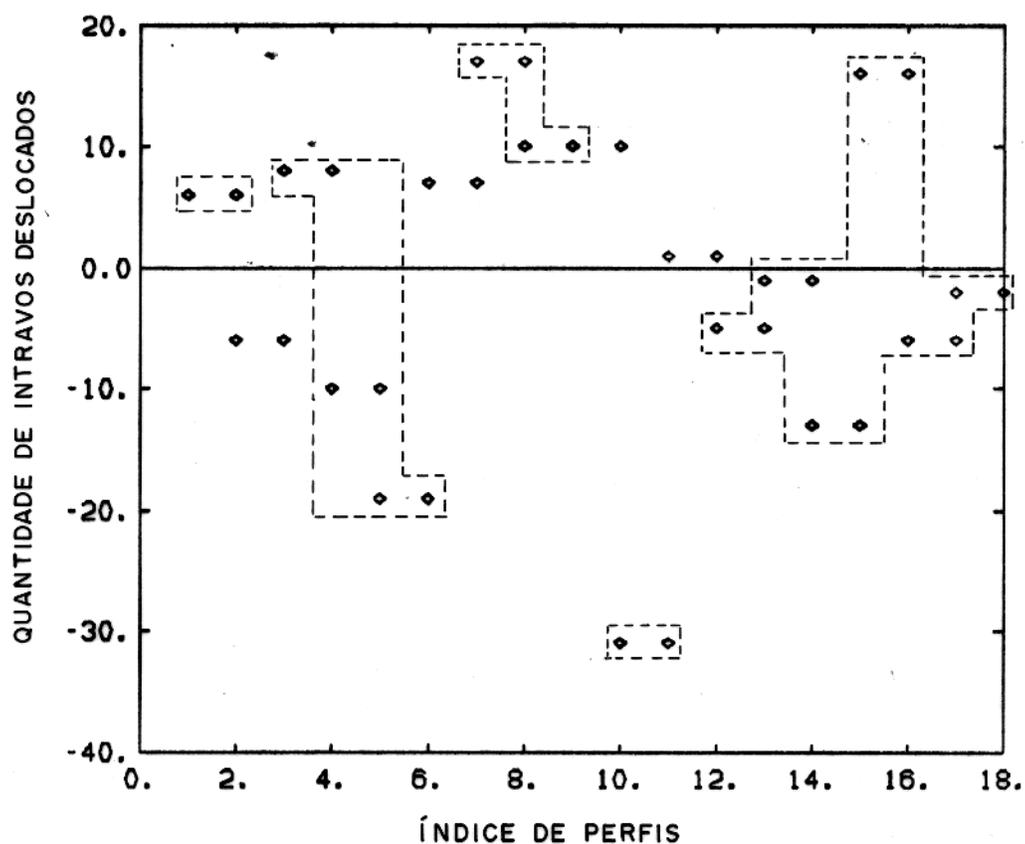


Figura 4.6 - Quantidades de intervalos de amostra versus perfis. O delimitadores na figura indicam os grupos de perfis correlacionáveis.

Tabela 4.2 - Os grupos de perfis. O perfil R de cada grupo foi escolhido dentre os grupos por permanecer fixo quando correlacionado com os demais perfis $D(t)$.

| grupos | $R(t)$ | $D(t)$ |
|--------|--------|----------------------|
| 1 | 1 | 2 |
| 2 | 6 | 3-4-5 |
| 3 | 7 | 8-9 |
| 4 | 11 | 10 |
| 5 | 15 | 12-13-14-15-16-17-18 |

Tabela 4.3 - Resultados do deslocamento estático dos grupos. C_o é a coerência inicial entre os perfis e C é a coerência dos perfis após o deslocamento estático. *

| $R(t)$ | $D(t)$ | C_o | C | τ |
|--------|--------|-------|------|--------|
| 1 | 2 | 0.95 | 0.96 | 6 |
| 6 | 3 | 0.87 | 0.99 | 16 |
| 6 | 4 | 0.86 | 0.92 | 28 |
| 6 | 5 | 0.91 | 0.95 | 20 |
| 7 | 8 | 0.93 | 0.96 | 17 |
| 7 | 9 | 0.87 | 0.91 | 33 |
| 11 | 10 | 0.92 | 0.96 | 31 |
| 15 | 12 | 0.56 | 0.91 | 18 |
| 15 | 13 | 0.6 | 0.93 | 16 |
| 15 | 14 | 0.63 | 0.95 | 15 |
| 15 | 16 | 0.57 | 0.96 | 16 |
| 15 | 17 | 0.54 | 0.91 | 20 |
| 15 | 18 | 0.47 | 0.82 | 18 |

deslocamento estático.

Vemos na Tabela 4.3 que o deslocamento estático aplicado nos perfis D aumentou consideravelmente a coerência entre os perfis. Vemos que na correlação do perfil 7 com o perfil 9, ocorreu um maior deslocamento estático, de 33 intervalos de amostras, isto em termos de espaço significa um deslocamento de 2178 m.

Assim, como tivemos um maior deslocamento estático de 33 intervalos de amostra, a dimensão das matrizes **A** e **S** é de 1795 pontos de medidas por 18 perfis.

4.2.2 A DVS e as Autoimagens

Assim, construída a matriz **A**, contendo os perfis magnéticos em suas posições originais e a matriz **S**, contendo os perfis magnéticos deslocados estaticamente, ilustramos na Figura 4.7 e Figura 4.8 seus respectivos mapas de contorno.

Vemos no mapa de contorno da Figura 4.7, as mesmas análises feitas na Figura 4.3. Observando o mapa de contorno da matriz **S**, vista na Figura 4.8, verificamos realmente que o deslocamento estático empregado foi bem aplicado, como mostra a Tabela 4.3. Vemos que o deslocamento estático horizontalizou o máximo possível os lineamentos magnéticos e os

efeitos do posicionamento da linha de vôo foram minimizados em grande parte, comparados com a Figura 4.7.

Decompondo as matrizes \tilde{A} , Figura 4.7, e S , Figura 4.8, ilustramos na Figura 4.9 as curvas dos valores singulares relativa às duas matrizes.

Observamos na Figura 4.9, na curva dos valores singulares da matriz A , o espalhamento dos valores singulares indicando um grande número de autoimagens necessárias para reconstruir A . Este comportamento da curva dos valores singulares representativa da matriz A , é esperado, pois como vemos no mapa de contorno da Figura 4.7, os lineamentos magnéticos existentes, com relativa predominância de fontes rasas, e pela grande presença de ruídos, (AFFONSO, 1991), indicam que as colunas de A são, na sua predominância, linearmente independentes, tendo um comportamento igual ao exemplo 3, como visto no capítulo 2, ou podemos dizer de uma outra forma, que os perfis magnéticos não são tão correlacionáveis com outros perfis muito espaçados entre si.

Observando agora na mesma Figura 4.9 a curva dos valores singulares da matriz S , vemos que o deslocamento estático aplicado nesta área aumentou a magnitude dos dois primeiros valores singulares e com excessão do quarto, os valores singulares restantes até o décimo diminuíram, e os restantes oscilaram próximo de zero, como podemos ver melhor na Figura 4.10, que mostra a diferença entre os valores singulares de S com os de A . Este aumento da magnitude dos primeiros valores singulares e a minimização dos valores singulares restantes, era esperado, pois, vimos na Tabela 4.3 e no mapa de contorno da Figura 4.8, existe uma melhor coerência entre os perfis após feito o deslocamento estático.

Assim, observando na Figura 4.10, vemos que a partir do valor singular 11, devemos ter os sinais não correlacionáveis contidos em A , pois vemos que a diferença entre os valores singulares a partir do índice 11 é próxima de zero ou podemos dizer ser uma constante. Este comportamento dos valores singulares a partir do índice 11 pode ser entendido da mesma maneira se tivermos uma matriz cujas colunas são ortogonais ou quase ortogonais entre si. Fazer o deslocamento estático destas colunas não alteraria a não correlação entre as colunas, ou seja, os valores singulares se comportariam da mesma maneira.

Portanto, fazendo a soma parcial das 11 primeiras autoimagens da matriz S e em seguida retornando os perfis para suas posições originais e recolocando o *trend* retirado antes do deslocamento estático, obtemos uma matriz que subtraímos da matriz real A , obtendo então a matriz resíduo, como vemos na Figura 4.11.

Vemos, na Figura 4.11, a parte não correlacionada, ruídos, contidos na matriz A . Estes ruídos são representados pelos contornos arredondados ao longo das linhas de vôo, pois não

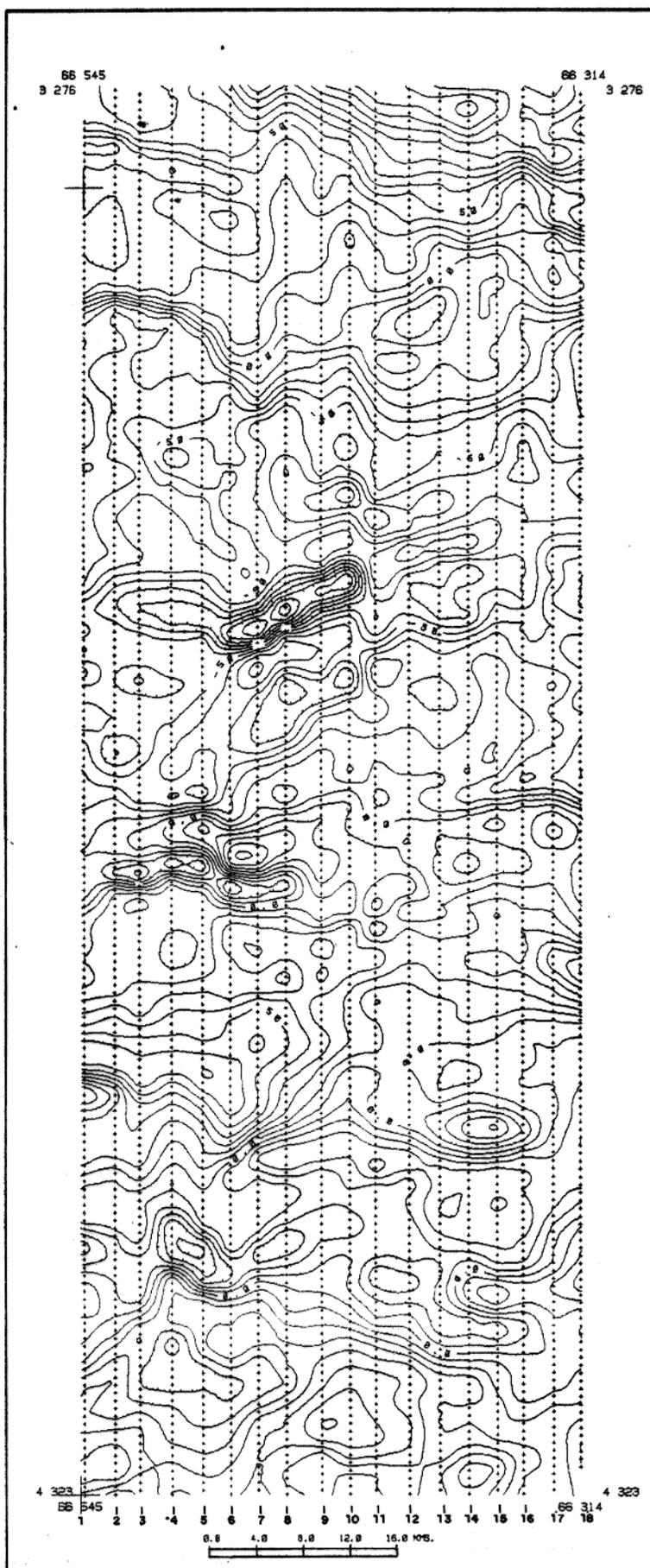


Figura 4.7 - Mapa de contorno magnético representativa da matriz A, contendo os perfis magnéticos em suas posições iniciais. Intervalo da malha regular igual a 0.25 km com intervalo de contorno igual a 10 nTesla.

