



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**CENTRO DE GEOCIÊNCIAS**  
**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA**

**TESE DE DOUTORADO**

**ATENUAÇÃO DE MÚLTIPLAS PELO MÉTODO WHLP-CRS**

**FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES**



**BELÉM – PARÁ - BRASIL**  
**2003**

T ALVES, Fábio José da Costa. **Atenuação de múltiplas pelo método WHLP-CRS**. Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências, 2002.74p.

Tese (Doutorado em Geofísica) – Curso de Pós – Graduação em Geofísica, CG, UFPA, 2003.

1.WHLP 2.CRS 3.ATENUAÇÃO DE MÚTIPLAS  
4. WIENER 5. PREDIÇÃO.

I. LEITE, Lourenildo Willame Barbosa, Orient. II. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

**ATENUAÇÃO DE MÚLTIPLAS PELO MÉTODO WHLP-CRS**

TESE APRESENTADA POR

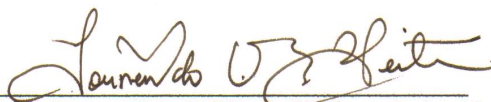
**FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES**

COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE DOUTORADO EM  
CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

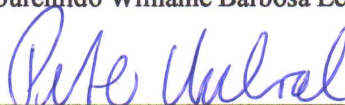
**Data da aprovação: 28 / 01 / 2003**

**Conceito:**

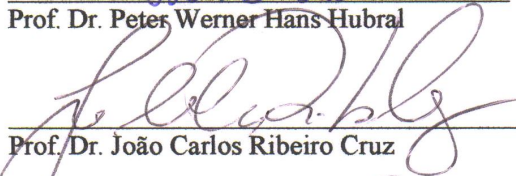
COMITÊ DE TESE:



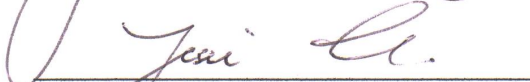
Prof. Dr. Lourenildo Williams Barbosa Leite (Orientador)



Prof. Dr. Peter Werner Hans Hubral



Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz



Prof. Dr. Jessé Carvalho Costa



Prof. Dr. Paulo Marcos de Carvalho

**BELÉM – PARÁ - BRASIL**

**2003**

À minha esposa Thamy, às  
minhas filhas Thylianne e  
Ângela Kerenine e minha mãe  
Ângela Maria

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus por ter me dado confiança e inspiração para concluir este tese de doutorado.

Ao Prof. Dr. Lourenildo W. B. Leite pela confiança em mim creditada, pela sua inequívoca competência profissional, constante paciência e irrestrita disponibilidade de tempo na orientação dessa tese e pela franca amizade ao longo desses quase dois anos e meio.

Ao Prof. Dr. German Garabito Callapino pela valiosa parceria e apoio dispensado durante a elaboração desta tese.

Ao Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz pelo apoio dispensado durante a elaboração desta tese.

Ao Prof. Dr. Peter Werner Hans Hubral pelas sugestões valiosas durante a elaboração desta tese.

Ao Prof. Dr. Jessé Carvalho Costa pelas sugestões elaboração desta tese.

Ao Dr. Paulo Marcos de Carvalho por participar desta banca examinadora.

A todos os amigos do Mestrado e Doutorado do prédio do CPGf.

A todos meus familiares pela compreensão pelos dias, noites e fins de semana que não pude estar presente.

Aos colegas pela ajuda, apoio e companheirismo.

Aos membros da Banca examinadora pelas sugestões para a realização de um bom trabalho.

A ANP – Agência Nacional de Petróleo pelo financiamento da bolsa de estudo. Ao Prof. Dr. Om P. Verma, Coordenador do Projeto ANP/UFPa quem deu uma especial atenção viabilizando a realização deste trabalho.

Ao Curso de Pós-Graduação de Geofísica da UFPa, coordenado pelo Prof. Dr. Lourenildo W. B. Leite, que deu o suporte acadêmico para a elaboração deste trabalho. Assim como a todo o corpo de professores e funcionários do Curso e do Departamento de Geofísica.

A todas as pessoas que não foram citadas nominalmente, mas que tiveram uma contribuição de forma direta ou indireta durante o período que se seguiu a realização deste trabalho.

# SUMÁRIO

<b>DEDICATÓRIA</b>	iii
<b>AGRADECIMENTOS</b>	iv
<b>RESUMO</b>	1
<b>ABSTRACT</b>	2
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	3
<b>2. MODELO GEOLÓGICO</b>	6
<b>3. MODELO SÍSMICO</b>	8
<b>3.1. ARRANJOS DO LEVANTAMENTO E DO PROCESSAMENTO</b>	8
<b>3.2. CONTEÚDO DA SEÇÃO SÍSMICA</b>	10
<b>3.3. FORMA DA EQUAÇÃO DE ONDA</b>	11
<b>3.4. TIPOS DE MODELOS</b>	13
<b>3.4.1. Interfaces plano-horizontais</b>	13
<b>3.4.2. Interfaces plano-inclinadas</b>	15
<b>3.4.3. Interfaces curvas</b>	17
<b>4. OPERADOR DE EMPILHAMENTO CRS</b>	18
<b>4.1. APROXIMAÇÕES HIPERBÓLICO E PARABÓLICO PARA O TEMPO DE TRÂNSITO</b>	20
<b>4.2. ALGORITMO DO EMPILHAMENTO CRS</b>	23
<b>5. O OPERADOR WIENER-HOPF-LEVINSON (WHL)</b>	26
<b>5.1. EQUAÇÕES NORMAIS</b>	27
<b>5.2. FILTRO WIENER-HOPF-LEVINSON DE PREDIÇÃO (WHLP)</b>	28
<b>5.3. OPERADOR WHLP-CRS</b>	29
<b>6. RESULTADOS COM DADOS SINTÉTICOS</b>	42
<b>7. CONCLUSÕES GERAIS</b>	57
<b>REFERÊNCIAS</b>	59
<b>APÊNDICES</b>	63
<b>APÊNDICE A - EQUAÇÕES NORMAIS (WHLP)</b>	64
<b>APÊNDICE B - SIMBOLOGIA UTILIZADA</b>	68

## RESUMO

Nas bacias sedimentares da região Amazônica, a geração e o acúmulo de hidrocarboneto estão relacionados com a presença das soleiras de diabásio. Estas rochas magmáticas intrusivas possuem grandes contrastes de impedância com as rochas sedimentares encaixantes, resultando em múltiplas externas e internas, com amplitudes semelhantes às das reflexões sísmicas primárias. Estas múltiplas podem predominar sobre as informações oriundas de interfaces mais profundas, dificultando o processamento, a interpretação e o imageamento da seção de sísmica.

O objetivo da presente tese é realizar a atenuação de múltiplas em seções sintéticas fonte-comum (CS), através da combinação dos métodos Wiener-Hopf-Levinson de predição (WHLP) e o do empilhamento superfície-de-reflexão-comum (CRS), aqui denominando pela sigla WHLP-CRS. O operador de deconvolução é calculado com as amplitudes reais do sinal sísmico e traço-a-traço, o que consideramos como uma melhor eficiência para a operação de atenuação. A identificação das múltiplas é feita na seção de afastamento-nulo (AN) simulada com o empilhamento CRS, utilizando o critério da periodicidade entre primária e suas múltiplas. Os atributos da frente de onda, obtidos através do empilhamento CRS, são utilizados na definição de janelas móveis no domínio tempo-espço, e usados para calcular o operador WHLP-CRS.

No desenvolvimento do presente trabalho, visamos evitar a inconveniência da seção processada ZO; desenhar e aplicar operadores na configuração CS; e estender o método WHL para camadas curvas.

## ABSTRACT

In the sedimentary basins of the Amazon region, the generation and accumulation of hydrocarbons is related to the presence of diabase sills. These rocks present a great impedance contrast to the host rocks what turns to cause the generation of internal and external multiples with similar amplitudes the primary events. These multiples can predominate over the information originated at the deeper interfaces, making more difficult the processing, interpretation and imaging of the seismic section.

In the present research work, we conducted de multiple attenuation in synthetic common-source (CS) seismic sections by combining the Wiener-Hopf-Levinson for prediction (WHLP) and the common-reflection-surface-stack (CRS) methods. We denominated this new combination under the name and label of WHLP-CRS method.

The deconvolution operator is calculated from the real amplitudes of the seismic section trace-by-trace, and this strategy represents efficiency in the process of multiples attenuation. Multiples identification is carried out in the zero-offset (ZO) section simulated by the CRS-stack applying the periodicity criteria between the primary and its repeated multiples. The wavefront attributes, obtained by the CRS-stack, are employed to move the shifting windows in the time-space domain, and these windows are used to calculate the WHLP-CRS operator for the multiple attenuation carried out in the CS sections.

The development of the present research had several intentions as: (first) avoid the inconveniencies of the processed ZO section; (second) design and apply operators in the CS configuration; (third) extend the WHL method to curved interface; (fourth) use the good results obtained in the new CRS-stack technology whose application extends to migration, tomography, inversion and AVO.



## 1. INTRODUÇÃO

As soleiras de diabásio das bacias sedimentares da região Amazônica são consideradas, pelos geólogos e geoquímicos, como diretamente relacionadas à geração e ao acúmulo de hidrocarbonetos. As altas impedâncias dos contatos sedimento/intrusiva causam grande diminuição de amplitude no sinal sísmico transmitido, e as múltiplas destas interfaces possuem grandes amplitudes que obscurecem as informações sísmicas desejadas abaixo das soleiras. A necessidade do estudo de métodos de atenuação de reflexões múltiplas em dados sísmicos nestas Bacias tem por finalidade melhorar a imagem sísmica do subsolo, o que nos levou ao desenvolvimento da proposta da combinação WHLP-CRS, com o objetivo de dar melhor condição para interpretação das rochas geradoras e das estruturas armazenadoras de hidrocarbonetos (óleo e gás) na região.

A atenuação de múltiplas continua como um problema clássico no processamento e interpretação de seções da sísmica de reflexão. Em meios estratificados com presença de soleiras, as múltiplas podem dominar e obscurecer as primárias das camadas mais inferiores e, conseqüentemente, dificultar a interpretação da seção. Um número especial do periódico SEG (1999) é dedicado ao assunto de reconhecimento e atenuação de múltiplas, onde é discutida a não existência de uma técnica de reconhecimento e atenuação de múltipla que seja aplicada a todos os casos possíveis, devido à diversidade da geologia responsável pela geração das múltiplas.

O problema de atenuação de múltiplas na configuração afastamento-nulo (ZO) é abordado por uma metodologia clássica, onde o operador de predição é calculado na seção ZO que contém efeitos do processamento, como o estiramento e a deformação do pulso devido ao empilhamento. Como estes efeitos comprometem o desempenho do operador de atenuação de múltiplas, há uma tendência de calcular estes operadores na configuração fonte-comum (CS) utilizando as amplitudes próprias do sinal, o que resulta em uma performance melhor do operador de deconvolução.

Os métodos clássicos para identificação e atenuação de múltiplas que podem ser organizados em quatro categorias, como apresentadas a seguir.

(I) Métodos baseados na discriminação das velocidades aparentes que exploram a diferença entre as “hipérboles” dos tempos de trânsito das primárias e suas múltiplas. Entre eles podemos citar o de empilhamento de dados CMP (Schneider et al 1965; Schoenberger, 1996; Lu et al, 1999). Um método já clássico é o filtro  $F-K$  aplicado após a correção NMO, sendo ele baseado na

função velocidade das primárias (Yilmaz, 1994) e a filtragem  $K-L$  (Jiao et al, 1999). Outros trabalhos baseados no princípio de discriminação de velocidades foram apresentados por Maeland (1997), Godfrey et al (1998), Bednar e Neale (1999) e Manuel (1999). Estes métodos não são eficazes para os casos de refletores profundos, ou de estruturas geológicas complexas cujas curvas de tempos de trânsito diferem da forma de hipérbolas simples.

(II) Métodos baseados na periodicidade das múltiplas utilizando operadores de predição e aplicação de convolução. O exemplo mais representativo é o método Wiener-Hopf-Levinson de predição (WHLP), onde o operador é calculado a partir da função autocorrelação do traço sísmico (Peacock e Treitel, 1969). Em seções CS, o filtro WHLP é aplicado no domínio  $\tau-p$  (Taner, 1980; Carrion, 1986). Na teoria clássica do filtro WHLP, o traço sísmico é considerado estacionário, a refletividade uma série aleatória de impulsos, e o meio formado por camadas plano-horizontais (Silvia e Robinson, 1979). Outros métodos que se baseiam na periodicidade temporal das múltiplas são descritos por Schoenberger e Houston (1998), Dragoset (1998), Fowler (1998), Dedem e Verschuur (1999), Robinson (1998) e Gasparotto (1999).

(III) Métodos baseados na equação de onda. Entre eles podemos citar Weglein et al (1997); Berryhill e Kim (1986); Wiggins (1988); Carvalho (1992); Lokshantov (1998); Berkhout and Verschuur (1998); Jakubowicz (1998); Jiao (1999); Lokshantov (1999);. Outros trabalhos utilizando este princípio são Berkhout e Verschuur (1997); Vershuur e Berkhout (1997); Dedem et al (1999); Dragoset et al (1999). Estes métodos requerem muita informação a priori para aplicação prática.

(IV) Métodos baseados na matriz covariância dos dados pré-empilhamento ou pós-empilhamento, sendo o exemplo Kneib e Bardan (1997).

## ESTRUTURA DA TESE

Neste capítulo introdutório procuramos apresentar os problemas a serem estudados, bem como o método de ataque e justificativa da pesquisa, e o assunto é colocado em relação à literatura internacional.

No capítulo 2, o problema geológico é apresentado como sendo relacionado mais diretamente à bacia sedimentar do Solimões.

No capítulo 3 são apresentados uma revisão teórica sobre a geometria do levantamento sísmico, o conteúdo da seção sísmica, a forma da equação da onda usada e o tipo de modelo sísmico a ser utilizado nas simulações.

No capítulo 4 são apresentadas as principais fórmulas de aproximação do tempo de trânsito e o algoritmo de simulação de seção afastamento-nulo e os atributos  $\beta_0$ ,  $K_N$  e  $K_{NIP}$  do CRS.

No capítulo 5 é apresentado uma revisão teórica do filtro de Wiener-Hopf-Levinson de predição e o novo método WHLP-CRS proposto neste trabalho de tese. Também é mostrado o fluxograma do WHLP-CRS e detalhes na aplicação das janelas móveis.

No capítulo 6 são apresentados resultados do operador WHLP-CRS na atenuação de múltiplas em seções fonte-comum com dados sintéticos.

No capítulo 7 as conclusões são apresentadas, e perspectivas são indicadas para a evolução do algoritmo. Apresentamos também as contribuições realizadas durante o desenvolvimento dos trabalhos voltados a esta tese.

## 2. MODELO GEOLÓGICO

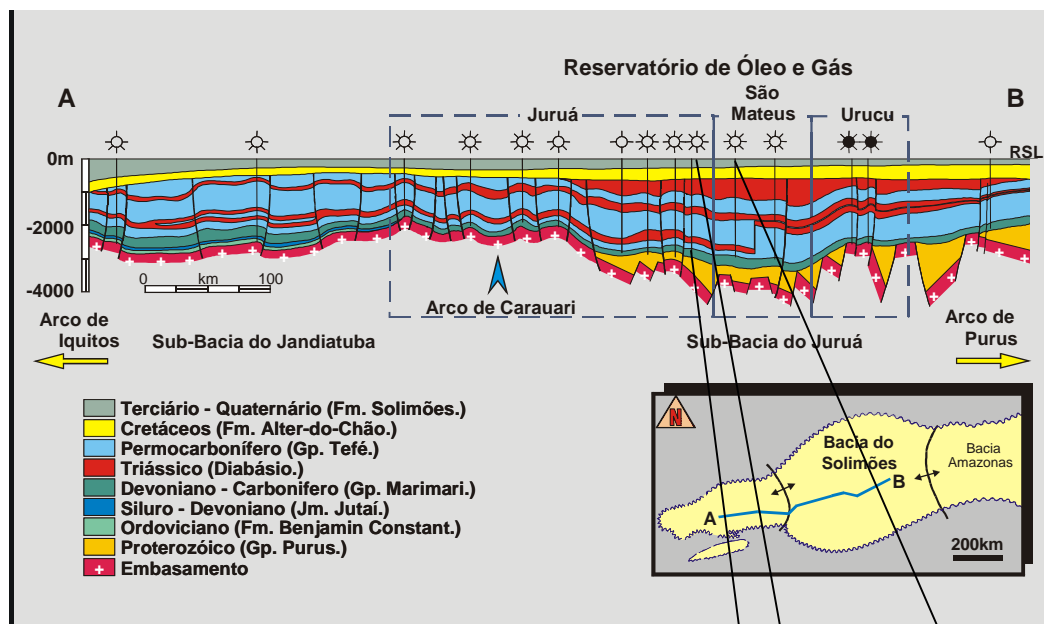
O preenchimento sedimentar das bacias intracratônicas da Amazônia Brasileira é composto por seqüências paleozóicas recobertas por seqüências mesozóica e cenozóica. As seqüências paleozóicas estão dobradas e falhadas, e intrudidas por diques e soleiras de diabásio (Eiras, 1998). Estas rochas intrusivas possuem velocidades sísmicas relativamente muito mais altas do que as rochas sedimentares encaixantes, e que variam de 4000 m/s a 6000 m/s. A Bacia Sedimentar do Solimões é um exemplo típico desta descrição (Figura 2.1). Estas características são transferidas para os modelos utilizados para simulações. As seqüências mesozóicas e cenozóicas apresentam poucas perturbações tectônicas e sub-horizontalizadas, e as velocidades sísmicas compressionais variam entre 1700 m/s e 2300 m/s.

A presença (geração e o acúmulo) de hidrocarbonetos nas bacias sedimentares da região Amazônica está diretamente relacionada com as soleiras de diabásio. As altas impedâncias dos contatos (sedimento/intrusiva) causam grande diminuição de amplitude no sinal sísmico transmitido, e as múltiplas destas interfaces possuem grandes amplitudes que obscurecem as informações desejadas que se localizam abaixo das soleiras. Por este motivo, existe a necessidade do estudo e desenvolvimento de métodos para atenuação de múltiplas nestas Bacias, com o objetivo de melhorar a imagem sísmica do subsolo e, conseqüentemente oferecer uma melhor condição de interpretação das rochas geradoras e das estruturas armazenadoras de hidrocarbonetos (óleo e gás).

Uma descrição física mais real e detalhada de formações geológicas visando a propagação de ondas sísmicas deve considerar várias situações, tais como: camadas finas, descontinuidades de interfaces, porosidade, fluidos, geometrias complexas, dispersão, absorção interna e anisotropia.

As premissas básicas e fundamentais admitidas para os modelos geofísico-geológicos no presente trabalho são: (1) a fonte é pontual (2D) e impulsiva no domínio do espaço, e não-impulsiva no domínio do tempo; (2) o meio é 2D e formado por uma seqüência de camadas com interfaces curvas, e limitado por dois semi-espacos infinitos; (3) as camadas são individualmente homogêneas e isotrópicas, e caracterizadas por espessura variável; (4) não é admitido o fenômeno de absorção inelástica; (5) as seções sísmicas sintéticas são geradas segundo a teoria do raio, através do programa SEIS88.

## Seção Geológica Longitudinal à Bacia do Solimões



Espessura	Velocidade	
300	1750	
350	2300	
410	5900	
370	5400	
180	6150	
610	5450	
200	6150	
85	4850	
120	4650	Reservatório

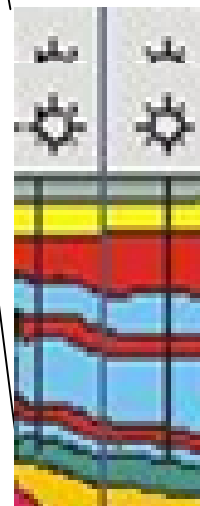


Figura 2.1. Seção geológica da Bacia do Solimões. Modelo de velocidade referente a um trecho da Bacia do Solimões. Detalhes da seção geológica utilizada para simulação da seção sísmica. (Eiras 1998).

### 3. MODELO SÍSMICO

Neste capítulo descrevemos os arranjos considerados para a simulação do levantamento e do processamento, o conteúdo da seção sísmica e a evolução do modelo direto para o cálculo do tempo de trânsito.

#### 3.1. ARRANJOS DO LEVANTAMENTO E DO PROCESSAMENTO

Nos experimentos sísmicos, consideramos as fontes e receptores ao longo da linha que coincide com o eixo  $x$  do sistema de coordenadas Cartesianas. O levantamento é simulado como sendo realizado na configuração fonte-comum, e em seguida os dados re-arrumados para as configurações outras desejadas: afastamento-comum, ponto-médio-comum ou receptor-comum (Figuras 3.1).

No método de empilhamento superfície-de-reflexão-comum (CRS), o tempo de trânsito de um raio qualquer na vizinhança de um raio de afastamento-nulo é aproximado pela fórmula hiperbólica (Figura 3.2):

$$T^2(x_m, h) = \left( t_0 + \frac{2 \operatorname{sen} \beta_0 (x_m - x_0)}{v_0} \right)^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta_0}{v_0} [K_N (x_m - x_0)^2 + K_{NIP} h^2], \quad (3-1)$$

onde

$$x_m = \frac{x_g + x_s}{2} \quad \text{e} \quad h = \frac{x_g - x_s}{2}. \quad (3-2)$$

$x_0$ ,  $x_g$  e  $x_s$  são, respectivamente, as coordenadas horizontais do ponto de emergência do raio central, e do par fonte-receptor.  $\beta_0$  é o ângulo de emergência do raio normal (medido com relação a normal a superfície).  $K_N$  e  $K_{NIP}$  são, respectivamente, as curvaturas das frentes de onda ponto-de-incidência-normal (onda-NIP) e refletor-em-explosão (onda-N).

A configuração ponto-médio-comum (CMP) se caracteriza pelos pares fonte-receptor simetricamente disposto ao redor de um ponto-médio de referência ( $x_0$ ). No caso da posição do ponto-central coincidir com o ponto-médio de referência (condição é  $x_m - x_0 = 0$ ), a equação (3-1) simplifica a apenas à variável independente  $h$  na forma:

$$T(h) = t_0^2 + \frac{2t_0 q}{v_0} h^2, \quad (3-3)$$

onde  $q = \cos^2 \beta_0 K_{NIP}$ , e tendo como  $h^2$  coeficientes:  $t_0$ ,  $v_0$ ,  $\beta_0$  e  $K_{NIP}$ .

Na seção afastamento-comum (CO), a condição para a expressão (3-1) é  $x_m - x_0 = h$ . Com isto, a função tempo dependente apenas de  $\beta_0$  e  $K = K_{NIP} + K_N$ , e é dada por:

$$T(h) = \left( t_0 + \frac{2h \operatorname{sen} \beta_0}{v_0} \right)^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta_0}{v_0} Kh^2. \quad (3-4)$$

Na configuração CO,  $h$  (distância fonte-receptor) é mantido fixo, mas o ponto  $x_0$  varia continuamente. Desta forma, a expressão para o tempo de trânsito nesta configuração coincide com a expressão hiperbólica geral, com a ressalva sobre  $h$ .

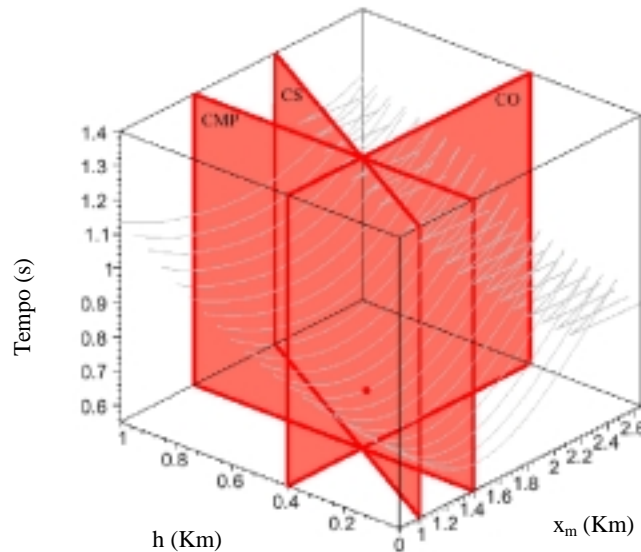


Figure 3.1. Cubo de arranjos afastamento-comum (CO), fonte-comum (CS) e ponto-médio-comum (CMP) no cubo de multicobertura. As linhas cinzas definem a superfície que representa do operador de empilhamento CRS para um ponto de referência  $P_0(x_0, t_0)$ . (Höcht, 2002).

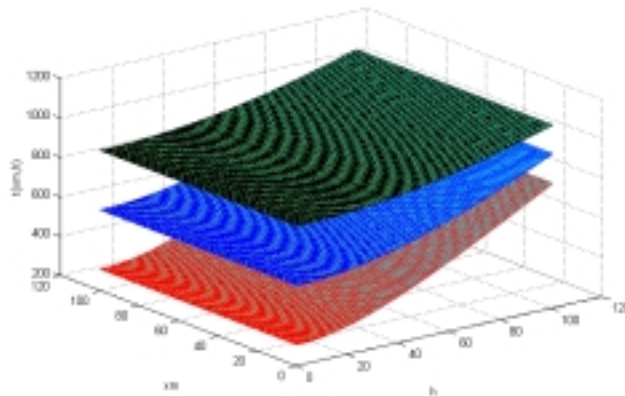


Figura 3.2. Cubo  $T(x_m, h)$  de tempo da primária e das múltiplas de primeira e segunda ordem de um meio formado por uma camada plano-horizonta sobre um semi-espaco.

### 3.2. CONTEÚDO DA SEÇÃO SÍSMICA

O modelo convolucional para simular traços sísmicos dependente do parâmetro horizontal do raio  $p$ , e pode ser expresso por:

$$g(k, p) = s(k, p) + r(k) = w(k) * \varepsilon(k, p) + r(k), \quad (3.5)$$

onde  $w(k)$  representa o pulso-fonte efetivo,  $\varepsilon(k, p)$  é a função refletividade,  $s(k, p)$  é a função sinal-mensagem e  $r(k)$  é o ruído aditivo não contabilizado em  $\varepsilon(k, p)$  e em  $w(k)$ .

