

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

**AVALIAÇÃO DO EFEITO DE JANELA E DESCOLORAÇÃO NOS FILTROS
WIENER-HOPF**

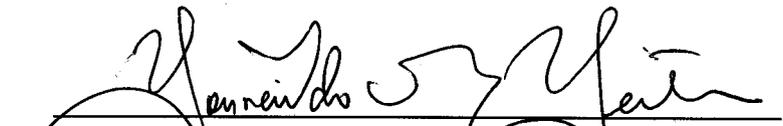
TESE APRESENTADA POR

FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES

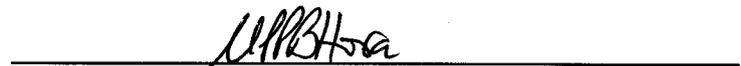
COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

Data da aprovação: /05/1999

COMITÊ DE TESE:


Prof. Dr. Lourenildo W. B. Leite (Orientador)


Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz


Prof. Dr. Marco Polo Pereira da Boa Hora

BELÉM

1999

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

TESE DE MESTRADO

**AVALIAÇÃO DO EFEITO DE JANELA E DESCOLORAÇÃO NOS
FILTROS WIENER-HOPF**

FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES



BELÉM - PARÁ
1999

À minha esposa Thamy, à minha
filha Thylianne e minha mãe
Angela Maria

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus por ter me dado confiança e inspiração para concluir este trabalho.

Ao prof. Dr. Lourenildo W. B. Leite pela confiança em mim creditada, pela sua inequívoca competência profissional, constante paciência e irrestrita disponibilidade de tempo na orientação dessa tese e pela franca amizade ao longo desses quase dois anos e meio.

A todos os amigos do Mestrado e Doutorado do prédio do CPGf.

A todos meus familiares pela compreensão pelos dias, noites e fins de semana que não pude estar presente.

A todas as pessoas que não foram citadas nominalmente, mas que tiveram uma contribuição de forma direta ou indireta durante o período que se seguiu a realização deste trabalho.

Ao professor Dr. André Andrade pelo seu incentivo em todas as etapas deste trabalho.

Aos colegas pela ajuda, apoio e companheirismo.

Aos membros da Banca examinadora Prof. Dr. João Carlos Ribeira Cruz e Dr. Marco Polo Pereira da Boa Hora pelas sugestões para a realização de um bom trabalho.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	i
AGRADECIMENTOS	ii
RESUMO	1
ABSTRACT	2
1. INTRODUÇÃO	3
2. O MODELO SÍSMICO	5
2.1. O MODELO CONVOLUCIONAL SIMPLES	5
2.2. JUSTIFICATIVA DO MODELO CONVOLUCIONAL SIMPLES	6
3. O PROBLEMA GERAL WIENER-KOLMOGOROV (WK)	16
3.1. EQUAÇÕES NORMAIS	16
3.2. JUSTIFICATIVA DE JANELAS E DESCOLORAÇÃO	20
3.3. ESTIMATIVA DAS FUNÇÕES CORRELAÇÕES ESTOCÁSTICA	22
3.4. ERRO MÍNIMO	24
3.5. FUNÇÕES JANELAS	25
3.6. CÁLCULO DO INVERSO DO OPERADOR	26
3.7. FUNÇÃO BERLAGE	27
4. DECONVOLUÇÃO AO IMPULSO	28
4.1. APLICAÇÃO DO FILTRO	29
4.2. EFEITO DO RUÍDO	33
4.3. COMPRIMENTO E FORMA DE JANELAS PARA A AUTOCORRELAÇÃO	36
4.4. COMPRIMENTO E FORMA DE JANELAS PARA O OPERADOR	55
4.5. CONCLUSÕES PARCIAIS	61
5. DECONVOLUÇÃO AOS IMPULSOS	62
5.1. APLICAÇÃO DO FILTRO	62
5.2. EFEITO DO RUÍDO	65
5.3. COMPRIMENTO E FORMA DA JANELA PARA A AUTOCORRELAÇÃO	69
5.4. COMPRIMENTO E FORMA DA JANELA PARA O OPERADOR	81
5.5. CONCLUSÕES PARCIAIS	85

6. DECONVOLUÇÃO COM AUXÍLIO DA TRANSFORMADA DE HILBERT (TH)	86
6.1. CAUSALIDADE E A TH	86
6.2. RECUPERAÇÃO DO PULSO-FONTE	87
6.3. EXEMPLO DE DECONVOLUÇÃO COM AUXÍLIO DA TH	88
6.4. EFEITO DO RUÍDO	90
6.5. CONCLUSÕES PARCIAIS	92
7. FILTRO DE SUAVIZAÇÃO	93
7.1. APLICAÇÃO DO FILTRO	93
7.2. DESCOLORAÇÃO SIMPLES E DUPLA	95
7.3. CONCLUSÕES PARCIAIS	103
8. FILTRO CASADO	104
8.1. APLICAÇÃO DO FILTRO	106
8.2. CONCLUSÕES PARCIAIS	111
9. CONCLUSÕES GERAIS	112
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	117
APÊNDICES	119
APÊNDICE A: Definição da Transformada-Z de Laplace	120
APÊNDICE B: A autocorrelação do traço sísmico como versão escalonada do pulso-fonte	120
APÊNDICE C: Relação da autocorrelação com o espectro de energia	121
APÊNDICE D: Simbologia utilizada	122
APÊNDICE E: Programas MATLAB	124

RESUMO

A presente dissertação consta de estudos sobre deconvolução sísmica, onde buscamos otimizar desempenhos na operação de suavização, na resolução da estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão e na recuperação do pulso-fonte. Os filtros estudados são monocanais, e as formulações consideram o sismograma como o resultado de um processo estocástico estacionário, e onde demonstramos os efeitos de janelas e de descoloração.

O princípio aplicado é o da minimização da variância dos desvios entre o valor obtido e o desejado, resultando no sistema de equações normais Wiener-Hopf cuja solução é o vetor dos coeficientes do filtro para ser aplicado numa convolução.

O filtro de deconvolução ao impulso é desenhado considerando a distribuição dos coeficientes de reflexão como uma série branca. O operador comprime bem os eventos sísmicos a impulsos, e o seu inverso é uma boa aproximação do pulso-fonte. O janelamento e a descoloração melhoram o resultado deste filtro.

O filtro de deconvolução aos impulsos é desenhado utilizando a distribuição dos coeficientes de reflexão. As propriedades estatísticas da distribuição dos coeficientes de reflexão tem efeito no operador e em seu desempenho. Janela na autocorrelação degrada a saída, e a melhora é obtida quando ela é aplicada no operador deconvolucional.

A transformada de Hilbert não segue o princípio dos mínimos-quadrados, e produz bons resultados na recuperação do pulso-fonte sob a premissa de fase-mínima. O inverso do pulso-fonte recuperado comprime bem os eventos sísmicos a impulsos. Quando o traço contém ruído aditivo, os resultados obtidos com auxílio da transformada de Hilbert são melhores do que os obtidos com o filtro de deconvolução ao impulso.

O filtro de suavização suprime ruído presente no traço sísmico em função da magnitude do parâmetro de descoloração utilizado. A utilização dos traços suavizados melhora o desempenho da deconvolução ao impulso. A descoloração dupla gera melhores resultados do que a descoloração simples.

O filtro casado é obtido através da maximização de uma função sinal/ruído. Os resultados obtidos na estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão com o filtro casado possuem melhor resolução do que o filtro de suavização.

ABSTRACT

The present masters dissertation consists of studies on seismic deconvolution where we look for optimizing the operations of smoothing, of resolution for the estimation of distribution of reflection coefficients, and of recovery of source-pulse. The studied filters are single channel, and the formulations consider the seismic trace as the result of a stationary stochastic process, and we demonstrate the effects of taper windows and of prewhitening in resolution.

The applied principle is the minimization of the difference's variance between real and desired outputs, resulting on a system Wiener-Hopf normal equations whose solution is the vector of filter coefficients to be applied in a convolution.

Spike deconvolution is designed considering the distribution of reflection coefficients as a white series. The operator compresses the seismic events to impulses, and its inverse is a good approximation to the source-pulse. The application of taper windows and of prewhitening improve the output of this filter.

Spike-series filters are designed using the distribution of reflection coefficients. The statistical properties of the reflection coefficients distribution affect the operator and its performance. Taper windows on autocorrelation degrades the output, and improvement is achieved when it is applied to the deconvolutional operator.

The Hilbert transform produces good results in the recovery of source-pulse, under the premise of minimum-phase. The inverse of the recovered source-pulse compresses the seismic events to impulses. When the seismic trace contains additive noise, the results obtained with Hilbert transform are better than with spike deconvolution.

Smoothing filter suppresses noise in the seismic trace as a function of a prewhitening parameter. The use of smoothed traces improves the spike deconvolution. Double prewhitening generates better results than the simple prewhitening.

The matched filter operator is obtained from maximization of a signal/noise ratio function. Deconvolving the output of the matched filter for the estimation of the distribution of reflection coefficients possess better resolution than when using a smoothing filter.

1. INTRODUÇÃO

A sísmica de reflexão é sem dúvida a técnica mais usada para exploração de hidrocarbonetos e de detalhes geológicos, por poder gerar imagens usando medidas de superfície. Para tal, uma fonte de energia sísmica é localizada próxima à superfície ao longo de um arranjo de sensores. As ondas geradas se propagam através do meio, e devido a impedância entre as diferentes camadas geológicas, as ondas refletidas retornam à superfície onde são registradas pelos sensores. A repetição deste procedimento com várias fontes e distribuições contínua de sensores permite produzir uma imagem dos refletores em subsuperfície.

Várias etapas de processamento de dados são realizadas para remover vários aspectos não desejados da informação, tomando como base o modelo geofísico idealizado para a subsuperfície. Como exemplo temos a duração do pulso-fonte com relação à sobreposição de eventos próximos, e a presença de ruídos (locais, geológico e instrumentais).

A propagação de ondas sísmicas é um processo considerado como linear, por isto consideramos o traço como uma convolução do pulso-fonte (representando a explosão) com a função refletividade (representando o meio), com adição de ruído. O objetivo da deconvolução é remover os efeitos constitutivos do sinal observado, de forma a obter um sinal mais próximo à distribuição de coeficientes de reflexão.

Existem vários métodos de deconvolução propostos na literatura geofísica, e todos estes requerem um modelo físico para o experimento sísmico. Esta idealização inclui necessariamente uma descrição da componente ruído, e obedece ao teorema da decomposição de Wold (Robinson, 1978, Webster, 1978). Esta composição prevê que o traço sísmico é formado por duas componentes aditivas: uma determinística (componente preditiva do sinal) e uma aleatória (componente estatística).

Os métodos de deconvolução são agrupados em classes que se caracterizam pelas técnicas empregadas, e cada classe procura demonstrar as conveniências na aplicação. Neste sentido, destacamos, na literatura ocidental, o esforço da SEG pelas publicações editadas por Webster (1978), Robinson e Osman (1996), Osman e Robinson (1996), e outros, como por exemplo, Mendel (1983) e Bernabini et al (1987).

De forma geral e simples, os métodos de deconvolução podem ser classificados como determinístico e estatístico. Nesta segunda classe estão inseridos os métodos que utilizam o princípio dos mínimos-quadrados dos desvios entre a saída real e a desejada, que é a de interesse na presente dissertação.

Na teoria da comunicação em geofísica, sinais contínuos no tempo são transformados em discretizados com comprimento finito, cuja unicidade da transformação é baseada no teorema de Shannon-Kotelnikov e no truncamento por janelas. Uma propriedade importante é que o operador de comprimento finito para deconvolução ao impulso, obtido segundo os mínimos-quadrados, é necessariamente de retardo-mínimo (Robinson, 1978; Treitel e Robinson, 1966).

Neste contexto, o filtro ótimo Wiener-Hopf busca comprimir o pulso-fonte sísmico, eliminando ou atenuando o seu efeito no traço observado. Com isto é obtido uma melhor marcação na posição dos eventos, gerando uma melhor resolução da imagem da seção sísmica. O filtro pode ser desenhado usando ou não informação da refletividade, sendo então mais determinístico ou mais estatístico.

A performance do filtro para a compressão dos eventos sísmico sofre efeito de :

- (a) nível de ruído no traço sísmico;
- (b) forma e comprimento da janela aplicada na autocorrelação;
- (c) forma e comprimento da janela aplicada no operador;
- (d) densidades de eventos de reflexão no traço;
- (e) nível de ruído de descoloração.

Realizamos neste trabalho uma investigação sobre os efeitos de janelas temporais e descoloração em filtros ótimos; O objetivo central é otimizar a operação que busca determinar simultaneamente a distribuição dos coeficientes de reflexão e a forma do pulso-fonte em seções sísmicas. O formalismo é monocanal, tempo-invariante e estocasticamente estacionário. Para isto, definimos situações para obter melhores resultados com base na análise feita sobre:

- (a) autocorrelação do sismograma;
- (b) operador de deconvolução;
- (c) marcação dos eventos;
- (d) razão sinal/ruído;
- (e) percentual de descoloração;
- (f) aspecto do pulso-fonte recuperado;
- (g) análise dos autovalores da matriz Toeplitz;
- (h) tipos de janelas temporais de suavização.

2. O MODELO SÍSMICO

2.1. O MODELO CONVOLUCIONAL SIMPLES

O modelo comumente usado para representar o traço sísmico é baseado no princípio da convolução, uma vez que a propagação de ondas elásticas é descrita com base no teorema de Betti (Aki e Richards, 1980, capítulo 2).

Existem dois princípios básicos para tratar de dados observados na natureza, e em particular dados representados no sismograma: um é o determinístico e o outro é o estocástico, sendo eles fundamentalmente equivalentes, ou complementares.

O método determinístico consiste na utilização de teorias físicas de propagação de ondas, envolvendo soluções de equações integrais e diferenciais satisfazendo condições de contorno e iniciais. O método estocástico consiste da utilização da teoria estatística de series temporais para serem usadas nas expressões das leis da dinâmicas como fato estatístico (Leite,1998), a comparação dos dois métodos está mostrada na Figura 2.1.

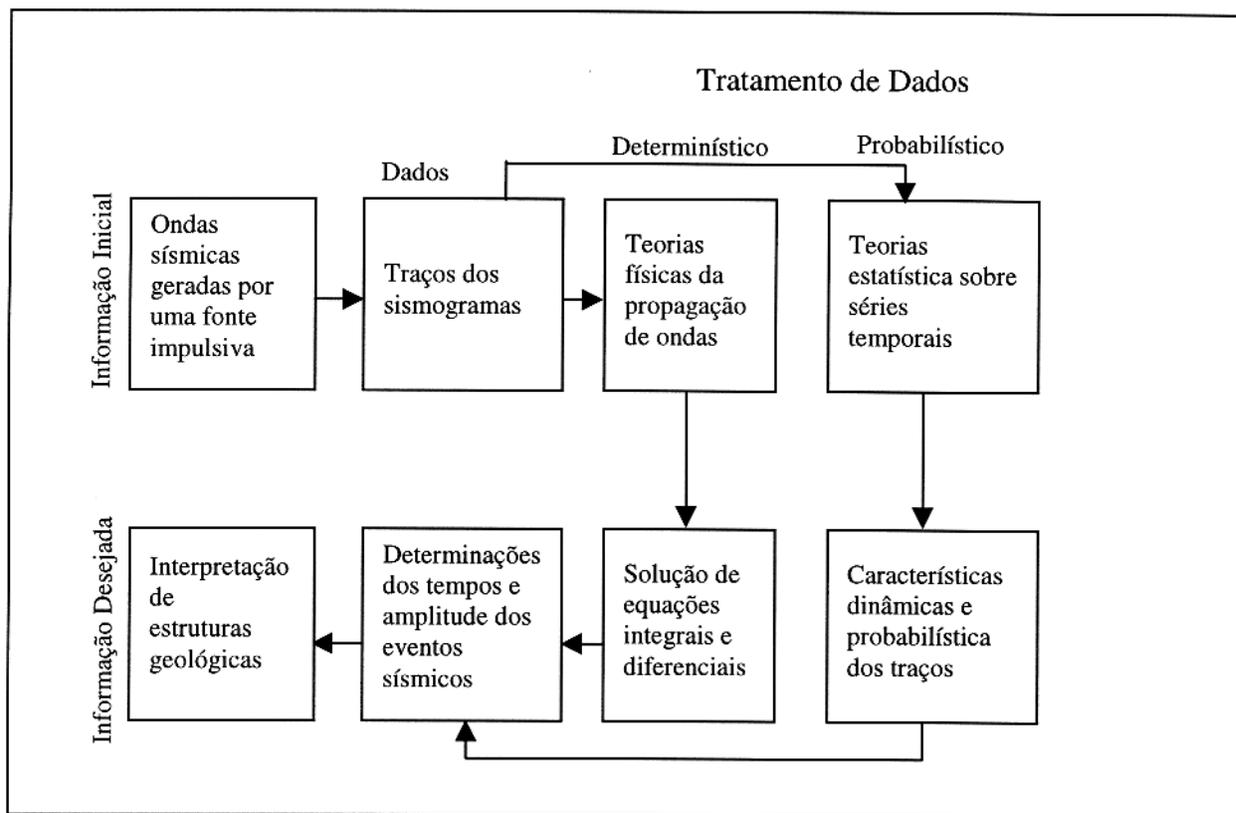


Figura 2.1 - Comparação dos métodos determinístico e probabilístico.

O processamento sísmico visa a obtenção de seções-imagens cada vez mais claras, disponíveis para a interpretação na exploração de hidrocarbonetos, para estudos de sísmica rasa e para estrutura da crosta. A engenharia do fluxograma para o processamento científico é função do nível de resolução que se deseja obter no estudo realizado. Entre estas opções, a de convolução é praticamente comum a todas as escolhidas, e ela foi o primeiro método verdadeiro no processamento do sinal (Robinson e Osman, 1996).