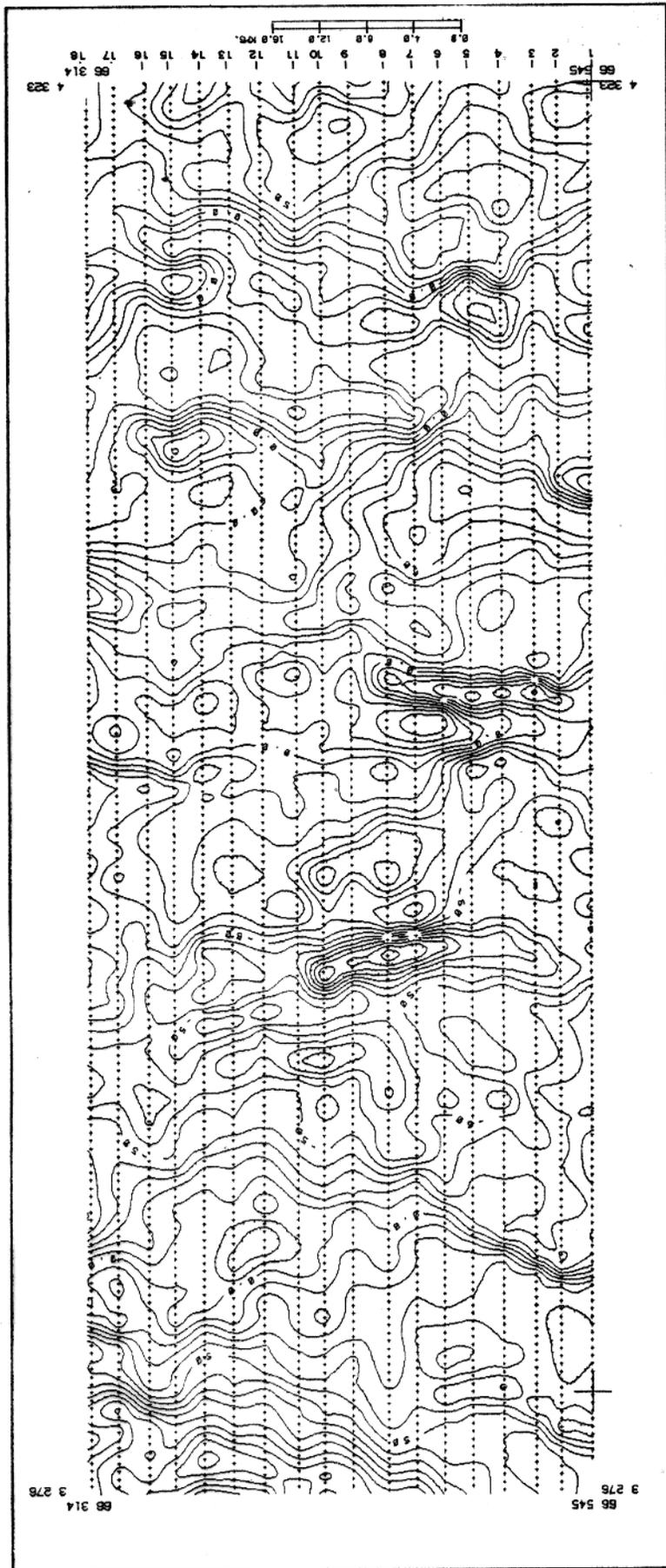


Figura 4.8 - Mapa de contorno magnético representativa da matriz **S**, contendo os perfis de **A** deslocados estaticamente. Intervalo da malha regular igual a 0.25 *km* com intervalo de contorno igual a 10 nTesla.

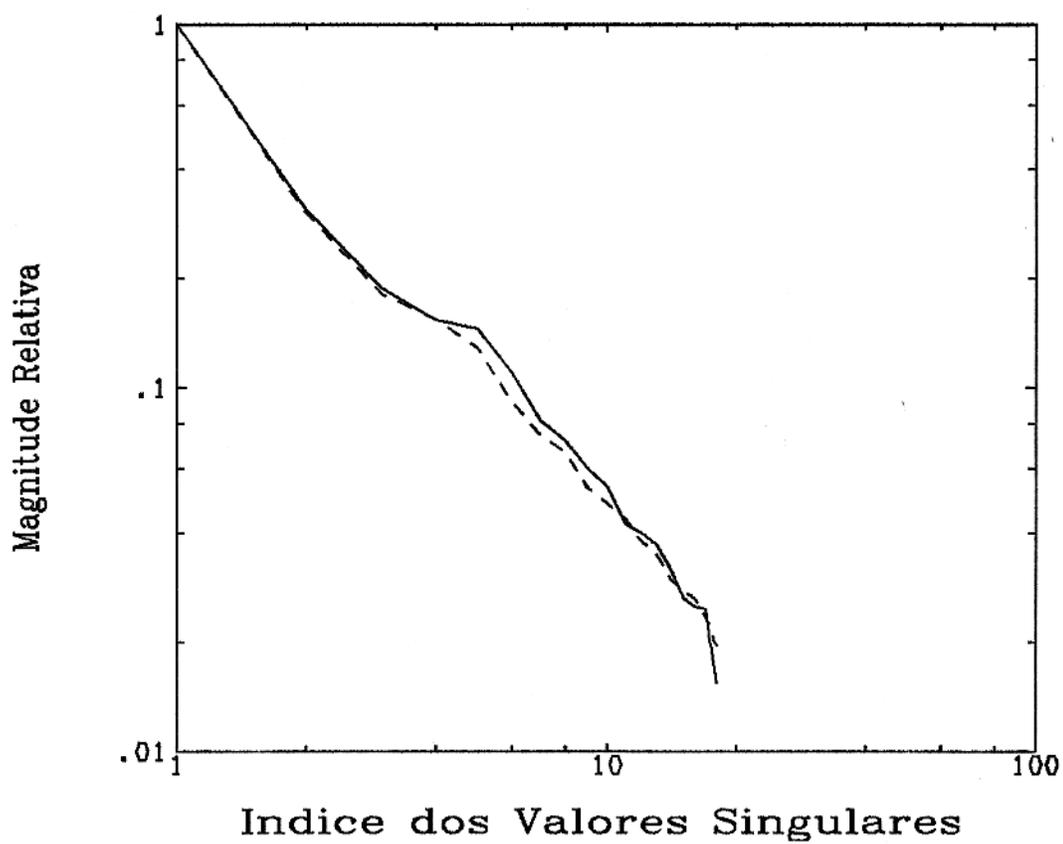


Figura 4.9 - Curvas dos valores singulares da matriz A (linha cheia) e da matriz S (linha tracejada).

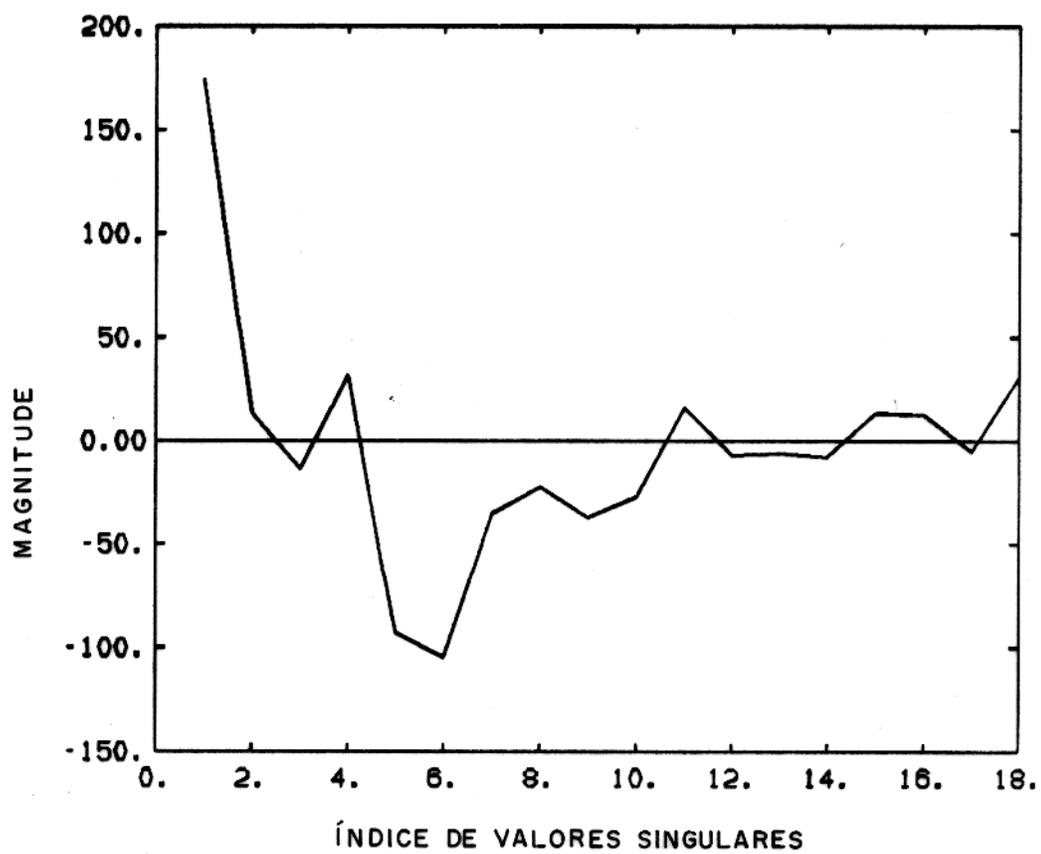


Figura 4.10 - Diferença entre os valores singulares da matriz S e de A.