Com o objetivo de completar a descrição, o pulso-fonte efetivo,  $w(k)$ , pode ser descrito por várias componentes ao longo da sua trajetória na forma (Robinson, 1984):

$$w(k) = w_O(l, k) * w_F(l, k) * w_A(k) * w_I(l, k) * w_E(k). \quad (3.6)$$

Nesta equação estão representados os efeitos do pulso-fonte original  $w_O(k)$  (assinatura da fonte), de múltiplas (fantasmas, não previstas na refletividade)  $w_F(k)$ , de atenuação inelástica  $w_A(k)$ , de instrumento de registro  $w_I(k)$ , e de divergência esférica  $w_E(k)$ . As componentes tempo-variantes são  $w_O(k)$ ,  $w_F(k)$  e  $w_I(k)$ , e as componentes tempo-invariantes são  $w_A(k)$  e  $w_E(k)$ . As componentes  $w_F(k)$ ,  $w_A(k)$  e  $w_E(k)$  são consideradas fisicamente de fase-mínima, e as componentes  $w_O(k)$  e  $w_I(k)$  não são necessariamente de fase-mínima. Todas estas componentes podem ser analisadas individualmente como filtros específicos. Para os métodos de deconvolução que se baseiam nos princípios de fase-mínima e de tempo-invariante, as componentes consideradas como fontes potenciais de distorção de fase são, portanto,  $w_A(k)$ ,  $w_E(k)$ ,  $w_O(k)$  e  $w_I(k)$ . Todas estas componentes do pulso podem ser teoricamente submetidas a seus correspondentes operadores inversos [ $w_A^{-1}(k)$ ,  $w_F^{-1}(k)$ ,  $w_I^{-1}(k)$  e  $w_E^{-1}(k)$ ].

O ruído pode ser descrito por uma componente ambiental [com uma parte aleatória,  $r_{aa}(k)$ , e uma parte coerente,  $r_{ac}(k)$ ], e por uma componente relacionada à fonte sísmica [com uma parte aleatória,  $r_{fa}(k)$ , e uma parte coerente,  $r_{fc}(k)$ ] que são submetidas à convolução com pulsos filtrantes na forma:

$$r(k) = p_{va}(k) * [r_{aa}(k) + r_{ac}(k)] + p_{vf}(k) * [r_{fa}(k) + r_{fc}(k)]. \quad (3.7)$$

A componente filtrante mais efetiva em  $p_{va}(k)$  e  $p_{vf}(k)$  é o instrumento (sensor).



Para descrever a componente ruído, um dos conceitos mais comum é o de ruído branco definido através da autocorrelação na forma:

$$\phi_{rr}(t, \tau) = E\{r(t), r(\tau)\} = \sigma_r^2 \delta(t - \tau), \quad (3.8)$$

e que reúne conceitos estocásticos e determinísticos através de  $r(t)$ . A expressão espectral correspondente é dada por:

$$\Phi_{rr}(f) = \sigma_r^2. \quad (3.9)$$

### 3.3. FORMA DA EQUAÇÃO DE ONDA

A teoria clássica da elastodinâmica é constituída das leis naturais de propagação de ondas elásticas, e onde percorremos na direção da condição acústica. A equação do movimento da partícula da onda elástica, escrita em termos das componentes de deslocamento, é uma primeira aproximação relativa de alta frequência (por não considerar os efeitos gravitacionais do corpo) para a equação do movimento:

$$\rho \ddot{u}_i = \mu \nabla^2 u_i + (\lambda + \mu) \nabla_i (\nabla \cdot \vec{u}), \quad (i=x,y,z). \quad (3-10)$$

As soluções para esta equação depende do problema e do modelo a ser estudado, e vai desde formas fechadas simples até os métodos numéricos. A imensa literatura no assunto descreve problemas específicos, por exemplo, o de Lamb, o de Pekeris, o de Love, o de Rayleigh, o de Cagniard, o de Sommerfeld e o da Refletividade. (Aki e Richards, 1980).

A decomposição de Helmholtz levam a equação de onda elástica para as formas de potenciais [ $\phi = \phi(x, y, z, t)$ ] de deslocamentos, e para uma forma semelhante na propagação acústica [pressão,  $P = P(x, y, z, t)$  substitui  $\phi$ ]:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \phi. \quad (3-11)$$

Para os potenciais de velocidade da partícula ( $\phi$ ), a relação entre velocidade ( $\dot{u}_z$ ) e pressão ( $P$ ) é:

$$\dot{u}_i = -\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad \text{e} \quad P = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (3-12)$$

Para os potenciais de deslocamento ( $\psi$ ), as relações entre deslocamento ( $u_i$ ) e pressão ( $P$ ) é dada por:

$$u_i = +\frac{\partial \psi}{\partial x_i} \quad \text{e} \quad P = -\lambda \nabla^2 \psi. \quad (3-13)$$

Uma proposta para separar os efeitos espaciais,  $f(\underline{r})$ , dos temporais,  $U(t)$ , na solução da equação da onda elástica é a base da teoria do raio, que representa mais uma aproximação de alta frequência a partir da forma tensão-deslocamento. A expressão, com  $\underline{r} = (x, y, z)$ ,  $\underline{r} = (r_i)$ , tem a forma:

$$\underline{u}(\underline{r}, t) = f(\underline{r})U[t - T(\underline{r})]. \quad (3-14)$$

São necessárias outras argumentações para organizar o modelo, sendo aplicadas aproximações matemáticas de consequência para que  $T(\underline{r})$  satisfaça uma equação do tipo eiconal, e para que raios possam ser introduzidos. (Aki e Richards, 1980, capítulo 4; Cerveny et al., 1977). A solução geométrica geral em meios inhomogêneos para ondas compressoriais, em termos de coordenadas de raios para a componente longitudinal tem a forma fisicamente conveniente, é:

$$u(\underline{x}, t) = \left( \frac{1}{\rho(\underline{x})\alpha(\underline{x})} \right)^{1/2} \frac{1}{L(\underline{x}, \underline{\xi})} F(\underline{\xi}) U[t - T(\underline{x}, \underline{\xi})]. \quad (3-15)$$

$L(\underline{x}, \underline{\xi})$  representa o fator de espalhamento geométrico,  $F(\underline{\xi})$  representa o fator de irradiação da fonte,  $\underline{x}$  é a coordenada para o ponto de observação e  $\underline{\xi}$  para a fonte,  $T(\underline{x}, \underline{\xi})$  satisfaz a integral ao longo do raio:

$$T(\underline{x}, \underline{\xi}) = \int_{\underline{\xi}}^{\underline{x}} \frac{|ds|}{\alpha(\underline{x})}. \quad (3-16)$$

O meio mais simples em vista é o verticalmente heterogêneo, mesmo assim múltiplos eventos sísmicos se propagam na subsuperfície, e a identificação de alguns eventos na superfície é realizada pelas propriedades cinemáticas, enquanto outros eventos são identificados pelas propriedades dinâmicas. Em consequência disto, os atributos da frente de onda deve incluir parâmetros cinemáticos e parâmetros dinâmicos das ondas sísmicas.

A teoria do raio de ordem zero é muito conveniente para descrever o problema direto nos os métodos de imageamento. O método de traçamento de raios usa cinco atributos da frente de onda no processo de propagação da frente de onda. Com relação a um ponto em subsuperfície, os atributos são:  $\mathfrak{S} = \{\tau, \nabla \tau, \gamma, R, J\}$ , sendo  $\tau$  o tempo de percurso entre dois pontos do meio,  $\nabla \tau$  é o gradiente do tempo de percurso na direção da propagação,  $\gamma$  é o ângulo de partida do raio

conectando dois pontos,  $R$  é o raio de curvatura da frente de onda, e  $J$  é o fator de espalhamento geométrico. Os atributos  $\tau$ ,  $\nabla\tau$  e  $\gamma$  são relacionados às propriedades cinemáticas, e os atributos  $R$  e  $J$  são relacionados às propriedades dinâmicas.

### 3.4. TIPOS DE MODELOS

Neste capítulo descrevemos os modelos com interfaces plano-horizontais, plano-inclinadas e com curvaturas, utilizados no desenvolvimento dos trabalhos para simulação em modelos com complicação crescente. Analisamos o tempo de trânsito da primária e sua múltipla e o raio de curvatura da frente de onda, sob a mira de que o problema geológico é sempre 3D e uma solução vizinha leva a optar pela simplificação 2D devido a alguns aspectos.

#### 3.4.1. Interfaces plano-horizontais

Iniciamos a descrição com o modelo formado de camadas plano-horizontais, homogêneas e isotrópicas, com uma fonte pontual, o afastamento é nulo e o espalhamento da energia obedece uma descrição dependente do tempo-duplo de trânsito a cada interface,  $t_n$ . O tempo-duplo de propagação,  $[T(p)]$ , é dado por:

$$T(x=0) = 2 \sum_{n=1}^N \frac{e_n}{v_n}. \quad (3-17)$$

O raio da frente de onda resulta em:

$$R_0(x=0) = \frac{1}{v_0} \sum_{n=1}^N t_n v_n^2, \quad (3-18)$$

$v_n$  é a velocidade e  $e_n$  a espessura relativa a camada  $n$ .

O afastamento,  $[X(p)]$ , e o tempo-duplo,  $[T(p)]$ , podem ser expresso em termos do parâmetro horizontal do raio ( $p$ ) por:

$$T(p) = 2 \sum_{i=1}^k \frac{\Delta t_i}{\sqrt{1 - p^2 v_i^2}}, \quad X(p) = 2 \sum_{i=1}^k \frac{v_i^2 p \Delta t_i}{\sqrt{1 - p^2 v_i^2}}, \quad (3-19)$$

onde  $p = \sin\theta_0/v_0$ , ( $\theta_0$  é o ângulo de partida,  $\theta \leq |\pi/2|$ ) e  $\Delta t_i$  é o tempo-simples de percurso vertical na camada. (Figura 3.3).

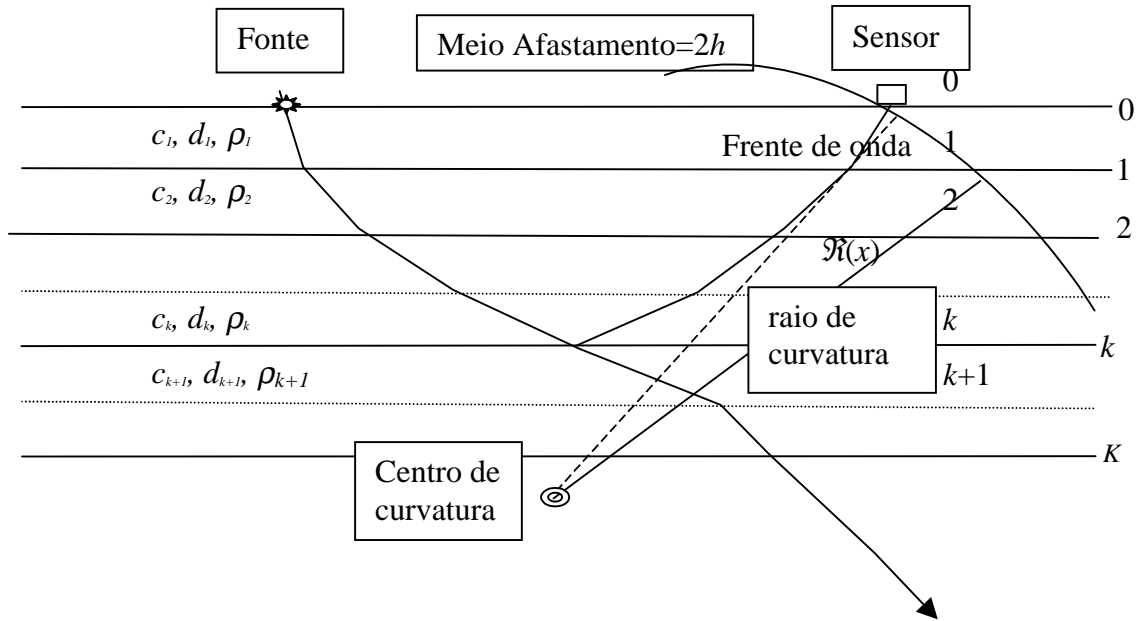


Figura 3.3. O sistema é o Cartesiano. Pacote de camadas plano-horizontais (homogêneas e isotrópicas) entre dois semi-espacos (1D). A numeração indica as camadas e interfaces.

Na combinação  $X(p)$  e  $T(p)$ , o atributo fundamental da frente de onda se resume ao raio, dado por (Figura 3.3):

$$R_0(x) = \frac{\sqrt{1-p^2v_0^2}}{pc_0} \left[ x^2 + 2x \sum_{i=1}^k d_i \left( \frac{pv_i}{\sqrt{1-p^2v_i^2}} \right)^3 \right]^{1/2}. \quad (3-20)$$

A correção ao ZO, expressa pela lei hiperbólica, é dada por:

$$T^2(x) = T_0^2 + \frac{x^2}{v_{RMS}^2}, \quad (3-21)$$

onde  $v_{RMS}$  é a velocidade média-quadrática para camadas horizontais. (Taner e Koehler, 1969).

### 3.4.2. Interfaces plano-inclinadas

Iniciamos com uma camada com interface uniformemente inclinada. O empilhamento ao ZO na geometria CMP obedece a lei hiperbólica escrita como:

$$T^2(x) = T_0^2 + \frac{4h^2 \cos^2(\theta)}{v^2}. \quad (3-22)$$

O caso se torna mais geral para mergulhos arbitrários, ainda com camadas homogêneas e isotrópicas, e as equações aplicáveis para o modelo direto 2D, válidas para pequenos afastamentos, e baseadas nos atributos da frente de onda (Figura 3.4), são:

$$T(r) = T(0) + \frac{\text{sen}(\beta_0)}{v_1} r + \frac{\cos^2(\beta_0)}{2v_1 R_0} r^2 + \dots \quad (\text{aproximação parabólica}), \quad (3-23a)$$

$$T^2(r) = \left\{ T(0) + \frac{\text{sen}(\beta_0)}{v_1} r \right\}^2 + \frac{T(0) \cos^2(\beta_0)}{v_1 R_0} r^2 + \dots \quad (\text{aproximação hiperbólica}). \quad (3-23b)$$

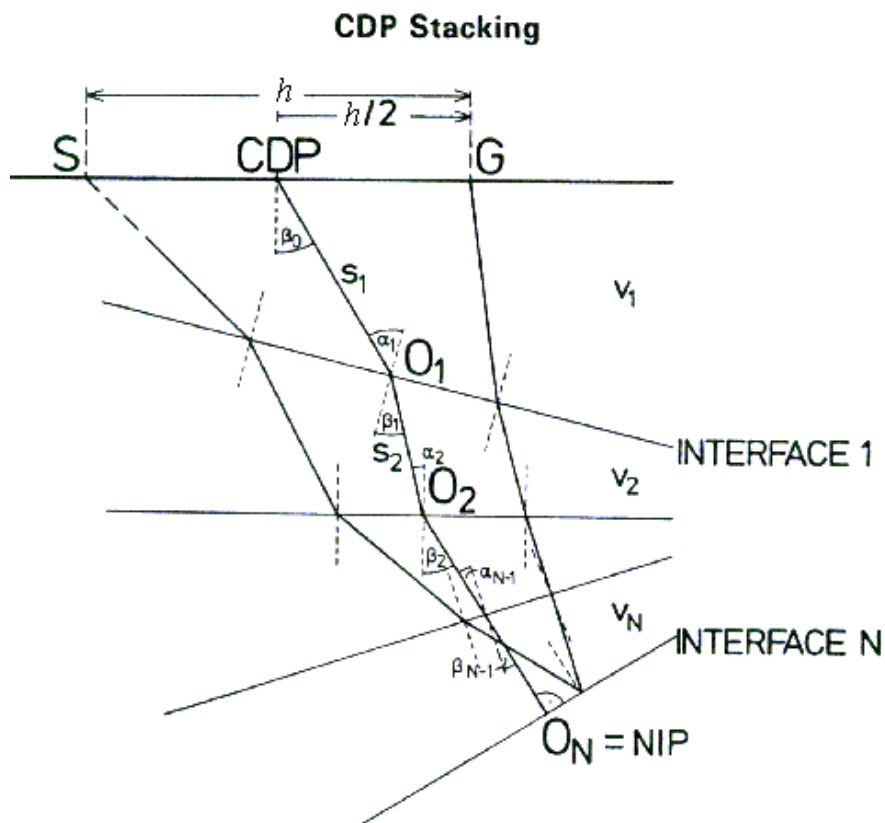


Figura 3.4. Modelo 2D de camadas plano-inclinadas mostrando o raio normal (NIP) e uma trajetória CDP para o afastamento  $h$  (Hubral, 1980). S=fonte, G=geofone.

O raio de curvatura da frente de onda na superfície de observação é dado por:

$$R_0 = \frac{2}{v_1} \sum_{n=1}^N v_n^2 \Delta t_n \prod_{k=1}^{n-1} \frac{\cos^2(\alpha_k)}{\cos^2(\beta_k)}. \quad (3-24)$$

O empilhamento hiperbólico ao ZO é dado por:

$$T^2(r) = T_0^2 + \frac{h^2}{v_{NMO}^2}, \quad v_{NMO}^2 = \frac{2v_1 R_0}{T(0) \cos^2(\beta_0)}, \quad (3-25)$$

sendo  $v_{NMO}$  a velocidade teórica da correção de sobre-tempo.

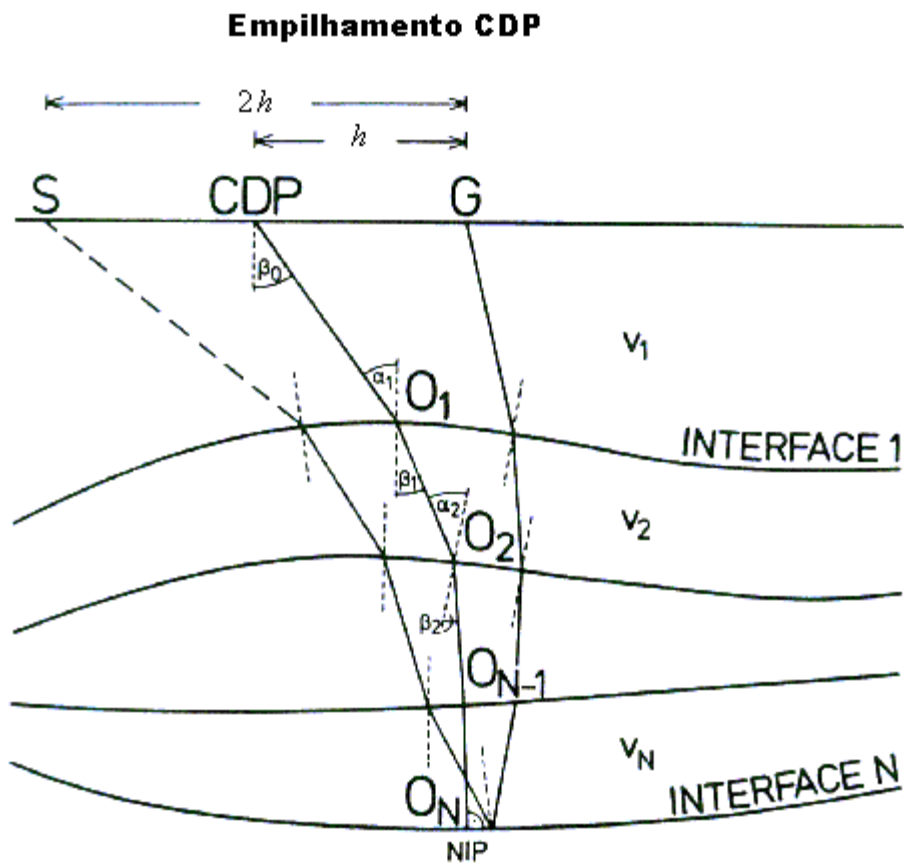


Figura 3.5. Modelo 2D de camadas curvas mostrando o raio de incidência normal (NIP) e uma trajetória CDP para o afastamento  $r$ . (Hubral, 1980).

### 3.4.3. Interfaces curvas

A solução do problema direto relativo a camadas curvas é resumido em Hubral e Krey (1980). Novamente, a filosofia básica para o cálculo do tempo de trânsito utiliza os atributos da frente de onda para os modelos 2D. As condições são para pequeno afastamento fonte-geofone; o raio de curvatura da frente de onda é relativo ao ponto de incidência normal (NIP); e  $v_1$  é constante (Figura 3.5).

O raio de curvatura das superfícies refletoras participa das equações do tempo de trânsito. Para o caso 2D, o perfil tem uma direção coincidente com a direção dos mergulhos não uniformes, e o raio de curvatura difere da equação relativamente simples para o caso anterior. Para 3 camadas o raio é dado por:

$$R_0 = \frac{1}{v_1} \left[ s_1 v_1 + \left( \frac{\rho}{v_1 \cos^2 \alpha_1} \frac{1}{R_{F,1}} + \left\{ s_2 v_2 \frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos^2 \beta_1} + \left[ \frac{\rho_2 \cos^2 \beta_1}{v_2 \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2} \frac{1}{R_{F,2}} + \left( s_3 v_3 \frac{\cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2}{\cos^2 \beta_1 \cos^2 \beta_2} \right)^{-1} \right]^{-1} \right\}^{-1} \right)^{-1} \right].$$

O tempo-duplo de percurso hiperbólico é o mesmo dado no caso anterior.

#### 4. OPERADOR DE EMPILHAMENTO CRS

Apresentamos neste capítulo a teoria do empilhamento CRS que estima os atributos da frente de onda utilizados para realizar o deslocamento tempo-espacial das janelas móveis. Também é apresentado o fluxograma computacional para implementação prática do empilhamento sísmico.

O empilhamento CRS é atrativo por não apresentar uma restrição forte quanto a presença de interfaces com curvatura, e de ser independente do modelo de velocidades. Os atributos da frente de onda no método CRS são estimados diretamente dos dados em multicobertura. (Jägger et al, 2001).

O método CRS é descrito com base na teoria paraxial do raio. O operador CRS é uma função dos atributos cinemáticos de duas frentes de ondas hipotéticas: a onda ponto-de-incidência-normal (NIP), e a onda refletor-explosivo (ou onda-normal, N) (Hubral, 1983). A onda NIP se propaga de forma ascendente a partir de uma fonte (pontual em 3D, linha em 2D) localizada no ponto de reflexão  $R$  do refletor (Figura 4.1). A onda N é ascendente a partir do refletor incluindo o ponto  $R$ , e interpretada como uma frente de onda inicial com curvatura igual à curvatura local do refletor.

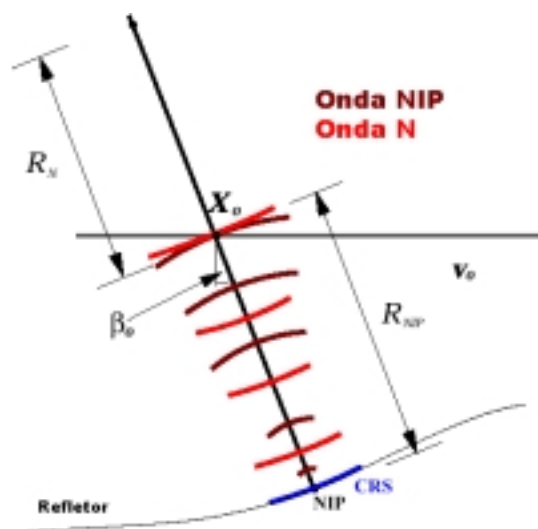


Figura 4.1. Visualização da geometria dos parâmetros do operador de empilhamento CRS. O ângulo de emergência  $\beta_0$  define a orientação angular do CRS (linha azul). O raio de curvatura da onda NIP contém informações da distância do ponto de incidência normal ao ponto de observação  $X_0$ . O raio de curvatura da onda N contém informações da curvatura do refletor.



Os três atributos cinemáticos das ondas hipotéticas NIP e N usados no empilhamento SRC, e relacionadas ao raio normal emergente no ponto  $x_m = X_0$  são: O ângulo de emergência ( $\beta_0$ ) da onda observada; a curvatura  $K_{NIP}$  (ou o raio de curvatura  $R_{NIP} = 1/K_{NIP}$ ) da onda NIP, e a curvatura  $K_N$  (ou o raio de curvatura  $R_N = 1/K_N$ ) da onda N.

Em um meio simples (homogêneo e isotrópico) limitado abaixo por uma interface curva, o ângulo  $\beta_0$  define a orientação angular da onda emergente, a curvatura  $K_{NIP}$  fornece a distância do ponto  $R$  (no refletor) ao ponto  $X_0$  (na superfície) e  $K_N$  a curvatura do refletor no ponto  $R$ .

Para um meio heterogêneo, a interpretação dos atributos das ondas NIP e N não é direta e intuitiva como no meio homogêneo, porém continua associado com a orientação, a distância e a curvatura do refletor. As curvaturas  $K_{NIP}$  e  $K_N$  medidas no ponto de emergência  $X_0$  são interpretadas por aproximações circulares das frentes de ondas correspondentes a onda NIP e a onda N, respectivamente, para um modelo 2D.

Para um modelo sintético constituído por camadas homogêneas separadas por interfaces curvas, os três atributos cinemáticos ( $\beta_0$ ,  $R_{NIP}$  e  $R_N$ ) das ondas hipotéticas NIP e N podem ser calculados pelo traçamento de raio do raio. O traçamento de um raio normal para uma determinada interface serve para determinar o ângulo de emergência  $\beta_0$  vertical na superfície de observação no ponto  $X_0$ . A forma de calcular as curvaturas das frentes de ondas hipotéticas NIP e N é realizada na direção ascendente a partir do ponto de incidência normal sobre o refletor, ao longo do raio normal, levando em conta a transformação das frentes de ondas (NIP e N) através da transmissão entre as camadas; isto é, a partir do ponto  $R$  numa interface até atingir o ponto de observação  $X_0$ .

