



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA**

**APROXIMAÇÕES HIPERBÓLICAS DOS TEMPOS DE TRÂNSITO DE
RAIOS PARAXIAIS A UM RAIOS CENTRAL REFLETIDO E DIFRATADO**

Marcos Benedito Caldas Costa

**Belém – Pará
2005**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO POR
Marcos Benedito Caldas Costa

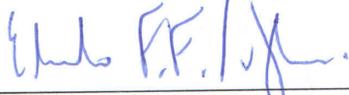
APROXIMAÇÕES HIPERBÓLICAS DOS TEMPOS DE TRÂNSITO DE RAIOS
PARAXIAIS A UM RAIOS CENTRAL REFLETIDO E DIFRATADO

COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

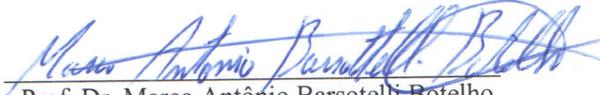
Data de Aprovação: 23/05/2005
Nota: 82% (BOM)
Comitê de Tese:



Prof. Dr. German Garabito Callapino



Prof. Dr. Eduardo Filpo Ferreira da Silva



Prof. Dr. Marco Antônio Barsotelli Botelho

Belém – Pará
2005

Aos meus pais e irmãos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela paz e incentivo que me proporcionou.

Ao Prof. Dr. German Garabito Callapino pela orientação desta dissertação.

A Sra. Benildes Lopes, secretária do curso de Pós-Graduação em Geofísica, pelo apoio da construção desta dissertação e pelo companheirismo, atenção e dedicação que tem com todos os alunos deste curso.

Aos meus pais e irmãos, que sempre me apoiaram e se preocupavam com o desenvolvimento da dissertação.

Aos meus amigos Orguem, Pascoal, Fabio, Caio, Elaine e Talina.

A Camila, pela atenção e carinho.

Ao curso de Pós-Graduação em Geofísica da UFPA.

A todos os amigos do curso, em especial a, Adevaldo, Charles, Manuel e Waldomiro.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	i
AGRADECIMENTOS	ii
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	v
RESUMO	1
ABSTRACT	2
1 INTRODUÇÃO	3
2 TEMPOS DE TRÂNSITO PARAXIAIS	7
2.1 TEORIA GEOMÉTRICA DO RAIOS	7
2.2 MATRIZ PROPAGADORA DO RAIOS	10
2.3 PROPRIEDADES DAS MATRIZES PROPAGADORA DO RAIOS	11
2.3.1 Propriedade da Simplecticidade da Matriz T	11
2.3.2 Regra da Cadeia	12
2.4 DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO PARAXIAL	13
2.4.1 Aproximação Hiperbólica dos Tempos de Trânsito	16
2.5 COORDENADAS DA SUPERFÍCIE DE MEDIÇÃO SÍSMICA	17
2.6 CURVATURAS DE FRENTE DE ONDA	20
2.6.1 Experimento: Fonte Comum e Ponto Médio Comum	20
2.7 INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DOS ELEMENTOS DA MATRIZ PROPAGADORA	22
2.8 APROXIMAÇÕES DOS TEMPOS DE TRÂNSITO EM FUNÇÃO DOS ATRIBUTOS DE FRENTE DE ONDAS	25
2.8.1 Tempos de Trânsito Refletidos	25
2.8.2 Tempos de Trânsito Difractados	26
3 TEMPOS DE TRÂNSITO ASSOCIADO	
A UM RAIOS CENTRAL REFLETIDO E DIFRACTADO	28
3.1 CÁLCULO DOS ATRIBUTOS DE FRENTE DE ONDA	28
3.2 LEIS DE CURVATURAS DE FRENTE DE ONDA	29

3.3 ALGORITMO PARA O CÁLCULO DO ATRIBUTO DE FRENTE DE ONDA K_1	32
3.4 EMPILHAMENTO POR SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO COMUM E SUPERFÍCIE DE DIFRAÇÃO COMUM PARA SEÇÕES COM AFASTAMENTO FINITO.	35
3.5 CONFIGURAÇÕES SÍSMICAS.	40
4 ALGORITMO DO EMPILHAMENTO SRC – AF	45
4.1 ESTUDO DE SENSIBILIDADE DOS ATRIBUTOS DE FRENTE DE ONDAS.	45
4.2 SUPERFÍCIE DE EMPILHAMENTO SDC-AF DEPENDENTE DE TRÊS PARÂMETROS - $T(K_1, \beta_s, \beta_G)$	59
4.3 ALGORITMO DO EMPILHAMENTO SRC-AF.	61
5 DETERMINAÇÃO DA ZONA FRESNEL PROJETADA PELO TEMPO DE TRÂNSITO SRC-AF	64
5.1 ZONA DE FRESNEL.	64
5.2 ZONA DE FRESNEL PROJETADA.	67
6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS.	72
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	74
APÊNDICES.	77
APÊNDICE A - EQUAÇÃO DE HAMILTON NA FORMA ESCALAR.	78
APÊNDICE B - DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO PARABÓLICO.	80
APÊNDICE C - DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO HIPERBÓLICO.	82
APÊNDICE D - EXPANSÃO EM SÉRIE DE TAYLOR DE Δp_G (DIFERENÇA DOS COMPONENTES HORIZONTAIS VAGAROSIDADE).	84
APÊNDICE E - CÁLCULO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ PROPAGADORA EM FUNÇÃO DAS CURVATURAS DE FRENTE DE ONDA.	86

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS

- Figura 2.1 Meio isotrópico homogêneo, 2-D, com interfaces suaves. O raio central (cor azul) passa através deste meio iniciando na superfície anterior no ponto S e emergindo no ponto G. O raio paraxial (cor vermelha) está na vizinhança do raio central, iniciando no ponto \bar{S} e emergindo no ponto \bar{G} 09
- Figura 2.2 Construção das projeções do vetor vagarosidade \vec{p}_S : O vetor vagarosidade \vec{p}_S é primeiramente projetado na tangente à superfície anterior no ponto \bar{S} . Depois disso, o vetor resultante é projetado na tangente à superfície anterior no ponto S. 10
- Figura 2.3 Modelo bidimensional para uma superfície de medição encurvada, contendo os raios central SRG e paraxial \overline{SRG} , onde o ponto inicial S é a origem do eixo local x_S e o ponto final G é a origem do eixo local x_G , sendo ambos tangentes a superfície de medição na fonte S e no receptor G. 13
- Figura 2.4 Raio arbitrário se propagando ao longo de um sistema sísmico. Partindo do ponto O (meio homogêneo), atravessando um meio qualquer até o ponto O' (meio homogêneo). 14
- Figura 2.5 Modelo 2-D composto por três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves, onde x_S e x_G denotam as coordenadas da fonte e do receptor do raio central (cor verde) com x_0 e h_0 denotando as coordenadas ponto médio e meio afastamento deste raio. \bar{x}_S e \bar{x}_G denotam as coordenadas da fonte e do receptor do raio paraxial (cor vermelha) com x_m e h denotando as coordenadas ponto médio e meio afastamento entre eles. Os ângulos β_S e β_G denotam, respectivamente, o ângulo com a normal à superfície do raio central na fonte e no receptor em relação a normal da superfície de medição.. 18

Figura 2.6	Modelo 2-D composto por três camadas homogêneas por interfaces suaves. Para ambos experimentos o raio central SG é representado com cor verde e o raio paraxial \overline{SG} com cor vermelha: (a) Propagação da frente de onda do experimento FC em diferentes instantes de tempo, (b) Propagação das frentes de ondas do experimento PMC em diferentes instantes de tempo. . . .	21
Figura 2.7	Uma frente de onda circular (cor azul) com centro no ponto M emergindo no receptor G do raio central com curvatura K_G . O vetor vagarosidade \vec{p}_G do raio central é descrito de cor verde e o vetor vagarosidade $\vec{\bar{p}}_G$ do raio paraxial é descrito em vermelho suas componentes horizontais são representadas por p_G e \bar{p}_G (modificado de Bergler et al., 2001).	23
Figura 3.1	Propagação de uma frente de onda através de uma camada com velocidade constante	29
Figura 3.2	Propagação das curvaturas das frente de onda através do sistema sísmico.(a) Transmissão e (b) Reflexão.. . . .	30
Figura 3.3	Convenção dos sinais das curvaturas das (a) frentes de onda e (b) interfaces.	31
Figura 3.4	Modelo composto por $(n+1)$ -interfaces para calcular as curvaturas de frentes de onda K_1 , K_2 e K_3 . A figura ilustra a propagação, transmissão e reflexão relacionada a curvatura K_1 do experimento FC.	32
Figura 3.5	Parte inferior (frontal): meio 2-D com três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves e um raio central (linha de cor vermelha), com afastamento-finito, onde x_0 é o ponto médio, h_0 é o meio afastamento. Parte superior: são mostradas as curvas de tempo de trânsito para diferentes afastamentos comuns (cor azul) referidas as reflexões primárias da segunda interface, tendo a aproximação SRC-AF (cor vermelha) associado ao ponto P_0	37

Figura 3.6	Parte inferior (frontal): meio 2-D com três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves e um raio central com afastamento-finito, onde x_0 é o ponto médio, h_0 é o meio-afastamento. Parte superior: são mostradas as curvas de tempo de trânsito para diferentes afastamentos comuns (cor azul) referida as reflexões primárias da segunda interface, tendo o operador de empilhamento SDC (cor verde) associado ao ponto P_0	39
Figura 3.7	Seção PMC correspondente à coordenada 2,25 Km. A linha de cor vermelha corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.6). Para esta configuração a curva dos tempos de trânsito considerando um ponto de difração coincide com a curva vermelha que considera um ponto de reflexão em profundidade.	41
Figura 3.8	Seção com AC de 1.0 km. A linha de cor vermelha corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.7) e a linha verde corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.8).	42
Figura 3.9	Seção fonte comum. A linha de cor vermelha corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.9) e a linha verde corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.10)	43
Figura 3.10	Seção receptor-comum. A linha de cor vermelha corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.11) e a linha verde corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.12).	44
Figura 4.1	Sensibilidade através da primeira derivada da aproximação hiperbólica do tempo de trânsito SRC-AF com respeito as curvaturas: K_1 na parte superior, K_2 na parte média e de K_3 na parte inferior, sendo os meios afastamentos de $h = 0,0$ Km (cor azul), $h = 0,25$ Km (cor magenta), $h = 0,5$ Km (cor ciano), $h = 0,75$ Km (cor verde) e $h = 1,0$ Km (cor vermelho)..	48
Figura 4.2	Sensibilidade através da primeira derivada da aproximação hiperbólica do tempo de trânsito SRC-AF com respeito aos ângulos: β_S na parte superior e de β_G na parte inferior, sendo os meios afastamentos de $h = 0,0$ Km (cor azul), $h = 0,25$ Km (cor magenta), $h = 0,5$ Km (cor ciano), $h = 0,75$ Km (cor verde) e $h = 1,0$ Km (cor vermelho).	49

Figura 4.3	Sensibilidade através da primeira derivada da aproximação hiperbólica do tempo de trânsito SDC-AF com respeito as curvaturas: K_2 na parte superior e de K_3 na parte inferior, sendo os meios afastamentos de $h = 0,0$ Km (cor azul), $h = 0,25$ Km (cor magenta), $h = 0,5$ Km (cor ciano), $h = 0,75$ Km (cor verde) e $h = 1,0$ Km (cor vermelho)	50
Figura 4.4	Sensibilidade através da primeira derivada da aproximação hiperbólica do tempo de transito SDC-AF com respeito aos ângulos: β_S na parte superior e de β_G na parte inferior, sendo os meios afastamentos de $h = 0,0$ Km (cor azul), $h = 0,25$ Km (cor magenta), $h = 0,5$ Km (cor ciano), $h = 0,75$ Km (cor verde) e $h = 1,0$ Km (cor vermelho)..	51
Figura 4.5	Sensibilidade na superfície do empilhamento SRC-AF mediante a perturbação dos parâmetros K_1 e K_2 . (a) Perturbação do parâmetro K_1 correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original (b) Perturbação do parâmetro K_2 correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original. As superfícies transparentes: de cor vermelha corresponde aos valores originais, a superfície de cor alaranjado +30 % e a superfície de cor violeta - 30 % do valor original.. . . .	54
Figura 4.6	Sensibilidade na superfície do empilhamento SRC-AF mediante a perturbação do parâmetro K_3 . Perturbação do parâmetro K_3 correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original. As superfícies transparentes: de cor vermelha corresponde aos valores originais, a superfície de cor alaranjado +30 % e a superfície de cor violeta - 30 % do valor original.	55
Figura 4.7	Sensibilidade na superfície do empilhamento SRC-AF mediante a perturbação dos parâmetros β_S e β_G . (a) Perturbação do parâmetro β_S correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original (b) Perturbação do parâmetro β_G correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original. As superfícies transparentes: de cor vermelha corresponde aos valores originais, a superfície de cor alaranjado +30 % e a superfície de cor violeta - 30 % do valor original.	56

Figura 4.8	Sensibilidade na superfície do empilhamento SDC-AF mediante a perturbação dos parâmetros K_2 e K_3 . (a) Perturbação do parâmetro K_1 correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original (b) Perturbação do parâmetro K_2 correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original. As superfícies transparentes: de cor verde corresponde aos valores originais, a superfície de cor amarelo +30 % e a superfície de cor azul - 30 % do valor original.	57
Figura 4.9	Sensibilidade na superfície do empilhamento SDC-AF mediante a perturbação dos parâmetros β_S e β_G . (a) Perturbação do parâmetro β_S correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original (b) Perturbação do parâmetro β_G correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original. As superfícies transparentes: de cor verde corresponde aos valores originais, a superfície de cor amarelo +30 % e a superfície de cor azul - 30 % do valor original.	58
Figura 4.10	Parte inferior (frontal) - meio 2-D com três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves e um raio central, com afastamento-finito, onde x_0 e o ponto médio, h_0 e o meio-afastamento. Parte superior: são mostradas as curvas de tempo de trânsito (AC) (cor azul) referida as reflexões primárias da segunda interface, tendo o operador de empilhamento SDC-AF com $K_2 = 0$ (cor verde) associado ao ponto P_0	60
Figura 4.11	Fluxograma do algoritmo de empilhamento SRC-AF.	63
Figura 5.1	Diferença do tempo de trânsito t_R do raio refletido em R (SRG) e do tempo de trânsito t_D dos raios difratados em \bar{D}_1 e $\bar{D}_2(S\bar{D}_1G)$ e $(S\bar{D}_2G)$ define a primeira zona de Fresnel.	65
Figura 5.2	Ilustração de um raio especular refletido SRG, a zona de Fresnel em profundidade, os raios paraxiais a zona de Fresnel projetada. O ponto R^* é um ponto estacionário pertencente à curva de reflexão. Os pontos (paraxiais) em subsuperfície $\bar{\xi}_1$ e $\bar{\xi}_2$ pertencem à própria curva de reflexão.	68

RESUMO

A simulação de uma seção sísmica de afastamento nulo (AN) a partir de dados de cobertura múltipla para um meio 2-D, através do empilhamento, é um método de imageamento de reflexão sísmica muito utilizado, que permite reduzir a quantidade de dados e melhorar a razão sinal / ruído.

Baseado na aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito dependente de três parâmetros ou atributos cinemáticos de frentes de onda, recentemente, vem desenvolvendo-se um novo método para simular seções (AN) chamado método de empilhamento sísmico por Superfície de Reflexão Comum (ou empilhamento SRC). Também, seguindo este novo conceito de imageamento sísmico está surgindo um método para simular seções com afastamento comum (AC) a partir de dados de cobertura múltipla usando aproximações dos tempos de trânsito paraxiais na vizinhança de um raio central com afastamento finito. Esta nova aproximação dos tempos de trânsito depende de cinco atributos cinemáticos.

Neste trabalho, a partir da aproximação dos tempos de trânsito paraxiais em relação a um raio central com afastamento finito, derivamos uma nova equação do tempo de trânsito usando a condição de um ponto difrator em profundidade, reduzindo a equação original para quatro parâmetros. Para ambas aproximações (reflexão e difração), mostramos a superfície de empilhamento SRC com afastamento finito (SRC-AF). Considerando um modelo sintético, realizamos um estudo comparativo das aproximações dos tempos de trânsito para as quatro configurações sísmicas (fonte comum (FC), receptor comum (RC), ponto-médio-comum (PMC) e afastamento comum (AC)).

Para analisar o comportamento do operador SRC-AF, quando este é perturbado, discutimos sua sensibilidade em relação a cada um dos cinco parâmetros (K_1 , K_2 , K_3 , β_S e β_G). Esta análise de sensibilidade é realizada em duas formas: Sensibilidade através da primeira derivada e Sensibilidade no Empilhamento SRC-AF. Após realizar a análise de sensibilidade utilizamos uma nova condição, $K_2 = 0$ e assim, obtemos uma nova aproximação, agora dependente de três parâmetros.

Usando essas aproximações hiperbólicas (em função de cinco, quatro e três parâmetros), propomos um algoritmo para a simulação de seções AC a partir de dados de cobertura múltipla.

Finalmente, é apresentado um estudo da zona de Fresnel, com o objetivo de determinar a delimitação da abertura da superfície de empilhamento SRC-AF.

ABSTRACT

The simulation of a zero-offset seismic (ZO) section from multicoverage, through of stack, is a very used method of seismic reflection imaging, that reduce the amount of data and is aimed to improve the signal/noise ratio. Based on hyperbolic traveltimes approximation depending on three kinematic attributes, recently, it was developed a new method to simulate zero-offset (ZO) sections called common reflection surface stack (CRS) method. Also, following this new concept of seismic imaging it was introduced a method to simulate common-offset (CO) sections from multicoverage data by using a paraxial traveltimes approximation for paraxial rays in the vicinity of the finite-offset central ray. This new traveltimes approximation depend on five kinematic attributes.

In this work, from the hyperbolic paraxial traveltimes approximation with finite-offset central ray, we derive a new formula of traveltimes approximation by using the diffraction point condition, reducing the original formula to four parameters. For both approximations, that's for reflection and diffractions, we show the finite-offset FO-CRS stack operators. We, also obtain these formulas to the four seismic configurations (common-shot (CS), common-receiver (CR), common-midpoint (CMP) and common-offset (CO)).

To analyse behaviour FO-CRS stack, when this is perturbed, we debatable the sensibility with respect to each one the five parameters (K_1 , K_2 , K_3 , β_S and β_G). This sensibility analysis was performed in two ways: Sensibility through the disturbance of each parameter visualized in the stacking surfaces FO-CRS- and FO-CDS, and the first derivative of the traveltimes FO-CRS and FO-CDS. After realize the sensibility analysis, we utility a new condition, $K_2 = 0$ and therefore, we obtained a new approximation, now depend on three parameters. Using that hyperbolic traveltimes approximations (in function of five, four and three parameters), we propose an algorithm multicoverage seismic reflection data. Finally, is presented a studied of Fresnel zone, to delimit the aperture of FO-CRS stacking surface.

1 – INTRODUÇÃO

Dentro dos métodos de imageamento sísmico utilizados na indústria de petróleo para obter uma imagem da subsuperfície destacam-se o empilhamento sísmico PMC (Ponto Médio Comum) e a migração pré e pós-empilhamento no domínio do tempo e da profundidade. Neste trabalho será abordado apenas o processo relacionado ao empilhamento sísmico. O procedimento básico do empilhamento consiste em somar (empilhar) dados sísmicos pertencentes a eventos de interesse ao longo das curvas de tempo de trânsito. O empilhamento PMC permite simular seções sísmicas com afastamento nulo (AN) a partir de dados sísmicos de cobertura múltipla.

No processamento sísmico convencional utilizado na indústria, a simulação de uma seção AN é realizada por meio da técnica PMC cuja seqüência de processamento compreende as seguintes etapas principais: a análise de velocidade, silenciamento ou muting, a correção *normal moveout* (NMO), correção *dip moveout* (DMO) e o empilhamento horizontal de traços. O processo de empilhamento PMC, que depende do modelo de velocidade, não produz resultados satisfatórios quando é aplicado em meios complexos, como por exemplo, em meios com fortes variações laterais de velocidades.

Em contraste ao empilhamento PMC, existem outros métodos de imageamento que não dependem de modelo de velocidade e que podem ser aplicados em dados de meios heterogêneos produzindo resultados satisfatórios. Podemos citar os métodos: Imageamento Homeomórfico Multifoco (Gelchinsky et al., 1999a,b), Elemento de Reflexão Comum (ERC) (Cruz et al., 1999), Elemento de Evoluta Comum (EEC), Ponto de Tiro Comum (PTC) (Gelchinsky & Keydar 1999; Gelchinsky et al., 1999a,b) e Empilhamento por Superfície de Reflexão Comum (SRC) (Müller, 1999; Jäger et al., 2001; Garabito et al., 2001; Garabito et al., 2003). Essas alternativas podem fornecer melhorias em relação ao empilhamento convencional PMC e fornecem também atributos de frentes de ondas hipotéticas que podem ser usados para a determinação do modelo de velocidade, Zona de Fresnel, etc.

Para a simulação de seções AN através do método de Empilhamento por Superfícies de Reflexão Comum (SRC), a fórmula de aproximação hiperbólica dos tempos de transito é usada

para calcular as superfícies ou curvas de empilhamento. Para meios 2D o operador de empilhamento SRC depende de três atributos cinemáticos de frentes de onda ou parâmetros que são: o ângulo de emergência do raio central com fonte-receptor nulo (β_0), o raio de curvatura da onda ponto de incidência normal (R_{PIN}) e o raio de curvatura da onda normal (R_N). Estes três parâmetros, que estão associados a cada ponto de amostragem da seção AN, são determinados, a partir dos dados sísmicos de cobertura múltipla, por meio de processos de otimização e análise de coerência utilizando estratégias que envolvem processos de busca de um, dois ou três parâmetros. Portanto, o problema de otimização no método SRC consiste na busca do trio de parâmetros (β_0, R_{PIN}, R_N) , a partir dos dados sísmicos, que definem a superfície de empilhamento que melhor se ajusta aos eventos sísmicos.

Este novo formalismo pode ser estendido para construir seções de afastamento comum (AC) a partir de dados de cobertura múltipla usando aproximações dos tempos de trânsito paraxiais na vizinhança de um raio central com afastamento finito, que depende de cinco atributos cinemáticos de frentes de onda (Zhang, *et al.*, 2001 e Bergler *et al.*, 2001): K_1 - curvatura da frente de onda gerada pela fonte S e medida no receptor G, realizada no experimento FC (Fonte Comum), K_2 - curvatura da frente de onda realizada no experimento hipotético PMC, medida no receptor G, K_3 - curvatura da frente de onda realizada no experimento hipotético PMC, medida na fonte S, β_S - ângulo de partida do raio central na fonte S e β_G - ângulo de emergência do raio central no receptor G.

Para diferenciar a superfície SRC do método de empilhamento SRC para simulação de seções AN referido como SRC-AN, denominaremos a superfície de empilhamento ou operador associado a um raio central com afastamento finito de operador SRC-AF. Similar ao método de empilhamento SRC AN, esses cinco parâmetros ou atributos podem ser determinados a partir de dados sísmicos por meio de processos de otimização e análise de coerência utilizando estratégias que envolvem processos de busca do conjunto $(K_1, K_2, K_3, \beta_S$ e $\beta_G)$. Essa busca pode envolver algoritmos de otimização global e local cuja solução demanda um grande esforço computacional.

Neste trabalho com base na aproximação de Zhang (2001) dependente de cinco parâmetros e associado a um raio central com reflexão primária, apresentamos uma particularização para o caso de um ponto difrator em profundidade, reduzindo assim esta aproximação hiperbólica para quatro parâmetros. Considerando um modelo sintético, mostramos graficamente ambas superfícies de empilhamento. Por outro lado, apresentamos uma particularização destas

aproximações para as quatro configurações mais comuns (fonte comum (FC), receptor comum (RC), ponto-médio-comum (PMC) e afastamento comum (AC)).

Para analisar o comportamento do operador SRC-AF, quando este é perturbado, discutimos sua sensibilidade em relação a cada um dos cinco parâmetros (K_1 , K_2 , K_3 , β_S e β_G). Esta análise de sensibilidade é realizada em duas formas: Sensibilidade através da primeira derivada e Sensibilidade na superfície de Empilhamento SRC-AF. Após realizar a análise de sensibilidade utilizamos uma nova condição, $K_2 = 0$ e assim, obtemos uma nova aproximação, agora dependente de três parâmetros. Considerando o mesmo modelo sintético, também mostramos graficamente esse operador de empilhamento.

Com base nessas aproximações hiperbólicas (em função de cinco, quatro e três parâmetros), finalmente, propomos um algoritmo para a simulação de seções AC a partir de dados de cobertura múltipla.

Com o intuito de determinar as dimensões adequadas do operador ou da superfície de empilhamento SRC-AF, foi realizado um estudo das zonas de Fresnel em 2D, e posteriormente a zona de Fresnel projetada.

ESTRUTURA DA TESE:

Além deste capítulo introdutório, o corpo desta tese é composto pelos seguintes capítulos:

Capítulo 2: Apresenta a derivação do tempo de trânsito paraxial com o objetivo de chegarmos na aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito para raios paraxiais na vizinhança de um raio central refletido com afastamento fonte-receptor finito em função de cinco parâmetros. Além disso, são apresentados experimentos que explicam a propagação das frentes de ondas. Finalmente, a aproximação hiperbólica dos tempos para raios refletidos é particularizada para um ponto difrator em profundidade.

Capítulo 3: Trata a formulação teórica para calcular os atributos de frentes de onda envolvidos na equação geral do tempo trânsito hiperbólico. São mostrados graficamente os dois operadores de empilhamento tratados no capítulo anterior e é realizado um estudo comparativo desses operadores utilizando as configurações sísmicas mais comuns.

Capítulo 4: É feito um estudo analítico em relação a cada parâmetro da equação hiperbólica dos tempos de trânsito através da análise de sensibilidade. É mostrado graficamente o operador SRC-AF dependente de três parâmetros, e finalmente, é apresentado um algoritmo de empilhamento SRC-AF para a simulação de seções AC a partir dos dados de cobertura múltipla.

Capítulo 5: Apresenta um estudo das zonas de Fresnel em 2D, e posteriormente a zona de Fresnel projetada. Através de algumas condições, obtem-se uma expressão para estimar o tamanho das curvas que formam a superfície de empilhamento SRC-AF.

Capítulo 6: Conclusões e as perspectivas referente ao algoritmo de empilhamento SRC-AF proposto nesta dissertação.

Apêndice A: Equação de Hamilton na forma escalar.

Apêndice B: Derivação do Tempo de Trânsito Parabólico.

Apêndice C: Derivação do Tempo de Trânsito Hiperbólico.

Apêndice D: Expansão em série de Taylor de Δp_G . (Diferença dos componentes horizontais vagarosidade)

Apêndice E: Cálculo dos elementos da matriz propagadora em função das curvaturas de frentes de onda.

2 - TEMPOS DE TRÂNSITO PARAXIAIS

Neste capítulo, fazemos o desenvolvimento detalhado da equação do tempo de trânsito paraxial utilizando a Teoria do Raio Paraxial para um sistema sísmico. A derivação do tempo de trânsito paraxial tem como objetivo chegarmos na aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito para raios paraxiais na vizinhança de um raio central refletido com afastamento fonte-receptor finito em função de cinco parâmetros ou atributos de frentes de onda. Também neste capítulo são apresentados experimentos que explicam a propagação das frentes de ondas hipotéticas, as quais pertencem aos atributos de frentes de onda. Por fim, a aproximação hiperbólica dos tempos para raios refletidos é particularizada para um ponto difrator em profundidade.

2.1 TEORIA GEOMÉTRICA DO RAIOS

Nas seguintes considerações, suponhamos um meio 2-D composto por camadas homogêneas e isotrópicas separadas por interfaces suavemente curvadas. Neste meio denominado de sistema sísmico os raios que partem de uma superfície, onde estão localizadas as fontes, é denominado de superfície anterior e os que atingem uma superfície inferior a esta, onde estão localizados os receptores, é denominada superfície posterior, como mostra a Figura (2.1). O raio SG que parte do ponto fonte S que atravessa o sistema sísmico e emerge no receptor G é denominado raio central. Próximo ao raio central SG, temos o raio formado pelo ponto fonte \bar{S} e o receptor \bar{G} que juntos dão origem ao raio \overline{SG} denominado raio paraxial.