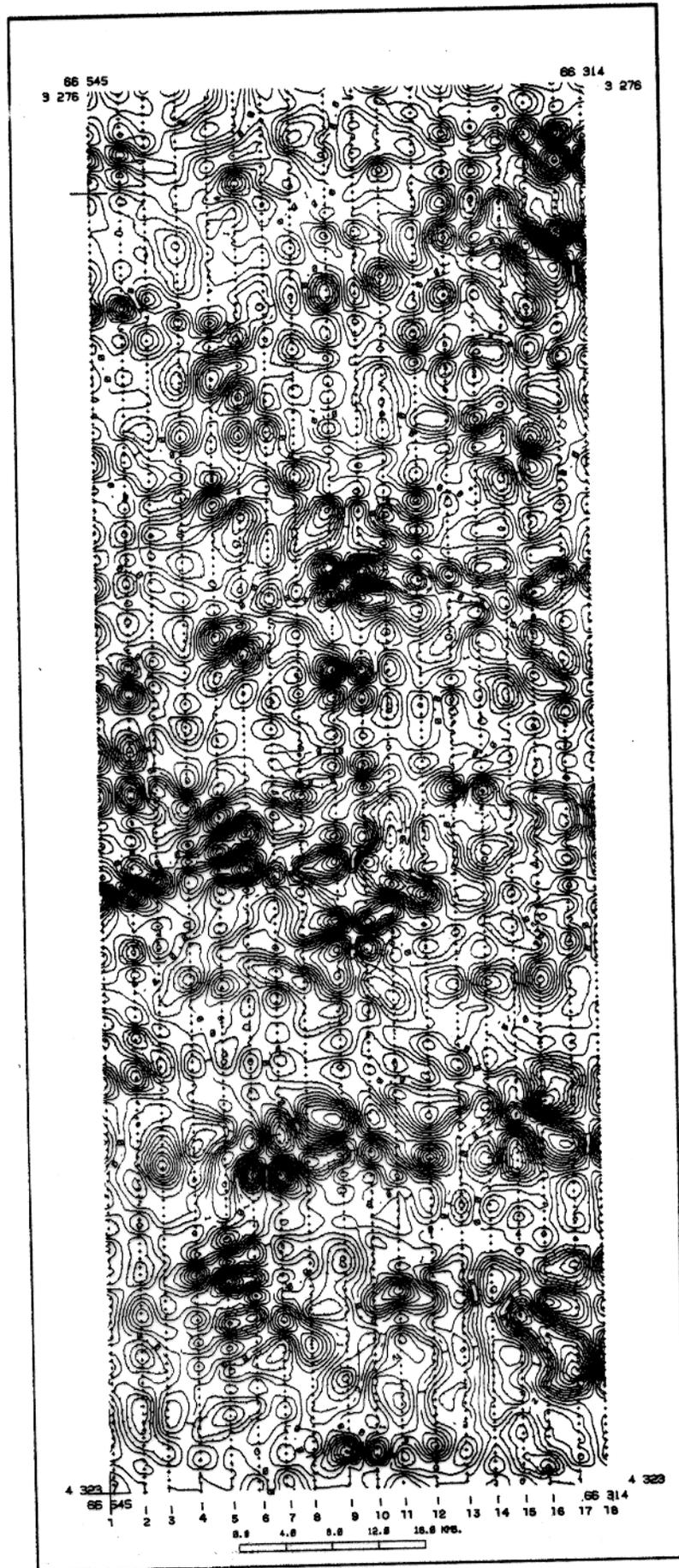


Figura 4.11 - Mapa de contorno da matriz resíduo, obtida da subtração da matriz real com a soma parcial das 11 primeiras autoimagens da matriz S , após a volta dos perfis para suas posições originais com *trend*. Intervalo de contorno de 1.0 nTesla.

existe correlação entre os perfis magnéticos, eles podem ter sido causados por interferência de fontes do ambiente, imperfeições no processo de medida, fontes de campo magnético externos, erros de posicionamento do avião, partes de sinais de fontes rasas não correlacionáveis perfil a perfil e sinais não correlacionáveis como aquelas altas frequências encontradas na Figura 2.25. É de se notar que neste resíduo existe uma parcela pequena do sinal correlacionável causada por fontes rasas, notada pelos contornos que atravessam, em alguns casos, no máximo cinco linhas de vôo.

Tomando um valor singular com índice maior do que 11, como exemplo 13,14 e 15, e calculando os resíduos podemos ver mais detalhes dos ruídos causados pelo aero-levantamento, respectivamente nos mapas de contorno das Figura 4.12, Figura 4.13 e Figura 4.14.

Vemos claramente, na Figura 4.12, Figura 4.13 e Figura 4.14 os ruídos, representados pelos contornos arredondados alinhados ao longo dos perfis magnéticos do aero-levantamento.

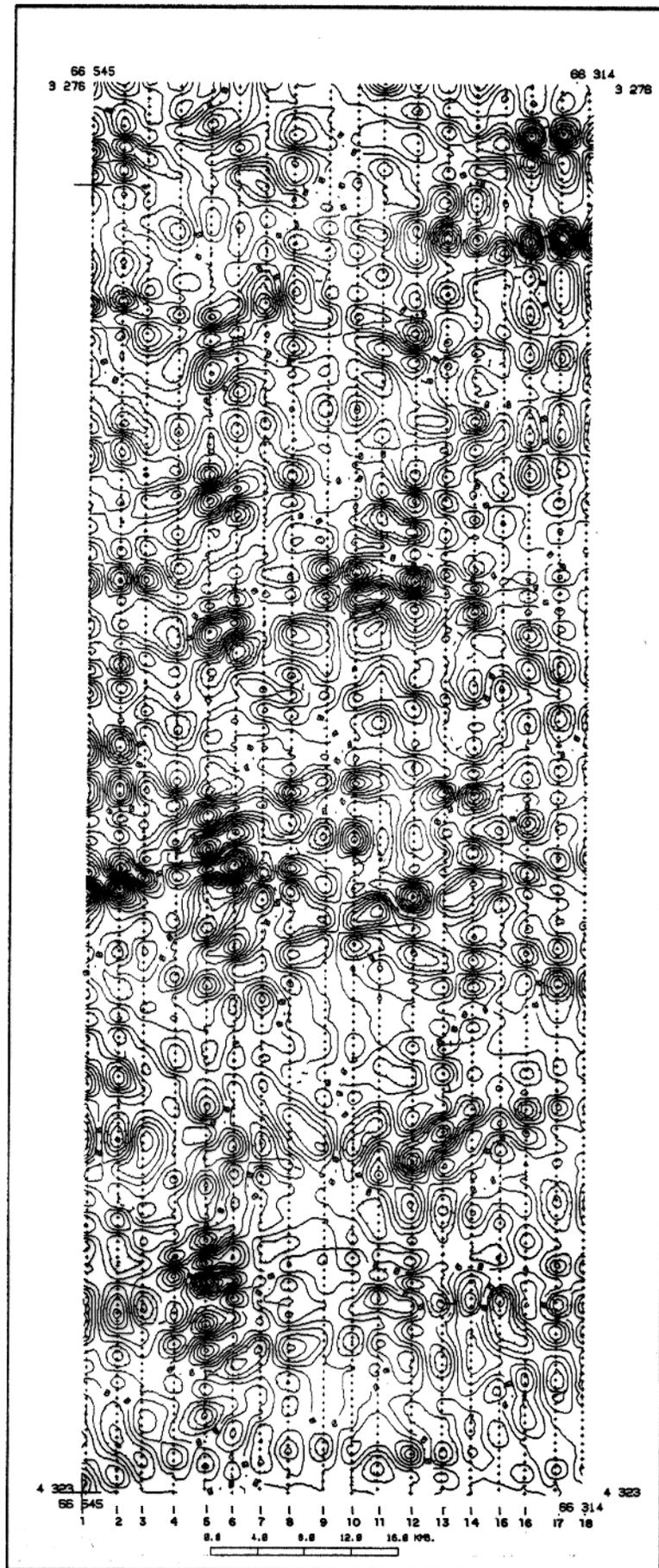


Figura 4.12 - Mapa de contorno da matriz resíduo, obtida da subtração da matriz real com a soma parcial das 13 primeiras autoimagens da matriz **S**, após a volta dos perfis para suas posições originais com *trend*. Intervalo de contorno de 1.0 nTesla.

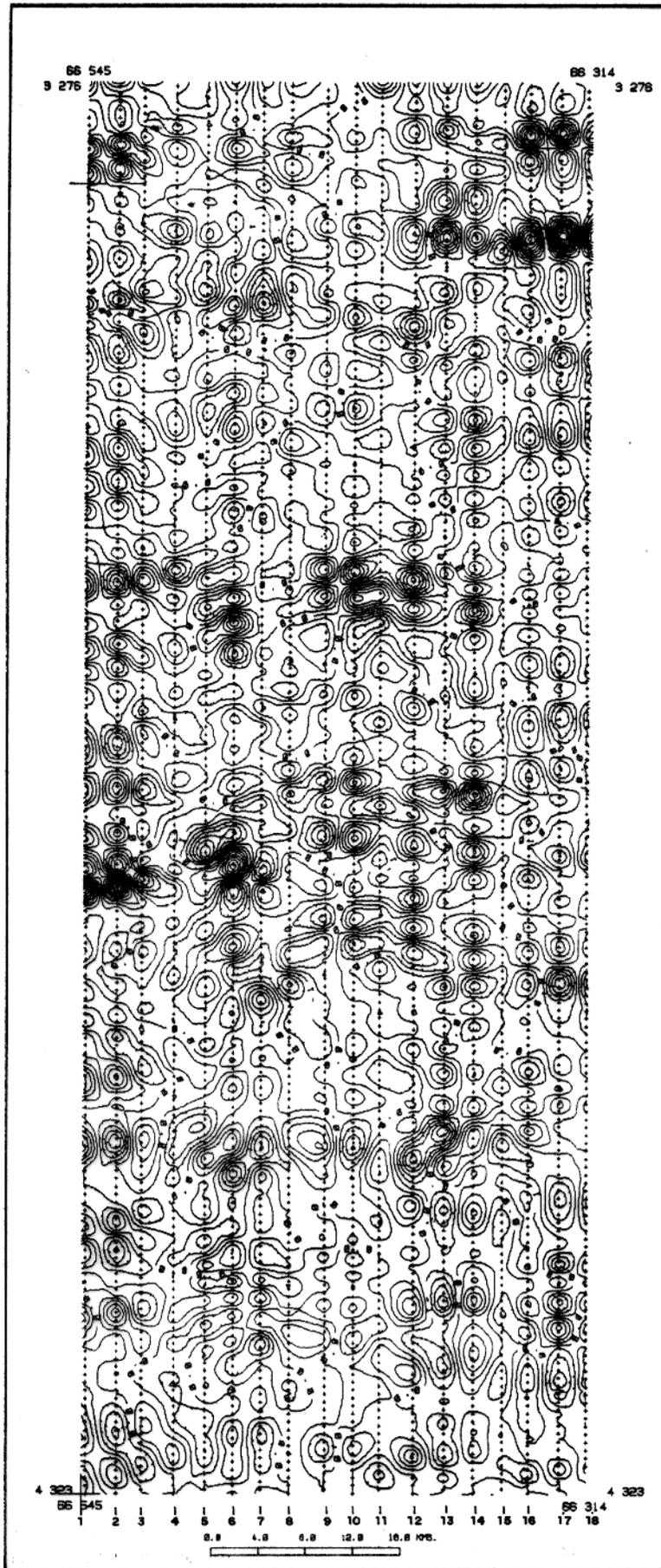


Figura 4.13 - Mapa de contorno da matriz resíduo, obtida da subtração da matriz real com a soma parcial das 14 primeiras autoimagens da matriz S , após a volta dos perfis para suas posições originais com *trend*. Intervalo de contorno de 1.0 nTesla.