Os problemas geofísicos são normalmente classificados em duas categorias: o problema direto e o problema inverso. Considerando a sísmica no problema direto, buscamos a solução da resposta geofísica devido a uma fonte transiente, com a energia se propagando no meio, e registrada pelo sistema sensor-registrador. Sob este aspecto, este problema visa a simulação de dados verdadeiros, onde o meio real é substituído por um meio efetivo sob a regência de uma equação diferencial parcial de segunda ordem. Para completar esta representação, ao traço sísmico são acrescentados ruídos com critérios estocásticos. Pelo teorema de Betti, o fenômeno físico é descrito, sob fortes aproximações, por uma sequência de operações que obedecem ao modelo convolucional, com estrutura em cascata.

O problema inverso inicia com os dados observados para recuperar uma das componentes que compõem o processo, e que pode ser: (a) a assinatura da fonte; (b) a reverberação da onda no meio; (c) a geometria do meio. Deconvolução faz parte do problema inverso, e aqui ela é definida como o processo que decompõe uma série temporal sísmica observada em suas partes envolvidas: pulso-fonte e distribuição dos coeficientes de reflexão.

2.2. JUSTIFICATIVA DO MODELO CONVOLUCIONAL SIMPLES

O traço sísmico, $g(t)$, é representado pela convolução do pulso-fonte, $w(t)$, (sinal de entrada) com a função refletividade, $r(t)$, (resposta ao impulso), que para a condição de causalidade é dada por

$$g(t) = \int_0^t r(\tau) w(t-\tau) d\tau + n(t) = s(t) + n(t), \quad (2-1)$$

onde $n(t)$ é o termo de ruído aditivo da representação. Resta caracterizar devidamente o que representa a refletividade do meio (Ursin, 1987).

O caso de refletividade simples corresponde a uma distribuição de coeficientes de reflexão representado por uma série branca, chamado de modelo aleatório, onde a reverberação não contribui. A justificativa deste modelo é de suma importância e descrita na sequência.

Para a forma computacionalmente realizável, o modelo simples é obtido no tempo uniformemente discretizado e escrito como

$$g_k = s_k + n_k = \sum_{j=1}^{P-1} r(j) w(k-j) + n(k), \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N-1), \quad (2-2)$$

onde P é o número de pontos de $r(j)$, e Q é o número de pontos tomados do sismograma.

O problema inicia com a equação homogênea do movimento de partícula em uma direção dada por

$$\rho(x) \frac{\partial^2 g(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} [E(x) \frac{\partial g(x,t)}{\partial x}], \quad (2-3)$$

onde $\rho(x)$ é a densidade; $E(x)$ é uma constante elástica, que para ondas compressoriais $E(x) = \lambda(x) + 2\mu(x)$ e para ondas transversais $E(x) = \mu(x)$, com $\lambda(x)$ e $\mu(x)$ são as constantes de Lamé; $g(z,t)$ representa o deslocamento, t = tempo, x = direção de propagação.

No problema direto, a sintetização do traço sísmico é baseado numa fonte plana, propagação vertical (em x) sobre o meio formado de duas camadas plano-horizontais em condições de homogeneidade e isotropia (ver Figura 2.2). A equação de movimento é então reescrita em forma mais adequada por:

$$\rho_k \frac{\partial^2 g_k(x,t)}{\partial t^2} = E_k \frac{\partial^2 g_k(x,t)}{\partial x^2}, \quad (2-4)$$

onde ρ_k e E_k são as constantes para a camada k . É necessário apenas dois meios (ver Figura 2.2), com $v_k = \sqrt{E_k/\rho_k}$, ($k=1,2$), para definir o espalhamento na interface. Nestas condições, a equação toma a forma

$$\frac{\partial^2 g_k(x,t)}{\partial t^2} = v_k^2 \frac{\partial^2 g_k(x,t)}{\partial x^2}, \quad (2-5)$$

é válido para ondas de qualquer natureza (P, S, pressão, etc.), sem absorção interna.

Um distúrbio incidente (de frequência f e amplitude A_i) se propagando num meio 1 tem o deslocamento dado por

$$g_i = A_i e^{i2\pi f(t-x/v_1)}, \quad (2-6)$$

o distúrbio refletido tem amplitude dada por

$$g_r = A_r e^{i2\pi f(t+x/v_1)}. \quad (2-7)$$

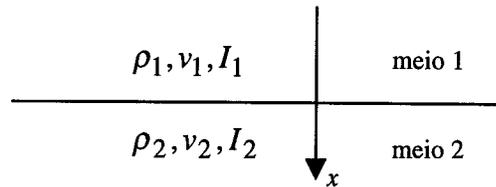


Figura 2.2 – Dois meios em contato soldado. É considerado a propagação de uma onda plana normal incidente, válida para qualquer natureza (P, S, pressão, etc.) na direção descendente, do meio 1 para o meio 2.

Para a elasticidade perfeita $E = \rho v^2$, sendo $I = \rho v$ a impedância acústica do meio. Para análise, esta relação é reescrita como

$$A_r = \frac{1 - \frac{I_2}{I_1}}{1 + \frac{I_2}{I_1}} A_i. \quad (2-8)$$

O coeficiente de reflexão de amplitude, r , e o de transmissão, t , são definidos respectivamente por

$$r = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}, \quad t = \frac{2I_1}{I_1 + I_2}. \quad (2-9)$$

Este coeficiente é um número real, e $|r| \leq 1$ e $0 \leq t \leq 2$ (Robinson e Treitel, 1980). O coeficiente de reflexão, r_k , para cada interface numa propagação descendente, para que haja correspondência com a definição anterior, são dados por:

$$r_k = \frac{\rho_k v_k - \rho_{k+1} v_{k+1}}{\rho_k v_k + \rho_{k+1} v_{k+1}}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N). \quad (2-10)$$

O processo de formação do traço sísmico com ruído aditivo é ilustrado na Figura 2.3.

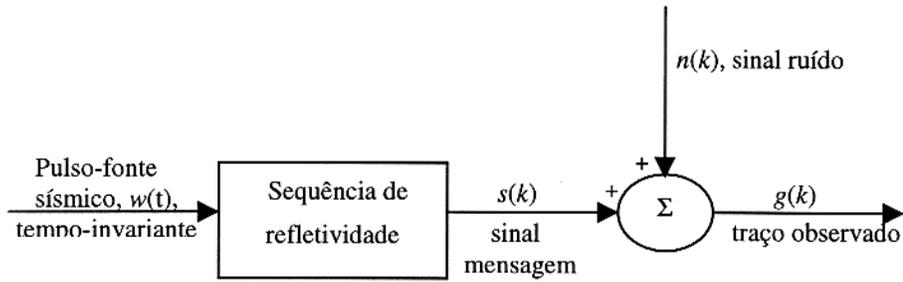


Figura 2.3 – Diagrama em blocos da geração do traço sísmico com ruído local aditivo.

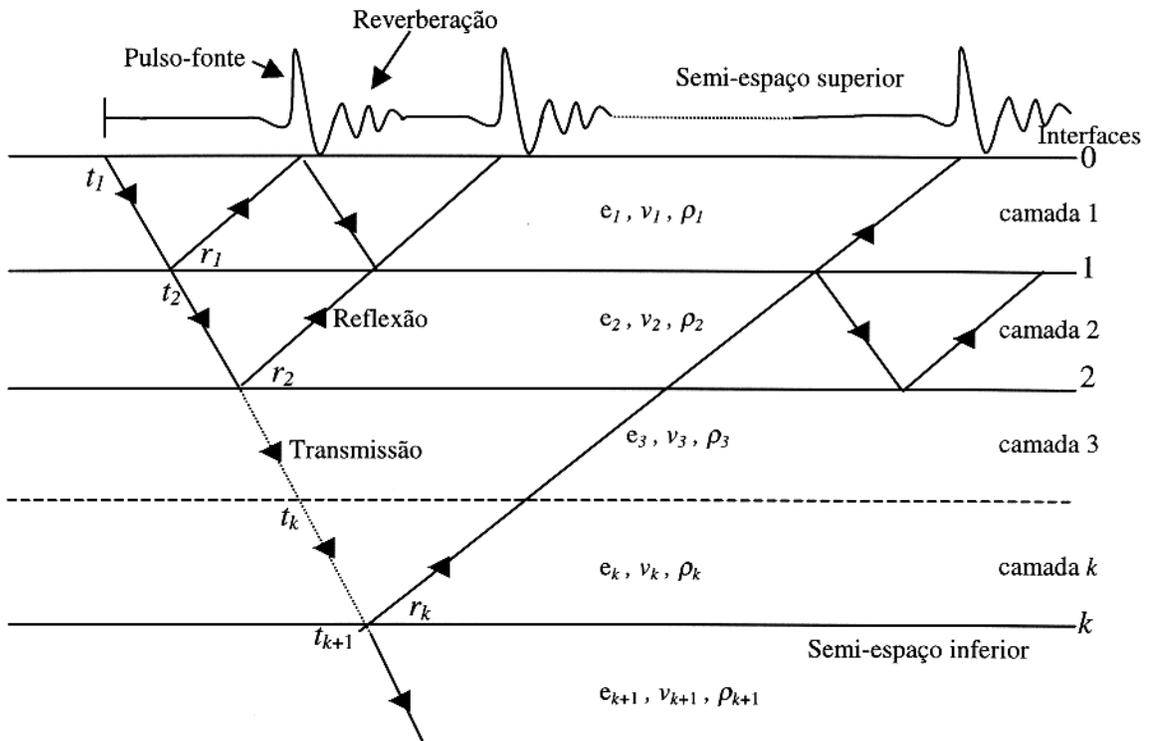


Figura 2.4 – Modelo do tipo Goupillaud, camadas planas horizontais, homogêneas, isotrópicas, informando as reflexões para a onda plana vertical, afastamento nulo (Robinson, 1978). Estão fora de escala para ilustração das contribuições do pulso-fonte e da reverberação do meio.

Os eventos no sismograma são definidos como as chegadas de reflexões primárias e secundárias (múltiplas), ilustrado pelo modelo na forma de Goupillaud como na Figura 2.4 para o caso zero-offset (Robinson & Treitel, 1980).

Para considerar a propagação no sistema de camadas, se analisa a reflexão do pulso-fonte em camadas. A fonte e os sensores são admitidos como colocados imediatamente abaixo da superfície $k=0$. A camada k é limitada na parte superior pela interface $k-1$, e na parte inferior pela interface k . A onda descendente imediatamente abaixo da interface é denominada $d_{k+1}(t)$. A onda ascendente imediatamente abaixo da interface k é denominada $u_k(t + 0,5\Delta t_k)$ (ver Figura 2.5).

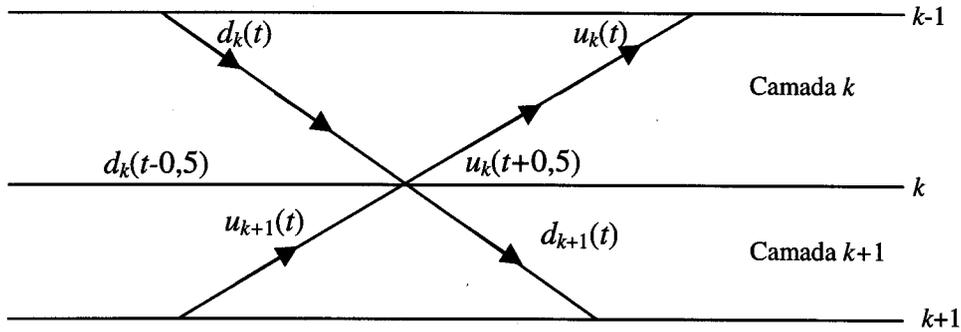


Figura 2.5 - Ondas refletidas na interface k , para formar a função de transferência entre o topo da camada $k+1$, $[D_{k+1}(z)$ e $U_{k+1}(z)]$, e o topo da camada k , $[D_k(z)$ e $U_k(z)]$.

Neste modelo, o tempo-duplo de propagação numa camada k é considerado unitário, embora que este tempo seja dado por $\Delta t_k = 2e_k / v_k$, onde e_k é a espessura e v_k é a velocidade da camada k . Para obter um efeito desejado com tempo de trânsito arbitrário são adicionados interfaces sucessivas com coeficientes de reflexão zero e transmissividade unitária. Para os sinais transientes (contínuos) é conveniente o uso da transformada de Laplace, que no caso unilateral, tem por definição

$$L\{g(t)\} = G(s) = \int_0^{\infty} g(t)e^{-st} dt; \quad (2-11)$$

$$L\{g(t-\tau)\} = e^{-s\tau} G(s). \quad (2-12)$$

Posteriormente, fazendo a série discretizada, corresponde a TZ de Laplace (TZL) definida por

$$G(z) = \sum_{i=0}^{\infty} g_i z^i, \quad (t = i\Delta t). \quad (2-13)$$

Esta operação mapeia o semi-plano- s esquerdo (negativo) complexo no interior do círculo unitário do plano- z complexo (Ogata, 1995, Leite, 1999).

Aplicando a TZL nas equações temporais de transferências, como passo intermediário temos

$$\begin{aligned} D_{k+1}(z) &= (1+r_k)z^{1/2}D_k(z) - r_k U_{k+1}(z); \\ z^{1/2}U_k(z) &= r_k z^{1/2}D_k(z) + (1-r_k)U_{k+1}(z). \end{aligned} \quad (2-14)$$

Estas equações são reorganizadas para formar um sistema matricial que relaciona a transferência entre os topos das camadas $k-1$ e k , a partir da interface k , por

$$\begin{bmatrix} D_{k+1}(z) \\ U_{k+1}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{z^{-1/2}}{1-r_k} & -\frac{r_k z^{-1/2}}{1-r_k} \\ -\frac{r_k z^{1/2}}{1-r_k} & \frac{z^{-1/2}}{1-r_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_k(z) \\ U_k(z) \end{bmatrix}. \quad (2-15)$$

Uma repetição sistemática desta operação para $k=1, 2, 3 \dots N$, transfere a resposta entre os topos das camadas extremas através da matriz propagadora N , cuja expressão é

$$\begin{bmatrix} D_{k+1}(z) \\ U_{k+1}(z) \end{bmatrix} = \frac{z^{-k/2}}{(1-r_k)(1-r_{k-1}) \dots (1-r_2)(1-r_1)} N_k \dots N_1 N_0 \begin{bmatrix} D_0(z) \\ U_0(z) \end{bmatrix}, \quad (2-16)$$

sendo N_k o produto das matrizes das interfaces dadas por:

$$N_k = \prod_{i=k}^0 N_i, \quad \text{com } N_i = \begin{bmatrix} z & -r_i \\ -r_i & 1 \end{bmatrix}, \quad (i \geq 1) \quad \text{e} \quad N_0 = \begin{bmatrix} 1 & -r_0 \\ -r_0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2-17)$$

com a condição de que para $k=0$, $z=1$, o que significa com a onda iniciando na base do semi-espaço superior, com a sua reflexão marcando o tempo zero, e t_0 e r_0 são os parâmetros de transmissão e reflexão da interface superior para o sistema de camadas.

O campo total descendente consiste do da fonte impulsiva aplicada em $t=0$ e da reflexão $R(z)$ das ondas descendentes refletidas na superfície livre. A TZL da fonte impulsiva é igual a 1. A condição de contorno na superfície livre, com $r_0 = +1$, é dada por

$$\begin{bmatrix} D_0(z) \\ U_0(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+R(z) \\ R(z) \end{bmatrix}. \quad (2-18)$$

A condição de contorno na última interface ($k+1$) considera que não há fontes secundárias além da interface k e é dada por

$$\begin{bmatrix} D_{k+1}(z) \\ U_{k+1}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ T_{k+1}(z) \end{bmatrix}. \quad (2-19)$$

É conveniente colocar os componentes da matriz propagadora na forma de polinômios em z , para obter diretamente operadores inversos e determinar suas propriedades, com inserção das condições de contorno. A forma generalizada é dada por

$$N_k = \begin{bmatrix} z^k P_k(z^{-1}) & z^k Q_k(z^{-1}) \\ Q_k(z) & P_k(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -r_0 \\ -r_0 & 1 \end{bmatrix} = N_k N_0. \quad (2-20)$$

Os polinômios fundamentais são:

$$P_k(z) = \sum_{i=0}^k p_i(k) z^i \quad \text{e} \quad Q_k(z) = \sum_{i=0}^k q_i(k) z^i. \quad (2-21)$$

Eles obedecem às relações recursivas:

$$P_k(z) = P_{k-1}(z) - r_k z^k Q_{k-1}(z^{-1}), \quad (2-22)$$

$$Q_k(z) = Q_{k-1}(z) - r_k z^k P_{k-1}(z^{-1}), \quad (2-23)$$

com as condições iniciais (em $k=0$) dadas por:

$$P_0(z) = p_0(0) = 1; \quad Q_0(z) = q_0(0) = 0, \quad (r_k = \text{conhecido}). \quad (2-24)$$

Estas relações recursivas são reescritas para obter r_k em função de r_{k-1} .

Nesta descrição, a fonte e os sensores são admitidos como colocados na superfície. Isto significa na base da camada $k=0$, como por exemplo o ar, imediatamente acima da interface ar/água ou ar/rocha. Na matriz N_0 , $z=1$, o que é obtido fazendo $\Delta t = 0$, de modo a não ter retardo entre as ondas na base da camada $k=0$ e do topo da camada $k=1$. A amplitude da onda em $t=0$ tem apenas r_0 como fator (Robinson e Treitel, 1980).