Os tempos de trânsito hiperbólico dos raios na vizinhança de um raio central definido são obtidos com uma expansão de segunda ordem em série de Taylor com base na teoria paraxial do raio (Schleicher et al., 1993). Em meios 2D, a aproximação do tempo-hiperbólico em função dos atributos cinemáticos das ondas hipotéticas NIP e N é abordado em Tygel et al., (1997).

A Figura 4.2 é uma apresentação esquemática do modelo sísmico contendo um refletor curvo  $\Sigma$ , um raio central definido com afastamento fonte-receptor nulo ( $X_0 R X_0$ ) e um raio de reflexão primária  $S R' G$ .  $R$  é o ponto de incidência normal,  $S$  é fonte,  $G$  é o receptor e  $X_0$  é o ponto de emergência do raio central.

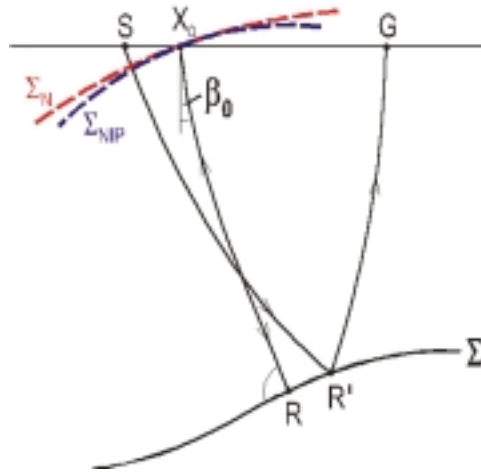


Figure 4.2. Representação esquemática do sistema sísmico com um refletor  $\Sigma$ , um raio central de incidência normal  $X_0 R X_0$  e um raio paraxial de reflexão primária  $S R' G$ . A curva azul representa a frente de onda NIP ( $\Sigma_{NIP}$ ), e a curva de cor vermelha representa a frente de onda N ( $\Sigma_N$ ).

#### 4.1. APROXIMAÇÕES HIPERBÓLICA E PARABÓLICA PARA O TEMPO DE TRÂNSITO

A expressão da aproximação dos tempos de trânsito de reflexões primárias relativos à vizinhança de um raio central normal, para configuração arbitrária, é dada por:

$$\text{Parabólico: } t(x_m, h) = t_0 + \frac{2 \operatorname{sen} \beta_0}{v_0} (x_m - x_0) + \frac{\cos^2 \beta_0}{v_0} \left( \frac{(x_m - x_0)^2}{R_N} + \frac{h^2}{R_{NIP}} \right); \quad (4-1a)$$

$$\text{Hiperbólico: } t^2(x_m, h) = \left( t_0 + \frac{2 \operatorname{sen} \beta_0}{v_0} (x_m - x_0) \right)^2 + \frac{2 t_0 \cos^2 \beta_0}{v_0} \left( \frac{(x_m - x_0)^2}{R_N} + \frac{h^2}{R_{NIP}} \right); \quad (4-1b)$$

onde  $t_0$  é o tempo-duplo de trânsito ao longo do raio central na configuração de ZO, e  $v_0$  é a velocidade próxima a superfície ao redor de  $X_0$ . A relação entre as coordenadas do levantamento é dada por:

$$x_m = \frac{(x_G + x_S)}{2} \quad \text{e} \quad h = \frac{(x_G - x_S)}{2}, \quad (4-2)$$

para o ponto-médio ( $h$ ) e o meio-afastamento ( $x_m$ ), onde  $x_S$  e  $x_G$  são as coordenadas horizontais da fonte e do receptor, respectivamente. A coordenada  $X_0 = (x_0, t_0)$  é o ponto de emergência do

raio central com fonte-receptor coincidente na coordenada espacial  $x_0$  e na coordenada temporal  $t_0$ . A expressão para o tempo de trânsito é dada em função de  $v_0$  conhecida a priori, e ela é independente do modelo de macro-velocidades do meio e, portanto, aplicável a meios heterogêneos.

$P_0 = (t_0, x_0)$  é o ponto imagem na seção ZO a ser simulada, uma vez conhecido os três atributos  $\beta_0$ ,  $R_{NIP}$  e  $R_N$ . Para cada ponto  $P_0 = (t_0, x_0)$  o operador CRS empilha os eventos sísmicos contidos na superfície de reflexão comum do dado de multicobertura, simulando assim a seção ZO.

A Figura 4.3 ilustra uma superfície de empilhamento calculada com a aproximação hiperbólica para o tempo-duplo de trânsito, onde utilizamos um modelo sintético composto por três camadas sobre um semi-espaço (parte inferior, Figura 4.3). Na parte superior desta figura consta as curvas dos tempos de trânsito das reflexões primárias no domínio  $(x_m, h)$  (curvas de cor azul) correspondentes ao segundo refletor em geometria CMP. As linhas de cor vermelha formam a superfície de empilhamento correspondente ao ponto de amostragem  $P_0$ , o que equivale hipoteticamente a uma reflexão primária no ponto  $R$  localizado sobre a segunda interface. O trio de atributos associados ao raio normal  $X_0 R X_0$  foram calculados pela teoria do raio, uma vez que o traçamento de um raio normal com relação a uma determinada interface permite calcular diretamente o ângulo de emergência  $\beta_0$ , as curvaturas das frentes de ondas hipotéticas NIP e N (Hubral e Krey, 1980, capítulo 4).

A lei da transmissão é aplicada para calcular o raio de curvatura de uma frente de onda NIP a partir da posição inicial sobre um ponto do refletor  $R_{i, inicial}^{(NIP)} = 0$ . Para a onda N  $R_{i, inicial}^{(N)} = R_{i, F}$ , onde  $R_{i, F}$  é o raio de curvatura da interface no ponto de incidência normal. O cálculo do raio de curvatura da frente de onda que se propaga dentro de uma camada, ao longo do raio normal, é calculado pela lei:

$$R_{i, P_2} = R_{i, P_1} + v_i \Delta t_i, \quad (4-3)$$

onde  $R_{i, P_1}$  e  $R_{i, P_2}$  são os raios de curvaturas das frentes de ondas nos pontos sucessivos  $P_1$  e  $P_2$ , respectivamente. A distância  $v_i \Delta t_i$  corresponde ao segmento reto do raio que une os pontos inicial e final dentro da  $i$ -ésima camada homogênea. Sendo  $v_i$  a velocidade e  $\Delta t_i$  a tempo-

simples de trânsito do raio na  $i$ -ésima camada, o cálculo da curvatura de uma frente de onda transmitida é dada por:

$$\frac{1}{R_{i,T}} = \frac{v_{i+1} \cos^2 \alpha_i}{v_i \cos^2 \beta_i} \frac{1}{R_{i,I}} + \frac{1}{\cos^2 \beta_i} \left( \frac{v_{i+1} \cos \alpha_i - \cos \beta_i}{v_i} \right) \frac{1}{R_{i,F}}, \quad (4-4)$$

onde  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  são os ângulos de incidência e transmissão do raio central na interface  $i$ , respectivamente. As velocidades  $v_{i+1}$  e  $v_i$  correspondem, respectivamente, às camadas inferior e superior com relação a interface  $i$ , cujo raio de curvatura no ponto de incidência (ou de transmissão) é  $R_{i-1,F}$ . Dessa forma, são determinados os três atributos  $\beta_0$ ,  $R_{NIP}$  e  $R_N$  do modelo sintético considerado. A Figura 4.3 mostra que a superfície de reflexão comum, baseada na teoria paraxial, é uma boa aproximação da resposta cinemática de uma reflexão sobre uma interface curva, baseada na teoria do raio.

Com a condição  $R_N = R_{NIP}$ , os atributos cinemáticos estão vinculados a um ponto de difração em subsuperfície, e a aproximação do tempo de trânsito é dada por:

$$\text{Parabólico: } t(x_m, h) = t_0 + \frac{2 \operatorname{sen} \beta_0}{v_0} (x_m - x_0) + \frac{\cos^2 \beta_0}{v_0 R_{NIP}} \left( (x_m - x_0)^2 + h^2 \right), \quad (4-5a)$$

$$\text{Hiperbólico: } t^2(x_m, h) = \left( t_0 + \frac{2 \operatorname{sen} \beta_0}{v_0} (x_m - x_0) \right)^2 + \frac{2 t_0 \cos^2 \beta_0}{v_0 R_{NIP}} \left( (x_m - x_0)^2 + h^2 \right), \quad (4-5b)$$

Com a condição  $x_m = x_0$ , as equações dos tempos na configuração CMP depende de dois atributos  $\beta_0$  e  $R_{NIP}$ :

$$\text{Parabólica: } t(h) = t_0 + \frac{\cos^2 \beta_0}{v_0} \frac{h^2}{R_{NIP}}, \quad (4-6a)$$

$$\text{Hiperbólica: } t^2(h) = t_0^2 + \frac{2 t_0 \cos^2 \beta_0}{v_0} \frac{h^2}{R_{NIP}}. \quad (4-6b)$$

Para um meio com velocidade constante  $R_{NIP} = v_0 t_0 / 2$ . A aproximação hiperbólica do tempo de trânsito corresponde à fórmula de correção NMO, e  $v_{NMO} = v_0 / \cos \beta_0$ . Fazendo  $q = \cos^2 \beta_0 / R_{NIP}$  obtemos as expressões para o tempo de trânsito dependente do parâmetro  $q$ :

$$\text{Parabólica: } t(h) = t_0 + \frac{qh^2}{v_0}, \quad (4-7a)$$

$$\text{Hiperbólica: } t^2(h) = t_0^2 + \frac{2t_0qh^2}{v_0}. \quad (4-7b)$$

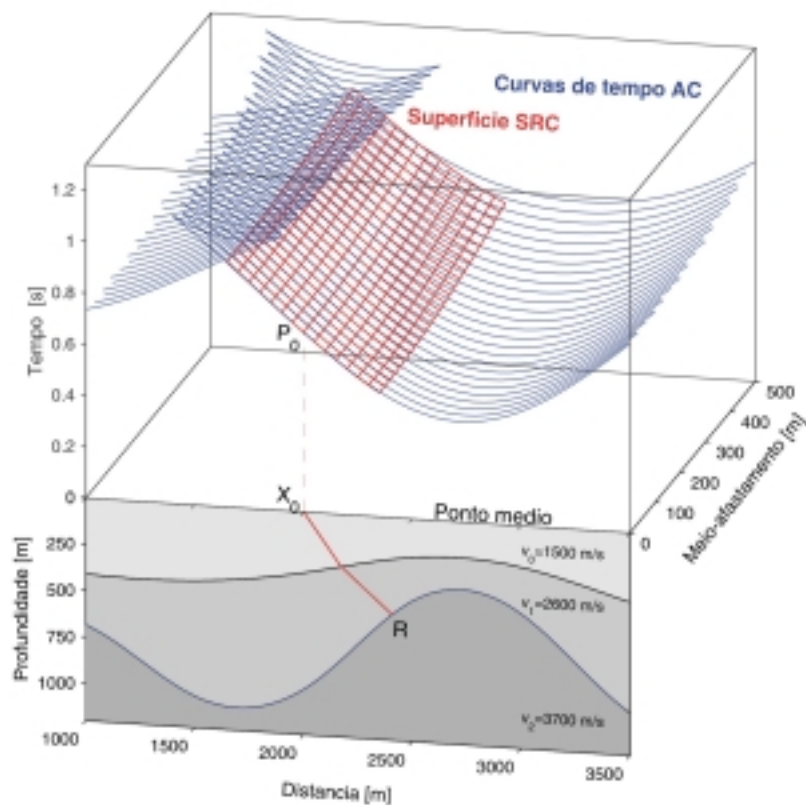


Figura 4.3. **Parte inferior:** Modelo composto por três camadas homogêneas. O raio de ZO (ou de incidência normal) tem cor vermelha. **Parte superior:** Superfície de cobertura múltipla (linhas em azul) correspondente às reflexões da segunda interface. As linhas de cor vermelha definem a superfície de empilhamento CRS correspondente ao ponto de reflexão  $R$ , e calculada através da aproximação hiperbólica do tempo-duplo de trânsito.

#### 4.2. ALGORITMO DO EMPILHAMENTO CRS

Um dos problemas na simulação de uma seção ZO consiste da determinação dos atributos da frente de onda ( $\beta_0$ ,  $R_{NIP}$  e  $R_N$ ) para cada ponto imagem da seção ZO a partir dos dados de multicobertura. No presente trabalho, o cálculo das superfícies de empilhamento é feito com a expressão (4-1).

Os três atributos cinemáticos são determinados simultaneamente por meio de otimização global, sendo a função-objeto de minimização (negativo da maximização) o cubo de medidas de

coerência (semblance) resultante da varredura do empilhamento sobre a seção sísmica. Os dados são de cobertura múltipla, e o empilhamento é realizado pelo somatório semblance na superfície definida pelo operador CRS. Em outras palavras, a determinação de  $\beta_0, R_{NIP}$  e  $R_N$  é formulada como um problema de maximização da medida semblance avaliada em pontos do espaço tridimensional ( $N \times M \times P$ ) definido por:  $-\pi/2 < \beta_0 < +\pi/2$  e  $-\infty < R_{NIP}, R_N < +\infty$ .

O máximo global é obtido com algoritmo de otimização global, condicionado às características da função-objeto. A otimização global requer um elevado esforço computacional, e ela se torna maior devido à busca global ser feita para cada ponto da seção ZO.

A obtenção dos atributos da frente de onda no presente trabalho segue a estratégia descrita em Callapino (2001), na para a primeira etapa, onde o algoritmo de otimização adotado foi o simulação-de-resfriamento (“simulated annealing”, SA) (Corona et al, 1987) para a busca bidimensional  $\beta_0$  e  $R_{NIP}$ . Na segunda etapa é feita a busca unidimensional do atributo,  $R_N$ . Na terceira etapa, a solução inicial é o trio de atributos resultante da primeira e segunda etapa, sendo utilizado o algoritmo de otimização local métrica variável (“variable metric”, VM) (Gill et al, 1981). O fluxograma computacional é apresentado na Figura 4.3, e a seguir são descritas as etapas que compreende este algoritmo de empilhamento CRS.

**Etapa 1:** *Busca global bidimensional.*

Nesta primeira etapa, para cada ponto imagem  $P_0$  da seção ZO a ser simulada, são determinados dois parâmetros ( $\beta_0$  e  $R_{NIP}$ ) utilizando a expressão 4.5. Para isto aplicamos o algoritmo SA sobre a função-objeto semblance em uma busca bidimensional. Os parâmetros iniciais são gerados aleatoriamente dentro do espaço de busca definido para cada parâmetro, e o resultado da otimização é a dupla de atributos correspondendo ao mínimo global.

**Etapa 2:** *Busca global unidimensional.*

Com o ângulo de emergência  $\beta_0$  inicial conhecido para cada ponto de imagem  $P_0$  da seção ZO a ser simulada, o terceiro parâmetro  $R_N$  é determinado utilizando a equação 4.1 e por meio da aplicação do método SA. A busca global unidimensional é realizada na seção ZO resultante da etapa 1 e, neste caso, o cubo semblance utilizado para calcular as curvas de empilhamento depende dos parâmetros ( $\beta_0$  e  $R_N$ ).

### Etapa 3: Busca local tridimensional.

Como resultados das duas etapas anteriores obtém-se as seções dos 3 atributos  $\beta_0^0$ ,  $R_{NIP}^0$  e  $R_N^0$ , relativos a cada ponto imagem da seção ZO. Para determinação simultânea dos 3 melhores valores dos atributos ( $\beta_0, R_{NIP}$  e  $R_N$ ) é aplicado o algoritmo de otimização local métrica-variável (VM). Nesta etapa, o modelo direto para a função objeto de minimização, o semblance, é a fórmula geral (4-1) que calcula o operador de empilhamento SRC. As seções do trio de atributos ótimos resultantes desta etapa são utilizadas para produzir a seção ZO simulada.

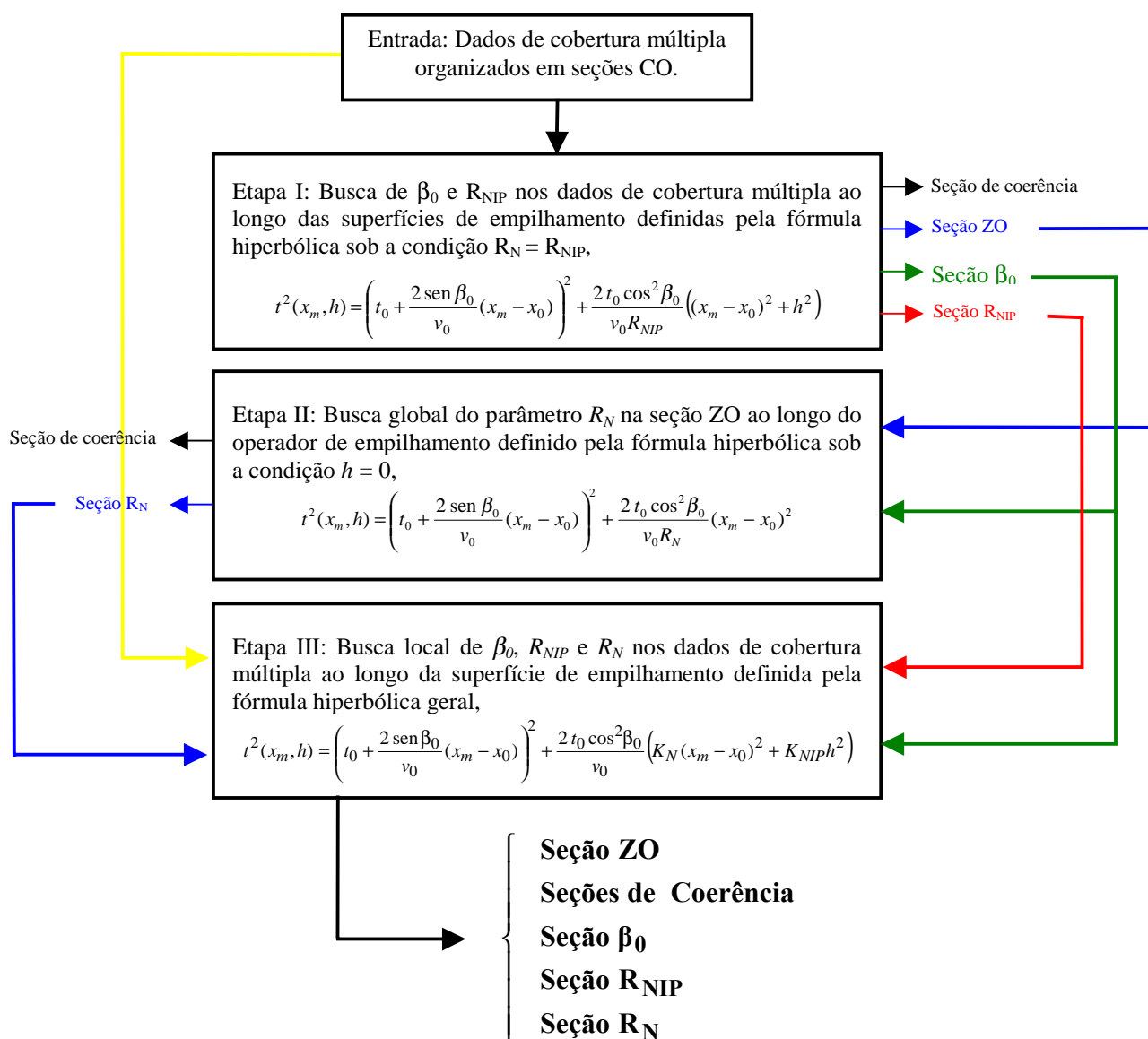


Figura 4.3: Fluxograma do processamento CRS. Como resultados finais são geradas: 1 seção ZO; 1 seção de semblance máximo; e 1 seção para cada um dos três parâmetros  $\beta_0, R_{NIP}$  e  $R_N$ , totalizando 5 apresentações.

## 5. O OPERADOR WIENER-HOPF-LEVINSON (WHL)

O objetivo deste capítulo é apresentar a teoria do operador de predição WHL, e a combinação dele com o novo método de empilhamento CRS para gerar o operador de atenuação de múltiplas em seções CS. Mostramos o mecanismo de janelas móveis que se deslocam no domínio tempo-espaço para introduzir a periodicidade entre a primária e sua múltipla a ser atenuada.

O sismograma resultante de um experimento sísmico contém informações da subsuperfície obtidas do campo refletido. Para realizar a tarefa de atenuação de múltiplas, o princípio é aplicar um operador que faça a predição da múltipla a partir de informações disponíveis da primária, e em seguida subtrair a múltipla da seção sísmica.

A operação de filtragem tempo-variante generalizada nos processos não-estacionários é representada pela integral:

$$y(t, \sigma) = \int_{t_0}^T h(\tau, \sigma) g(t, \tau) d\tau, \quad (-\infty < t < +\infty, t_0 \leq \sigma \leq T). \quad (5-1)$$

Nesta,  $g(t, \tau)$  é a entrada,  $y(t)$  é a saída e  $h(\tau, \sigma)$  é o operador tempo-variante que deve satisfazer a equação integral do primeiro tipo denominada Wiener-Kolmogorov:

$$\phi_{zg}(t, \sigma) = \int_{t_0}^T h(\tau, \sigma) \phi_{gg}(t, \tau) d\tau, \quad (5-2)$$

onde  $z(t)$  é a componente desejada. A filtragem tempo-invariante  $[h(t)]$  para os processos estacionários é representada pela integral:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) g(t - \tau) d\tau, \quad (5-3)$$

que deve satisfazer a equação integral do primeiro tipo Wiener-Hopf (WH):

$$\phi_{zg}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \phi_{gg}(t - \tau) d\tau. \quad (5-4)$$

$\phi_{zg}(t)$  e  $\phi_{gg}(t)$  são, respectivamente, as funções correlação cruzada e autocorrelação teóricas estocásticas, sendo considerado que  $g(t)$  seja um sinal estocástico estacionário.



## 5.1. EQUAÇÕES NORMAIS

A abordagem do processo de deconvolução é feita na forma discretizada e diretamente a partir da formulação das equações WHL. Para isto seguimos, entre outros, Peacock e Treitel (1969), Robinson e Treitel (1969), Makhoul (1978), Berkhout e Zaanen (1979), Meskó (1984).

Os coeficientes do filtro são obtidos a partir do ajuste entre as funções  $z_k$  (sinal desejado) e  $y_k$  (saída real) no sentido dos mínimos-quadrados. A função objeto é a expectância dos desvios:

$$e(h_j) = E\left\{(z_k - y_k)^2\right\}, \quad (5-5)$$

para ser minimizada em função dos coeficientes  $h_j$ . Isto significa buscar a variância mínima, uma vez que  $E\{z_k - y_k\} = 0$ . A saída real do filtro,  $y_k$ , é dada pela convolução do operador de filtragem,  $h_k$ , com o observado,  $g_k$ , segundo a equação:

$$y_k = \sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N-1, \Delta t=1). \quad (5-6)$$

A operação teórica do cálculo de  $E\{.\}$  faz com que a aleatoriedade desapareça. Conseqüentemente, a função  $e(h_j)$  passa a ser não-aleatória, e os conceitos de cálculo diferencial e integral são aplicáveis. Para minimização, o critério é que as derivadas parciais com relação aos vários  $h_j$  sejam nulas, o que significa também está próximo da solução, isto é:

$$\frac{\partial e(h_j)}{\partial h_j} = 0. \quad (5-7)$$

A operação matemática acima resulta nas equações normais lineares:

$$\sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{gg}(j-i) = \phi_{zg}(j), \quad (j=0, 1, 2, \dots, P-1). \quad (5-8)$$

Esta equação é denominada Wiener-Hopf-Levinson na forma discretizada, e a sua solução determina os coeficientes  $h_i$  que minimiza a função erro, cujo valor  $e(h_j)$  pode ser calculado.  $\phi_{zg}(i)$  é a parte unilateral positiva da correlação cruzada teórica entre o sinal de entrada e o sinal desejado. O princípio aplicado para obter a aplicação WHL permite estabelecer várias operações, porém a descrita neste trabalho é a de predição. A estrutura matricial correspondente às equações (5-8) tem a forma:

$$\begin{bmatrix} \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(-1) & \phi_{gg}(-2) & \cdots & \phi_{gg}(-P+1) \\ \phi_{gg}(1) & \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(-1) & \cdots & \phi_{gg}(-P+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_{gg}(P-1) & \phi_{gg}(P-2) & \phi_{gg}(P-3) & \cdots & \phi_{gg}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(P-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{zg}(0) \\ \phi_{zg}(1) \\ \vdots \\ \phi_{zg}(P-1) \end{bmatrix}. \quad (5-9)$$

A matriz acima é simétrica-par, e a estrutura matricial é visualizada melhor, sendo  $j$  o índice das linhas e  $i$  o índice da colunas,  $a_{ji} = \phi_{gg}(j-i)$ ,  $c_j = \phi_{zg}(j)$ , e escrevendo:

$$\begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & \cdots & a_{0,P-1} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,P-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{P-1,0} & a_{P-1,1} & a_{P-1,2} & \cdots & a_{P-1,P-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ h_0 \\ \vdots \\ h_{P-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_0 \\ \vdots \\ c_{P-1} \end{bmatrix}. \quad (5-10)$$

## 5.2. FILTRO WIENER-HOPF-LEVINSON DE PREDIÇÃO (WHLF)

Neste caso, o desejado é  $z_k = g_{k+T}$ . Sendo assim,  $z_k$  é uma predição de  $g_k$  na distância  $T$ , e com isto:

$$\phi_{zg}(k) = \sum_i z_i g_{i-k} = \sum_i g_{i+T} g_{i-k} = \sum_i g_i g_{i-(k+T)} = \phi_{gg}(k+T). \quad (5-11)$$

A equação (5-10) passa a ter a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(1) & \phi_{gg}(2) & \cdots & \phi_{gg}(P-1) \\ \phi_{gg}(1) & \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(1) & \cdots & \phi_{gg}(P-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_{gg}(P-1) & \phi_{gg}(P-2) & \phi_{gg}(P-3) & \cdots & \phi_{gg}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(P-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{gg}(T) \\ \phi_{gg}(T+1) \\ \vdots \\ \phi_{gg}(T+P-1) \end{bmatrix}. \quad (5-12)$$

Fazendo  $a_{ji} = \phi_{gg}(j-i)$ , a equação 5.12 é reescrita na forma:

$$\begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & \cdots & a_{0,P-1} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,P-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{P-1,0} & a_{P-1,1} & a_{P-1,2} & \cdots & a_{P-1,P-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ h_0 \\ \vdots \\ h_{P-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_T \\ a_{T+1} \\ \vdots \\ a_{T+P-1} \end{bmatrix}. \quad (5-13)$$

$h_k$  é denominado de operador-de-predição, e  $h_k^*$  é o operador erro-de-predição definido por:

$$h^* = \overbrace{1, 0, 0, \dots, 0, 0}^{T-1 \text{ zeros}}, -h_0, -h_1, -h_2, \dots, -h_{N-1}. \quad (5-14)$$

### 5.3. OPERADOR WHLP-CRS

O filtro WHLP é para ser aplicado teoricamente há periodicidade temporal entre a primária e suas múltiplas, o que é o caso das seções ZO para o modelo de interfaces plano-horizontais. A nova extensão do método convencional WHLP admite modelos com interfaces plano-inclinadas e com curvaturas. A atenuação das múltiplas é realizada na seção CS, e o operador é calculado com as amplitudes reais do sinal, o que o torna independente da dimensão e unidades do modelo.