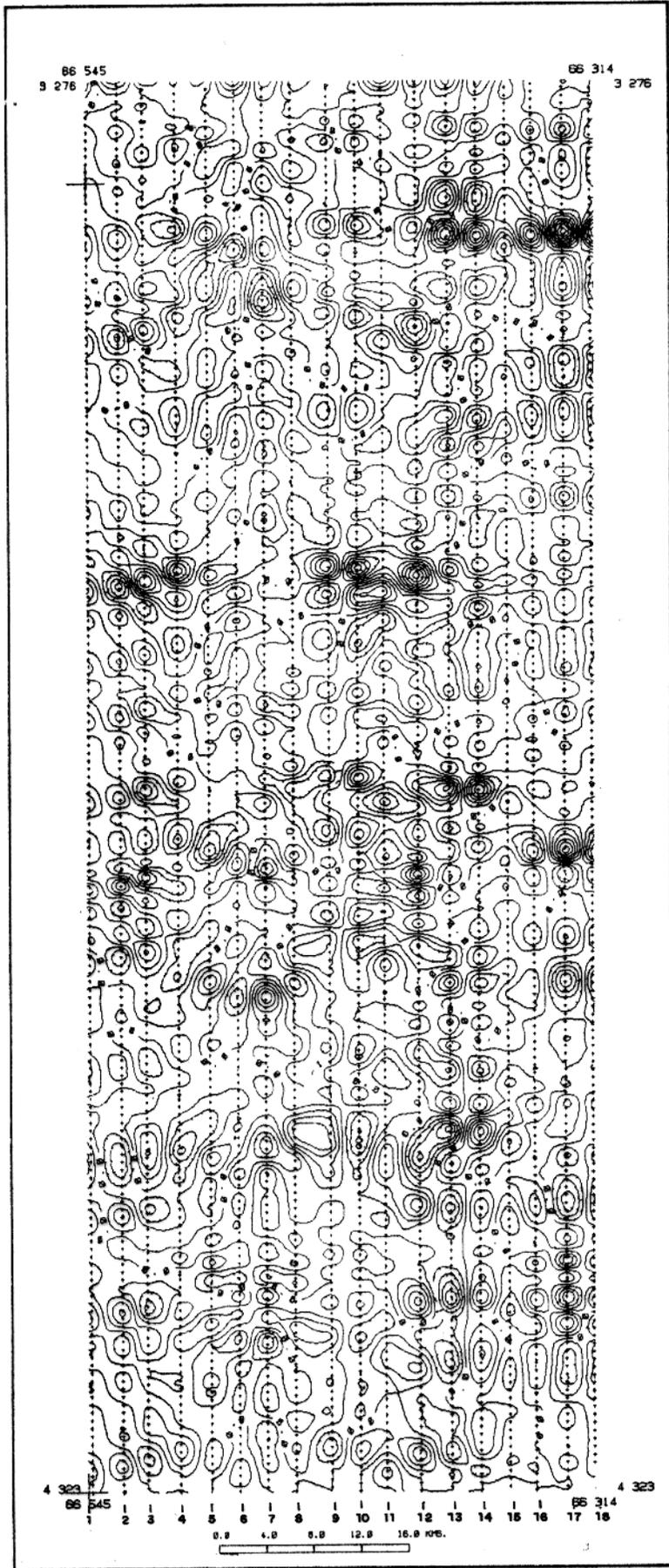


Figura 4.14 - Mapa de contorno da matriz resíduo, obtida da subtração da matriz real com a soma parcial das 15 primeiras autoimagens da matriz **S**, após a volta dos perfis para suas posições originais com *trend*. Intervalo de contorno de 1.0 nTesla.

4.3 SEGUNDA APLICAÇÃO (ÁREA 2)

Nesta aplicação, utilizamos uma área localizada entre as latitudes Norte e Sul de 3° . e $3^{\circ}42'$ respectivamente, entre as longitudes Oeste e Leste de $67^{\circ}41'$ e $67^{\circ}11'$ como vemos na Figura 4.2. Esta área, escolhida utilizando o mesmo critério da aplicação 1, contém 23 perfis interpolados em espaços igualmente amostrados de 66 metros na direção Norte-Sul.

Assim, tomando estes perfis e colocando em forma de matriz, construímos uma matriz **A**, 1139×23 . Vemos na Figura 4.15 o mapa de contorno de **A**.

Observando a Figura 4.15, vemos uma predominância de fontes profundas, dada pela suavidade do gradiente dos contornos magnéticos e pela presença de possíveis erros no posicionamento das linhas de vôo. Podemos vê-las, por exemplo, nos perfis 3, 4, 6, 14, 17, 18, 21 e 22, indicadas pelo repuxo das anomalias em forma de espinha de peixe. Vemos nesta área que o deslocamento estático não melhoraria quase em nada a coerência entre os perfis, por termos anomalias quase que totalmente paralelas à direção O-L. Retirando assim o *trend* de terceiro grau nas direções x e y de **A** para aplicarmos a DVS, vemos na Figura 4.16, o mapa de contorno da nova matriz **A**. A retirada do *trend* da matriz, Figura 4.15, foi para eliminarmos a sua influência na DVS, pois o *trend* domina a energia, como verificado em testes.

Aplicando a DVS na matriz **A**, vista na Figura 4.16, ilustramos na Figura 4.17 os valores singulares desta decomposição.

Observando a curva dos valores singulares, vemos que existem duas mudanças na deriva da curva situada no sexto e no décimo terceiro valor singular, indicando três grupos de autoimagens contendo informações correlacionáveis, fracamente correlacionáveis e não correlacionáveis, respectivamente. O primeiro grupo constituído do primeiro valor ao quinto valor singular; o segundo grupo constituído do sexto valor singular ao décimo terceiro e o terceiro grupo, do décimo quarto valor singular em diante.

Ilustrando na Figura 4.18 o mapa de contorno da soma parcial das cinco primeiras autoimagens, filtro $A_{LP}(5)$, relativa ao primeiro grupo, vemos a parte mais correlacionada da matriz **A**, Figura 4.16. Nesta soma está contida 78.6% de toda a energia de **A**.

Vemos na Figura 4.18 os contornos mais suaves, ausência de ruídos. E os ruídos presentes nos perfis citados anteriormente foram totalmente eliminados ou atenuados, com as autoimagens desprezadas nesta soma.

Ilustramos na Figura 4.19, o mapa de contorno relativo à soma parcial da sexta à décima terceira autoimagens, filtro $A_{BP}(6,13)$, relativa ao segundo grupo. Vemos nesta figura a

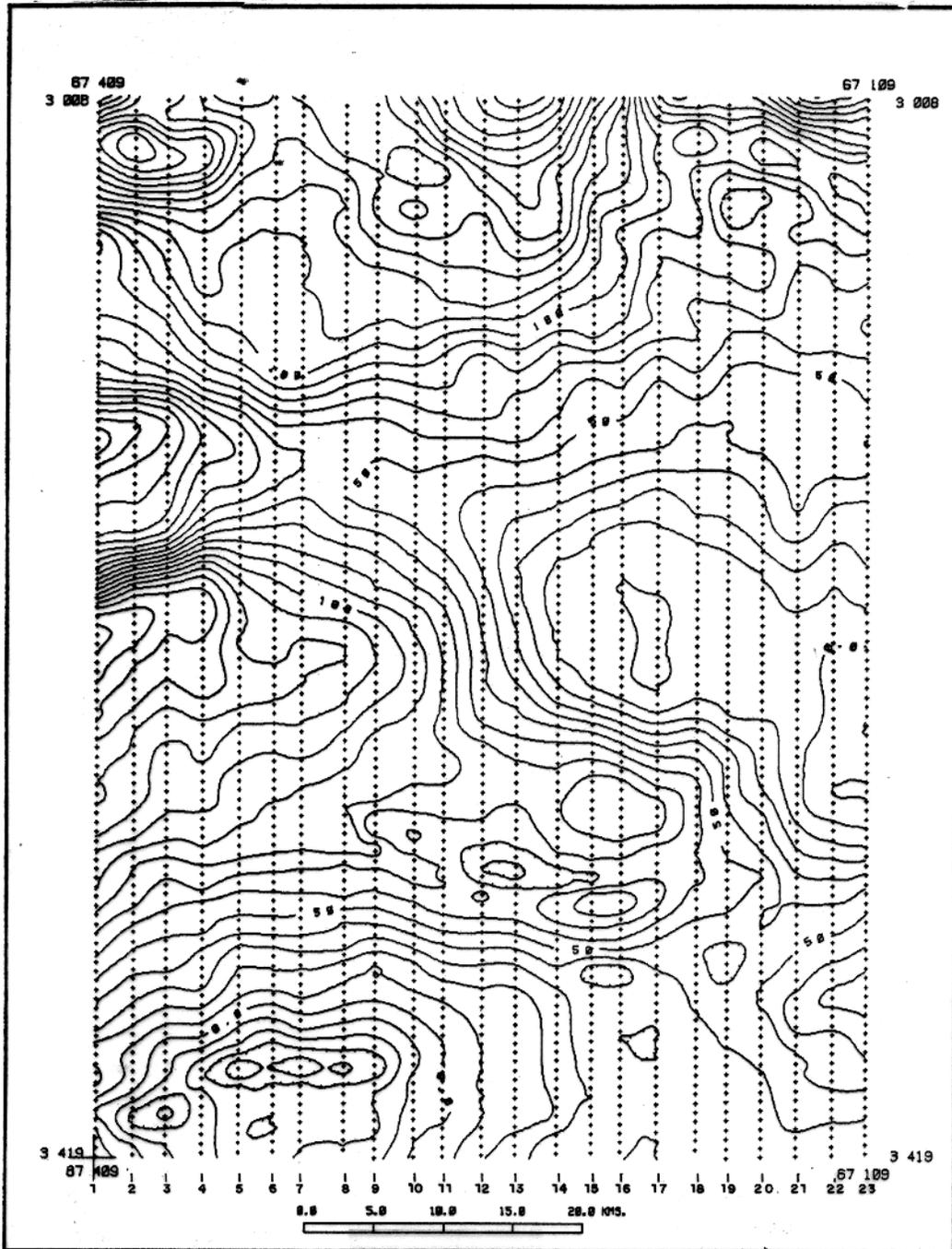


Figura 4.15 - Mapa de contorno magnético da matriz A, representativa da segunda aplicação, com espaçamento da malha regular de 0.25 km. As linhas verticais com caracteres de soma são as linhas de vôo que estão numeradas no sentido de *O - L*. Intervalo de contorno de 10 nTesla.