A função transferência da reflexão do sistema de camadas é dada por

$$R(z) = R_k(z) = \frac{U_0(z)}{D_0(z)} = \frac{r_0 P_k(z) - Q_k(z)}{P_k(z) - r_0 Q_k(z)}. \quad (2-25)$$

O denominador $P_k(z) - r_0 Q_k(z)$ tem a propriedade de ser de retardo-mínimo. O numerador de $R(z)$ não é necessariamente de retardo-mínimo, o que faz $R(z)$ ser, ou não ser, de retardo-mínimo.

A substituição de $z = e^{-i\omega\Delta t}$ na função de transferência acarreta na transformada de Fourier discretizada, para análise no domínio espectral.

O objetivo agora é mostrar como o polinômio característico degenera para expressões mais simples em função de condições sobre a distribuição dos coeficientes de reflexão. Estas formas são importantes para comparar a progressão de resultados a partir de expressões mais simples.

A função transferência $R(z)$ é dada como o quociente de dois polinômios. Definindo a relação:

$$A_k(z) = P_k(z) - r_0 Q_k(z) = \sum_{i=0}^k a_k(i) z^i, \quad [a_0(i) = 1, k \geq 1], \quad (2-26)$$

$$B_k(z) = r_0 P_k(z) - Q_k(z) = \sum_{i=0}^k b_k(i) z^i, \quad [b_0(i) = r_0, k \geq 1], \quad (2-27)$$

a função transferência é expressa por:

$$R(z) = R_k(z) = \frac{B_k(z)}{A_k(z)}, \quad (2-28)$$

e ela tem a forma padrão de filtros pólos e zeros digitais. A partir de conceitos físicos básicos, esta sequência tem que ser estável e de retardo-mínimo (Bardan, 1977). Um dos esforços é para demonstrar que versões simplificadas de $R(z)$ são altamente convenientes na teoria física da deconvolução, voltada ao tratamento de dados reais.

O polinômio $A_k(z)$ deve ser expandido e analisado para cada valor de $k = 1, 2, 3, \dots$. Como exemplo, os casos $k = 1, 2, 3$ têm as formas:

$$A_1(z) = 1 + r_0 r_1 z; \quad (2-29)$$

$$A_2(z) = 1 + (r_0 r_1 + r_1 r_2) z + r_0 r_2 z^2; \quad (2-30)$$

$$A_3(z) = 1 + (r_0 r_1 + r_1 r_2 + r_2 r_3) z + (r_0 r_2 + r_1 r_3 + r_0 r_1 r_2 r_3) z^2 + r_0 r_3 z^3. \quad (2-31)$$

O exame das relações do tipo acima para $A_k(z)$ permite escrever a quase-autocorrelação da série de coeficientes de reflexão por

$$\phi_k(j) = \sum_{i=0}^k r_i r_{i+j}, \quad [j \geq 1, k \geq 1, \phi_k(0)]. \quad (2-32)$$

Com esta definição, o polinômio $A_3(z)$ é rescrito como

$$A_3(z) = 1 + \phi_3(1)z + [\phi_3(2) + r_0 r_1 r_2 r_3]z^2 + \phi_3(3)z^3. \quad (2-33)$$

O caso de coeficiente de reflexão pequenos é expresso por relações do tipo

$$\phi_3(2) \gg r_0 r_1 r_2 r_3, \quad \text{etc.} \quad (2-34)$$

Com esta aproximação, onde o produto de dois coeficientes de reflexão em $\phi_k(j)$ é muito maior do que o produto de 4 ou mais coeficientes, o polinômio característico é aproximado por:

$$A_k(z) = \sum_{i=0}^k a_k(i)z^i \approx \sum_{j=0}^k \phi_k(j)z^j, \quad [\phi_0(j) = 1]. \quad (2-35)$$

A interpretação física dos coeficientes $\phi_k(j)$ é que eles representam uma medida de correlação regional da distribuição da refletividade em subsuperfície.

De forma semelhante, o polinômio $B_k(z)$ deve ser analisado para cada valor de $k = 1, 2, 3, \dots$. Como exemplo, o caso $k = 3$ tem a forma:

$$B_1(z) = r_0 + r_1 z, \quad (2-36)$$

$$B_2(z) = r_0 + (r_0 r_1 r_2 + r_1)z + r_2 z^2, \quad (3-37)$$

$$B_3(z) = r_1 z + (r_2 + r_3 r_2 r_1)z^2 + r_3 z^3. \quad (2-38)$$

Para o caso de coeficientes de reflexão pequenos, as relações são do tipo

$$r_2 \gg r_3 r_2 r_1, \quad \text{etc.} \quad (2-39)$$

Com esta condição, onde o produto de 2 ou mais coeficientes é maior do que o valor de 1 isoladamente, $B_3(z)$ simplifica para

$$B_3(z) = r_1 z + r_2 z^2 + r_3 z^3. \quad (2-40)$$

Com estas aproximações, o polinômio $B_k(z)$ passa à forma

$$B_k(z) = \sum_{i=0}^k b_k(i)z^i \approx \sum_{j=0}^k r_j z^j, \quad (k \geq 1), \quad (2-41)$$

e representa o polinômio da série refletora (r_1, r_2, \dots, r_k) .

Reunindo estas aproximações nas funções transferências, o esforço na busca de simplificações é resumido em:

$$R(z) = R_k(z) \approx \frac{\sum_{i=1}^k r_i z^i}{\sum_{j=0}^k \phi_k(j) z^j}, \quad [k \geq 1, \phi_0(j) = 1, j \geq 1]. \quad (2-42)$$

Em situações especiais, onde a distribuição de refletividade em subsuperfície exibe uma forma aleatória de série branca para a autocorrelação: $\phi_k(1) \approx \phi_k(2) \approx \dots \approx \phi_k(k) \approx 0$, de modo que a expressão para a função transferência sofre mais uma simplificação que é

$$R_k(z) \approx \sum_{i=1}^k r_i z^i. \quad (2-43)$$

Fisicamente, isto implica em que a observação corresponde apenas às reflexões primárias. Este é o objetivo desta seção com um resultado impressionante, justificativa do modelo chamado convolucional simples. A base é princípios físicos e suposições simplificadoras, tais como: incidência normal, camadas homogêneas e isotrópicas, tensões e deformações pequenas. O fenômeno satisfaz a equação de onda escalar, e aleatoriedade na distribuição dos coeficientes de reflexão.

Uma filtragem busca eliminar efeitos selecionados, como o do pulso-fonte, de reverberações, do ruído local aditivo, e com isto obter melhores informações sobre a função refletividade. Este procedimento é ilustrado na Figura 2.5.

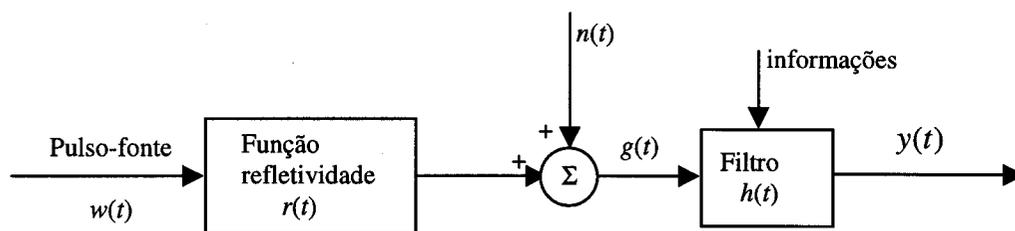


Figura 2.5 – Ilustração da filtragem de um traço sísmico com ruído aditivo, onde: $g(t)$ = sismograma, $y(t)$ = traço filtrado, $n(t)$ = ruído e $h(t)$ = filtro.

3. O PROBLEMA GERAL WIENER-KOLMOGOROV (WK)

Como resultado de um experimento sísmico, o sismograma contém informações da subsuperfície devido a propagação da onda no meio. Para estimar a refletividade, o conceito é o de aplicar um operador ao traço sísmico que comprima os eventos a impulsos. Neste capítulo, o problema principal está em determinar o operador a partir de informações disponíveis.

A operação de filtragem generalizada tempo-variante nos processos não-estacionários é representada pela integral (Rocha, 1998, Yilmaz, 1989)

$$y(t) = \int_{t_0}^T h(\tau, \sigma) g(t, \tau) d\tau, \quad (-\infty < t < +\infty, t_0 \leq \sigma \leq T), \quad (3-1)$$

onde $g(t)$ é a entrada, $y(t)$ a saída e $h(\tau, \sigma)$ o operador tempo variante que deve satisfazer a equação integral do primeiro tipo, denominada Wiener-Kolmogorov

$$\phi_{zg}(t, \sigma) = \int_{t_0}^T h(\tau, \sigma) \phi_{gg}(t, \tau) d\tau, \quad (3-2)$$

onde $z(t)$ é a componente desejada. A filtragem tempo-invariante para os processos estacionários é representada pela integral

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) g(t - \tau) d\tau, \quad (3-3)$$

que deve satisfazer a equação integral do primeiro tipo Wiener-Hopf (WH)

$$\phi_{zg}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \phi_{gg}(t - \tau) d\tau. \quad (3-4)$$

$\phi_{zg}(t)$ e $\phi_{gg}(t)$ são, respectivamente, as funções correlação cruzada e autocorrelação teóricas estocásticas utópicas, sendo considerado que $g(t)$ seja um sinal aleatório estacionário.

3.1. EQUAÇÕES NORMAIS

A abordagem do processo de deconvolução é diretamente a partir da formulação das equações WH, e não a partir da formulação preditiva. O tratamento é na forma discretizada. Os coeficientes do filtro são obtidos a partir de um ajuste entre as funções z_k (sinal desejado) e

y_k (saída real), no sentido dos mínimos-quadrados. A função objeto é dada por (Berkhout & Zaanen, 1979),

$$e(h_j) = E\left\{(z_k - y_k)^2\right\}, \quad (3-5)$$

para ser minimizada em função dos coeficientes h_j . Isto significa buscar a variância mínima, uma vez que $E\{z_k - y_k\} = 0$. A saída real do filtro, y_k , é dada pela convolução do operador de filtragem, h_k , com o observado, g_k , segundo a equação

$$y_k = \sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N-1, \Delta t=1). \quad (3-6)$$

A operação teórica do cálculo de $E\{.\}$ faz com que a aleatoriedade desapareça. Consequentemente, a função $e(h_j)$ passa a ser não aleatória, e os conceitos de cálculo diferencial e integral são aplicáveis.

Substituindo a equação (3-6) em (3-5), temos as seguintes etapas:

$$e(h_i) = E\left\{\left(z_k - \sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right)^2\right\}. \quad (3-7)$$

(1º) Desenvolvendo o quadrado,

$$e(h_j) = E\left\{z_k^2 - 2z_k \sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i} + \left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right)^2\right\}. \quad (3-8)$$

(2º) Aplicando a lei distributiva,

$$e(h_j) = E\{z_k^2\} - 2E\left\{z_k \sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right\} + E\left\{\left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right)^2\right\}. \quad (3-9)$$

Analisando cada termo de (3-9) obtemos os resultados parciais em etapas descritas a seguir.

$$(1^\circ) \quad E\{z_k^2\} = \phi_{zz}(0). \quad (3-10)$$

Este resultado está baseado na definição de autocorrelação estocástica teórica da série z_i dada por

$$\phi_{zz}(j) = E\{z_i z_{i-j}\} \quad (\text{para } j=0). \quad (3-11)$$

$$(2^\circ) \quad E\left\{z_k \sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right\} = \sum_{i=0}^{P-1} h_i E\{z_k g_{k-i}\} = \sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{zg}(i). \quad (3-12)$$

Este resultado é baseado na definição da correlação cruzada estocástica teórica

$$\phi_{zg}(j) = E\{z_k g_{k-j}\}. \quad (3-13)$$

$$(3^\circ) \quad E\left\{\left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right)^2\right\} = E\left\{\left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i g_{k-i}\right) \left(\sum_{l=0}^{P-1} h_l g_{k-l}\right)\right\} =$$

$$= \sum_{i=0}^{P-1} \sum_{l=0}^{P-1} h_i h_l E\{g_{k-i} g_{k-l}\} = \sum_{i=0}^{P-1} \sum_{l=0}^{P-1} h_i h_l \phi_{gg}(l-i). \quad (3-14)$$

Substituindo (3-10), (3-12) e (3-14) em (3-9), resulta na expressão

$$e(h_j) = \phi_{zz}(0) - 2 \sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{zg}(i) + \sum_{i=0}^{P-1} \sum_{l=0}^{P-1} h_i h_l \phi_{gg}(l-i). \quad (3-15)$$

Os pontos de inflexão acontecem quando a primeira derivada é igual a zero, e estes pontos de inflexão podem representar o mínimo desejado. Trocando de símbolos $i = j$ e $l = j$ nos somatórios por conveniência, o cálculo das derivadas com relação aos coeficientes do filtro é dado pela seguinte expressão:

$$\frac{\partial e(h_j)}{\partial h_j} = -2\phi_{zg}(j) + \sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{gg}(j-i) + \sum_{l=0}^{P-1} h_l \phi_{gg}(l-j). \quad (3-16)$$

Como a autocorrelação é uma função par, isto é,

$$\phi_{gg}(l-j) = \phi_{gg}(j-l), \quad (3-17)$$

a expressão (3-16) é reescrita na forma

$$\frac{\partial e(h_j)}{\partial h_j} = -2\phi_{zg}(j) + 2 \sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{gg}(j-i), \quad (j=0,1,2,\dots,P-1). \quad (3-18)$$

Para minimização, o critério é que as derivadas parciais com relação aos vários h_j sejam nulas, o que significa também está próximo da solução, isto é

$$\frac{\partial e(h_j)}{\partial h_j} = 0. \quad (3-19)$$

Esta operação resulta nas equações normais

$$\sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{gg}(j-i) = \phi_{zg}(j). \quad (j=0,1,2,\dots,P-1) \quad (3-20)$$

A equação acima é denominada de Wiener-Hopf na forma discretizada, e a sua solução determina os coeficientes h_i que minimiza a função erro, cujo valor $e(h_j)$ pode ser calculado. $\phi_{zg}(i)$ é a parte unilateral positiva da correlação cruzada teórica entre o sinal de entrada e o sinal desejado.

O princípio aplicado para obter a aplicação WHL permite estabelecer várias operações. As descritas neste trabalho são: a deconvolução ao impulso, a deconvolução aos impulsos, o filtro de suavização e o filtro casado.

A expansão da equação (3-20) tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} h_0 \phi_{gg}(0) &+ h_1 \phi_{gg}(-1) &+ h_2 \phi_{gg}(-2) &+ \dots + h_{P-1} \phi_{gg}(-P+1) &= \phi_{zg}(0) \\ h_0 \phi_{gg}(1) &+ h_1 \phi_{gg}(0) &+ h_2 \phi_{gg}(-1) &+ \dots + h_{P-1} \phi_{gg}(-P+2) &= \phi_{zg}(1) \\ h_0 \phi_{gg}(2) &+ h_1 \phi_{gg}(1) &+ h_2 \phi_{gg}(0) &+ \dots + h_{P-1} \phi_{gg}(-P+3) &= \phi_{zg}(2) \\ & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_0 \phi_{gg}(P-1) &+ h_1 \phi_{gg}(P-2) &+ h_2 \phi_{gg}(P-3) &+ \dots + h_{P-1} \phi_{gg}(0) &= \phi_{zg}(P-1) \end{aligned} \quad (3-21)$$

A estrutura matricial correspondente às equações simultâneas acima é dada por:

$$\begin{bmatrix} \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(-1) & \phi_{gg}(-2) & \dots & \phi_{gg}(-P+1) \\ \phi_{gg}(1) & \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(-1) & \dots & \phi_{gg}(-P+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{gg}(P-1) & \phi_{gg}(P-2) & \phi_{gg}(P-3) & \dots & \phi_{gg}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(P-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{zg}(0) \\ \phi_{zg}(1) \\ \vdots \\ \phi_{zg}(P-1) \end{bmatrix}. \quad (3-22)$$

Aplicando a propriedade $\phi_{zz}(j) = \phi_{zz}(-j)$ para todo j , obtemos:

$$\begin{bmatrix} \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(1) & \phi_{gg}(2) & \dots & \phi_{gg}(P-1) \\ \phi_{gg}(1) & \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(1) & \dots & \phi_{gg}(P-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{gg}(P-1) & \phi_{gg}(P-2) & \phi_{gg}(P-3) & \dots & \phi_{gg}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(P-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{zg}(0) \\ \phi_{zg}(1) \\ \vdots \\ \phi_{zg}(P-1) \end{bmatrix}. \quad (3-23)$$

Esta é uma matriz Toeplitz, que por definição é uma matriz simétrica, $A_{ij} = A_{ji}$, positiva definida, com propriedades importantes para o cálculo da matriz inversa.

A estrutura matricial é visualizada melhor fazendo j o índice das linhas e i o índice da colunas, $a_{ji} = \hat{\phi}_{gg}(j-i) \approx \phi_{gg}(j-i)$, $c_j = \hat{\phi}_{zg}(j) \approx \phi_{zg}(j)$, e escrevendo:

$$\begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & \cdots & a_{0,P-1} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,P-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{P-1,0} & a_{P-1,1} & a_{P-1,2} & \cdots & a_{P-1,P-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ h_0 \\ \vdots \\ h_{P-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_0 \\ \vdots \\ c_{P-1} \end{bmatrix}. \quad (3-24)$$

3.2. JUSTIFICATIVA DE JANELAS E DESCOLORAÇÃO

No presente trabalho, um dos assuntos centrais de análise é a função autocorrelação do traço sísmico, $g(t)$, considerado e justificado como resultado da convolução entre um pulso-fonte, $f(t)$, e uma função refletividade, $r(t)$, expresso na forma causal por

$$g(t) = \int_0^t r(\tau) \hat{w}(t-\tau) d\tau + n(t), \quad (3-25)$$

onde é adicionado uma componente ruído $n(t)$.

