



PRH-06

Universidade Federal do Pará  
Curso de Pós-Graduação em Geofísica

Dissertação de Mestrado

Caracterização de reservatórios fraturados  
através de dados de ondas qP em  
levantamentos VSP Walkaway

Saulo da Costa e Silva

Belém – 2008







Dedico a dissertação aos meus mentores, professora Ellen Gomes e professor Ivan Pšenčík,  
por acreditarem na causa deste estudo.

A eles procurei retribuir com minha lealdade e empenho.

## AGRADECIMENTO

Eu gostaria de prestar os agradecimentos àqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização da presente dissertação, sem uma ordem particular na citação dos nomes: ao professor Fábio José Alves, mestre e doutor pela casa, por ter sido o primeiro a me incentivar a seguir o caminho da Geofísica; à minha orientadora, professora Ellen de Nazaré Souza Gomes, por sua confiança desde o dia em que fui ao CPGf à procura de orientador para concorrer a uma vaga na pós-graduação; ao professor Ivan Pšenčík, por nos permitir utilizar o *software* Anray nos testes numéricos e pelas incontáveis sugestões para enriquecimento do trabalho; à ANP e ao professor André José Neves Andrade, coordenador do PRH-06, pela concessão da bolsa de estudos; ao Convênio FINEP/CTPETRO/PETROBRÁS e ao professor João Carlos Ribeiro Cruz, coordenador do projeto de Modelagem e Visualização 3D de Bacias Sedimentares em Campos Exploratórios, pelo custeio das viagens a Natal para que eu pudesse fazer os cursos do *software* Gocad com o professor Sílvio Bezerra (UFRN); ao professor João Batista Corrêa da Silva, então coordenador do CPGf, por conduzir o departamento da forma mais íntegra, séria e imparcial possível; ao professor Mário Vicente Caputo, pelas informações sobre a Bacia de Solimões, que me permitiram constuir um modelo preliminar em 3D no Gocad com maior coerência; aos professores que compartilharam seus conhecimentos durante o período de disciplinas, Jessé Carvalho Costa, Lourenildo Williame Barbosa Leite, German Garabito Callapino, Pedro Chira Oliva e Roberto Vizeu; às secretárias do CPGf, Benildes Lopes e Lucibela Barros, por toda a ajuda com os assuntos acadêmicos ao longo do curso; à senhora Fátima Lopes, por sempre ter conseguido uma sala para que eu pudesse estudar enquanto aguardava o início da aula; à minha família, por (quase) sempre ter compreendido minha ausência como filho, irmão e tio, por conta do curso; à doutora Cintia Mara, pela inestimável ajuda em alguns momentos difíceis, sem a qual o término do presente trabalho não teria sido possível; aos meus professores de Aikido, Marcelo Sensei, Santos Sensei e Shikanai Sensei, cujas lições me ensinam a seguir o caminho da paz; à minha amada Gabriela, que foi meu combustível e me deu potência nos momentos finais do curso.

*“Falta a muitas universidades a coragem para ensinar ciência difícil.  
Elas continuarão a guiar seus alunos para caminhos errados,  
e cada estágio na infantilização do currículo será comemorado  
como progresso educacional”.*

Edsger Wybe Dijkstra

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Fundamentos Teóricos</b>	<b>5</b>
2.1	Meios elásticos . . . . .	5
2.2	Meios anisotrópicos . . . . .	6
2.3	Classes de anisotropia . . . . .	7
2.4	Grau de anisotropia . . . . .	10
2.5	Relação entre parâmetros anisotrópicos do meio e dados de vagarosidade e polarização de uma onda qP . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Estimativa da Orientação de Fratura</b>	<b>14</b>
3.1	Geometria do Experimento . . . . .	14
3.2	Problema Direto . . . . .	14
3.2.1	Ruído aplicado aos dados sintéticos . . . . .	15
3.3	Problema Inverso . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Testes Numéricos</b>	<b>20</b>
4.1	Dado real . . . . .	20
4.2	Modelo Sintético . . . . .	24
4.2.1	Inversão a partir de dados de onda qP direta . . . . .	25
4.2.2	Inversão conjunta dos dados de onda qP direta e refletida . . . . .	27
4.3	Estimativa da orientação do eixo de simetria pressupondo $A_{11}$ conhecido . . . . .	33
4.4	Testes complementares . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>37</b>
	<b>Referências</b>	<b>39</b>
	<b>Apêndice A</b>	<b>42</b>
	<b>Apêndice B</b>	<b>44</b>
	<b>Apêndice C</b>	<b>47</b>

## Lista de Figuras

1	Geometria do levantamento VSP Walkaway utilizado nos testes apresentados. As fontes estão distribuídas em perfil na superfície regularmente espaçadas em ambos os lados do poço. O geofone está situado a uma profundidade $h$ no interior do poço. As ondas qP diretas são representadas pelas curvas em vermelho e as ondas refletidas pela curva em azul. . . . .	14
2	Dados de VSP Walkaway medido no campo de Agbami, Nigéria. . . . .	16
3	Dado sintético com a mesma geometria do dado real da Figura (2). Foi aplicado ruído gaussiano ao dado sintético para simular dado real. . . . .	16
4	Dado sintético com a mesma geometria de levantamento do dado da Figura 3. Vagarosidade contaminada com ruído de 5% (ondas diretas) e 10% (ondas refletidas). Polarização contaminada com ruído, cujo ângulo com a vertical varia de 0, 5° (onda direta) e 3° (onda refletida). . . . .	17
5	Dado sintético com a mesma geometria de levantamento do dado da Figura 3. Vagarosidade contaminada com ruído de 5% (ondas diretas) e 10% (ondas refletidas). Polarização contaminada com ruído, cujo ângulo com a vertical varia de 4° (onda direta) e 15° (onda refletida). . . . .	18
6	Dados de vagarosidade versus polarização para o campo de Agbami. Pode-se verificar a ausência de dados espúrios nos dados medidos. . . . .	21
7	Exemplo de ajuste para os dados observados (em vermelho), dados calculados a partir da inversão ANI (azul), dados calculados a partir da inversão TIV (preto) e dados calculados a partir da inversão ISO (magenta). . . . .	23
8	A quantidade adimensional $\left(\alpha \frac{p_z}{g_z}\right)$ versus os ângulos de polarização com a vertical (em graus). Os dados observados estão em vermelho, os dados calculados a partir da inversão ANI (azul), os dados calculados a partir da inversão TIV (preto) e dados calculados a partir da inversão ISO (magenta). . . . .	23
9	Dados sintéticos contaminados com ruído V. . . . .	29
10	Dados sintéticos contaminados com ruído VI. . . . .	29
11	Dados sintéticos contaminados com ruído VII. . . . .	30
12	Dados sintéticos contaminados com ruído VIII. . . . .	30

## Lista de Tabelas

1	Resultado das três inversões a partir de dados de onda qP diretas e refletidas. . . . .	22
2	Estimativa média dos parâmetros elásticos e sua variação amostral obtidos a partir da inversão dos dados de onda qP direta com diferentes níveis de ruído no geofone. . . . .	26
3	Estimativa média da orientação do eixo de simetria do meio TI e média amostral. O valor exato de $\theta$ é de $-62^\circ$ . . . . .	27
4	Estimativa média dos parâmetros elásticos e sua variação amostral obtidos a partir da inversão conjunta dos dados de onda qP direta e refletida com diferentes níveis de ruído. . . . .	31
5	Estimativa média da orientação do eixo de simetria do meio TI e média amostral, obtidos da estimativa dos parâmetros elásticos a partir da inversão conjunta de dados de onda qP direta e refletida. O valor exato de $\theta$ é de $-62^\circ$ . . . . .	31
6	Estimativa da orientação do eixo de simetria para três tipos de inversão. O valor exato de $\theta$ é de $-62^\circ$ . . . . .	32
7	Para a inversão de dados de onda direta, são apresentadas as estimativas de $\theta$ considerando $A_{11}$ estimado e a estimativa de $\theta$ assumindo que $A_{11}$ é conhecido. Junto com cada estimativa é mostrado o desvio padrão amostral. . . . .	33
8	Para a inversão conjunta dos dados, são apresentadas as estimativas de $\theta$ considerando $A_{11}$ estimado e a estimativa de $\theta$ assumindo que $A_{11}$ é conhecido. Junto com cada estimativa é mostrado o desvio padrão amostral. . . . .	33

## RESUMO

Esta dissertação apresenta um método para estimar a orientação de fratura de um meio partindo do pressuposto que este se comporta efetivamente como um meio transversalmente isotrópico (TI). Desta forma, a orientação de fratura é obtida a partir da estimativa do eixo de simetria de um meio TI. Esta estimativa é obtida a partir dos vetores de vagarosidade e polarização de ondas qP medidos em experimentos VSP Walkaway. O processo de inversão é baseado em equações linearizadas dos vetores de vagarosidade e polarização de ondas qP e os parâmetros fracamente anisotrópicos do meio. São apresentados testes numéricos, em que a sensibilidade a fatores como grau de anisotropia, geometria do levantamento, tipo de onda utilizado e nível de ruído são analisados. São também apresentados os resultados para um conjunto de dados reais.

## ABSTRACT

This dissertation presents a method to estimate the orientation of the axis of symmetry of a medium assuming it behaves effectively as a transversely isotropic medium (TI). The fracture orientation is then achieved from the estimation of the axis of symmetry of a TI medium. This estimative is done with the slowness and polarization vectors from qP waves, measured in VSP Walkaway experiments. The inversion process is based on linearized equations of the slowness and polarization vectors from qP waves and the weakly anisotropic parameters of the medium. Numerical tests are presented, on which the sensibility to factors like the strength of anisotropy, survey geometry, type of wave utilized and noise level are analyzed. Test results for a set of real data are also shown.

# 1 Introdução

As propriedades físicas de um meio podem ser analisadas através da propagação de onda neste meio. Atributos de onda, como amplitude de reflexão, polarização e vagarosidade são amplamente estudados.

Uma forma de se estimar as propriedades físicas do meio é a partir da análise dos vetores de polarização e vagarosidade das ondas que se propagam nesse meio (Gomes, 2003). Utilizando dados de VSP Walkaway e múltiplas fontes, Horne & Leaney, (2000), estimaram os parâmetros elásticos de meios anisotrópicos a partir de inversão por formulação exata dos vetores de polarização e de vagarosidade do meio obtidos através das equações de Zöeppriz (Schoenberg & Protázio, 1992). Para meios com anisotropia arbitrária, a formulação exata dos vetores de polarização e de vagarosidade têm análise complexa, devido sua relação não linear com os parâmetros do meio. Considerando meios fracamente anisotrópicos, Zheng & Pšenčík(2002) apresentaram uma formulação linear para os parâmetros de fraca anisotropia (parâmetros WA) do meio, vetor de vagarosidade e o vetor polarização de ondas do tipo qP.

Com o pressuposto de fraca anisotropia e que o meio fraturado comporta-se efetivamente como um meio anisotrópico (Hudson, 1982; Schoenberg & Sayers, 1995), apresentamos aqui a estimativa da orientação do fraturamento a partir dos dados de vagarosidade e polarização da onda qP em experimentos de VSP Walkaway. A caracterização de fratura tem sido objeto de vários estudos (Rüger & Tsvankin, 1995, 1997; Perez et al, 1999) em geofísica, uma vez que muitos reservatórios de hidrocarboneto são encontrados em formações fraturadas, e informações sobre esta orientação podem ser importantes na otimização da exploração destes reservatórios.

A metodologia apresentada para estimar esta orientação é baseada no pressuposto de que as fraturas são paralelas e, portanto, comportam-se como um meio transversalmente isotrópico (TI). Assim, estimar a orientação de fratura consiste em estimar a orientação do eixo de simetria do meio TI. Neste trabalho, além de se estimar a orientação de fratura, é feita uma análise dos diferentes fatores que influenciam nessa estimativa, tais como: geometria de levantamento VSP, nível de ruído nos dados e grau de anisotropia do modelo.

O trabalho está dividido da seguinte forma:

No primeiro capítulo são apresentados os fundamentos teóricos para a estimativa de anisotropia a partir dos dados de polarização e vagarosidade de uma onda qP em experimentos de VSP Walkaway.

No segundo capítulo são apresentados os problemas direto e inverso para a estimativa da orientação do eixo de simetria a partir dos dados de polarização e vagarosidade de onda qP. Ainda neste capítulo é discutida a forma de modelar o ruído nos dados.

No terceiro capítulo são apresentados testes com dados reais e sintéticos, onde são analisados

fatores que influenciam na estimativa da orientação do eixo de simetria, tais como: nível de ruído, geometria do levantamento e tipo de onda qP utilizado na inversão.

Na conclusão é feita uma análise dos resultados vistos no capítulo de testes além de apresentar as perspectivas futuras.

## 2 Fundamentos Teóricos

Neste capítulo inicialmente é feita uma revisão sobre meios elásticos anisotrópicos, apresentando as principais causas de anisotropia de interesse para a prospecção sísmica. Também, é apresentado um resumo sobre os diferentes tipos de anisotropia, de acordo com suas simetrias, com destaque para os meios hexagonais, meios transversalmente isotrópicos (TI), que são objeto de estudo deste trabalho e uma classificação de anisotropia de acordo com Thomsen (1994).

Em seguida, são apresentados os fundamentos para a estimativa de anisotropia utilizando dados de polarização e vagarosidade de onda qP em experimentos de VSP Walkaway<sup>1</sup> a partir de uma aproximação de primeira ordem entre os dados medidos e os parâmetros do meio.

Apenas meios lineares e invariantes no tempo são considerados neste trabalho. O sistema de coordenadas empregado é o cartesiano e as coordenadas são representadas pelas componentes  $x_i$  e o tempo por  $t$ . A orientação positiva de  $x_3$  é no sentido do interior da profundidade do subsolo. A notação indicial e a convenção da soma (Aki & Richards, 1980) são utilizadas em todo o texto, as exceções a essas regras serão indicadas explicitamente.

### 2.1 Meios elásticos

Um meio perfeitamente elástico<sup>2</sup> é descrito por um tensor de quarta ordem chamado tensor de rigidez elasticidade dado por  $C_{ijkl}$ , com os subscritos  $i, j, k, l = 1, 2, 3$ . Este tensor descreve todo o comportamento elástico do meio em um dado sistema de coordenadas.

A relação entre o campo de tensão e o campo de deformação em um meio contínuo, chamada relação constitutiva (lei de Hook generalizada) caracteriza as propriedades elásticas do meio. Para meios elásticos lineares esta relação é dada por:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\epsilon_{kl} \quad (1)$$

Em que  $\sigma_{ij}$  é o tensor de deformação e  $\epsilon_{kl}$  é o tensor de tensão<sup>3</sup>. A relação (1) constitui uma generalização, para meios elásticos arbitrários da lei de Hooke no caso unidimensional ( $i, j, k, l = 1, 2, 3$ ). Esta estabelece que cada componente do tensor de tensão é combinação linear das componentes do tensor de deformação. Se o sistema original é girado por uma rotação cuja matriz associada é representada por  $a_{ij}$ , as coordenadas do tensor de rigidez elástica do novo sistema vão estar relacionadas com as coordenadas anteriores ao giro pela relação (Helbig, 1994):

---

<sup>1</sup>A geometria VSP Walkaway aplicada neste trabalho é composta por um sensor num poço com fontes na superfície. As fontes são acionadas da mais próxima ao poço para a mais distante, por isso o nome walkaway.