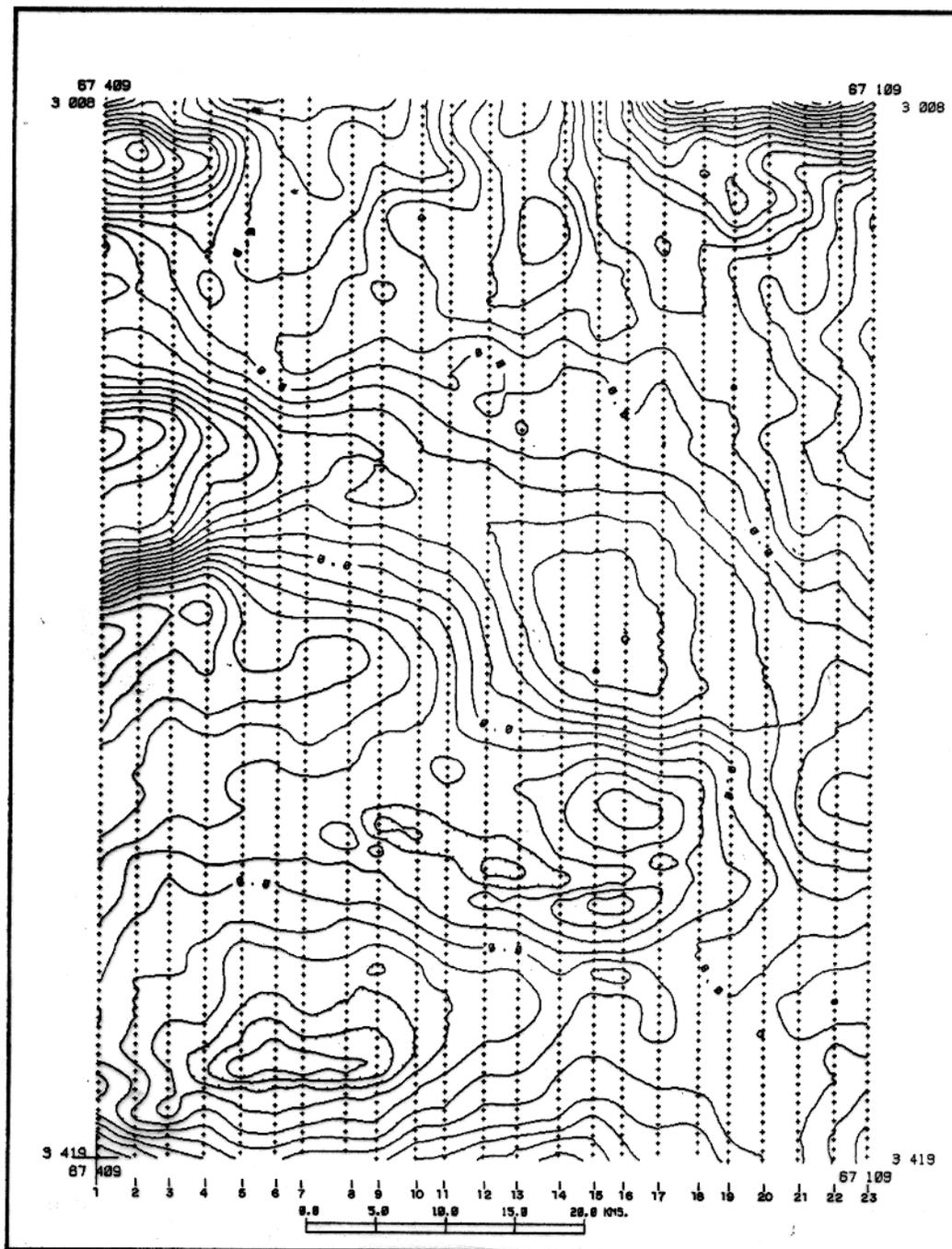


Figura 4.16 - Mapa de contorno magnético da matriz A sem *trend*, com espaçamento da malha regular de 0.25 km. As linhas verticais com caracteres de soma são as linhas de vôo. Intervalo de contorno de 10 nTesla.

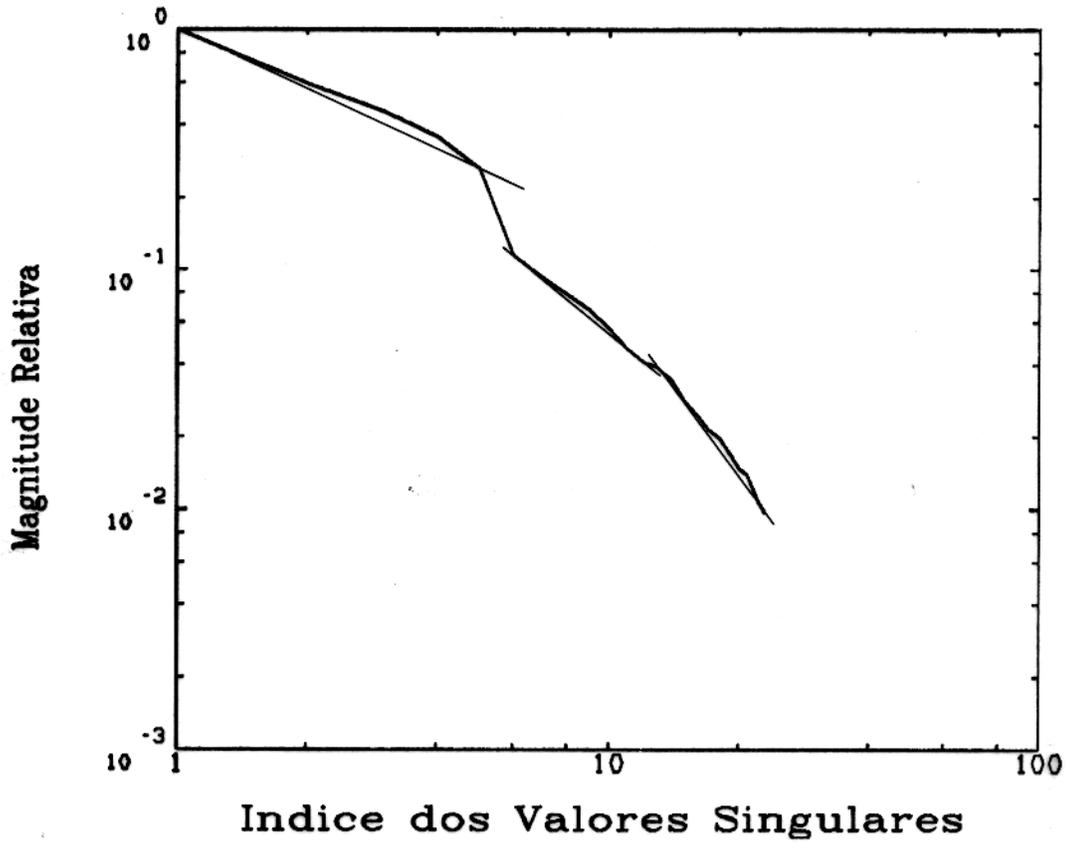


Figura 4.17 - Curva dos valores singulares da matriz A , vista na Figura 4.16, após feita a decomposição em valores singulares. As retas indicam as mudanças na deriva da curva, separando as autoimagens em três grupos.

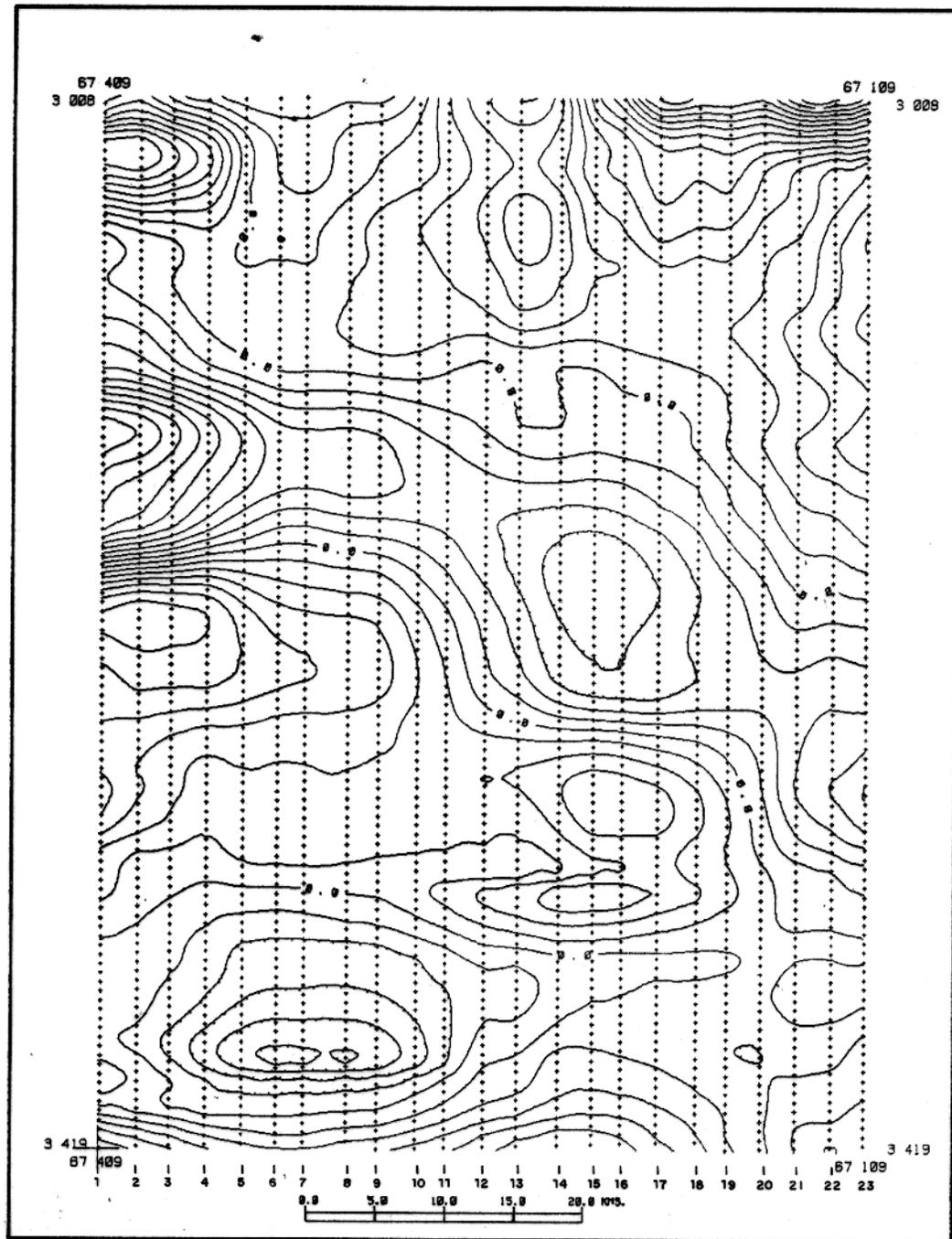


Figura 4.18 - Mapa de contorno magnético da soma parcial das cinco primeiras autoimagens, filtro $A_{LP}(5)$, representativa do primeiro grupo, contendo 78.6% de toda a energia de A , vista na Figura 4.16. Intervalo de contorno de 10 nTesla com espaçamento da malha regular de 0.25 km.

presença parte menos correlacionada dos dados causada basicamente por fontes rasas e parte do ruído presente em \mathbf{A} , Figura 4.16, alinhados ao longo das linhas de vôo, em forma de contornos arredondados, como exemplo ao longo dos perfis 3, 4, 14, 17 e 21. Vemos na Figura 4.15 e Figura 4.16, que os lineamentos presentes nas direções $NO - SE$, situados quase ao centro inferior do mapa e na parte superior direita, estavam quase que totalmente obscuros; com o filtro $\mathbf{A}_{BP}(6, 13)$, apareceram com mais nitidez na Figura 4.19. Esta soma parcial do segundo grupo contém 17.7% de toda a energia de \mathbf{A} , Figura 4.16.