O modelo adota ondas planas verticais, e o meio é formado de camadas homogêneas e isotrópicas plano-horizontais. O pulso-fonte usado é o Berlage, e a função refletividade pode ser a simples (puramente aleatória na distribuição dos seus parâmetros). Mesmo assim, a função autocorrelação da entrada, $\phi_{gg}(t)$, tem formas diversificadas. A propósito, a lição é que a função $\phi_{gg}(t)$ tem, para o modelo acima, a expressão geral, em termos dos constituintes, dada por

$$\phi_{gg}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{rr}(t) \phi_{\hat{w}\hat{w}}(t-\tau) dt, \quad \phi_{gg}(\tau) = E\{g(t)g(t-\tau)\}, \quad (3-26)$$

onde os termos cruzados com a componente ruído são desprezados.

A condição especial para $\phi_{rr}(\tau)$ como

$$\phi_{rr}(\tau) = \begin{cases} A \delta(\tau), & \tau = 0 \\ 0, & \tau \neq 0 \end{cases} \quad (3-27)$$

resulta na forma escalonada onde

$$\phi_{gg}(\tau) = A \phi_{\hat{w}\hat{w}}(\tau). \quad (3-28)$$

Sob esta condição, algumas características de $\phi_{gg}(\tau)$ podem ser analisadas a partir de $\phi_{\hat{w}\hat{w}}(\tau)$. Um exemplo pouco prático é o de uma múltipla simples é representada por um pulso retardado de T [$w(t)$ é o pulso-fonte]

$$\hat{w}(t) = w(t) - r w(t - T), \quad (3-29)$$

sendo $T=(\text{espessura da camada})/(\text{velocidade da camada})$, e r é o coeficiente de reflexão entre a camada e o semi-espaço e $r_0 = -1$ para a superfície. A autocorrelação resulta em

$$\phi_{ff}(\tau) = (1 + r^2)\phi_{ww}(\tau) - r[\phi_{ww}(\tau + T) + \phi_{ww}(\tau - T)], \quad (3-30)$$

que é uma superposição da mesma função $\phi_{ww}(\tau)$ com fatores de amplitude atenuadas, e com máximos em $\phi(0)$, $\phi(-T)$ e $\phi(+T)$.

Um próximo exemplo é o caso de múltiplas simples com deslocamento diferentes (T_1 e T_2), descrito por

$$\hat{w}(t) = w(t) - r_1 w(t - T_1) - r_2 w(t - T_2). \quad (3-31)$$

A autocorrelação $\phi_{ff}(\tau)$ resulta em:

$$\begin{aligned} \phi_{\hat{w}\hat{w}}(\tau) = & (1 + r_1^2 + r_2^2)\phi_{ww}(\tau) - r_1 r_2 [\phi_{ww}(\tau + T_1 - T_2) + \phi_{ww}(\tau - T_1 + T_2)] \\ & - r_1 [\phi_{ww}(\tau - T_1) + \phi_{ww}(\tau + T_1)] - r_2 [\phi_{ww}(\tau - T_2) + \phi_{ww}(\tau + T_2)] \end{aligned} \quad (3-32)$$

que é novamente a superposição de $\phi_{ww}(\tau)$ com fatores de amplitude e deslocamentos distintos, e máximos de $\phi_{\hat{w}\hat{w}}(\tau)$ em $\tau = \{0, T_1, -T_1, T_2, -T_2, -(T_1 - T_2), -(T_2 - T_1)\}$.

Estes dois modelos simples são exemplos da estrutura da autocorrelação. As distâncias entre máximos de $\phi_{gg}(\tau)$ permitem, de princípio, a medição de parâmetros importantes (como T , T_1 e T_2) para o modelo. Além disso, informa que a obtenção de $\phi_{ww}(\tau) \Rightarrow w(t)$, a partir de $\phi_{\hat{w}\hat{w}}(\tau)$, está restrito a uma janela sobre $\phi_{\hat{w}\hat{w}}(\tau)$ com comprimento aproximado ao do pulso $w(t)$.

Com o intuito de obter $w(t)$, a partir de informações contidas em $\phi_{gg}(\tau)$ para casos mais complicados e mais gerais regidos pelas equações (3-26), de uma forma mais prática, desenvolvemos trabalhos de pesquisa com bases em algoritmos numéricos, em vez que formas fechadas não são possíveis.

Para alcançar os objetivos traçados (compressão dos eventos sísmicos, suavização, etc.), a metodologia envolve o efeito da aplicação de janelas e descoloração (parâmetro introduzido na diagonal Toeplitz para elevar o valor da razão S/R na saída do filtro) na obtenção de operadores segundo os princípios dos mínimos-quadrados. O intervalo de amostragem é sempre uniforme, $t = n \Delta t$, e Δt considerando como unitário. As formas contínuas, ilimitadas, aperiódicas, são substituídas por somatórios finitos, sendo a unicidade da discretização regida por pelo teorema de Shannon-Kotelnikov e pelo efeito das janelas.

A descoloração surge nas equações normais WH,

$$\sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{gg}(j-i) = \phi_{zg}(j), \quad (j=0,1,2,\dots,P-1), \quad (3-33)$$

através da decomposição da entrada, $g(t)$, nas componentes mensagem, $s(t)$, e ruído, $n(t)$, na forma $g(t) = s(t) + n(t)$.

Da relação de correlação entre estas duas componentes e da autocorrelação de $n(t)$, $\phi_{nn}(t) = \sigma_n^2 \delta(t)$, as equações normais WH, sob a forma paramétrica

$$\sum_{i=0}^{P-1} h_i [\phi_{gg}(j-i) + \sigma_n^2 \delta_{ij}] = \phi_{zg}(j), \quad (3-34)$$

esboça à possibilidade de analisar o efeito de descoloração σ_n^2 na diagonal da matriz da autocorrelação $\phi_{gg}(i, j)$ (Leite, 1998 e 1999).

3.3. ESTIMATIVA DAS FUNÇÕES CORRELAÇÕES ESTOCÁSTICA

A descrição acima classifica a equação (3-20) como de autocorrelação conhecida e dados finitos. Com isto, é necessário estimar as autocorrelações por técnicas numéricas. A estimativa da função autocorrelação estocástica, utilizando a equação (3-34), é dada por (Box e Jenkins, 1976, Leite, 1998)

$$\hat{\phi}_{gg}(j) = \frac{1}{Q} \sum_{i=0}^{Q-1-|j|} g_i g_{i-j}, \quad [-(Q-1) \leq j \leq +(Q-1)]. \quad (3-35)$$

Para a correlação cruzada estocástica, a forma calculada é, $(M = N + Q - 1)$,

$$\hat{\phi}_{zg}(j) = \frac{1}{S} \sum_{n=0}^{S-1-|j|} z_n g_{n-j}, \quad [-(N-1) \leq j \leq +(Q-1), S = \min(N, Q)]. \quad (3-36)$$

A solução de (3-33) é baseado no princípio da variância mínima, e $E\{z_k - \hat{g}_k\} = 0$. Consequentemente, as avaliações segundo (3-35) e (3-36) devem satisfazer a condição $E\{z_k\} = E\{\hat{g}_k\} = 0$. Outra forma alternativa de escrever esta fórmula de avaliação é incluir o valor médio, e elas passam a ler:

$$\hat{\phi}_{gg}(j) = \frac{1}{Q} \sum_{i=0}^{Q-1-|j|} (g_i - \bar{g})(g_{i-j} - \bar{g}), \quad (3-37)$$

$$\hat{\phi}_{zg}(j) = \frac{1}{S} \sum_{i=0}^{S-1-|j|} (z_i - \bar{z})(g_{i-j} - \bar{g}), \quad (3-38)$$

onde

$$\bar{g} = \frac{1}{Q} \sum_{i=0}^{Q-1} g_i \quad \text{e} \quad \bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} z_i. \quad (3-39)$$

Nas equações acima, se o valor médio for subtraído obtemos a estimativa da função covariância; se não resulta na estimativa da função autocorrelação (Rabiner et al, 1979).

A análise das equações (3-20) a (3-23) mostra que o cálculo dos coeficientes não envolvem, necessariamente, os valores da sobreposição completa (todos os valores da autocorrelação), mas apenas as janelas $[-(P-1) \leq j \leq +(P+1)]$, $[P < Q < M]$; a não ser que se aumente o número de coeficientes h_i do filtro, ou se formule um problema sobredeterminado.

Segundo a definição (3-6), o comprimento do operador deve ser apenas P valores diferentes de zero, como a equação (3-20). A extensão a $N-P$ pontos da cauda do operador é relacionada ao algoritmo para obter y_k na convolução linear com superposição completa. Com esta ressalva, o sistema (3-24), e os valores dado por (3-37 e 3-38) são escritos na forma do problema clássico de autovalores-autovetor:

$$\begin{array}{ccc} \underline{\Phi} & \underline{h} & = & \underline{c} \\ (P \times P) & (P \times 1) & & (P \times 1) \end{array}, \quad (3-40)$$

$\underline{\Phi}$ é a matriz dos elementos $\bar{\phi}_{gg}(j, i)$, \underline{h} é o vetor dos parâmetros a determinar e \underline{c} é o vetor dos elementos $\bar{\phi}_{zg}(i)$.

A solução do problema exato-determinado de (3-40) é

$$\underline{h} = \underline{\Phi}^{-1} \underline{c}. \quad (3-41)$$

A decomposição da matriz $\underline{\Phi}$ é

$$\underline{\Phi} = \underline{U} \quad \underline{\Lambda} \quad \underline{V}^T. \quad (3-42)$$

$(M \times N) \quad (M \times M) \quad (M \times N) \quad (N \times N)$

A matriz $\underline{\Lambda}$ é diagonal dos autovalores. \underline{U} e \underline{V} são as matrizes dos autovetores. Na condição da matriz $\underline{\Phi}$ ser simétrica, $\underline{U} = \underline{V}$. As características da solução é analisada através dos elementos da matriz $\underline{\Phi}$, uma vez que há uma relação entre os autovalores e os coeficientes. Retirando autovalores nulos de $\underline{\Lambda}$, está é redefinida como $\underline{\Lambda}$ ($L \times L$), e a decomposição como

$$\underline{\Phi} = \underline{U} \quad \underline{\Lambda} \quad \underline{U}^T. \quad (3-43)$$

$(M \times M) \quad (M \times L) \quad (L \times L) \quad (L \times M)$

O inverso calculado pela expressão

$$\underline{\Phi}^{-1} = \underline{U} \quad \underline{\Lambda}^{-1} \quad \underline{U}^T. \quad (3-44)$$

3.4. ERRO MÍNIMO

O erro mínimo é obtido pela substituição da expressão (3-20) em (3-15), e tem o valor dado por

$$e_{\min} = \phi_{gg}(0) - \sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{zg}(i). \quad (3-45)$$

Normalizando-o com relação a $\phi_{gg}(0)$ obtemos

$$e_{\min} = 1 - \sum_{i=0}^{P-1} h_i \frac{\phi_{zg}(i)}{\phi_{gg}(0)}. \quad (3-46)$$

A quantidade e_{\min} é sempre positiva, tendo para limite inferior 0 e para limite superior 1.

A Figura 3.1 é uma representação esquemática do algoritmo de cálculo do filtro.

3.5. FUNÇÕES JANELAS

É importante ponderar a função autocorrelação por funções janelas de suavização, de modo que

$$\bar{\phi}_k = w_k \hat{\phi}_k. \quad (3-47)$$

onde $\hat{\phi}_k$ são as autocorrelações estimadas. Janelas típicas são as triangulares e exponenciais, com comprimento de truncamento J , dadas, respectivamente, por:

(a) triangular,
$$w_k = \begin{cases} 1 - \frac{|k|}{J}, & |k| = 0, 1, 2, \dots, J \\ 0 & , |k| = N + 1, N + 2, \dots \end{cases}, \quad (3-48)$$

(b) exponencial,
$$w_k = \begin{cases} e^{-\beta|k|}, & |k| = 0, 1, 2, \dots, J \\ 0 & , |k| = J + 1, J + 2, \dots \end{cases}, \quad (\beta = \text{decaimento}, \beta > 0) \quad (3-49)$$

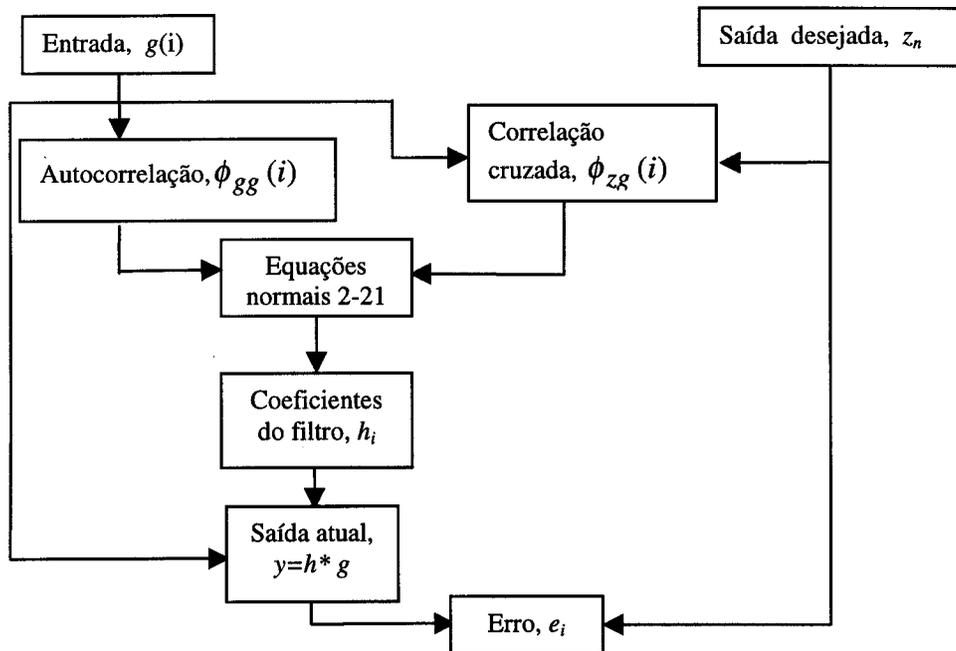


Figura 3.1 - Diagrama de blocos do algoritmo para cálculo dos coeficientes dos filtros de Wiener.

As saídas destes filtros não são, em geral, fáceis de interpretar. Uma das razões é a presença de componentes de alta frequência no traço deconvolvido, resultante da deconvolução que por princípio faz uso de filtros inversos que amplificam monotonicamente as altas frequências. Para melhorar esta condição, é proposto suavização e truncamento da autocorrelação por janelas apropriadas, cujo efeito é medido empiricamente através de experimentos numéricos.

Para avaliar a eficiência e estabilidade dos filtros, foram feitos vários experimentos nos quais as seguintes condições são pressupostas:

- A refletividade é considerada um processo aleatório puro. Isto implica em que o traço sísmico tem características do pulso-fonte, e suas autocorrelações e seus espectros de amplitude são similares.
- O meio é formado por camadas horizontais homogêneas e isotrópicas.
- O pulso-fonte produz uma onda plana compressional que incide nas interfaces das camadas em incidência normal. Em tal circunstância não há conversão P-S.
- A forma do pulso-fonte não é alterada com a propagação em subsuperfície (tempo-invariante).
- A componente ruído tem média zero.
- O pulso-fonte é fase-mínima, que por definição possui uma inversa fase-mínima.

3.6. CÁLCULO DO INVERSO DO OPERADOR

O pulso-fonte, $w(t)$, no domínio da frequência é escrito na forma

$$W(f) = A(f) \exp[i\theta(f)], \quad (3-50)$$

onde $A(f)$ e $\theta(f)$ são os espectros de amplitude e fase, respectivamente.

O operador de deconvolução no domínio da frequência é o inverso do pulso-fonte dado por

$$H(f) = \frac{1}{W(f)} \quad (3-51)$$

A partir da equação (3-50) acima obtemos os espectros de amplitude e fase do filtro:

$$A_h(f) = \frac{1}{A(f)}, \quad (3-52)$$

e

$$\theta_h(f) = -\theta(f). \quad (3-53)$$

Para evitar divisão por zero na equação (3-52) e assegurar a estabilidade do filtro, um número pequeno, ε (parâmetro de descoloração), é frequentemente adicionado ao espectro de amplitude do pulso-fonte antes da divisão. Com isto na equação (3-52)

$$A_h(f) = \frac{1}{[A(f) + \varepsilon]}. \quad (3-54)$$

3.7. FUNÇÃO BERLAGE

Para representar o pulso-fonte nos experimentos usamos a função Berlage que é dada pelo produto de funções e controlada por cinco parâmetros (Aldridge, 1990)

$$w(t) = X u(t) t^\zeta e^{-\gamma t} \cos(2\pi f_0 t + \phi_0), \quad (3-55)$$

X = amplitude; ζ = expoente; γ = coeficiente de decaimento; ϕ_0 = deslocamento de fase; $u(t)$ = função degrau-simples, $u(t) = 1, t > 0, u(t) = 0, t < 0$. A TF é dada por

$$W(f) = \frac{X \Gamma(n+1)}{2(2\pi i)^{n+1}} \left[\frac{e^{+i\phi_0}}{(f - F_1)^{n+1}} + \frac{e^{-i\phi_0}}{(f - F_2)^{n+1}} \right], \quad (3-56)$$

onde

$$F_1 = +f_0 + i \frac{\gamma}{2\pi}; \quad F_2 = -f_0 + i \frac{\gamma}{2\pi}; \quad \Gamma(1) = 1; \quad \Gamma(j) = j! \quad (3-57)$$

O espectro de amplitude tem um máximo ao redor de f_0 e decai assintoticamente a zero nas frequências altas na ordem $\approx f^{-(n+1)}$. Consideramos $n = 0$ para facilitar os trabalhos. Em geral, n não precisa ser inteiro, porém esta condição simplifica a computação enormemente. Na sísmica a frequência zero não tem informação, e uma melhor representação com a função Berlage é obtida para $n \geq 1$.