Na presente estratégia, a equação normal WHL (5-8) é modificada para que o operador de predição seja calculado e aplicado com a informação limitada a uma janela que se estende de  $W_1(x_m, h; T_{hyp})$  a  $W_2(x_m, h; T_{hyp})$  dentro do dado de cobertura múltipla.  $W_1$  e  $W_2$  são os limites superior e inferior das janelas móveis que se deslocam no tempo e no espaço com base no tempo-duplo de trânsito  $T_{hyp} = T_{hyp}(x_m, h; T_0, K_n, K_{nip}, \beta_0, V_0)$  e tem como objetivo introduzir a periodicidade entre a primária e sua múltipla.

A atenuação de múltipla com o operador WHLP é realizada na configuração CS com o auxílio dos atributos do operador de empilhamento CRS. Para isto, a equação 5.15 é modificada de modo que para cada  $x_m$  e  $h$ , é calculado um operador de predição com a informação janelada por  $W_1$  e  $W_2$  pela expressão:

$$\sum_{k=0}^{N-1} h_k \phi_{gg}(l-k; x_m, h, T_{hyp}) = \phi_{gg}(l+T; x_m, h, T_{hyp}), \quad (5-15)$$

onde  $W_1 \leq l \leq W_2$  e o operador calculado é posteriormente aplicado na própria janela. Para que haja periodicidade entre primária e múltipla adotamos:

$$W_2(x_m, h; T_{hyp}) - W_1(x_m, h; T_{hyp}) = 2T + 2CP, \quad (5-16)$$

onde  $T$  é a periodicidade,  $CP$  é o comprimento do pulso. A aplicação do filtro WHLP-CRS é claramente explicada com auxílio do fluxograma mostrado na Figura 5.1.

Para enfatizar as limitações da teoria clássica do operador WHLP, mostramos na Figura 5.2 as seções CS e de ZO de um meio formado por uma camada horizontal sobre o semi-espaço. Exibimos na Figura 5.2 as autocorrelações das seções, e as saídas do operador WHLP sem o uso de janelas móveis. Podemos observar que sem o uso de janelas móveis, o resultado só é satisfatório em traços próximos da fonte devido à periodicidade temporal.

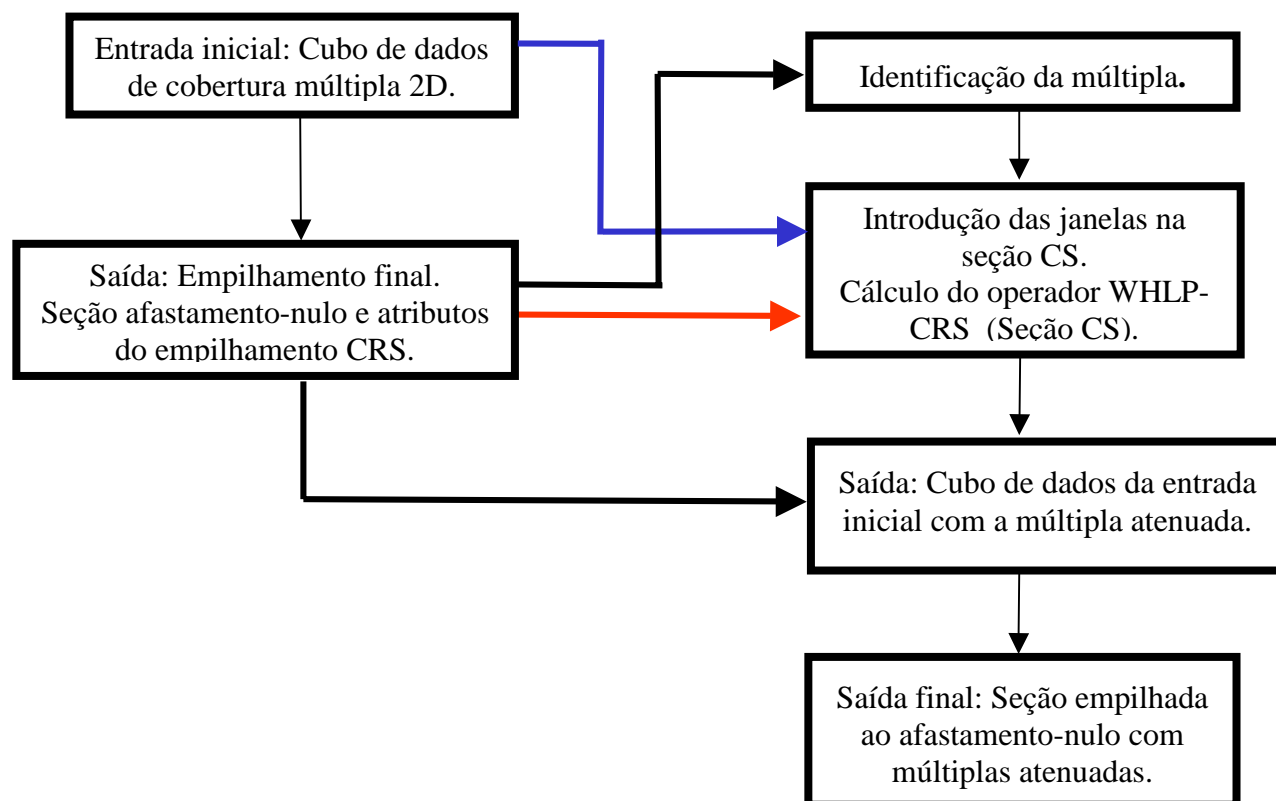


Figura 5.1. Fluxograma de processamento para atenuação de múltiplas pelo o método WHLP-CRS.

Com o objetivo de explicar o funcionamento das janelas móveis, exibimos na Figura 5.3-a a seção afastamento-variável (Figura 5.2-a) onde destacamos os traços 1, 30, 70 e 100 utilizados para ilustrar os detalhes da autocorrelação, da correlação cruzada, da janela de passagem e do operador erro-de-predição calculado dentro das janelas móveis. A Figura exhibe também os limites superiores e inferiores das janelas móveis e a saída do operador WHLP utilizando janelas móveis. Observamos uma boa atenuação das múltiplas.

A Figura 5.4 ilustra o traço de afastamento-quase-nulo da seção da Figura 5.3-a, autocorrelação deste traço e os limites da janela de passagem aplicada na autocorrelação do traço de afastamento-quase-nulo. As Figuras 5.5, 5.6 e 5.7 ilustram detalhes da retirada e reposição da informação na janela móvel. A Figura 5.5 ilustra a supressão da múltipla de primeira ordem do quinto traço da seção da Figura 5.3-a. Neste caso, a dimensão da janela de entrada é igual a dimensão da janela de saída. A Figura 5.6 ilustra a supressão da múltipla de segunda ordem do quinto traço da seção da Figura 5.3-a. A Figura 5.7 mostra a supressão da múltipla de terceira

ordem. Na supressão da múltipla de segunda ordem em diante o comprimento da janela na saída difere da dimensão da janela na entrada, devido o primeiro evento dentro da janela, considerado como primária, é também uma múltipla já subtraída na janela móvel anterior.

As Figuras 5.8 e 5.9 exibem detalhes da autocorrelação, da correlação cruzada, do operador WHLP e o resultado na supressão da múltipla de primeira ordem, sendo a entrada os trechos janelados dos traços 1, 30, 70 e 100 destacados na Figura 5.3-a. A Figura 5.8 ilustra a autocorrelação, os limites da janela de passagem, a correlação cruzada e o operador erro-de-predição completo. A Figura 5.9 exhibe os traços selecionados na Figura 5.3-a, destacando os trechos janelados em vermelho e a saída do operador WHLP, sendo a entrada os trechos janelados destacados em vermelho na Figura 5.9-esquerda.

A atenuação de múltiplas com o operador WHLP-CRS é mostrado aqui com um modelos simples formado de uma camada sobre um semi-espaco. A resposta ao impulso deste modelo está na Figura 5.10, e nas figuras 5.11, 5.12 e 5.13 os parâmetros  $K_{nip}$ ,  $K_n$  e  $\beta_0$  para este modelo. A identificação e seleção da múltipla são realizadas na autocorrelação da seção ZO calculada com o operador CRS (Figura 5.14).

No empilhamento CRS, a múltipla pode ser analisada como um evento primário (Figura 5.15). O empilhamento do dado de cobertura múltipla com a múltipla atenuada com o operador WHLP-CRS gera uma seção de ZO sem múltipla como mostra a Figura 5.16.

Por atenuação de múltiplas denominamos o processo de procurar suprimir (ou retirar) os fenômenos de eco (múltiplas) sísmicos, que no presente caso é através método WHLP-CRS. Por identificação de múltiplas denominamos o processo de reconhecimento da múltipla, que no presente caso é realizado visualmente na seção de afastamento-nulo (ZO), acoplado com a marcação da múltipla na seção autocorrelação da seção ZO. Por predição de múltipla denominamos o processo de calcular, com base num modelo determinístico, a posição temporal do eco no traço, que no caso presente não é realizada (Zaske et al., 1999).

Esclarecemos que o termo predição no filtro WHL (WHLP) tem origem em outro contexto, que é modificado (ou estendido) no presente método de deconvolução de múltipla, onde a distância de predição (T) representa a periodicidade entre a primária e sua(s) múltipla(s).

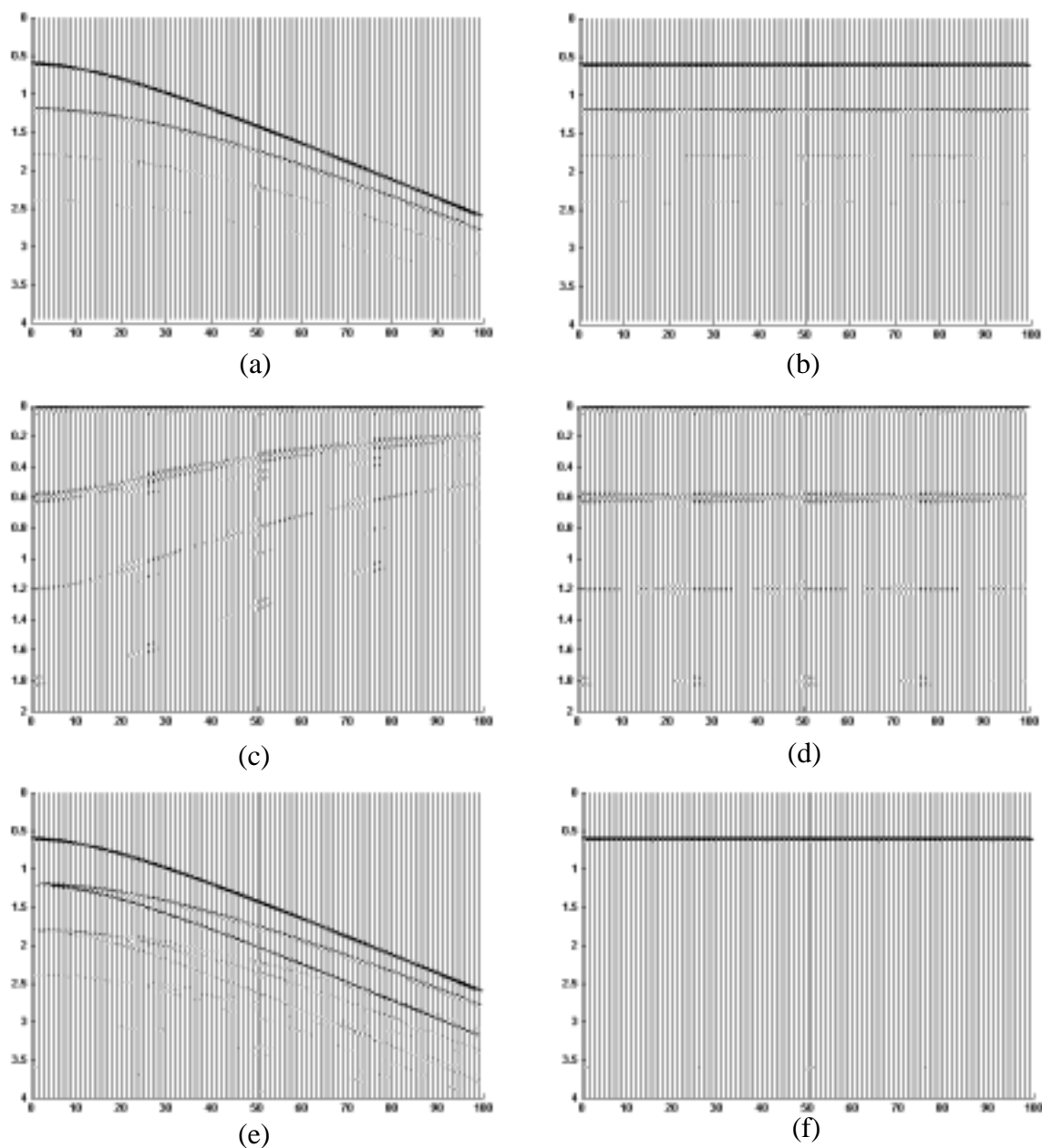


Figura 5.2. (a) Seção sísmica CS. (b) Seção sísmica ZO. (c) Autocorrelação da seção CS (item a). (d) Autocorrelação da seção ZO (item b). (e) O resultado do operador WHLP sendo a entrada a seção CS (seção a). (f) Resultado do operador WHLP sendo a entrada a seção ZO (seção b). Não há uso de janelas móveis nas supressões das múltiplas.  $v_1 = 2000 \text{ m/s}$ ,  $v_2 = 4500 \text{ m/s}$ ,  $e_1 = 800 \text{ m}$ ,  $\Delta x = 50 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 2 \text{ ms}$ . O resultado do operador WHLP em seção afastamento-variável não é bom devido não haver periodicidade nas múltiplas. O resultado em seções ZO é bom devido haver periodicidade nas múltiplas.

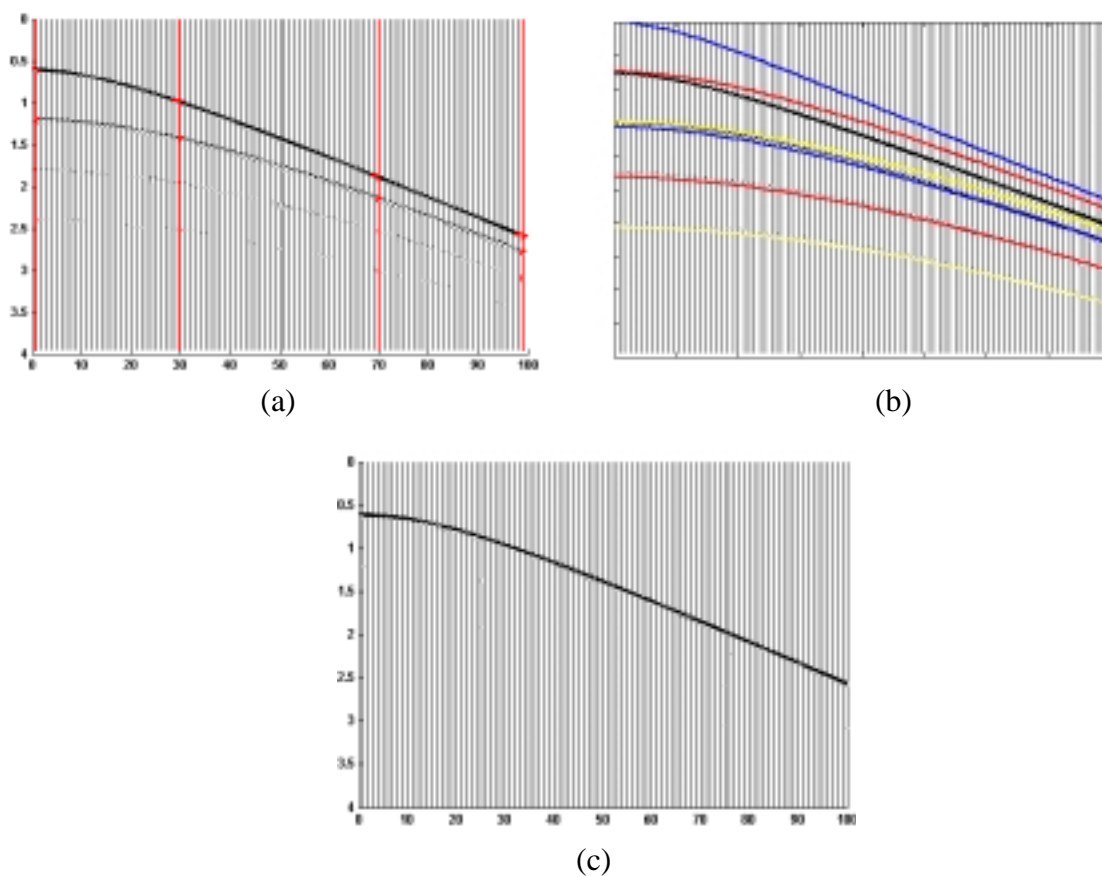


Figura 5.3. (a) Seção sísmica CS. Os traços (1, 30, 70 e 100) em vermelho são utilizados para ilustrar detalhes na autocorrelação, correlação cruzada, janela de passagem e EPO. (b) Seção sísmica CS e os limites superiores e inferiores das janelas móveis. As linhas azuis são para a supressão da múltipla de primeira ordem, as linhas vermelhas para a de segunda ordem e as amarelas para as múltiplas de terceira ordem. (c) O resultado do operador WHLP com as janelas móveis é bom devido a janela móvel introduzir de modo satisfatório a periodicidade entre a primária e sua múltipla.

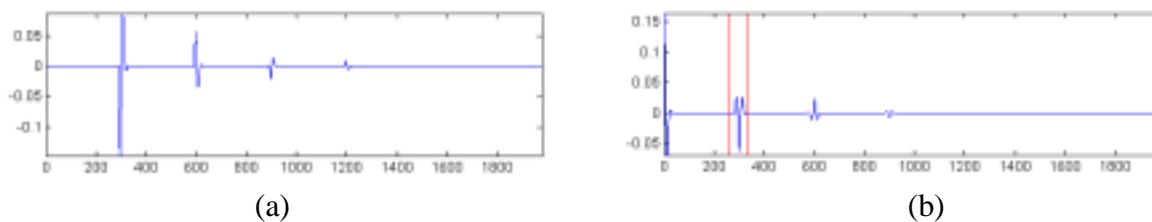


Figura 5.4. (a) Traço de afastamento-quase-nulo da seção da Figura 5.3-a. (b) Autocorrelação do traço de afastamento-quase-nulo e os limites da janela de passagem em linhas vermelhas.

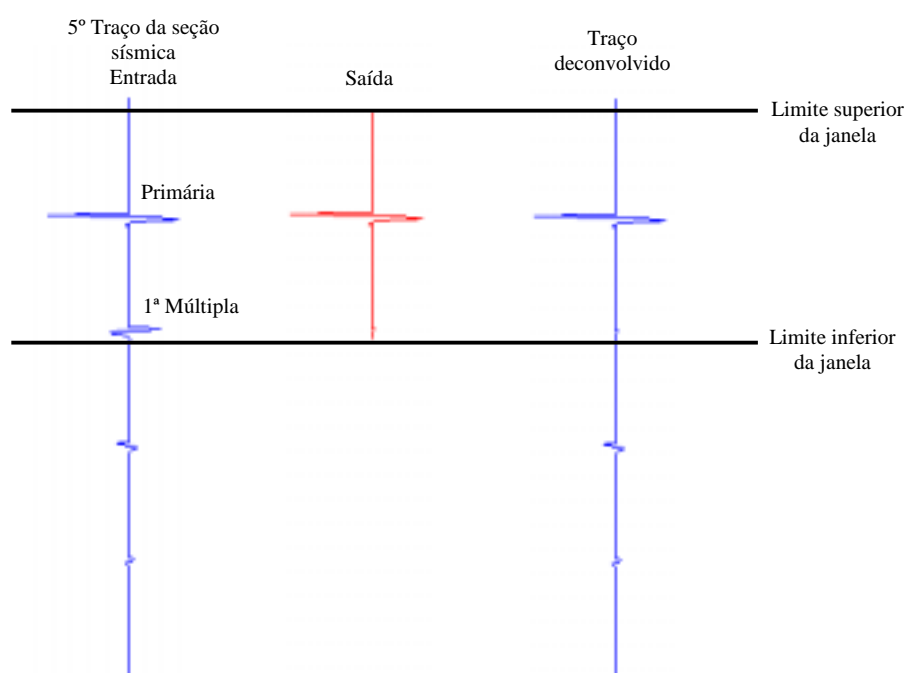


Figura 5.5. Processo de janelamento para atenuação da múltipla de primeira ordem no quinto traço seleccionado da seção na Figura 5.3-a. Na supressão da primeira múltipla a dimensão da janela de entrada é igual a da janela de saída.



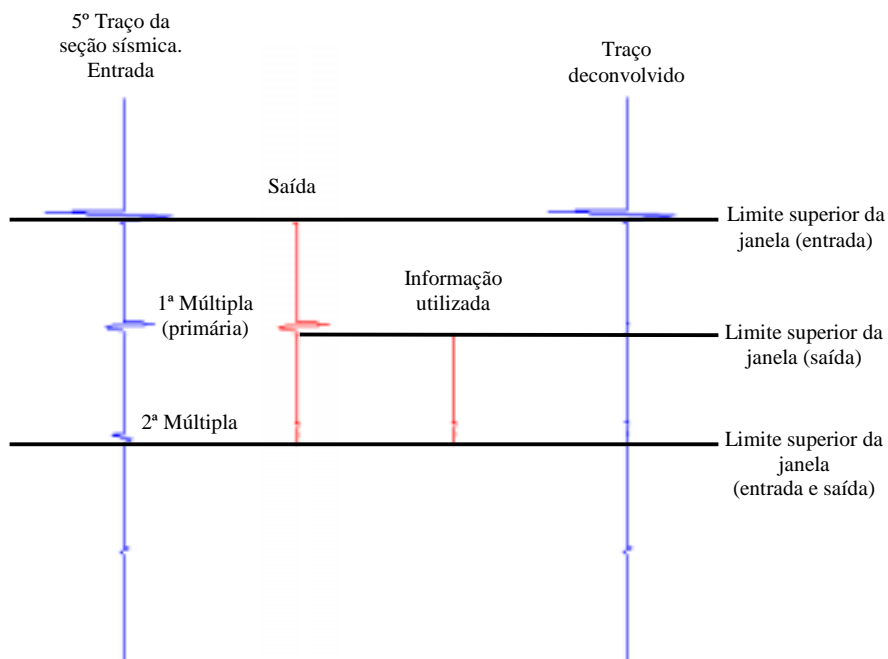


Figura 5.6. Processo de janelamento para atenuação da múltipla de segunda ordem do quinto traço selecionado na Figura 5.3-a.

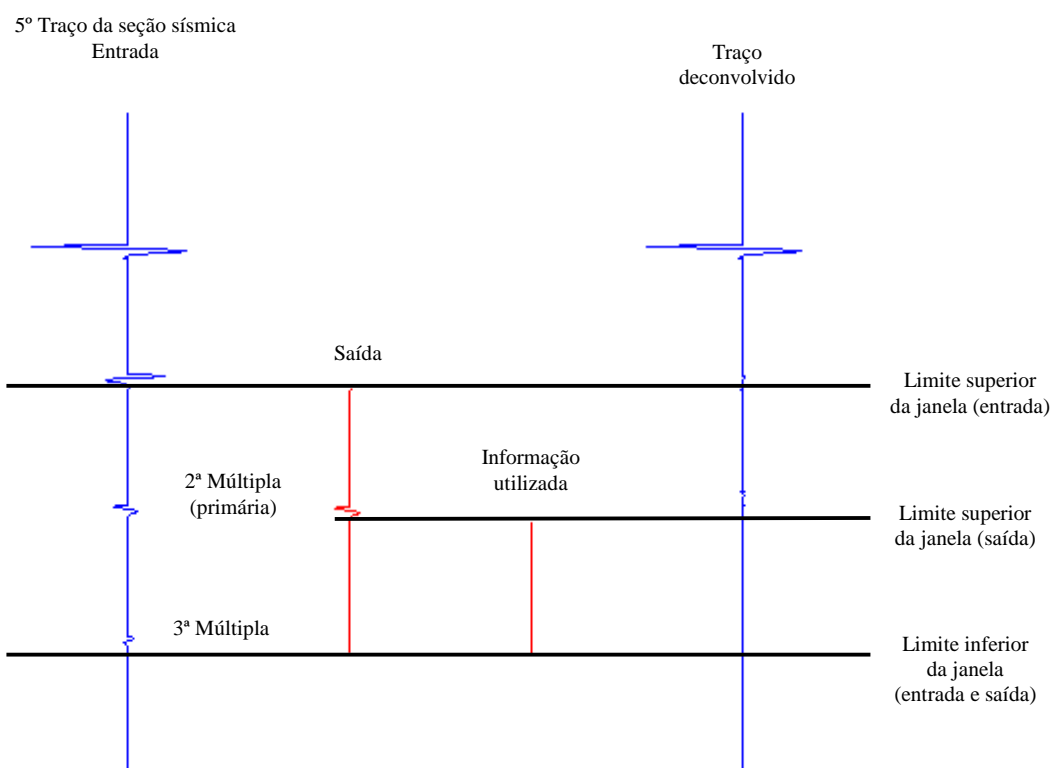


Figura 5.7. Processo de janelamento para atenuação da múltipla de terceira ordem do quinto traço selecionado da seção na Figura 5.3-a. Observamos a supressão das múltiplas.