<sup>2</sup>Quando é aplicado algum um tipo de força na superfície de um corpo, ela pode causar mudanças na forma e volume deste corpo. A propriedade que o corpo tem de retornar a sua forma normal cessada as força externas é chamada de elasticidade.

<sup>3</sup>Para mais detalhes sobre estes tensores ver Aki & Richards (1980).

$$C'_{pqrs} = a_{pi} a_{qj} a_{rk} a_{sl} c_{ijkl} \quad (2)$$

Considerando apenas processos adiabáticos e as simetrias dos tensores de deformação e tensão (Aki & Richards, 1980), tem-se as seguintes simetrias:

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{klij} \quad (3)$$

As simetrias no tensor de rigidez elástica permite escrevê-los em uma notação reduzida e os índices podem ser reduzidos na seguinte forma (Helbig, 1994):

$$i = j = 1 \rightarrow 1; i = j = 2 \rightarrow 2; i = j = 3 \rightarrow 3; i = 1, j = 2 \rightarrow 6; i = 2, j = 3 \rightarrow 4; i = 1, j = 3 \rightarrow 5$$

$$k = l = 1 \rightarrow 1; k = l = 2 \rightarrow 2; k = l = 3 \rightarrow 3; k = 1, l = 2 \rightarrow 6; k = 2, l = 3 \rightarrow 4; k = 1, l = 3 \rightarrow 5$$

Dessa forma o tensor  $C_{ijkl}$  pode ser reescrito por  $C_{pq}$  e o tensor de rigidez elástica, que originalmente tem 81 parâmetros, pode ser reescrito como uma matriz 6x6 simétrica com apenas 36 parâmetros, onde apenas 21 parâmetros são independentes.

Quando  $c_{ijkl}$  é for invariante por translações, o meio é dito homogêneo, caso contrário o meio é dito heterogêneo. Se o tensor elástico,  $c_{ijkl}$ , varia por rotação o meio é dito anisotrópico. Caso contrário, isto é, quanto o tensor elástico não varia por rotações ele é dito isotrópico.

## 2.2 Meios anisotrópicos

Não existe uma demarcação clara entre meios isotrópicos e meios anisotrópicos. O conceito de isotropia é aplicado quando não há dependência da propriedade física com a direção, ou então quando o efeito da anisotropia é tão pequeno que não afeta a análise a ser feita em processamento ou interpretação dos dados observados.

A dificuldade em demarcar meios anisotrópicos e meios isotrópicos advem do fato de que, dependendo do comprimento de onda utilizado para a investigação do meio, um mesmo meio pode nos parecer ser isotrópico ou anisotrópico. Por exemplo, se um meio é constituído de camadas isotrópicas homogêneas, este meio pode "parecer" anisotrópico se investigado com grandes comprimentos de onda. Este tipo de anisotropia é chamado de *pseudo-anisotropia* ou *quasi-anisotropia*. A distinção entre a verdadeira anisotropia e a pseudo-anisotropia é artificial e sem uso.

Na exploração sísmica, estamos interessados em anisotropia causada pela estrutura do meio e

não devida a fatores externos. Denominamos esta anisotropia de *anisotropia material*. A anisotropia material se deve a um arranjo ordenado de elementos, menor do que o comprimento de onda empregado. Como em rochas o ordenamento de átomos, íons e moléculas encontrados raramente persiste por distâncias tão grandes quanto os típicos comprimentos de onda empregados na sísmica, a anisotropia observada em registros sísmicos é devida ao ordenamento de outros elementos, tais como (Helbig, 1994):

1. Fluxo em rochas ígneas que produzem orientação em sua estrutura;
2. Sedimentação preferencial de grãos de areia com o maior eixo no plano horizontal;
3. Compactação vertical devido a pressão de sobrecarga que resulta em uma rotação adicional no eixo dos grãos em relação ao plano horizontal;
4. Formação de fraturas orientadas devido a ação do tensor de tensão;
5. Recristalização em larga escala no metamorfismo levando a foliação<sup>4</sup> ou xistosidade<sup>5</sup>;
6. Abertura ou fechamento preferencial de fraturas e poros devido a ação do tensor de *stress*.

Cada causa descrita acima produz um eixo de simetria e, assim, tem-se a chamada isotropia transversal, que é um tipo de anisotropia onde todas as direções escolhidas com mesmo ângulo com o eixo de simetria possui propriedades físicas iguais (meios TI, que serão vistos a seguir). A combinação das várias causas acima gera meios anisotrópicos mais complexos. Dependendo das simetrias encontradas no meio, existem vários graus de anisotropia que vão deste o meio triclinico ao meio isotrópico (Helbig, 1994).

### 2.3 Classes de anisotropia

As simetrias anisotrópicas são definidas por uma invariância das propriedades cinemáticas do meio a rotação em torno de um determinado eixo ou reflexão em torno de um determinado plano (Flordia, 1998). Tal característica reduz o número de parâmetros elásticos não nulos para até 2 de mais alta simetria, que é o caso isotrópico. Os principais sistemas de simetria são descritos a seguir:

**Isotrópico** – Meio com maior grau de simetria, caracterizada por invariância a rotação realizada em torno de qualquer eixo possível. O meio isotrópico é um caso mais simples de anisotropia. Seu tensor de rigidez elástica é caracterizado por 2 parâmetros independentes:

---

<sup>4</sup>Estrutura planar existente numa rocha metamórfica. Pode ser uma clivagem, xistosidade ou bandado mineral, gerados num episódio de deformação.

<sup>5</sup>É um tipo de foliação das rochas. Refere-se à existência de planos paralelos materializados pela recristalização de minerais planares (filossilicatos), em rochas metamórficas (xistos) - xistosidade planar. A xistosidade também pode ser linear e, neste caso, reflete a orientação de minerais recristalizados, em linhas e não em planos.

$$\mathbf{C}_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 \\ & & & & & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \end{pmatrix}$$

**Cúbico** – Apresenta invariância com relação a rotação em torno de três eixos ortogonais e em relação a reflexão em torno de três planos ortogonais. Seu tensor de rigidez elástica é caracterizado por 3 parâmetros independentes:

$$\mathbf{C}_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{44} \end{pmatrix}$$

**Ortorrômbico** – Apresenta simetria em relação a reflexão em torno de três planos ortogonais. O tensor de rigidez elástica tem 9 parâmetros não nulos e independentes:

$$\mathbf{C}_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}$$

**Monoclínico** – Apresenta simetria com relação a reflexão em um plano. O tensor de rigidez elástica possui 13 parâmetros não nulos e independentes e varia de acordo com o plano de simetria. Para o plano  $x_3 = 0$ , a configuração é:

$$\mathbf{C}_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ & & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}$$

**Triclínica** – Não apresenta simetrias. É o meio mais geral de anisotropia. O tensor de rigidez elástica apresenta os 21 parâmetros não nulos e independentes dado por:

$$\mathbf{C}_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}$$

**Hexagonal** – Possui 5 parâmetros elásticos independentes e é caracterizado por invariância em relação a uma reflexão em um plano e a uma rotação em torno do eixo perpendicular a esse plano. Se o eixo for  $x_3$ , temos a simetria VTI (vertical transversa isotrópica) caracterizada pelo seguinte tensor de rigidez elástica:

$$\mathbf{C}_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \end{pmatrix}$$

Se o eixo for  $x_1$ , temos a simetria HTI em relação a esse eixo (horizontal transversa isotrópica) caracterizada pelo seguinte tensor de rigidez elástica:

$$\mathbf{C}_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{55} \end{pmatrix}$$

Se o eixo for  $x_2$ , temos a simetria HTI em relação a esse eixo caracterizada pelo seguinte tensor de rigidez elástica:

$$\mathbf{C}_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{13}) & 0 \\ & & & & & C_{44} \end{pmatrix}$$

O sistema de simetria hexagonal é provavelmente o mais importante em estudos geofísicos, uma vez que suas diferentes simetrias descrevem estruturas sedimentares como folhelhos e camadas fraturadas. Os testes apresentados neste trabalho referem-se a esse tipo de meio. Neste trabalho os meios sintéticos utilizados são meios com simetria hexagonal. Além disso, em todo o trabalho serão utilizados os parâmetros elásticos normalizados pela densidade. Assim, esses parâmetros serão representados por  $A_{ij} = \frac{C_{ij}}{\rho}$ .

## 2.4 Grau de anisotropia

Neste trabalho será utilizada a classificação do grau de anisotropia apresentada por Thomsen (1986). Um meio TIV apresenta os seguintes parâmetros<sup>6</sup>:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{A_{11} - A_{33}}{2A_{33}} \\ \gamma &= \frac{A_{66} - A_{44}}{2A_{44}} \\ \delta &= \frac{(A_{13} + A_{44})^2 - (A_{33} - A_{44})^2}{2A_{33}(A_{33} - A_{44})} \end{aligned} \quad (4)$$

Os parâmetros da equação (4) com os parâmetros  $\alpha = \sqrt{A_{33}}$  e  $\beta = \sqrt{A_{44}}$  são ditos parâmetros de Thomsen. O meio é dito fracamente anisotrópico se todos esses parâmetros são inferiores a 0.1, para valores 0.1 a 0.2 a anisotropia é dita moderada e valores superiores a 0.2 a anisotropia é dita forte. Essa classificação é usada ao longo deste trabalho.

## 2.5 Relação entre parâmetros anisotrópicos do meio e dados de vagariedade e polarização de uma onda qP

Considere três vetores unitários perpendiculares entre si:  $e_i^{(1)}, e_i^{(2)}$  e  $e_i^{(3)}$ ; tal que este último é paralelo ao vetor normal ( $n_k$ , em que  $k = 1, 2, 3$ ) à frente da onda P em um meio isotrópico de referência. Os vetores  $e_i^{(1)}$  e  $e_i^{(2)}$  podem ser escolhidos de forma arbitrária tal que pertençam ao

<sup>6</sup>Escritos em função dos parâmetros elásticos normalizados.

plano perpendicular a  $n_k$ . Uma escolha prática é dada por Pšenčík & Gajewski (1998) como sendo:

$$\begin{aligned} e^{(1)} &= D^{-1} (n_1 n_3, n_2 n_3, n_3^2 - 1) \\ e^{(2)} &= D^{-1} (-n_2, n_1, 0) \\ e^{(3)} &= (n_1, n_2, n_3) \end{aligned} \quad (5)$$

A quantidade  $D$  é dada por:

$$D = \sqrt{n_1^2 + n_2^2} \quad (6)$$

Desta forma, o vetor de vagarosidade no meio de referência ( $s^0$ ) é dado por:

$$s_k^0 = \alpha^{-1} n_k \quad (7)$$

em que  $\alpha$  é a velocidade da onda P no meio isotrópico de referência e o subscrito  $k$  refere-se a  $k$ -ésima componente do vetor. Sejam  $\xi$ ,  $\zeta$  e  $\eta$  as projeções do vetor de vagarosidade ( $s^0$ ) no meio de referência nas direções dos eixos  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  respectivamente. Estes podem ser escritos como:

$$\xi = \frac{n_1}{\alpha} \quad \zeta = \frac{n_2}{\alpha} \quad \eta = \frac{n_3}{\alpha} \quad (8)$$

Para aproximações de primeira ordem, o vetor vagarosidade de uma onda qP que se propaga em um meio qualquer está relacionado com o vetor vagarosidade no meio isotrópico de referência (Zheng & Pšenčík, 2002) por:

$$s = s^0 + (\Delta\xi, \Delta\zeta, \Delta\eta) = (\xi + \Delta\xi) \hat{e}_1 + (\zeta + \Delta\zeta) \hat{e}_2 + (\eta + \Delta\eta) \hat{e}_3 \quad (9)$$

em que  $\Delta\xi$ ,  $\Delta\zeta$  e  $\Delta\eta$  são perturbações de primeira ordem de  $\xi$ ,  $\zeta$  e  $\eta$  respectivamente e,  $\hat{e}_1$ ,  $\hat{e}_2$  e  $\hat{e}_3$  são vetores unitários nas direções  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ , respectivamente. Os vetores de vagarosidade,  $s_k$ , e de polarização,  $g_k$ , de uma onda qP que se propaga em um meio anisotrópico qualquer estão relacionados linearmente com os parâmetros WA (parâmetros fracamente anisotrópicos) do meio através das equações de Zheng & Pšenčík (2002):

$$\begin{aligned} B_{m3} &= (\alpha^2 - \beta^2) (g_k e_k^{(m)} - \alpha \Delta\xi e_1^{(m)} - \alpha \Delta\zeta e_2^{(m)} - \alpha \Delta\eta e_3^{(m)}) \\ B_{33} &= \alpha^2 (1 - \alpha^2 c^{-2}) \end{aligned} \quad (10)$$

em que  $m = 1$  ou  $2$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  são as velocidades das ondas P e S, respectivamente, no meio isotrópico de referência,  $c^{-2}$  é o módulo do vetor vagarosidade  $s_k$ ,  $g_k$  é a  $k$ -ésima componente do vetor de polarização normalizado e as funções  $B_{m3}$  e  $B_{33}$  são elementos da matriz de fraca anisotropia (WA)

calculados pela equação:

$$B_{mn} = a_{ijkl} e_i^{(m)} e_j^{(3)} e_l^{(3)} e_k^{(3)} - c_0^2 \delta_{mn}, \quad (11)$$

em que  $a_{ijkl}$  são os parâmetros elásticos normalizados pela densidade ( $i, j, k, l = 1, 2, 3$ );  $c_0$  a velocidade de fase no meio isotrópico de referência;  $\delta_{mn}$  a função Delta de Kronecker. Para ondas P,  $c_0 = \alpha$ .

As matrizes WA são funções dos parâmetros fracamente anisotrópicos (parâmetros WA), das velocidades das ondas P e S e do vetor normal à frente de onda no meio isotrópico de referência (ver Apêndice A). A relação entre os parâmetros WA e os parâmetros elásticos do meio é também apresentada no Apêndice B. Apenas quinze parâmetros WA descrevem a propagação de onda do tipo P.

Para que a equação (10) possa ser utilizada é necessário ter o conhecimento prévio de todas as componentes dos vetores de vagarosidade e polarização do meio anisotrópico. Para levantamentos com geofones de três componentes, a determinação de todo o vetor de polarização não é o problema. O problema está na determinação das componentes do vetor de vagarosidade, pois em casos mais comuns só se tem conhecimento da componente vertical. É, então, necessário fazer algumas suposições sobre o meio para que as componentes horizontais da vagarosidade sejam determinadas.