4. DECONVOLUÇÃO AO IMPULSO

Para evidenciar as reflexões primárias e as múltiplas no traço sísmico é necessário comprimir os eventos a impulsos. Isto é realizado no domínio do tempo pelo filtro de deconvolução ao impulso, cujos coeficientes são calculados definindo nas equações WH $z_k = r_k$. Não é preciso conhecer r_k para o cálculo do operador, considerando r_k um série branca e $w_k = \delta_k$, a correlação cruzada do desejado com o observado é definida pela expressão

$$\phi_{zg}(j) = \begin{cases} g_0, & j = 0 \\ 0, & j \neq 0 \end{cases} \quad (4-1)$$

A expressão (3-23) normalizada toma a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(1) & \phi_{gg}(2) & \cdots & \phi_{gg}(P-1) \\ \phi_{gg}(1) & \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(1) & \cdots & \phi_{gg}(P-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \phi_{gg}(P-1) & \phi_{gg}(P-2) & \phi_{gg}(P-3) & \cdots & \phi_{gg}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(P-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

Reescrevendo a expressão (4-2) na forma compacta, temos que

$$\underline{\Phi} \underline{h} = \underline{c}. \quad (4-3)$$

A solução do sistema acima para o vetor \underline{h} é dada por (3-40 a 44). O algoritmo deste filtro está no Apêndice D (Robinson & Treitel, 1967).

O operador de deconvolução ao impulso, h_k , é o inverso do pulso-fonte, w_k , porque o traço sísmico é considerado como a convolução do pulso-fonte com a refletividade simples. Logo a recuperação da refletividade simples é obtida pela convolução do traço sísmico com o inverso do pulso-fonte desprezando perdas de energia.

A estabilidade do filtro (os coeficientes do filtro devem formar uma série convergente) está relacionada com o pulso-fonte, sendo os melhores resultados obtidos com pulsos de fase-mínima. Para ilustrar a performance do filtro de deconvolução ao impulso, com relação aos parâmetros que o caracterizam, foram realizados vários experimentos descritos na sequência deste capítulo.

4.1. APLICAÇÃO DO FILTRO

Para uma primeira avaliação do filtro de deconvolução ao impulso, utilizamos um meio cujos coeficientes de reflexão, r_k , estão graficados na Figura 4.1. A função Berlage (expressão 3-45) utilizada para representar o pulso-fonte, w_k , é desenhada na Figura 4.2. O sismograma, s_k , resultante da convolução de, r_k , com, w_k , sendo nulo a componente, n_k , tem sua forma graficada na Figura 4.3 (Leinbach, 1995).

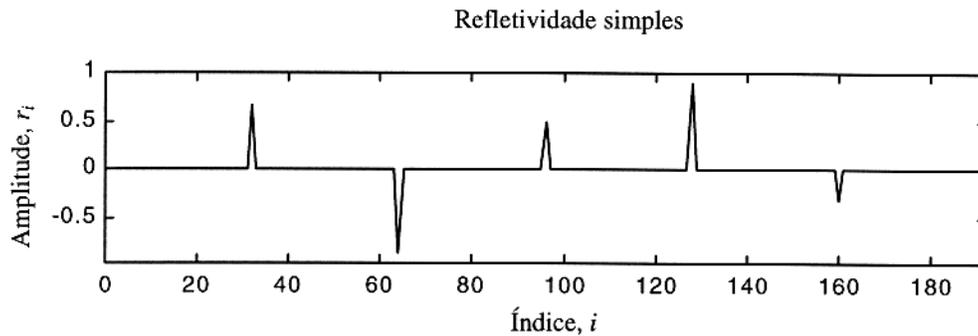


Figura 4.1 - Função refletividade simples. Amplitude versus tempo. $\Delta t = 1$

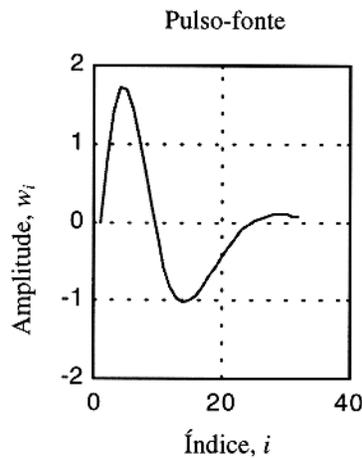


Figura 4.2 - Função Berlage utilizada como pulso-fonte na Figura 4.3. $\Delta t = 1$.

A obtenção dos coeficientes tem início com o cálculo da autocorrelação do sismograma, sendo importante a escolha da quantidade de pontos a serem utilizados. Por este motivo, analisamos o aspecto da autocorrelação. Na Figura 4.4 está graficada em traço pontilhado a

autocorrelação do sismograma da Figura 4.3, e em linha contínua os pontos sob janela retangular utilizados nos cálculos do operador.

Antes de calcular os coeficientes do filtro, analisamos a estabilidade do problema decompondo a matriz $\underline{\Phi}$ em seus valores singulares. Na Figura 4.5 estão os autovalores da matriz Toeplitz montada com os pontos janelados da Figura 4.4.

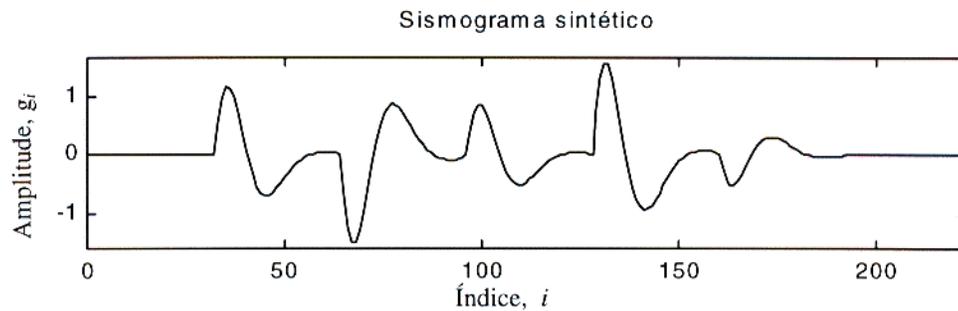


Figura 4.3 - Sismograma sintético resultante da convolução das séries nas Figuras 4.1 e 4.2.

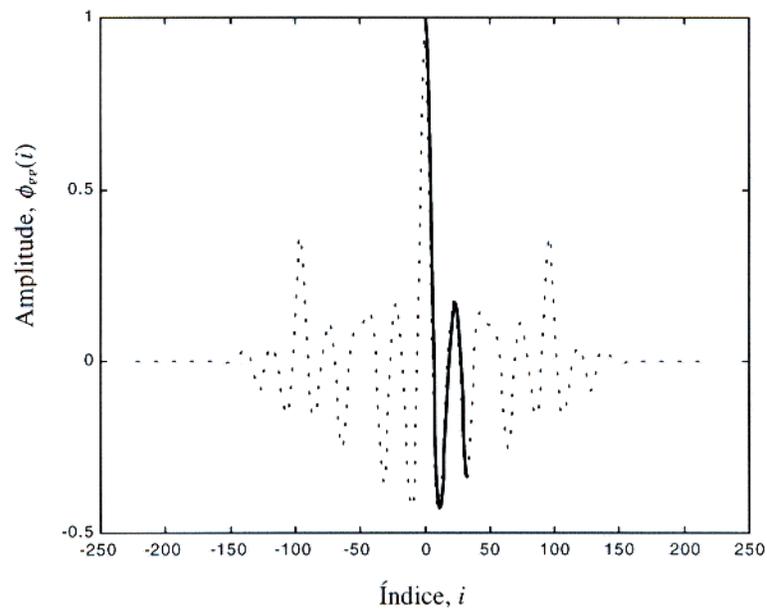


Figura 4.4 – A autocorrelação do sismograma em linha pontilhada. Em linha contínua janelada a parte pela função retangular para o cálculo dos coeficientes do filtro. A autocorrelação é calculada pela equação (3-35).

Com o eixo das ordenadas em escala logarítmica, a Figura 4.5 mostra o decréscimo dos autovalores se aproximando assintoticamente a 10^{-3} . Eles são valores pequenos, porém, diferentes de zero, não havendo necessidade de redução no posto da matriz $\underline{\Phi}$.

De posse da matriz Toeplitz e do vetor da correlação cruzada, já com suas devidas restrições, calculamos os coeficientes do filtro através da equação matricial (3-23).

No experimento em questão, o operador obtido pela resolução da expressão (3-23) está graficado na Figura 4.6. Os valores significativos correspondem aos primeiros 5 pontos, seguidos por uma longa cauda não significativa.

O sinal deconvolvido é obtido pela aplicação convolucional do operador no sismograma, sendo o resultado da Figura 4.7, que mostra compressão dos eventos.

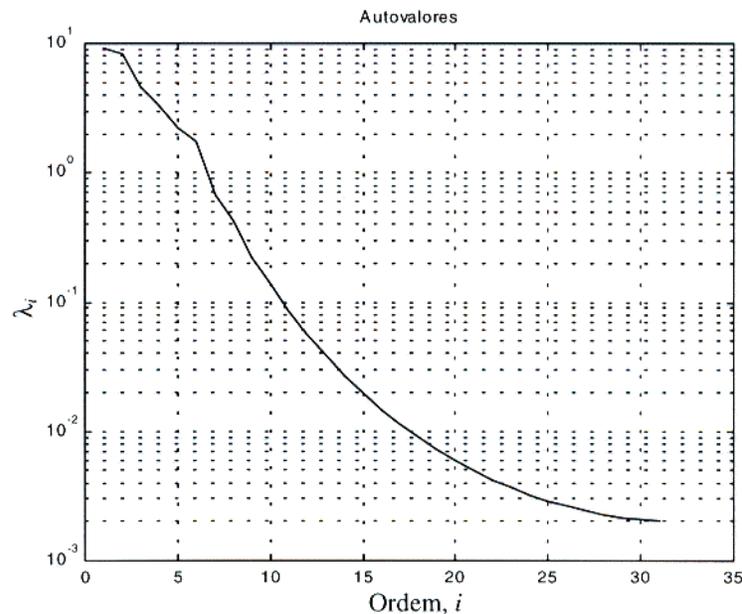


Figura 4.5 – Os autovalores da matriz Toeplitz montada com os pontos janelados da autocorrelação. A condição da matriz é $\lambda_{\max}/\lambda_{\min} \approx 10^4$. Gráfico linear-log.

Quando o pulso-fonte é de fase-mínima, o operador inverso tem a forma do pulso inicial. Porém, se o pulso-fonte não for de fase-mínima, o operador inverso contém uma versão mais próxima de um de fase-mínima. Para o experimento em questão, o operador inverso contém uma

versão mais próxima a de fase-mínima do que o pulso inicial, como ilustrado na Figura 4.8, onde estão o pulso estimado e o pulso-fonte inicial para comparação.

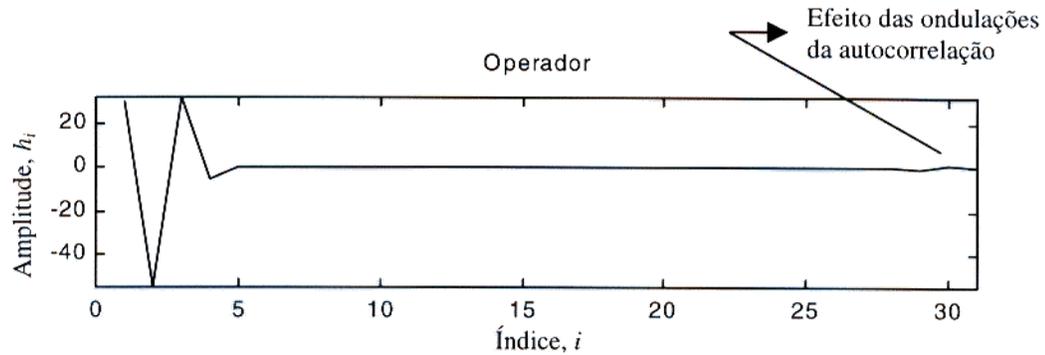


Figura 4.6 – Coeficientes do filtro de deconvolução ao impulso, sendo os valores significativos correspondentes aos primeiros 5 pontos seguidos de uma longa cauda não significativa. $\Delta t = 1$.

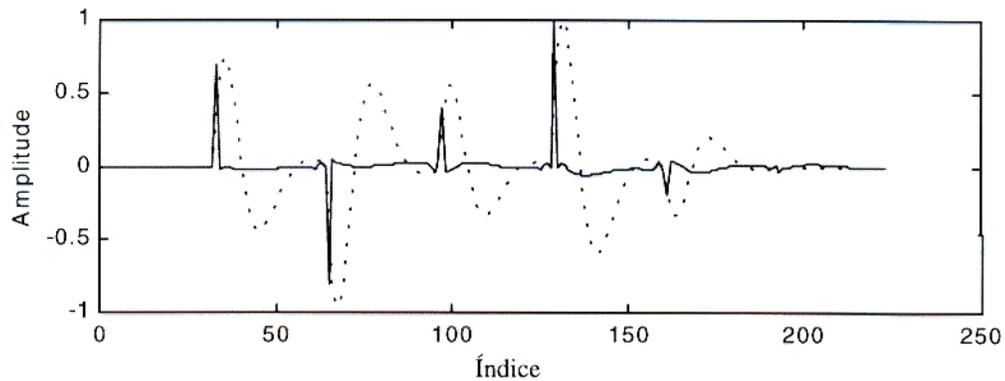


Figura 4.7 – Sismograma deconvolvido com uma boa compressão dos eventos, sendo $h * w = \delta(t)$, $w = h^{-1}$. Há conservação da escala original.

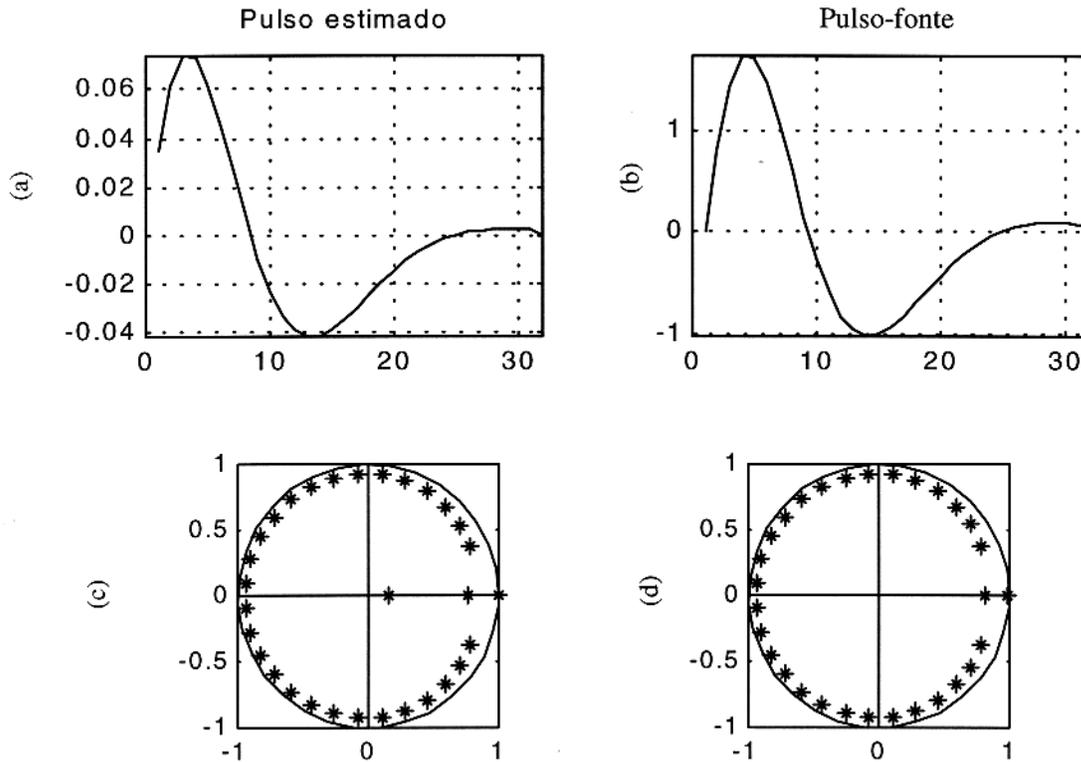


Figura 4.8 – (a) Pulso recuperado através do operador inverso, h_k , para a comparação com o (b) pulso-fonte original, w_k ; (c) raízes da TZL do pulso recuperado; (d) raízes da TZL do pulso-fonte. O pulso recuperado tem a forma mais próxima de um de fase-mínima do que o pulso-fonte.

4.2. EFEITO DO RUÍDO

A parcela do traço sísmico que não resulta da convolução da refletividade, r_k , com o pulso-fonte, w_k , é denominada de ruído, e representa o efeito do instrumento de medidas, da geologia (reverberação e múltiplas), de fenômenos locais, etc.

A presença do ruído no traço sísmico faz com que o filtro de deconvolução ao impulso diminua sua capacidade de comprimir eventos e de recuperar a forma do pulso-fonte, e gera também falsas flutuações na saída do filtro que dificultam a interpretação e prejudicam a visualização na seção. O efeito do ruído está ilustrado no experimento a seguir, onde foram deconvolvidos 5 (cinco) traços sintéticos com diferentes níveis de ruído em cada traço, ilustrados na Figura 4.9. O ruído presente no traço é responsável pelo aparecimento de flutuações na autocorrelação, como mostra a Figura 4.10, coluna esquerda.