Para descrever a trajetória desses raios, introduzimos dois sistemas de coordenadas localmente definidos (Figura 2.1). O primeiro sistema de coordenada cartesiana bidimensional (x,z) com sua origem em 0 é escolhido de tal maneira que o eixo x é tangente à superfície anterior passando pelo ponto fonte S e o eixo z perpendicular ao eixo x . O segundo sistema de coordenada (x',z') com sua origem em $0'$ tem o eixo x' tangente à superfície posterior passando pelo receptor G. As quantidades medidas no sistema de coordenada (x,z) que não estão primados se referem à

superfície anterior, enquanto os sistemas de coordenada (x', z') uma vez primados correspondem à superfície posterior.

O raio central SG é definido pelos vetores posição e vagarosidade no ponto fonte S e no receptor G. Da mesma maneira, o raio paraxial \overline{SG} é definido na superfície anterior em \overline{S} e na superfície posterior em \overline{G} . Para o raio central é conhecido o vetor posição \vec{x}_S e o vetor vagarosidade \vec{p}_S em S e o vetor posição \vec{x}'_G e o vetor vagarosidade \vec{p}'_G em G. De maneira similar, o raio paraxial \overline{SG} em \overline{S} são determinados por \vec{x}_S e \vec{p}_S em \overline{G} por \vec{x}'_G e \vec{p}'_G .

Este vetor vagarosidade do raio paraxial no ponto inicial é definido por como v^{-1} vezes o vetor unitário na direção inicial do mesmo, onde v é a velocidade no ponto inicial.

Conhecendo-se as duas superfícies (anterior e posterior) e as velocidades v_S e v_G nos pontos S e G, respectivamente, é possível reduzir os vetores posição e vagarosidade para seus valores escalares. Posteriormente, estes vetores podem ser reconstruídos a partir dos seus correspondentes valores escalares.

Os componentes escalares dos vetores posição $\vec{x}_S, \vec{x}'_S, \vec{x}'_G, \vec{x}_G$ e dos vetores vagarosidade \vec{p}_S e \vec{p}'_G podem ser obtidos por uma projeção direta na direção z sobre o eixo- x (Figura 2.1).

No caso dos vetores vagarosidade \vec{p}_S e \vec{p}'_G o componente escalar pode ser obtido por meio de uma projeção em cascata.

Na Figura (2.2), observa-se que o vetor vagarosidade \vec{p}_S é projetado na tangente à superfície anterior passando pelo ponto \overline{S} . O vetor resultante é projetado na tangente à superfície anterior passando pelo ponto S que coincide com o eixo x do sistema de coordenada cartesiana (x, z) . De forma análoga pode ser obtido o componente escalar do vetor \vec{p}'_G .

Presumindo o raio central SG conhecido, pode-se calcular aproximadamente qualquer raio paraxial \overline{SG} usando a teoria paraxial do raio. Os parâmetros que descrevem o raio paraxial com relação ao raio central conhecido é a distância e a diferença (desvio) do vetor vagarosidade com relação ao raio central. Segundo a teoria paraxial do raio, os valores destes parâmetros na superfície anterior são linearmente dependentes sobre os seus similares na superfície posterior.

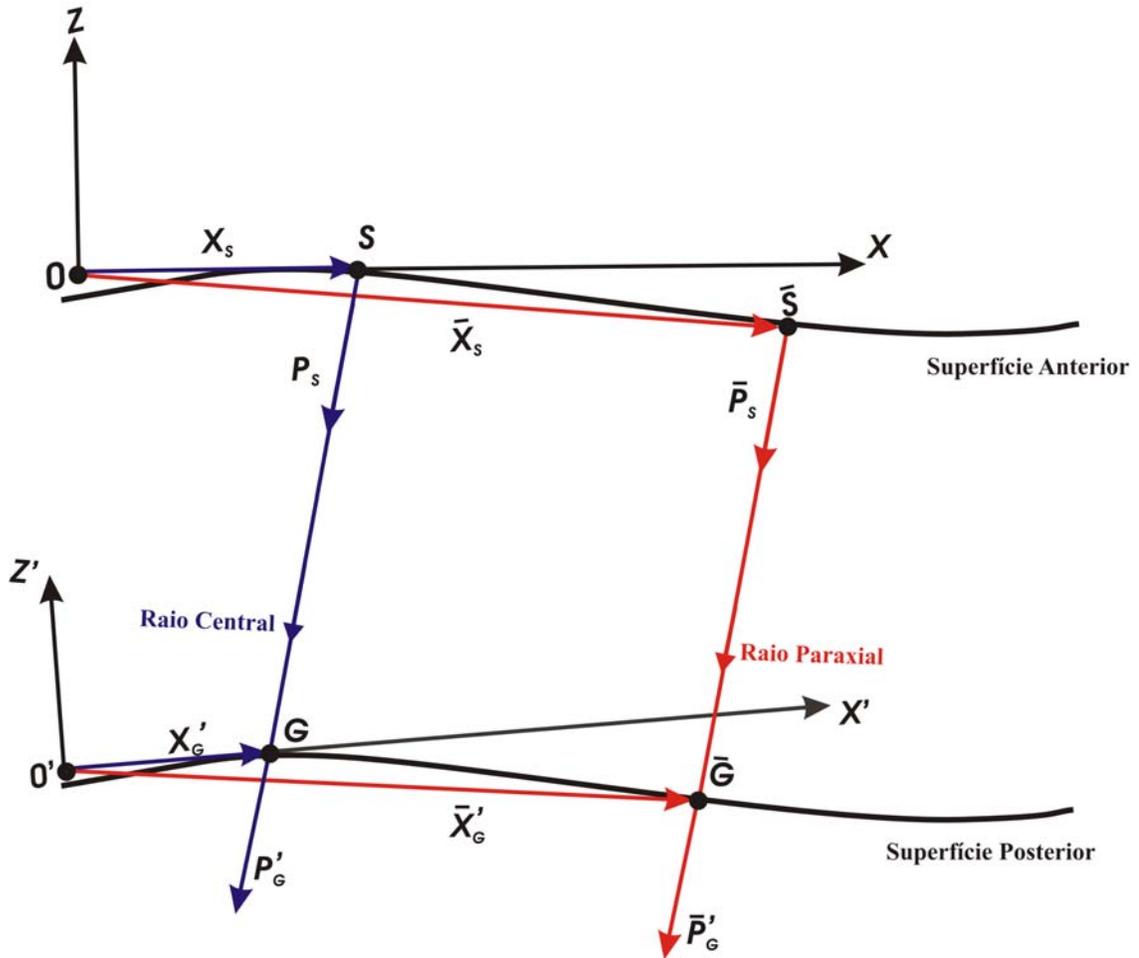


Figura 2.1 – Meio isotrópico homogêneo, 2-D, com interfaces suaves. O raio central (cor azul) passa através deste meio iniciando na superfície anterior no ponto S e emergindo no ponto G. O raio paraxial (cor vermelha) está na vizinhança do raio central, iniciando no ponto \bar{S} e emergindo no ponto \bar{G} .

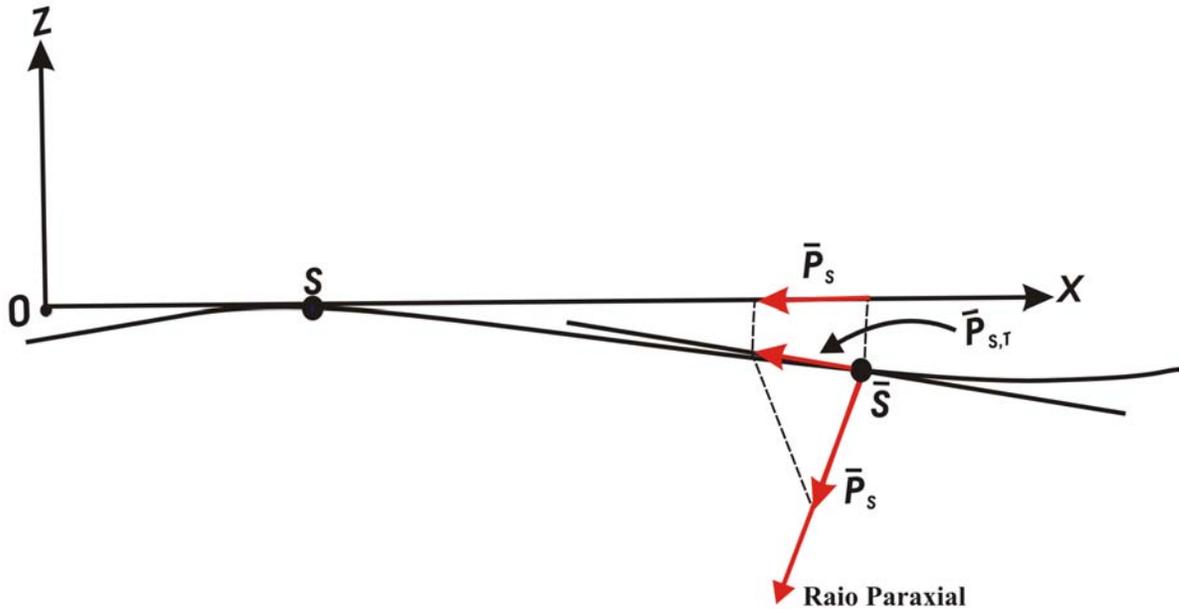


Figura 2.2 – Construção das projeções do vetor vagarosidade \vec{p}_s : O vetor vagarosidade \vec{p}_s é primeiramente projetado na tangente à superfície anterior no ponto \bar{S} . Depois disso, o vetor resultante é projetado na tangente à superfície anterior no ponto S.

2.2 MATRIZ PROPAGADORA DO RAIOS

Presumindo um raio central conhecido (seja ele transmitido ou refletido) por meio da teoria paraxial do raio, pode ser descrito aproximadamente qualquer raio paraxial $\bar{S}\bar{G}$ na vizinhança do raio central.

Segundo o formalismo de Bortfeld (1989), para a representação da propagação, em 2D, o raio central e todos os raios paraxiais a este podem ser descritos por meio da matriz propagadora

$$\underline{\mathbb{T}} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

onde A , B , C e D são quantidades escalares que caracterizam o raio central (Bortfeld 1989). A matriz propagadora $\underline{\mathbb{T}}$ fixa uma relação linear entre os pares de vetores $(\Delta x'_G, \Delta p'_G)^T$ e $(\Delta x_S, \Delta p_S)^T$. Esses pares de vetores descrevem completamente o raio paraxial no ponto inicial \bar{S} sobre a superfície anterior e no ponto final \bar{G} sobre a superfície posterior. A relação linear pode ser expressa na seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \Delta x'_G \\ \Delta p'_G \end{pmatrix} = \underline{T} \begin{pmatrix} \Delta x_S \\ \Delta p_S \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Da mesma forma podemos expressar como

$$\Delta x'_G = A \Delta x_S + B \Delta p_S, \quad (2.3a)$$

$$\Delta p'_G = C \Delta x_S + D \Delta p_S, \quad (2.3b)$$

sendo

$$\Delta x_S = \bar{x}_S - x_S \quad \text{e} \quad \Delta x'_G = \bar{x}'_G - x'_G \quad (2.4)$$

os deslocamentos da fonte paraxial \bar{S} e do receptor paraxial \bar{G} ao longo do eixo x e x' com relação a fonte S e o receptor G do raio central. De forma similar,

$$\Delta p_S = \bar{p}_S - p_S \quad \text{e} \quad \Delta p'_G = \bar{p}'_G - p'_G, \quad (2.5)$$

são os deslocamentos das componentes horizontais do vetor vagarosidade do raio paraxial com relação ao raio central.

Utilizando as equações (2.3) e (2.5) chegamos na seguinte relação

$$\Delta x'_G = A \Delta x_S + B \Delta p_S \Rightarrow \Delta x'_G = A \Delta x_S + B(\bar{p}_S - p_S)$$

$$\bar{p}_S = p_S + B^{-1} \Delta x'_G - B^{-1} A \Delta x_S \quad (2.6a)$$

$$\Delta p'_G = C \Delta x_S + D \Delta p_S \Rightarrow \bar{p}'_G - p'_G = C \Delta x_S + D \Delta p_S$$

$$\bar{p}'_G = p'_G + C \Delta x_S + D B^{-1} \Delta x'_G - D B^{-1} A \Delta x_S \quad (2.6b)$$

2.3 PROPRIEDADES DAS MATRIZES PROPAGADORA DO RAI0

2.3.1 Propriedade da Simplecticidade da Matriz \underline{T}

Esta propriedade é considerada uma propriedade global elementar do sistema sísmico (Bortfeld, 1989) e é aplicada na obtenção das aproximações dos tempos de trânsito de raios paraxiais (Bortfeld, 1989, Hubral et al., 1992a), zona de Fresnel (Hubral et al., 1992a, Hubral et al., 1993) e etc. Esta propriedade determina que o inverso da matriz propagadora \underline{T} pode ser escrita como:

$$\underline{T}^{-1} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

onde,

$$\underline{T}\underline{T}^{-1} = I \text{ ou } \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Assim, satisfazendo a relação (2.8) as matrizes propagadoras estabelecem propriedades da symplecticidade expressas pelas seguintes equações:

$$CD - DC = 0 \quad (2.9)$$

$$BA - AB = 0 \quad (2.10)$$

$$AD - BC = 1 \quad (2.11)$$

$$DA - CB = 1, \quad (2.12)$$

implicando que \underline{T} possui três valores independentes.

2.3.2 Regra da Cadeia

Para a aplicação das matrizes propagadoras em problemas sísmicos de reflexão, é necessário definir uma propriedade fundamental denominada regra da cadeia, esta regra estabelece que para qualquer ponto R ao longo do raio central SG (Figura 2.3) a matriz propagadora \underline{T} satisfaz a seguinte equação:

$$\underline{T}(G, S) = \underline{T}(G, R)\underline{T}(R, S), \quad (2.13)$$

onde, $\underline{T}(R, S)$ denota a matriz propagadora do primeiro ramo de raio SR e $\underline{T}(G, R)$ do segundo ramo de raio RG, as quais constrói o raio central SRG.

A equação (2.13) é válida para todos as posições do ponto R, não importando se o ponto R está localizado precisamente sobre uma interface refletora ou transmissora, ou até mesmo em uma interface fictícia introduzida arbitrariamente, podendo ou não coincidir com as interfaces refletora e transmissora.

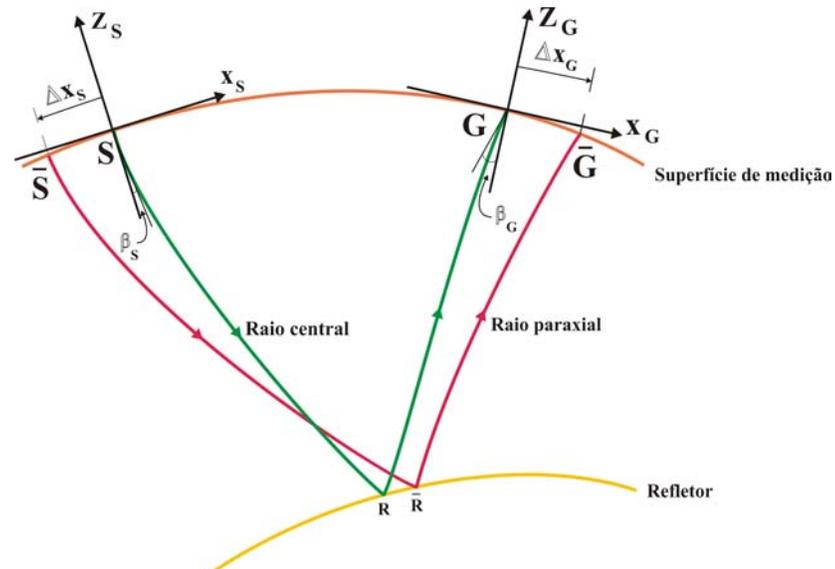


Figura 2.3- Modelo bidimensional para uma superfície de medição encurvada, contendo os raios central \overline{SRG} e paraxial $\overline{SR\bar{G}}$, onde o ponto inicial S é a origem do eixo local x_s e o ponto final G é a origem do eixo local x_G , sendo ambos tangentes a superfície de medição na fonte S e no receptor G. (Modificado Chira et al., 2001)

2.4 DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO PARAXIAL

A propagação de um raio arbitrário ao longo de um sistema sísmico pode ser encarado a partir dos conceitos da óptica geométrica, onde através das leis da reflexão e refração de um raio de luz pode ser interpretado pelo princípio de Fermat.

Fermat formulou seu princípio da seguinte forma: “A trajetória seguida por um raio luminoso entre dois pontos é aquela que é percorrida no menor intervalo de tempo possível”.

Para nossa situação em que consideramos um sistema sísmico, conforme a Figura (2.4), o princípio de Fermat poder aplicado primeiramente à análise de refração, onde se pretende minimizar o tempo t que o raio arbitrário demora a se propagar do ponto O até o ponto O' . Assim, para derivar um expressão do tempo de percurso ou tempo de trânsito $t(\overline{S}, \overline{G})$ ao longo do raio paraxial $\overline{S\bar{G}}$ na vizinhança do raio central escolhido, usamos a seguinte equação cinemática:

$$\bar{p}_s \cdot d(\Delta \bar{x}_s) = dt, \quad (2.14)$$

onde dt é a diferença do tempo mínimo entre os pontos inicial O e final O' , $\vec{\bar{p}}_S$ é o vetor vagarosidade do raio paraxial a partir do ponto S e $d(\Delta\bar{x}_S)$ o vetor deslocamento ao longo do segmento $\overline{S\bar{S}}$ originado de uma pequena perturbação do meio, quando o raio parte do ponto O (meio homogêneo) para os pontos S e \bar{S} atravessando um meio qualquer.

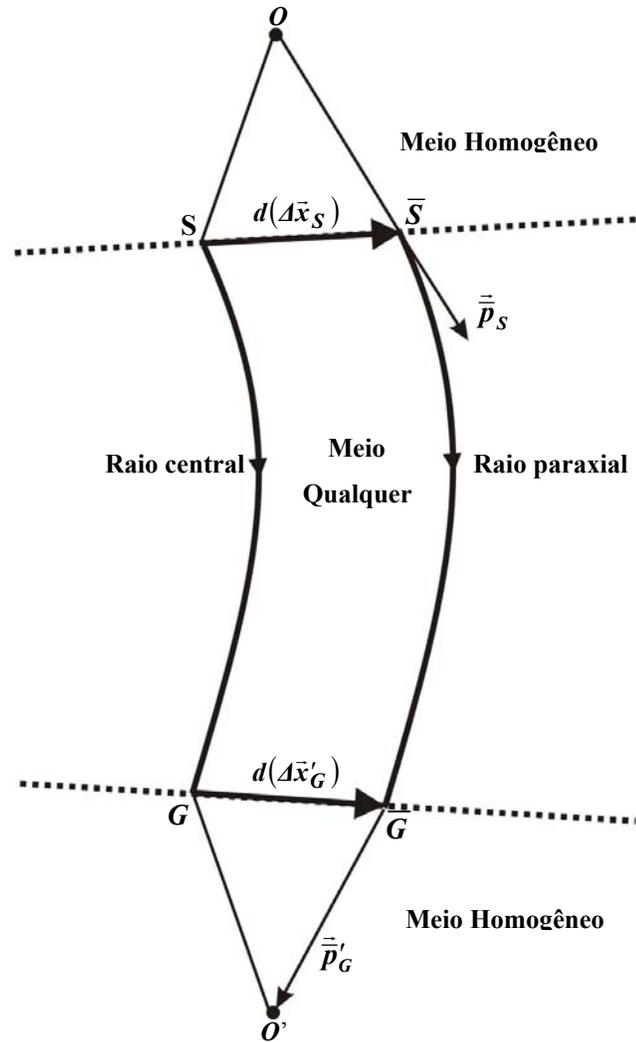


Figura 2.4 - Raio arbitrário se propagando ao longo de um sistema sísmico. Partindo do ponto O (meio homogêneo), atravessando um meio qualquer até o ponto O' (meio homogêneo).

A equação (2.14) estabelece a diferença no tempo da trajetória entre esses dois raios SG e $\overline{S\bar{G}}$. No meio homogêneo da Figura (2.4), os dois pontos O e O' podem ser localizados a uma distância suficientemente pequena de \bar{S} e \bar{G} , respectivamente. Com estas condições de

homogeneidade, o raio que parte do ponto O chega até ao ponto \bar{S} com o mesmo vetor vagarosidade.

Consideremos os tempos de trânsito $t(O, O')$ (ao longo percurso $O\bar{S}\bar{G}O'$) e $t_I(O, O')$ (ao longo do percurso $OSGO'$) e aplicando o princípio de Fermat dos tempos mínimos, temos:

$$t(O, O') = t(O, S) + t(S, G) + t(G, O') \quad (2.15)$$

$$t_1(O, O') = t(O, \bar{S}) + t(\bar{S}, \bar{G}) + t(\bar{G}, O') \quad (2.16)$$

Através da equação (2.14) realizamos a diferença dos tempos de trânsito mínimo entre t_1 referente ao raio paraxial e t referente ao raio central.

$$t_1(A, A') - t(A, A') = \overbrace{t_1(A, \bar{S}) - t(A, S)}^{\bar{p}'_S \cdot d(\Delta \bar{x}_S)} + t_1(\bar{S}, \bar{G}) - t(S, G) + \overbrace{t_1(\bar{G}, A') - t(G, A')}^{-\bar{p}'_G \cdot d(\Delta \bar{x}_G)} \quad (2.17)$$

O princípio de Fermat diz que a propagação do raio, entre dois pontos distintos, ao longo da trajetória para a qual o percurso total tem um comportamento estacionário relativamente a variações dessa trajetória. Por outras palavras, em primeira aproximação, o percurso ao longo da trajetória efetivamente seguida não difere do percurso ao longo das trajetórias vizinhas ou trajetórias paraxiais. Assim, em primeira aproximação, podemos admitir que a propagação do raio entre os dois pontos O e O' possui um comportamento estacionário, logo a diferença $t_1(O, O') - t(O, O')$ é nula. Deste modo a equação (2.17) se reduz a:

$$t_1(\bar{S}, \bar{G}) - t(S, G) = \bar{p}'_G \cdot d(\Delta \bar{x}'_G) - \bar{p}'_S \cdot d(\Delta \bar{x}_S), \quad (2.18)$$

sendo $\bar{p}'_S = \bar{p}'(\bar{S})$ e $\bar{p}'_G = \bar{p}'(\bar{G})$ os vetores vagarosidade em \bar{S} e \bar{G} , respectivamente.

A diferença dos tempos de trânsito mínimos $t_1(\bar{S}, \bar{G}) - t(S, G)$ que acabamos de obter é a equação de Hamilton na forma vetorial, mais especificamente dada por:

$$dt = t_1(\bar{S}, \bar{G}) - t(S, G) = \bar{p}'_G d(\Delta \bar{x}'_G) - \bar{p}'_S d(\Delta \bar{x}_S) \quad (2.19)$$

Para obter a equação de Hamilton na forma escalar é realizada a segunda aproximação, em que os termos vetoriais \bar{p}'_S , \bar{p}'_G , $d(\Delta \bar{x}_S)$ e $d(\Delta \bar{x}_G)$ são convertidos através de uma transformação linear em termos escalares (Apêndice A). Assim a equação de Hamilton toma a seguinte forma escalar:

$$dt = \bar{p}'_G d(\Delta x'_G) - \bar{p}'_S d(\Delta x_S) \quad (2.20)$$

Agora o nosso próximo passo é substituir as equações (2.6) na equação (2.20). Assim temos

$$dt = [p'_G + \Delta x_s (C - DB^{-1}A) + DB^{-1}\Delta x'_G]d(\Delta x'_G) - [p_s + B^{-1}\Delta x'_G - B^{-1}A\Delta x_s]d(\Delta x_s) \quad (2.21)$$

Com o uso da Propriedade da Simplecticidade e sabendo que p'_G , p_s , A , B , C e D são escalares constantes e Δx_s e $\Delta x'_G$ as variáveis de integração, podemos aplicar integrais em ambos os membros da equação (2.21)(Apêndice B). Assim, finalmente, obtemos a equação do tempo de trânsito ao longo do raio paraxial \overline{SG} na vizinhança de um raio central SG com tempo de trânsito $t_{SG} = t_0$:

$$t(\Delta x_s, \Delta x'_G) = t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_s \Delta x_s - \Delta x_s B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_s B^{-1} A \Delta x_s + \frac{1}{2} \Delta x'_G DB^{-1} \Delta x'_G. \quad (2.22)$$

Esta expressão do tempo de trânsito é conhecido como tempo de trânsito parabólico.

2.4.1 Aproximação Hiperbólica dos Tempos de Trânsito

A equação (2.22) é apresentada de forma parabólica, devido esta forma Schleicher et al. (1993) denominam esta equação de aproximação parabólica dos tempos de trânsito. Bortfeld (1989) deriva esta equação para um sistema sísmico, onde considera este sistema constituído por uma pilha de camadas isotrópicas e homogêneas com interfaces suaves. Hubral et al. (1992) vão mais além, generalizam a equação para um meio lateralmente não-homogêneo. Ursin (1982) mostrou que os tempos de trânsito das reflexões se ajustam melhor por funções de tempo hiperbólicas do que parabólicas.

Considerando o quadrado dos tempos de trânsito da equação (2.22) e negligenciando os termos superiores de segunda ordem, obtemos o tempo de trânsito nesta aproximação (Apêndice C)

$$T^2(\Delta x_s, \Delta x'_G) = [t_0 + p_G \Delta x'_G - p_s \Delta x_s]^2 + 2t_0 [-\Delta x_s B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x'_G DB^{-1} A \Delta x_s + \frac{1}{2} \Delta x'_G DB^{-1} \Delta x'_G]. \quad (2.23)$$

A equação (2.23) representa a aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito.

2.5 COORDENADAS DA LINHA SÍSMICA DE MEDIÇÃO

Considere o experimento de reflexão sísmica descrito na Figura (2.5), onde as superfícies anterior e posterior são idênticas. Fontes e receptores são colocados em uma linha sobre a superfície de medição plana. Esta linha é chamada de linha sísmica, que coincide com o eixo x do sistema de coordenada cartesiana. As quantidades finais descritas pelo raio nos receptores (referente ao raio central e paraxial) podem ser também representadas sem primo no mesmo sistema de coordenada cartesiana da superfície anterior, isto é:

$$\Delta x'_G = \Delta x_G \quad \text{e} \quad \Delta p'_G = \Delta p_G. \quad (2.24)$$

Sobre a superfície de medição plana é comum uso das coordenadas ponto-médio-comum x_m e meio afastamento h . Estas coordenadas são definidas como:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_0 = \frac{1}{2}(x_G + x_S) \\ h_0 = \frac{1}{2}(x_G - x_S) \end{array} \right. \quad \text{e} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_m = \frac{1}{2}(\bar{x}_G + \bar{x}_S) \\ h = \frac{1}{2}(\bar{x}_G - \bar{x}_S) \end{array} \right. , \quad (2.25)$$

sendo x_0 o ponto médio e h_0 o meio afastamento referente ao raio central. As coordenadas da fonte e do receptor do raio central são denotadas por x_S e x_G , respectivamente. O ponto médio x_m e o meio afastamento h correspondem ao raio paraxial com afastamento arbitrário, cujas coordenadas da fonte e do receptor são denotadas por \bar{x}_S e \bar{x}_G , respectivamente. Os deslocamentos do ponto-médio-comum x_m e do meio afastamento h com respeito ao raio central são:

$$\Delta x_m = x_m - x_0 \quad \text{e} \quad \Delta h = h - h_0 \quad (2.26)$$

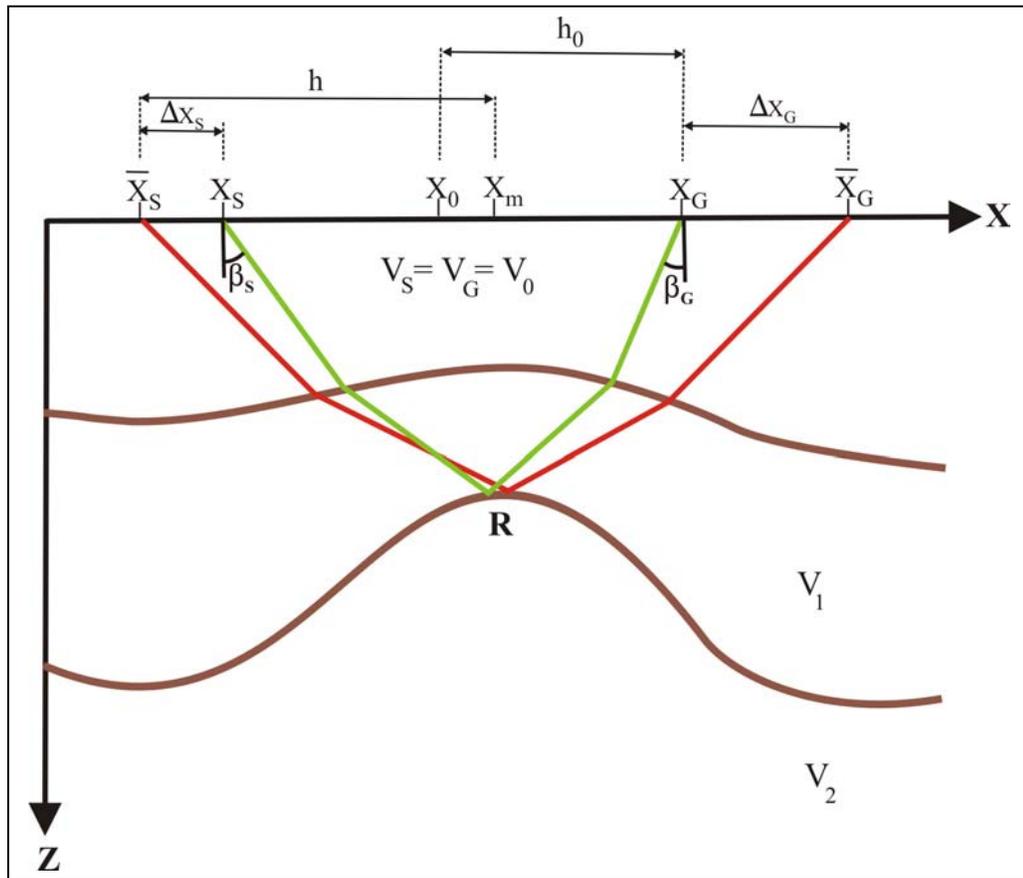


Figura 2.5 – Modelo 2-D composto por três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves, onde x_S e x_G denotam as coordenadas da fonte e do receptor do raio central (cor verde) com x_0 e h_0 denotando as coordenadas ponto médio e meio afastamento deste raio. \bar{x}_S e \bar{x}_G denotam as coordenadas da fonte e do receptor do raio paraxial (cor vermelha) com x_m e h denotando as coordenadas ponto médio e meio afastamento entre eles. Os ângulos β_S e β_G denotam, respectivamente, o ângulo com a normal à superfície do raio central na fonte e no receptor em relação a normal da superfície de medição.