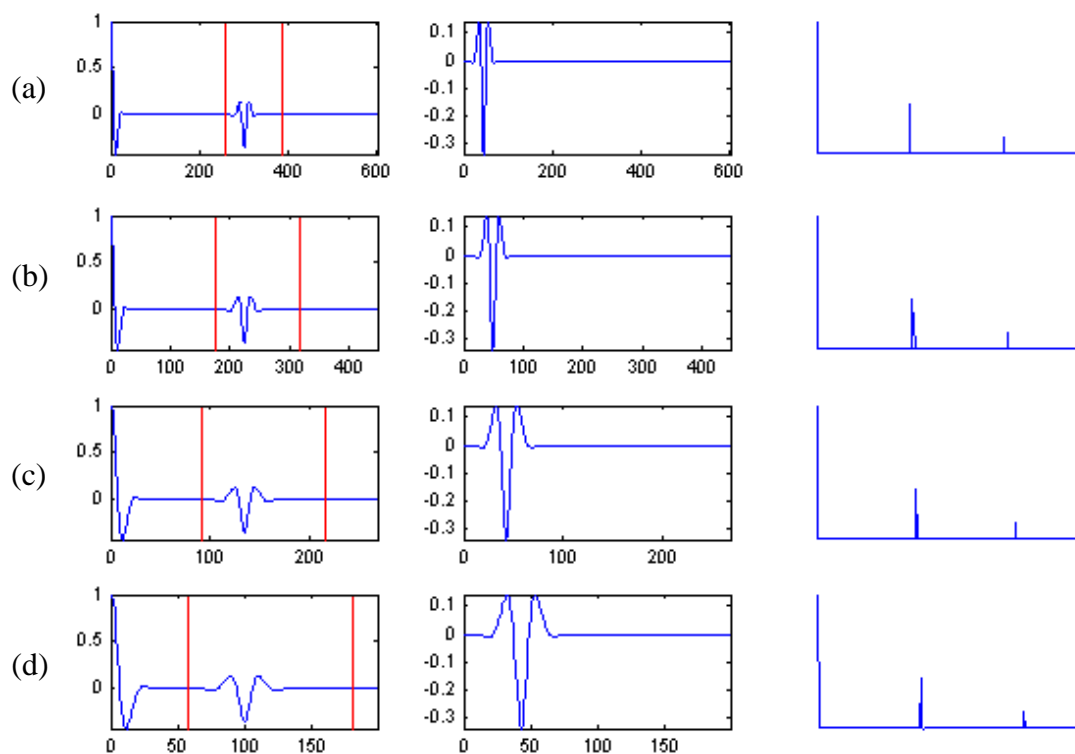


Figura 5.8. Coluna esquerda: Autocorrelação dos traços janelados (Figura 5.9- coluna esquerda). As linhas vermelhas são os limites das janelas de passagens. Coluna central: Correlação cruzada obtida com informações da janela de passagem. Coluna direita: EPO completo. A seqüência corresponde a da Figure 5.9. A densidade de eventos no trecho janelado influencia na forma do operador WHLP.

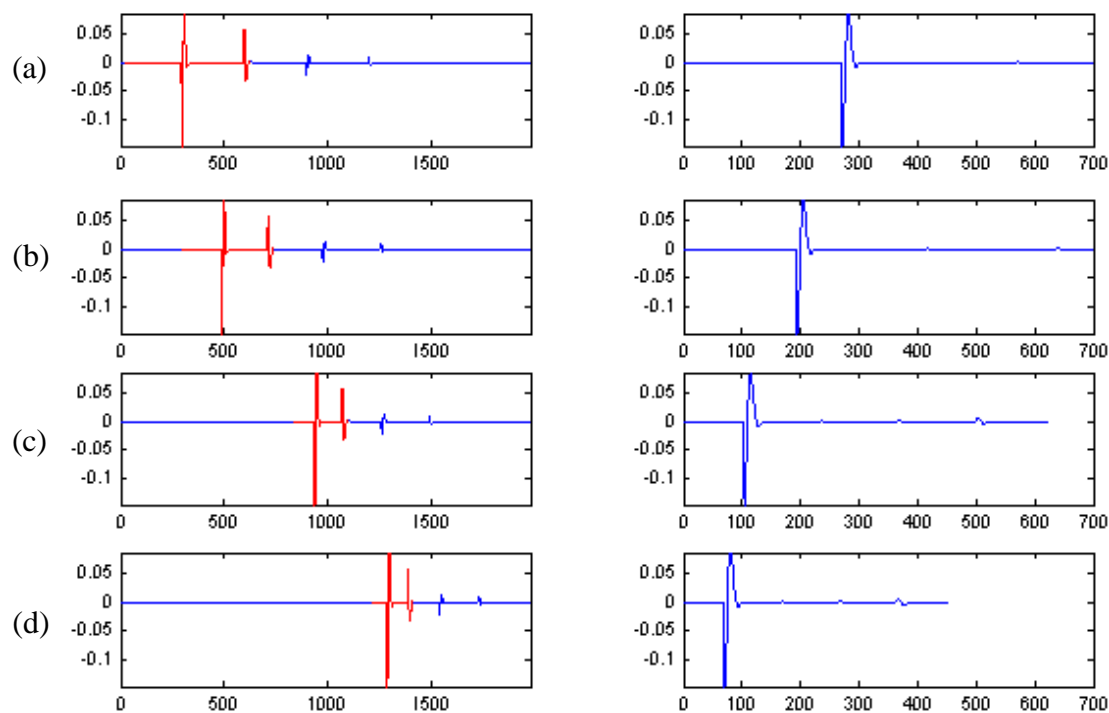


Figura 5.9. Coluna esquerda: Traços 1, 30, 70 e 100 da seção da Figure 5.3-a. Em vermelho estão os trechos janelados que contém informações da primária e sua primeira múltipla. Coluna direita: Saída da deconvolução da informação janelada. Observamos a supressão da múltipla. O número de pontos na entrada do filtro é o mesmo na saída.

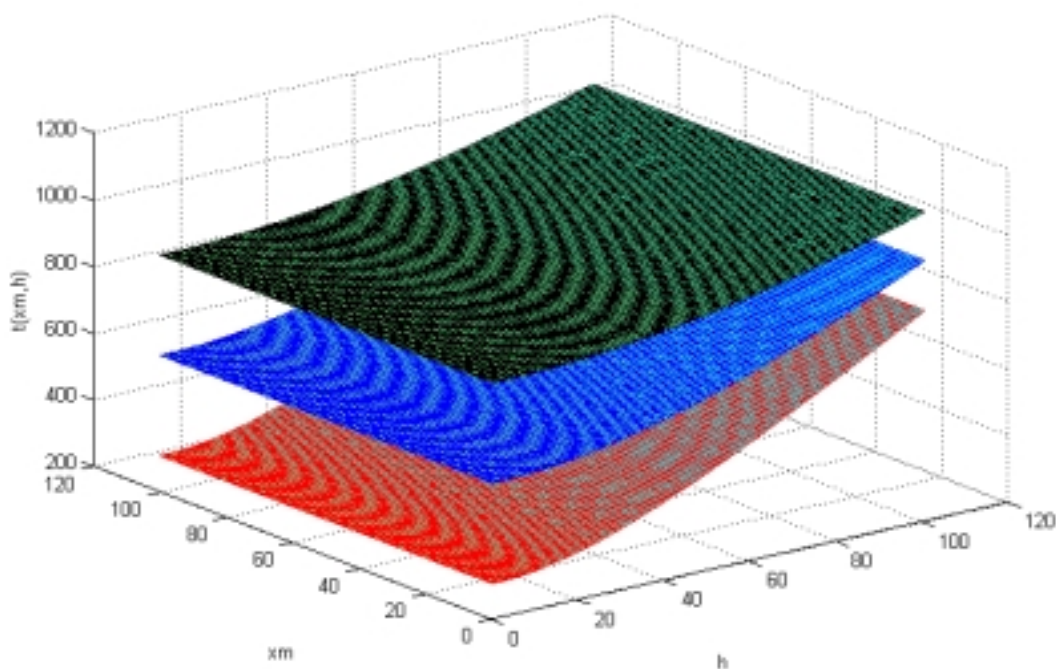


Figura 5.10. Tempo de trânsito da resposta ao impulso. A superfície vermelha representa a primária, e as superfícies azul e verde representam as múltiplas de primeira e segunda ordem.  $h$  é o meio-afastamento fonte-receptor e  $x_m$  representa o ponto-médio.  $v_1 = 2000 \text{ m/s}$ ,  $v_2 = 4500 \text{ m/s}$ ,  $e_1 = 800 \text{ m}$ ,  $\Delta x = 50 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 2 \text{ ms}$ .

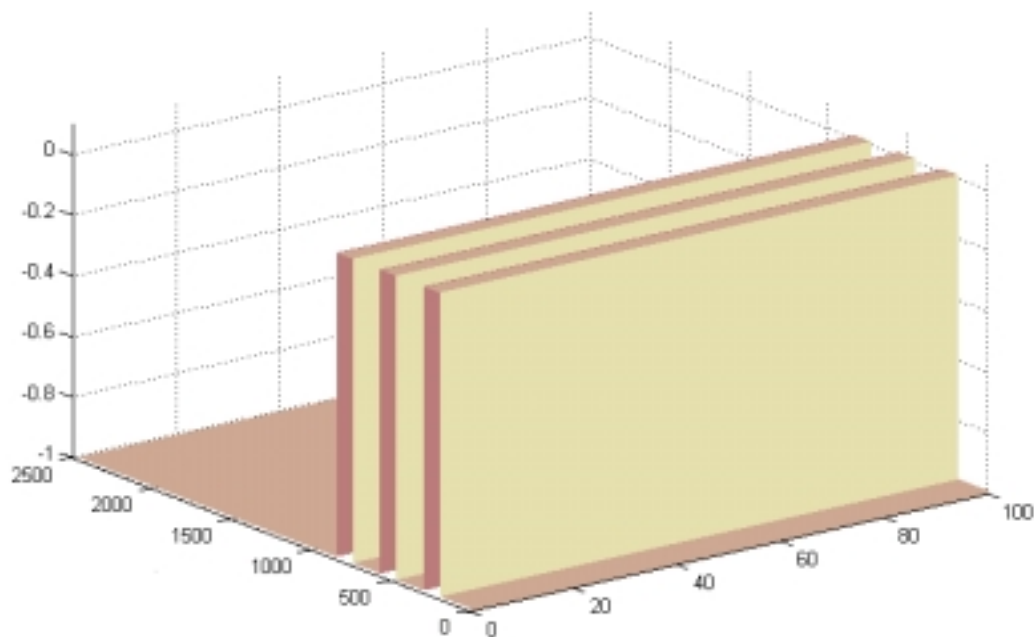


Figura 5.11. Parâmetro  $K_N$  (em km) para o empilhamento da seção da Figura 5.10 na obtenção da seção ZO.

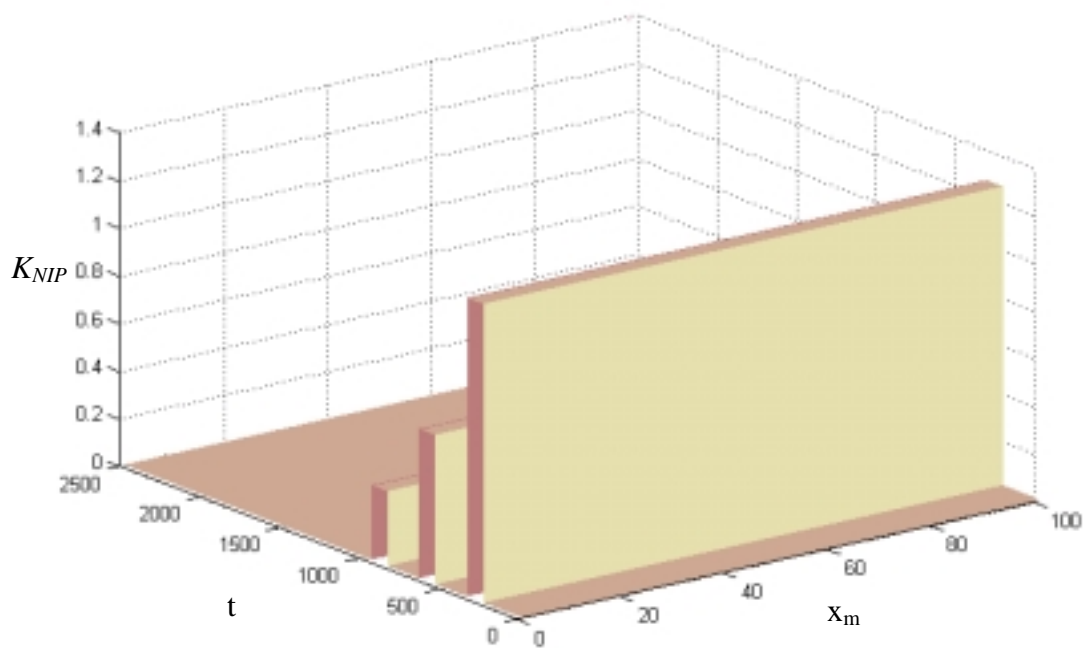


Figura 5.12. Parâmetro  $K_{NIP}$  (em km) para o empilhamento da seção da Figura 5.10 na obtenção da seção ZO.

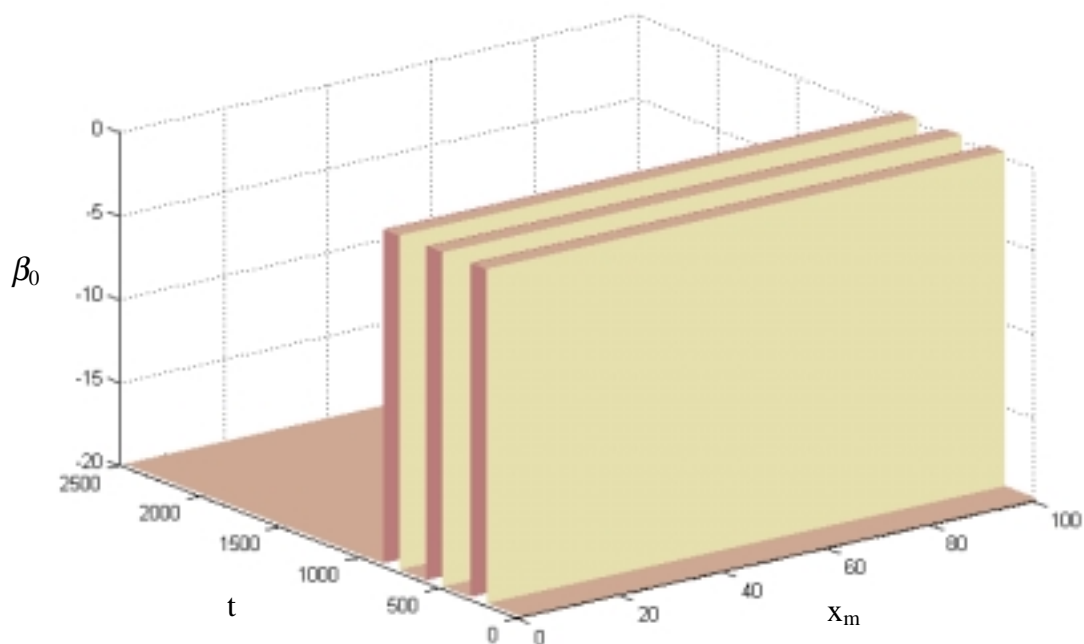


Figura 5.13. Parâmetro  $\beta_0$  (em km) para o empilhamento da seção da Figura 5.10 na obtenção da seção de ZO.

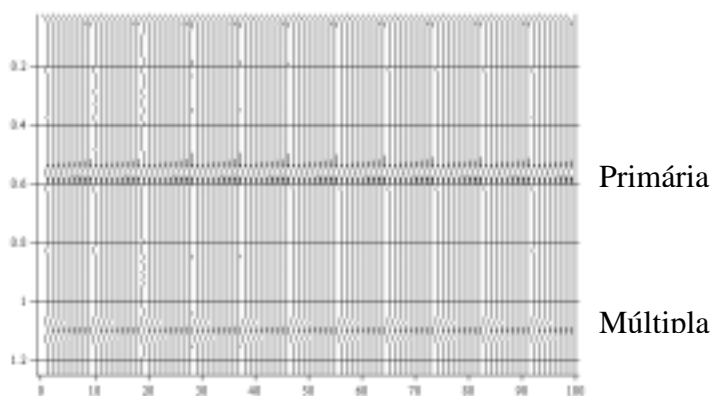


Figura 5.14. Autocorrelação da seção ZO onde foi feita a identificação e seleção da múltipla a ser atenuada no dado pré-empilhado de múltipla no dado de cobertura contínua.

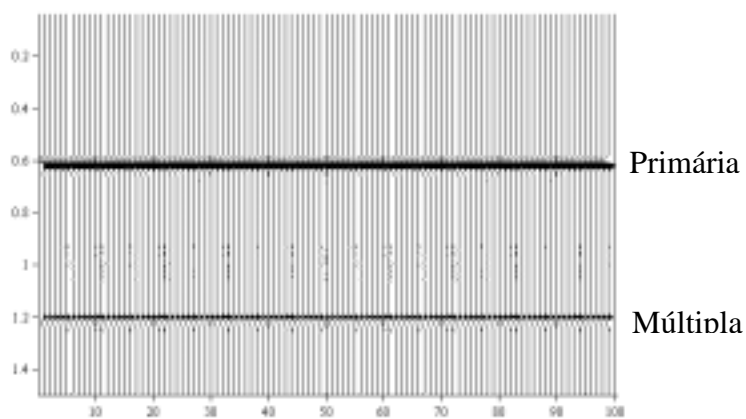


Figura 5.15. Seção ZO obtido com o operador CRS, sendo a entrada as seções não tratadas com o operador WHLP-CRS.

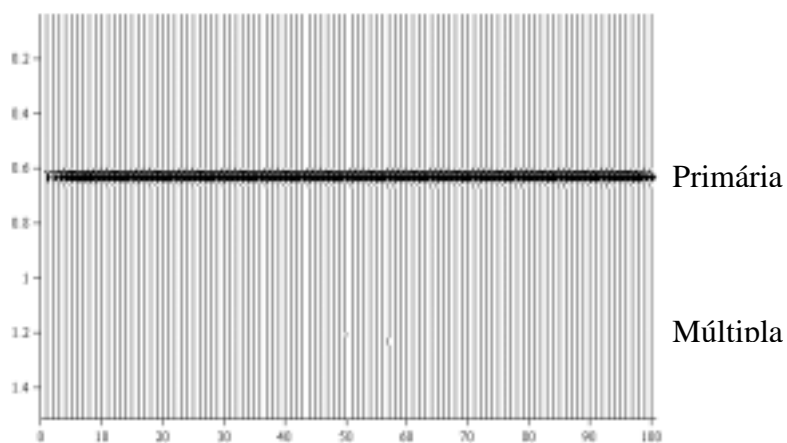


Figura 5.16. Seção ZO obtido com o operador CRS, sendo a entrada as seções tratadas com o operador WHLP-CRS.

## 6. RESULTADOS COM DADOS SINTÉTICOS

Neste capítulo demonstramos a performance do operador WHLP-CRS na atenuação de múltiplas em seções fonte-comum com dados sintéticos. Os modelos são formados por interfaces plano-inclinadas e com curvatura. Para esta avaliação, utilizamos vários modelos sintéticos e selecionamos para apresentação um resultado relevante de atenuação de uma múltipla interna relativa a uma camada de alta velocidade com interfaces curvas, simulando situações geológicas típicas.

O modelo utilizado é formado por 4 camadas homogêneas e isotrópicas sobre um semi-espço, com velocidades que variam de 1750 m/s a 4150 m/s (Figura 6.1). A camada de alta velocidade (6300 m/s) representa uma soleira de diabásio. As seções fonte-comum foram geradas pelo programa SEIS88 para os sismogramas e traçado de raios. Foram gerados 201 seções fonte-comum, cada uma com 72 traços e intervalo de 50 m entre receptores e entre tiros consecutivos. O pulso sísmico é representado pela função Gabor com intervalo de amostragem de 4 ms. Os dados contêm reflexões primárias associadas a cada interface, e uma reflexão múltipla para a camada de alta velocidade.

O resultado do empilhamento CRS com o algoritmo de Callapino (2001) em fonte-comum produz as seções ZO para os atributos  $\beta_0$ ,  $R_{NIP}$  e  $R_N$  mostrada na Figura 6.2, e a seção simulada na Figura 6.3 para duas situações: “a”(sem ganho) e “c” (com ganho) com a múltipla presente, e “b” (sem ganho) e “d” (com ganho) com a múltipla ausente. Nos itens ‘a’ (sem ganho) e ‘c’(com ganho) podemos ver a múltipla com clareza, e nos itens ‘b’(sem ganho) e ‘d’(com ganho) a múltipla atenuada.

A eficiência do operador WHLP-CRS está diretamente relacionada com o ajuste entre o tempo de trânsito calculado com base nos atributos CRS e o evento selecionado para atenuação (primária e a sua múltipla). É importante ressaltar que este ajuste diminui à medida que aumenta a distância fonte-receptor. Como consequência, as janelas móveis utilizadas no operador WHLP-CRS não introduzem com eficiência a periodicidade entre a primária e sua múltipla, que é a condição necessária ao cálculo do operador, e isso pode ser observado nas figuras 6.4 a 6.14.

A Figura 6.4 exhibe a seção CS 40 antes e depois da aplicação do operador WHLP-CRS sem a presença de ruído aditivo, onde a linha azul indica o tempo de trânsito da primária e a linha vermelha o da múltipla. Os detalhes da atenuação, como autocorrelação do trecho janelado,



correlação cruzada, operador erro-de-predição (EPO) e os resultados das atenuações nos traços 1, 20, 40 e 60 estão nas figuras 6.5 até 6.8.

As figuras 6.5 e 6.6 contêm os resultados da deconvolução de trechos do 1º e do 20º traços, onde observamos boa atenuação da múltipla para estes traços próximos da fonte, sendo importante ressaltar que o tempo de trânsito calculado se ajusta bem aos eventos observados. As figuras 6.7 e 6.8 contêm os resultados da deconvolução de trechos do 40º e 60º traços, onde a atenuação da múltipla fica comprometida à medida que a distância fonte-receptor aumenta por não haver mais um bom ajuste entre o tempo de trânsito calculado e os eventos observados.

A Figura 6.9 mostra a seção CS 40 (a mesma da Figura 6.4) com ruído aditivo, antes e depois da aplicação do operador WHLP-CRS, onde a linha azul indica o tempo de trânsito da primária e a linha vermelha o da múltipla. Observamos que a primária e a múltipla possui valores de amplitude próximos da amplitude do ruído aditivo, mesmo assim o operador WHLP-CRS atenua a múltipla com eficiência como mostra a seção ZO obtida pelo CRS exibido na figura 6.3.

As figuras 6.10 a 6.13 apresentam detalhes da atenuação das múltiplas nos traços de número 1, 20, 40 e 60 da seção na Figura 6.9. Esta seção apresenta também o mesmo problema da seção 6.4 com relação ao desajuste entre os tempos de trânsito entre o observado e o calculado.

A Figura 6.14 apresenta detalhes da atenuação da múltipla do primeiro traço da seção CS 126, onde um outro evento primário está muito próximo da múltipla a ser atenuada, o que resulta na atenuação de ambos.

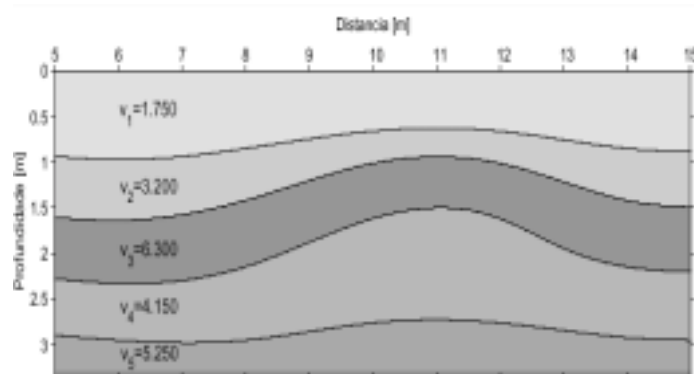


Figura 6.1. Modelo composto por 4 camadas sobre um semi-espço, com velocidades que variam de 1750 até 4150 m/s. A camada de alta velocidade (6300 m/s) representa uma soleira de basalto. Os dados sintéticos foram gerados com um programa de traçamento de raio. Foram computados 201 seções de fonte-comum, cada uma com 72 traços sendo o intervalo 50 metros entre receptores e entre tiros consecutivos. O sinal sísmico utilizado é a função Gabor com intervalo de amostragem de 4 ms. Os dados contêm as reflexões primárias associadas a cada interface e uma reflexão múltipla relativa à camada de alta velocidade.