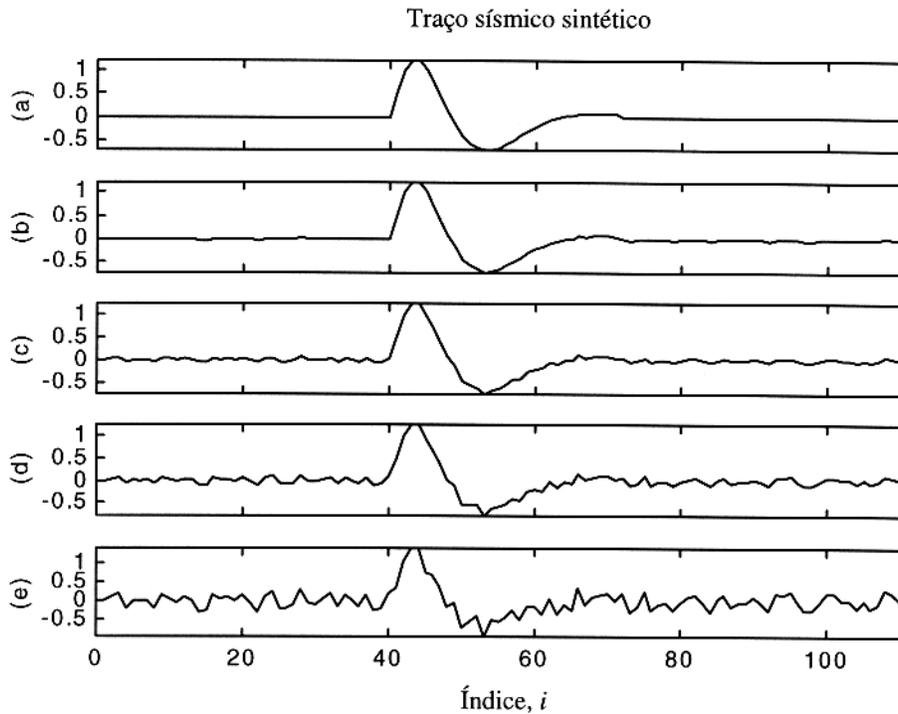


Figura 4.9 – Cinco traços com diferentes níveis de ruído, contendo apenas um evento sísmico em cada traço, utilizados como entrada no filtro de deconvolução ao impulso e exemplificar o efeito do ruído no desempenho do filtro. Os níveis de ruídos são: (a) 0% , (b) 2%, (c) 5%, (d) 10% e (e) 25%. $\Delta t = 1$.

As flutuações existentes na autocorrelação são responsáveis pelo aparecimento de pequenas flutuações que surgem ao longo do operador, e a quantidade e amplitude destas flutuações dependem do nível de ruído presente no traço. O aumento do nível de ruído aumenta a quantidade e amplitude das flutuações que surgem no operador degradando sua forma, como ilustrado na Figura 4.10, coluna central. Na Figura 4.10, o melhor resultado de deconvolução está relacionado com o operador que apresentou menor quantidade de flutuações no seu conteúdo. O aumento do nível de ruído faz com que a forma do pulso recuperado degrade, afastando da forma do pulso original (Figura 4.11).

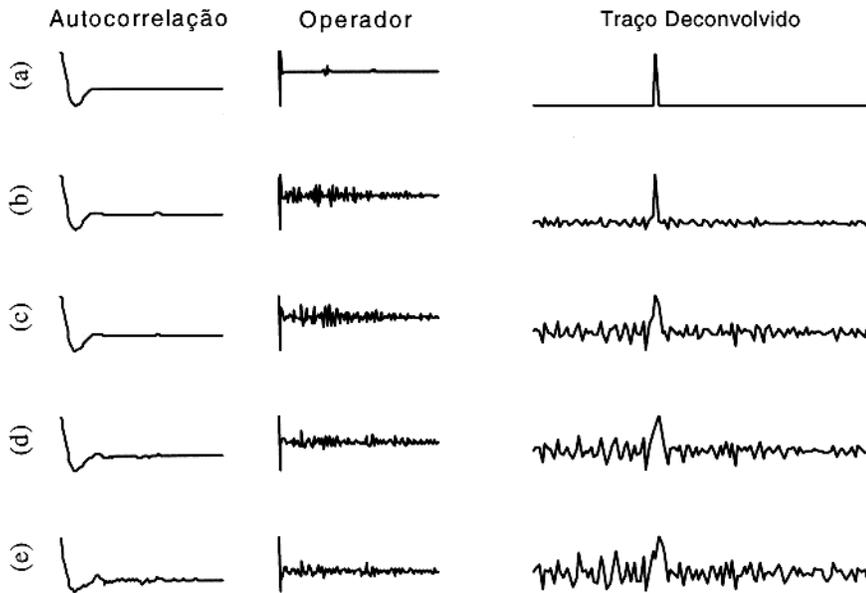


Figura 4.10 – Na coluna esquerda está a autocorrelação dos traços da Figura 4.9. Na coluna central está o operador deconvolucional. Na coluna direita está o resultado da aplicação convolucional do operador sobre o traço da Figura 4.9. A degradação gradativa coerente do traço filtrado devido ao ruído. $\Delta t = 1$.

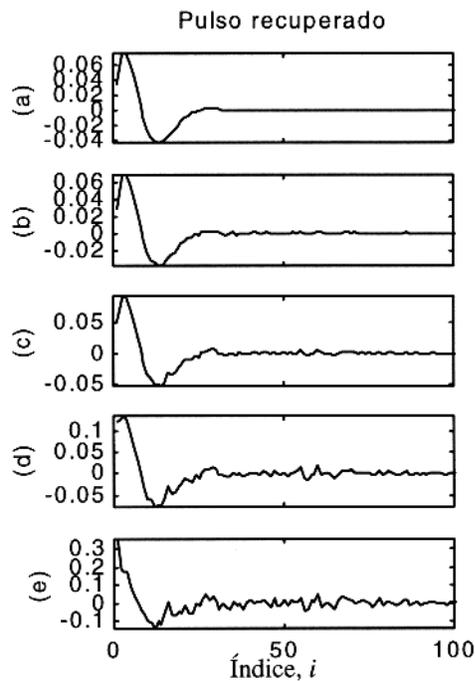


Figura 4.11 – Pulsos estimados pela inversão dos operadores da Figura 4.10 (centro).

4.3. COMPRIMENTO E FORMA DE JANELAS PARA A AUTOCORRELAÇÃO

O desempenho do filtro de deconvolução ao impulso é afetado pela quantidade (número de interfaces) e densidade de eventos do traço sísmico (está relacionado com quantidade de interfaces e as espessuras das camadas). Ondulações na autocorrelação do traço observado aumenta com o aumento da quantidade de eventos no traço, como ilustrado na Figura 4.12, onde estão desenhados 5 traços com diferentes quantidades de eventos, e suas respectivas autocorrelações. As ondulações existentes na autocorrelação se apresentam de maneira mais ou menos concentrada perto de sua origem, dependendo da característica da função envolvida. Para exemplificar, foram realizados vários experimentos para avaliação do comprimento e forma da janela aplicada.

No experimento com janelamento na autocorrelação, é avaliado o efeito da dimensão da janela retangular na deconvolução. Para isto, deconvolvemos 5 vezes o traço sísmico graficado na Figura 4.14, com janelas retangulares de comprimentos diferentes na Figura 4.15, e mostramos os respectivos operadores obtidos com as autocorrelações janeladas.

Os operadores obtidos com janelas maiores do que 50 pontos apresentam dois trechos significativos e algumas flutuações de pequena amplitude ao longo do seu trecho. Os operadores obtidos com janelas menores ou igual a 50 pontos apresentam menor amplitude, e tem apenas um trecho significativo no início do operador que contém também algumas flutuações de pequena amplitude no seu trecho.

Na Figura 4.16 estão os autovalores da matriz Toeplitz montada com os pontos janelados da autocorrelação do sintético (Figura 4.14).

O resultado da deconvolução destes experimentos estão na Figura 4.17, onde os resultados obtidos com os operadores não são bons e possuem dois trechos significativos. O melhor resultado corresponde ao operador com apenas um trecho significativo em seu início, e com menor quantidade de flutuações no seu trecho, sendo ele obtido pela aplicação de uma janela retangular de 32 pontos na autocorrelação.

A Figura 4.18 mostra o erro mínimo neste experimento, com melhora no resultado em função do comprimento da janela retangular aplicada na autocorrelação.

Invertendo o operador deconvolucional, os primeiros valores contém uma estimativa do pulso-fonte, como ilustrado na Figura 4.18, onde estão o inverso dos operadores da Figura 4.15 utilizados na deconvolução.

Na Figura 4.19, os melhores resultados na recuperação da forma do pulso-fonte acontecem quando aplicados na autocorrelação as janelas retangulares com dimensões de 150 e 32 pontos. Não há fórmula para calcular o número de pontos que otimizam o erro mínimo, e_{min} , dada pela equaçã

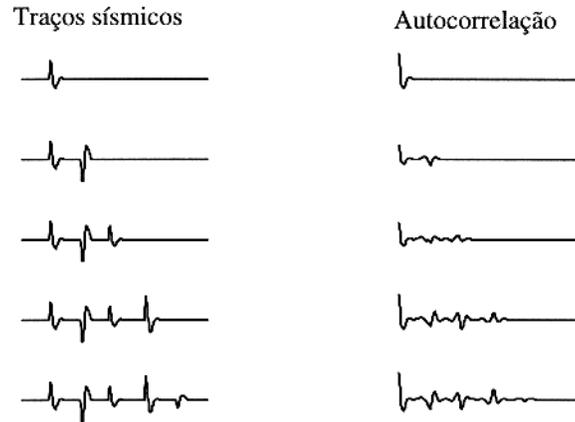


Figura 4.12 – Traços e suas autocorrelações. O aumento da quantidade de eventos implica no aumento da quantidade de ondulações na autocorrelação.

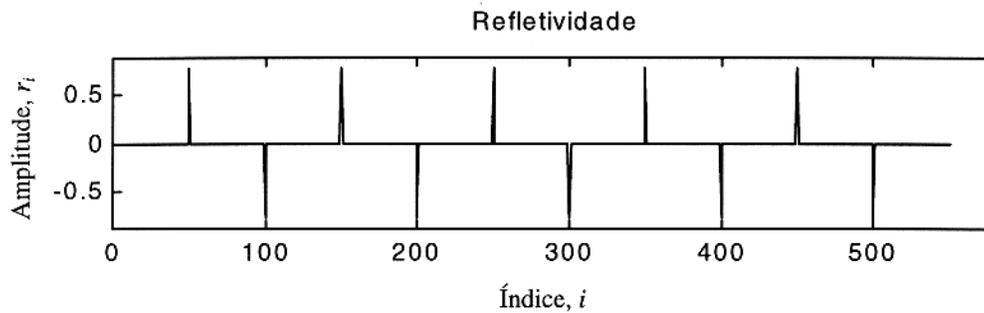


Figura 4.13 – Distribuição dos coeficientes de reflexão utilizados na formação do traço sísmico sintético da Figura 4.14. $\Delta t = 1$.

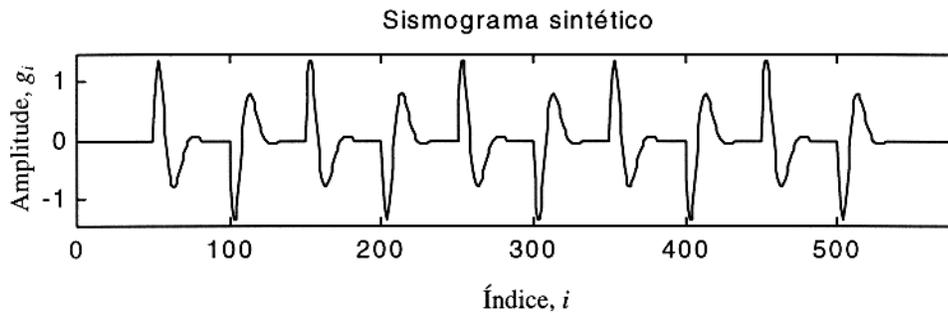


Figura 4.14 – Traço a ser utilizado com o filtro de deconvolução ao impulso. Obtido a partir da refletividade da Figura 4.13 e do pulso Berlage da Figura 4.2.

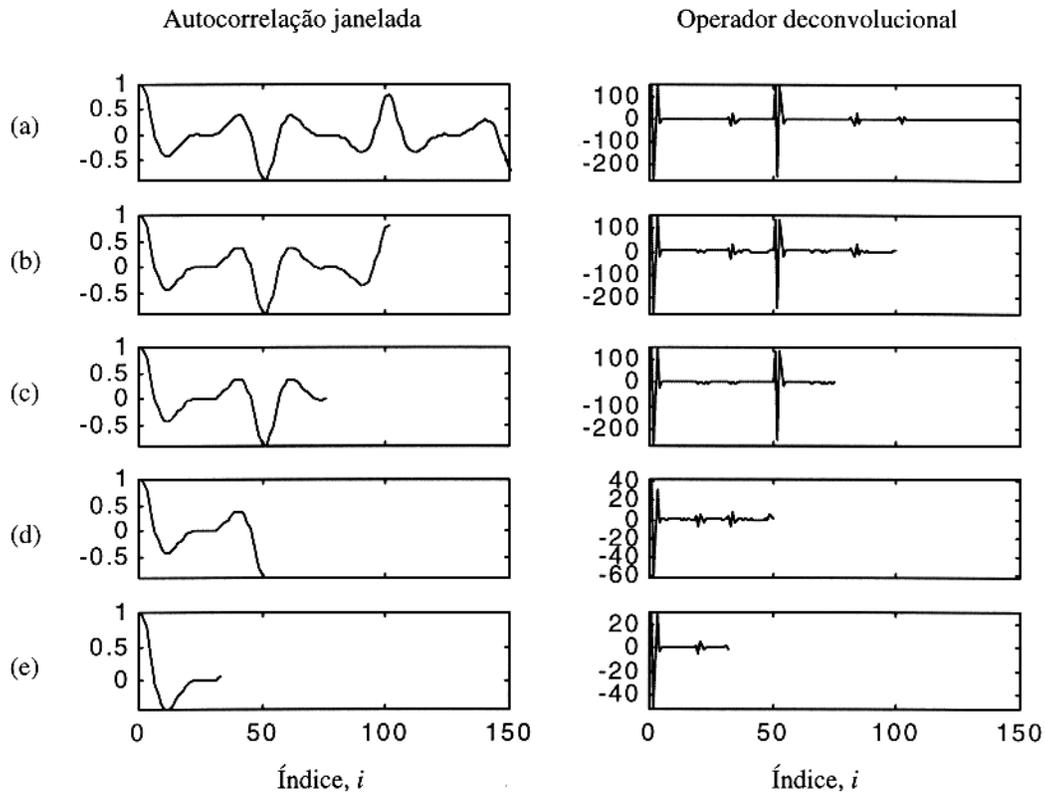


Figura 4.15 – Na coluna esquerda estão os trechos escolhidos da autocorrelação janelados pelas janelas retangulares de comprimentos diversos: (a) 150 pontos, apresentando várias ondulações em seu longo, (b) 100 pontos, (c) 75 pontos, (d) 50 pontos e (e) 32 pontos, que não apresenta ondulação além de seu trecho inicial. A quantidade de ondulações diminuiu com a redução do comprimento da janela. Na coluna direita estão os operadores calculados com as respectivas autocorrelações janeladas, sendo observado no operador: (a) existência de dois trechos significativos e algumas flutuações, não sendo bom seu resultado na deconvolução (ver Figura 4.17, letra a), (b) presença de dois trechos significativos e algumas flutuações, continuando ruim o resultado na deconvolução (ver Figura 4.17, letra b), (c) continua a presença dos dois trechos significativos e algumas flutuações muito pequenas, sendo o resultado da deconvolução ruim devido a presença dos dois trechos significativos no operador (ver Figura 4.17, letra c), (d) presença de algumas flutuações muito pequenas. Este operador comprime os eventos, mas não de maneira igual em todo o traço (ver Figura 4.17), e (e) permanece a presença de flutuações pequenas, sendo este operador o que obteve o melhor resultado na deconvolução (ver Figura 4.17, letra d). $\Delta t = 1$.