No presente trabalho estamos interessados em meios mais gerais possível. Desta forma, as estimativas são feitas supondo que apenas a componente vertical da vagarosidade é conhecida, e as outras componentes da vagarosidade são eliminadas das equações (10) que se reduz a:

$$D(\alpha^2 - \beta^2)^{-1} B_{13} - \frac{1}{2} \alpha^{-1} \eta B_{33} = Dg_k e_k^{(1)} + \alpha \Delta \eta \quad (12)$$

Para uma discussão mais detalhada sobre como a existência de uma os mais componentes do vetor vagarosidade afeta a equação (10), ver Zheng & Pšenčík(2002). No presente trabalho estamos utilizando medidas em apenas um perfil, desta forma, a equação (12) reduz-se a:

$$|n_1|(\alpha^2 - \beta^2)^{-1} B_{13} - \frac{1}{2} \alpha^{-1} \eta B_{33} = |n_1| g_k e_k^{(1)} + \alpha \Delta \eta \quad (13)$$

Consideramos ainda que o perfil está na direção do eixo  $x_1$ , com isto, apenas cinco parâmetros de fraca anisotropia (chamados parâmetros WA)<sup>7</sup> descrevem a propagação de onda do tipo qP.

A equação (13) pode ser escrita na forma matricial:

$$Y_i^{\text{obs}} = M_{ij} P_j, \quad i = 1, \dots, \text{Nobs} \quad \text{e} \quad j = 1, \dots, \text{Npar} \quad (14)$$

---

<sup>7</sup>São eles:  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{33}$ ,  $\delta_x$ ,  $\epsilon_{13}$  e  $\epsilon_{35}$ .

sendo  $Nobs$  o número de observações,  $Npar$  o número de parâmetros,  $Y_i^{obs}$  a  $i$ -ésima componente do vetor das observações;  $M_{ij}$  a matriz formada pelo lado esquerdo de (14) a menos dos parâmetros de fraca anisotropia (parâmetros WA) (ver Apêndice A, equação (24)) que estão arrumados no vetor  $P_j$  na forma:

$$\begin{aligned} P_1 &= \epsilon_x & P_2 &= \epsilon_z & P_3 &= \delta_x \\ P_4 &= \epsilon_{15} & P_5 &= \epsilon_{35} \end{aligned} \tag{15}$$

Para se estimar o vetor  $P_j$  é necessário determinar os parâmetros do meio isotrópico de referência ( $\alpha, \beta$  e  $n_k$ ) para o cálculo da matriz  $M_{ij}$ . A estimativa dos parâmetros deste meio são discutidas no próximo capítulo.

### 3 Estimativa da Orientação de Fratura

Neste capítulo são discutidos os problemas direto e inverso para a estimativa da orientação de fratura a partir de dados de vagarosidade e polarização de ondas qP em experimentos de VSP Walkaway. No problema direto é discutida uma metodologia para a aplicação de ruído nos dados sintéticos mais próximo do ruído encontrado nas medidas de dados reais. O problema inverso é apresentado em três etapas, que implicam na estimativa do meio isotrópico de referência <sup>8</sup>, estimativa dos parâmetros WA e, por último, estimativa da orientação de fratura.

#### 3.1 Geometria do Experimento

Em todos os modelos apresentados, a origem do sistema de coordenadas cartesianas está situado no poço. Os modelos possuem apenas uma interface. O meio superior é anisotrópico e o meio inferior é isotrópico. A orientação positiva do eixo  $x_3$  é de cima para baixo (ver Figura 1).

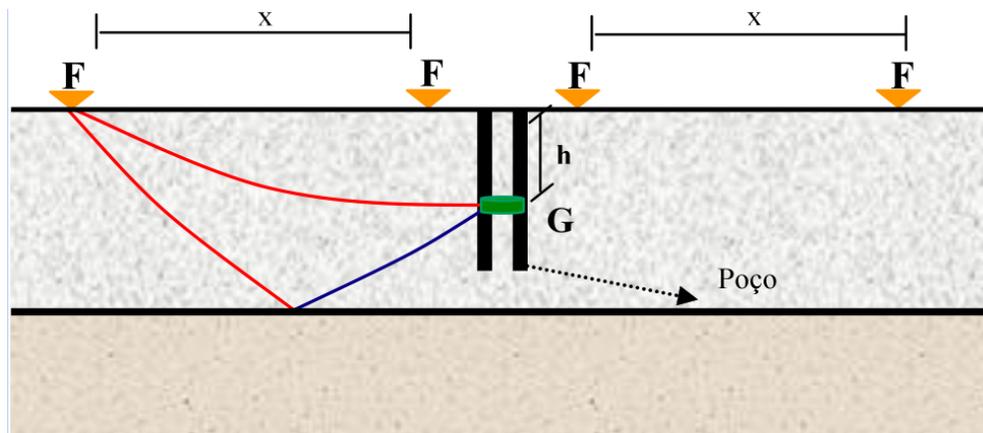


Figura 1: Geometria do levantamento VSP Walkaway utilizado nos testes apresentados. As fontes estão distribuídas em perfil na superfície regularmente espaçadas em ambos os lados do poço. O geofone está situado a uma profundidade  $h$  no interior do poço. As ondas qP diretas são representadas pelas curvas em vermelho e as ondas refletidas pela curva em azul.

#### 3.2 Problema Direto

O problema da caracterização de fraturas usando as estimativas dos parâmetros WA, obtidas a partir da inversão dos dados de vagarosidade e polarização medidos em experimentos de VSP Walkaway de uma onda qP, parte dos seguintes pressupostos:

<sup>8</sup>Meio em torno do qual a aproximação apresentada em 13 'e feita.

- O meio fraturado se comporta efetivamente como um meio TI com eixo de simetria perpendicular ao plano de fratura. Dessa forma, determinar a orientação de fraturas consiste em determinar o eixo de simetria do meio TI;
- O eixo de simetria está situado no plano de propagação da onda.

Pelo segundo pressuposto, considerando que o plano de propagação da onda está na direção do eixo  $x_1$ , o ângulo que o eixo de simetria forma com esse eixo (ângulo de mergulho) pode ser calculado através da relação:

$$\tan 2\tilde{\theta} = \frac{2(A_{15} + A_{35})}{(A_{11} - A_{33})} \quad (16)$$

Em que  $A_{ij}$  são os parâmetros elásticos do meio normalizados pela densidade. A obtenção da equação (16) é apresentada no Apêndice B. A equação (16) possui ambigüidade nos ângulos  $2\tilde{\theta}$  e  $2\tilde{\theta} + \pi$  (por conseguinte,  $\tilde{\theta}$  e  $\tilde{\theta} + \pi/2$ ) que tem a mesma tangente. Esta ambigüidade pode ser removida através de medidas de VSP azimutais ou no caso de medidas em apenas um perfil com informação geológica *a priori*. Neste trabalho estamos utilizando duas informações geológicas *a priori* de acordo com o modelo:

- $\bar{A}_{11} > \bar{A}_{33}$ , supondo que o meio tinha, antes da rotação, um sistema de fraturas horizontais;
- $\bar{A}_{33} > \bar{A}_{11}$ , supondo que o meio tinha, antes da rotação, um sistema de fraturas verticais.

Os  $\bar{A}_{ij}$  são os parâmetros antes do giro. Após a estimativa do ângulo de mergulho,  $\tilde{\theta}$ , o meio é girado de  $-\tilde{\theta}$  e é verificada uma das relações acima. Se a orientação do eixo de simetria não está alinhada com o plano de propagação da onda (o segundo pressuposto), o ângulo de azimute do eixo de simetria pode ser calculado por uma equação semelhante a (16), mas que agora depende de parâmetros elásticos que não aparecem na propagação da onda qP em apenas um perfil. Como neste trabalho só utilizamos dados de vagarosidade e polarização de ondas qP em apenas um perfil, estimamos apenas a inclinação do eixo de simetria no azimute zero.

Neste trabalho são apresentadas estimativas da orientação do eixo de simetria obtidas a partir de dados sintéticos de vagarosidade e polarização de ondas qP diretas e refletidas. Estes dados foram gerados com o programa ANRAY modificado (Gajewski & Pšenčík, 1990).

### 3.2.1 Ruído aplicado aos dados sintéticos

Com o objetivo de obter um dado sintético com apresentação mais próxima possível do dado real, foram aplicados diferentes níveis de ruído aos dados. Aos dados de onda qP refletida foi aplicado o dobro de ruído aplicado dos dados de onda qP diretas. Em testes iniciais foi aplicado ruído

gaussiano aos dados, cujo desvio padrão era um percentual da maior observação de vagarosidade ou de polarização (foi aplicado ruído nas componentes horizontal e vertical de polarização). No entanto, essa forma de contaminar os dados não se assemelha aos dados reais. Isto é verificado comparando o gráfico formado pela terceira componente da vagarosidade versus o ângulo que a polarização forma com a vertical de um dado real (Figura (2)) com o dado sintético já com ruído (Figura (3)), onde se verifica que a curva do modelo sintético apresenta comportamento diferente do dado real.

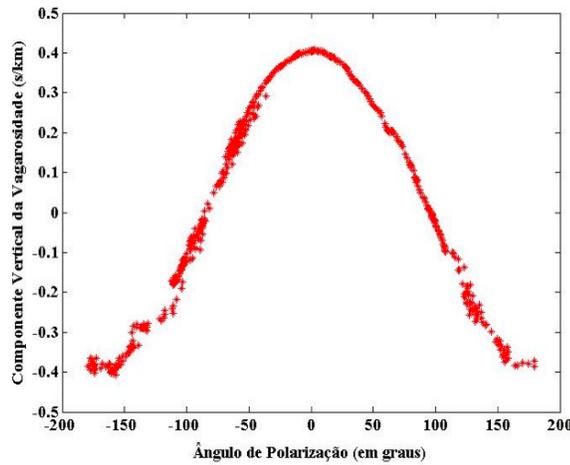


Figura 2: Dados de VSP Walkaway medido no campo de Agbami, Nigéria.

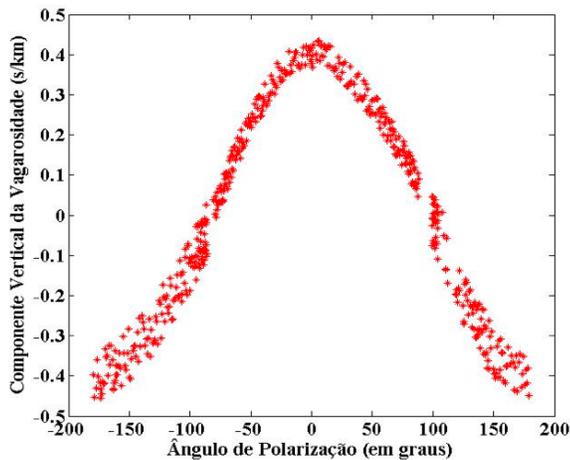


Figura 3: Dado sintético com a mesma geometria do dado real da Figura (2). Foi aplicado ruído gaussiano ao dado sintético para simular dado real.

O ruído foi aplicado da seguinte forma:

- Aos dados de vagarosidade de ondas diretas e refletidas foi aplicado o ruído de forma separada. Cada observação foi contaminada com ruído aleatório cujo desvio padrão não excedeu

um valor percentual escolhido da própria observação. Os dados de onda refletida foram contaminados com o dobro do ruído dos dados de onda direta;

- Os dados de polarização foram contaminados com ruído tal que a direção polarização é mudada aleatoriamente de alguns graus. O desvio padrão do ruído não excedeu um valor percentual da direção de polarização gerada. Da mesma forma que nos dados de vagarosidade, os dados de onda refletida foram contaminados com o dobro do ruído dos dados de onda direta.

Nas Figuras (4) e (5) são mostrados os dados sintéticos contaminados com ruído da forma descrita acima. A diferença entre as figuras é o nível de ruído. Na Figura (4), os dados de vagarosidade foram contaminados com ruído em cada uma das observações cujo desvio padrão não excede 5% nos dados de onda direta e 10% nos dados de onda refletida.

Os dados de polarização de onda direta foram contaminados com ruído cujo ângulo que a polarização forma com a vertical varia na média de  $0,5^\circ$ . Os dados de polarização de onda refletida foram contaminados com ruído cujo ângulo que a polarização forma com a vertical varia na média de  $3^\circ$ . Na Figura (5), os dados de vagarosidade foram contaminados da mesma forma que na Figura (4), mas os dados de polarização foram contaminados com ruído cujo ângulo que a polarização forma com a vertical varia em média  $1^\circ$  (dados de onda direta) e  $6^\circ$  (dados de onda refletida).

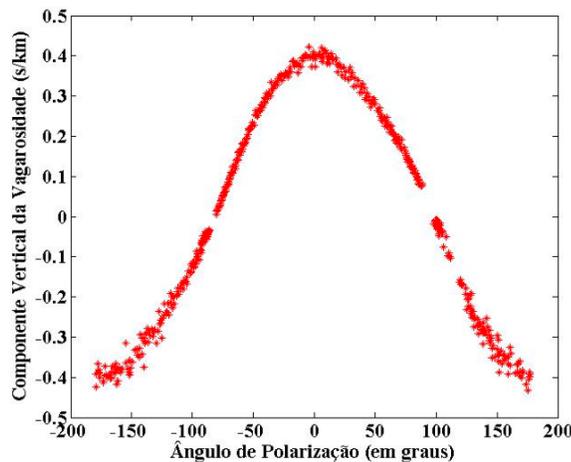


Figura 4: Dado sintético com a mesma geometria de levantamento do dado da Figura 3. Vagarosidade contaminada com ruído de 5% (ondas diretas) e 10% (ondas refletidas). Polarização contaminada com ruído, cujo ângulo com a vertical varia de  $0,5^\circ$  (onda direta) e  $3^\circ$  (onda refletida).

Comparando as Figuras (4) e (5) com as Figuras (2) e (3), concluímos que os dados sintéticos apresentados nas Figuras (4) e (5) apresentam comportamento mais parecido com o dos dados reais. Dessa forma, em todo este trabalho os dados serão contaminados com ruído da forma descrita nesta seção.

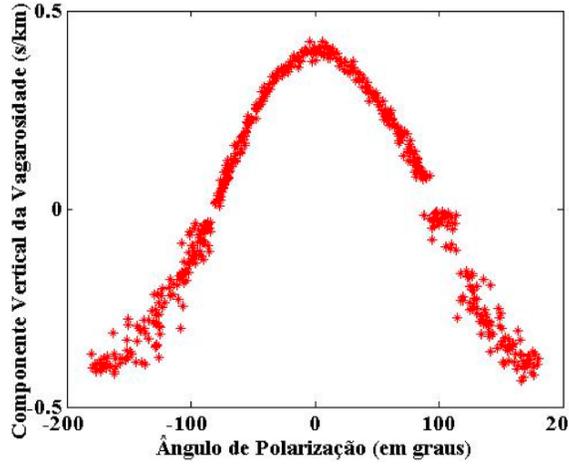


Figura 5: Dado sintético com a mesma geometria de levantamento do dado da Figura 3. Vagarosidade contaminada com ruído de 5% (ondas diretas) e 10% (ondas refletidas). Polarização contaminada com ruído, cujo ângulo com a vertical varia de 4° (onda direta) e 15° (onda refletida).