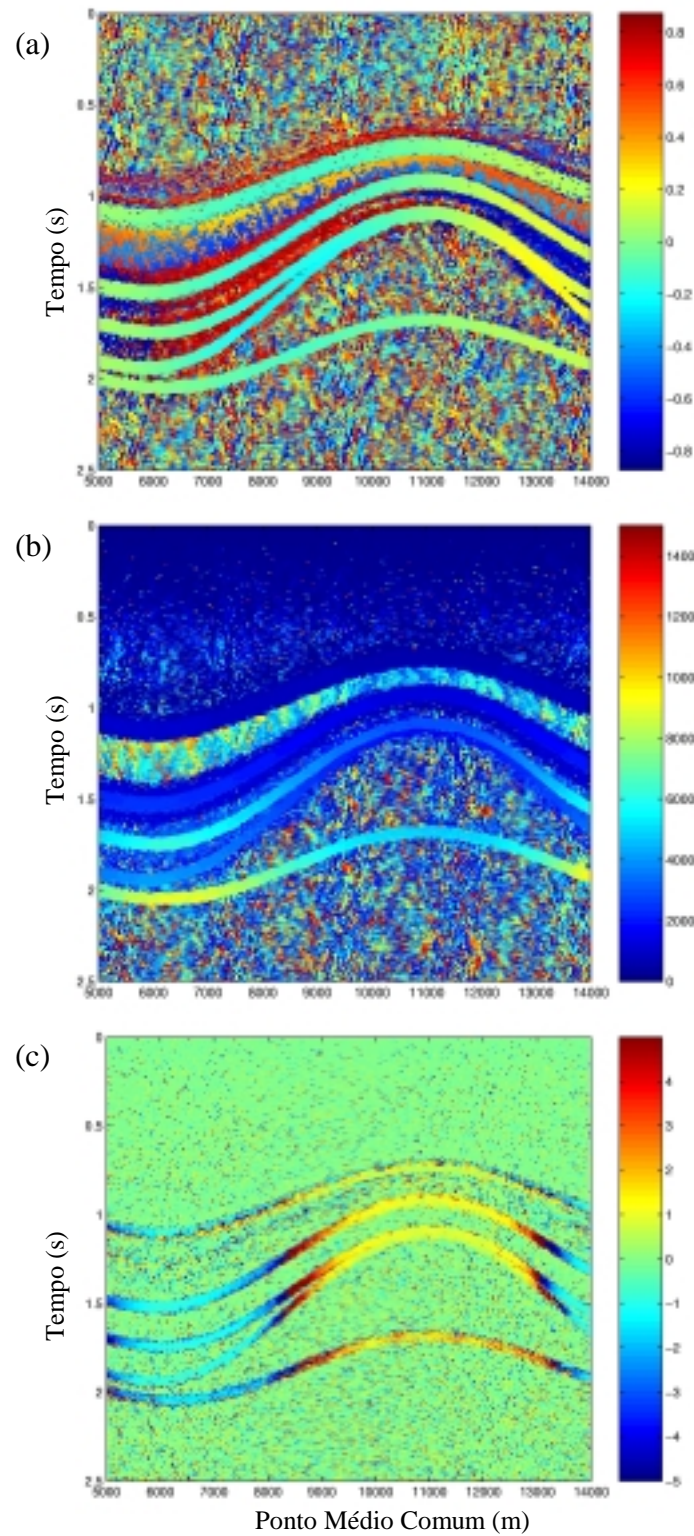


Figura 6.2. Seções ZO dos atributos (a)  $\beta_0$ , (b)  $R_{NIP}$ , (c)  $R_N$  utilizadas pelo operador de empilhamento CRS na obtenção das seções ZO a seguir.

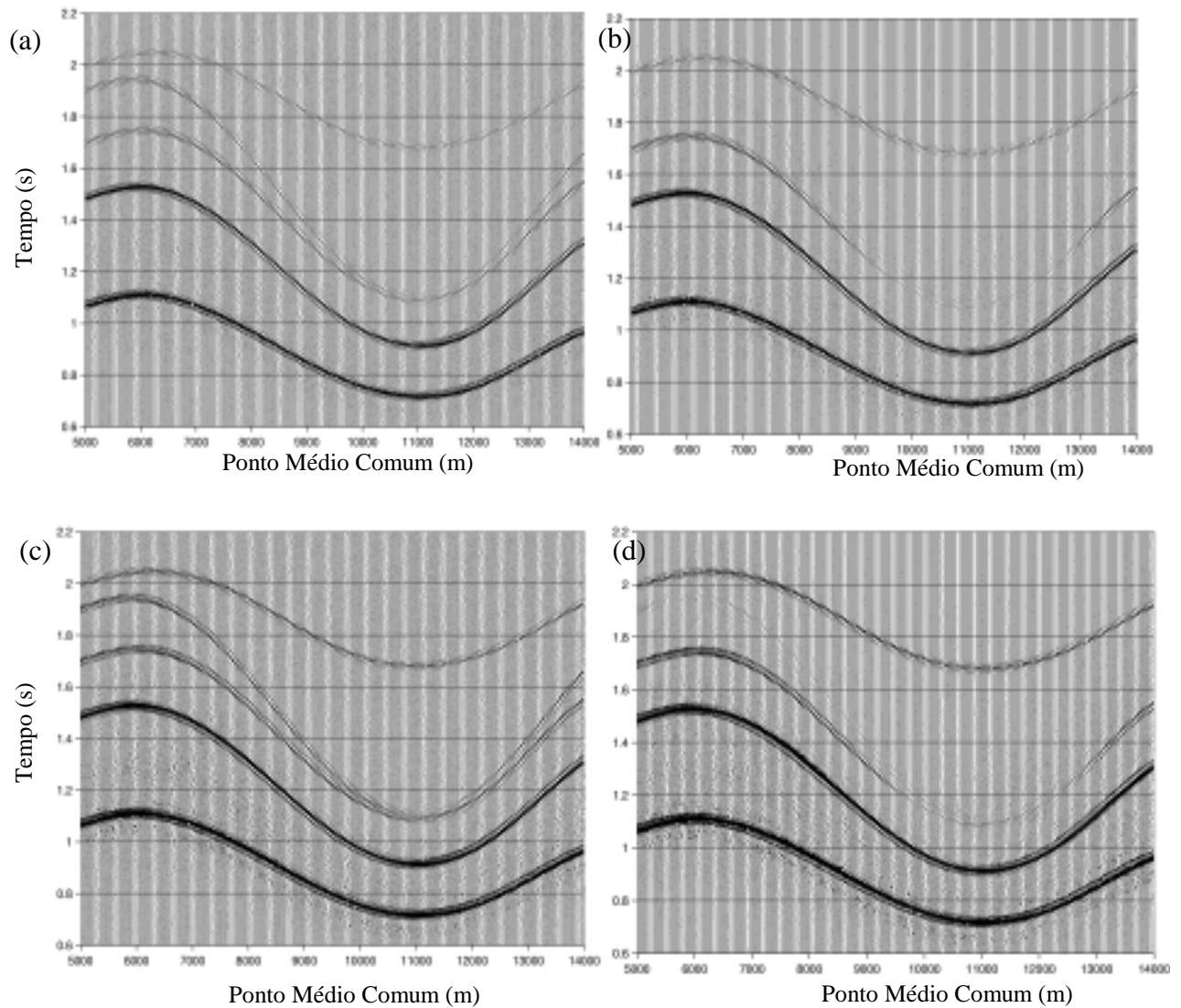


Figura 6.3. (a) Seção ZO sem ganho resultante do empilhamento CRS com a múltipla presente. (b) Seção ZO com ganho resultante do empilhamento CRS com a múltipla atenuada. (c) Seção ZO sem ganho resultante do empilhamento CRS com a múltipla presente. (d) Seção ZO com ganho resultante do empilhamento CRS com a múltipla atenuada. Observamos a boa atenuação da múltipla, e que o resíduo deixado na atenuação é pequeno como indicado na seção NA com ganho. No trecho onde a primária e a múltipla estão muito próximas, o operador WHLP-CRS atenua a primária juntamente com a múltipla.

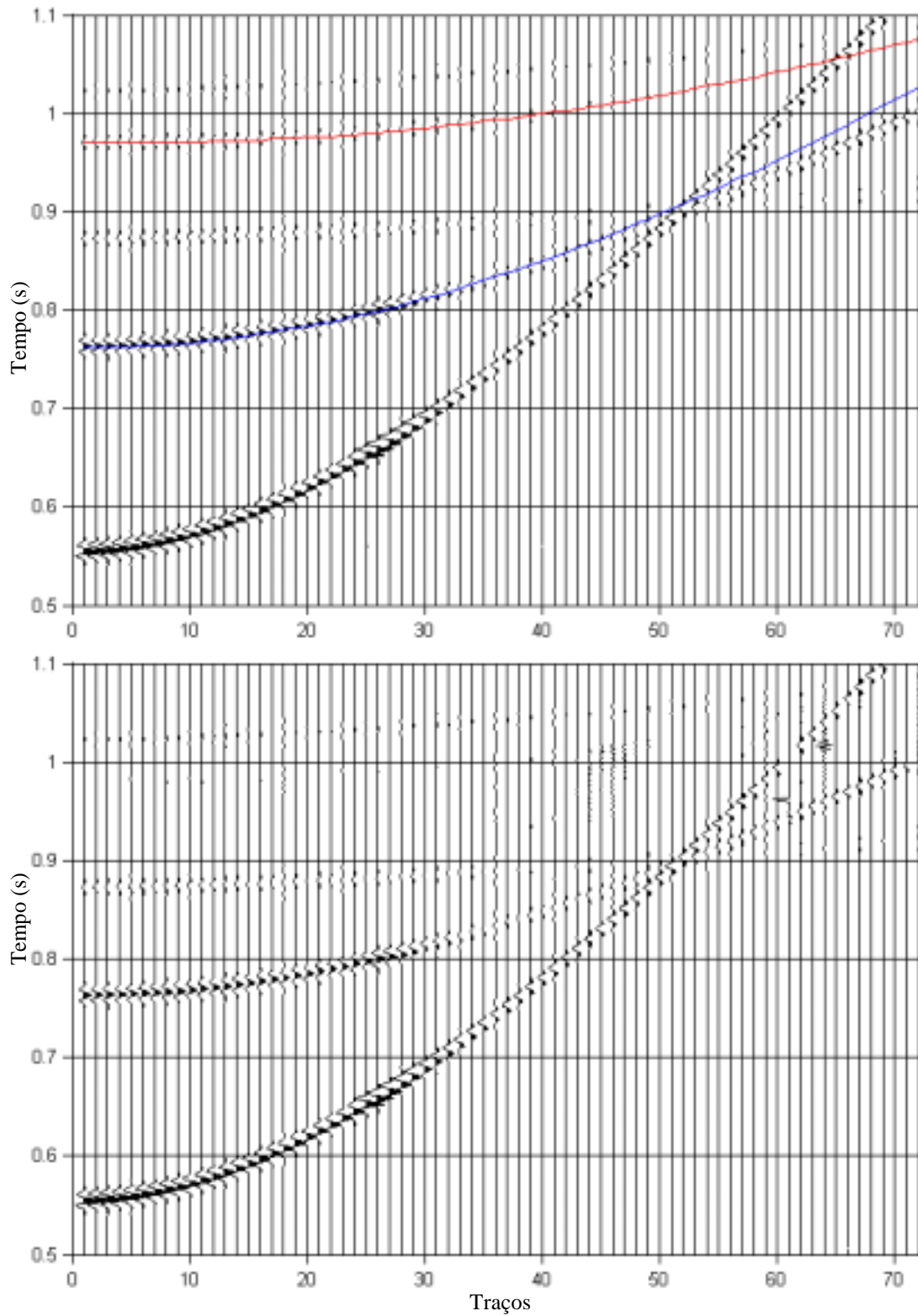


Figura 6.4. (a) Seção CS 40 sem ruído aditivo e com a múltipla presente. A linha azul é marca do tempo de trânsito da primária, e a linha vermelha é o tempo de trânsito da múltipla. (b) Seção CS 40 com a múltipla atenuada.

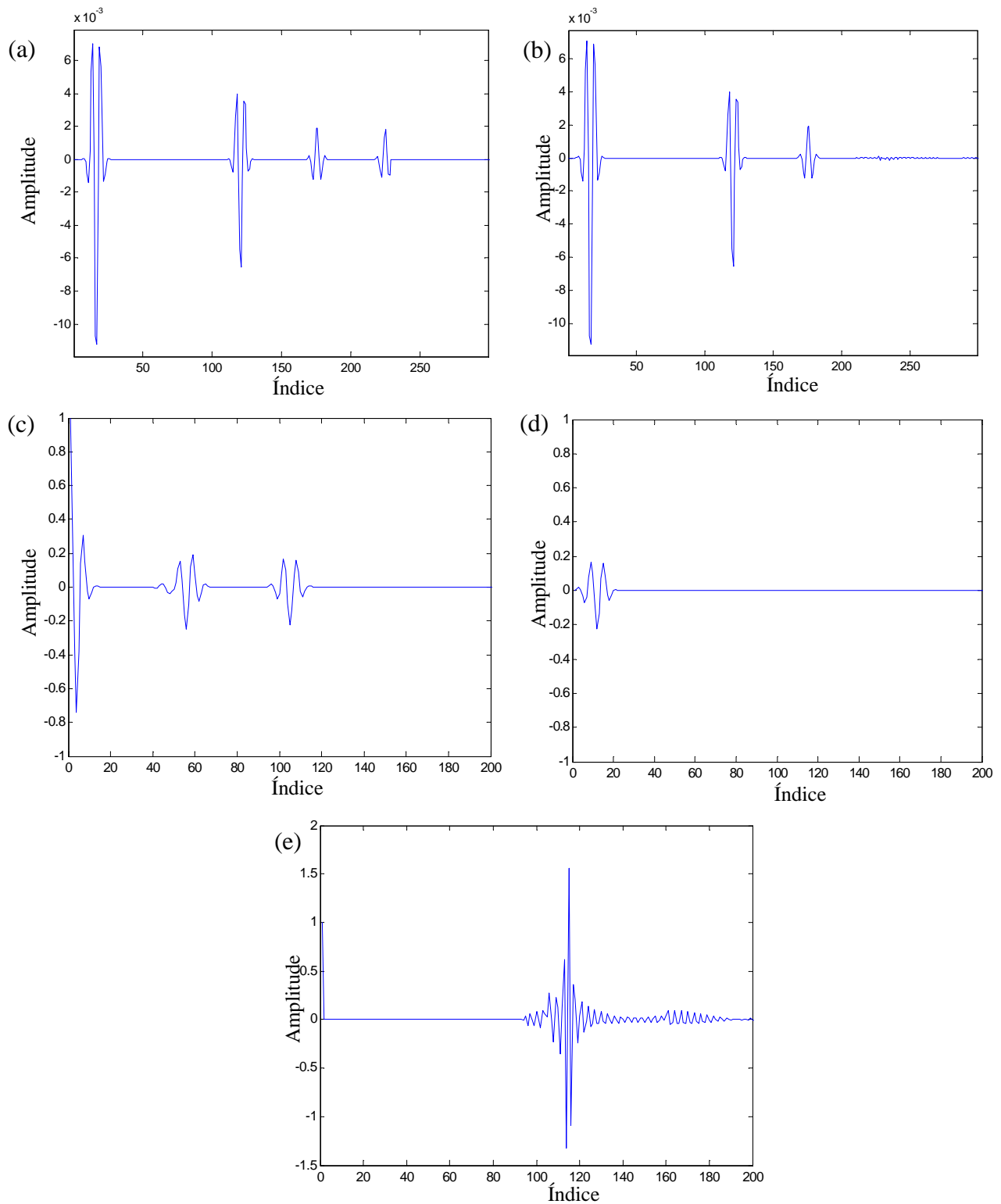


Figura 6.5. (a) Trecho janelado do 1º traço da seção CS (Figura 6.4). (b) Trecho janelado com a múltipla atenuada. (c) Autocorrelação do trecho janelado. (d) Correlação cruzada. (e) EPO, calculado com a autocorrelação (item 'c') e a correlação cruzada (item 'd'), utilizado para atenuar a múltipla. É boa a performance do operador WHLP-CRS na atenuação da múltipla.

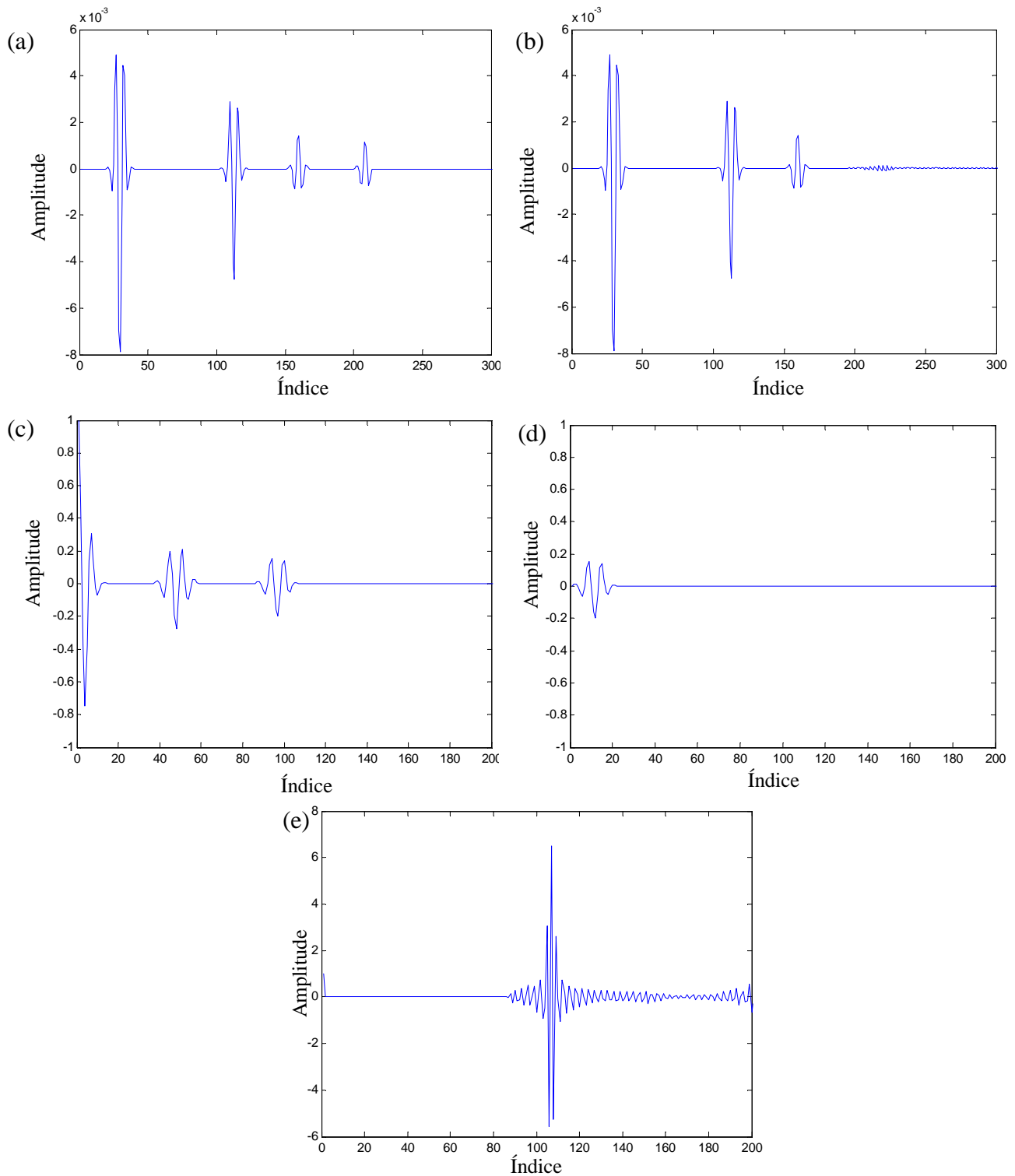


Figura 6.6. (a) Trecho janelado do 20º traço da seção CS (Figura 6.4). (b) Trecho janelado com a múltipla atenuada. (c) Autocorrelação do trecho janelado. (d) Correlação cruzada. (e) EPO, calculado com a autocorrelação (item ‘c’) e com a correlação cruzada (item ‘d’), utilizado para atenuar a múltipla. O operador WHLP-CRS atenua a múltipla com eficiência.

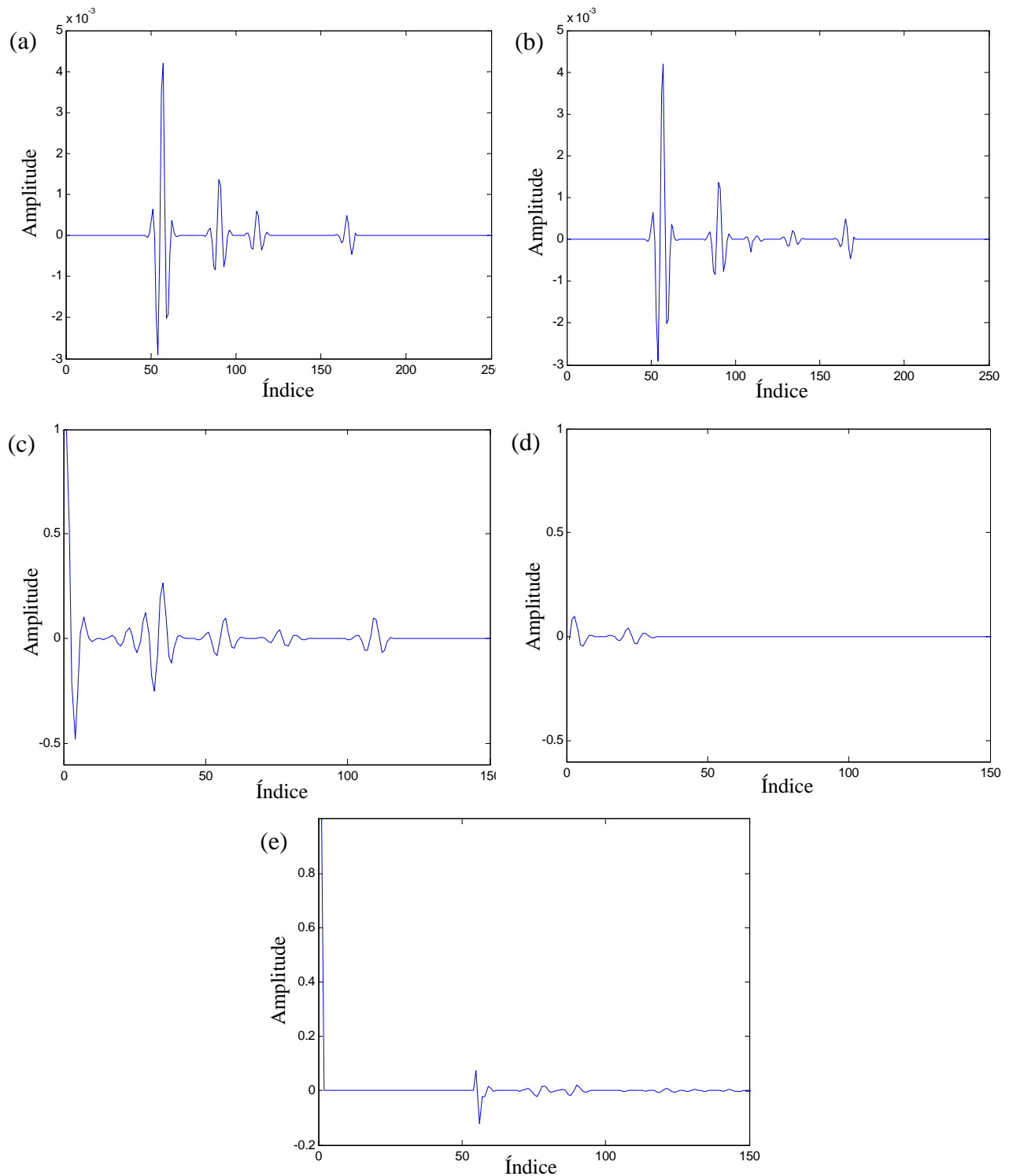


Figura 6.7. (a) Trecho janelado do 40º traço da seção CS (Figura 6.4). (b) Trecho janelado com a múltipla atenuada. (c) Autocorrelação do trecho janelado. (d) Correlação cruzada. (e) EPO, calculado com a autocorrelação (item 'c') e correlação cruzada (item 'd') e utilizado, para atenuar a múltipla. O operador WHLP-CRS continua atenuando a múltipla, porém com menos eficiência do que nas distâncias próximas ao ponto de empilhamento.