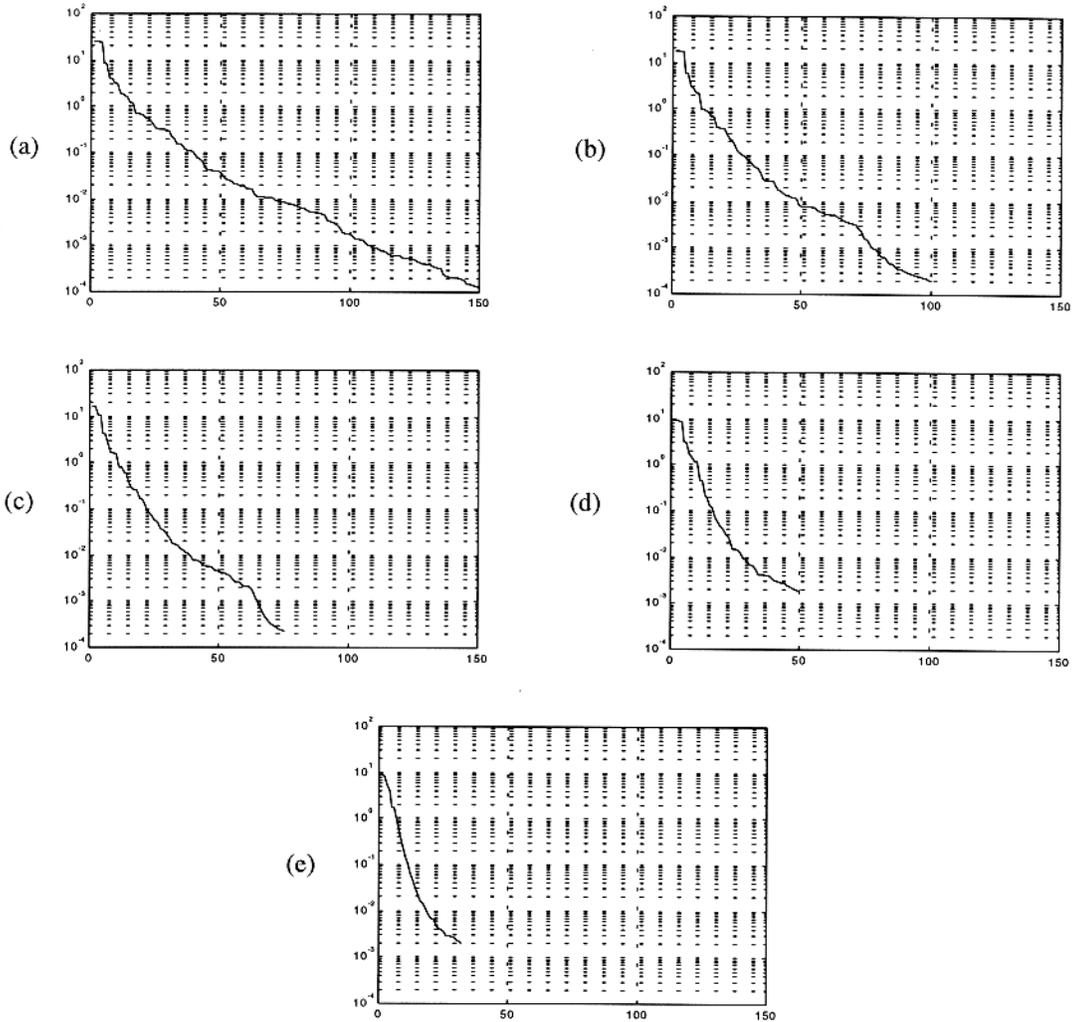


Figura 4.16 - Autovalores da matriz Toeplitz calculada com o trecho janelado da autocorrelação do sintético da Figura 4.15, lado esquerdo. Os diferentes comprimentos da janela retangular não alteram muito a condição da matriz Toeplitz sendo o valor de condição para as letras (a), (b) e (c) igual a $\lambda_{\max}/\lambda_{\min} \approx 10^5$, e para as letras (d) e (e) igual a $\lambda_{\max}/\lambda_{\min} \approx 10^4$.

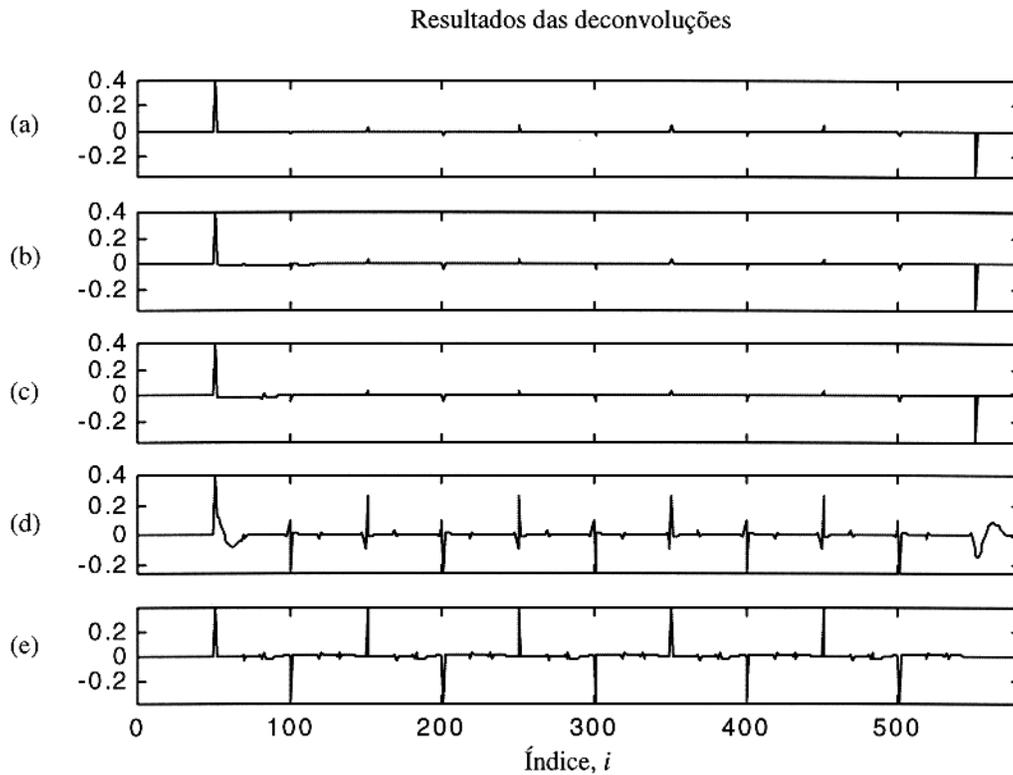


Figura 4.17 – Resultado da aplicação do operador da Figura 4.15 (direita) sobre o traço da Figura 4.14, onde:

- (a) o resultado da deconvolução não é bom, devido o operador apresentar dois trechos significativos em seu trecho;
- (b) continua sendo ruim o resultado da deconvolução devido o operador apresentar dois trechos significativos;
- (c) permanece ruim o resultado da deconvolução devido o operador apresentar dois trechos significativos;
- (d) o operador comprime os eventos sísmicos, porém, não de maneira igual ao longo do traço sísmico;
- (e) este é o melhor resultado na deconvolução, havendo a compressão dos eventos sísmicos de maneira igual em todo o traço sísmico.

Em resumo, houve uma melhora na deconvolução com a redução da quantidade de ondulação na autocorrelação. $\Delta t = 1$.

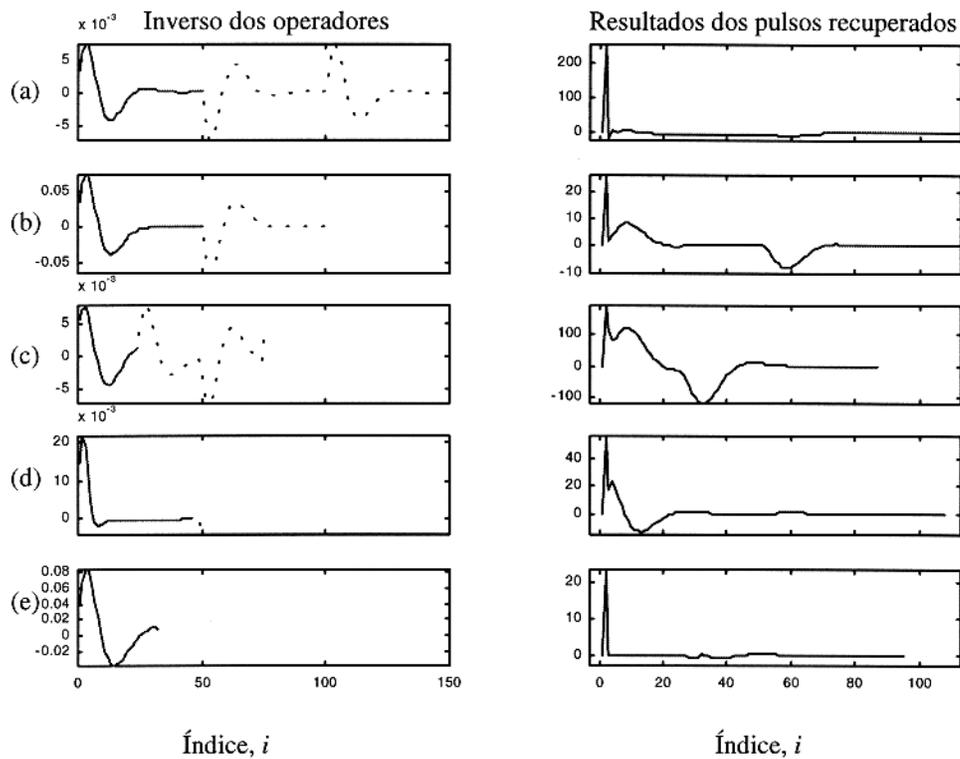


Figura 4.18 – Na coluna esquerda estão sobrepostas duas linhas. A pontilhada é o inverso do operador total da Figura 4.15 (direita), e a contínua é o pulso recuperado correspondendo apenas ao trecho inicial. Na direita estão os resultados das aplicações dos inversos dos pulsos recuperados (trecho inicial do inverso do operador) sobre o pulso-fonte, onde:

- (a) há compressão, indicando que o pulso recuperado tem uma forma semelhante ao pulso-fonte;
- (b) há compressão do pulso-fonte, porém, acompanhado de ondulações, indicando que a forma do pulso recuperado se afastou da forma do pulso-fonte, conforme se reduz o comprimento da janela;
- (c) não há a compressão do pulso-fonte, indicando que a forma do pulso recuperado difere muito da do pulso-fonte;
- (d) o operador comprimiu um pouco o pulso-fonte, indicando que a forma do pulso recuperado está próxima do pulso-fonte;
- (e) há compressão, indicando que o pulso recuperado tem uma forma bem semelhante ao pulso-fonte.

Os melhores resultados estão relacionados com as letras (a) e (e). $\Delta t = 1$.

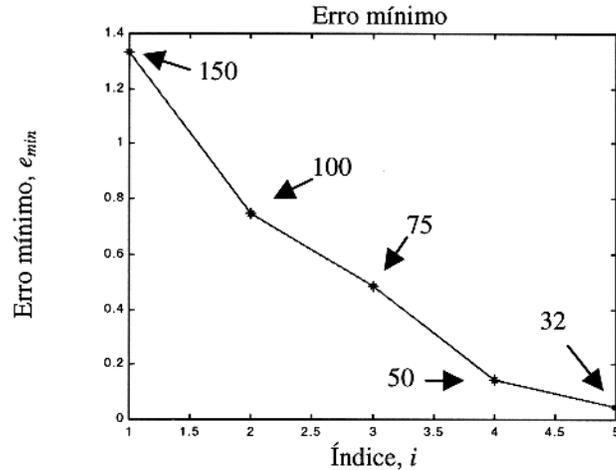


Figura 4.19 – Erro mínimo dos operadores da Figura 4.15, mostrando uma diminuição conforme restrição no comprimento da janela retangular.

A forma da janela aplicada na autocorrelação produz efeitos importantes na deconvolução. Foram realizados 5 (cinco) exemplos, onde a componente observada é o traço da Figura 4.14. A autocorrelação é mostrada na Figura 4.20, e em linha continua está o trecho da autocorrelação utilizado nas deconvoluções sob várias janelas.

No trecho escolhido da autocorrelação foi aplicado uma forma de janela para cada deconvolução, sendo elas: a retangular, a triangular e a exponencial. Na janela exponencial usamos três tipos de decaimento, como graficados na Figura 4.21.

As autocorrelações janeladas utilizadas no cálculo dos operadores estão graficadas na Figura 4.23. Há eliminação das ondulações da autocorrelação com o decaimento da janela exponencial aplicada, resultando na suavização das flutuações que surgem ao longo do operador deconvolucional, como ilustra a Figura 4.23, coluna direita.

Na Figura 4.24 estão os resultados da deconvoluções, e os melhores resultados estão relacionados com a aplicação da janela triangular e exponencial de caimento 30. O pior resultado está relacionado com a aplicação da janela retangular.

Os pulsos-fontes estimados estão graficados na Figura 4.25. O melhor resultado é obtido com a aplicação de janela retangular.

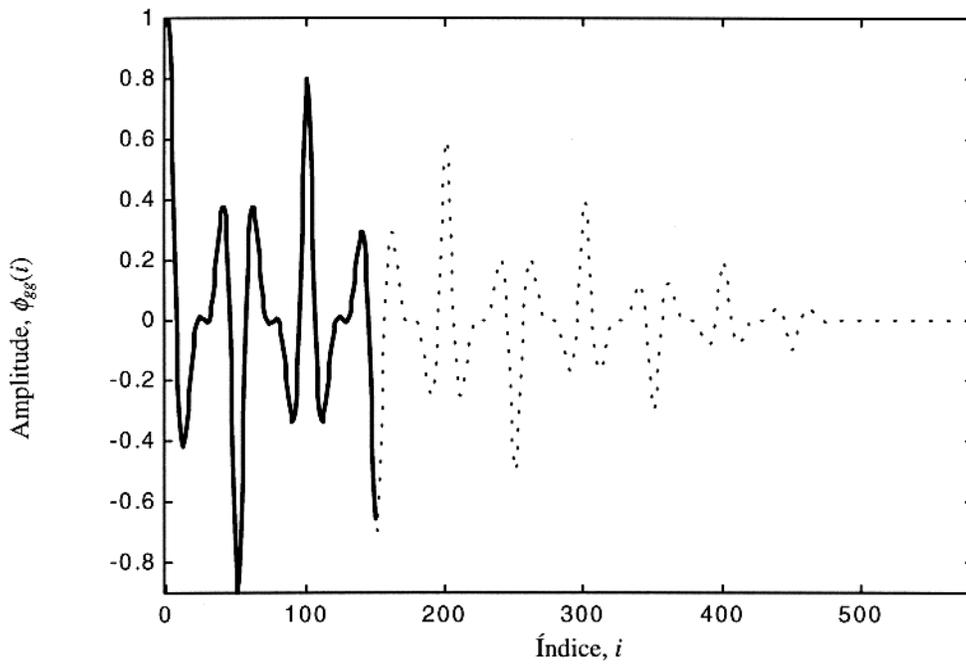


Figura 4.20 – A linha pontilhada é a autocorrelação do traço da Figura 4.14, e a linha contínua é o trecho utilizado nas deconvoluções a seguir (Figuras 4-21 e 4.26). $\Delta t = 1$.

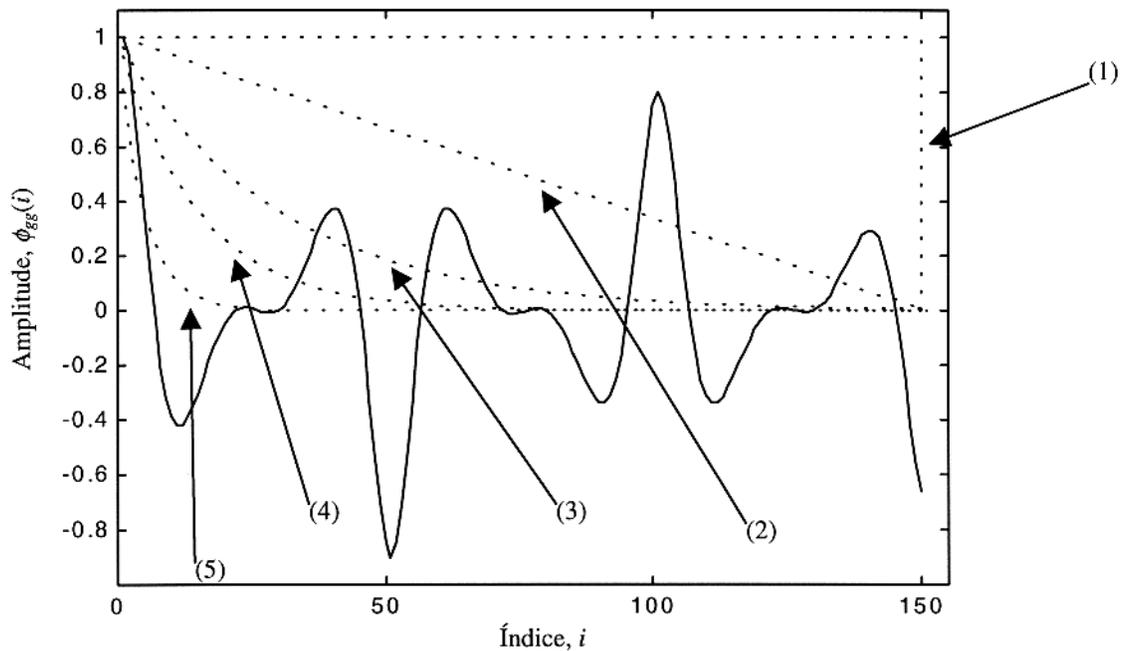


Figura 4.21 – A linha contínua é o trecho da autocorrelação utilizado na deconvolução destacado na Figura anterior, e as linhas pontilhadas são as janelas aplicadas, sendo elas: (1) retangular, (2) a triangular, (3) a exponencial com decaimento 30, (4) a exponencial com decaimento 15 e (5) a exponencial com decaimento 5.