### 3.3 Problema Inverso

A estimativa da orientação do eixo de simetria,  $\theta$ , é feita a partir da estimativa dos parâmetros WA utilizando dados de vagarosidade e polarização de ondas qP. Estes, por sua vez, dependem dos parâmetros do meio isotrópico de referência. Desta forma, a estimativa de  $\theta$  segue três passos.

#### 1. Estimativa dos parâmetros do meio isotrópico de referência

Existem várias formas de se obter esses parâmetros (Gomes et al, 2004) e, neste trabalho, a velocidade da onda P no meio isotrópico de referência é estimada através do ajuste no sentido dos quadrados-mínimos através da relação:

$$s_3^i = g_3^i, \quad i = 1, \dots, \text{Nobs} \quad (17)$$

sendo  $s_3^i$  e  $g_3^i$  as terceiras componentes dos vetores de vagarosidade e polarização para a  $i$ -ésima observação (Zheng & Pšenčík, 2002). A velocidade da onda S no meio de referência,  $\beta$ , foi calculada através da razão de Poisson ( $\beta = \frac{\alpha}{\sqrt{3}}$ ), e é válida para rochas sedimentares de acordo com medidas de laboratório.

Quanto à escolha do vetor frente de onda, optou-se por determinar  $n_k$  como sendo paralelo ao vetor de polarização no meio perturbado<sup>9</sup> (Zheng & Pšenčík, 2002),  $n_k \parallel g_k$ . Assim,  $g_k e_k^{(1)} = 0$  no lado esquerdo da equação (12).

#### 2. Estimativa dos parâmetros WA (weak anisotropy), parâmetros de fraca

<sup>9</sup>Aproximação razoável para meios fracamente anisotrópicos.

anisotropia, descritos por Thomsen (1986):

As estimativas dos parâmetros WA,  $\tilde{P}_j$ , são os valores que minimizam a função objeto:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{\text{Nobs}} \|Y_i^{\text{obs}} - M_{ij}\tilde{P}_j\|^2, \quad (18)$$

sendo  $Y_i^{\text{obs}}$  a  $i$ -ésima observação e  $M_{ij}$  a matriz definida em (14). Para os testes apresentados, não foram utilizados estabilizadores na inversão, uma vez que o número de condição encontrado foi da ordem de aproximadamente 10, o que foi considerado como um problema bem condicionado.

### 3. Estimativa da orientação do eixo de simetria do meio TI:

A orientação de fratura é feita a partir da estimativa dos cinco parâmetros WA ( $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{33}$ ,  $\delta_{13}$ ,  $\epsilon_{15}$ ,  $\epsilon_{35}$ ) e utilizando as equações (24) e (15).

## 4 Testes Numéricos

Neste capítulo são apresentadas as estimativas da orientação de fratura em um conjunto de dados reais medidos no campo de Agbami (Gomes et al, 2003). Em seguida, tem-se testes numéricos em um modelo sintético fracamente anisotrópico TI, cuja orientação do eixo de simetria é estimada. Esta estimativa depende de vários fatores como: distribuição das fontes, grau de anisotropia e nível de ruído.

Os dados utilizados são de ondas qP diretas e refletidas calculados através do software AN-RAY. A estabilidade das estimativas dos parâmetros WA e de  $\theta$  (orientação do eixo de simetria) é calculada através de simulação numérica. Foi gerado um conjunto de 100 simulações contaminadas com diferentes níveis de ruído; isto é, aos dados de vagarosidade (apenas terceira componente) e polarização, foram aplicados ruídos de forma separada. Cada observação foi contaminada com ruído aleatório cujo desvio padrão não excedeu um valor percentual escolhido da própria observação. Os dados de onda refletida foram contaminados com o dobro do ruído de dados de onda direta. No caso da polarização, esse ruído modifica aleatoriamente a direção de polarização de alguns graus.

Cada conjunto de 100 simulações contaminado com diferentes níveis de ruído foi utilizado na inversão da equação (12) e, então, calculou-se a média e desvio padrão amostral das estimativas dos parâmetros WA. A partir dessas estimativas os parâmetros elásticos foram estimados e, em seguida, a orientação do eixo de simetria do meio TI também foi estimada. A estabilidade dessa estimativa é calculada da mesma forma que para os parâmetros WA.

### 4.1 Dado real

Os dados reais foram coletados em um experimento de VSP Walkaway no campo de Agbami, Nigéria, no perfil WA3. Esses dados são constituídos da componente vertical do vetor de vagarosidade  $s_z$  e as componentes do vetor de polarização  $n_z$  de ondas qP diretas e refletidas (ver Gomes et al, 2003).

O WA3 é uma linha do tipo “dip”<sup>10</sup>. A linha possui 252 fontes distribuídas em aproximadamente 6km em ambos os lados do poço que estão espaçadas regularmente a uma distância média de 50m, com geofone de 3 componentes no interior do poço a uma profundidade de  $z_2 = 3,212$ m.

Na Figura (6) os dados reais são plotados da mesma forma que em Horne & Leaney (2000), isto é, a componente vertical da vagarosidade versus o ângulo que a polarização forma com o eixo vertical. Nesta figura pode-se verificar a boa qualidade dos dados, medida pela coerência da informação, quando comparados a outras medidas de dados reais (ver Gomes et al, 2003). Além

---

<sup>10</sup>A direção do perfil está alinhada com a fratura.

disso, outro fator que atesta a boa qualidade das observações é a ausência de dados espúrios (dados que estejam fora da curva de distribuição dos outros dados).

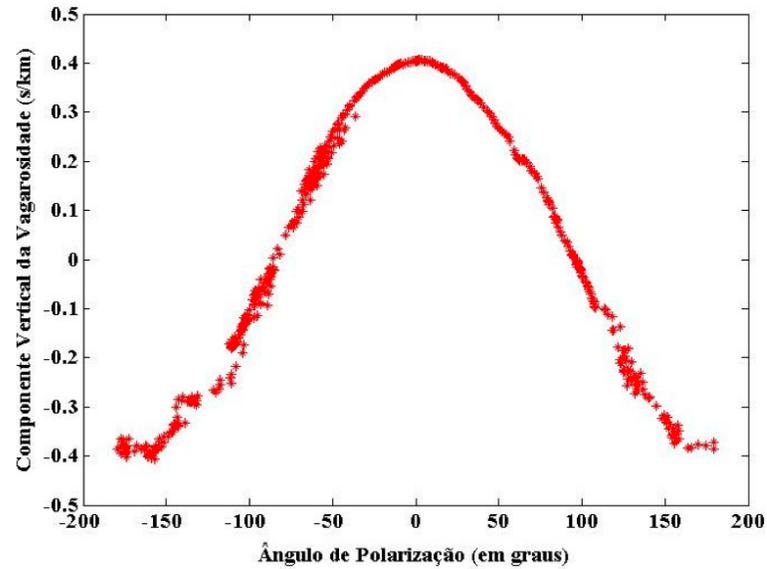


Figura 6: Dados de vagarosidade versus polarização para o campo de Agbami. Pode-se verificar a ausência de dados espúrios nos dados medidos.

Como os dados de onda qP estão em apenas um perfil, não há informação suficiente sobre o tipo de anisotropia do meio. Devido a este fato foi feita a inversão desses dados considerando três casos distintos.

No primeiro caso não foi feita suposição sobre a simetria do meio a ser invertido, ou seja, o meio é um anisotrópico arbitrário. Desta forma pode-se estimar os valores dos parâmetros  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_z$ ,  $\delta_x$ ,  $\epsilon_{15}$  e  $\epsilon_{35}$ .

No segundo caso foi feita a suposição de que o meio a ser invertido é transversalmente isotrópico com eixo de simetria na vertical. Assim, apenas os parâmetros  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_z$  e  $\delta_x$  podem ser estimados, este experimento foi chamado de TIV.

No terceiro caso foi feita a suposição de que o meio a ser invertido é um isotrópico e, portanto, apenas o parâmetro  $\epsilon_z$  pode ser estimado. Este experimento foi chamado de ISO. O resultado das inversões são apresentados nas Tabelas 3 e 4. Para os três tipos de inversão são apresentados o ajuste das inversões, os parâmetros elásticos normalizados pela densidade, obtidos a partir da relação (16) e as variações das estimativas de cada parâmetro (valores mínimo e máximo do parâmetro durante a inversão).

A variância dos parâmetros elásticos estimados foi calculada através da matriz de covariância. Para isso, é necessário o conhecimento do desvio padrão do ruído nos dados observados, o que não

Tipo de inversão	Ajuste	Parâmetros	Estimativa	Variação [MIN MAX]
ISO	$7,82 \times 10^{-2}$	$A_{33}$	6,54	[6,47 6,61]
TIV	$7,77 \times 10^{-2}$	$A_{11}$	2,80	[1,37 4,24]
		$A_{33}$	6,23	[6,10 6,40]
		$A_{13} + 2A_{55}$	3,93	[2,92 4,96]
ANI	$4,12 \times 10^{-2}$	$A_{11}$	5,14	[4,37 5,92]
		$A_{33}$	6,37	[6,30 6,45]
		$A_{13} + 2A_{55}$	5,41	[5,55 6,54]
		$A_{15}$	-0,47	[-0,47 -0,45]
		$A_{35}$	-0,33	[-0,35 -0,31]

Tabela 1: Resultado das três inversões a partir de dados de onda qP diretas e refletidas.

se pode determinar no caso de dados reais. Foi então feita uma estimativa do desvio padrão do ruído considerando que este é Guassiano (Beck & Arnold, 1976; Menke, 1984). Outros detalhes sobre a variância do ruído são apresentados no Apêndice C.

De acordo com a Tabela (1), verifica-se que os parâmetros cuja estimativa tem menor variação são  $A_{33}$ ,  $A_{15}$  e  $A_{35}$  em contraste com os parâmetros  $A_{11}$  e a combinação  $A_{13} + 2A_{55}$ , considerando-os assim bem estimados (Gomes et al, 2003).

Outro aspecto verificado é o ajuste encontrado, da ordem de  $10^2$  menor do que os dados reais apresentados em Gomes et al (2004). Isso indica a melhor qualidade dos dados medidos no trabalho de campo em WA3.

Na Figura (7) são apresentados os dados reais observados (em vermelho), os dados calculados a partir dos resultados da inversão ANI (em azul), os dados calculados a partir dos resultados da inversão TIV (em preto) e os dados calculados a partir dos resultados da inversão ISO (em magenta).

De acordo com a Figura (7), os dados calculados a partir das três inversões apresentam-se visualmente bem ajustadas aos dados observados. As dispersões são verificadas com maior clareza na Figura (8), onde é plotada a razão entre as componentes verticais da vagarosidade e polarização ponderada pela velocidade da onda P no meio de referência,  $\left(\alpha \frac{P_z}{g_z}\right)$ , versus o ângulo de polarização. Nesta Figura são apresentados os dados observados (vermelho) e os dados calculados a partir da inversão ANI (azul), TIV (preto) e ISO (magenta).

Verifica-se que a inversão que apresenta resultado mais próximo aos dados observados é a inversão ANI, como visto na Tabela (1).

A informação geológica a priori é que, o meio ao redor do poço é um folhelho. Isto significa que se pode esperar que o meio se comporte efetivamente como um TI com eixo de simetria

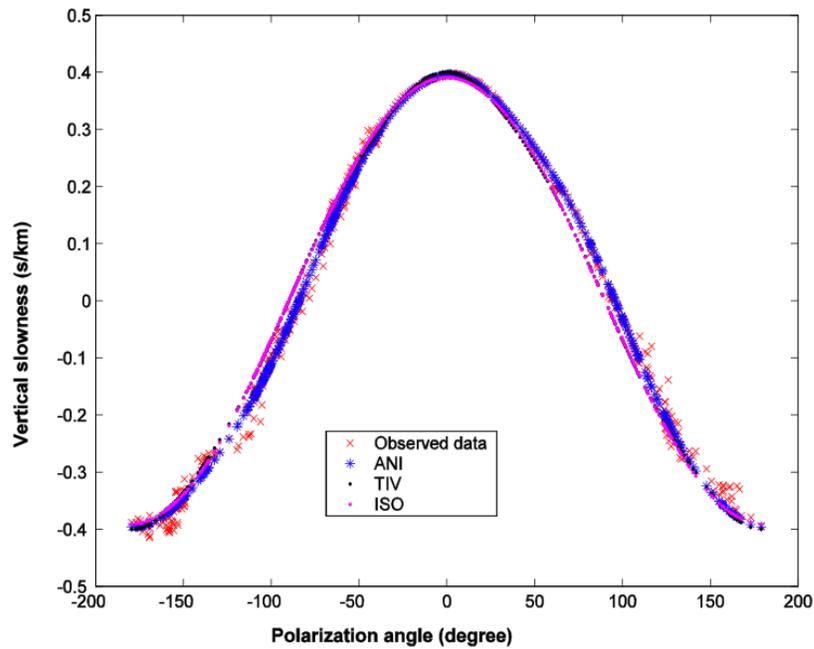


Figura 7: Exemplo de ajuste para os dados observados (em vermelho), dados calculados a partir da inversão ANI (azul), dados calculados a partir da inversão TIV (preto) e dados calculados a partir da inversão ISO (magenta).

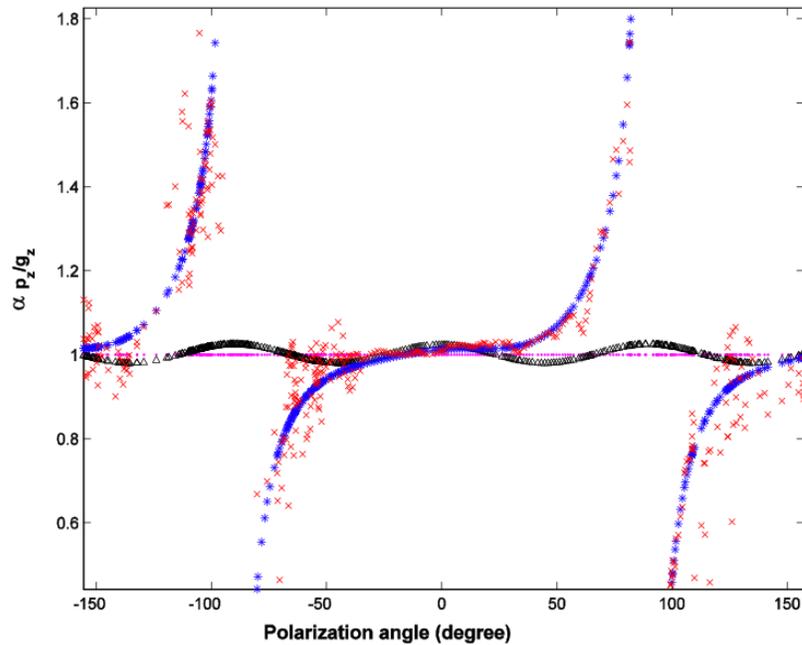


Figura 8: A quantidade adimensional  $\left(\alpha \frac{p_z}{g_z}\right)$  versus os ângulos de polarização com a vertical (em graus). Os dados observados estão em vermelho, os dados calculados a partir da inversão ANI (azul), os dados calculados a partir da inversão TIV (preto) e dados calculados a partir da inversão ISO (magenta).

inclinado. Além disso, estamos considerando que o eixo de simetria está no mesmo plano do levantamento. O que de fato ocorre, uma vez que a linha WA3 é de “deep”.