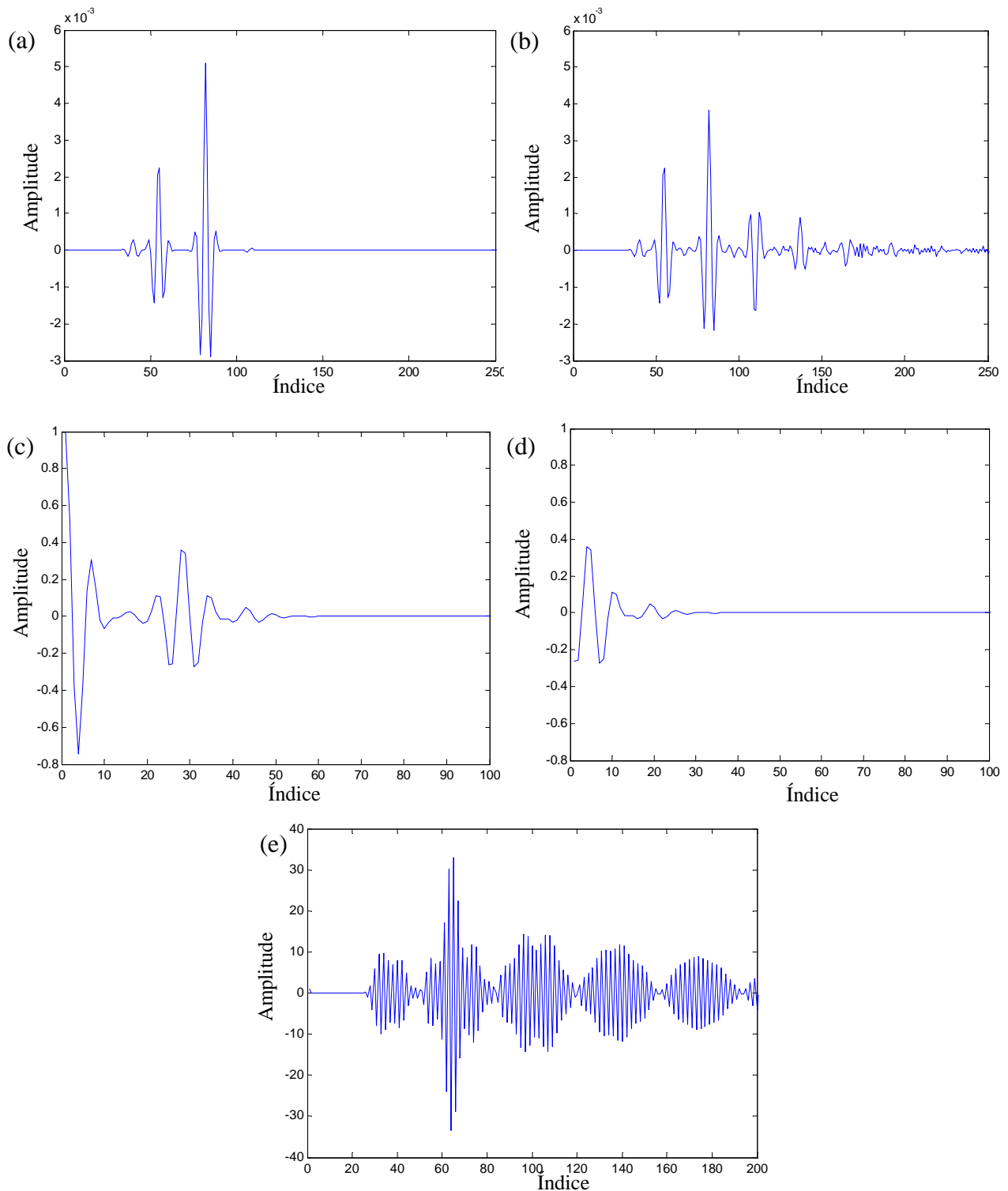


Figura 6.8. (a) Trecho janelado do 60<sup>o</sup> traço da seção CS (Figura 6.4). (b) Trecho janelado com a múltipla atenuada. (c) Autocorrelação do trecho janelado. (d) Correlação cruzada. (e) EPO, calculado com a autocorrelação (item 'c') e correlação cruzada (item 'd'), utilizado para atenuar a múltipla. O operador WHLP-CRS não atenua a múltipla devido à janela não introduzir a periodicidade necessária no cálculo do operador.



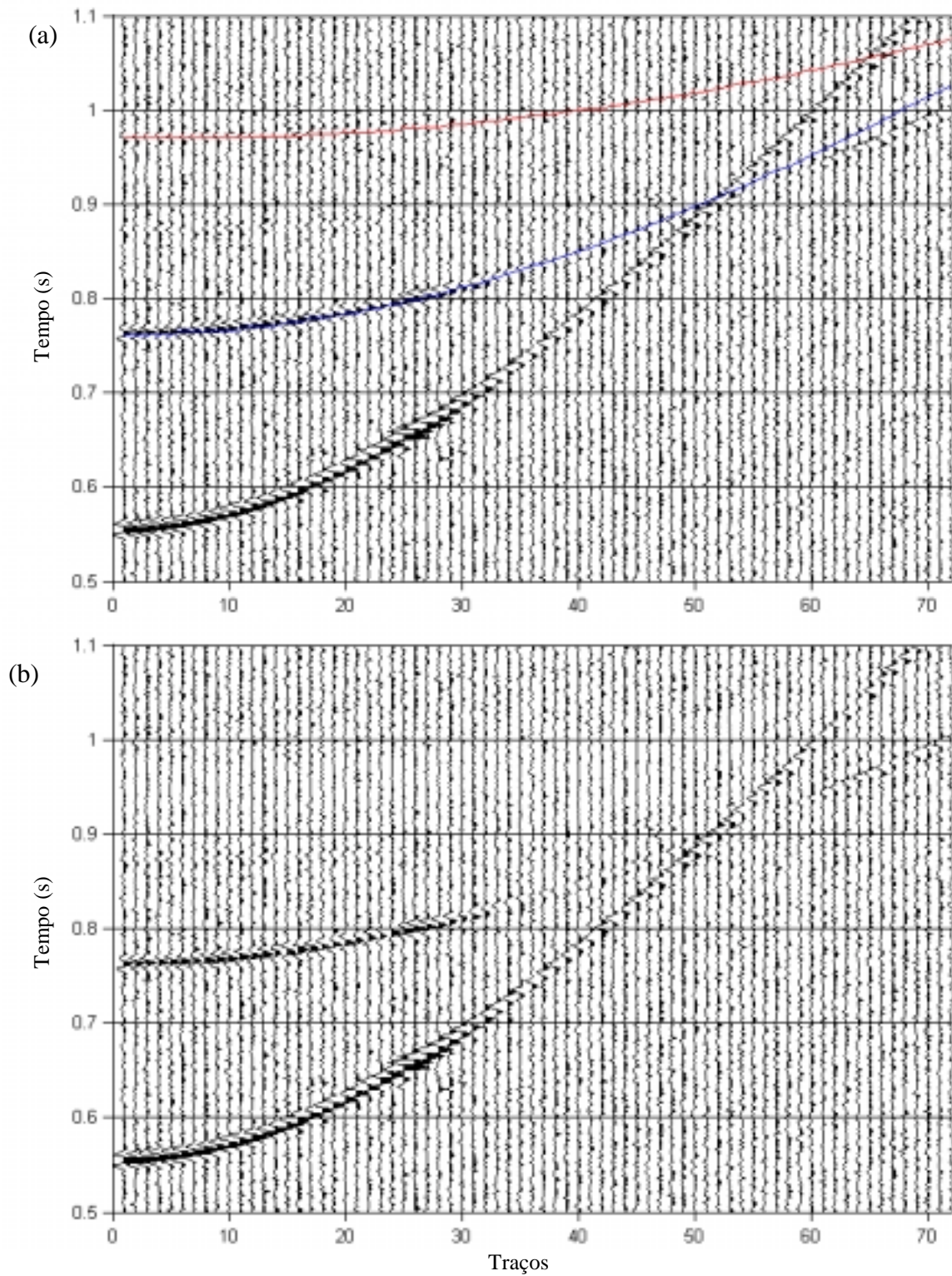


Figura 6.9. (a) Seção CS 40 com ruído aditivo e ganho e múltipla presente. A linha azul marca o tempo de trânsito da primária e a linha vermelha o tempo de trânsito da múltipla. (b) Seção CS 40 com a múltipla atenuada. A múltipla tem baixa visualização nesta seção, mas aparece nitidamente na seção ZO CRS processada.

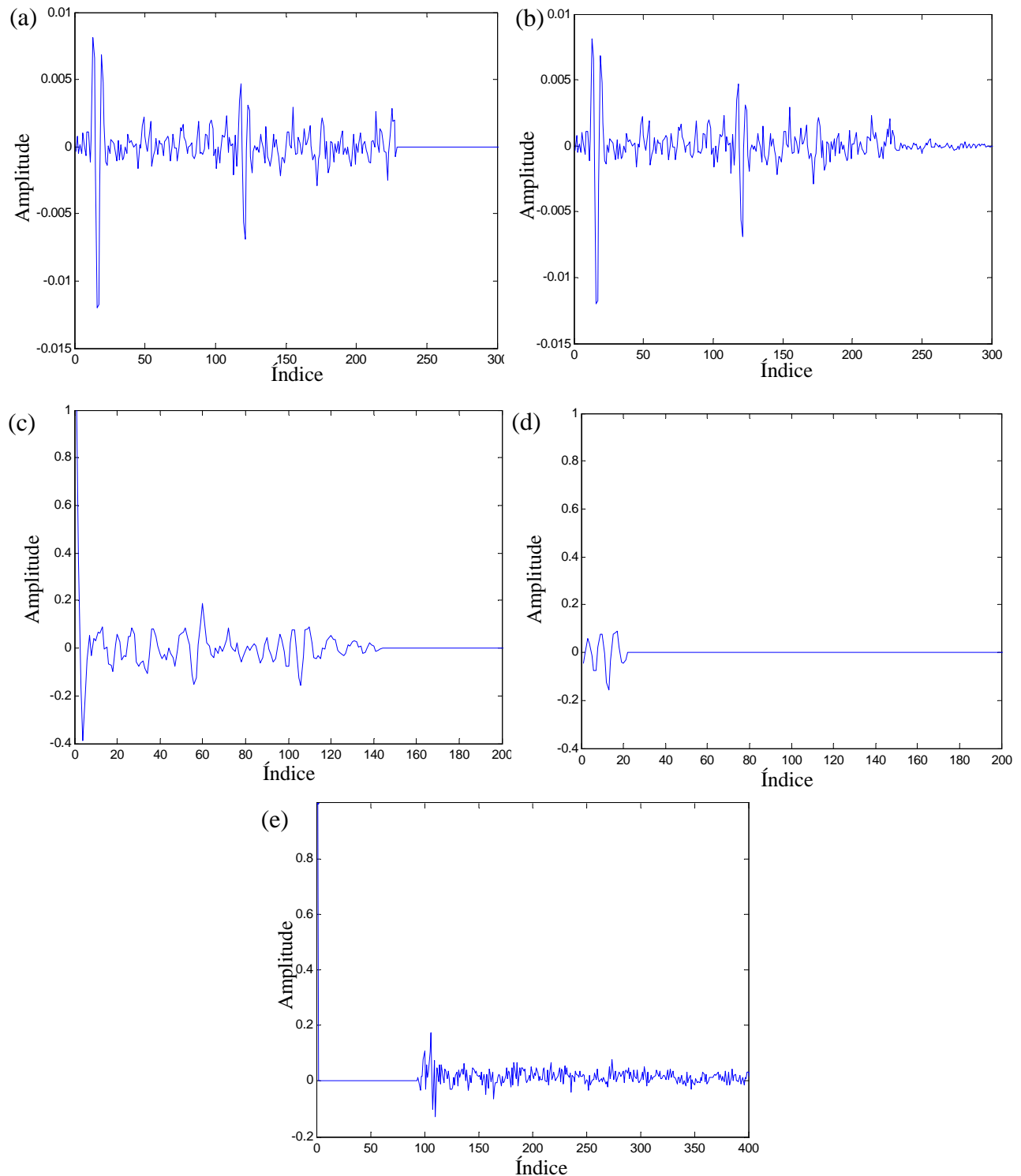


Figura 6.10. (a) Trecho janelado do 1º traço da seção CS 40 (Figura 6.9). (b) Trecho janelado com a múltipla atenuada. (c) Autocorrelação do trecho janelado. (d) Correlação cruzada. (e) EPO, calculado com a autocorrelação (item 'c') e correlação cruzada (item 'd'), utilizado para atenuar a múltipla. A presença do ruído aditivo dificulta a visualização da primária e da múltipla, mesmo assim o operador WHLP-CRS atenua a múltipla.

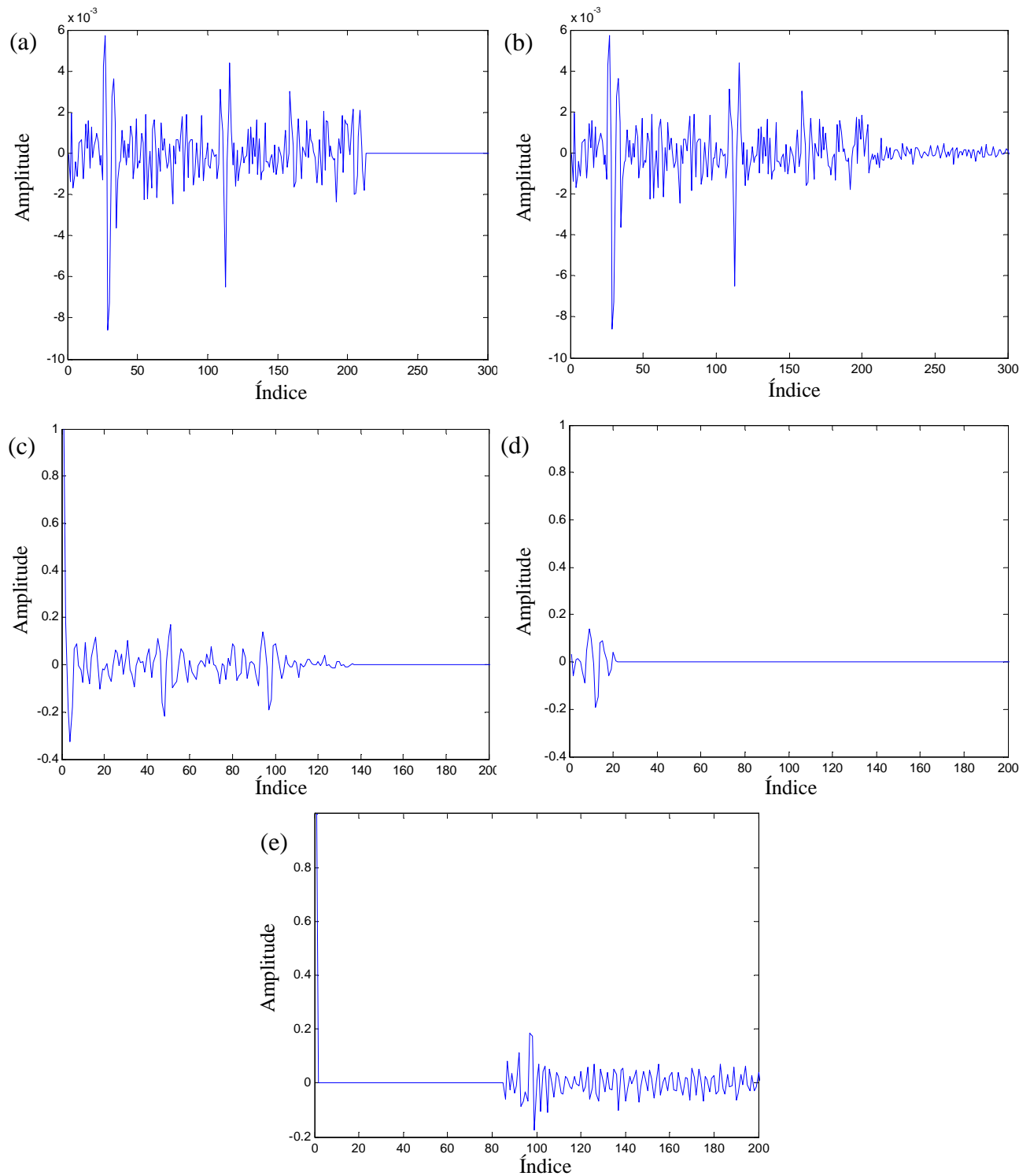


Figura 6.11. (a) Trecho janelado do 20º traço da seção CS (Figura 6.9). (b) Trecho janelado com a múltipla atenuada. (c) Autocorrelação do trecho janelado. (d) Correlação cruzada. (e) EPO, calculado com a autocorrelação (item 'c') e correlação cruzada (item 'd'), utilizado para atenuar a múltipla. Devido à presença do ruído aditivo, é difícil avaliar a performance do operador WHLP-CRS na seção CS.

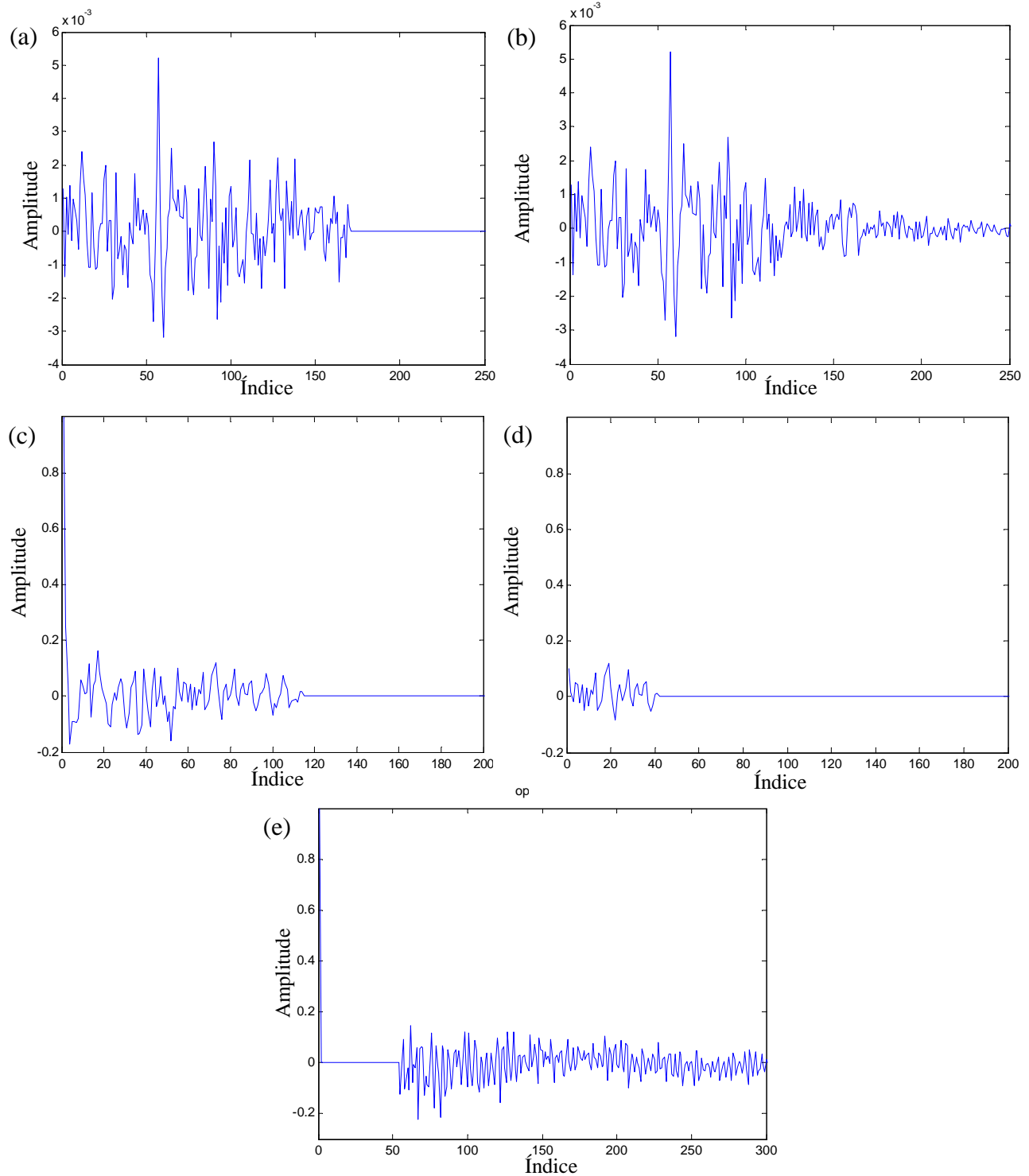


Figura 6.12. (a) Trecho janelado do 40º traço da seção CS (Figura 6.9). (b) Trecho janelado com a múltipla atenuada. (c) Autocorrelação do trecho janelado. (d) Correlação cruzada. (e) EPO, calculado com a autocorrelação (item 'c') e correlação cruzada (item 'd'), utilizado para atenuar a múltipla.

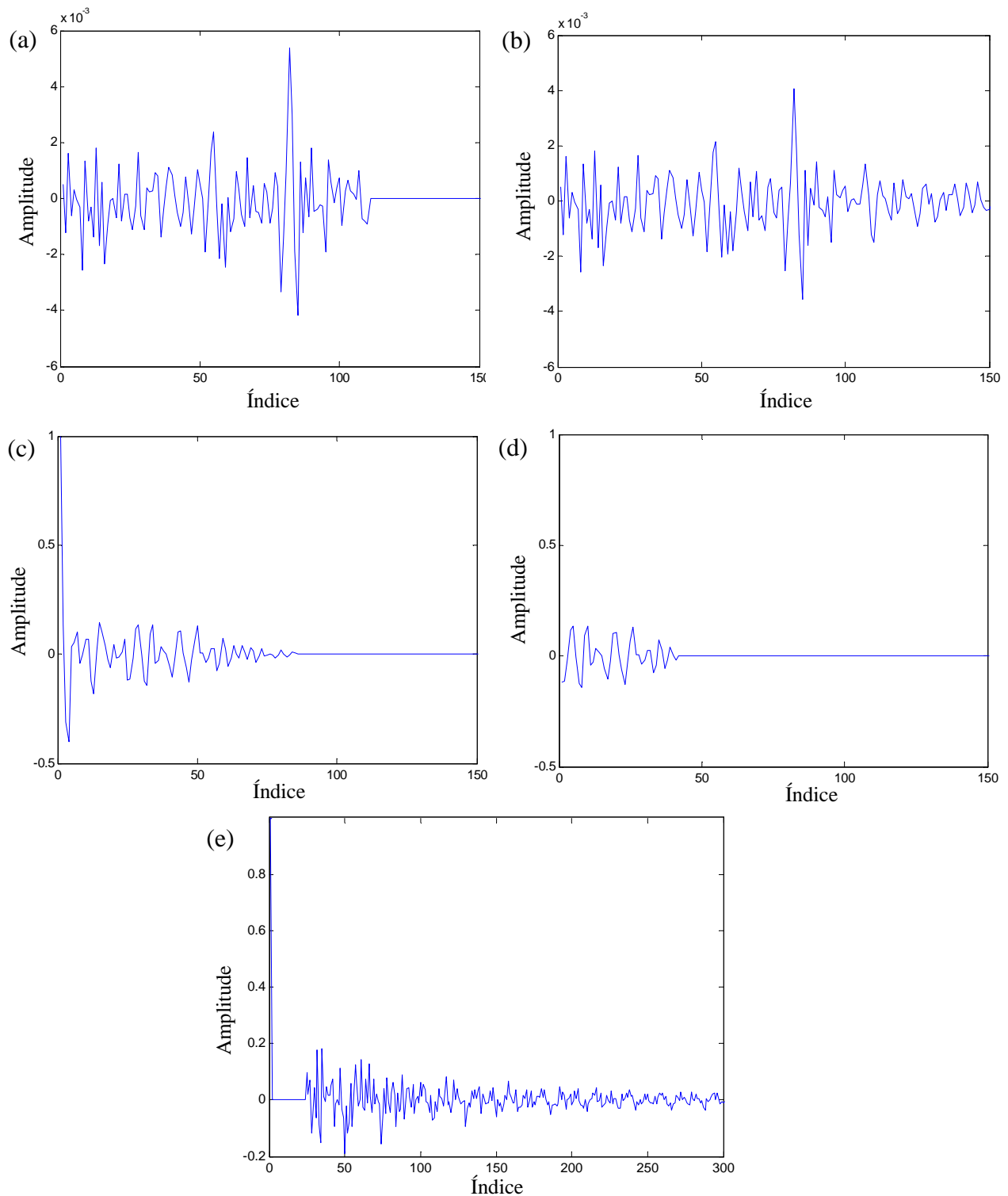


Figura 6.13. (a) Trecho janelado do 60° traço da seção CS (Figura 6.9). (b) Trecho janelado com a múltipla atenuada. (c) Autocorrelação do trecho janelado. (d) Correlação cruzada. (e) EPO, calculado com a autocorrelação (item 'c') e correlação cruzada (item 'd'), utilizado para atenuar a múltipla.

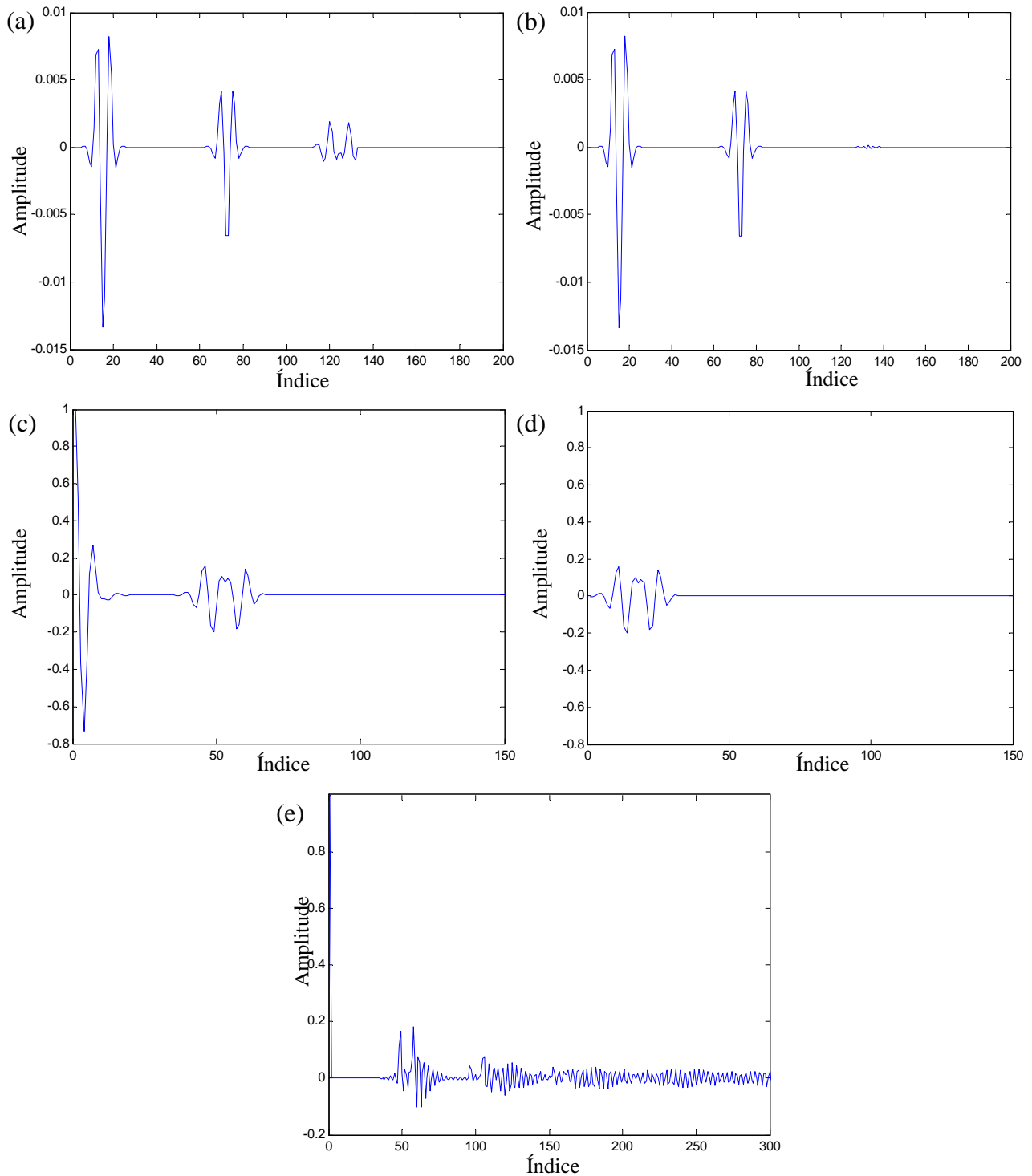


Figura 6.14. Caso da múltipla próxima a um outro evento primário. (a) Trecho janelado do 1º traço da seção CS (Figura 6.4). (b) Trecho janelado com a múltipla atenuada. (c) Autocorrelação do trecho janelado. (d) Correlação cruzada. (e) EPO, calculado com a autocorrelação (item 'c') e correlação cruzada (item 'd'), utilizado para atenuar a múltipla. Quando a múltipla está muito próxima de uma outra primária, ambas são atenuadas juntamente pelo operador WHLP-CRS.