Usando as relações $\Delta x_G = (\bar{x}_G - x_G)$, $\Delta x_S = (\bar{x}_S - x_S)$ e (2.26), é fácil verificar que esses deslocamentos podem ser escritas da seguinte forma

$$\Delta x_m = \frac{1}{2}(\Delta x_G + \Delta x_S) \text{ e } \Delta h = \frac{1}{2}(\Delta x_G - \Delta x_S) \quad (2.27)$$

As quantidades Δx_S e Δx_G já conhecidas, podem ser escritas como

$$\Delta x_S = \Delta x_m - \Delta h \quad \text{e} \quad \Delta x_G = \Delta x_m + \Delta h \quad (2.28)$$

A velocidade no ponto onde se origina o raio central é denotado por v_S e a velocidade no ponto de emergência do mesmo é denotado por v_G . Sendo constante a velocidade da primeira camada, isto implica que $v_S = v_G = v_0$.

Os ângulos β_S e β_G são, respectivamente, os ângulos de partida e emergência do raio central na posição da fonte S e no receptor G com relação a normal à linha sísmica. Com essas grandezas conhecidas, observe que na superfície de medição sísmica (Figura 2.5), ao longo do raio central os componentes do vetor vagarosidade p_S e p_G são dados por:

$$p_S = -\frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \quad \text{e} \quad p_G = \frac{\text{sen } \beta_G}{v_G}. \quad (2.29)$$

Substituindo as equações anteriores (2.28) e (2.29) na equação (2.22) obtemos a aproximação parabólica dos tempos de trânsito em função dos elementos da superfície de medição sísmica

$$\begin{aligned} t(\Delta x_m, \Delta h) = & t_0 + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \\ & + \Delta x_m (DB^{-1} - B^{-1}A) \Delta h + \frac{1}{2} \Delta x_m (B^{-1}A + DB^{-1} - 2B^{-1}) \Delta x_m \\ & + \frac{1}{2} \Delta h (B^{-1}A + DB^{-1} + 2B^{-1}) \Delta h. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Do mesmo modo usando as equações (2.28) e (2.29), substituindo na equação (2.23) obtemos a aproximação hiperbólica dos tempos também em função dos elementos da superfície de medição sísmica.

$$\begin{aligned} T^2(\Delta x_m, \Delta h) = & \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right]^2 \\ & + 2t_0 [\Delta x_m (DB^{-1} - B^{-1}A) \Delta h + \frac{1}{2} \Delta x_m (B^{-1}A + DB^{-1} - 2B^{-1}) \Delta x_m \\ & + \frac{1}{2} \Delta h (B^{-1}A + DB^{-1} + 2B^{-1}) \Delta h]. \end{aligned} \quad (2.31)$$

2.6 CURVATURAS DE FRENTE DE ONDA

Na seção anterior, foi abordada alguns elementos pertencentes à superfície de medição ao longo da linha sísmica. Nesta seção trataremos das curvaturas das frentes de ondas com base em dois experimentos com o propósito de explicar a propagação da onda associada ao raio central SG. Essas curvaturas de frentes de ondas junto com os ângulos de emergência do raio central β_S e β_G são chamados de atributos ou parâmetros de frentes de onda, na qual serão relacionados com os quatro elementos da matriz propagadora.

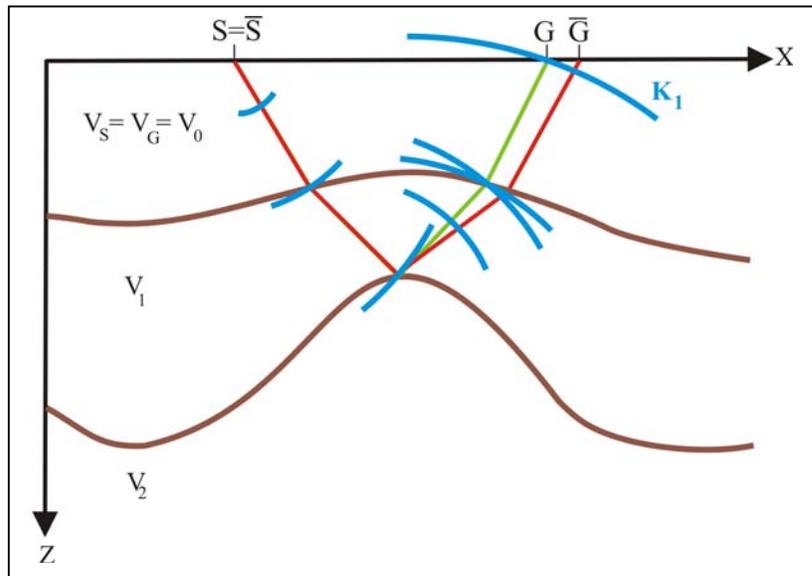
2.6.1 Experimento: Fonte Comum e Ponto Médio Comum

A seguir serão descritos dois experimentos no modelo 2-D composto por três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves. Para ambos experimentos, o raio central é descrito de verde e o raio paraxial é descrito de vermelho.

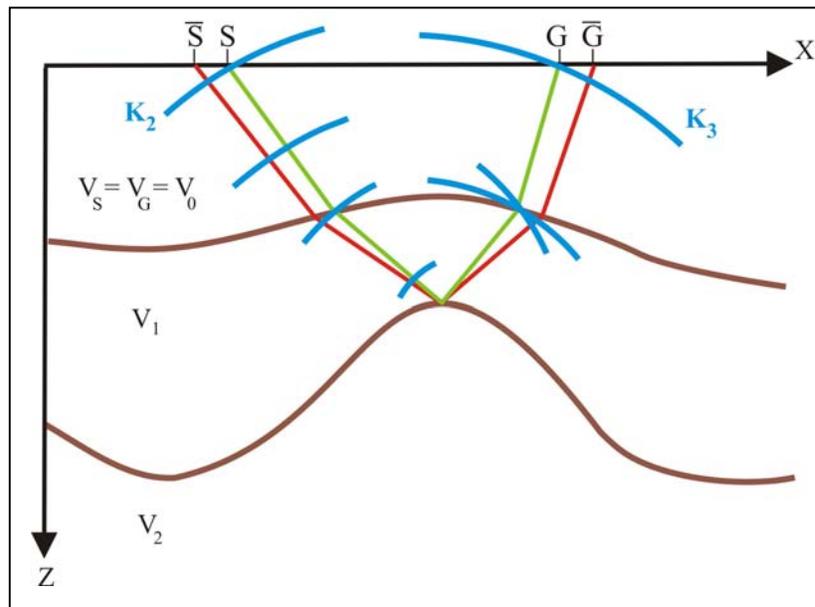
A Figura (2.6a) ilustra o experimento real Fonte Comum (FC), na qual a posição da fonte e do receptor coincide com a posição inicial e final do raio central. Neste experimento uma fonte pontual gera uma onda na posição S que se propaga em forma descendente até atingir o segundo refletor, onde sofre reflexão e retorna a superfície sendo sua frente de onda observada no receptor G com curvatura K_1 . Na Figura (2.6a) ilustra-se a propagação associada ao raio central deste experimento para diferentes instantes de tempo. Pode-se observar que neste experimento a perturbação das posições das fontes do raio central e paraxial é nulo, isto é $\Delta x_S = 0$.

A Figura (2.6b) ilustra o experimento hipotético Ponto Médio Comum (PMC), onde a propagação da frente de onda associada ao raio central também está representada em diferentes instantes de tempo e a posição da fonte e do receptor coincide com a posição inicial e final do raio central. Neste experimento, a frente de onda inicia em S com curvatura K_2 , propagando-se em forma descendente até atingir a segunda interface, onde é refletido e retorna a superfície imergindo em G com curvatura K_3 . Na configuração PMC a fonte paraxial \bar{S} e o receptor paraxial \bar{G} são deslocados pela mesma quantidade, mas de sentidos opostos com relação ao ponto médio entre S e G do raio central, isto é $\Delta x_S = -\Delta x_G$. A curvatura K_2 tem sinal negativo, conforme veremos no próximo capítulo a convenção de sinais de curvaturas (Hubral & Krey,

1980), quando uma frente de onda fica na frente do seu plano tangente, com relação ao sentido de propagação, o sinal da curvatura é definida como negativa.



(a)



(b)

Figura 2.6 – Modelo 2-D composto por três camadas homogêneas por interfaces suaves. Para ambos experimentos o raio central SG é representado com cor verde e o raio paraxial \overline{SG} com cor vermelha: (a) Propagação da frente de onda do experimento FC em diferentes instantes de tempo, (b) Propagação das frentes de ondas do experimento PMC em diferentes instantes de tempo.

2.7 INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DOS ELEMENTOS DA MATRIZ PROPAGADORA

Para relacionar as curvaturas dos atributos de frentes de ondas discutidas no ítem anterior, com os elementos da matriz propagadora, considere a Figura (2.7), onde mostra uma frente de onda circular com curvatura K_G emergindo no receptor G de um raio central. Esta frente de onda pode ser interpretada como a frente de onda dos experimentos FC e PMC emergindo no receptor G que também pode ser aproximado por um segmento circular na vizinhança paraxial do raio central. Assumindo que a velocidade v_G próxima da superfície na vizinhança no receptor G seja constante e conhecida. O ângulo de emergência do raio central é denotado por β_G e o ângulo de emergência do raio paraxial com relação ao receptor \bar{G} é dado por α . Os receptores G e \bar{G} são posicionados ao longo da linha sísmica sobre a superfície plana. Assim, a componente horizontal p_G do vetor vagarosidade \bar{p}_G do raio central é expresso por

$$p_G = \frac{\text{sen } \beta_G}{v_G}, \quad (2.32)$$

e a componente horizontal \bar{p}_G do vetor $\bar{\bar{p}}_G$ do raio paraxial é dado por

$$\bar{p}_G = \frac{\text{sen } \alpha}{v_G} \quad (2.33)$$

Assim a diferença Δp_G dos componentes horizontais vagarosidade p_G e \bar{p}_G é dado por

$$\Delta p_G = \frac{\text{sen } \alpha}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} \quad (2.34)$$

Observe na Figura (2.7), que no triângulo retângulo $MX_m\bar{G}$ temos:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\overline{X_m\bar{G}}}{\overline{M\bar{G}}}, \quad (2.35)$$

onde M é o centro do segmento da frente de onda circular e X_m é a projeção de M ao longo da superfície de medição. A distância $\overline{X_m\bar{G}}$ é descrita em termos do raio de curvatura R_G da frente de onda circular, do ângulo de emergência β_G e da distância Δx_G entre G e \bar{G} ,

$$\overline{X_m\bar{G}} = R_G \text{sen } \beta_G + \Delta x_G. \quad (2.36)$$

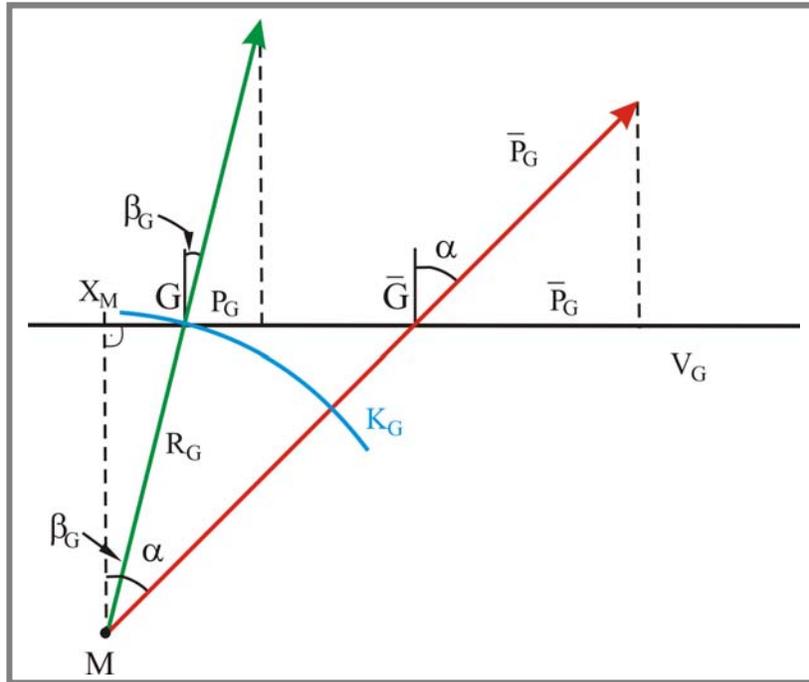


Figura 2.7 – Uma frente de onda circular (cor azul) com centro no ponto M emergindo no receptor G do raio central com curvatura K_G . O vetor vagarosidade \vec{p}_G do raio central é descrito de cor verde e o vetor vagarosidade $\vec{\bar{p}}_G$ do raio paraxial é descrito em vermelho suas componentes horizontais são representadas por p_G e \bar{p}_G (modificado de Bergler et al., 2001).

Usando o Teorema de Pitágoras, a distância \overline{MG} pode ser escrita em termos de R_G , β_G e Δx_G

$$\overline{MG} = \sqrt{R_G^2 + 2R_G\Delta x_G \sin \beta_G + \Delta x_G^2}. \quad (2.37)$$

Substituindo a equação (2.28) na equação (2.27) e levando em conta as equações (2.29) e (2.30), temos

$$\Delta p_G(\Delta x_G) = \frac{1}{v_G} \left(\frac{R_G \sin \beta_G + \Delta x_G}{\sqrt{R_G^2 + 2R_G\Delta x_G \sin \beta_G + \Delta x_G^2}} - \sin \beta_G \right). \quad (2.38)$$

Expandindo $\Delta p_G(\Delta x_G)$ a equação acima em série de Taylor até o termo de primeira ordem e negligenciando os termos de ordem superiores a equação toma a seguinte forma (Apêndice D)

$$\Delta p_G = \frac{K_G}{v_G} \Delta x_G \cos^2 \beta_G, \quad (2.39)$$

onde $R_G = 1/K_G$.

O deslocamento horizontal Δp_S dos vetores vagarosidade \vec{p}_S e $\vec{\bar{p}}_S$ do raio central e paraxial das fontes S e \bar{S} , respectivamente, em termos da curvatura K_S de uma frente de onda incidente em S pode ser derivado da mesma forma que Δp_G . Assim, obtemos para Δp_S

$$\Delta p_S = \frac{K_S}{v_S} \Delta x_S \cos^2 \beta_S. \quad (2.40)$$

Inserindo as equações (2.39) e (2.40) na equação (2.2) obtemos

$$\begin{pmatrix} \Delta x_G \\ \frac{K_G}{v_G} \Delta x_G \cos^2 \beta_G \end{pmatrix} = \mathbb{T} \begin{pmatrix} \Delta x_S \\ \frac{K_S}{v_S} \Delta x_S \cos^2 \beta_S \end{pmatrix}. \quad (2.41)$$

Para o experimento FC com o ponto fonte em S temos $\Delta x_S = 0$. Como visto anteriormente a curvatura de frente de onda em G no experimento FC é conhecido por K_I . Substituindo essas condições na equação (2.34) e considerando a equação (2.1) obtemos

$$\frac{K_1}{v_G} \cos^2 \beta_G = DB^{-1}. \quad (2.42)$$

Para o experimento PMC temos $\Delta x_S = -\Delta x_G$. As curvaturas de frentes em S e G são denotadas por K_2 e K_3 . Se inserirmos a condição do experimento PMC na equação (2.41) e considerando a equação (2.1) obtemos

$$-A - B \frac{K_2}{v_S} \cos^2 \beta_S = 1, \quad (2.43a)$$

$$-C - D \frac{K_2}{v_S} \cos^2 \beta_S = \frac{K_3}{v_G} \cos^2 \beta_G. \quad (2.43b)$$

Observe que as equações anteriores (2.43a), (2.43b) e a equação (2.42) com o auxílio da propriedade da symplecticidade são suficientes para determinar os elementos da matriz propagadora em função das curvaturas de frentes de onda (Apêndice E), logo temos

$$A = -1 - \frac{K_2}{K_3 - K_1} \frac{v_G \cos^2 \beta_S}{v_S \cos^2 \beta_G}, \quad (2.44a)$$

$$B = \frac{1}{K_3 - K_1} \frac{v_G}{\cos^2 \beta_G}, \quad (2.44b)$$

$$C = -K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - \frac{K_1 K_2}{K_3 - K_1} \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S}, \quad (2.44c)$$

$$D = \frac{K_1}{K_3 - K_1}. \quad (2.44d)$$

2.8 APROXIMAÇÕES DOS TEMPOS DE TRÂNSITO EM FUNÇÃO DOS ATRIBUTOS DE FRENTES DE ONDAS.

2.8.1 Tempos de Trânsito Refletidos

Inserindo as relações anteriores dadas pela equação (2.44) nas equações (2.22) e (2.23), obtemos as aproximações parabólica e hiperbólica, respectivamente, dos tempos de trânsito para raios paraxiais na vizinhança de um raio central com afastamento fonte-receptor finito. Considerando um raio central com origem em S , reflexão em R , sobre um refletor em subsuperfície, e que retorna à superfície em G (Figura 2.5). Os tempos de trânsito de raios paraxiais com origem em \bar{S} e emergência em \bar{G} sobre a linha sísmica (Figura 2.5), são calculados pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} t(\Delta x_m, \Delta h) = t_0 &+ \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \\ &+ \frac{1}{2} \left[(4K_1 - 3K_3) \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta x_m^2 \\ &+ \frac{1}{2} \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h^2 \\ &+ \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} + K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h \Delta x_m. \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned}
T^2(\Delta x_m, \Delta h) = & \left[t_0 + \left(\frac{\sin \beta_G}{v_G} + \frac{\sin \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\sin \beta_G}{v_G} - \frac{\sin \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right]^2 \\
& + t_0 \left[(4K_1 - 3K_3) \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta x_m^2 \\
& + t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h^2 \\
& + 2t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} + K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h \Delta x_m.
\end{aligned} \tag{2.46}$$

Observe que as equações (2.45) e (2.46) estão no domínio do ponto médio comum e do meio afastamento $(\Delta x_m, \Delta h)$ que são as variáveis independentes e em função dos cinco parâmetros ou atributos de frentes de ondas $(K_1, K_2, K_3, \beta_S$ e $\beta_G)$, que são as variáveis dependentes do meio e desconhecidas.

2.8.2 Tempos de Trânsito Difrattados

As equações parabólica e hiperbólica da aproximação dos tempos de trânsito (2.45) e (2.46) considera um raio central com afastamento finito (AF) refletido, conseqüentemente os tempos de trânsito dos raios paraxiais vizinhos a este, também são considerados como sendo de reflexões primárias. Para considerar o raio central como sendo um raio difratado, deve ser realizada uma nova interpretação na propagação das frentes de ondas associadas aos experimentos FC e PMC descritas na seção 2.6.1. Quando o ponto R (Figuras 2.6a,b) é considerado um ponto difrator, segundo o princípio de Huygens este ponto passa a ser uma nova fonte para as frentes de ondas que incidem neste difrator. Sob esta consideração a interpretação da onda associada ao experimento FC, que se propaga associada ao raio central é a seguinte: A onda gerada por uma fonte no ponto S (origem do raio central) propaga-se de forma descendente até atingir o difrator localizado em R, este difrator gera uma nova frente de onda que se propaga de forma ascendente ao longo do raio central até emergir no ponto G com curvatura K_1 . De modo similar, no experimento hipotético PMC a frente de onda que inicia em S com curvatura K_2 , propagação em forma descendente até o difrator em R, que pode ser considerada com uma fonte pontual de onde se inicia a propagação ascendente a frente de onda ascendente até emergir no

ponto G com curvatura K_3 . Portanto, a frente de onda com curvatura K_1 , emergente em G terá mesma curvatura da frente de onda K_3 também emergente em G. Pelas anteriores considerações a condição de difração a ser introduzida nas equações (2.45) e (2.46), ou seja, $K_1 = K_3$, resulta em:

$$\begin{aligned}
t(\Delta x_m, \Delta h) = & t_0 + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \\
& + \frac{1}{2} \left(K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m^2 \\
& + \frac{1}{2} \left(K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right) \Delta h^2 \\
& + \left(K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} + K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \Delta x_m.
\end{aligned} \tag{2.47}$$

$$\begin{aligned}
T^2(\Delta x_m, \Delta h) = & \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right]^2 \\
& + t_0 \left[\left(K_3 \right) \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta x_m^2 \\
& + t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h^2 \\
& + 2t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} + K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h \Delta x_m.
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Observe que as aproximações parabólica e hiperbólica dos tempos de trânsito de raios paraxiais (2.47) e (2.48), respectivamente, dependem agora de quatro parâmetros de frentes de ondas (K_2, K_3, β_S e β_G).

3 - TEMPOS DE TRÂNSITO ASSOCIADO A UM RAIOS CENTRAL REFLETIDO E DIFRATADO

Neste capítulo, apresentamos a formulação teórica para calcular os atributos de frente de onda envolvidos na equação (2.35). Também, apresentamos as duas aproximações hiperbólicas dos tempos de trânsito associado a um raio central refletido e difratado desenvolvidas no capítulo anterior, com o objetivo de mostrar graficamente ambas equações através de um modelo sintético. Por outro lado, é realizada uma particularização dessas equações para as quatro configurações sísmicas mais comuns.

3.1 CÁLCULO DOS ATRIBUTOS DE FRENTE DE ONDA

Conforme visto no capítulo anterior, a aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito associado a um raio central refletido é constituída por cinco parâmetros ou atributos de frente de onda, que são eles:

- ângulo de emergência do raio central na fonte S, β_S .
- ângulo de emergência do raio central no receptor G, β_G .
- curvatura da frente de onda K_1 gerada pela fonte S e medida no receptor G, realizada no experimento FC.
- curvatura da frente de onda K_2 realizada no experimento hipotético PMC, medida na fonte S.
- curvatura da frente de onda K_3 realizada no experimento hipotético PMC, medida no receptor G.

Estes cinco atributos de frentes de ondas fornecem informações do meio, tais como, a orientação do refletor no ponto de reflexão. As curvaturas das frentes de onda podem ser aplicadas para problemas, como por exemplo, o cálculo das velocidades do meio ou velocidade de migração, geometria dos refletores, cálculo do espalhamento geométrico, ângulos de incidência nos refletores, etc.

Considerando um modelo sintético constituído por camadas homogêneas separadas por interfaces curvas, esses atributos de frentes de ondas podem ser calculados por meio de um programa de traçamento de raios. O raio central SG refletido é computado através do traçamento do raio com relação a uma determinada interface. Assim, os ângulos β_S e β_G com respeito à normal da linha de medição são determinados.

As curvaturas das frentes de ondas são expressas analiticamente em termos dos parâmetros K_1 , K_2 , K_3 , β_S e β_G ao longo da trajetória do raio central conforme Hubral e Krey (1980). O cálculo destas curvaturas em qualquer ponto de um raio arbitrário está intrinsecamente associado às leis de Transmissão e Reflexão, pois a curvatura da frente de onda que se propaga através de um sistema sísmico pode mudar devido à propagação na camada de velocidade constante (Figura 3.1) e devido a transmissões (Figura 3.2a) e reflexões (Figura 3.2b) nas interfaces.

3.2 LEIS DE CURVATURAS DE FRENTES DE ONDA

- **Lei de Propagação**

A lei de propagação expressa como a curvatura da frente de onda que muda devido à propagação através de camadas homogêneas, sendo representado por Hubral & Krey, (1980):

$$\frac{1}{K_{02}} = \frac{1}{K_{01}} + v\Delta t, \quad (3.1)$$

onde, conforme a Figura 3.1, K_{01} e K_{02} denotam as curvaturas das frentes de onda nos pontos O_1 e O_2 , respectivamente. v é a velocidade do meio e Δt é o tempo de trânsito ao longo do raio que liga O_1 a O_2 .

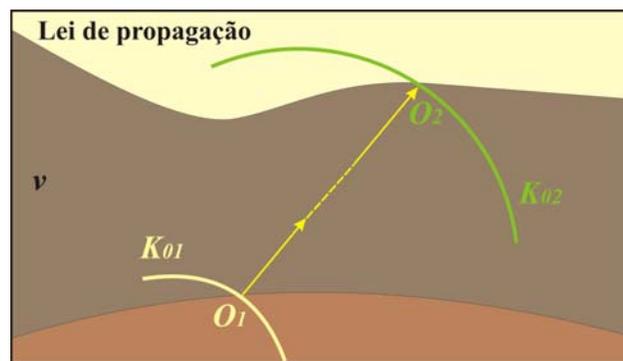


Figura 3.1 – Propagação de uma frente de onda através de uma camada com velocidade constante

- **Lei de Transmissão**

A lei de transmissão de curvaturas tem a forma

$$K_T = \frac{v_T \cos^2 \alpha_I}{v_I \cos^2 \alpha_T} K_I + \frac{1}{\cos^2 \alpha_T} \left(\frac{v_T}{v_I} \cos \alpha_I - \cos \alpha_T \right) K_F. \quad (3.2)$$

Na equação (3.2) K_I denota a curvatura de frente de onda incidente, K_T a curvatura da frente de onda transmitida e K_F a curvatura da interface no ponto de transmissão. Temos ainda que α_I é o ângulo de incidência e α_T ângulo de transmissão do raio. Finalmente, v_I e v_T representam as velocidades dos meios, ver Figura 3.2a. O primeiro termo da equação (3.2) descreve a mudança da frente de onda que resultaria caso a interface fosse plana. Já o segundo termo fornece a mudança na curvatura da frente de onda devido somente à curvatura da interface. Isto pode ser interpretado como a contribuição à curvatura da frente de onda transmitida resultante quando uma onda plana incidente chega no ponto de transmissão.

- **Lei de Reflexão**

A lei da reflexão de curvaturas tem a forma

$$K_R = \frac{v_R \cos^2 \alpha_I}{v_I \cos^2 \alpha_R} K_I + \frac{1}{\cos^2 \alpha_R} \left(\frac{v_R}{v_I} \cos \alpha_I - \cos \alpha_R \right) K_F. \quad (3.3)$$

A curvatura da frente de onda refletida K_R pode ser expresso através da soma de dois termos da lei de transmissão, substituindo v_T e α_T por v_R e α_R , respectivamente. O primeiro termo da equação (3.3) descreve a mudança de frente de onda no caso da interface ser plana. Na hipótese de não haver conversão do tipo de onda (isto é, $v_R = v_I$ e conseqüentemente $\alpha_I = \alpha_R$), o primeiro termo resultaria na identidade, conforme descrito na equação (3.3). O segundo termo descreve somente a influência da curvatura da interface.