Em seguida a orientação do eixo de simetria,  $\theta$ , foi estimada a partir da relação (16). A variação de  $\theta$  foi feita da seguinte maneira: dentro da faixa de variação de cada parâmetro elástico,  $A_{ij}$ , foram tomadas  $n$  amostras desse parâmetro. Em seguida, essas amostras foram combinadas, tendo-se então  $n_{\text{par}}^{11} * n_{\text{sample}}$  (número de parâmetros vezes o número de amostras de cada um dos parâmetros) combinações e então o ângulo de mergulho foi estimado para cada uma dessas combinações.

No entanto, conforme apresentado anteriormente, uma vez que a orientação do eixo de simetria é estimada através de uma tangente, existirá uma ambigüidade nessa estimativa, já que  $\theta$  e  $\theta - \frac{\pi}{2}$  têm a mesma tangente. No caso destes dados, tem-se a informação geológica que o meio é um folhelho<sup>12</sup> e o comportamento TI desse meio deve-se a camadas finas estratificadas.

Sendo assim, é de se esperar que  $A_{11} > A_{33}$ .

Estimados dos ângulos  $\theta$  e  $\theta - \frac{\pi}{2}$ , faz-se a remoção do efeito do giro no eixo de simetria para os dois ângulos (rotacionando de  $-\theta$  e  $-\theta + \frac{\pi}{2}$ , ver matrizes de rotação no Apêndice B). Para cada caso a relação  $A_{11} > A_{33}$  é checada. Em caso afirmativo, o ângulo estimado era guardado. Por fim foi feita a média desses ângulos, observando os menores e maiores valores, determinando assim uma faixa de variação do mesmo. A média da estimativa do ângulo foi de  $-63,07^\circ$  com oscilação de  $8,98^\circ$ . Conclui-se que a estimativa do ângulo depende do parâmetro  $A_{11}$ , que apresenta grande variação na sua estimativa, quando comparado com os parâmetros  $A_{33}$ ,  $A_{15}$  e  $A_{35}$  (utilizados na relação (16)).

## 4.2 Modelo Sintético

O modelo é formado por dois meios. O meio incidente é inicialmente um anisotrópico TIV (transversalmente isotrópico com eixo de simetria vertical) cujos parâmetros de Thomsen (1986) são  $\alpha = 2,14\text{km/s}$ ,  $\beta = 1,39\text{km/s}$ ,  $\epsilon = 0,22$ ,  $\gamma = 0,125$  e  $\delta = 0,38$ . O meio foi rotacionado de  $\theta$  que forma  $-62^\circ$  com o eixo  $x_1$ . O tensor elástico normalizado pela densidade,  $A_{ij}$ <sup>13</sup> no poço em  $\text{km}^2/\text{s}^2$  é dado por:

<sup>11</sup>Em todo o trabalho estamos utilizando dados de onda qP em apenas um perfil, portanto,  $n_{\text{par}} = 5$  ( $A_{11}$ ,  $A_{33}$ ,  $A_{13}$ ,  $A_{15}$  e  $A_{35}$ ).

<sup>12</sup>Não foi fornecido pela empresa detentora dos dados como essa informação *a priori* é obtida.

<sup>13</sup>Já na notação reduzida (Helbig, 1994), onde o tensor é representado por uma matriz definido-positiva  $6 \times 6$ .

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 5,14 & 2,04 & 1,98 & 0 & -0,5 & 0 \\ & 6,59 & 1,86 & 0 & 0,13 & 0 \\ & & 6,27 & 0 & -0,33 & 0 \\ & & & 2,29 & 0 & -0,2 \\ & & & & 1,79 & 0 \\ & & & & & 2,03 \end{bmatrix} \quad (19)$$

O modelo sintético apresentado nesta seção foi criado aproximadamente igual ao modelo estimado dos dados reais da seção anterior. A geometria do levantamento é a mesma dos dados reais. Os dados de vagarosidade e polarização de onda qP foram medidos em levantamento de VSP Walkaway, com 240 fontes distribuídas regularmente em um perfil de aproximadamente 12km na superfície e espaçadas de 50m. O geofone está situado dentro do poço a uma profundidade de 3,212km. O objetivo é analisar para o caso sintético, parecido com o modelo obtido da inversão dos dados reais, como a estimativa da orientação do eixo de simetria se comporta variando fatores como nível de ruído, tipo de dado, grau de anisotropia e número de fontes.

Pode-se verificar de (19) que o tensor construído possui parâmetros muito parecidos com os parâmetros estimados na seção anterior.

O modelo é heterogêneo e apresenta um gradiente de variação vertical dado por:

$$A_{ij}(h) = A_{ij}^0(1 + 0,43h), \quad (20)$$

Sendo  $A_{ij}$  o tensor elástico na superfície,  $h$  a variável associada à profundidade e  $A_{ij}(h)$  o tensor elástico medido a uma profundidade  $h$ . O meio subjacente é isotrópico cujas velocidades das ondas P e S são  $\alpha = 4,77\text{km/s}$  e  $\beta = 2,77\text{km/s}$ , respectivamente. A partir dos dados de vagarosidade e polarização de ondas qP medidos nesse modelo, foi feita a inversão para considerando apenas ondas diretas e a inversão conjunta de ondas diretas e refletidas.

#### 4.2.1 Inversão a partir de dados de onda qP direta

Inicialmente os parâmetros elásticos e a orientação do eixo de simetria são estimados a partir da inversão dos dados de vagarosidade e polarização de ondas qP diretas, com ruído aplicado aos dados de vagarosidade e polarização de acordo com o apresentado no capítulo anterior. As faixas de ruído utilizadas foram:

- **Ruído I** – Cada dado de vagarosidade foi contaminado com ruído aleatório cujo desvio padrão não excede 5% do valor da vagarosidade. Os dados de polarização foram contam-

inados com ruído que muda a direção de polarização aleatoriamente de até 1°;

- **Ruído II** – Cada dado de vagarosidade foi contaminado com ruído aleatório cujo desvio padrão não excede 5% do valor da vagarosidade. Os dados de polarização foram contaminados com ruído que muda a direção de polarização aleatoriamente de até 4°;
- **Ruído III** – Cada dado de vagarosidade foi contaminado com ruído aleatório cujo desvio padrão não excede 10% do valor da vagarosidade. Os dados de polarização foram contaminados com ruído que muda a direção de polarização aleatoriamente de até 4°;
- **Ruído IV** – Cada dado de vagarosidade foi contaminado com ruído aleatório cujo desvio padrão não excede 5% do valor da vagarosidade. Os dados de polarização foram contaminados com ruído que muda a direção de polarização aleatoriamente de até 12°.

As faixas de Ruído III e IV são modificações da faixa de Ruído II. No Ruído III, o nível de ruído na vagarosidade varia, mantendo o nível de ruído na polarização igual a II, enquanto que no Ruído IV, mantido ruído na vagarosidade igual a II, o nível de ruído polarização aumenta. O objetivo de realizar a inversão para essas faixas de ruído é verificar se as estimativas são mais sensíveis a ruídos na vagarosidade ou polarização. Na Tabela (2) são mostradas as estimativas médias dos parâmetros  $A_{ij}$  (obtidas a partir da estimativa dos parâmetros WA) e seus desvios padrão amostrais em diferentes níveis de ruído para inversão dos dados de onda qP direta:

Parâmetros Elásticos	$A_{11}$	$A_{33}$	$A_{13} + 2A_{55}$	$A_{15}$	$A_{35}$
Valor Exato	5,14	6,27	5,56	-0,5	-0,33
Estimativa Média (Ruído I)	5,28	6,25	5,64	-0,64	-0,39
Varição Amostral (Ruído I)	11%	1%	7%	3%	5%
Estimativa Média (Ruído II)	5,01	6,24	5,46	-0,64	-0,4
Varição Amostral (Ruído II)	13%	1%	9%	4,7%	5%
Estimativa Média (Ruído III)	5,06	6,24	5,5	-0,64	-0,4
Varição Amostral (Ruído III)	23,5%	2%	14%	4,7%	12,5%
Estimativa Média (Ruído IV)	4,15	6,2	4,89	-0,65	-0,41
Varição Amostral (Ruído IV)	21%	1%	13,7%	7,7%	7,3%

Tabela 2: Estimativa média dos parâmetros elásticos e sua variação amostral obtidos a partir da inversão dos dados de onda qP direta com diferentes níveis de ruído no geofone.

Pode-se verificar que a melhor estimativa dos parâmetros ocorre para dados contaminados com a faixa de ruído I. Em todos os casos o parâmetro  $A_{11}$  é o que apresenta maior variação em sua estimativa, seguidos da combinação de parâmetros  $A_{13} + 2A_{55}$ . Esse resultado é também encontrado na inversão dos dados reais. Estamos interessados apenas no parâmetro  $A_{11}$ , necessário para a

estimativa da orientação do eixo de simetria (ver equação (16)). A Tabela (3) mostra as estimativas da orientação do ângulo do eixo de simetria obtidas a partir da estimativa dos parâmetros elásticos vistos na Tabela (2).

Nível de ruído	Média da estimativa de $\theta$ (em graus)	Desvio padrão amostral (em graus)
Ruído I	$-57,11^\circ$	$4,52^\circ$
Ruído II	$-59,67^\circ$	$4,86^\circ$
Ruído III	$-57,95^\circ$	$10,05^\circ$
Ruído IV	$-66,16^\circ$	$4,62^\circ$

Tabela 3: Estimativa média da orientação do eixo de simetria do meio TI e média amostral. O valor exato de  $\theta$  é de  $-62^\circ$ .

De acordo com as Tabelas (2) e (3) tem-se que: – A orientação do eixo de simetria,  $\theta$ , é bem estimada<sup>14</sup> para níveis de ruído de até 5% na vagarosidade e que muda a direção de polarização em até  $4^\circ$  (Resultados para níveis de ruído I e II);

- Tanto as estimativas dos parâmetros elásticos quanto a estimativa de  $\theta$  são mais sensíveis ao nível de ruído nos dados de vagarosidade que de polarização;
- O parâmetro  $A_{11}$ , necessário para a estimativa de  $\theta$ , é bastante sensível à presença de ruído nos dados.

#### 4.2.2 Inversão conjunta dos dados de onda qP direta e refletida

A seguir, os parâmetros elásticos e a orientação do eixo de simetria são estimados a partir da inversão conjunta dos dados de vagarosidade e polarização. O ruído aplicado a esses dados está de acordo com o apresentado no capítulo anterior. As faixas desses ruídos são semelhantes às utilizadas na inversão de dados de ondas qP diretas, mas agora o nível de ruído nas ondas refletidas diferem do nível de ruído das ondas diretas. Foram aplicadas as seguintes faixas de ruído:

- **Ruído V – Para ondas diretas:** Cada dado de vagarosidade foi contaminado com ruído aleatório, cujo desvio padrão não excede 5% da vagarosidade. Os dados de polarização foram contaminados com ruído que muda a direção de polarização aleatoriamente de até  $1^\circ$ . **Para ondas refletidas:** Cada dado de vagarosidade foi contaminado com ruído aleatório com desvio padrão que não excede 10% da vagarosidade. Os dados de polarização foram contaminados com ruído que muda a direção de polarização aleatoriamente de até  $3^\circ$ ;
- **Ruído VI – Para ondas diretas:** Cada dado de vagarosidade foi contaminado com ruído aleatório, cujo desvio padrão não excede 5% da vagarosidade. Os dados de polarização

<sup>14</sup>Estamos considerando que variações de até  $5^\circ$  no valor de  $\theta$  são aceitáveis.

foram contaminados com ruído que muda a direção de polarização aleatoriamente de até 4°. **Para ondas refletidas:** Cada dado de vagarosidade foi contaminado com ruído aleatório com desvio padrão que não excede 10% da vagarosidade. Os dados de polarização foram contaminados com ruído que muda a direção de polarização aleatoriamente de até 15°;

- **Ruído VII – Para ondas diretas:** Cada dado de vagarosidade foi contaminado com ruído aleatório, cujo desvio padrão não excede 10% da vagarosidade. Os dados de polarização foram contaminados com ruído que muda a direção de polarização aleatoriamente de até 4°. **Para ondas refletidas:** Cada dado de vagarosidade foi contaminado com ruído aleatório com desvio padrão que não excede 20% da vagarosidade. Os dados de polarização foram contaminados com ruído que muda a direção de polarização aleatoriamente de até 15°;
- **Ruído VIII – Para ondas diretas:** Cada dado de vagarosidade foi contaminado com ruído aleatório, cujo desvio padrão não excede 5% da vagarosidade. Os dados de polarização foram contaminados com ruído que muda a direção de polarização aleatoriamente de até 12°. Para ondas refletidas: Cada dado de vagarosidade foi contaminado com ruído aleatório com desvio padrão que não excede 10% da vagarosidade. Os dados de polarização foram contaminados com ruído que muda a direção de polarização aleatoriamente de até 20°.

Nas figuras (9) a (12) são plotados dados sintéticos contaminados com os níveis de ruído descritos acima (em vermelho) e os dados calculados a partir das estimativas dos parâmetros WA (em azul).

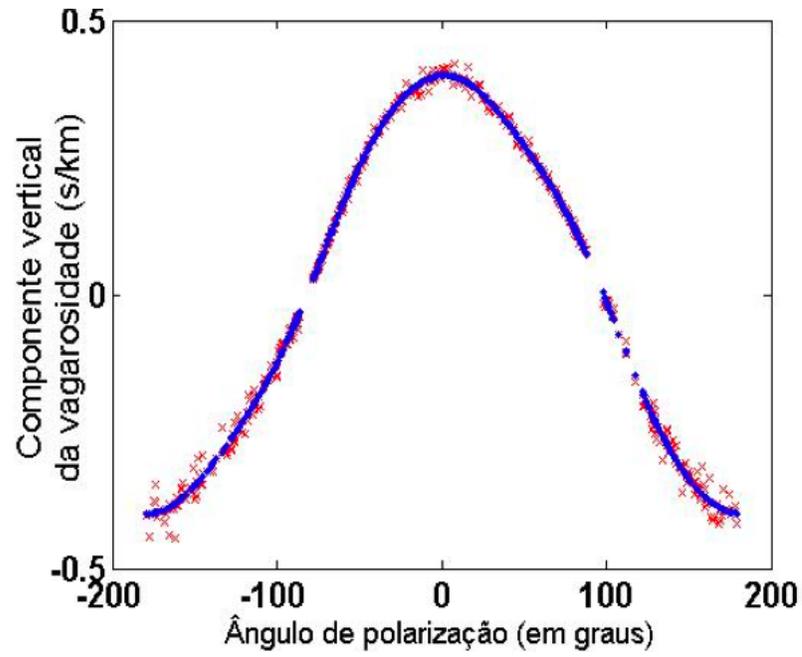


Figura 9: Dados sintéticos contaminados com ruído V.