## 7. CONCLUSÕES GERAIS

O operador deconvolucional WHLP clássico de predição (domínio do tempo) é teoricamente desenhado para ser aplicado em seções sísmicas ZO, uma vez que há necessidade de informação a priori quanto a periodicidade entre o sinal primário e sua múltipla. No entanto, este não é o caso das seções pré-empilhadas, onde a periodicidade desaparece suavemente com o afastamento fonte-receptor. Para contornar esta dificuldade, é necessário o uso de uma lei matemática para o tempo-duplo de trânsito, estabelecendo a relação entre a primária e a múltipla como função do afastamento em seções CS, CO, CR ou CMP.

O algoritmo concebido faz uso de janelas móveis que possibilita utilizar o operador WHLP em seções CS, e calculado com as amplitudes reais do sinal sísmico para lhe dar mais eficiência na atenuação de múltipla, o que evita os efeitos indesejáveis da seção processada, como o estiramento do pulso sísmico, no cálculo do operador.

Na aplicação convencional do WHLP, o meio é considerado como formado por camadas com interfaces plano-horizontais. O uso de janelas móveis possibilita estender o uso do operador WHLP para meios com interfaces plano-inclinados e com curvaturas para atenuar múltiplas internas ou externas.

A performance do operador convencional WHLP (domínio do tempo) sofre consideravelmente com a presença de ruído aditivo. Já o novo operador resultante da combinação WHLP-CRS sofre menos com a presença de ruído. Esclarecemos que o empilhamento CRS, posterior a deconvolução, apresenta um ganho melhor da relação sinal/ruído melhorando a imagem apresentada na seção processada.

O desempenho do operador WHLP é diretamente dependente da resolução dos atributos da frente de onda obtidos do empilhamento CRS. A proximidade entre os tempos de trânsito, observado e o calculado com os atributos, diminui ao passo que aumenta a distância fonte-receptor, o que faz resultar na dificuldade na supressão da múltipla. Este afastamento explica o corte dos últimos traços, e não deve comprometer o empilhamento final contendo uma boa atenuação da múltipla na seção ZO. A forma de corte pode ser comparada com o cálculo da zona de Fresnel projetada (Mann et al, 1999). Além disso, a diminuição da resolução aumenta com o aumento da curvatura do refletor.

O novo operador WHLP-CRS apresenta um comportamento semelhante ao operador WHLP clássico no conflito quando a múltipla está próxima a um outro evento primário. Isto quer dizer que o operador WHLP-CRS atenua o evento primário juntamente com a múltipla selecionada. A explicação para este conflito está na janela da correlação (auto- e cross-) que contém as informações da outra primária e da múltipla a ser atenuada de forma muito próximas, e por conseguinte o algoritmo interpreta o conjunto como um pulso único, realizando portanto a supressão de ambos. Fazendo a janela mais estreita para selecionar o que seria apenas a informação da múltipla, resulta numa melhora local do conflito, porém para os demais traços há uma deterioração da atenuação, o que quer dizer que há um comprimento otimizável para a largura da janela de seleção, sendo o mesmo calculado como duas vezes o comprimento do pulso.

As contribuições deste trabalho são:

(1<sup>a</sup>) A combinação das teorias do operador clássico WHLP com o operador de empilhamento CRS para possibilitar a deconvolução de múltiplas em seções CS, sendo o operador calculado com as amplitudes reais do sinal sísmico.

(2<sup>a</sup>) O operador WHLP-CRS admite meios com interfaces plano-inclinados e com curvaturas, e atenua múltipla interna e externa.

(3<sup>a</sup>) A extensão deste trabalho para incluir a identificação de múltiplas ao processo de atenuação de múltiplas (internas e externas), de forma mais automática dentro do conceito WHLP-CRS, fica como uma das perspectivas a pesquisa futura.



## REFERÊNCIAS

- AKI, K. & RICHARDS, P.G. 1980. *Quantitative Seismology*. New York, USA. WH Freeman and Company.
- BEDNAR, J. B. & NEALE, G. H., 1999. A Comparison of Pattern and Series Based Multiple Suppression. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING , 71. Expand Abstract, San Antonio, Texas.*
- BERKHOUT, A. J. & VERSCHUUR, D. J., 1997. Estimation of multiple scattering by interative inversion, part I: Theoretical considerations. *Geophysics*, 62 (5): 1586-1595.
- BERKHOUT, A. J. & VERSCHUUR, D. J., 1998. Wave theory based multiple removal, an overview. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING , 71. Expand. Abstract, San Antonio, Texas.*
- BERKHOUT, A. J. & ZAAANEN, P. R., 1979. A Comparison Between Wiener Filtering, Kalman Filtering and Deterministic Least Squares Estimation. *Geophysical Prospecting*, v. 24 (3): 141-197.
- BERRYHILL, J. R. & KIM, Y. C., 1986. Deep-water peg-legs and multiples: Umulation and suppression. *Geophysics*, 51 (12): 2177-2184.
- CALLAPINO, G. G., 2001. *Empilhamento Sísmico por Superfície de Reflexão Comum: um Novo Algoritmo Usando Otimização Global e Local*. Belém, UFPa. Tese de Doutorado.
- CARRION, P. M. 1986, A layer-stripping technique for suppression of water-bottom multiple reflection. *Geophysical Prospecting*, 34: 330-342.
- CARVALHO, P.M., 1992. *Método de eliminação de reflexões múltiplas relacionadas com a superfície livre baseado em inversão não linear de dados sísmicos*. Tese de Doutorado, UFBA/PPPG, Salvador, BA.
- CERVENY, V.; MOLOTKOV, I. A.; PSENCIK, I. 1977. *Ray Method in Seismology*. Praga, Univerzita Karlova.
- CORONA, A.; MARCHESI, M.; MARTINI, C.; RIDELA, S. 1987. Minimizing multimodal functions of continuous variables with 'Simulated Annealing' algorithm. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 13 (3): 262-280.
- DEDEM, E. J. V. & VERSCHUUR, D. J. 1999. 3D Surface-Related Multiple Prediction, an inversion approach. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING , 71. Expand. Abstract, San Antonio, Texas.*

- DEDEM, E. J. V.; SCHONEWILLE, M. A.; VERSCHUUR, D. J. 1999. 3D Surface-Related Multiple Prediction and Data Reconstruction. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING, 71. Expand Abstract, San Antonio, Texas.*
- DRAGOSET, B. 1998. A practical approach to surface multiple attenuation. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING, 71. Expand Abstract, San Antonio, Texas..*
- DRAGOSET, B.; GÜLÜNAY, N.; PATTBURG, D. 1999. Processing issues in applying surface multiple attenuation to a 3-D Gulf of Mexico data set. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING, 71. Expand Abstract, San Antonio, Texas.*
- EIRAS, J. F. 1998. Tectônica, Sedimentação e Sistemas Petrolíferos da Bacia do Solimões, Estado do Amazonas. In: Searching for Oil and Gas in the Land of Giants. *The Search Magazine*, Edição Especial sobre o Brasil. Schlumberger, Argentina S.A.
- FOWLER, P. J. 1998. A comparative overview of dip moveout methods. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING, 71. Expand Abstract, San Antonio, Texas.*
- GASPAROTTO, F. A. 1999. Multiple prediction for velocity analysis. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING, 71. Expand Abstract, San Antonio, Texas.*
- GILL, P.E.; MURRAY, W.; WRIGHT, M.H. 1981. *Practical optimization*. New York, USA, Academic Press, Inc. 401.
- GODFREYF, R. J.; KRISTIANSEN, P.; ARMSBERGER, B. 1998. Imaging the Foinaven Ghost. *IN: ANN. INTERNAT. SEG MEETING, 71. Expand Abstract, San Antonio, Texas.*
- HÖCHT, G. 2002. *Traveltime Approximations for 2D and 3D Media and Kinematic Wavefield Attributes*. Germany, University of Karlsruhe, Institute of Geophysics. Doctor Thesis.
- HUBRAL, P. H. W. 1980. *Interval Velocities from Seismic Reflection Time Measurements*. Houston. SEG Publishing.
- HUBRAL, P. 1983, Computing true amplitude reflections in a laterally inhomogeneous earth. *Geophysics*, 48 (8): 1051-1062.
- HUBRAL, P. & KREY, T. 1980. *Interval Velocities from Seismic Reflection Time Measurements*. Kenneth L. Larner. Western Geophysical Company. Houston, Texas.
- JAKUBOWICZ, H. 1998. Wave equation prediction and removal of interbed multiples. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING, 71. Expand Abstract, San Antonio, Texas.*
- JÄGER, R.; MANN, J.; Hubral, P. 2001. Common-reflection-surface stack: Image and attributes. *Geophysics*, 66 (1): 97-109.

- JIAO, J. 1999. Midpoint-offset surface multiple attenuation. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING, 71. Expand Abstract, San Antonio, Texas.*
- JIAO, J., Negut, D. & LINK, B. 1999. Multiple attenuation using eigenvalue decomposition. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING, 71. Expand Abstract, San Antonio, Texas.*
- KNEIB, G. & BARDAN, V. 1997. 3d targeted multiple attenuation. *Geophysical Prospecting*, 45: 701-714.
- LOKSHTANOV, D. 1998. Multiple suppression by data-consistent deconvolution. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING, 71. Expand Abstract, San Antonio, Texas.*
- LOKSHTANOV, D. 1999. Suppression of water-layer multiples – from deconvolution to wave-equation approach. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING, 71. Expand Abstract, San Antonio, Texas.*
- LU, W.; ZHANG, X.; LI, Y. 1999. Multiple removal based on signal reconstruction from stacking velocity. *In: ANN. INTERNAT. SEG MEETING, 71. Expand Abstract, San Antonio, Texas.*
- MAELAND, E. 1997. Focusing analysis of seismic data with peg-leg multiples. *Geophysics*, 62 (1): 177-182.
- MAKHOUL, J. 1978. Linear prediction: a tutorial review. In Childers D. G. (ed), “*Modern Spectral Analysis*”, IEEE Press, 99-118.
- MANN, J.; HÖCHT, G.; HUBRAL, P. 1999. Common Reflection Surface Stack – an attribute analysis. 61th Mtg. Eur. Assoc. Espl. Geophys., Extended Abstracts. Session, 104.
- MANUEL, C. D. 1999. Attenuation of multiple reflections via prestack Kirchhoff depth migration. SEG Expanded Abstracts.
- MESKÓ, A. 1984. *Digital Filtering: Application in Geophysical Exploration for Oil*. Londres, Inglaterra. Pittman Advanced Publishing Program.
- PEACOCK, K. L. & Treitel, S. 1969. Predictive deconvolution: Theory e practice. *Geophysics*, 34: 155-169.
- ROBINSON, E. 1984. *Seismic Inversion and Deconvolution*, Part A: Classical Methods. Geophysical Press. London – Amsterdam. The Netherlands.
- ROBINSON, E. A. 1998. Model-driven predictive deconvolution. *Geophysics*, 63, 2: 713-722.
- ROBINSON, E. A. & TREITEL, S. 1969. Principles Of Digital Wiener Filtering. *Geophysical Prospecting*, 15 (3): 311-333.

- SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HUBRAL, P. 1993. Parabolic and hyperbolic paraxial two-point traveltimes in 3D media: *Geophysical Prospecting*, 41 (4): 495-514.
- SCHNEIDER, W. A., PRINCE, E. R. J. & GILLES, B. F. 1965. A new data-processing technique for multiple attenuation exploiting normal moveout. *Geophysics*, 30: 348-362.
- SCHOENBERGER, M. 1996, Optimum weighted stack for multiple suppression. *Geophysics*, 61: 891-901.
- SCHOENBERGER, M. & HOUSTON, L. M. 1998. Stationarity transformation of multiple to multiples to improve the performance of predictive deconvolution. *Geophysics*, 63 (2): 723-737.
- SEG, *The Leading EDGE* .1999. Special Issue on Multiple Deconvolution. 18, 1.
- SILVIA, M.T. & ROBINSON, E.A. 1979. *Deconvolution of Geophysical Time Series in the Exploration for Oil and Natural Gas*. Elsevier Scientific Publishing Co. Amsterdam, Netherlands.
- TANER, M. T. 1980. Long-period sea-floor multiples and their suppression. *Geophysical Prospecting*, 28: 30-48.
- TANER, M. T. & KOEHLER, F. 1969. Velocity Spectra-Digital Computer Derivation and applications of Velocity Functions. *Geophysics*, 34 (6): 859-881.
- TYGEL, M.; MUELLER, T.; HUBRAL, P.; SCHLEICHER, J. 1997, Eigenwave based multiparameter traveltime expansions: In: Annual Meeting, 67. Soc. Expl. Geophys. 1770-1773.
- VERSHUUR, D. J. & BERKHOUT, A. J. 1997. Estimation of multiple scattering by iterative inversion, part II: Practical aspects and examples. *Geophysics*, 62 (5): 1596-1611.
- ZASKE, J.; KEYDAR, S.; LENDA, E. 1999. Estimation of kinematic wavefront characteristics and their use for multiple attenuation. *Journal of Applied Geophysics*, 42: 333-346.
- WEGLEIN, A.B.; GASPAROTTO, F.A.; CARVALHO, P.M.; STOLT, R.H. 1997. An inverse-scattering series method for attenuating multiples in seismic reflection data. *Geophysics*, 62: 1975-1989.
- WIGGINS, J. W. 1988. Attenuation of complex water-bottom multiples by water-equation-based prediction and subtraction. *Geophysics*, 53 (12): 1527-1534.
- YILMAZ, O., 1994. *Seismic Data Processing*. Tulsa, USA. Society of Exploration Geophysics.

\*\*\*\*\*

# APÊNDICES

## A - EQUAÇÕES NORMAIS (WHLP)

Os coeficientes do filtro são obtidos a partir de um ajuste entre as funções  $z_k$  (sinal desejado) e  $y_k$  (saída real), no sentido dos mínimos-quadrados. A função objeto é dada por (Berkhout & Zaanen, 1979),

$$e(h_j) = E\left\{(z_k - y_k)^2\right\}, \quad (\text{A-1})$$

para ser minimizada em função dos coeficientes  $h_j$ . Isto significa buscar a variância mínima, uma vez que  $E\{z_k - y_k\} = 0$ . A saída real do filtro,  $y_k$ , é dada pela convolução do operador de filtragem,  $h_k$ , com o observado,  $g_k$ , segundo a equação

$$y_k = \sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N-1, \Delta t=1). \quad (\text{A-2})$$

A operação teórica do cálculo de  $E\{.\}$  faz com que a aleatoriedade desapareça. Consequentemente, a função  $e(h_j)$  passa a ser não aleatória, e os conceitos de cálculo diferencial e integral são aplicáveis.

Substituindo a equação (A-2) em (A-1), temos as seguintes etapas:

$$e(h_i) = E\left\{\left(z_k - \sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right)^2\right\}. \quad (\text{A-3})$$

(1º) Desenvolvendo o quadrado,

$$e(h_j) = E\left\{z_k^2 - 2z_k \sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i} + \left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right)^2\right\}. \quad (\text{A-4})$$

(2º) Aplicando a lei distributiva,

$$e(h_j) = E\{z_k^2\} - 2E\left\{z_k \sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right\} + E\left\{\left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right)^2\right\}. \quad (\text{A-5})$$

Analisando cada termo de (A-5) obtemos os resultados parciais em etapas descritas a seguir.

$$(1^\circ) \quad E\{z_k^2\} = \phi_{zz}(0). \quad (\text{A-6})$$

Este resultado está baseado na definição de autocorrelação estocástica teórica da série  $z_i$  dada por

$$\phi_{zz}(j) = E\{z_i z_{i-j}\} \quad (\text{para } j=0). \quad (\text{A-7})$$

$$(2^\circ) \quad E\left\{z_k \sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right\} = \sum_{i=0}^{P-1} h_i E\{z_k g_{k-i}\} = \sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{zg}(i). \quad (\text{A-8})$$

Este resultado é baseado na definição da correlação cruzada estocástica teórica

$$\phi_{zg}(j) = E\{z_k g_{k-j}\}. \quad (\text{A-9})$$

$$(3^\circ) \quad E\left\{\left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right)^2\right\} = E\left\{\left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right) \left(\sum_{l=0}^{P-1} h_l g_{k-l}\right)\right\} =$$

$$= \sum_{i=0}^{P-1} \sum_{l=0}^{P-1} h_i h_l E\{g_{k-i} g_{k-l}\} = \sum_{i=0}^{P-1} \sum_{l=0}^{P-1} h_i h_l \phi_{gg}(l-i). \quad (\text{A-10})$$

Substituindo (A-6), (A-7) e (A-8) em (A-5), resulta na expressão

$$e(h_j) = \phi_{zz}(0) - 2 \sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{zg}(i) + \sum_{i=0}^{P-1} \sum_{l=0}^{P-1} h_i h_l \phi_{gg}(l-i). \quad (\text{A-11})$$

Os pontos de inflexão acontecem quando a primeira derivada é igual a zero, e estes pontos de inflexão podem representar o mínimo desejado. Trocando de símbolos  $i = j$  e  $l = j$  nos somatórios por conveniência, o cálculo das derivadas com relação aos coeficientes do filtro é dado pela seguinte expressão:

$$\frac{\partial e(h_j)}{\partial h_j} = -2\phi_{zg}(j) + \sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{gg}(j-i) + \sum_{l=0}^{P-1} h_l \phi_{gg}(l-j). \quad (\text{A-12})$$

Como a autocorrelação é uma função par, isto é,

$$\phi_{gg}(l-j) = \phi_{gg}(j-l), \quad (\text{A-13})$$

a expressão (A-12) é reescrita na forma

$$\frac{\partial e(h_j)}{\partial h_j} = -2\phi_{zg}(j) + 2 \sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{gg}(j-i), \quad (j=0,1,2,\dots,P-1). \quad (\text{A-14})$$

Para minimização, o critério é que as derivadas parciais com relação aos vários  $h_j$  sejam nulas, o que significa também está próximo da solução, isto é

$$\frac{\partial e(h_j)}{\partial h_j} = 0. \quad (\text{A-15})$$

Esta operação resulta nas equações normais

$$\sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{gg}(j-i) = \phi_{zg}(j). \quad (j=0,1,2,\dots,P-1). \quad (\text{A-16})$$

A equação acima é denominada de Wiener-Hopf na forma discretizada, e a sua solução determina os coeficientes  $h_i$  que minimiza a função erro, cujo valor  $e(h_j)$  pode ser calculado.  $\phi_{zg}(i)$  é a parte unilateral positiva da correlação cruzada teórica entre o sinal de entrada e o sinal desejado.

O princípio aplicado para obter a aplicação WHL permite estabelecer várias operações. As descritas neste trabalho são: a deconvolução ao impulso, a deconvolução aos impulsos, o filtro de suavização e o filtro casado.

A expansão da equação (A-16) tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} h_0 \phi_{gg}(0) &+ h_1 \phi_{gg}(-1) &+ h_2 \phi_{gg}(-2) &+ \dots + h_{P-1} \phi_{gg}(-P+1) &= \phi_{zg}(0) \\ h_0 \phi_{gg}(1) &+ h_1 \phi_{gg}(0) &+ h_2 \phi_{gg}(-1) &+ \dots + h_{P-1} \phi_{gg}(-P+2) &= \phi_{zg}(1) \\ h_0 \phi_{gg}(2) &+ h_1 \phi_{gg}(1) &+ h_2 \phi_{gg}(0) &+ \dots + h_{P-1} \phi_{gg}(-P+3) &= \phi_{zg}(2) \\ &\dots &\dots &\dots &\dots \\ h_0 \phi_{gg}(P-1) &+ h_1 \phi_{gg}(P-2) &+ h_2 \phi_{gg}(P-3) &+ \dots + h_{P-1} \phi_{gg}(0) &= \phi_{zg}(P-1) \end{aligned} \quad (\text{A-17})$$

A estrutura matricial correspondente às equações simultâneas acima é dada por:

$$\begin{bmatrix} \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(-1) & \phi_{gg}(-2) & \dots & \phi_{gg}(-P+1) \\ \phi_{gg}(1) & \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(-1) & \dots & \phi_{gg}(-P+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{gg}(P-1) & \phi_{gg}(P-2) & \phi_{gg}(P-3) & \dots & \phi_{gg}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(P-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{zg}(0) \\ \phi_{zg}(1) \\ \vdots \\ \phi_{zg}(P-1) \end{bmatrix}. \quad (\text{A-18})$$

Aplicando a propriedade  $\phi_{zz}(j) = \phi_{zz}(-j)$  para todo  $j$ , obtemos:



$$\begin{bmatrix} \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(1) & \phi_{gg}(2) & \cdots & \phi_{gg}(P-1) \\ \phi_{gg}(1) & \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(1) & \cdots & \phi_{gg}(P-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_{gg}(P-1) & \phi_{gg}(P-2) & \phi_{gg}(P-3) & \cdots & \phi_{gg}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(P-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{zg}(0) \\ \phi_{zg}(1) \\ \vdots \\ \phi_{zg}(P-1) \end{bmatrix}. \quad (\text{A-19})$$

Esta é uma matriz Toeplitz, que por definição é uma matriz simétrica,  $A_{ij} = A_{ji}$ , positiva definida, com propriedades importantes para o cálculo da matriz inversa.

A estrutura matricial é visualizada melhor fazendo  $j$  o índice das linhas e  $i$  o índice da colunas,  $a_{ji} = \hat{\phi}_{gg}(j-i) \approx \phi_{gg}(j-i)$ ,  $c_j = \hat{\phi}_{zg}(j) \approx \phi_{zg}(j)$ , e escrevendo:

$$\begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & \cdots & a_{0,P-1} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,P-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{P-1,0} & a_{P-1,1} & a_{P-1,2} & \cdots & a_{P-1,P-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ h_0 \\ \vdots \\ h_{P-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_0 \\ \vdots \\ c_{P-1} \end{bmatrix}. \quad (\text{A-20})$$

## B - SIMBOLOGIA UTILIZADA

Apresentamos abaixo uma tabela relacionando os símbolos utilizados no presente trabalho com suas definições.

SÍMBOLOS	VARIÁVEL
$x$	Direção de propagação
$h$	Meio afastamento fonte receptor
$\beta_0$	Ângulo de emergência
$K_{NIP}$	Curvatura da onda NIP
$R_{NIP}$	Raio de curvatura da onda NIP
$K_N$	Curvatura da onda N
$R_N$	Raio de curvatura da onda N
$x_m$	Ponto médio
$x_g$	Coordenadas horizontais do geofone
$x_s$	Coordenadas horizontais da fonte
$x_0$	Ponto de observação
$q$	Parâmetro auxiliar
$\mu$	Parâmetro auxiliar, $\mu = K_{NIP} + K_N$
$t_0$	Tempo inicial
$P_0$	Ponto de imagem na seção AN
$g_k$	Traço sísmico observado
$y(t)$	Saída do filtro
$h_k$	Operador de predição
$z_k$	saída desejada
$h_k^*$	Operador erro de predição
$s_k$	Sinal mensagem
$w_k$	Pulso-fonte
$\varepsilon(k, p)$	Função refletividade
$r(k)$	Ruído aditivo

$\lambda, \mu$	Constantes elásticas de Lamé
$\rho$	Densidade
$u_k(t)$	Onda ascendente
$P$	Pressão
$T(p)$	Tempo duplo de trânsito
$t_n$	Tempo-duplo de trânsito de cada camada
$e_n$	Espessura da camada $n$
$v_n$	Velocidade na camada $n$
$X(p)$	Afastamento em termos do parâmetro horizontal do raio
$p$	Parâmetro horizontal do raio
$R_0$	Raio da frente de onda
$v_{RMS}$	Velocidade média-quadrática
$v_{NMO}$	Velocidade de correção sobre-tempo
$\phi_{gg}$	Função autocorrelação da componente observada
$\phi_{zg}$	Função correlação cruzada entre componentes desejada e observada
$\phi_{nn}$	Função autocorrelação da componente ruído
$k, i, j, l$	Contadores
CRS	Superfície-de-reflexão-comum
CS	Fonte-Comum
ZO	Afastamento-nulo
CMP	Ponto-médio-comum
CR	Receptor-comum
CO	Afastamento0comum
ECRS	Empilhamento por superfície-de-reflexão-comum
NIP	Onda hipotética de origem no ponto de incidência normal
N	Onda hipotética gerada com a explosão do refletor
SA	Simulação-de-esfriamento
EPO	Operador erro-de-predição