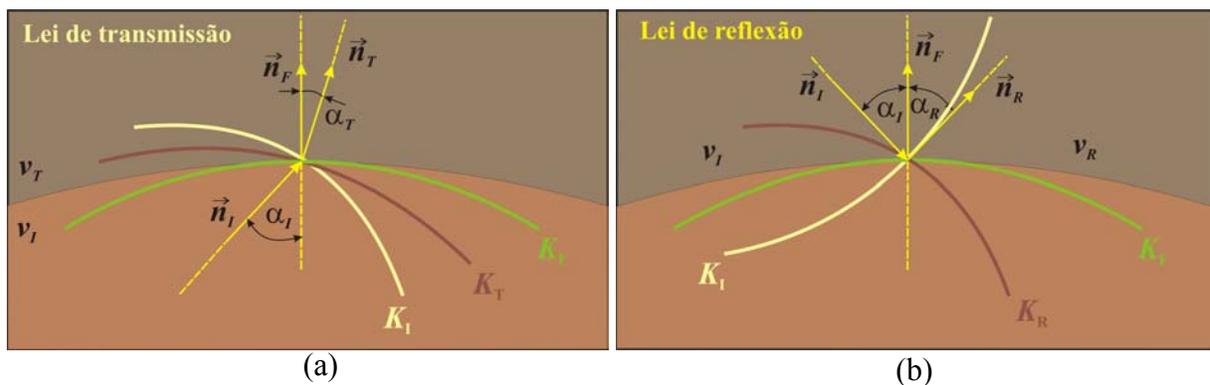


Figura 3.2 – Propagação das curvaturas das frente de onda através do sistema sísmico.(a) Transmissão e (b) Reflexão.

- **Convenção de Sinais**

As ondas que se propagam através de um modelo com interfaces curvas suaves e camadas de velocidades constantes podem ter curvaturas de frentes de onda positivas ou negativas. A escolha do sinal é uma questão de convenção. Seguindo Hubral e Krey (1980), usamos as seguintes definições:

- Quando uma frente de onda se apresenta atrás do seu plano tangencial então a curvatura é dita positiva (frente de onda mostrada em linha de cor amarela na Figura 3.3a).
- Se a frente de onda está à frente do plano tangencial então a curvatura é negativa (frente de onda mostrada em linha de cor verde na Figura 3.3a).
- A curvatura da interface K_F é positiva se a interface aparecer convexa ao raio incidente e negativa se for côncava. Conseqüentemente na Figura 3.3b, a curvatura da interface é positiva para o raio 1, mas negativa para o raio 2.

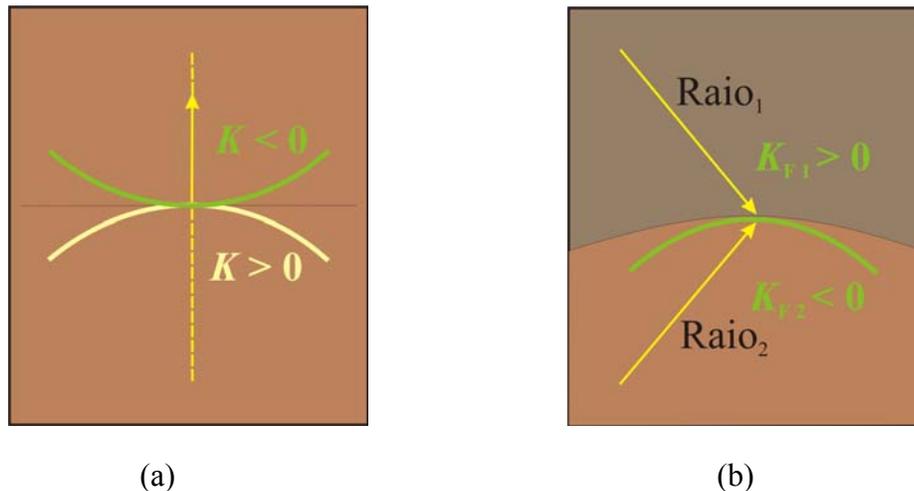


Figura 3.3 – Convenção dos sinais das curvaturas das (a) frentes de onda e (b) interfaces.

Observando a Figura 2.5ab do capítulo anterior, segundo a convenção de sinais descritas anteriormente, as curvaturas K_1 e K_3 possuem sinal positivo e a curvatura K_2 possui sinal negativo.

3.3 ALGORITMO PARA O CÁLCULO DO ATRIBUTO DE FRENTE DE ONDA K_1

O desenvolvimento do algoritmo apresentado, a seguir, considera um modelo composto por um sistema de n -camadas homogêneas com $(n+1)$ -interfaces. Para uma melhor compreensão do algoritmo utilizamos como por exemplo, o cálculo da curvatura de frente de onda K_1 . Para este cálculo utiliza-se o algoritmo baseado no experimento FC, onde a fonte S e receptor G estão localizados na linha de medição nas posições S e G , respectivamente. A fonte pontual S gera uma onda que se propaga em forma descendente e emerge de forma ascendente em G , conforme a Figura 3.4, de acordo com o seguinte algoritmo dividido em duas etapas: uma de frente de onda descendente e outra de frente de onda ascendente.

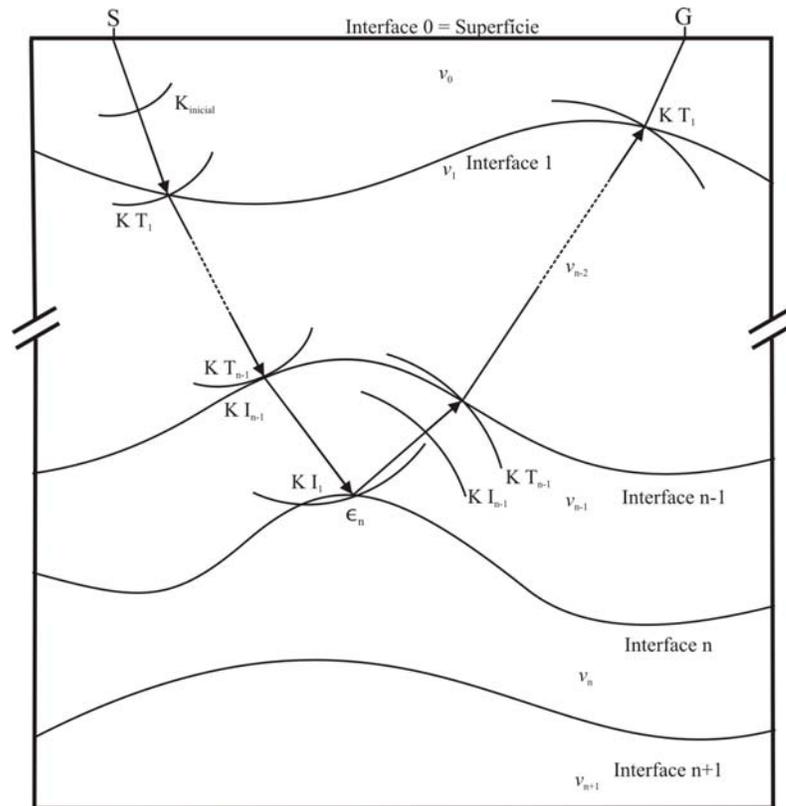


Figura 3.4 – Modelo composto por $(n+1)$ -interfaces para calcular as curvaturas de frentes de onda K_1 , K_2 e K_3 . A figura ilustra a propagação, transmissão e reflexão relacionada à curvatura K_1 do experimento FC.

1 – Etapa: Frente de onda descendente.

- Considera-se um raio de incidência com origem em S. Isto fornecerá os ângulos de incidência e de transmissão para todas as interfaces ($i = 1, \dots, n$).
- Ajusta-se $K_{\text{inicial}} \rightarrow \infty$ na posição da fonte S.
- Para a primeira camada, com velocidade v_1 constante, aplica-se à lei de propagação para calcular a curvatura incidente na primeira interface:

$$\frac{1}{K_{I_1}} = \frac{1}{K_{\text{inicial}}} + v_1 \Delta t_{\xi_0 \rightarrow \xi_1},$$

onde ξ_0 e ξ_1 são os pontos fonte e de transmissão na linha de medição e primeira interface, respectivamente, v_1 é a velocidade constante da primeira camada, $\Delta t_{\xi_0 \rightarrow \xi_1}$ é o intervalo de tempo que o raio descendente consome para percorrer o caminho do ponto na linha de medição ξ_0 até o ponto ξ_1 na primeira interface.

- Para cada interface a onda descendente sofre uma transmissão, que tem como condição inicial à curvatura incidente ($K_{I_{i-1}}$) calculada no passo anterior e obedece a lei de transmissão:

$$K_{T_i} = \frac{v_i \cos^2 \alpha_{I_{i-1}}}{v_{i-1} \cos^2 \alpha_{T_i}} K_{I_{i-1}} + \frac{1}{\cos^2 \alpha_{T_i}} \left(\frac{v_i}{v_{i-1}} \cos \alpha_{I_{i-1}} - \cos \alpha_{T_i} \right) K_{F_{i-1}},$$

Recursão:

$$\frac{1}{K_{I_i}} = \frac{1}{K_{T_i}} + v_i \Delta t_{\xi_{i-1} \rightarrow \xi_i} \quad (i=2, \dots, n)$$

onde ξ_{i-1} e ξ_i são os pontos de incidência e transmissão nas $(i-1)$ -ésima e i -ésima interface, respectivamente, v_i é a velocidade constante das i -ésimas camadas, $\Delta t_{\xi_{i-1} \rightarrow \xi_i}$ é o intervalo de tempo que o raio descendente consome para percorrer de o trajeto de um ponto na $(i-1)$ -ésima para ponto na i -ésima interface.

No ponto $R = \xi_n$ a onda é refletida e retorna a superfície de medição, onde acontece o processo inverso do algoritmo, que é denominado neste de segunda etapa: *frente de onda ascendente*.

2 – Etapa: Frente de onda ascendente

- Considera-se como condição inicial à curvatura incidente K_{I_n} no ponto R na n -ésima interface, calculada na etapa anterior.
- Para o ponto R na n -ésima interface é aplicada a lei de reflexão:

$$K_{R_n} = \frac{v_{R_n} \cos^2 \alpha_{I_n}}{v_{I_n} \cos^2 \alpha_{R_n}} K_{I_n} + \frac{1}{\cos^2 \alpha_{R_n}} \left(\frac{v_{R_n}}{v_{I_n}} \cos \alpha_{I_n} - \cos \alpha_{R_n} \right) K_{F_n}$$

- Para as $(n-1)$ -ésima interface a onda ascendente incide e sofre transmissão, onde as curvaturas de incidência e transmissão são calculadas, recursivamente, pelas leis de propagação e transmissão, respectivamente:

$$\frac{1}{K_{I_{n-1}}} = \frac{1}{K_R} + v_n \Delta t_{\xi_n \rightarrow \xi_{n-1}}, \text{ onde } i = n.$$

$$K_{T_{i-1}} = \frac{v_{i-1} \cos^2 \alpha_{I_i}}{v_i \cos^2 \alpha_{T_{i-1}}} K_{I_{i-1}} + \frac{1}{\cos^2 \alpha_{T_{i-1}}} \left(\frac{v_{i-1}}{v_i} \cos \alpha_{I_i} - \cos \alpha_{T_{i-1}} \right) K_{F_{i-1}},$$

Recursão:

$$\frac{1}{K_{I_{i-2}}} = \frac{1}{K_{T_{i-1}}} + v_{i-1} \Delta t_{\xi_i \rightarrow \xi_{i-1}}, \text{ onde } i = (n-1), \dots, 2.$$

3.4 EMPILHAMENTO POR SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO COMUM E SUPERFÍCIE DE DIFRAÇÃO COMUM PARA SEÇÕES COM AFASTAMENTO FINITO

A simulação de uma seção de afastamento nulo (AN) a partir de dados de reflexão sísmica de cobertura múltipla é um importante processo de reflexão sísmica amplamente aplicado na prática. No processo de imageamento sísmico utiliza-se métodos de processamento sísmico convencionais chamado empilhamento *normal moveout/dip moveout* (NMO/DMO). O procedimento consiste em somar (empilhar) dados sísmicos pertencentes a eventos de reflexões de interesse ao longo de curvas de tempo de trânsito NMO/DMO, cuja equação hiperbólica depende apenas de um parâmetro, a velocidade de empilhamento. Recentemente, foram introduzidos novos métodos de empilhamento para simular seções de AN, a partir de dados de cobertura múltipla, que tem a propriedade do conhecimento da velocidade próximo da superfície, ou seja, não dependem do macro-modelo de velocidades. Entre os principais métodos podemos citar o método Multifocusing (e.g Gelchinsky et al. 1999, Landa et al. 1987), Polystack (e.g De Bazelaire, 1998) e o método de empilhamento sísmico denominado superfície de reflexão comum (SRC) (e.g Müller, 1999 ; Jäguer et al., 2001, Garabito et al., 2001).

O método de empilhamento de interesse neste trabalho de dissertação é o método SRC, que utiliza a aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito, da teoria paraxial do raio, na vizinhança de um raio central com afastamento fonte-receptor nulo. A equação desta aproximação hiperbólica depende de três parâmetros que estão associados a cada ponto de amostragem da seção AN, e que são determinados, a partir dos dados sísmicos de cobertura múltipla, por meio de processos de otimização e análise de coerência utilizando estratégias que envolvem processos de busca de um, dois ou três parâmetros. Portanto, o problema de otimização no método SRC consiste na busca do trio de parâmetros (β_0, R_{PIN}, R_N) , a partir dos dados sísmicos, que definem a superfície de empilhamento que melhor se ajusta aos eventos sísmicos.

Para o nosso caso usaremos a aproximação hiperbólica de segunda ordem dos tempos de trânsito, equação (2.35) que depende de cinco parâmetros, na qual denominaremos de aproximação de empilhamento SRC associado a um raio central com afastamento finito (AF),

com o propósito de simular seções com afastamento comum a partir dos dados de cobertura múltipla. Para diferenciar a aproximação SRC associada a um raio central AN, denotaremos a aproximação SRC associado a um raio central refletido com afastamento finito (AF) de aproximação SRC-AF. Assim, conforme visto no capítulo anterior a aproximação SRC-AF é dado por

$$\begin{aligned}
 T^2(\Delta x_m, \Delta h) = & \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen } \beta_G + \text{sen } \beta_S}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right]^2 \\
 & + t_0 \left[(4K_1 - 3K_3) \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta x_m^2 \\
 & + t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h^2 \\
 & + 2t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} + K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h \Delta x_m.
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Para a representação gráfica desta aproximação SRC-AF, considera-se um modelo sintético (parte inferior da Figura 3.5) composta por três camadas homogêneas com velocidades $v_S = v_G = v_0 = 1500$ m/s, $v_I = 2600$ m/s e $v_2 = 3700$ m/s e separadas por interfaces suaves. Usando um algoritmo de traçamento de raios foram calculados os tempos de trânsito de reflexões primárias para diferentes afastamentos comuns entre fontes e receptores. Portanto, as curvas de cor azul representam os tempos de trânsito afastamento comum (AC) de reflexões primárias associadas ao segundo refletor. Estas curvas correspondem à afastamentos de 0, 100, 200 até 1000 metros. Com base no algoritmo descrito na seção (3.3), associado a um raio central com meio-afastamento $h_0 = 500$ m e ponto médio $x_0 = 2500$ m (linha de cor vermelha, parte inferior da Figura 3.5) foram calculados por modelamento direto os cinco parâmetros (K_1 , K_2 , K_3 , β_S e β_G), conforme mostra a Tabela 3.1. Então, associados a este raio central, na parte superior da Figura 3.5 às curvas de cor vermelha representam a aproximação SRC-AF obtida pela equação (3.4). Conforme mostra estas curvas, foram calculadas para cada um dos afastamentos considerados. Observa-se assim o grau de ajuste com as curvas azuis, que são consideradas exatas.

Tabela 3.1 – Valores dos cinco atributos de frentes de ondas associados ao raio central SRG da Figura (3.5).

β_S [°]	β_G [°]	K_1 [1/Km]	K_2 [1/Km]	K_3 [1/Km]
-0,54080	0,20160	0,74277430	-0,406016300	0,86747370

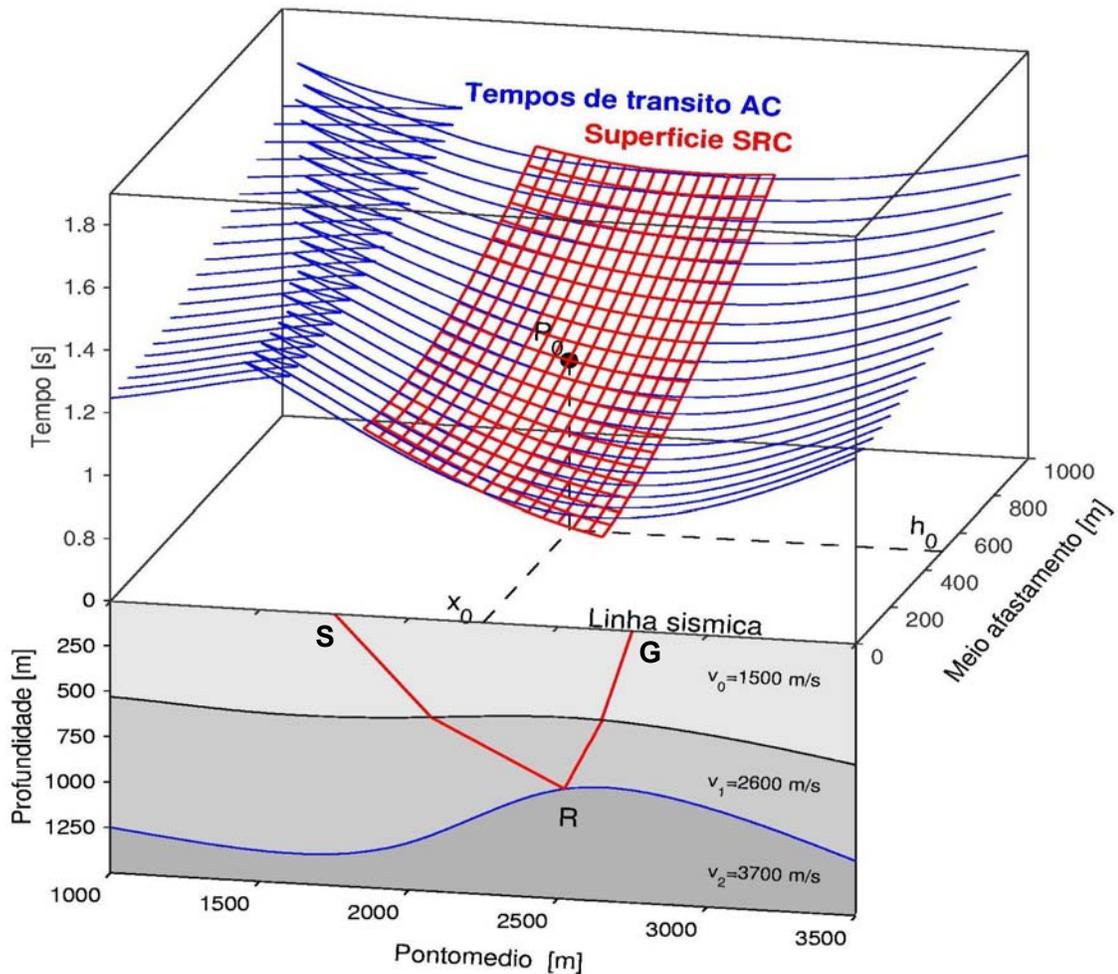


Figura 3.5 – Parte inferior (frontal): meio 2-D com três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves e um raio central (linha de cor vermelha), com afastamento-finito, onde x_0 é o ponto médio, h_0 é o meio afastamento. Parte superior: são mostradas as curvas de tempo de trânsito para diferentes afastamentos comuns (cor azul) referidas as reflexões primárias da segunda interface, tendo a aproximação SRC-AF (cor vermelha) associado ao ponto P_0 .

Na Figura 3.5 para cada ponto $P_0(x_0, h_0, t_0)$ da seção de afastamento comum haverá uma superfície de empilhamento e conseqüentemente cinco parâmetros associados a cada ponto de amostragem da seção AC. Na simulação de uma seção AC, os eventos contidos nessa superfície serão somados e o resultado é colocado no ponto P_0 . Portanto, assumindo os cinco parâmetros conhecidos para cada ponto de amostragem da seção AC e realizando o somatório dos eventos sísmicos contidos nessas superfícies, obtendo-se a seção AC simulada.

Recentemente, Garabito (2001) considerando a aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito de raios paraxiais a um raio central AN, definiu uma superfície de empilhamento considerando um ponto difrator em profundidade, denominado de superfície de difração comum (SDC). Para distinguir deste último, denominaremos a superfície SDC, considerando um raio com AF de superfície de empilhamento SDC-AF. Usando a aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito associado a um raio central difratado, equação (2.36), esta superfície de empilhamento que depende de quatro parâmetros também podem simular as seções AC a partir dos dados de cobertura múltipla. Como visto no capítulo anterior, esta aproximação SDC-AF é dado por

$$\begin{aligned}
 T^2(\Delta x_m, \Delta h) = & \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right]^2 \\
 & + t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta x_m^2 \\
 & + t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h^2 \\
 & + 2t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} + K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h \Delta x_m.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

De maneira similar ao caso das reflexões e considerando o mesmo modelo sintético (parte inferior da Figura 3.5), na parte inferior da Figura 3.5 com linhas de cor verde é mostrada a superfície de empilhamento SDC-AF construído pela equação (3.5). Devido ao fato desta superfície de empilhamento estar associado ao raio central difratado, a aproximação SDC-AF aproxima melhor os eventos de difração. No entanto, conforme é observado na Figura (3.6), esta superfície também ajusta principalmente em torno do ponto P_0 as curvas de reflexões primárias representadas com linhas de cor azul para diferentes afastamentos.

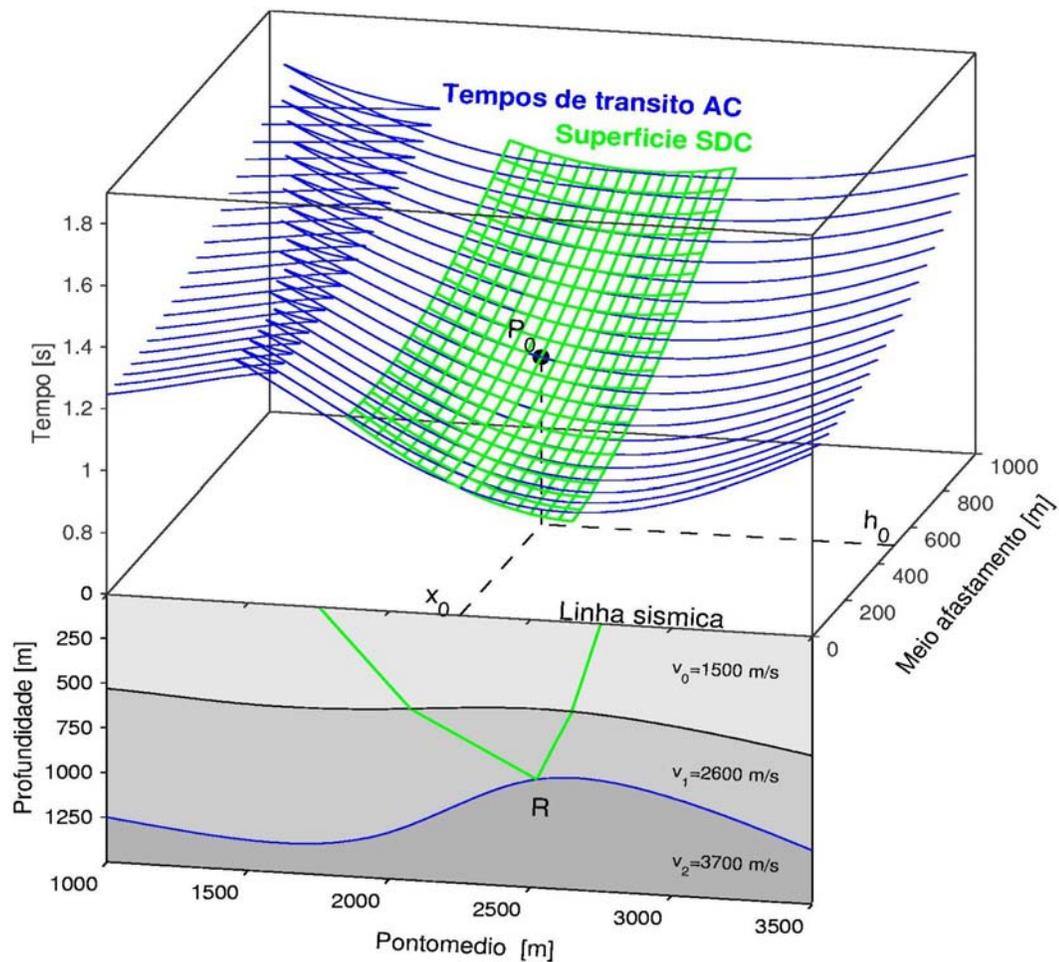


Figura 3.6 – Parte inferior (frontal): meio 2-D com três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves e um raio central com afastamento-finito, onde x_0 é o ponto médio, h_0 é o meio-afastamento. Parte superior: são mostradas as curvas de tempo de trânsito para diferentes afastamentos comuns (cor azul) referida as reflexões primárias da segunda interface, tendo o operador de empilhamento SDC (cor verde) associado ao ponto P_0 .

3.5 CONFIGURAÇÕES SÍSMICAS

Nesta seção são apresentadas as particularizações das equações (3.4) e (3.5) para as quatro configurações sísmicas mais conhecidas: configuração ponto médio comum (PMC), configuração afastamento comum (AC), configuração fonte comum (FC) e configuração receptor comum (RC).

a) Configuração ponto médio comum (PMC); na qual a fonte \bar{S} e receptor \bar{G} do raio paraxial são colocados simetricamente com relação aos correspondentes pontos S e G do raio normal. Sendo o ponto médio comum do raio paraxial e do raio central, a condição da configuração PMC é dada por: $\Delta x_m = 0$. A substituição desta condição na equação (3.4) dá origem à equação do tempo de trânsito da configuração PMC:

$$T^2(\Delta h) = \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right]^2 + t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h^2 \quad (3.6)$$

Substituindo esta mesma condição na equação geral do tempo de trânsito (3.5) para um ponto difrator, obtém-se a mesma equação (3.6).

Para representar as aproximações dos tempos de trânsito nas diferentes configurações, usando um programa de traçamento de raios, foram geradas seções sísmicas das quatro configurações sísmicas para o modelo sintético considerado nas Figuras (3.5) e (3.6), e para o cálculo dos tempos de trânsito de raios paraxiais associado apenas ao segundo refletor, foi utilizado o mesmo raio central considerado na construção das superfícies mostradas nessas figuras. Nas seções sísmicas geradas o traço de cor azul corresponde à posição do raio central. Na Figura (3.7) mostra-se a seção PMC para a posição $x_0 = 2.5 \text{ Km}$, onde a curva de cor vermelha representa os tempos de trânsito obtidos com a equação (3.6). Vale salientar que nesta configuração sísmica, as curvas dos tempos de trânsito paraxiais são idênticas tanto para reflexões como para difrações.

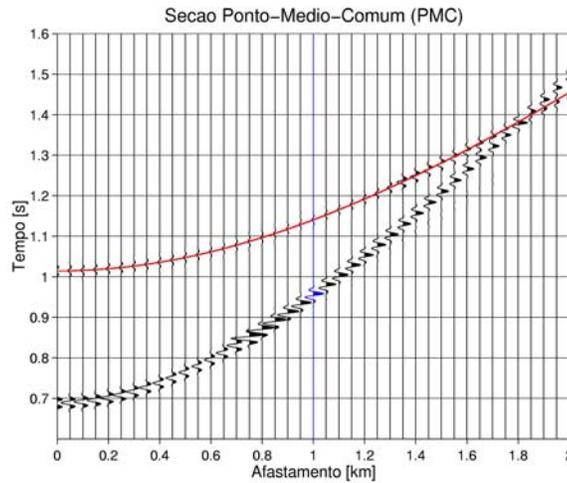


Figura 3.7 – Seção PMC correspondente à coordenada 2,25 Km. A linha de cor vermelha corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.6). Para esta configuração a curva dos tempos de trânsito considerando um ponto de difração coincide com a curva vermelha que considera um ponto de reflexão em profundidade.

b) Configuração afastamento comum (AC); na qual a fonte \bar{S} e o receptor \bar{G} do raio paraxial estão ao longo da linha sísmica com o mesmo afastamento h_0 do raio central S e G. A condição AC é: $\Delta h = 0$. Isto significa que os pares fontes-receptores dos raios paraxiais têm o mesmo meio-afastamento que do raio central.