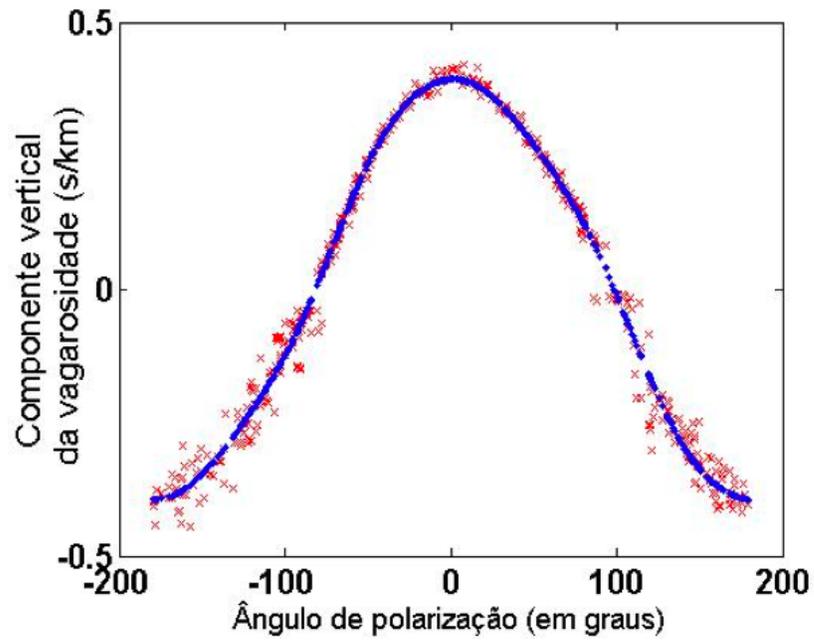


Figura 10: Dados sintéticos contaminados com ruído VI.

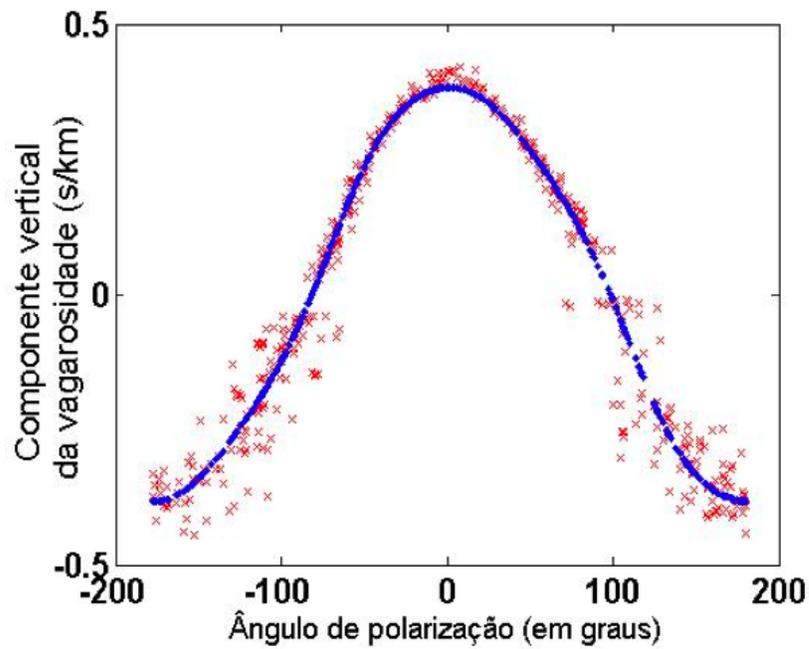


Figura 11: Dados sintéticos contaminados com ruído VII.

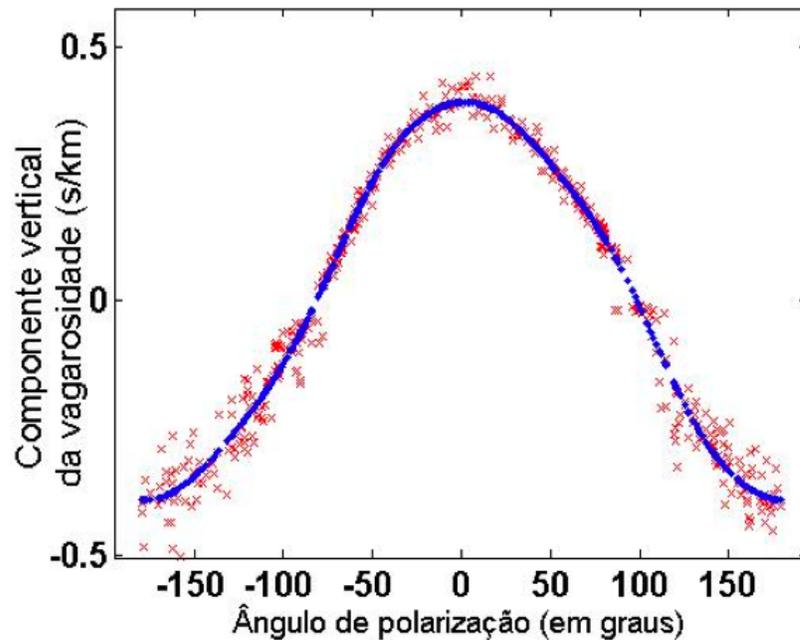


Figura 12: Dados sintéticos contaminados com ruído VIII.

Pela análise das figuras verifica-se que, em comparação com os dados reais na Figura (2), o dado contaminado mais próximo é apresentado na Figura (9), onde os dados foram contaminados com o nível de ruído V. Ainda nas figuras (9) a (12), os dados calculados a partir da inversão dos dados para os quatro níveis de ruído são apresentados e, mesmo com o nível de ruído aumentando,

vemos que há um bom ajuste visual dos dados calculados. As estimativas médias dos parâmetros  $A_{ij}$  (obtidas a partir da estimativa dos parâmetros WA) e seu desvio padrão amostral são mostrados na Tabela (4).

Parâmetros Elásticos	$A_{11}$	$A_{33}$	$A_{13} + 2A_{55}$	$A_{15}$	$A_{35}$
Valor Exato	5,14	6,27	5,56	-0,5	-0,33
Estimativa Média (Ruído V)	5,27	6,24	5,64	-0,64	-0,39
Variação Amostral (Ruído V)	13,5%	1,3%	8,5%	1,6%	7,5%
Estimativa Média (Ruído VI)	6,57	6,4	6,54	-0,66	-0,36
Variação Amostral (Ruído VI)	15,7%	1,25%	11%	6%	11%
Estimativa Média (Ruído VII)	6,56	6,4	6,53	-0,64	-0,363
Variação Amostral (Ruído VII)	24%	2,7%	17,15%	7,6%	11%
Estimativa Média (Ruído VIII)	8,43	6,71	7,82	-0,67	-0,34
Variação Amostral (Ruído VIII)	21%	2%	16,8%	11,8%	23%

Tabela 4: Estimativa média dos parâmetros elásticos e sua variação amostral obtidos a partir da inversão conjunta dos dados de onda qP direta e refletida com diferentes níveis de ruído.

De acordo a Tabela (4) tem-se que o parâmetro  $A_{11}$ , necessário para a estimativa da orientação do eixo de simetria, apresenta grande variação quando comparado com a variação dos outros parâmetros. Na Tabela (5) são apresentadas as estimativas médias da orientação do eixo de simetria (complementando a Tabela (4)) e sua variação amostral.

Nível de ruído	Média da estimativa de $\theta$ (em graus)	Desvio padrão amostral (em graus)
Ruído V	$-57,06^\circ$	$6,18^\circ$
Ruído VI	$-43,07^\circ$	$11,27^\circ$
Ruído VII	$-28,74^\circ$	$14,02^\circ$
Ruído VIII	$-43,47^\circ$	$15,46^\circ$

Tabela 5: Estimativa média da orientação do eixo de simetria do meio TI e média amostral, obtidos da estimativa dos parâmetros elásticos a partir da inversão conjunta de dados de onda qP direta e refletida. O valor exato de  $\theta$  é de  $-62^\circ$ .

De acordo com a Tabela (5), o melhor resultado é obtido da inversão dos dados com nível de ruído V, mas o melhor resultado é ainda obtido da inversão só de ondas qP diretas. Isto se deve ao fato dos dados de ondas qP refletidas terem sido contaminados com o dobro de ruído aplicado nas ondas diretas, a fim de simular medidas mais próximas do caso real.

Na Tabela (6) é mostrada a estimativa da orientação do eixo de simetria considerando que o nível de ruído nas ondas qP diretas e refletidas são iguais e definidos por: dados de vagariedade contaminados com ruído aleatório cujo desvio padrão não excede 5% da vagariedade. Dados de polarização foram contaminados com ruído que muda a direção de polarização aleatoriamente de

até 2°. Para melhor comparação, na mesma tabela são mostrados os resultados obtidos usando apenas ondas diretas e ondas diretas e refletidas (ruído V).

Tipo de inversão	Média da estimativa de $\theta$ (em graus)	Desvio padrão amostral (em graus)
Ondas qP diretas e refletidas com mesmo ruído	-59,8°	0,66°
Ondas qP diretas - Ruído I	-57,11°	4,52°
Ondas qP diretas e refletidas com ruído diferente - Ruído V	-57,06°	6,18°

Tabela 6: Estimativa da orientação do eixo de simetria para três tipos de inversão. O valor exato de  $\theta$  é de -62°.

De acordo com a Tabela (6) tem-se que, quando o nível de ruído nos dados de ondas refletidas é igual ao nível de ruído das ondas diretas, a inversão conjunta dos dados melhora a estimativa de  $\theta$  se comparado com as outras duas estimativas. De acordo com as Tabelas (4) a (6), sobre a estimativa da orientação da fratura a partir da inversão conjunta podemos observar que:

- A orientação do eixo de simetria,  $\theta$ , é bem estimada<sup>15</sup> para níveis de ruído de até 5% na vagarosidade de ondas diretas, 10% na vagarosidade de ondas refletidas e ruído na polarização de até 3° nos dados de inversão conjunta (resultados para nível de ruído V);
- Caso os dados sejam contaminados com o mesmo nível de ruído na inversão conjunta, a estimativa de  $\theta$  melhora consideravelmente, comparada com a estimativa obtida da inversão conjunta dos dados ou mesmo só com a inversão com dados de ondas diretas;
- Da mesma forma que na seção anterior, tanto as estimativas dos parâmetros elásticos quanto a estimativa de  $\theta$  são mais sensíveis ao nível de ruído nos dados de vagarosidade que de polarização;
- O parâmetro  $A_{11}$ , necessário para a estimativa de  $\theta$ , é bastante sensível à presença de ruído nos dados.

Com relação a esta última observação, foram feitos testes pressupondo o parâmetro  $A_{11}$  conhecido. Os resultados são apresentados na seção a seguir.

<sup>15</sup>Estamos considerando que variações de até 5° no valor de  $\theta$  são aceitáveis.

### 4.3 Estimativa da orientação do eixo de simetria pressupondo $A_{11}$ conhecido

Partindo do pressuposto de que o parâmetro  $A_{11}$  é conhecido, a orientação do eixo de simetria foi novamente estimada. Os demais parâmetros,  $A_{33}$ ,  $A_{15}$  e  $A_{35}$  foram estimados da inversão dos dados de onda direta, Tabela (7), e da inversão conjunta dos dados para diferentes níveis de ruído, Tabela (8). Para comparação, ambas as tabelas apresentam a estimativa de  $\theta$ , obtida quando  $A_{11}$  também era estimado (como apresentado nas seções anteriores).

Nível de ruído	Média da estimativa de $\theta$ , $A_{11}$ estimado	Desvio padrão amostral	Média da estimativa de $\theta$ , $A_{11}$ fixo	Desvio padrão amostral
Ruído I	$-57, 11^\circ$	$4, 52^\circ$	$-59, 1^\circ$	$3, 68^\circ$
Ruído II	$-59, 67^\circ$	$4, 86^\circ$	$-58, 94^\circ$	$3, 65^\circ$
Ruído III	$-57, 95^\circ$	$10, 05^\circ$	$-58, 97^\circ$	$3, 48^\circ$
Ruído IV	$-66, 16^\circ$	$4, 62^\circ$	$-58, 45^\circ$	$3, 57^\circ$

Tabela 7: Para a inversão de dados de onda direta, são apresentadas as estimativas de  $\theta$  considerando  $A_{11}$  estimado e a estimativa de  $\theta$  assumindo que  $A_{11}$  é conhecido. Junto com cada estimativa é mostrado o desvio padrão amostral.

Nível de ruído	Média da estimativa de $\theta$ , $A_{11}$ estimado	Desvio padrão amostral	Média da estimativa de $\theta$ , $A_{11}$ fixo	Desvio padrão amostral
Ruído V	$-57, 06^\circ$	$6, 18^\circ$	$-59, 17^\circ$	$3, 66^\circ$
Ruído VI	$-43, 07^\circ$	$11, 27^\circ$	$-60, 8^\circ$	$2, 51^\circ$
Ruído VII	$-28, 74^\circ$	$14, 02^\circ$	$-44, 56^\circ$	$28, 88^\circ$
Ruído VIII	$-43, 47^\circ$	$15, 46^\circ$	$-57, 94^\circ$	$12, 24^\circ$

Tabela 8: Para a inversão conjunta dos dados, são apresentadas as estimativas de  $\theta$  considerando  $A_{11}$  estimado e a estimativa de  $\theta$  assumindo que  $A_{11}$  é conhecido. Junto com cada estimativa é mostrado o desvio padrão amostral.

Nas duas tabelas anteriores, se  $A_{11}$  é conhecido, a variação da estimativa de  $\theta$  diminui, mostrando que a estimativa do ângulo é muito sensível à estimativa desse parâmetro. Conclui-se ainda que:

- Para inversão utilizando apenas dados de onda direta: a orientação de fratura é bem estimada para todos os níveis de ruído apresentados;
- Para inversão conjunta dos dados de onda direta e refletida: a orientação de fratura é bem estimada para os níveis de ruído V e VI. Para esses casos, o resultado é melhor que a inversão com apenas dados de onda direta;

- A estimativa é mais sensível à presença de ruído nos dados de vagariedade que nos dados de polarização, em ambos os esquemas de inversão.