A Figura 4.20 mostra o mapa de contorno da soma parcial da décima quarta autoimagem em diante, filtro $\mathbf{A}_{HP}(14, 23)$, relativa ao terceiro grupo. Vemos na Figura 4.20 a parte não correlacionada de \mathbf{A} (Figura 4.16) alinhada ao longo das linhas de vôo em forma de contornos arredondados. Vemos que não existem parcelas correlacionáveis nesta soma. Nesta soma parcial das autoimagens relativa do terceiro grupo estão contidos somente 5.7% da energia de \mathbf{A} vista na Figura 4.16.

Assim, como ilustração, apresentamos a soma acumulada dos valores singulares normalizados (Figura 4.21), que representa o percentual de energia presente nas diferentes somas parciais das autoimagens. Vemos na Figura 4.21 que na soma dos dois primeiros grupos, ou seja, na soma das primeiras $r = 13$ autoimagens concentra-se 94.3% de toda a informação presente em \mathbf{A} . Na Figura 4.22, vemos a matriz reconstituída em quase sua totalidade, utilizando somente 13 autoimagens.

Isto no armazenamento de \mathbf{A} , representa uma grande economia de memória, pois, de $1828 \times 23 = 42596$ endereços de memória passamos para 24076 endereços utilizando $r = 13$ autovetores \mathbf{u}_i , r autovetores \mathbf{v}_i e r valores singulares σ_i .

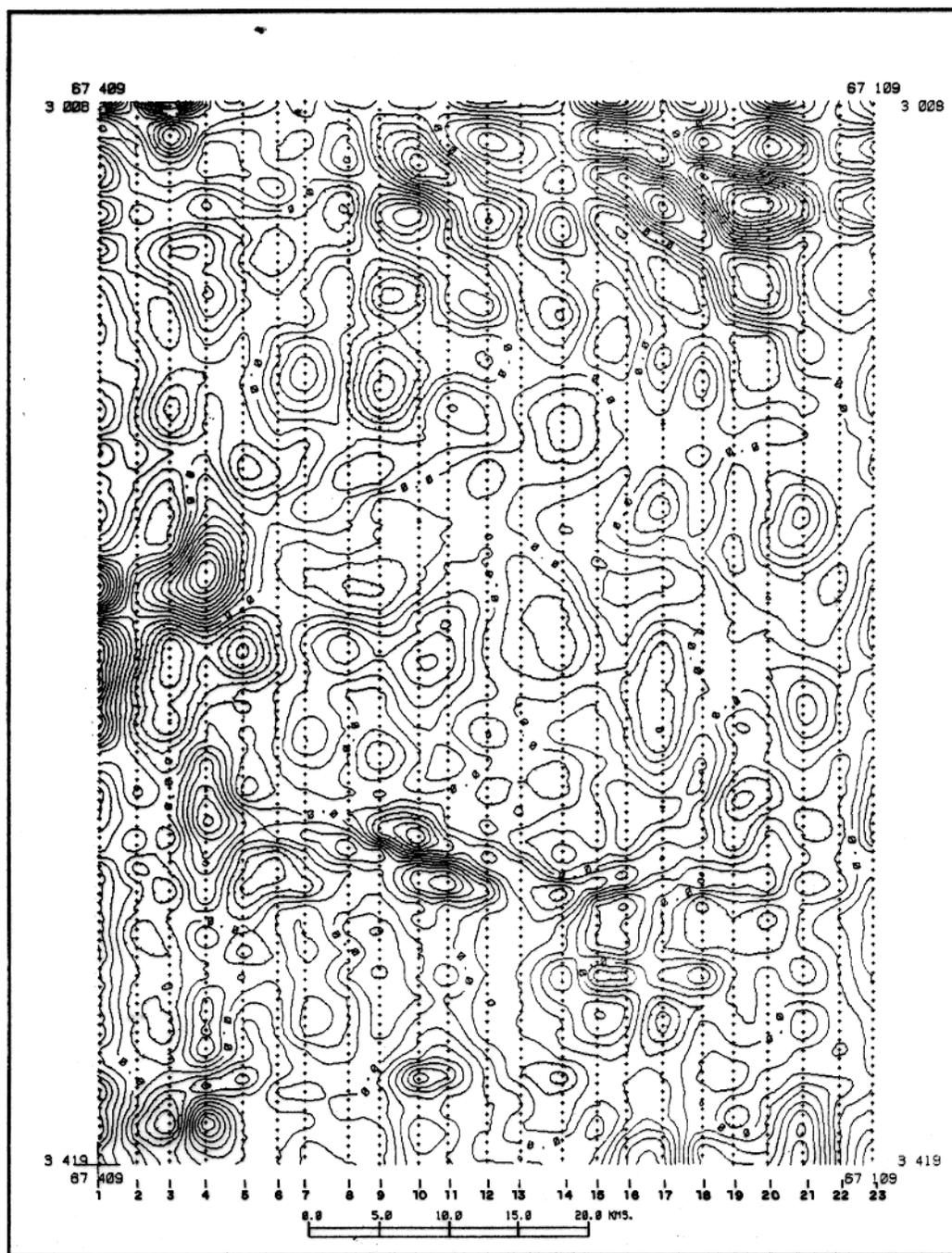


Figura 4.19 - Mapa de contorno magnético da soma parcial da sexta autoimagem até a décima terceira autoimagem, filtro $A_{BP}(6, 13)$, representativa do segundo grupo, contendo 17.5% da energia de **A**, Figura 4.16. Intervalo de contorno de 2 nTesla com espaçamento da malha regular de 0.25 km.

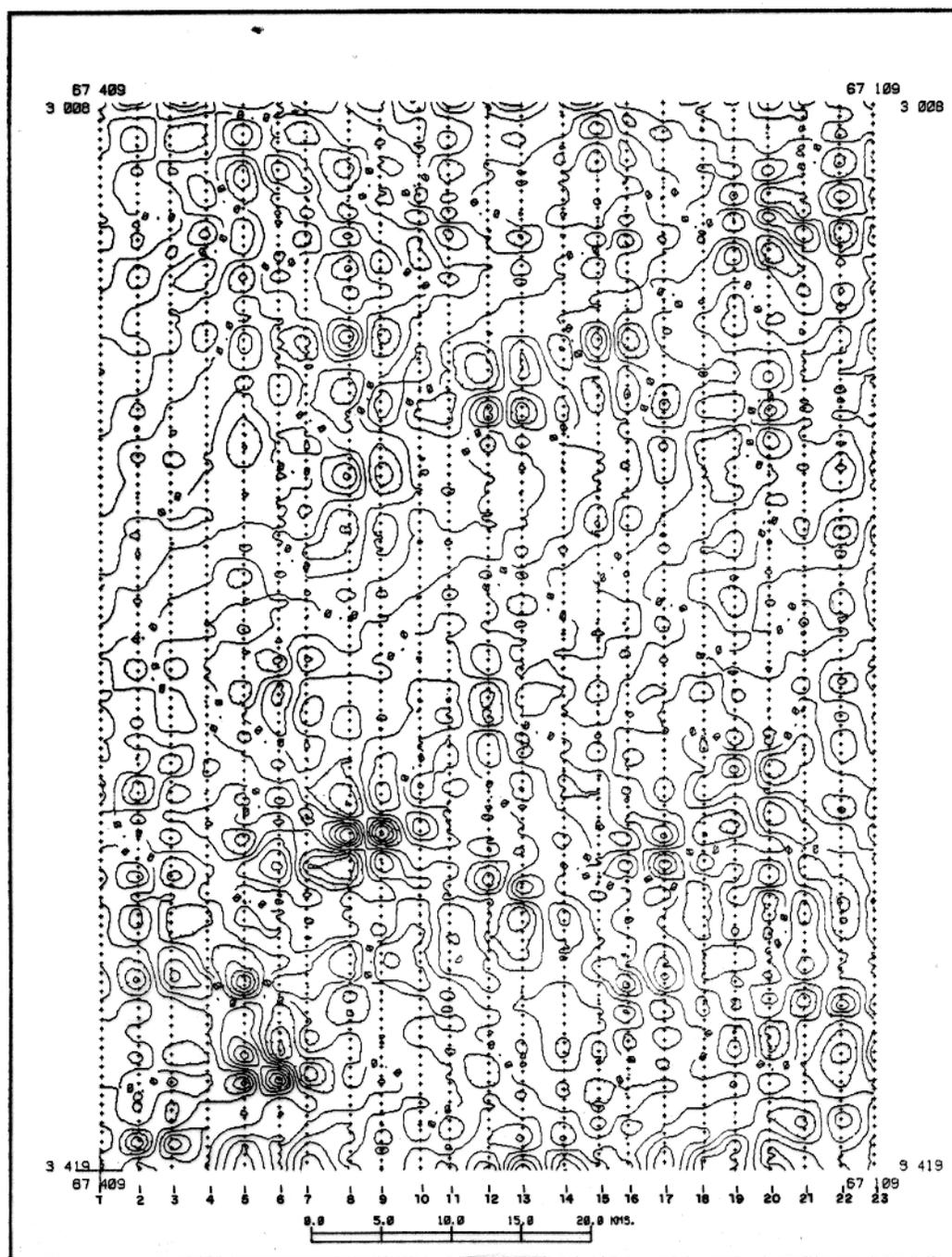


Figura 4.20 - Mapa de contorno magnético da soma parcial da décima quarta autoimagem em diante, filtro $A_{HP}(14, 23)$, relativa do terceiro grupo, contendo 5.7% de toda a energia de A , vista na Figura 4.16. Intervalo de contorno de 1 nTesla com espaçamento da malha regular de 0.25 km.