A substituição da condição da configuração AC na equação (3.5) dá origem à equação do tempo de trânsito da configuração AC, expressa por:

$$T^2(\Delta x_m) = \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m \right]^2 + t_0 \left[(4K_1 - 3K_3) \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta x_m^2 \quad (3.7)$$

Substituindo na equação (3.5) e a condição AC, temos:

$$T^2(\Delta x_m) = \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m \right]^2 + t_0 \left[K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_S} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta x_m^2 \quad (3.8)$$

Na Figura 3.8 mostra-se a seção com afastamento comum de 1.0 Km . Os tempos de trânsito calculados pelas equações (3.7) e (3.8), mostram-se com linha vermelha e verde, respectivamente.

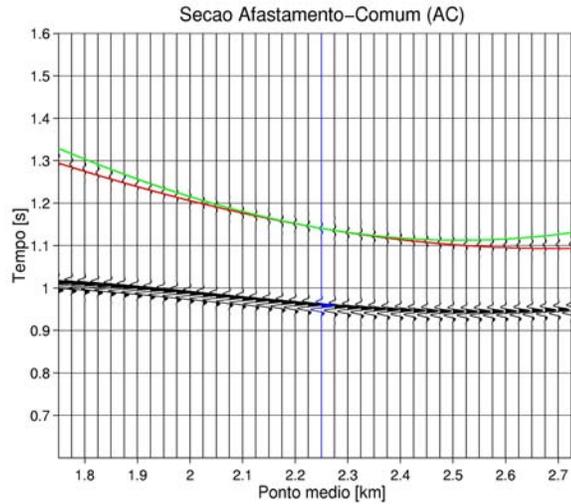


Figura 3.8 – Seção com AC de 1.0 Km . A linha de cor vermelha corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.7) e a linha verde corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.8).

c) Configuração fonte comum (FC); na qual a fonte do raio paraxial sempre coincide com a fonte do raio central. A condição FC é dada por: $\Delta x_m = \Delta h$. A substituição da FC na equação (3.4), dá origem à equação do tempo de trânsito da configuração FC em função dos atributos do campo de onda, expressa por:

$$T^2(\Delta h) = \left[t_0 + 2 \frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} \Delta h \right]^2 + 4t_0 \left[K_1 \frac{\text{cos}^2 \beta_G}{v_G} \right] \Delta h^2 \quad (3.9)$$

Aplicando a condição FC na equação (3.5), obtêm-se:

$$T^2(\Delta h) = \left[t_0 + 2 \frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} \Delta h \right]^2 + 4t_0 \left[K_3 \frac{\text{cos}^2 \beta_G}{v_G} \right] \Delta h^2 \quad (3.10)$$

Na Figura 3.9 mostra-se a seção fonte comum que foi gerada com a fonte na posição 1.75 Km , afastamento mínimo de 0.0 m e máximo de 2.0 Km . Lembrando que o raio central tem

afastamento de 1.0 Km com fonte na posição 1.75 Km e receptor na posição 2.75 Km . As linhas de cor vermelha e verde são, respectivamente, os tempos de trânsito calculados com as equações (3.9) e (3.10).

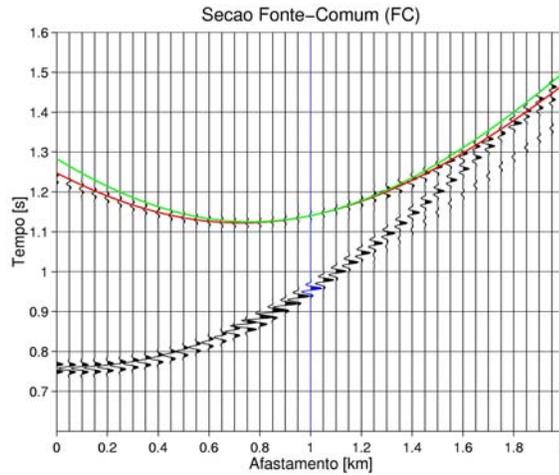


Figura 3.9 – Seção fonte comum. A linha de cor vermelha corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.9) e a linha verde corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.10).

d) Configuração receptor comum (RC); na qual o receptor do raio paraxial sempre coincide com o receptor do raio central. A condição RC é dada por: $\Delta x_m = -\Delta h$. Substituindo a condição anterior na equação (3.4) resulta à equação do tempo de trânsito da configuração RC, expressa por:

$$T^2(\Delta h) = \left[t_0 - 2 \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \Delta h \right]^2 + 4t_0 \left[K_1 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} - K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} \right] \Delta h^2 \quad (3.11)$$

Substituindo na equação (3.5) a condição RC obtem-se a fórmula dos tempos de transitio RC associado a um raio central difratado expressa por:

$$T^2(\Delta h) = \left[t_0 - 2 \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \Delta h \right]^2 - 4t_0 \left[K_2 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \right] \Delta h^2 \quad (3.12)$$

Na Figura 3.10 mostra-se a seção com receptor comum. O receptor fixo está na posição 2.75 Km e as posições das fontes variando desde 0.75 Km e com um intervalo de 0.050 Km . De forma similar aos anteriores, os tempos de trânsito calculados com as equações (3.11) e (3.12) são representadas pelas linhas de cor vermelha e verde, respectivamente.

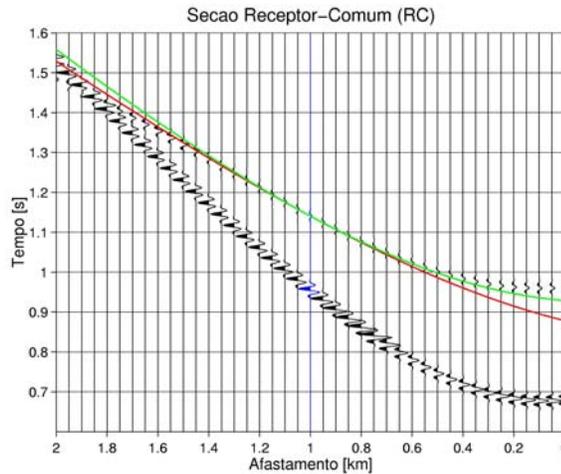


Figura 3.10 – Seção receptor-comum. A linha de cor vermelha corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.11) e a linha verde corresponde aos tempos de trânsito calculados com (3.12).

Com exceção da configuração PMC nas três configurações sísmicas AC, FC e RC, foi observado que as curvas dos tempos de trânsito paraxiais de raios refletidos ajustam melhor aos eventos sísmicos, comparado com as curvas de tempos de trânsito paraxiais de raios difratados. No entanto, vale salientar que as curvas de tempos de trânsito difrato também ajustam aos eventos refletidos nos trechos próximos ao evento do raio central. Isto implica que para a implementação de um algoritmo de simulação de seções AC por meio destas aproximações paraxiais, também podem ser usados as curvas de tempos de trânsito difrado.

4 - ALGORITMO DO EMPILHAMENTO SRC – AF

Neste capítulo, é apresentado um algoritmo de empilhamento SRC-AF para a simulação de seções AC a partir dos dados de cobertura múltipla. Para isso, o procedimento necessário é utilizar processos de otimização para encontrar os melhores conjuntos K_1 , K_2 , K_3 , β_S e β_G . Em geral, isto requer muito tempo e esforço computacional para achar qual é a melhor combinação destes parâmetros. Para realizar a solução deste problema, podem ser usadas diferentes estratégias de busca, envolvendo a busca de combinações de parâmetros, ou a partir de simplificações das aproximações dos tempos de trânsito. Para definir a prioridade na busca dos parâmetros é necessário realizar uma análise de sensibilidade do tempo de transito SRC-AF e SDC-AF, isto é, verificar quanto é sensível este tempo de trânsito hiperbólico para variações de cada parâmetro. A análise de sensibilidade realizada neste capítulo será através da primeira derivada do tempo de trânsito e da perturbação de cada parâmetro visualizado na superfície de empilhamento.

4.1 – ESTUDO DE SENSIBILIDADE DOS ATRIBUTOS DE FRENTES DE ONDAS

- **Análise da primeira derivada do tempo de trânsito SRC-AF e SDC-AF**

A primeira derivada da aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito em função de seus parâmetros permite analisar a sensibilidade desta aproximação. As derivadas foram realizadas utilizando os tempos de trânsito SRC-AF e SDC-AF em relação a cada parâmetro, isto é: (K_1 , K_2 , K_3 , β_S e β_G).

Usando o operador SRC-AF, equação (3.4), teremos as cinco derivadas:

- Derivada do tempo de trânsito em relação a K_1 ($\partial T_R / \partial K_1$)

$$\frac{\partial T_R}{\partial K_1} = \frac{2}{T_R} \left[t_0 \left(\frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} \right) \Delta x_m^2 \right] \quad (4.1)$$

- Derivada do tempo de trânsito em relação a K_2 ($\partial T_R / \partial K_2$)

$$\frac{\partial T_R}{\partial K_2} = \frac{1}{2T_R} \left[-t_0 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} (\Delta x_m - \Delta h)^2 \right] \quad (4.2)$$

- Derivada do tempo de trânsito em relação a K_3 ($\partial T_R / \partial K_3$)

$$\frac{\partial T_R}{\partial K_3} = \frac{1}{2T_R} \left[t_0 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} (\Delta h^2 - 3\Delta x_m^2 + 2\Delta h \Delta x_m) \right] \quad (4.3)$$

- Derivada do tempo de trânsito em relação a β_S ($\partial T_R / \partial \beta_S$)

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_R}{\partial \beta_S} = \frac{1}{2T_R} 2 \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right] & \left[\frac{\cos \beta_S}{v_S} (\Delta x_m - \Delta h) \right] \\ & + \frac{2t_0 \text{sen } \beta_G \cos \beta_G K_2}{v_G} [(\Delta x_m - \Delta h)^2] \end{aligned} \quad (4.4)$$

- Derivada do tempo de trânsito em relação a β_G ($\partial T_R / \partial \beta_G$)

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_R}{\partial \beta_G} = \frac{1}{2T_R} 2 \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right] & \left[\frac{\cos \beta_G}{v_G} (\Delta x_m + \Delta h) \right] \\ & - \frac{2t_0 \text{sen } \beta_G \cos \beta_G}{v_G} [(4K_1 - 3K_3)\Delta x_m^2 + K_3\Delta h^2 + 2K_3\Delta h\Delta x_m] \end{aligned} \quad (4.5)$$

Usando o operador SDC-AF, equação (3.5), teremos as quatro derivadas:

- Derivada do tempo de trânsito em relação a K_2 ($\partial T_D / \partial K_2$)

$$\frac{\partial T_D}{\partial K_2} = \frac{1}{2T_D} \left[-t_0 \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} (\Delta x_m - \Delta h)^2 \right] \quad (4.6)$$

- Derivada do tempo de trânsito em relação a K_3 ($\partial T_D / \partial K_3$)

$$\frac{\partial T_D}{\partial K_3} = \frac{1}{2T_D} \left[t_0 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} (\Delta h + \Delta x_m)^2 \right] \quad (4.7)$$

- Derivada do tempo de trânsito em relação a β_S ($\partial T_D / \partial \beta_S$)

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_D}{\partial \beta_S} = \frac{1}{2T_D} 2 \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right] & \left[\frac{\cos \beta_S}{v_S} (\Delta x_m - \Delta h) \right] \\ & + \frac{2t_0 \text{sen } \beta_G \cos \beta_G K_2}{v_G} [(\Delta x_m - \Delta h)^2] \end{aligned} \quad (4.8)$$

- Derivada do tempo de trânsito em relação a β_G ($\partial T_D / \partial \beta_G$)

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_D}{\partial \beta_G} = \frac{1}{2T_D} 2 \left[t_0 + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} + \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta x_m + \left(\frac{\text{sen } \beta_G}{v_G} - \frac{\text{sen } \beta_S}{v_S} \right) \Delta h \right] & \left[\frac{\cos \beta_G}{v_G} (\Delta x_m + \Delta h) \right] \\ & - \frac{2t_0 \text{sen } \beta_G \cos \beta_G K_3}{v_G} [\Delta x + \Delta h]^2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Cada uma dessas derivadas é mostrada graficamente nas Figuras (4.1), (4.2), (4.3) e (4.4) usando diversos meios afastamentos, tais como $h = 0,0$ Km, $h = 0,25$ Km, $h = 0,5$ Km, $h = 0,75$, $h = 1,0$ Km em função do ponto médio. As curvas das derivadas dos parâmetros foram geradas com cores diferentes para cada um dos cinco meios afastamentos considerados, ou seja: cor azul para $h = 0$, magenta para $h = 0,25$ Km, ciano para $h = 0,5$ Km, cor verde para $h = 0,75$ Km e cor vermelho para $h = 1,0$ Km.

Na Figura 4.1, observa-se na vizinhança do ponto central fixo x_0 , que as derivadas da aproximação hiperbólica do tempo de transito SRC-AF com relação aos parâmetros K_2 e K_3 , são sensíveis as variações de Δx_m e Δh , enquanto que o parâmetro K_1 apresenta uma menor sensibilidade às mudanças de Δx_m e Δh . Na Figura 4.2, observa-se que para as variações ao longo das coordenadas de Δx_m e Δh , ou seja, em todo o seu domínio, as derivadas da aproximação hiperbólica do tempo de transito SRC-AF são altamente sensíveis com relação aos parâmetros β_S e β_G .

Portanto, para o ponto central estudado o tempo de trânsito hiperbólico SRC-AF é muito sensível para os ângulos β_S e β_G , seguido do parâmetro K_3 e de K_2 . Isto implica que estes parâmetros (β_S, β_G) podem ser com maior facilidade determinados por processos de busca (otimização). Os parâmetros K_2 e K_3 apresentaram maior grau de dificuldade na sua determinação. No caso do parâmetro K_1 o tempo de trânsito SRC-AF mostrou-se pouco sensível. Neste caso, esse parâmetro será estimado com dificuldade e menor precisão.

Na Figura 4.3, observa-se que para as variações ao longo das coordenadas de Δx_m e Δh , na vizinhança do ponto central fixo x_0 , as derivadas da aproximação hiperbólica do tempo de trânsito SDC-AF é mais sensível ao parâmetro K_3 , enquanto que o parâmetro K_2 apresenta menor sensibilidade. Na Figura 4.4, observa-se que para as variações ao longo das coordenadas de Δx_m e Δh , ou seja, em todo o seu domínio, que as derivadas da aproximação hiperbólica do tempo de trânsito SDC-AF têm grande sensibilidade com relação aos parâmetros β_S e β_G .

Para o tempo de transito hiperbólico SDC-AF de todos os parâmetros, os ângulos β_S e β_G são os que apresentam maior sensibilidade, e das curvaturas, K_2 apresenta menor sensibilidade. Portanto os parâmetros β_S e β_G podem ser com maior precisão e maior facilidade determinados. No caso das curvaturas K_2 e K_3 o tempo de trânsito mostrou-se menos sensível com relação ao

parâmetro K_2 , o que significa que este parâmetro pode ser pobremente estimado durante o processo de busca.

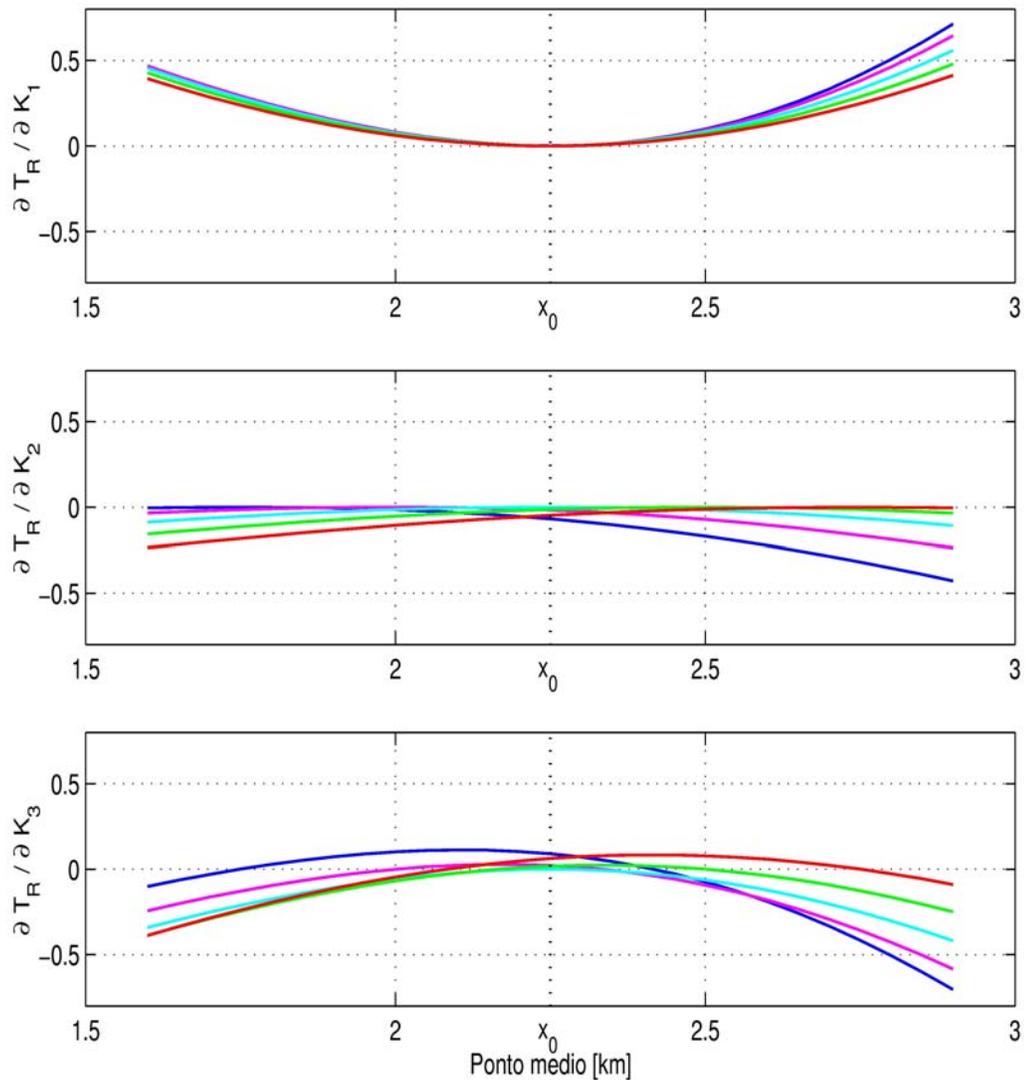


Figura 4.1 – Sensibilidade através da primeira derivada da aproximação hiperbólica do tempo de trânsito SRC-AF com respeito as curvaturas: K_1 na parte superior, K_2 na parte média e de K_3 na parte inferior, sendo os meios afastamentos de $h = 0,0$ Km (cor azul), $h = 0,25$ Km (cor magenta), $h = 0,5$ Km (cor ciano), $h = 0,75$ Km (cor verde) e $h = 1,0$ Km (cor vermelho).

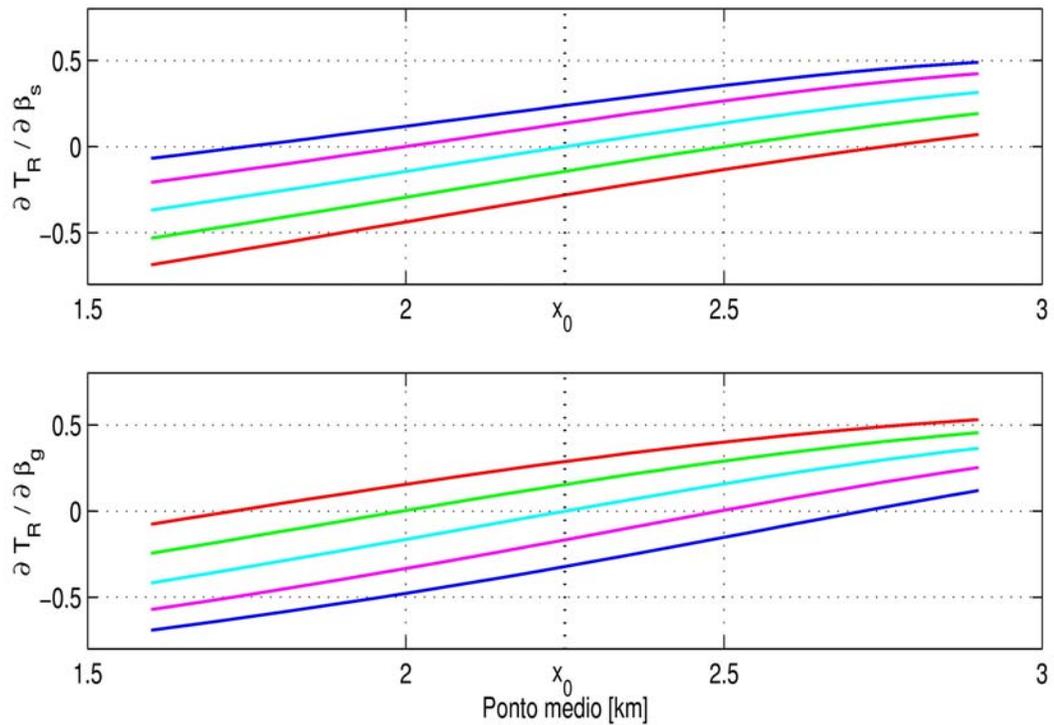


Figura 4.2 – Sensibilidade através da primeira derivada da aproximação hiperbólica do tempo de trânsito SRC-AF com respeito aos ângulos: β_S na parte superior e de β_G na parte inferior, sendo os meios afastamentos de $h = 0,0$ Km (cor azul), $h = 0,25$ Km (cor magenta), $h = 0,5$ Km (cor ciano), $h = 0,75$ Km (cor verde) e $h = 1,0$ Km (cor vermelho).

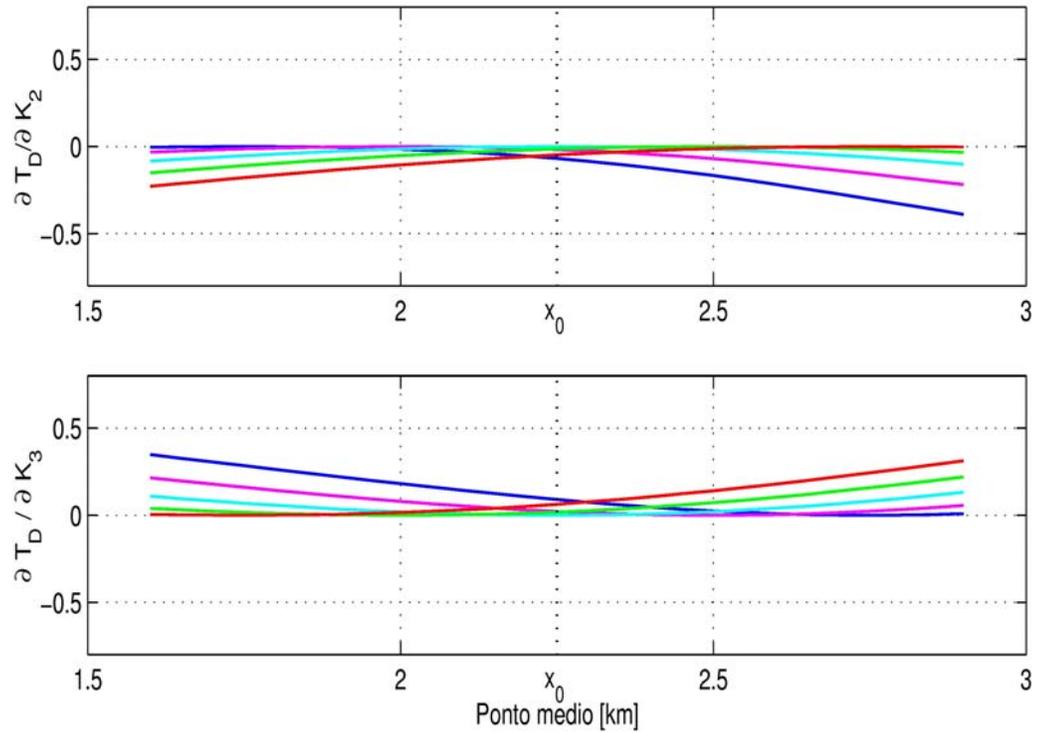


Figura 4.3 – Sensibilidade através da primeira derivada da aproximação hiperbólica do tempo de trânsito SDC-AF com respeito as curvaturas: K_2 na parte superior e de K_3 na parte inferior, sendo os meios afastamentos de $h = 0,0$ Km (cor azul), $h = 0,25$ Km (cor magenta), $h = 0,5$ Km (cor ciano), $h = 0,75$ Km (cor verde) e $h = 1,0$ Km (cor vermelho).

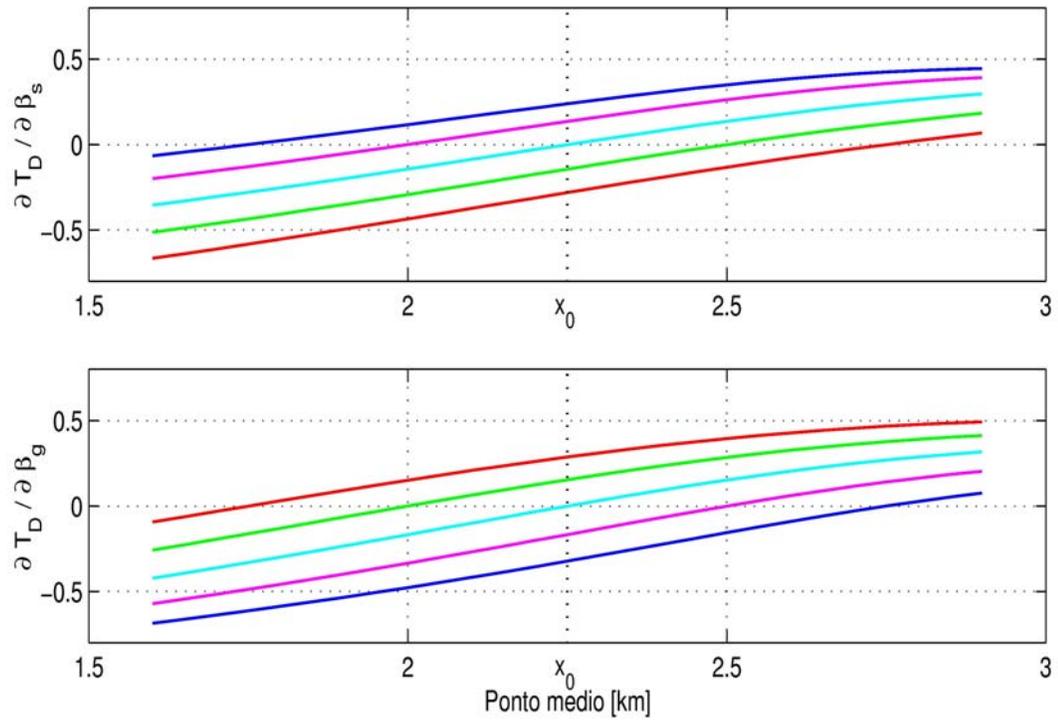


Figura 4.4 – Sensibilidade através da primeira derivada da aproximação hiperbólica do tempo de transit SDC-AF com respeito aos ângulos: β_s na parte superior e de β_g na parte inferior, sendo os meios afastamentos de $h = 0,0$ Km (cor azul), $h = 0,25$ Km (cor magenta), $h = 0,5$ Km (cor ciano), $h = 0,75$ Km (cor verde) e $h = 1,0$ Km (cor vermelho).

- **Análise de Sensibilidade nas superfícies de Empilhamento SRC-AF e SDC-AF**

Também foi aplicado uma análise de sensibilidade na superfície de empilhamento SRC-AF e SDC-AF, através da perturbação dos parâmetros K_1 , K_2 , K_3 , β_S e β_G . Isto permite observar o comportamento de cada parâmetro (mediante a perturbação do valor original) no resultado da superfície de aproximação dos tempos de trânsito.

Nesta análise de sensibilidade foram perturbados os valores dos parâmetros que definem as superfícies SRC-AF da Figura (3.5) e SDC-AF da Figura (3.6). Para efeito de comparação serão mostradas apenas as superfícies SRC-AF e SDC-AF definidas com valores corretos e as superfícies que resultam depois da perturbação de um dado parâmetro.