#### 4.4 Testes complementares

De acordo com as conclusões acima, uma análise e busca de outras maneiras de se determinar  $A_{11}$  é fundamental para a estimativa de  $\theta$ . Foram feitos testes com outros modelos em que a orientação do eixo de simetria foi estimada considerando diferentes fatores:

- Tamanho do perfil nos levantamentos VSP;
- Modelos com diferentes graus de anisotropia;
- Diferentes níveis de ruído;
- Inversão com dados de ondas diretas e inversão conjunta dos dados de ondas diretas e refletidas.

Os resultados obtidos foram:

##### — Tamanho do perfil nos levantamentos VSP

Em ICDP Newsletter (2000) é mostrado que em levantamentos de VSP walkaway, as fontes podem ser distribuídas em distâncias que vão de 6km a até 14km com o poço situado no meio. Considerando o modelo sintético apresentado anteriormente, foram realizados alguns testes para verificar a influência do comprimento do perfil na estimativa da orientação do eixo de simetria. As fontes foram regularmente espaçadas de 50 metros com o poço situado no centro do perfil, foram consideradas as seguintes distribuições:

1. Geometria 1 - Fontes distribuídas em ambos os lados do poço num perfil de 14km;
2. Geometria 2 - Fontes distribuídas em ambos os lados do poço num perfil de 12km;
3. Geometria 3 - Fontes distribuídas em ambos os lados do poço num perfil de 10km;
4. Geometria 4 - Fontes distribuídas em ambos os lados do poço num perfil de 8km;
5. Geometria 5 - Fontes distribuídas em ambos os lados do poço num perfil de 6km.

As estimativas de  $\theta$  foram feitas considerando dados da inversão com onda direta e dos dados da inversão conjunta. Os resultados obtidos foram:

- Considerando a inversão utilizando apenas ondas diretas,  $\theta$  é bem estimado<sup>16</sup> para os níveis de ruído I e II, nas geometrias 1, 2, 3 e 4. Para a geometria 5, os resultados só são satisfatórios para o nível de ruído I;
- Considerando a inversão utilizando os dados de ondas diretas e refletidas,  $\theta$  é bem estimado para o nível de ruído V, nas geometrias 1, 2, 3. A partir de levantamentos com a geometria 4, a estimativa fica comprometida.

É importante lembrar que se procurou realizar simulações o mais próximo possível do encontrado em levantamentos reais, isso implica que a razão sinal ruído nos dados de onda refletida deve ser menor que nos dados de onda direta, tal como acontece em levantamentos reais. A isto se deve os resultados apresentados acima. Quando os testes eram feitos considerando o mesmo nível de ruído tanto nos dados de onda direta quanto nos de onda refletida, a orientação do eixo de simetria é bem estimada considerando-se ruído de até 5% nos dados de vagarosidade e ruído nos dados de polarização que modifica a direção desta em até 3°. Assim podemos concluir que para perfis de até 8km o ângulo  $\theta$  é bem estimado. Em perfis menores, a estimativa fica muito comprometida.

#### — Modelos com diferentes graus de anisotropia

Neste trabalho é apresentada uma metodologia para a estimativa da orientação do eixo de simetria a partir da relação entre os dados de vagarosidade e polarização de ondas qP e os parâmetros WA. A relação apresentada é uma aproximação de primeira ordem e considera que o meio anisotrópico é uma fraca perturbação de um meio isotrópico. Portanto, ainda que em alguns testes com anisotropia moderada foram encontrados resultados satisfatórios para a estimativa de  $\theta$ , de uma maneira geral a metodologia não é válida para meios com anisotropia moderada e forte<sup>17</sup>.

#### — Diferentes níveis de ruído

Neste trabalho foram considerados diferentes tipos de ruído e formas diferentes de incorporar esse ruído aos dados observados. Para dados de onda qP direta e refletida medidos em apenas um perfil em modelos fracamente anisotrópicos homogêneos ou heterogêneos, tem-se que, para níveis de ruído moderado, ruído que apresenta valor de até 5% nos dados de vagarosidade e polarização

<sup>16</sup>Estamos considerando que variações de até 5° no valor de  $\theta$  são aceitáveis.

<sup>17</sup>Estamos considerando o grau de anisotropia de acordo com os parâmetros de Thomsen (1986). Assim, um meio com anisotropia moderada é dado por  $10\% < \epsilon < 30\%$  e um meio com anisotropia forte  $\epsilon > 30\%$

de ondas diretas e 10% nos dados de ondas refletidas, ruídos que provocam a modificação nos dados de até  $3^\circ$  tanto para polarização de ondas diretas quanto para polarização de ondas refletidas, a orientação do eixo de simetria é considerada bem estimada.

— **Inversão com dados de ondas diretas e inversão conjunta dos dados de ondas diretas e refletidas**

A estimativa da orientação do eixo de simetria usando apenas dados de onda direta perde resolução e estabilidade quando comparada à estimativa da inversão conjunta, desde que a razão sinal-ruído seja boa tanto para ondas refletidas quanto para ondas diretas. A estimativa feita apenas com dados de onda refletida é mais pobre quando comparada com a inversão de ondas diretas, não se pode esquecer que esse resultado depende fortemente da relação sinal-ruído nos dados de onda direta e refletida.

## 5 Conclusão

Neste trabalho é apresentada uma metodologia para a estimativa da orientação de fraturas em meios fraturados fracamente anisotrópicos a partir da relação linear entre os parâmetros WA do meio e dados de vagarosidade e polarização de ondas qP em experimentos de VSP Walkaway.

A estimativa é feita partindo dos pressupostos que: *o meio fraturado comporta-se efetivamente como um meio anisotrópico TI*, portanto, estimar a orientação de fratura consiste em estimar a orientação do eixo de simetria; *o eixo de simetria está no mesmo plano de medidas*, dessa forma a orientação é dada pela relação (12).

Foi feita uma análise dessa estimativa considerando fatores como: tipo de onda, nível de ruído, grau de anisotropia e tamanho dos perfis.

Para a inversão utilizando apenas dados de onda qP diretas, conclui-se que:

- A orientação do eixo de simetria,  $\theta$ , é bem estimada para níveis de ruído de até 5% na vagarosidade e ruído na polarização de até 4°;
- A estimativa é mais sensível à presença de ruído nos dados de vagarosidade que nos dados de polarização, em ambos os esquemas de inversão;
- O parâmetro  $A_{11}$ , necessário para a estimativa de  $\theta$ , é bastante sensível à presença de ruído nos dados;
- Considerando o pressuposto de que o parâmetro  $A_{11}$  é conhecido, a orientação de fratura é bem estimada para níveis de ruído de até 20% nos dados de vagarosidade e até 15° nos dados de polarização;
- A orientação do eixo de simetria é bem estimada considerando os níveis de ruído de até 5% nos dados de vagarosidade e até 4° na polarização para perfis de até 8km, com as fontes espaçadas regularmente de 50 metros e poço no centro do perfil.

Para a inversão utilizando dados de onda qP direta e refletida, conclui-se que:

- A orientação do eixo de simetria,  $\theta$ , é bem estimada para níveis de ruído de até 5% na vagarosidade de ondas diretas, 10% na vagarosidade de ondas refletidas e ruído na polarização de até 3° nos dados de inversão conjunta;
- A estimativa de  $\theta$  é mais sensível ao nível de ruído nos dados de vagarosidade que de polarização;

- O parâmetro  $A_{11}$ , necessário para a estimativa de  $\theta$ , é bastante sensível à presença de ruído nos dados;
- Considerando o pressuposto de que o parâmetro  $A_{11}$  é conhecido, a orientação de fratura é bem estimada para níveis de ruído de até 5% nos dados de vagarosidade em ondas diretas, 10% nos dados de vagarosidade em ondas refletidas e 4° nos dados de polarização em ondas diretas e 15° nos dados de polarização em ondas refletidas;
- Se na inversão conjunta os dados são contaminados com o mesmo nível de ruído, a estimativa de  $\theta$  melhora, comparada à estimativa obtida da inversão conjunta dos dados se contaminados com níveis diferentes de ruído dos dados de onda refletida;
- A orientação de fratura é bem estimada considerando os níveis de ruído de 5% nos dados de vagarosidade em ondas diretas, 10% nos dados de vagarosidade em refletidas e 1° nos dados de polarização direta e 3° nos dados de polarização refletida para perfis de até 10km, com as fontes espaçadas regularmente de 50 metros e poço no centro do perfil.

A metodologia apresentada neste trabalho possui algumas limitações, que se devem principalmente à utilização de dados em apenas um perfil. Com o objetivo de reduzir essas limitações, tem-se como próximas etapas deste trabalho:

- Utilização na estimativa da orientação de fraturas em dados de onda qP medidos em experimentos de VSP em perfis multiazimutais;
- Uma quantidade maior de dados medidos em diferentes perfis permite remover a ambigüidade da relação (12) com a estimativa de outros parâmetros;
- Trabalhos anteriores (Gomes, 2003) explicam que a utilização de ondas S fornece informação sobre a orientação de fratura e, portanto, seu uso tende a melhorar a estimativa da orientação;
- Utilização de dados de onda S tanto diretos quanto refletidos.

## Referências

- AKI, K. & RICHARDS, P. G. **Quantitative Seismology: Theory and methods**. San Francisco, W. H. Freeman and Co., 1980.
- BANIK, N. C. **An effective anisotropy parameter in transversely isotropic media**. Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, v. 52, p. 1654-1664, 1987.
- BECK, J. & ARNOLD, K. J. **Parameter Estimation**. New York, John Wiley & Sons, 1976.
- CASTAGNA, J. P. 1992. Offset-dependent reflectivity-Theory and practice of AVO analysis. In: CASTAGNA, J.P. & BACKUS, M. M. (ed) AVO Analysis - Tutorial and Review, Society of Exploration Geophysicists, p. 3-36.
- ESMERSOY, C. **Inversion of P and SV waves from multicomponent offset vertical seismic profiles**. Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, v. 55, p. 39-50, 1990.
- GAJEWSKI, D. AND PŠENČÍK, I. **Vertical seismic profiles synthetics by dynamic ray tracing in laterally varying layered anisotropic structures**. J. Geophys. Res., v. 95, p. 11 301-311 315, 1990.
- GOMES, E. N. S. **Reflectivity of P waves in anisotropic media**. Departamento de Matemática da Universidade Federal Pará, Brasil, Dissertação de Mestrado, 1999.
- GOMES, E. N. S.; PROTÁZIO, J. S.; COSTA, J. C.; SIMÕES-FILHO, I. A. 2001. **Linearização dos coeficientes de reflexão de ondas qP em meios anisotrópicos**. Brazilian Journal of Geophysics, v. 19, p. 48-60, 2001.
- GOMES, E. N. S.; ZHENG, X.; PŠENČÍK, I.; HORNE, S.; LEANEY, S. **Local determination of weak anisotropy parameters from a walkaway VSP qP-wave data in the Mar de Java region**. Studia geoph. et geod, submetido, 2003.
- HELBIG, K. **Foundations of Anisotropy for Exploration Seismics**. Oxford, Pergamon. Handbook of Geophysical Exploration, 22, 1994.
- HOFFMAN, K. & RAY, K. **Álgebra Linear: Polígono**, 1971.
- HORNE, S. A. & LEANEY, W. S. **Polarization and slowness component inversion for TI anisotropy**. Geophysical Prospecting, v. 48, p. 779-788, 2000.
- HUDSON, J. A. **Wave speeds and attenuation of elastic waves in material containing cracks**. Geophys. J. R. astr Soc., v. 64, p. 133-150, 1982.
- International Continental Scientific Drilling Program, **ICDP Newsletter**, v. 2, Abril, 2000.

JÍLEK, P. **Converted PS-wave reflection coefficients in weakly anisotropic media.** Pure and Applied Geophysics, v. 7-8, p. 1527-1562, 2002.

LEANEY, W. S. **Parametric wavefield decomposition and applications.** In: ANN. INTERNAT. MTG., Society of Exploration Geophysicists, Tulsa. Abstrado expandido, p. 1097-1100, 1990.

LEANEY, W. S. **Anisotropy and AVO from walkaways.** In: ANN. INTERNAT. MTG., Society of Exploration Geophysicists. Abstrado expandido. p. 105-109, 1994.

MENKE, W. **Geophysical data analysis: Discrete inverse theory.** New York, Academic Press, 1984.

MOOD, A. M.; GRAYBILL, F. A.; BOES, D. C. **Introduction to the theory of statistics.** London, McGraw-Hill, 1974.

MUSGRAVE, M. J. P. **Crystal Acoustics.** San Francisco, Holden-Day Inc., 1970.

OSTRANDER, W. J. **Plane-wave reflection coefficients for gas sand at non-normal angles of incidence.** Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, v. 49, p. 1637-1648, 1984.

PEREZ, M. A.; GIBSON, R. L.; TOKSOZ, N. **Detection of fracture orientation using azimuthal variation of P-wave AVO responses.** Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, v. 64, p. 1253-1265, 1999.

PŠENČÍK, I. & GAJEWSKI, D. **Polarization, phase velocity and NMO velocity of qP waves in arbitrary weakly anisotropic media.** Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, v. 63, p. 1754-1766, 1998.

RÜGER, A. & TSVANKIN, I. **Azimuthal variation of AVO response for fractured reservoir.** In: ANN. INTERNAT. MTG. Society of Exploration Geophysicists. Abstrado expandido, p. 1103-1106, 1995.

SCHOENBERG, M. & DOUMA, J. **Elastic wave propagation in media with parallel fractures and aligned cracks.** Geophys Prosp. Eur. Assn. Geosci. Eng., v. 36, p. 571-590, 1988.

SCHOENBERG, M. & PROTÁZIO, J. S. **Zöeppritz Rationalized and Generalized to Anisotropy.** Journal of Seismic Exploration, v. 1, p. 125-144, 1992.

SCHOENBERG, M. & SAYERS, C. M. **Seismic Anisotropy of Fractures.** Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, v. 60, p. 204-211, 1995.

THOMSEN, L. **Weak elastic anisotropy.** Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, v. 51, p. 1954-1966, 1986.

THOMSEN, L. **Weak elastic anisotropic reflection.** In BACKUS, M. M. (Eds). Offset-dependent

reflectivity-Theory and practice AVO analysis, Society of Exploration Geophysicists, p. 103-111, 1993.

TSVANKIN, I. & THOMSEN, L. **Inversion of reflection traveltimes for transverse isotropy.** Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, v. 60, p. 1095-1107, 1995.

VAVRYČUK, V. & PŠENČÍK, I. **PP-Wave reflection coefficients in weakly anisotropic elastic media.** Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, v. 63, p. 2129-2141, 1998.

ZHENG, X. & PŠENČÍK, I. **Local determination of weak anisotropy parameters from qP-wave slowness and particle motion measurements.** Pure and Applied Geophysics, v. 159, p. 1881-1905, 2002.