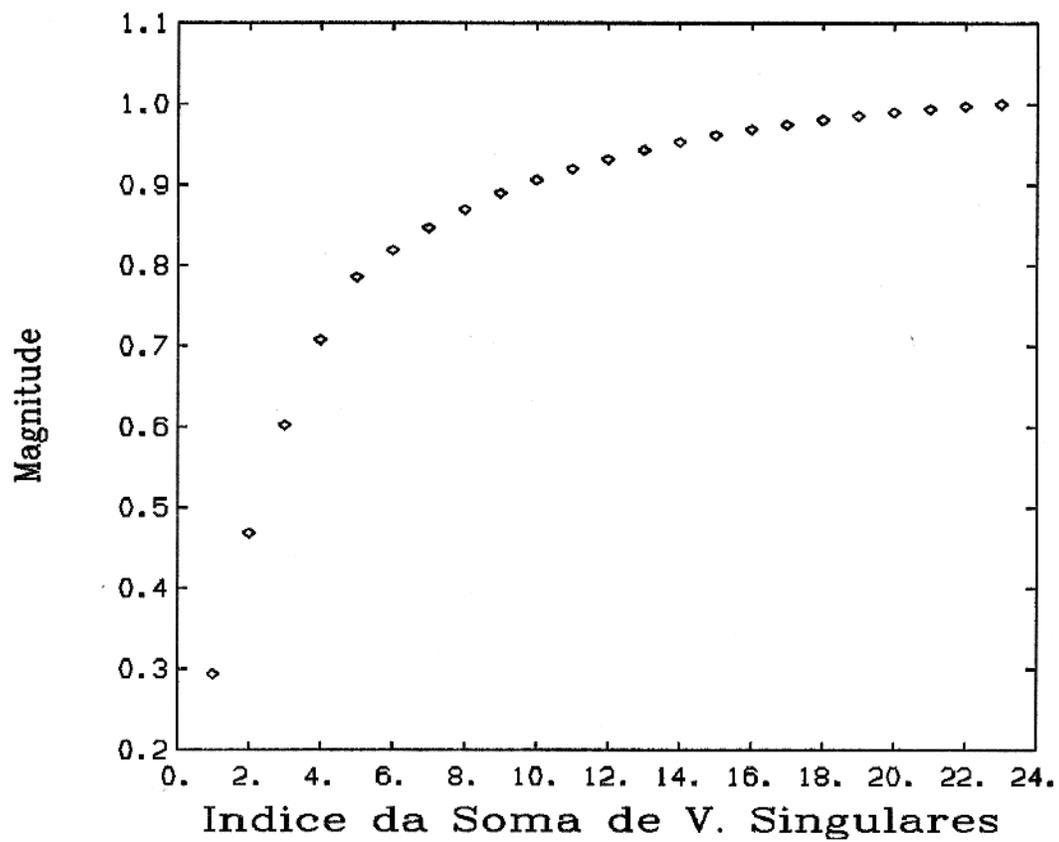


Figura 4.21 - Magnitude da soma acumulada dos valores singulares da matriz **A**, vista na figura Figura 4.16, versus índice da soma de valores singulares.

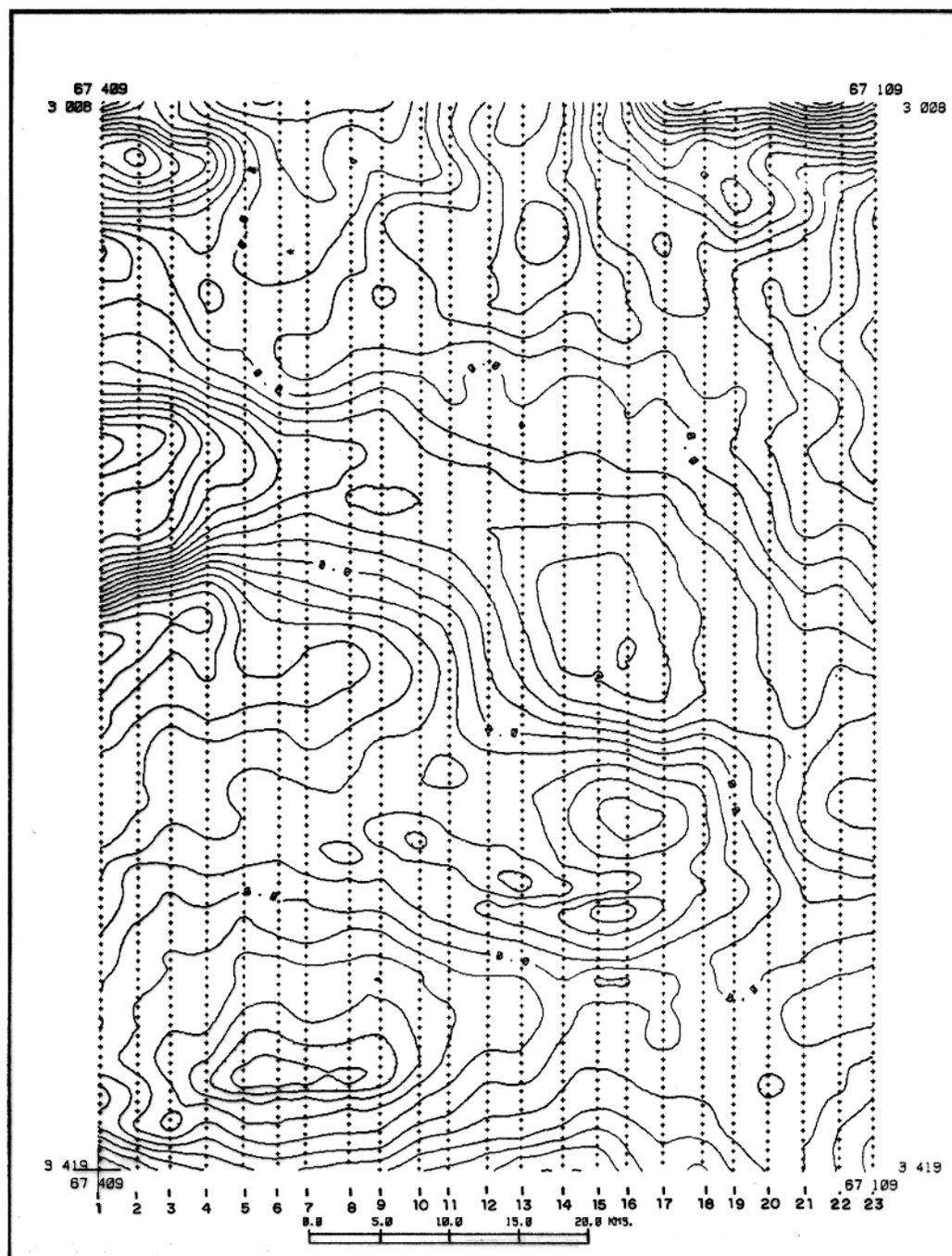


Figura 4.22 - Mapa de contorno magnético da soma parcial das 13 primeiras autoimagem, contendo 94.3% de energia de **A** vista na Figura 4.16. Intervalo de contorno de 10 nTesla com espaçamento da malha regular de 0.25 km.

4.4 COMENTÁRIOS GERAIS DA DVS DE UMA MATRIZ MAGNÉTICA A

De modo geral aplicar o procedimento da DVS para dados de um projeto aeromagnético é possível, pois, devido o fator econômico, os levantamentos aeromagnéticos são feitos em forma aproximada de malha em toda área, sendo possível assim representarmos em forma de matriz. Mesmo assim precisamos fazer a interpolação dos dados através das linhas de vôo para construirmos a matriz de forma regular, pois através das linhas do levantamento não há regularidade.

Para os dados com presença de estruturas magnéticas 2D e 3D, não há nenhuma restrição em aplicar a DVS, pois como vimos nas aplicações anteriores dos capítulos 2 e 4, a DVS se comporta sempre de uma única maneira separando em ordem decrescente através das automagens as informações mais correlacionáveis para as menos correlacionáveis. Isto também é verdadeiro para dados magnéticos com presença de diferentes fontes de ruído.

5 - CONCLUSÃO

A decomposição em valores singulares como um método para separar informações correlacionáveis e não correlacionáveis (ruído), através de suas autoimagens e valores singulares, mostrou, através dos resultados obtidos nas aplicações, usando dados magnéticos sintéticos, exemplos 3,4 e 8, e dados reais do Projeto Carauari-Norte, aplicação 1 e 2, uma promissora potencialidade como um método de identificar e/ou atenuar ruído presente nos dados magnéticos.

Através das autoimagens nas aplicações reais, aplicações 1 e 2, foi possível observar que o nível de ruído aleatório, presença de fontes rasas e possíveis erros devido ao posicionamento das linhas de vôo presente nesta área é muito maior do que vista nos mapas de contorno representativos da matriz **A** nestas aplicações. Assim, as autoimagens podem ter uma grande utilidade na identificação dos perfis magnéticos que devam ser tratados. Em relação aos ruídos correlacionáveis matematicamente, como os erros de nivelamento entre as linhas de vôo identificados com o método das imagens de sombreamento do relevo anômalo (AFFONSO, 1991) nesta área, a expansão da matriz em autoimagens não permitiu identificá-los. Acreditamos, por ser correlacionável, que estejam na primeira autoimagem e devido à predominância do sinal correlacionável causada pelas fontes de origem geológica não foram visualizados.

Vimos no exemplo 7, utilizando dados magnéticos sintéticos e na aplicação 2 com dados reais, que o método da DVS qualitativamente separou os efeitos de feições mais profundas dos efeitos de feições mais rasas. Isto mostra alguma potencialidade do método de separação do regional-residual.

Outro aspecto importante deste trabalho foi a incorporação do algoritmo para fazer o deslocamento estático e dinâmico nos perfis para aumentar a coerência entre eles. Vimos, na aplicação 1 do capítulo 4, que o deslocamento estático concentrou o máximo possível do sinal correlacionável nas primeiras autoimagens fato indicado pelo aumento da magnitude dos valores singulares destas autoimagens, como também sua limitação na área onde existe várias direções de *strike*, podendo o deslocamento ser útil em áreas onde existe pelo menos preferencialmente uma direção, como vimos nos exemplos 1, 3, 5 e 6 do capítulo 3. O deslocamento dinâmico por sua vez mostrou através dos exemplos 3,4 e 5 do capítulo 3 ser robusto. Esta robustez se deve ao não conhecimento do número de coeficientes da série de senos a serem usados na função que descreve a correlação entre os perfis, como também à

não correlação pico a pico entre os perfis magnéticos, uma característica inerente dos perfis pela existência de fontes tridimensionais.

Do ponto de vista de redução do número de endereços de memória utilizada na armazenagem dos dados magnéticos, a expansão da matriz magnética A em autoimagens mostrou nos exemplos 5, 6 e 9 com dados sintéticos do capítulo 2 como na segunda aplicação do capítulo 4 ser vantajosa, considerando que foi possível escolher um posto muito menor do que o mínimo de linhas (n) e colunas (m).

Uma continuação natural do trabalho ficaria voltada, assim, a um estudo comparativo entre a filtragem DVS e os métodos de separação regional-residual e outros métodos de filtragem contra vários tipos de ruídos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AFFONSO, A. O. 1991. **Estudo das feições observadas no dados aeromagnéticos da bacia do Solimões a partir de imagens digitais de sombreamento do relevo anômalo total.** Belém, Universidade Federal do Pará. 109p. Tese (Mestrado em Geofísica) - Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA, 1991.
- ANDREWS, H.C. & HUNT, B.R. 1977. **Digital image restoration.** New York, Prentice-Hall. 238p.
- BHATTACHARYYA, B.K. 1964. Magnetic anomalies due to prism-shape bodies with arbitrary polarization. **Geophysics**, 29: 517-531.
- BOLDRINI, J.L.; COSTA, S.I.R.; RIBEIRO, V. L. F.; WETZLER, H.G. 1980. **Algebra Linear.** 3ed. São Paulo, Happer & Row do Brasil. 411p.
- BRACEWELL, R. N. 1986. **The Fourier Transform and Its Applications.** 2ed. New York, McGraw-Hill International Editions. 474p.
- BRIGGS, I. C. 1974. Machine Contouring using Minimum Curvature. **Geophysics**, 39(1):39-48
- CAPUTO, M. V. & SILVA, O. B. 1990. Sedimentação e tectônica da Bacia do Solimões. In: **PETROBRÁS. Origem e evolução de Bacias sedimentares**, 169-193.
- FREIRE, S. L. M. 1986. **Aplicações do Método da Decomposição em Valores Singulares no Processamento de Dados Sísmicos.** Salvador, Universidade Federal da Bahia. 182p. Tese (Doutorado em Geofísica), 1986.
- FREIRE, S.L.M.& ULRYCH, T.J. 1988. Application of Singular Value Decomposition to Vertical Seismic Profiling. **Geophysics**, 53(6):778-785.
- GOLUB, G.H.& REINSCH, C. 1970. Singular Value Decomposition and Least Squares Solutions. **Numer. Math**, 14:403-420.
- GRANSTEYN, I. S.& RYZHIK, I. M. 1965. **Table of Integrals, Series, and Products.** 4ed. Academic Press New York San Francisco London. 1086p.