Os resultados desta análise de sensibilidade podem ser observadas nas ilustrações das superfícies SRC-AF e SDC-AF, Figuras (4.5), (4.6), (4.7), (4.8) e (4.9).

Nas Figuras (4.5), (4.6) e (4.7), as superfícies de cor vermelha corresponde aos valores corretos, a superfície de cor alaranjado foi obtida com a perturbação do parâmetro em 30% do seu valor original e a superfície violeta foi obtida com a perturbação de -30%. De maneira similar, nas Figuras (4.8) e (4.9) as superfícies verdes correspondem aos valores corretos, as superfícies de cor amarela são obtidas perturbando o parâmetro em 30% do seu valor original e as superfícies de cor azul correspondem às perturbações em -30% dos parâmetros.

Mediante a perturbação de 30% para mais e para menos dos valores verdadeiros dos parâmetros K_1 , K_2 , K_3 , β_S e β_G , conforme mostra a Tabela (4.1), observa-se um comportamento similar ao encontrado anteriormente pelas derivadas do tempo de trânsito SRC-AF e SDC-AF. Pelo grau de mudança ou variações apresentadas pelos gráficos da superfície SRC-AC observa-se que esta superfície é mais sensível à variação dos parâmetros β_S , β_G e K_3 , enquanto que a variação dos parâmetros K_1 e K_2 não causa grandes mudanças na superfície SRC-AC. Segundo estes resultados constata-se que o parâmetro K_2 é o parâmetro menos sensível. Portanto, pode-se inferir que o parâmetro K_2 seguido de K_1 serão determinados com maior dificuldade e menor precisão através de processos de busca (otimização). Os parâmetros mais sensíveis β_S , β_G e K_1 em geral são determinados com maior facilidade e maior precisão.

Dos quatro parâmetros que definem a superfície SDC-AF observa-se que o parâmetro menos sensível é K_2 (Figura 4.8a), isto é, grandes variações deste parâmetro não afetam consideravelmente a forma da superfície SDC-AF. Como mencionado anteriormente este

parâmetro é de difícil determinação pelos processos de busca e os valores estimados são em geral com baixa precisão. Como observado no caso da superfície SRC-AF, também neste caso os parâmetros β_S , β_G e K_3 mostram grande sensibilidade, isto é, variações dos parâmetros causam deformação da superfície SDC-AF.

Tabela (4.1) - Perturbação de 30% para mais e para menos dos valores verdadeiros dos parâmetros, β_S , β_G , K_1 , K_2 e K_3 .

	β_S	β_G	K_1	K_2	K_3
-30%	-0,37856	0,14112	0,51994201	-0,284211410	0,60723159
exatos	-0,54080	0,20160	0,74277430	-0,406016300	0,86747370
+30%	-0,70304	0,26208	0,96560659	-0,491274723	1,12771581

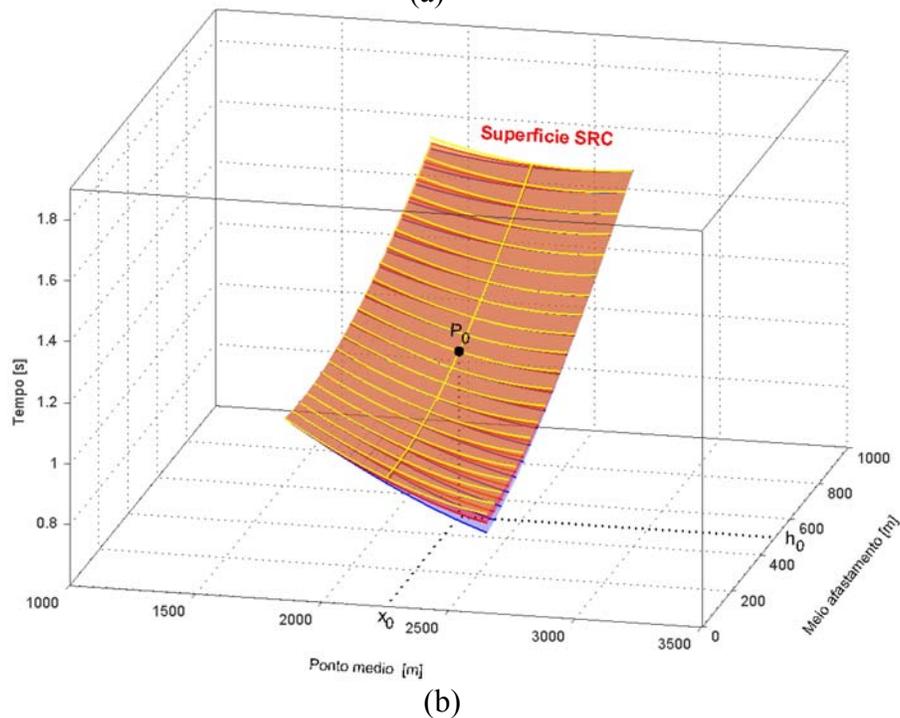
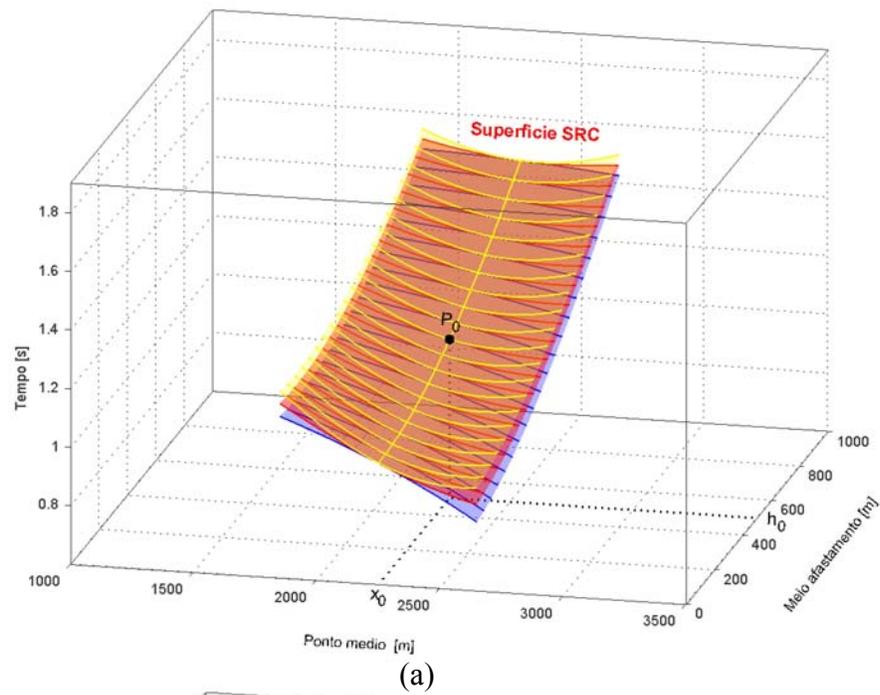


Figura 4.5 – Sensibilidade na superfície do empilhamento SRC-AF mediante a perturbação dos parâmetros K_1 e K_2 . (a) Perturbação do parâmetro K_1 correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original (b) Perturbação do parâmetro K_2 correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original. As superfícies transparentes: de cor vermelha corresponde aos valores originais, a superfície de cor alaranjado +30 % e a superfície de cor violeta - 30 % do valor original.

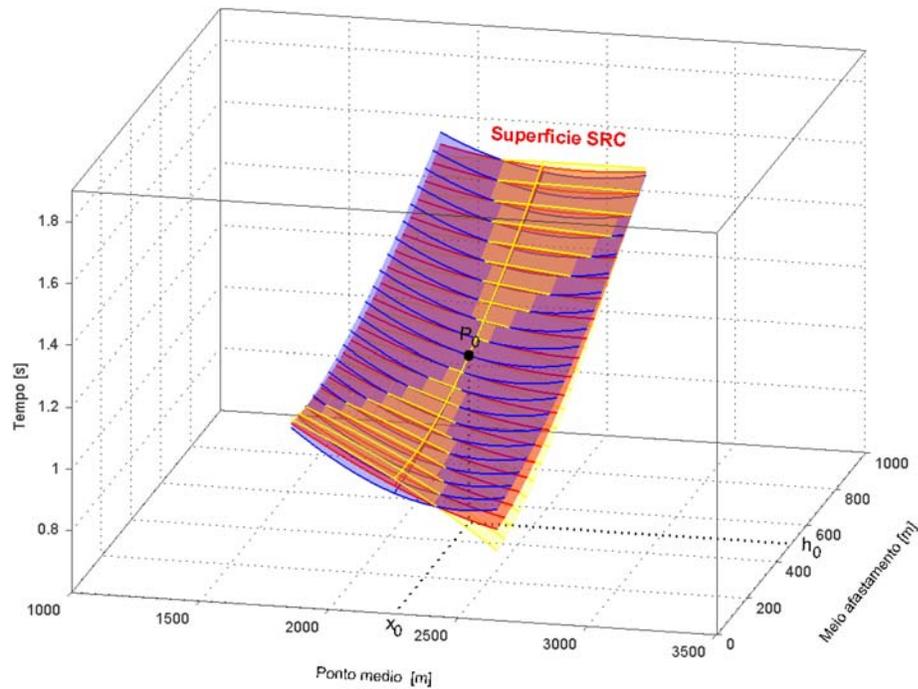


Figura 4.6 – Sensibilidade na superfície do empilhamento SRC-AF mediante a perturbação do parâmetro K_3 . Perturbação do parâmetro K_3 correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original. As superfícies transparentes: de cor vermelha corresponde aos valores originais, a superfície de cor alaranjado +30 % e a superfície de cor violeta - 30 % do valor original.

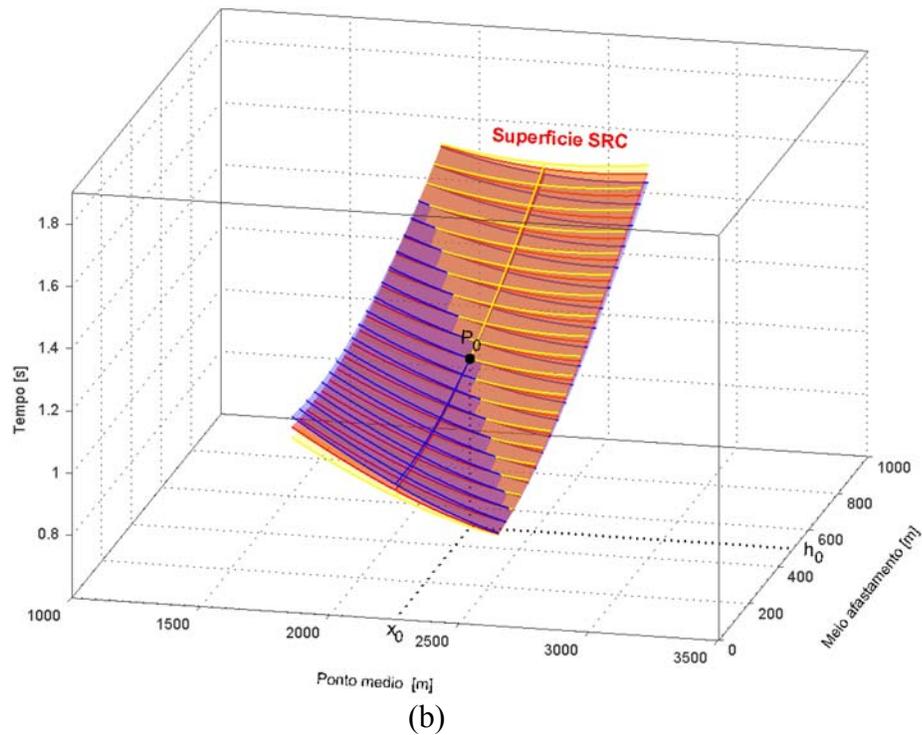
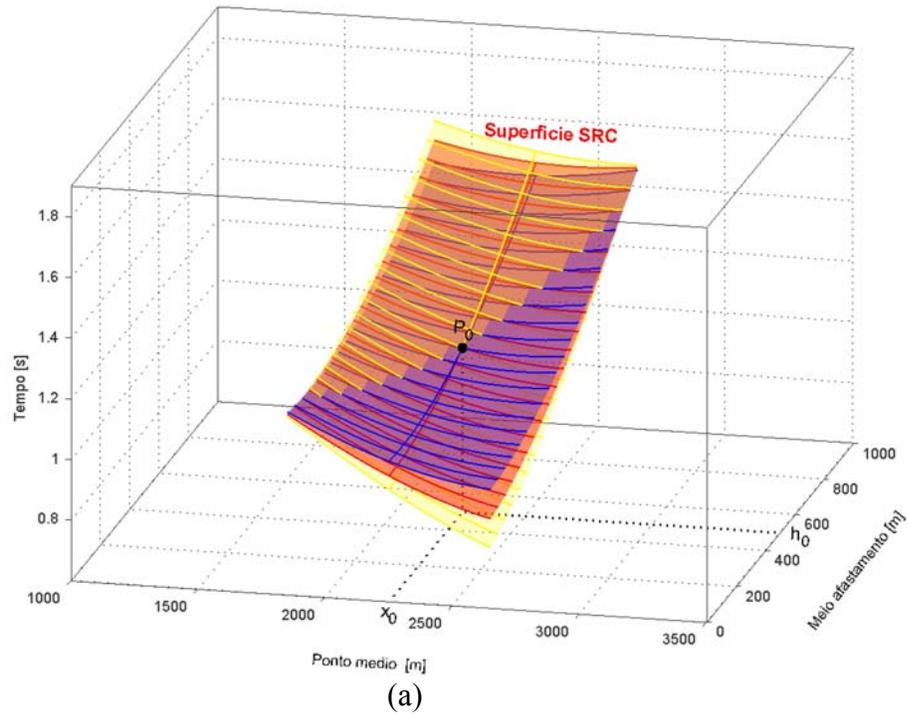


Figura 4.7 – Sensibilidade na superfície do empilhamento SRC-AF mediante a perturbação dos parâmetros β_S e β_G . (a) Perturbação do parâmetro β_S correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original (b) Perturbação do parâmetro β_G correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original. As superfícies transparentes: de cor vermelha corresponde aos valores originais, a superfície de cor alaranjado +30 % e a superfície de cor violeta - 30 % do valor original.

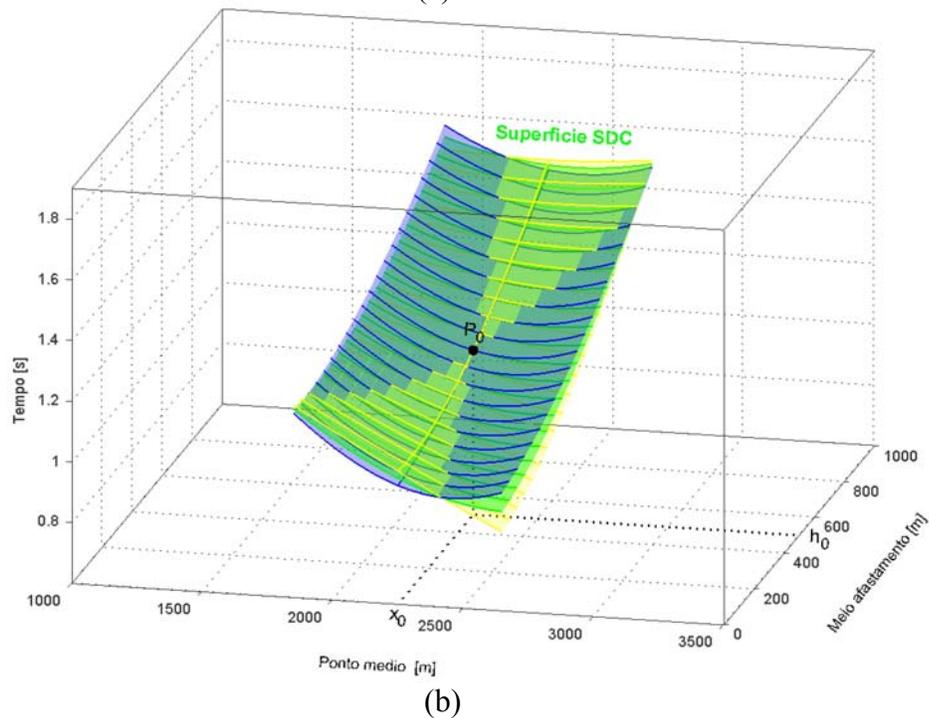
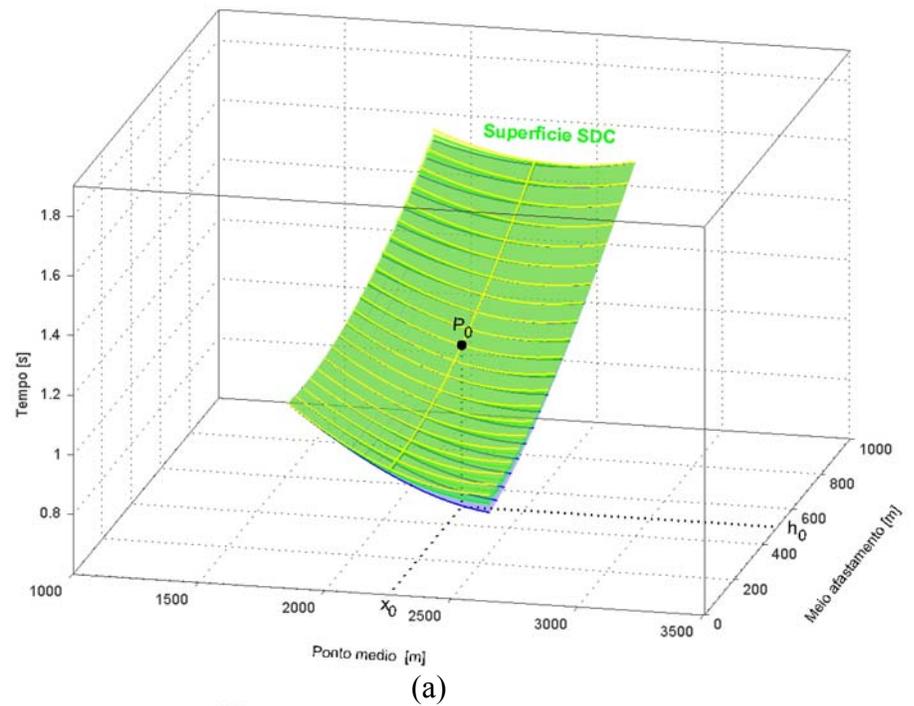


Figura 4.8 – Sensibilidade na superfície do empilhamento SDC-AF mediante a perturbação dos parâmetros K_2 e K_3 . (a) Perturbação do parâmetro K_1 correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original (b) Perturbação do parâmetro K_2 correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original. As superfícies transparentes: de cor verde corresponde aos valores originais, a superfície de cor amarelo $+30\%$ e a superfície de cor azul -30% do valor original.

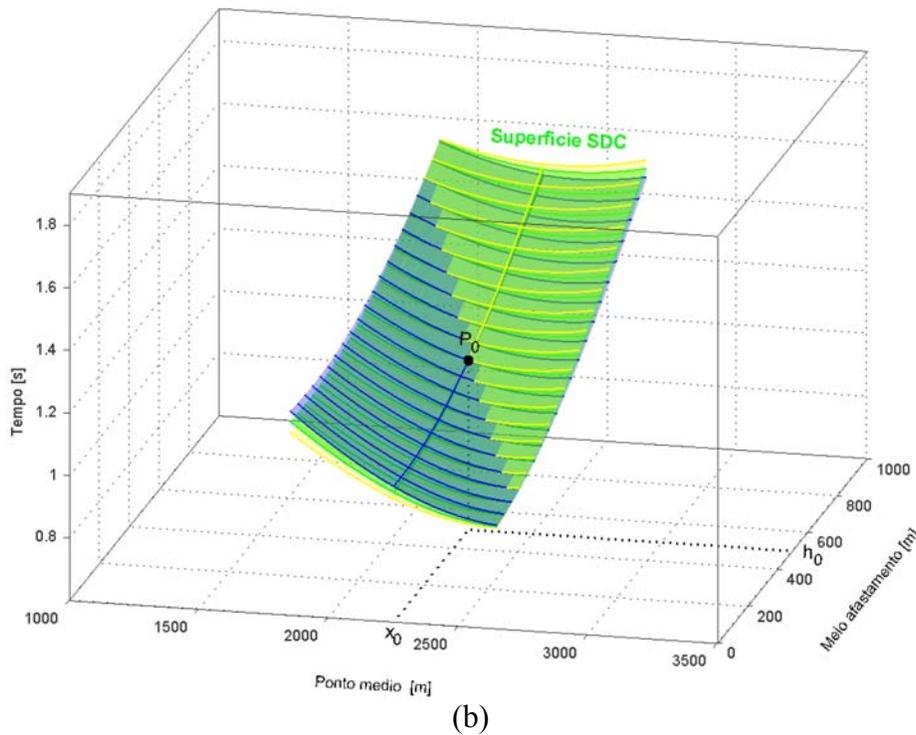
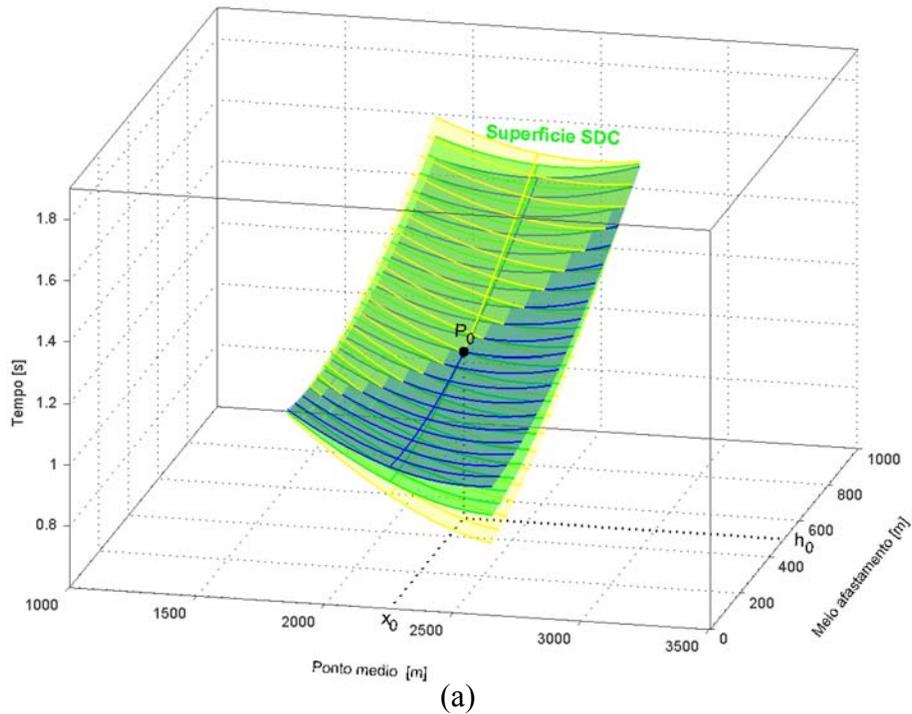


Figura 4.9 – Sensibilidade na superfície do empilhamento SDC-AF mediante a perturbação dos parâmetros β_S e β_G . (a) Perturbação do parâmetro β_S correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original (b) Perturbação do parâmetro β_G correspondendo a $\pm 30\%$ do valor original. As superfícies transparentes: de cor verde corresponde aos valores originais, a superfície de cor amarelo +30 % e a superfície de cor azul - 30 % do valor original.

4.2 - SUPERFÍCIE DE EMPILHAMENTO SDC-AF DEPENDENTE DE TRÊS PARÂMETROS - $T(K_1, \beta_S, \beta_G)$

Com a realização da análise de sensibilidade da aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito, verificamos que o tempo de trânsito SDC-AF não mostra grande sensibilidade para amplo intervalo de variação do parâmetro K_2 (Figura 4.3), tanto na primeira derivada, quanto na perturbação dos parâmetros sobre superfície de empilhamento (Figura 4.8a). Com base nestas observações, introduzimos a condição $K_2 = 0$ no tempo de trânsito SDC-AF, condição esta que pode ser interpretada como uma aproximação da frente de onda com curvatura K_2 por uma onda plana. Esta aproximação será válida principalmente quando uma frente de onda tem grandes distâncias de propagação em meios sem fortes variações de velocidade. Assim, esta superfície fica em função dos três parâmetros: K_3, β_S e β_G . Considerando o mesmo modelo sintético composto por três camadas homogêneas e separado por interfaces suaves, parte inferior da Figura 3.5, a representação gráfica do tempo de trânsito SDC-AF ($K_2 = 0$) associado a um raio central com afastamento finito é mostrada na Figura (4.10). Onde, as curvas de cor azul representam os tempos de trânsito afastamento comum (AC) de reflexões primárias associadas ao segundo refletor. Lembrando que para um raio central com meio-afastamento $h_0 = 500$ m e ponto médio $x_0 = 2500$ m (linha de cor verde, parte inferior da Figura (3.10)) foram calculados por modelamento direto os cinco parâmetros (K_1, K_2, K_3, β_S e β_G). Então, associados a este raio central, na parte superior da Figura (4.10) às curvas de cor verde representam o operador ou superfície SRC-AF ($K_2 = 0$), definido apenas por três parâmetros β_S, β_G e K_3 .

Nesta figura observa-se que esta nova superfície de tempos de transito de raios paraxiais ainda tem um bom ajuste com as curvas das reflexões primárias, isto pode ser mais bem observado nas vizinhanças do ponto P_0 . Este fato é importante para o desenvolvimento de estratégias e algoritmos de implementação para a simulação de seções com AC a partir de dados com cobertura múltipla.

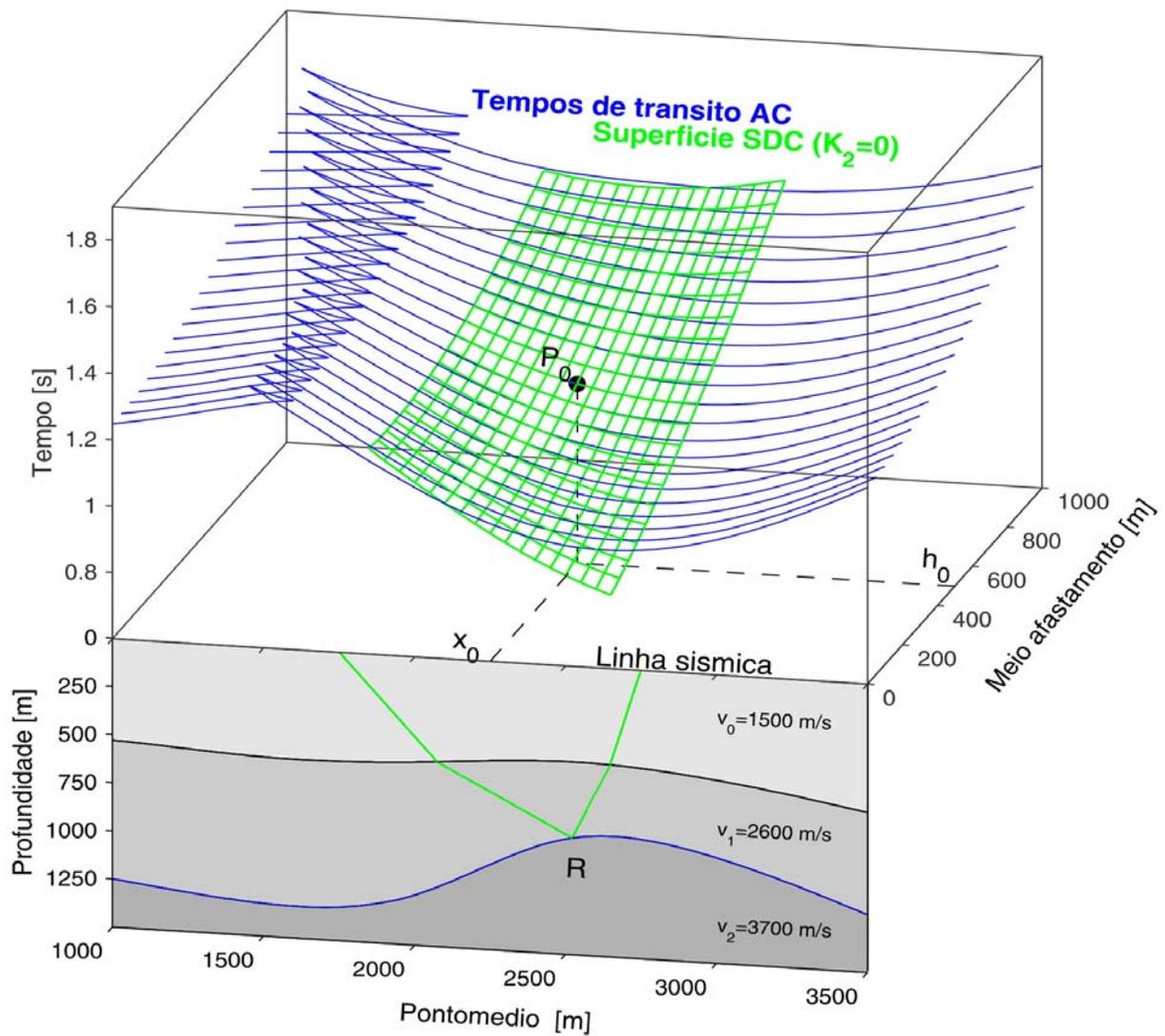


Figura 4.10 – Parte inferior (frontal) - meio 2-D com três camadas homogêneas separadas por interfaces suaves e um raio central, com afastamento-finito, onde x_0 e o ponto médio, h_0 e o meio-afastamento. Parte superior: são mostradas as curvas de tempo de trânsito (AC) (cor azul) referida as reflexões primárias da segunda interface, tendo o operador de empilhamento SDC-AF com $K_2 = 0$ (cor verde) associado ao ponto P_0 .