## Apêndice A

### – MATRIZ DE FRACA ANISOTROPIA

A matriz de fraca anisotropia é função dos parâmetros WA, dos parâmetros isotrópicos do meio e da geometria de levantamento. A relação entre esses parâmetros é apresentada no capítulo 2 pela relação (7) e é dada por:

$$B_{mn} = a_{ijkl} e_i^{(m)} e_j^{(3)} e_k^{(3)} e_l^{(3)} - c_0^2 \delta_{mn} \quad (21)$$

Em que:  $a_{ijkl}$  são os parâmetros elásticos normalizados pela densidade com os subscritos (i, j, k, l = 1, 2, 3),  $c_0$  é a velocidade de fase no meio isotrópico de referência. Para ondas P,  $c_0 = \alpha$ . Os subscritos na matriz B, m, n = 1, 2, 3, dependem se o levantamento é feito em um perfil ou multiazimutal. Neste trabalho estamos considerando levantamentos VSP de ondas qP em apenas um perfil, nas direções dos eixos  $x_1$  e  $x_3$ . Assim apenas cinco parâmetros descrevem a propagação da onda qP e as componentes da matriz B pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} B(q, 1) &= 2c_1 n_1^4 n_3 + c_2 n_1^4, \\ B(q, 2) &= 2c_1 n_3^3 (n_3^2 - 1) + c_2 n_3^4, \\ B(q, 3) &= 2c_1 n_1^2 n_3 (2n_3^2 - 1) + c_2 n_3^2 n_1^2, \\ B(q, 4) &= 2c_1 n_1^3 (4n_3^2 - 1) + 2c_2 n_3 n_1^3, \\ B(q, 5) &= c_1 n_1 n_3^2 (4n_3^2 - 3) + c_2 n_3^3 n_1 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\text{Com: } c_1 = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - \beta^2} \quad \text{e} \quad c_2 = -n^3.$$

Em que  $n_k$  é a k-ésima componente do vetor normal a frente de onda P no meio isotrópico de referência.

### – RELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DE FRACA ANISOTROPIA (WA) E OS PARÂMETROS ELÁSTICO DO MEIO

A propagação de uma onda qP em um meio anisotrópico é perfeitamente explicada por 15 parâmetros WA, são eles:

$$\begin{aligned}
P_1 &= \epsilon_x & P_2 &= \epsilon_y & P_3 &= \epsilon_z \\
P_4 &= \delta_x & P_5 &= \delta_y & P_6 &= \delta_z \\
P_7 &= X_x & P_8 &= X_y & P_9 &= X_z \\
P_{10} &= \epsilon_{15} & P_{11} &= \epsilon_{16} & P_{12} &= \epsilon_{24} \\
P_{13} &= \epsilon_{26} & P_{14} &= \epsilon_{34} & P_{15} &= \epsilon_{35}
\end{aligned} \tag{23}$$

Estes estão relacionados com os parâmetros elásticos,  $A_{ij}$ , por:

$$\begin{aligned}
\epsilon_x &= \frac{A_{11} - \alpha^2}{2\alpha^2} & \epsilon_y &= \frac{A_{22} - \alpha^2}{2\alpha^2} & \epsilon_z &= \frac{A_{33} - \alpha^2}{2\alpha^2} \\
\delta_x &= \frac{A_{13} + 2A_{55} - \alpha^2}{\alpha^2} & \delta_y &= \frac{A_{23} + 2A_{44} - \alpha^2}{\alpha^2} & \delta_z &= \frac{A_{12} + 2A_{66} - \alpha^2}{\alpha^2} \\
X_x &= \frac{A_{14} + 2A_{56}}{\alpha^2} & X_y &= \frac{A_{25} + 2A_{46}}{\alpha^2} & X_z &= \frac{A_{36} + 2A_{45}}{\alpha^2} \\
\epsilon_{15} &= \frac{A_{15}}{\alpha^2} & \epsilon_{16} &= \frac{A_{16}}{\alpha^2} & \epsilon_{24} &= \frac{A_{24}}{\alpha^2} & \epsilon_{26} &= \frac{A_{26}}{\alpha^2} & \epsilon_{34} &= \frac{A_{34}}{\alpha^2} & \epsilon_{35} &= \frac{A_{35}}{\alpha^2}
\end{aligned} \tag{24}$$

Estamos considerando que os parâmetros WA são calculados por uma perturbação em um meio isotrópico de referência, cuja velocidade da onda P é  $\alpha$  (Zheng & Pšenčík, 2002).

Para dados de onda qP em apenas um perfil, tem-se:

$$\epsilon_x = \frac{A_{11} - \alpha^2}{2\alpha^2} \quad \epsilon_z = \frac{A_{33} - \alpha^2}{2\alpha^2} \quad \delta_x = \frac{A_{13} + 2A_{55} - \alpha^2}{\alpha^2} \quad \epsilon_{15} = \frac{A_{15}}{\alpha^2} \quad \epsilon_{35} = \frac{A_{35}}{\alpha^2} \tag{25}$$

## Apêndice B – MATRIZES DE ROTAÇÃO

Rotacionando o tensor  $A_{pqrs}^0$  de um ângulo  $theta$  em relação ao eixo  $x_2$ , o tensor resultante pode ser escrito em relação ao tensor original por:

$$A_{ijkl} = a_{ip}a_{jq}a_{kr}a_{ls}A_{pqrs}^0 \quad (26)$$

Em que os  $a_{ip}$  são as componentes da matriz de rotação e  $i, p = 1, 2, 3$ . Neste trabalho os parâmetros  $A_{ij}$ <sup>18</sup> foram rotacionados em relação ao eixo  $x_2$  conforme a matriz de rotação:

$$M = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (27)$$

Dessa forma, os parâmetros antes da rotação,  $A_{ij}$ , e depois da rotação,  $A'_{ij}$ , estão relacionados conforme as Tabelas 1, 2, 3 e 4 abaixo.

	$A_{11}$	$A_{33}$	$A_{13} + 2A_{55}$	$A_{15}$	$A_{35}$
$A'_{11}$	$\cos^4 \theta$	$\sin^4 \theta$	$2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta$	$-4 \cos^3 \theta \sin \theta$	$-4 \cos \theta \sin^3 \theta$
$A'_{33}$	$\sin^4 \theta$	$\cos^4 \theta$	$2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta$	$4 \cos \theta \sin^3 \theta$	$4 \cos^3 \theta \sin \theta$
$A'_{13} + 2A'_{55}$	$3 \cos^2 \theta \sin^2 \theta$	$3 \cos^2 \theta \sin^2 \theta$	$\cos^4 \theta + \sin^4 \theta - 4 \cos^2 \theta \sin^2 \theta$	$6 \cos \theta \sin \theta \cos 2\theta$	$-6 \cos \theta \sin \theta \cos 2\theta$
$A'_{15}$	$\cos^3 \theta \sin \theta$	$-\cos \theta \sin^3 \theta$	$-\cos \theta \sin \theta \cos 2\theta$	$\cos^2 \theta (\cos^2 \theta - 3 \sin^2 \theta)$	$\sin^2 \theta (\cos^2 \theta - 3 \sin^2 \theta)$
$A'_{35}$	$\cos \theta \sin^3 \theta$	$-\cos^3 \theta \sin \theta$	$\cos \theta \sin \theta \cos 2\theta$	$\sin^2 \theta (3 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$	$\cos^2 \theta (\cos^2 \theta - 3 \sin^2 \theta)$

(28)

**Tabela 1B** – Relação entre os parâmetros antes e depois da rotação em  $x_2$ .

	$A_{12} + 2A_{66}$	$A_{23} + 2A_{44}$	$A_{25} + 2A_{46}$
$A'_{12} + 2A'_{66}$	$\cos^2 \theta$	$\sin^2 \theta$	$-2 \cos \theta \sin \theta$
$A'_{23} + 2A'_{44}$	$\sin^2 \theta$	$\cos^2 \theta$	$2 \cos \theta \sin \theta$
$A'_{25} + 2A'_{46}$	$\cos \theta \sin \theta$	$-\cos \theta \sin \theta$	$\cos 2\theta$

(29)

**Tabela 2B** – Relação entre os parâmetros antes e depois da rotação em  $x_2$ .

<sup>18</sup>Por simplicidade estamos utilizando a notação de Helbig (1994), em que  $A_{ijkl} = A_{ij}$ .

	$A_{24}$	$A_{26}$
$A'_{24}$	$\cos \theta$	$\sin \theta$
$A'_{26}$	$-\sin \theta$	$\cos \theta$

(30)

**Tabela 3B** – Relação entre os parâmetros antes e depois da rotação em  $x_2$ .

	$A_{14}$	$A_{16}$	$A_{34}$	$A_{36}$	$A_{45}$	$A_{56}$
$A'_{14}$	$\cos^3 \theta$	$\cos^2 \theta \sin \theta$	$\sin^2 \theta \cos \theta$	$\sin^3 \theta$	$-2 \cos^2 \theta \sin \theta$	$-2 \sin^2 \theta \cos \theta$
$A'_{16}$	$-\cos^2 \theta \sin \theta$	$\cos^3 \theta$	$-\sin^3 \theta$	$\sin^2 \theta \cos \theta$	$2 \sin^2 \theta \cos \theta$	$-2 \cos^2 \theta \sin \theta$
$A'_{34}$	$\sin^2 \theta \cos \theta$	$\sin^3 \theta$	$\cos^3 \theta$	$\cos^2 \theta \sin \theta$	$2 \cos^2 \theta \sin \theta$	$2 \sin^2 \theta \cos \theta$
$A'_{36}$	$-\sin^3 \theta$	$\sin^2 \theta \cos \theta$	$-\cos^2 \theta \sin \theta$	$\cos^3 \theta$	$-2 \sin^2 \theta \cos \theta$	$2 \cos^2 \theta \sin \theta$
$A'_{45}$	$\cos^2 \theta \sin \theta$	$\sin^2 \theta \cos \theta$	$-\cos^2 \theta \sin \theta$	$-\sin^2 \theta \cos \theta$	$\cos \theta \cos 2\theta$	$\cos \theta \cos 2\theta$
$A'_{56}$	$-\sin^2 \theta \cos \theta$	$\cos^2 \theta \sin \theta$	$\sin^2 \theta \cos \theta$	$-\cos^2 \theta \sin \theta$	$-\sin^2 \theta \cos \theta$	$\cos \theta \cos 2\theta$

(31)

**Tabela 4B** – Relação entre os parâmetros antes e depois da rotação em  $x_2$ .

De acordo com as tabelas acima, tem-se que, considerando um meio TIV,  $A_{ij}$  girado de  $\theta$ , o novo meio TI é dado por:

$$A'_{11} = A_{11} \cos^4 \theta + A_{33} \sin^4 \theta + 2(A_{13} + 2A_{55}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (32)$$

$$A'_{33} = A_{11} \sin^4 \theta + A_{33} \cos^4 \theta + 2(A_{13} + 2A_{55}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (33)$$

$$A'_{15} = A_{11} \cos^3 \theta \sin \theta - A_{33} \cos \theta \sin^3 \theta - (A_{13} + 2A_{55}) \sin \theta \cos \theta \cos 2\theta \quad (34)$$

$$A'_{35} = A_{11} \cos \theta \sin^3 \theta - A_{33} \cos^3 \theta \sin \theta + (A_{13} + 2A_{55}) \sin \theta \cos \theta \cos 2\theta \quad (35)$$

Subtraindo (32) de (33) e (34) de (35), tem-se:

$$A'_{11} - A'_{33} = (A_{11} - A_{33}) \cos 2\theta \quad (36)$$

$$A'_{15} - A'_{35} = (A_{11} - A_{33}) 2 \sin 2\theta \quad (37)$$

De (36) e (37) temos que as componentes do tensor do meio rotacionado de  $\theta$  e as componentes do tensor original estão relacionadas por:

$$\tan 2\theta = \frac{2(A'_{15} + A'_{35})}{A'_{11} - A'_{33}} \quad (38)$$

Na equação acima tem-se a nova orientação do eixo de simetria como função dos novos parâmetros rotacionados.

## Apêndice C – ESTIMATIVA DA VARIÂNCIA DOS PARÂMETROS ELÁSTICOS OBTIDOS DA INVERSÃO DE DADOS REAIS DO CAMPO AGBAMI WA3-WAVANA

Após a estimativa dos parâmetros WA e dos parâmetros elásticos normalizados pela densidade  $a_{ij}$ , foi calculada a matriz de covariância dessas estimativas, dada por:

$$\Sigma_{ij} = \tilde{\delta}^2 \sum_{k=1}^r V_{ik} S_k^{-2} V_{jk} \quad (39)$$

Em que:  $r$  é o posto efetivo da matriz de sensibilidade  $A$ ;  $i, j = 1, \dots, Npar$ ,  $Npar$  é o número de parâmetros;  $S_k$  é o  $k$ -ésimo elemento da matriz diagonal formada pelos valores singulares de  $A$ ;  $V$  é a matriz dos autovetores de  $A$  e  $\tilde{\delta}$  é o desvio padrão do ruído nos dados. No caso de dados reais, não temos informação sobre o desvio padrão do ruído nos dados observados. O que fizemos então foi uma estimativa do desvio padrão desse ruído considerando os seguintes pressupostos:

- O erro é aditivo;
- O ruído tem média nula;
- A variância dos erros é constante;
- Os erros são não correlacionados;
- Não existe erro na variável independente;
- $P$  é um vetor de parâmetros constantes e não há informação *a priori*.

Desta forma, o valor aproximado do desvio padrão do erro nos dados é (Beck & Arnold, 1976):

$$\tilde{\delta}^2 = \frac{\| (Y^{obs} - A\tilde{P}) \|_2}{Nobs} \quad (40)$$

A variância dos parâmetros WA foi calculada e, em seguida, determinou-se a faixa de variação dessas estimativas da seguinte forma. Sendo  $\hat{\epsilon}_x$  o valor estimado do parâmetro  $\epsilon_x$  e  $\delta_{\epsilon_x}$  seu desvio padrão, a estimativa deste parâmetro varia de:

$$\hat{\epsilon}_{xMIN} = \hat{\epsilon}_x - \delta_{\epsilon_x} \quad \text{e} \quad \hat{\epsilon}_{xMAX} = \hat{\epsilon}_x + \delta_{\epsilon_x} \quad (41)$$

Temos que o parâmetro elástico  $a_{11}$  é relacionado com  $\epsilon_x$  por:

$$\hat{a}_{11} = \alpha^2 (2\hat{\epsilon}_x + 1) \quad (42)$$

e a variação das estimativas de  $a_{11}$  é construída por:

$$\hat{a}_{11\text{MIN}} = \alpha^2 (2\hat{\epsilon}_{x\text{MIN}} + 1) \quad \text{e} \quad \hat{a}_{11\text{MAX}} = \alpha^2 (2\hat{\epsilon}_{x\text{MAX}} + 1) \quad (43)$$

e a variação da estimativa de  $a_{11}$  é dada por  $[\hat{a}_{11\text{MIN}} \quad \hat{a}_{11\text{MAX}}]$ . O valor central deste intervalo é  $a_{11}$ .