- GUBBINS, D.; SCOLLAR, I. & WISSKIRCHEN, P. 1971. Two Dimensional Digital Filtering with Haar and Walsh Transforms. *Annales de Géophysique*, 27(2):85-104.
- HALL, D. H. 1959. Direction of Polarization Determined from Magnetic Anomalies. *J. Geophysics*, 64:1945-1959.
- HARTMAN, R.R.; TESBEY, D.J.; FRIEDBERG, J., L. 1971. A System for Rapid Digital Aeromagnetic Interpretation. *Geophysics*, 36(5):891-918.
- HUANG, T.S. 1979. Picture Processing and Digital Filtering. In: *Topics in Applied Physics*. 2ed. New York, Springer-Verlag. 297p.
- JACKSON, G.M.; MASON, I.M.; GREENHALGH, S.A. 1991. Principal component transforms of triaxial recordings by singular value decomposition. *Geophysics*, 56(4):528-533.
- KLEMA, V.C. & LAMB, A.J. 1980. The singular value decomposition: its computation and some applications. *Inst. Electr. and Electron. Eng. Trans. on Automatic Control*. AC-25(2):164-176.
- LANCZOS, C., 1954. *Applied Analysis*: Dover Publications Inc., New York.
- LANCZOS, C. 1961. *Linear Differential Operators*: B. Van Nostrand Co. Ind.
- MARTINSON, D.G.; MENKE, W.; STOFFA, P. 1982. An Inverse Approach to Signal Correlation. *J. Geophys. Res.* 87(B6):4807-4818.
- MARTINSON, D.G.; MENKE, W.; STOFFA, P. 1984. Reply. *J. Geophys. Res.*, 89(B4):2501-2504.
- NOBLE, B. & DANIEL, J.W. 1986. *Algebra Linear Aplicada*. 2ed. Rio de Janeiro, Prentice-Hall do Brasil. 378p.
- PRESS, W. H.; FLANNERY, B. P.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T. 1989. *Numerical Recipes: The art scientific computing*. 5ed. New York, Cambridge. 702p.
- RAMOS, A. J. S. & O'BRIEN D. P. 1992. The Walsh Polynomials in Automatic Interpretation of Aeromagnetic Data. Congresso Venezolano de Geofísica, 6., 1992. *Anais* (no prelo).
- SHURE, L. & A.D. CHAVES 1984. Comments on "An Inverse Approach to Signal Correlation" by D.G. Martinson, W. Menke, and P. Stoffa. *J. Geophys. Res.*, 89(B4):2497-2499.

- SNEDDON, I. N. 1951. **Fourier Transforms**. New York, McGraw-Hill Book Company, Inc. 542p.
- STEWART, G. W. 1973. **Introduction to Matrix Computations**. New York, Academic Press. 441p.
- TALWANI, M. 1965. Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape. **Geophysics**,30(5): 797-817.
- URSIN, B. & ZHENG, V. 1985. Identification of Seismic Reflections Using Singular Value Decomposition. **Geophys. Prosp.** 33: 773-779.

A - Demonstração do epsilon da igualdade 2.25

Definindo a função correlação $R_{\Delta T}(x')$ (BRACEWELL, 1986), entre os perfis como

$$R_{\Delta T}(x', z) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta T(x, z) \Delta T(x - x', z) dx \quad (\text{A.1})$$

sendo $\Delta T(x, z)$ a anomalia observada ao longo de x , causada por um dique bi-dimensional (HALL, 1959), como mostra a figura 2.6, dada por

$$\Delta T(x, z) = \frac{Az}{(x \operatorname{sen}(\phi))^2 + z^2} + \frac{Bx \operatorname{sen}(\phi)}{(x \operatorname{sen}(\phi))^2 + z^2}. \quad (\text{A.2})$$

Conhecendo assim a Transformada de Fourier $G(k_x, z)$ de $\Delta T(x, z)$ da equação A.2, podemos escrever a equação A.1 como

$$R_{\Delta T}(x', z) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta T(x, z) \Delta T(x - x', z) dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G(-k_x, z) G(k_x, z) e^{-ik_x x'} dk_x. \quad (\text{A.3})$$

Onde a função $\Delta T(x, z)$ e a função $G(k_x, z)$ constituem pares de transformadas de Fourier, Isto é $\Delta T(x, z) \leftrightarrow G(k_x, z)$.

A equação A.3 é conhecida (SNEDDON, 1951) como o Teorema da Convolução ou Parceval quando $x' = 0$.

Assim para o cálculo da transformada de Fourier de $G(k_x, z)$ (BRACEWELL, 1986) fazemos.

$$G(k_x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta T(x, z) e^{-ik_x x} dx. \quad (\text{A.4})$$

Substituindo a equação A.2 em A.4 temos,

$$G(k_x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{Aze^{-ik_x x}}{(x \operatorname{sen}(\phi))^2 + z^2} dx + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{Bx \operatorname{sen}(\phi) e^{-ik_x x}}{(x \operatorname{sen}(\phi))^2 + z^2} dx \quad (\text{A.5})$$

colocando para fora das integrais as constantes e colocando a função $\operatorname{sen}^2(\phi)$ em evidência, a equação A.5 torna-se

$$G(k_x, z) = \frac{Az}{\text{sen}^2(\phi)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-ik_x x}}{x^2 + \left(\frac{z}{\text{sen}(\phi)}\right)^2} dx + \frac{B \text{sen}(\phi)}{\text{sen}^2(\phi)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x e^{-ik_x x}}{x^2 + \left(\frac{z}{\text{sen}(\phi)}\right)^2} dx. \quad (\text{A.6})$$

Fazendo o teste de paridade dos integrandos junto com $e^{-ik_x x} = \cos(k_x x) - i \text{sen}(k_x x)$ e simplificando as constantes, temos

$$G(k_x, z) = \frac{2Az}{\text{sen}^2(\phi)} \int_0^{+\infty} \frac{\cos(k_x x)}{x^2 + \left(\frac{z}{\text{sen}(\phi)}\right)^2} dx - \text{sgn}(k_x) \frac{2B}{\text{sen}(\phi)} \int_0^{+\infty} \frac{x \text{sen}(k_x x)}{x^2 + \left(\frac{z}{\text{sen}(\phi)}\right)^2} dx. \quad (\text{A.7})$$

Observando as soluções das integrais em GRADSHTEYN & RYZHIK (1965), página 406-2, a primeira parcela e página 406-3 para a segunda parcela, temos a A.7 dada por

$$G(k_x, z) = \frac{2Az}{\text{sen}^2(\phi)} \frac{\pi}{2z} e^{-\frac{|k_x|z}{\text{sen}(\phi)}} - \text{sgn}(k_x) \frac{2iB}{2\text{sen}(\phi)} \pi e^{-\frac{|k_x|z}{\text{sen}(\phi)}} \quad (\text{A.8})$$

fazendo as simplificações das constantes temos

$$G(k_x, z) = \frac{A\pi}{\text{sen}(\phi)} e^{-\frac{|k_x|z}{\text{sen}(\phi)}} - \text{sgn}(k_x) \frac{iB\pi}{\text{sen}(\phi)} e^{-\frac{|k_x|z}{\text{sen}(\phi)}} \quad (\text{A.9})$$

ou

$$G(k_x, z) = (A - i \text{sgn}(k_x) B) \frac{\pi}{\text{sen}(\phi)} e^{-\frac{|k_x|z}{\text{sen}(\phi)}}. \quad (\text{A.10})$$

Substituindo A.10 em A.3,

$$R_{\Delta T}(x', z) = \frac{(A^2 + B^2)\pi^2}{2\pi \text{sen}^2(\phi)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\frac{|k_x|z}{\text{sen}(\phi)}} e^{-ik_x x'} dk_x \quad (\text{A.11})$$

simplificando e fazendo o teste de paridade dos integrandos junto com $e^{-ik_x x} = \cos(k_x x) - i \text{sen}(k_x x)$, temos

$$R_{\Delta T}(x', z) = \frac{(A^2 + B^2)\pi}{\text{sen}^2(\phi)} \int_0^{+\infty} e^{-2\frac{|k_x|z}{\text{sen}(\phi)}} \cos(k_x x') dk_x. \quad (\text{A.12})$$

Verificando em GRADSHTEYN & RYZHIK (1965) página 477-2, temos a equação A.12 como

$$R_{\Delta T}(x', z) = \frac{(A^2 + B^2)\pi}{\text{sen}^2(\phi)} \frac{2z/\text{sen}(\phi)}{\left(\frac{2z}{\text{sen}(\phi)}\right)^2 + x'^2} \quad (\text{A.13})$$

ou

$$R_{\Delta T(x',z)}^* = \frac{2z(A^2 + B^2)\pi/\text{sen}^3(\phi)}{(2z/\text{sen}(\phi))^2 + x'^2}. \quad (\text{A.14})$$

Vemos na equação A.14 que quando $\phi = 0$, $R_{\Delta T(x',z)}$ não é definido. Calculando $R_{\Delta T(0,z)}$ em A.14 temos

$$R_{\Delta T(0,z)} = \frac{(A^2 + B^2)\pi}{2z\text{sen}(\phi)}. \quad (\text{A.15})$$

Calculando a razão $\epsilon = R_{\Delta T(x')}/R_{\Delta T(0)}$

$$\epsilon = \frac{R_{\Delta T(x')}}{R_{\Delta T(0)}} = \frac{4z^2}{4z^2 + (x'\text{sen}(\phi))^2} \quad (\text{A.16})$$

e dividindo por $4z^2$ o numerador e denominador da equação A.16 temos

$$\epsilon = \frac{R_{\Delta T(x')}}{R_{\Delta T(0)}} = \frac{1}{1 + \frac{x'^2 \text{sen}^2(\phi)}{4z^2}}. \quad (\text{A.17})$$

Sabendo através da figura 2.6 do capítulo 2 que $x' = \Delta y \cos(\phi)/\text{sen}(\phi)$, temos então que

$$\epsilon = \frac{R_{\Delta T(x')}}{R_{\Delta T(0)}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta y}{2z}\right)^2 \cos^2(\phi)} \quad (\text{A.18})$$