4.3 – ALGORITMO DO EMPILHAMENTO SRC-AF

Um dos principais problemas do método de empilhamento sísmico SRC para simular seções com afastamento-nulo (SRC-AN) é a determinação dos três parâmetros que definem o operador de empilhamento, definida pela fórmula hiperbólica dos tempos de trânsito. Como visto no Capítulo 3, para a simulação de seções com afastamento comum pelo método de empilhamento SRC-AF, o operador de empilhamento é definido por uma aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito que depende de cinco parâmetros ou atributos de frentes de ondas. Assim sendo, o operador SRC-AF associado a um certo ponto de amostragem P_0 da seção AC requer da determinação a partir dos dados de cobertura múltipla dos parâmetros (K_1 , K_2 , K_3 , β_S e β_G) que produzam o operador SRC-AF com melhor ajuste aos eventos sísmicos associados ao ponto P_0 . Portanto, a parte crucial deste procedimento é a determinação dos parâmetros de empilhamento, a partir de dados sísmicos, por meio de processos de otimização usando como função-objeto a função de coerência (*semblance*). Neste trabalho, ao invés de utilizarmos as seções PMC, AC e FC para determinar os parâmetros de empilhamento como é realizado em Zhang *et al.*, (2001), propõe-se a determinação desses parâmetros usando operadores ou superfícies de empilhamento definidas no domínio $(x_m - h)$, que são definidas por três, quatro e cinco parâmetros. O algoritmo SRC-AF proposto a seguir compreende em três etapas, em que pode ser aplicado um algoritmo de otimização global para a determinação inicial dos parâmetros e, finalmente, para o refinamento desses parâmetros pode ser utilizado o algoritmo de otimização local.

O algoritmo descrito a seguir tem quatro etapas, onde nas primeiras três etapas serão determinados os cinco parâmetros aplicando otimização global. Na última etapa, usando como aproximações iniciais os cinco parâmetros resultantes das etapas anteriores, será realizado um processo de refinamento por meio de otimização local.

Etapa 1 – Busca tridimensional dos parâmetros e β_S , β_G e K_3

Determinação dos três parâmetros β_S , β_G e K_3 através da utilização de um algoritmo de otimização global a ser aplicada nos dados de cobertura múltipla, isto é, no domínio $x_m - h$. A função objeto usará o tempo de trânsito hiperbólico SDC-AF (equação 3.6) com $K_2 = 0$, para

avaliar as medidas de coerência. A partir da determinação do trio de parâmetros ótimos associados a cada ponto de amostragem da seção AC e do somatório dos eventos sísmicos através das superfícies definidas por estes parâmetros, resulta na seção AC empilhada e seções dos três parâmetros.

Etapa 2 – Busca unidimensional do parâmetro K_2

Determinação do parâmetro K_2 usando um algoritmo de otimização global. Esta busca global será aplicada na seção AC empilhada que resulta da primeira etapa. A função objeto usará a equação (3.8) para realizar as medidas de coerência, onde os parâmetros β_S , β_G e K_3 são conhecidos, sendo obtidos na primeira etapa do algoritmo.

Etapa 3 – Busca unidimensional do parâmetro K_1

Determinação do parâmetro K_1 por meio de otimização global aplicada na seção AC empilhada resultante da primeira etapa. As curvas de tempos de trânsito usadas para as medidas de coerência na função objeto da otimização são definidos pela equação (3.7). Os parâmetros β_S , β_G e K_3 e K_2 são obtidos nas etapas anteriores.

Etapa 4 – Refinamento dos cinco parâmetros β_S , β_G , K_1 , K_2 e K_3 .

Como resultados principais das etapas anteriores têm-se os valores dos cinco parâmetros (K_1 , K_2 , K_3 , β_S e β_G) associados a cada ponto imagem da seção AC a ser simulada. Para determinar simultaneamente os melhores valores dos cinco parâmetros e, conseqüentemente, o melhor operador do empilhamento SRC-AF, será aplicado um algoritmo de otimização local. Nesta etapa, a função objeto (*semblance*) usará a equação (3.4) para calcular os operadores de empilhamento SRC-AF testados. Os cinco parâmetros ótimos resultantes desta etapa são usados para produzir a seção AC empilhada.

Como resultado final desta etapa será obtida a seção AC simulada pelo empilhamento SRC-AF dos dados de cobertura múltipla, uma seção de coerência e seções dos cinco parâmetros ou atributos de frentes de ondas.

Na Figura 4.11 é mostrado o diagrama de fluxo simplificado que resume as principais etapas do algoritmo proposto.

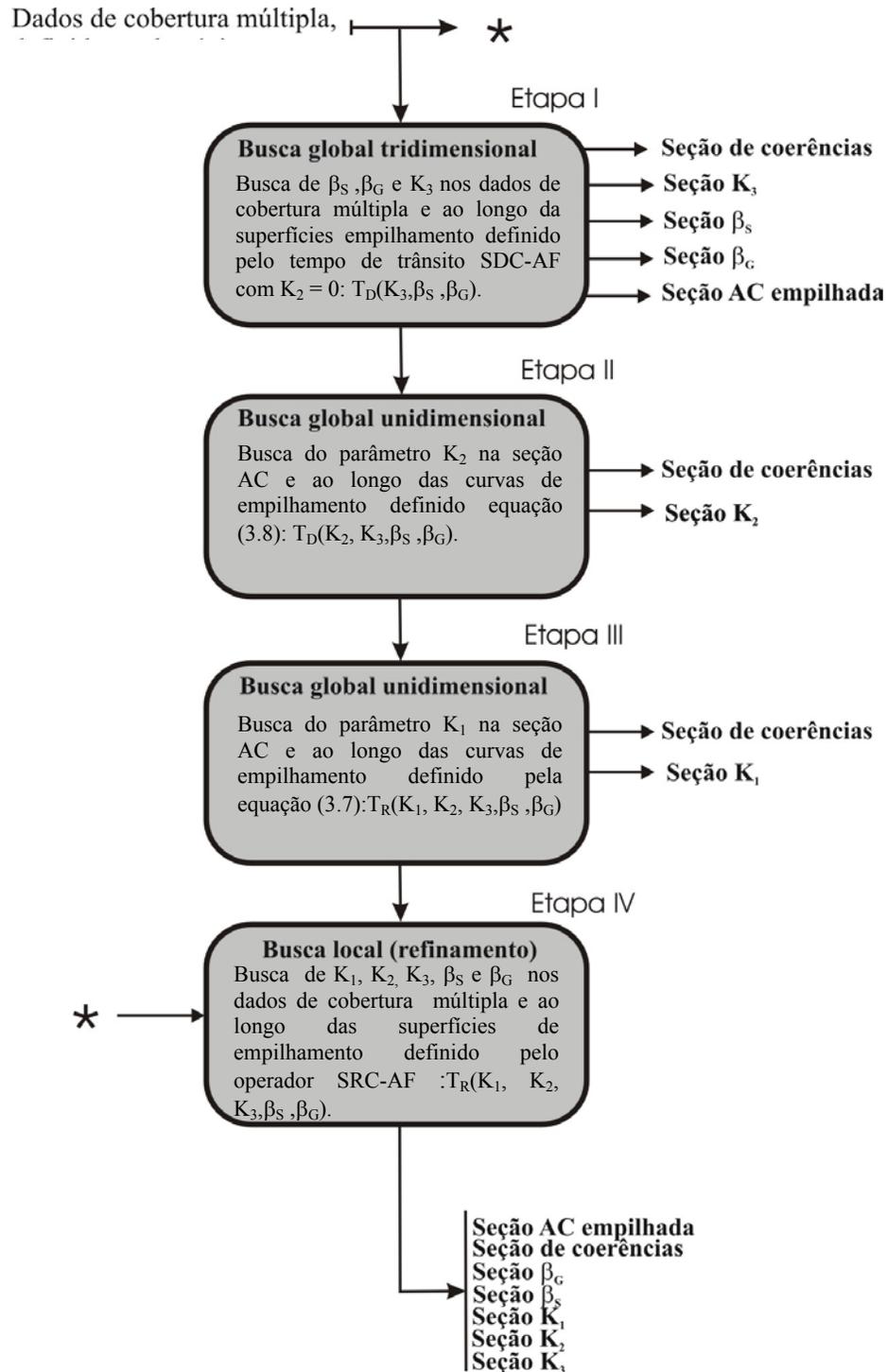


Figura 4.11 – Fluxograma do algoritmo de empilhamento SRC-AF.

5 – DETERMINAÇÃO DA ZONA FRESNEL PROJETADA PELO TEMPO DE TRÂNSITO SRC-AF

Neste capítulo, tem como objetivo determinar as dimensões adequadas do operador ou da superfície de empilhamento SRC-AF. Inicialmente é realizado um estudo das zonas de Fresnel em 2D, e posteriormente a zona de Fresnel projetada. Finalmente, através de algumas condições, obtemos uma expressão para estimar o tamanho das curvas que formam a superfície de empilhamento SRC-AF.

5.1 ZONA DE FRESNEL

O volume de Fresnel é definido como a região espacial 3D na vizinhança do raio central dado, que influencia o período do campo de onda registrado (Hubral et al. 1993). A intersecção do primeiro volume de Fresnel com a interface de um refletor particular é chamada *primeira zona de Fresnel* (Figura 5.1), que define o máximo de resolução em termos de propriedades do refletor.

Em 2D, o termo *zona de Fresnel* não é correto, pois não existe extensão na direção y (perpendicular ao plano xz , Figura 5.1), logo, o termo segmento de Fresnel é mais adequado ao caso 2D. Porém, por conveniência ainda adota-se o termo *zona de Fresnel* ao caso 2D, omitindo a palavra *primeira*.

A zona de Fresnel (2D) é definida como uma seção transversal, ao raio central a um dado refletor, no volume de Fresnel.

O tamanho da primeira zona de Fresnel é freqüentemente utilizado como um parâmetro de medida do refletor, que depende da freqüência ou período do pulso sísmico, da velocidade do meio e dos tempos de trânsito. A definição proposta por Kravtsov & Orlov (1980) para a extensão temporal da zona de Fresnel no refletor em subsuperfície, é o módulo da diferença dos tempos de trânsito dos raios refletidos em R pelo caminho SRG e os raios difratados nos pontos D1 e D2 pelos caminhos SD₁G e SD₂G, onde esta diferença é igual o menor a metade do período do pulso sísmico, $T/2$, de uma onda com única freqüência (onda monofrequente), isto é:

$$|t(S, G) - t(S, \bar{D}) - t(\bar{D}, G)| \leq T/2, \quad (5.1)$$

onde $t(S,G)$ é o tempo de trânsito ao longo do raio central, $t(S,\bar{D})$ e $t(\bar{D},G)$ representa os tempos de trânsito paraxiais de dois ramos do raio. O ponto \bar{D} representa um ponto na vizinhança do ponto de reflexão especular R.

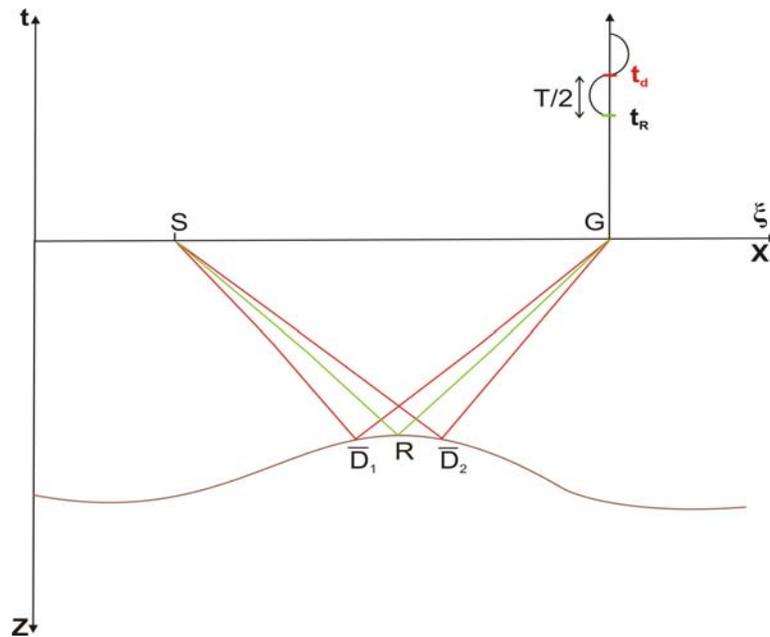


Figura 5.1 - Diferença do tempo de trânsito t_R do raio refletido em R (SRG) e do tempo de trânsito t_D dos raios difratados em \bar{D}_1 e \bar{D}_2 ($S\bar{D}_1G$) e ($S\bar{D}_2G$) define a primeira zona de Fresnel.

A equação (5.1) é a definição que delimita a zona de Fresnel para o caso de ondas com monofrequência. Porém, o pulso em propagação não é monofrequente, isto é, o pulso é sempre um sinal transiente que possui uma certa faixa de frequência. Neste caso, o tamanho temporal da zona de Fresnel é determinado pela frequência dominante no pulso sísmico F_w .

Para encontrarmos uma expressão para a zona de Fresnel em termos dos parâmetros dos raios paraxiais, ou seja, em termos dos elementos da matriz propagadora, consideramos que o raio $S\bar{D}$ seja um raio paraxial do primeiro segmento do raio central SG (Schleider et al., 1997). De forma análoga, consideramos que $\bar{D}G$ representa o raio paraxial do segundo segmento do raio central SG. Assim, as aproximações parabólicas dos raios $t(S,\bar{D})$ (durante a descida) e $t(\bar{D},G)$ (durante a subida) em 2D são:

$$t(S,\bar{D}) = t(S,R) + p_R x_{\bar{D}} + \frac{1}{2} x_{\bar{D}}^2 D_1 B_1^{-1} \quad (5.2)$$

$$t(\bar{D}, G) = t(R, G) - p_R x_{\bar{D}} + \frac{1}{2} x_{\bar{D}}^2 B_2^{-1} A_2. \quad (5.3)$$

Sendo $x_{\bar{D}}$ uma coordenada em 1D, que é resultado da projeção normal de \bar{D} sobre a linha tangente em R. A coordenada p_R é a projeção do vetor vagarosidade \vec{p}_R em R sobre a linha tangente. Os índices dos elementos da matriz propagadora são devido à decomposição do raio total. Hubral et al. (1992b) mostram, em 3D, que a matriz propagadora do raio \underline{T} pode ser decomposta em matrizes propagadores que correspondem ao raio de descida e subida, então:

$$\underline{T} = \underline{T}_2 \underline{T}_1. \quad (5.4)$$

A equação acima é a regra da cadeia, onde o índice 1 representa o percurso do raio na descida e o índice 2 representa o percurso do raio na subida.

Para nosso caso, 2D, a equação (5.4) toma a seguinte forma:

$$\underline{T} = \underline{T}_1 \underline{T}_2 \quad (5.5)$$

Hubral et al. (1992b), também mostram que os elementos da matriz propagadora \underline{T} podem ser decomposto na seguinte forma:

$$A = A_2 A_1 + B_2 C_1, \quad (5.6a)$$

$$B = A_2 B_1 + B_2 D_1, \quad (5.6b)$$

$$C = C_2 A_1 + D_2 C_1, \quad (5.6c)$$

$$D = C_2 B_1 + D_2 D_1, \quad (5.6d)$$

onde as quantidades A_1, B_1, C_1 e D_1 se referem a primeira parte do raio SD (durante a descida) e as quantidades A_2, B_2, C_2 e D_2 pertencem a segunda parte DG (durante subida).

O próximo passo, é substituir as equações (5.2) e (5.3) na equação (5.1), logo temos:

$$\left| x_{\bar{D}}^2 H \right| \leq T, \quad (5.7)$$

onde H é o elemento da zona de Fresnel, dado por:

$$H = D_1 B_1^{-1} + B_2^{-1} A_2 \quad (5.8)$$

Substituindo a equação (5.6b) na equação acima, podemos encontrar uma identidade para o elemento da zona de Fresnel, na seguinte forma:

$$H = B_2^{-1} A_2 + D_1 B_1^{-1} \rightarrow B = A_2 B_1 + B_2 D_1 \Leftrightarrow A_2 = B B_1^{-1} - B_2 D_1 B_1^{-1}$$

$$H = B_2^{-1} \underbrace{(B B_1^{-1} - B_2 D_1 B_1^{-1})}_{A_2} + D_1 B_1^{-1}$$

$$H = B_2^{-1} B B_1^{-1} - D_1 B_1^{-1} + D_1 B_1^{-1}$$

$$H = B_2^{-1} B B_1^{-1}, \text{ então:}$$

$$H = D_1 B_1^{-1} + B_2^{-1} A_2 = B_2^{-1} B B_1^{-1} \quad (5.9)$$

A equação acima representa a zona de Fresnel em função dos elementos da matriz propagadora.

5.2 ZONA DE FRESNEL PROJETADA

Hubral et al. (1993) introduziram o conceito da primeira *zona de Fresnel projetada* em seções AN no domínio do tempo, tendo como contrapartida a primeira zona de Fresnel no domínio da profundidade. A zona de Fresnel projetada determina na linha de aquisição a maior contribuição de um segmento de refletor particular em subsuperfície, portanto, representa uma boa abertura da subsuperfície de empilhamento para o imageamento sísmico, que para o nosso caso, via empilhamento SRC-AF. Pois, uma abertura da superfície de empilhamento não adequada pode ocasionar uma má imagem da subsuperfície, ou seja, uma abertura larga diminuirá a resolução do resultado, pois na somatória dos eventos sísmicos esta superfície pode incluir traços sísmicos que interferem destrutivamente para a simulação correta dos eventos de reflexão e uma abertura pequena, também não aumentará a resolução, uma vez que o número de contribuições dos traços diminui, pois ao contrário da abertura larga esta pode excluir traços que interferem construtivamente para os eventos de reflexão, causando assim uma instabilidade no empilhamento baseado na busca de parâmetros a partir dos dados. Desta forma, há necessidade de uma adequada abertura da superfície de empilhamento SRC-AF, assim, a delimitação desta abertura neste trabalho de dissertação é pela definição de zona de Fresnel projetada.

As determinações da zona de Fresnel e da zona de Fresnel projetada requerem o conhecimento do modelo de subsuperfície. Porém, Hubral et al. (1993) demonstraram como a zona de Fresnel projetada pode ser estimada a partir das medidas de tempos de trânsito.

Para o caso 2D, descrevemos geometricamente e matematicamente como projetar a zona de Fresnel em torno do ponto R até a linha de aquisição x . Na Figura (5.2) vemos em detalhe a interpretação geométrica da zona de Fresnel projetada. Esta figura representa um experimento sísmico, onde um raio de reflexão especular SRG e os raios paraxiais de Fresnel SD_iG ($i = 1, 2, \dots, n$) determinam um conjunto de pontos sobre o refletor chamado zona de Fresnel (Schleicher et al., 2004) e sua projeção em direção à superfície. Pela teoria do empilhamento de

difrações (Schleicher et al.,1993), o ponto R^* é um ponto estacionário correspondente ao evento de reflexão no ponto R e que pertence à curva de reflexão. Com a determinação da zona de Fresnel de projetada, podemos encontrar pontos ξ_i , pertencentes a esta (primeira) zona, que fazem parte da mesma curva de reflexão e que são correspondentes aos pontos vizinhos de R em profundidade.

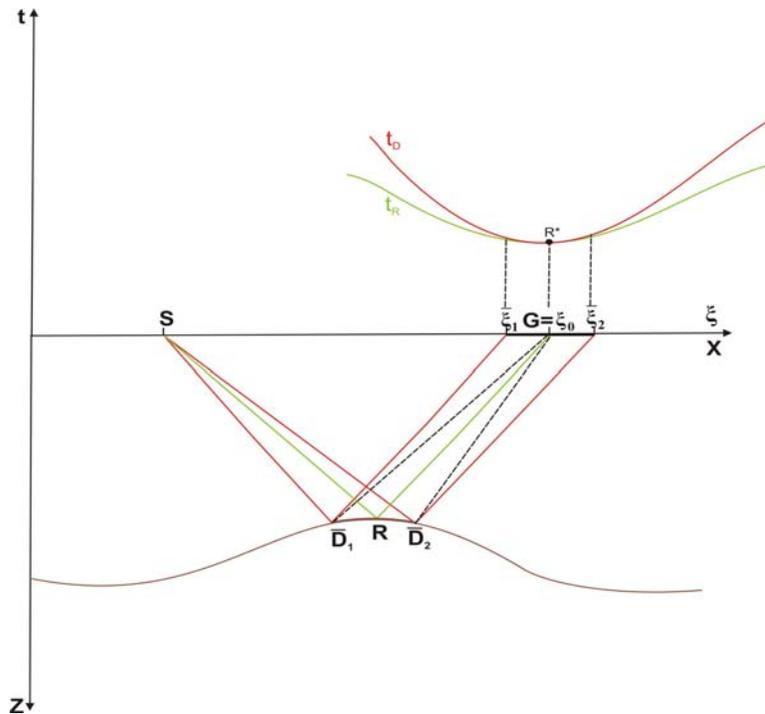


Figura 5.2 – Ilustração de um raio especular refletido SRG, a zona de Fresnel em profundidade, os raios paraxiais a zona de Fresnel projetada. O ponto R^* é um ponto estacionário pertencente à curva de reflexão. Os pontos (paraxiais) em subsuperfície $\bar{\xi}_1$ e $\bar{\xi}_2$ pertencem à própria curva de reflexão.

Agora, descrevendo matematicamente como projetar a zona de Fresnel em torno do ponto R até a linha de aquisição x (Figura 5.2). O vetor \bar{x}_D com sua origem em R denota a coordenada da projeção normal dos pontos D_1 e D_2 sobre a linha que é tangente a R . A projeção da zona de Fresnel na tangente é novamente projetada ao longo dos raios paraxiais até a linha de aquisição x . Portanto, considerando uma aproximação de primeira ordem, temos:

$$\bar{\xi} = P_{x_D} \bar{x}_D, \quad (5.10)$$

onde ξ coincide com o eixo x (Figura 5.2) e P é a projeção do vetor $\vec{x}_{\overline{D}}$ ao longo do eixo ξ .

Substituindo a equação (5.10) na equação (5.7) temos a zona de Fresnel projetada, dada por:

$$|\xi^2 H_P| \leq T, \quad (5.11)$$

onde H_P é conhecido por:

$$H_P = P^2 H. \quad (5.12)$$

De acordo com Hubral et al. (1993), a equação (5.11) pode ser calculada somente em seções AN, onde H_P é dado por :

$$H_P = 4B^{-1}. \quad (5.13)$$

Esta equação é mostrada por Hubral et al. (1993), resolvendo um sistema de equações para um raio normal, decompondo o elemento B da matriz propagadora em dois ramos do raio normal, durante a descida B_1 e durante a subida B_2 , ou seja, $B = B_1 + B_2$.

A priori, decompor o elemento B em dois ramos, isto é, subida e descida do raio é possível pelo fato de que o raio normal esta sendo dividido em duas partes iguais durante sua reflexão. Com isso é possível expressar os elementos B_1 e B_2 em função dos parâmetros do tempo de trânsito SRC-AN. Para a nossa situação em que consideremos um raio com afastamento finito isso não seria possível, devido este raio esta sendo dividido em duas partes em um ponto muito menos específico.

Mas, podemos fazer uma aproximação que não seja bruta demais e que permita termos uma estimativa do elemento B em função de B_1 e B_2 .

Esta aproximação é considerarmos um meio horizontal estratificado, em que o raio de afastamento finito pode ser dividido em duas partes iguais, então:

$$B = B_1 + B_2 \quad (5.14)$$

Podemos também considerar que o elemento B_1 e B_2 referente ao raio de descida e subida, respectivamente, é igual a metade do elemento B referente a reflexão do raio, ou seja:

$$B_1 = \frac{1}{2} B \quad (5.15a)$$

$$B_2 = \frac{1}{2} B \quad (5.15b)$$

Substituindo a equação (5.13) na equação (5.9) temos:

$$H = B_1^{-1} + B_2^{-1}, \quad (5.16)$$

e substituindo as equações (5.14) na equação acima, temos:

$$H = 4B^{-1} . \quad (5.17)$$

Utilizando a equação (5.12), onde P é a projeção ao longo do eixo ξ , comparando com a equação acima, temos que:

$$H_p = 4B^{-1} . \quad (5.18)$$

Substituindo a equação acima na equação (5.11), determinamos pela teoria paraxial do raio 2D a delimitação da zona de Fresnel projetada, que é dada por:

$$\left| 4B^{-1} (\bar{\xi} - \xi_0)^2 \right| \leq T , \quad (5.19)$$

onde, $(\bar{\xi} - \xi_0)$ é a distância entre o raio central e um raio paraxial no eixo da coordenada ponto médio.

Considerando a equação (2.36b) e substituindo na equação (5.19), a delimitação da zona de Fresnel projetada em função dos parâmetros β_G , K_l e K_3 do tempo de trânsito SRC-AF é:

$$\left| 4(K_3 - K_1) \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} (\bar{\xi} - \xi_0)^2 \right| \leq T \quad (5.20)$$

Isolando o termo $(\bar{\xi} - \xi_0)$, obtém-se o tamanho máximo da zona de Fresnel projetada:

$$|\bar{\xi} - \xi_0| = \frac{1}{2 \cos \beta_G} \sqrt{\frac{v_G T}{|K_3 - K_1|}} \quad (5.21)$$

A equação (5.21) também pode ser demonstrada a partir da diferença entre o tempo de trânsito parabólico de difração (equação 2.40), e o tempo de trânsito parabólico de reflexão (equação 2.38). Essa diferença é realizada na seguinte forma:

$$|t_D - t_R| \leq T/2 , \quad (5.22)$$

onde t_D (equação ()) representa o tempo de trânsito parabólico de difração e t_R (equação ()) tempo de trânsito parabólico de reflexão, logo temos:

$$\left| 2\Delta x_m^2 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} (K_3 - K_1) \right| \leq \frac{T}{2} \quad (5.23)$$

Isolando termo Δx_m^2 , obtém-se a mesma equação (5.21) do tamanho máximo da zona de Fresnel projetada:

$$\Delta x_m = \frac{1}{2 \cos \beta_G} \sqrt{\frac{v_G T}{|K_3 - K_1|}}, \quad (5.24)$$

onde $\Delta x_m = x_m - x_0$ é o deslocamento do ponto-médio-comum com respeito ao raio central.

De acordo com a Tabela (3.1), os valores de β_G , K_1 e K_3 são dados por: $0,20160^\circ$, $0,74277430$ 1/Km e $0,86747370$ 1/Km, respectivamente, e para o modelo sintético em que estamos considerando, composto por três camadas homogêneas a velocidade v_G vale 1500 m/s. Utilizando uma frequência de 20 Hz para o pulso sísmico e lembrando que a frequência de um pulso é definida como inverso do período, a substituição desses valores na equação (5.24) obtém-se o tamanho máximo da zona de Fresnel projetada, dado por $\Delta x_m \cong 490$ m.

Observa-se que, o valor estimado da zona de Fresnel projetada é coerente às dimensões associado ao ponto $P_0(x_0, h_0)$ da Figura (3.5) ao longo da superfície de empilhamento SRC-AF. Com base nesse resultado a equação (5.24) pode ser útil para estimar o tamanho das curvas que formam a superfície de empilhamento durante o processo de empilhamento SRC-AF.

6 – CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Neste capítulo são indicadas as conclusões obtidas no desenvolvimento deste trabalho. Também são discutidas perspectivas relacionadas ao algoritmo de empilhamento SRC-AF proposto.

CONCLUSÕES

As conclusões descritas a seguir baseiam-se nos resultados obtidos a partir do estudo da fórmula dos tempos de trânsito de raios paraxiais a um raio central com afastamento finito refletido, que depende de cinco parâmetros.

Foi particularizada a fórmula dos tempos de trânsito para raios paraxiais na vizinhança de um raio central associado a um ponto difrator em profundidade. Esta nova aproximação depende de quatro parâmetros, reduzindo assim um parâmetro da fórmula original.

Também, foram comparados graficamente os operadores de empilhamento definidos pela fórmula que dependem de cinco e quatro parâmetros, verificando-se assim que esta nova fórmula dependente de quatro parâmetros define um novo operador ou superfície de empilhamento que pode ser usado para simular seções AC por meio da técnica de empilhamento SRC-AF.

Foram feitas as comparações dos tempos de trânsito de reflexões e difrações, nas quatro configurações sísmicas (PMC, AC, FC e RC), verificando-se, novamente, que os tempos de trânsito de raios paraxiais associados a um raio central difratado tem um bom ajuste com os eventos refletidos, constituindo-se assim uma alternativa para ser usado na simulação de seções AC usando os operadores correspondentes as quatro configurações.

Finalmente, foi realizada a análise de sensibilidade em relação a cada um dos cinco parâmetros (K_1 , K_2 , K_3 , β_S e β_G). Após realizar a análise de sensibilidade foi utilizada uma nova condição, $K_2 = 0$ e assim, obtemos uma nova aproximação, agora dependente de três parâmetros. Usando essas aproximações hiperbólicas (em função de cinco, quatro e três parâmetros), foi proposto um algoritmo para a simulação de seções AC a partir de dados de cobertura múltipla.

Com o objetivo de determinar as dimensões adequadas do operador ou da superfície de empilhamento SRC-AF, foi realizado um estudo das zonas de Fresnel, obtendo-se assim expressões que podem ser úteis para estimar o tamanho das curvas que formam a superfície de empilhamento durante o processo de empilhamento SRC-AF.

Devidos aos resultados obtidos graficamente a partir dos operadores SRC-AF, SDC-AF e SDC($K_2 = 0$) e também através do estudo comparativo nas quatro configurações sísmicas, a futura aplicação do algoritmo de empilhamento SRC-AF proposto neste trabalho, constitui-se numa atraente alternativa, tendo como foco principal a qualidade ou resolução dos resultados a serem obtidos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BERGLER, S., DUVECK, E., HÖCHT, G., ZHANG, Y., HUBRAL, P., 2001, Common-reflection-surface stack for converted waves: Wave Inversion Technology (WIT) Report (Germany), pages 24-31.
- BERGLER, S.; HUBRAL, P.; MARCHETTI, P.; CRISTIANI, A.; CARDONE, G., 2002, 3-D Common-Reflection-Surface stack and kinematic wavefield attributes. Submitted to *Leading Edge*.
- BORTFELD, R., 1989. Geometrical ray theory: Ray traveltimes in seismic systems (second order approximation of the traveltimes.) *Geophysics*, 54: 342 – 349.
- ČERVENÝ, V., 2001. *Seismic ray theory*. Cambridge University Press.
- CHIRA, P., CRUZ, J. C. R., BERGLER, S., HUBRAL, P., 2003. Sensibility analysis of the FO CRS traveltimes approximation. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 8. Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. SBGF. *Expanded Abstracts*
- CRUZ, J.C.R., HUBRAL, P., TYGEL, M., SCHELEICHER, J. 1999. The common-reflecting-element (CRS) method revisited. *Geophysics*.
- DE BAZELAIRE, E. 1988. Normal moveout revisited inhomogeneous media and curved interfaces: *Geophysics*, 53, (2), 143-157.
- GARABITO, G., 2001. *Empilhamento Sísmico por Superfície de Reflexão Comum: Um novo algoritmo usando otimização global e local*. Belém, Universidade Federal do Pará. (Tese de Doutorado).
- GARABITO, G., COSTA, M. J .S., COSTA, M. B. C., 2003. Aproximações dos tempos de trânsito de raios paraxiais na vizinhança de um raio central com afastamento finito. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 8. Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. SBGF. *Expanded Abstracts*.
- GARABITO, G., CRUZ, J. C. R., HUBRAL, P. and COSTA, J. 2001. Common reflection surface stack by global optimization. In Annual Internat. Mtg., *Soc. Expl. Geophys*, 71. *Expanded Abstracts*.

- GELCHINSKY, B. & KEYDAR, S., 1999. Homeomorphic imaging approach – theory and practice. *J. Appl. Geoph.* 42: 169-228. Special issue on Karlsruhe workshop on macro model independent seismic reflection imaging.
- GELCHINSKY, B., BERCOVITCH, A., KEYDAR, S., 1999a. Multifocussing homeomorphic imaging Part 1. Basic concepts and formulas. *J. Appl. Geoph.* 42: 229-242. Special issue on Karlsruhe workshop on macro model independent seismic reflection imaging.
- GELCHINSKY, B., BERCOVITCH, A., KEYDAR, S., 1999b. Multifocussing homeomorphic imaging Part 2. Multifold data set and multifocusing. *J. Appl. Geoph.* 42: 243-260 Special issue on Karlsruhe workshop on macro model independent seismic reflection imaging.
- HÖCHT, G., DE BAZELAIRE, E., MAJER, P., HUBRAL, P. 1999. Seismics and optics: hyperbolae and curvatures. *submitted to Journal of Applied Geophysics*.
- HUBRAL, P. W. 1983. Computing true amplitude reflections in a laterally inhomogeneous earth. *Geophysics*, 48: 1051-1062.
- HUBRAL, P., 1999, Macro-model independent seismic reflection imaging: *J. Appl. Geophysics*, 42: 3-4.
- HUBRAL, P. & KREY, T., 1980. *Interval Velocities from Seismic Reflection Time Measurements*. Houston. Western Geophysical Company.
- HUBRAL, P., SCHLEICHER, J., TYGEL, M. 1992a. Three-dimensional paraxial ray properties, Part I: Basic relations. *Journal of Seismic Exploration*, 1: 265–279.
- HUBRAL, P., SCHLEICHER, J., TYGEL, M. 1992b. Three-dimensional paraxial ray properties, Part II: Applications. *Journal of Seismic Exploration*, 1:347–362.
- HUBRAL, P., SCHLEICHER, J., TYGEL, M., HANITZSCH, C. 1993. Determination of Fresnel zones from travelttime measurement. *Geophysics*, 58, (5):703–712.
- JÄGER, R. 1999. *The Common-Reflection-Surface Stack, Theory and Application*, Alemanha, Universidade de Karlsruhe. (Dissertação de Mestrado).
- JÄGER, R., MANN, J., HÖCHT, G., HUBRAL, P. 2001. Common reflection surface stack: Image and attributes. *Geophysics*, 66: 97-109.

- KRAVTSOV, Y. A. & ORLOV, Y. I. 1980. *Geometrical Optics of Inhomogeneous Media*. Berlin, Springer-Verlag. (Series on Wave Phenomena).
- LANDA, E.; SHTIVELMAN, V.; GELCHINSKY, B. 1987. A method for detection of diffracted waves on common-offset sections. *Geophysical Prospecting*, 35: 359-373.
- MÜLLER, T., 1999. *The common reflection surface stack – seismic imaging without explicit knowledge of the velocity model*: Der Andere Verlag, Bad Iburg.
- PASCHOAL, W. G. & GARABITO., 2003. Delimitação da abertura da superfície de empilhamento do método SRC (superfície de reflexão comum). In: INTERNATIONAL CONGRESS OF BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 8. Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. SBF. *Expanded Abstracts*.
- SCHLEICHER, J., TYGEL, M., HUBRAL, P., 1993. Parabolic and hyperbolic paraxial two-point traveltimes in 3D media. *Geophysical Prospecting*, 41(4): 495-514.
- TYGEL, M., MUELLER, T., HUBRAL, P., SCHLEICHER, J. 1997. Eigenwave based multiparameter traveltime expansions. In: ANNUAL MEETING OF SEG, 67., *Expanded Abstracts*. 1770 – 1773.
- URSIN, B. 1982. Quadratic wavefront and traveltime approximations in inhomogeneous layered media with curved interfaces. *Geophysics*, 47, (7). 1012–1021.
- VIETH, K.U. (2001). *Kinematic wavefield attributes in seismic imaging*. Universität Karlsruhe. (PhD thesis).
- ZHANG, Y., BERGLER, S., HUBRAL, P., 2002, Model-independent Travel-time Attributes for 2-D, Finite-offset Multicoverage Reflections: *Pure and Applied Geophys.*, 159.01-16.
- ZHANG, Y., BERGLER, S., TYGEL M., HUBRAL, P., 2001, Common-Reflection-Surface (CRS) stack for common-offset: *Geophys. Prosp.*, 49, 709-718.

APÊNDICES

APÊNDICE A – EQUAÇÃO DE HAMILTON NA FORMA ESCALAR

De acordo como é mostrado na Figura (2.1), os vetores posição na superfície anterior da fonte S de onde parte o raio central e da fonte \bar{S} de onde parte o raio paraxial são conhecidos por \bar{x}_S e $\bar{\bar{x}}_S$, respectivamente. Desta forma, o deslocamento desses vetores a partir da fonte paraxial \bar{S} até a fonte S é $(\bar{\bar{x}}_S - \bar{x}_S)$, ou simplesmente $\Delta\bar{x}_S$. Do mesmo modo, é observado na superfície posterior, onde o deslocamento dos vetores a partir do receptor paraxial \bar{G} até o receptor G é $(\bar{\bar{x}}'_G - \bar{x}'_G)$, ou $\Delta\bar{x}'_G$.

Considerando um meio isotrópico, 2-D, com interfaces suavemente curvas, por definição o plano x - z sobre a superfície anterior pode ser expresso em $z = f(x)$. Com esta condição passamos utilizar o eixo x do sistema de coordenada local, que conforme a Figura (2.1), é a linha tangente à superfície no ponto fonte S. Da mesma forma, acontece na superfície posterior, onde $z' = f(x')$.

Sobre a superfície anterior todos os pontos que são próximos da fonte paraxial \bar{S} , que são considerados pontos infinitesimais, são representados por $\Delta\bar{x}_S + d(\Delta\bar{x}_S)$.

Segundo Bortfeld(1989), podemos expressar $d(\Delta\bar{x}_S)$, em uma aproximação linear, dada por:

$$d(\Delta\bar{x}_S) = (d\Delta x_S, f_x d(\Delta x_S))^T = \begin{pmatrix} \Delta x_S \\ f_x d(\Delta x_S) \end{pmatrix}, \quad (A1)$$

onde f_x é a primeira derivada de $f(x)$ em relação a x , e $d(\Delta x_S)$ é o resultado da projeção do vetor $d(\Delta\bar{x}_S)$ na linha tangente da superfície posterior no ponto fonte S, isto é ao longo do eixo x .

Considerando agora a Figura (2.2), onde temos a projeção do vetor vazarosidade $\bar{\bar{p}}_S$ na tangente à superfície anterior no ponto \bar{S} , e depois o vetor resultante $\bar{\bar{p}}_{S,T}$ é projetado na tangente à superfície anterior no ponto fonte S, isto é, ao longo do eixo do eixo x . O vetor deslocamento infinitesimal $d(\Delta\bar{x}_S)$ é tangente à superfície anterior no ponto \bar{S} , como qualquer definição de derivada. Conseqüentemente o produto $\bar{\bar{p}}_S \cdot d(\Delta\bar{x}_S)$ da equação de Hamilton é dado por:

$$\bar{\bar{p}}_S \cdot d(\Delta\bar{x}_S) = \bar{\bar{p}}_{S,T} \cdot d(\Delta\bar{x}_S), \quad (A2)$$

Da mesma forma, podemos expressar o vetor vagarosidade $\bar{\bar{p}}_{S,T}$, em uma aproximação linear, como:

$$\bar{\bar{p}}_{S,T} = (\bar{p}_S, f_x \bar{p}_S)^T = \begin{pmatrix} \bar{p}_S \\ f_x \bar{p}_S \end{pmatrix}, \quad (\text{A3})$$

onde \bar{p}_S é a projeção do vetor $\bar{\bar{p}}_{S,T}$ na tangente à superfície posterior no ponto S.

Todas as aproximações lineares descritas na superfície anterior são observadas na superfície posterior. Assim, substituindo as equações (A1), (A2) e (A3) na equação de Hamilton (2.11), obtemos:

$$dt = \bar{\bar{p}}'_G \cdot d(\Delta \bar{x}'_G) - \bar{\bar{p}}_S \cdot d(\Delta \bar{x}_S) \quad (\text{A4})$$

$$dt = \begin{pmatrix} \bar{p}'_G \\ f'_x \bar{p}'_G \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d(\Delta x'_G) \\ f'_x \Delta x'_G \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{p}_S \\ f_x \bar{p}_S \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d(\Delta x_S) \\ f_x \Delta x_S \end{pmatrix} \quad (\text{A5})$$

Realizando o produto acima, temos:

$$dt = \bar{p}'_G d(\Delta x'_G) + f'_x \bar{p}'_G f'_x \Delta x'_G - \bar{p}_S d(\Delta x_S) - f_x \bar{p}_S f_x \Delta x_S, \quad (\text{A6})$$

e suprimindo os termos superiores, temos:

$$dt = \bar{p}'_G d(\Delta x'_G) - \bar{p}_S d(\Delta x_S) \quad (\text{A7})$$

Finalmente, obtemos uma aproximação de segunda ordem do tempo de trânsito, determinada pela equação de Hamilton na forma escalar.

APÊNDICE B – DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO PARABÓLICO.

A equação de Hamilton na forma escalar é dada por:

$$dt = \bar{p}'_G d(\Delta x'_G) - \bar{p}_S d(\Delta x_S) \quad (B1)$$

Conforme visto no capítulo 2, foi mostrado uma relação linear entre os deslocamentos das componentes horizontais do vetor vagarosidade do raio paraxial com relação ao raio central e os deslocamentos da fonte paraxial \bar{S} e do receptor paraxial \bar{G} ao longo do eixo x e x' com relação a fonte S e o receptor G do raio central, na qual temos:

$$\underbrace{\bar{p}_S - p_S}_{\Delta p_S} = B^{-1} \Delta x'_G - B^{-1} A \Delta x_S \Rightarrow \bar{p}_S = p_S + B^{-1} \Delta x'_G - B^{-1} A \Delta x_S \quad (B2)$$

$$\underbrace{\bar{p}'_G - p'_G}_{\Delta p'_G} = C \Delta x_S + DB^{-1} \Delta x'_G - DB^{-1} A \Delta x_S \Rightarrow \bar{p}'_G = p'_G + C \Delta x_S + DB^{-1} \Delta x'_G - DB^{-1} A \Delta x_S \quad (B3)$$

Substituindo (B2) e (B3) em (B1), temos:

$$dt = [p'_G + \Delta x_S (C - B^{-1} AD) + DB^{-1} \Delta x'_G] d(\Delta x'_G) - [p_S + B^{-1} \Delta x'_G - B^{-1} A \Delta x_S] d(\Delta x_S) \quad (B4)$$

Sabendo que p'_G , p'_S , A , B , C e D são escalares constantes e, Δx_S e $\Delta x'_G$ as variáveis de integração, podemos aplicar integrais em ambos os membros da equação (B4), assim temos,

$$\int dt = \underbrace{\int [p'_G + \Delta x_S (C - B^{-1} AD) + DB^{-1} \Delta x'_G] d(\Delta x'_G)}_{I1} - \underbrace{\int [p_S + B^{-1} \Delta x'_G - B^{-1} A \Delta x_S] d(\Delta x_S)}_{I2} \quad (B5)$$

Cálculo de $I1$

$$t = I1 + I2 \quad (B6)$$

$$I1 = \int [p'_G + \Delta x_S (C - DB^{-1} A) + DB^{-1} \Delta x'_G] d(\Delta x'_G) + C_1 \quad (B7)$$

$$I1 = \int p'_G d(\Delta x'_G) + \int \Delta x_S [C - B^{-1} AD] d(\Delta x'_G) + DB^{-1} \int \Delta x'_G d(\Delta x'_G) + C_1 \quad (B8)$$

$$I1 = p'_G \Delta x'_G + (C - B^{-1} AD) \int \Delta x_S d(\Delta x'_G) + \frac{1}{2} \Delta x'_G DB^{-1} \Delta x'_G + C_1 \quad (B9)$$

Aplicando a Propriedade da Simplecticidade

$$AD - BC = I \quad (\text{B10})$$

Multiplicando ambos os membros por B^{-1} , temos:

$$B^{-1}AD - C = B^{-1} \quad (\text{B11})$$

Multiplicando (B9) por (-1), podemos reescrever:

$$C - B^{-1}AD = -B^{-1} \quad (\text{B12})$$

Substituindo (B11) em (B8), temos;

$$I1 = p'_G \Delta x'_G - B^{-1} \int \Delta x_S d(\Delta x'_G) + \frac{1}{2} \Delta x'_G B^{-1} D \Delta x'_G + C_1 \quad (\text{B13})$$

Cálculo de $I2$

$$I2 = - \int [p_S + B^{-1} \Delta x'_G - B^{-1} A \Delta x_S] d(\Delta x_S) + C_2 \quad (\text{B14})$$

$$I2 = - \int p_S d(\Delta x_S) - \int B^{-1} \Delta x'_G d(\Delta x_S) + \int B^{-1} A \Delta x_S d(\Delta x_S) + C_2 \quad (\text{B15})$$

$$I2 = -p_S \Delta x_S - B^{-1} \int \Delta x'_G d(\Delta x_S) + B^{-1} A \int \Delta x_S d(\Delta x_S) + C_2 \quad (\text{B16})$$

$$I2 = -p_S \Delta x_S - B^{-1} \int \Delta x'_G d(\Delta x_S) + \frac{\Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S}{2} + C_2 \quad (\text{B17})$$

Aplicando integral por partes na quantidade $-B^{-1} \int \Delta x'_G d(\Delta x_S)$ da equação (B17):

$$-B^{-1} \int \Delta x'_G d(\Delta x_S) = B^{-1} [\Delta x_S \Delta x'_G - \int \Delta x_S d(\Delta x'_G)] \quad (\text{B18})$$

Substituindo (B18) em (B17), a equação toma a seguinte forma:

$$I2 = -p_S \Delta x_S - \Delta x'_G B^{-1} \Delta x_S + B^{-1} \int \Delta x_S d(\Delta x'_G) + \frac{\Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S}{2} \quad (\text{B19})$$

Substituindo (B13) e (B19) em (B6) e assumindo que as constantes C_1 e C_2 são quantidades escalares que contribuem para o raio central SG, ou seja, $t_0 = t_{SG} = C_1 + C_2$, fica demonstrado o tempo de trânsito paraxial na vizinhança de um raio central SG com tempo de trânsito $t_{SG} = t_0$:

$$t = t_0 + p'_G \Delta x'_G - B^{-1} \int \Delta x_S d(\Delta x'_G) + \frac{\Delta x'_G B^{-1} D \Delta x'_G}{2} - p_S \Delta x_S - \Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + B^{-1} \int \Delta x_S d(\Delta x'_G) + \frac{\Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S}{2} \quad (\text{B20})$$

$$t = t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S - \Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G. \quad (\text{B21})$$

APÊNDICE C – DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO HIPERBÓLICO.

O tempo de trânsito ao longo do raio paraxial \overline{SG} na vizinhança de um raio central com tempo de trânsito $t_{SG} = t_0$ é:

$$t = t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S - \Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \quad (C1)$$

A equação acima é apresentada de forma parabólica, devida esta forma Schleicher et al., (1993) denomina esta equação de aproximação parabólica dos tempos de trânsito.

Para obter a aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito (Ursin 1982), consideramos o quadrado dos tempos de trânsito da equação (B21) e negligenciando os termos superiores de segunda ordem, obtemos o tempo de trânsito nesta aproximação de acordo com desenvolvimento a seguir

$$t(\Delta x_S, \Delta x_G) = \underbrace{t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S}_a + \underbrace{\left(-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \right)}_b \quad (C2)$$

Reescrevendo a equação (C2), temos:

$$t(\Delta x_S, \Delta x_G) = (a + b), \quad (C3)$$

e elevando ao quadrado ambos membros da equação, temos:

$$t^2(\Delta x_S, \Delta x_G) = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (C4)$$

$$t^2(\Delta x_S, \Delta x_G) = (t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S)^2 + 2(t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S) \cdot \quad (C5)$$

$$\left(-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \right) + \left(-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \right)^2$$

Suprimindo os termos de quarta ordem da equação (C5), temos:

$$t^2(\Delta x_S, \Delta x_G) = (t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S)^2 + 2(t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S) \cdot \quad (C6)$$

$$\left(-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G \right)$$

Realizando o produto acima, temos:

$$\begin{aligned}
 t^2(\Delta x_S, \Delta x_G) &= (t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S)^2 \\
 &+ 2.[t_0(-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G) \\
 &+ p'_G \Delta x'_G (-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G) \\
 &- p_S \Delta x_S (-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G)]
 \end{aligned} \tag{C7}$$

Suprimindo os termos superiores de segunda ordem e os termos cruzados, tem-se:

$$T^2(\Delta x_S, \Delta x_G) = (t_0 + p'_G \Delta x'_G - p_S \Delta x_S)^2 + 2t_0(-\Delta x_S B^{-1} \Delta x'_G + \frac{1}{2} \Delta x_S B^{-1} A \Delta x_S + \frac{1}{2} \Delta x'_G D B^{-1} \Delta x'_G) \tag{C8}$$

APÊNDICE D – EXPANSÃO EM SÉRIE DE TAYLOR DE Δp_G (DIFERENÇA DOS COMPONENTES HORIZONTAIS VAGAROSIDADE)

Na seção (2.6) demonstramos a seguinte função para Δp_G

$$\Delta p_G(\Delta x_G) = \frac{1}{v_G} \left(\frac{R_G \sen \beta_G + \Delta x_G}{\sqrt{R_G^2 + 2R_G \Delta x_G \sen \beta_G + \Delta x_G^2}} - \sen \beta_G \right) \quad (D1)$$

Observe que (D1) está em função de Δx_G .

Expandir em série de Taylor a função (D1) é aproximar localmente esta função em torno de Δx_G . Considerando a Figura (2.3), observe que $\Delta x_G = \bar{x}_G - x_G$. Aproximando \bar{x}_G de x_G é tornar a quantidade $\Delta x_G = 0$. Logo a expansão em Taylor fica na seguinte forma genérica:

$$P(x) = f(0) + f'(0)(x-0) + \frac{f''(0)}{2}(x-0)^2 + \frac{f'''(0)}{3!}(x-0)^3 + \dots + \frac{f^{(n)}}{n!}(x-0)^n, \quad (D2)$$

conhecida como Série de Mac-Laurin de ordem n .

Expandindo a função (D1) até primeira ordem e negligenciar os termos de ordem superiores. Neste caso a equação (D1) comparando com (D2) toma a seguinte forma

$$\Delta p_G(\Delta x_G) = \frac{1}{v_G} [\Delta p_G(0) + \Delta p'_G(0) \cdot \Delta x_G] \quad (D3)$$

$$\Delta p_G(0) = \frac{1}{v_G} \left(\frac{R_G \sen \beta_G}{R_G} - \sen \beta_G \right) = 0 \quad (D4)$$

$$\Delta p'_G(0) = \frac{1 \cdot \sqrt{R_G^2 + 2R_G \Delta x_G \sen \beta_G + \Delta x_G^2} - (R_G \sen \beta_G + \Delta x_G) \frac{1}{2\sqrt{R_G^2 + 2R_G \Delta x_G \sen \beta_G + \Delta x_G^2}} (2R_G \sen \beta_G + 2\Delta x_G)}{R_G^2 + 2R_G \Delta x_G \sen \beta_G + \Delta x_G^2} \quad (D5)$$

$$\Delta p'_G(0) = \frac{R_G - \frac{R_G^2 \sen^2 \beta_G}{R_G}}{R_G^2} \quad (D6)$$

$$\Delta p'_G(0) = \frac{R_G^2 - R_G^2 \sen^2 \beta_G}{R_G} \frac{1}{R_G^2} \quad (D7)$$

$$\Delta p'_G(0) = \frac{(1 - \sen^2 \beta_G)}{R_G} \quad (D8)$$

$$\Delta p'_G(0) = \frac{\cos^2 \beta_G}{R_G} \quad (\text{D9})$$

$$\Delta p_G(\Delta x_G) = \frac{1}{v_G} \frac{\cos^2 \beta_G}{R_G} \Delta x_G, \text{ sendo } R_G = \frac{1}{K_G} \quad (\text{D10})$$

$$\Delta p_G = \frac{1}{v_G} \frac{\Delta x_G \cos^2 \beta_G}{1/K_G} \Rightarrow \Delta p_G = \frac{K_G}{v_G} \Delta x_G \cos^2 \beta_G \quad (\text{D11})$$

APÊNDICE E – CÁLCULO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ PROPAGADORA EM FUNÇÃO DAS CURVATURAS DE FRENTES DE ONDA.

Conforme visto na seção (2.5), nos experimentos FC e PMC usando suas respectivas condições tem-se

$$\frac{K_1}{v_G} \cos^2 \beta_G = DB^{-1} \quad (E1)$$

$$-A - B \frac{K_2}{v_S} \cos^2 \beta_S = 1 \quad (E2)$$

$$-C - D \frac{K_2}{v_S} \cos^2 \beta_S = \frac{K_3}{v_G} \cos^2 \beta_G \quad (E3)$$

Resolvendo (E2):

$$-A - B \frac{K_2}{v_S} \cos^2 \beta_S = 1 \quad (E4)$$

$$B \frac{K_2}{v_S} \cos^2 \beta_S = -A - 1 \quad (E5)$$

$$\frac{K_2}{v_S} \cos^2 \beta_S = -AB^{-1} - B^{-1} \quad (E6)$$

Substituindo (E6) em (E3)

$$-C - D(-AB^{-1} - B^{-1}) = \frac{K_3}{v_G} \cos^2 \beta_G \quad (E7)$$

$$-C + AB^{-1}D + DB^{-1} = \frac{K_3}{v_G} \cos^2 \beta_G \quad (E8)$$

Usando a Propriedade da Simplecticidade

$$AD - BC = 1 \quad (E9)$$

Multiplicando ambos os membros de (E9) por B^{-1}

$$A B^{-1}D - C = B^{-1} \quad (E10)$$

Substituindo (E10) em (E8)

$$\underbrace{-C + AB^{-1}D}_{B^{-1}} + DB^{-1} = \frac{K_3}{v_G} \cos^2 \beta_G \quad (E11)$$

Substituindo (E1) em (E11)

$$B^{-1} + \frac{K_1}{v_G} \cos^2 \beta_G = \frac{K_3}{v_G} \cos^2 \beta_G \quad (\text{E12})$$

$$B^{-1} = \frac{K_3}{v_G} \cos^2 \beta_G - \frac{K_1}{v_G} \cos^2 \beta_G \quad (\text{E13})$$

$$B^{-1} = K_3 - K_1 \left(\frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} \right) \quad (\text{E14})$$

$$B = \frac{1}{K_3 - K_1 \cos^2 \beta_G} \frac{v_G}{v_G} \quad (\text{E15})$$

Utilizando as equações (E1) e (E14), tem-se:

$$D = \frac{1}{B^{-1}} \frac{K_1 \cos^2 \beta}{v_G} \quad (\text{E16})$$

$$D = \frac{K_1}{K_3 - K_1 \cos^2 \beta_G} \frac{v_G}{v_G} \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} \quad (\text{E17})$$

$$D = \frac{K_1}{K_3 - K_1} \quad (\text{E18})$$

Utilizando a equação (E2)

$$-A - B \frac{K_2}{v_S} \cos^2 \beta_S = 1 \quad (\text{E19})$$

$$A = -B \frac{K_2}{v_S} \cos^2 \beta_S - 1 \quad (\text{E20})$$

e substituindo (E15) em (E20) temos

$$A = -1 - \frac{K_2}{K_3 - K_1} \frac{v_G \cos^2 \beta_S}{v_S \cos^2 \beta_G} \quad (\text{E21})$$

Utilizando a equação (E3)

$$-C - D \frac{K_2}{v_S} \cos^2 \beta_S = \frac{K_3}{v_G} \cos^2 \beta_G, \quad (\text{E22})$$

e substituindo as equações (E18) em (E22)

$$C = -K_3 \frac{\cos^2 \beta_G}{v_G} - \frac{K_1 K_2}{K_3 - K_1} \frac{\cos^2 \beta_S}{v_S} \quad (\text{E23})$$