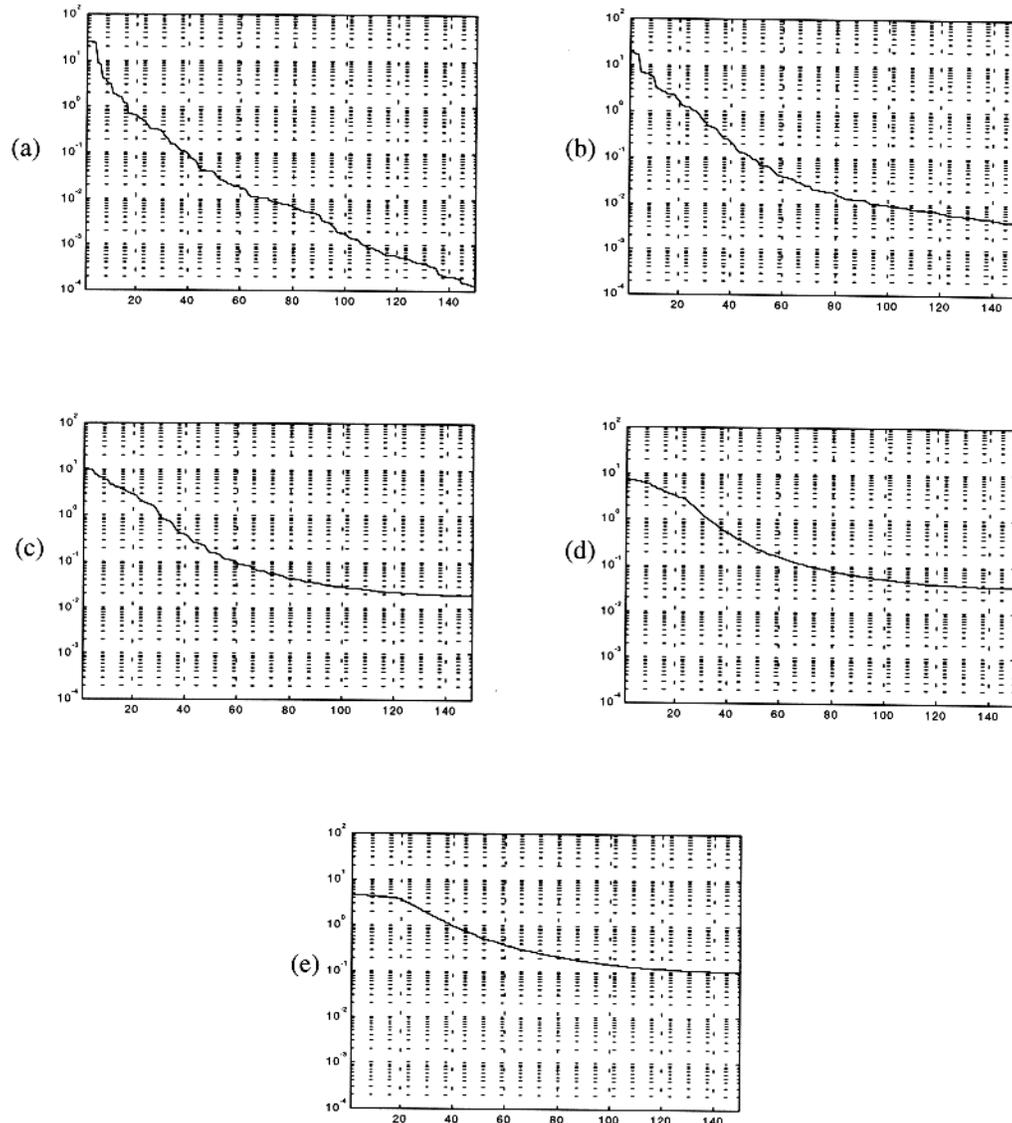


Figura 4.22 – Autovalores da matriz Toeplitz calculada com o trecho escolhido da autocorrelação sob janela: (a) retangular; (b) triangular; (c) exponencial de decaimento 30; (d) exponencial de decaimento 15; (e) exponencial de decaimento 5. As diferentes formas de janelas aplicadas na autocorrelação diminui a condição da matriz Toeplitz.

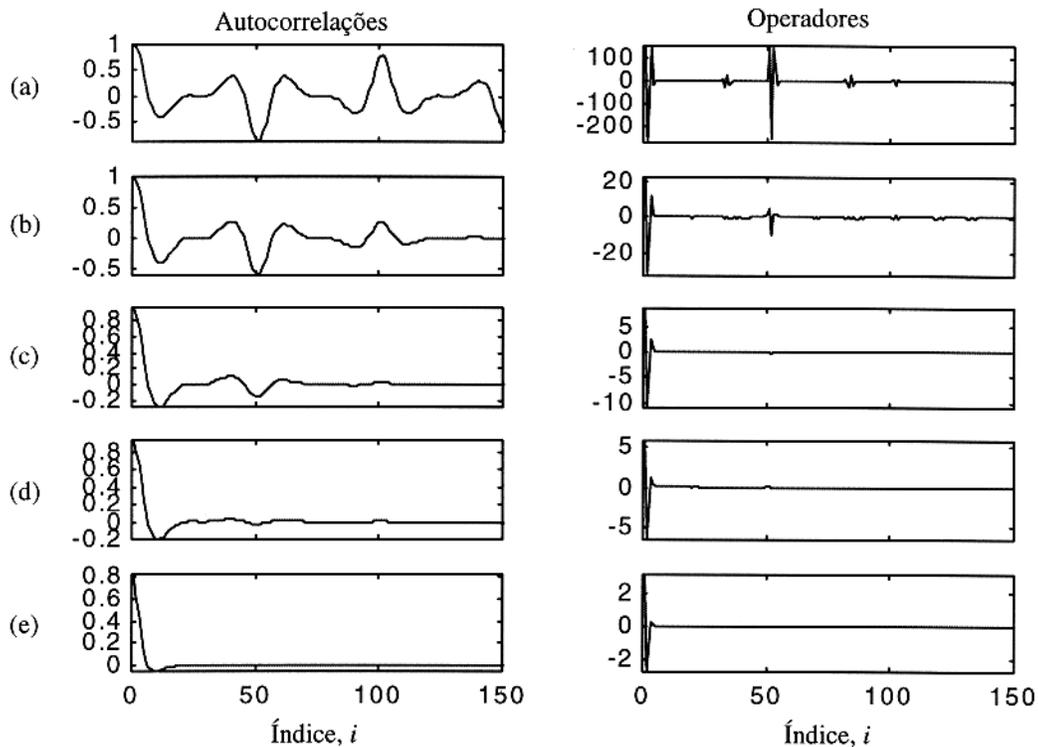


Figura 4.23 – Na coluna esquerda estão os resultados das janelas: (a) retangular, (b) triangular, (c) exponencial de decaimento 30, (d) exponencial de decaimento 15 e (e) exponencial de decaimento 5, sobre o trecho escolhido de 150 pontos da autocorrelação. Há eliminação das ondulações existentes conforme o decaimento da janela. Na coluna direita estão os respectivos operadores obtidos com as autocorrelações da esquerda, onde:

- (a) há presença de dois trechos significativos além de flutuações, não sendo bom seu resultado deconvolucional (ver Figura 4.24, letra a);
- (b) há considerável redução no segundo trecho significativo do operador, passando a comprimir os eventos, porém, não de maneira igual para todo o traço (ver Figura 4.24, letra b);
- (c) o operador obtido é composto de 4 pontos significativos seguido de uma longa cauda não significativa, gerando o melhor resultados das deconvoluções neste experimento (ver Figura 4.24, letra c);
- (d) o operador também é composto de 4 pontos significativos seguido de uma longa cauda não significativa, havendo pequena perda na capacidade de comprimir os eventos (ver Figura 4.24, letra d);
- (e) o operador obtido se aproxima da forma de um pulso, diminuindo consideravelmente sua capacidade de compressão (ver Figura 4.24, letra e).

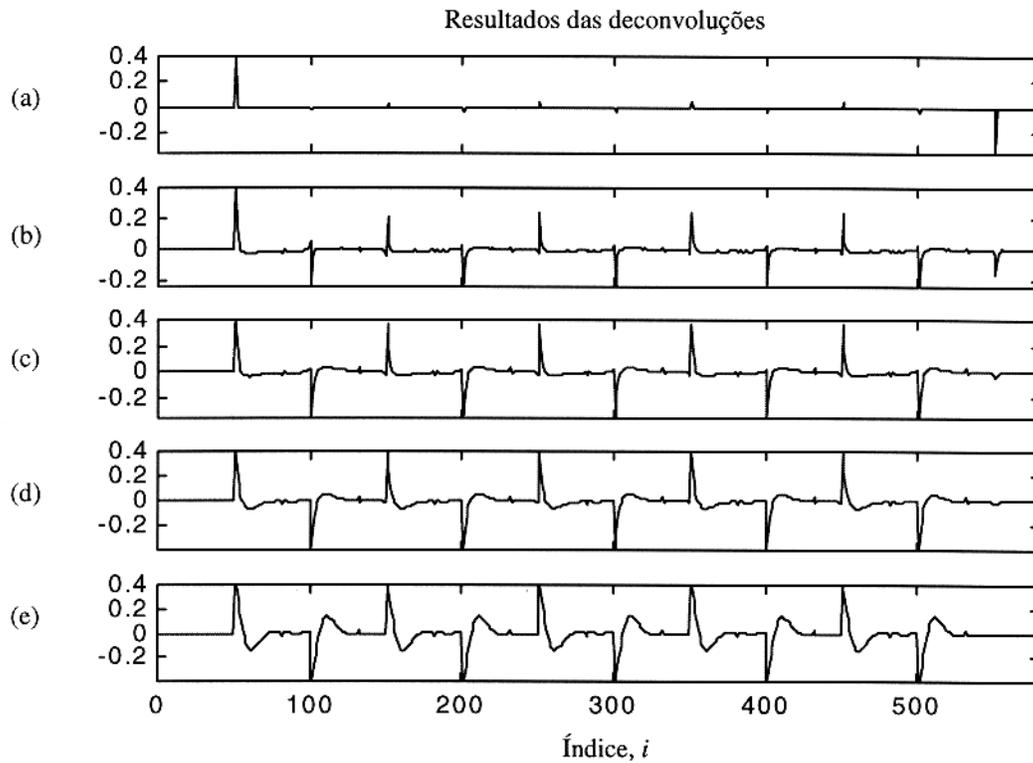


Figura 4.24 – Resultado da aplicação do operador da Figura 4.23 (direita) sobre o traço da Figura 4.14, onde:

- (a) o resultado da deconvolução não é bom, devido ao operador apresentar dois trechos significativos em seu trecho (ver Figura 4.23) ;
- (b) o operador comprime os eventos, porém, não de maneira igual em todo o traço;
- (c) este é o melhor resultado da deconvolução;
- (d) o operador comprime os eventos a impulsos seguido de uma pequena ondulação suave;
- (e) o operador perdeu sua capacidade de compressão, devido a ele se aproximar da forma de um impulso.

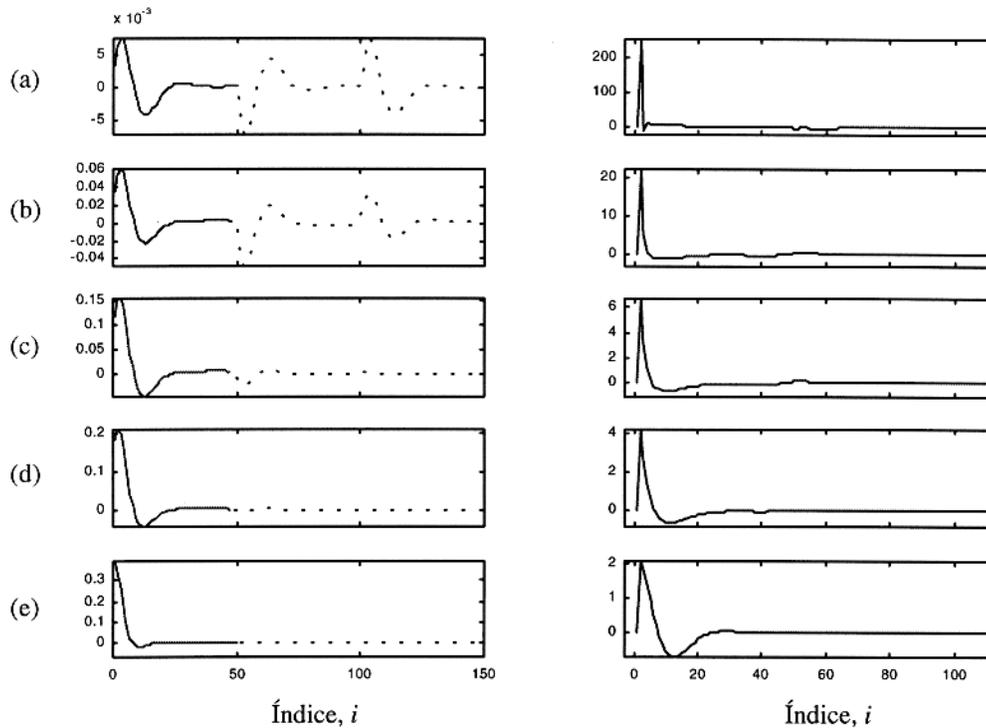


Figura 4.25 – Na coluna esquerda estão sobrepostas duas linhas. A pontilhada é o inverso do operador total da Figura 4.23 (direita), e a contínua é o pulso recuperado correspondendo apenas ao trecho inicial. Na direita estão os resultados das aplicações dos inversos dos pulsos recuperados (trecho inicial do inverso do operador) sobre o pulso-fonte, onde:

- (a) esta é a melhor compressão, indicando que o pulso recuperado tem uma forma semelhante ao pulso-fonte;
- (b) há uma pequena perda na capacidade de compressão, indicando que o pulso recuperado tem uma forma próxima ao pulso-fonte;
- (c) há um aumento na perda na capacidade de compressão, indicando que o pulso recuperado está se afastando da forma do pulso-fonte;
- (d) há um maior aumento na perda na capacidade de compressão, indicando que o pulso recuperado está cada vez mais se afastando da forma do pulso-fonte conforme o decaimento da janela;
- (e) há perda na capacidade de compressão do operador, indicando ser a forma dele próxima a um impulso.

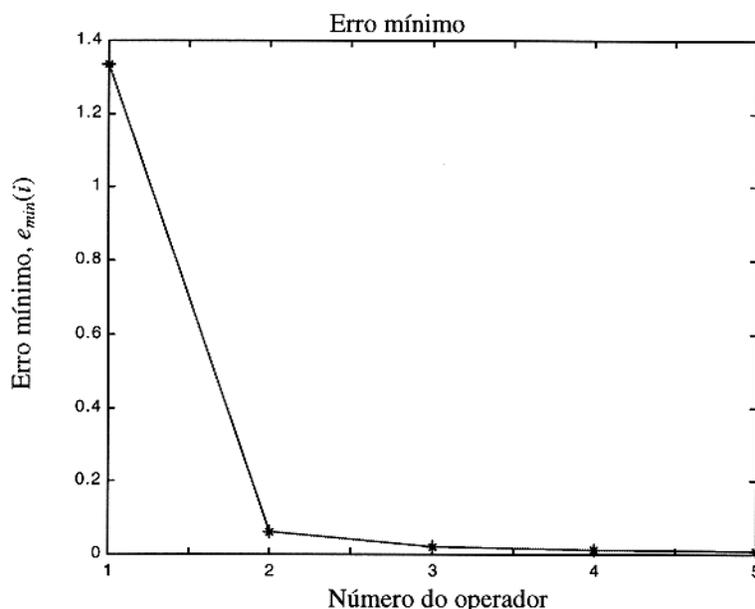


Figura 4.26 – Erro mínimo na deconvoluções da Figura 4.24 segundo a equação (2.26). A resposta é quase plana a partir do operador de número 2 que corresponde à letra (c) na Figura 4.24.

Quando o meio possui camadas com “espessuras” temporais menores do que o comprimento de onda dominante do pulso-fonte, como é o caso do meio cuja estrutura está apresentada na Figura 4.27, há uma sobreposição dos pulsos, o que dificulta ou até mesmo impossibilita a identificação destes eventos no sismograma, como ilustrado na Figura 4.28. Nela está graficado o traço obtido a partir da refletividade simples da Figura 4.27.

Na Figura 4.29 está graficado em linha pontilhada a autocorrelação completa do traço da Figura 4.28, e em linha contínua o trecho da autocorrelação utilizado no experimento. Nesta Figura, as ondulações concernentes às contribuições dos eventos se concentram nos pontos iniciais da autocorrelação. Isto é devido a função que caracteriza o meio.

Em cada experimento de deconvolução foi utilizado um tipo de janela na autocorrelação, estando estas janelas e o trecho da autocorrelação escolhido da Figura 4.30.

Na Figura 4.31 estão os autovalores das matrizes Toeplitz, onde as diferentes formas de janela aplicadas na autocorrelação aumentam a condição da matriz Toeplitz, conforme o decaimento das janelas exponenciais e na triangular.

As autocorrelações janeladas estão plotadas na Figura 4.32, coluna esquerda. Há eliminação das ondulações conforme o decaimento da janela aplicada, o que implica na

eliminação das flutuações de pequena amplitude que surgem ao longo do operador, como mostra a coluna direita.

O resultado das convoluções deste experimento estão graficados na Figura 4.33. O melhor resultado é o obtido pela aplicação da janela exponencial de decaimento 30, onde o operador comprime os eventos demarcando as camadas mais finas, e gera poucas flutuações na saída do filtro.

Na Figura 4.34 estão os inversos dos operadores utilizados na deconvolução. O resultado que mais se aproxima da forma do pulso-fonte é o obtido com a janela exponencial de decaimento 30 (Figura 4.34, letra c). A aplicação das janelas resultou numa eliminação das ondulações aproximando o pulso estimado à forma do pulso-fonte. A janela de decaimento rápida faz com que o pulso estimado seja uma versão fase-mínima do pulso-fonte. O pior resultado foi obtido aplicando a janela retangular na autocorrelação, onde ela provoca muitas ondulações no pulso recuperado.

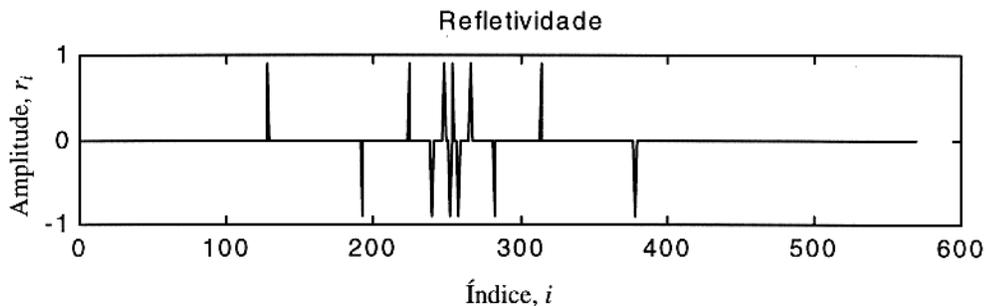


Figura 4.27 – Função refletividade simples com uma distribuição temporal rarefação-concentração.

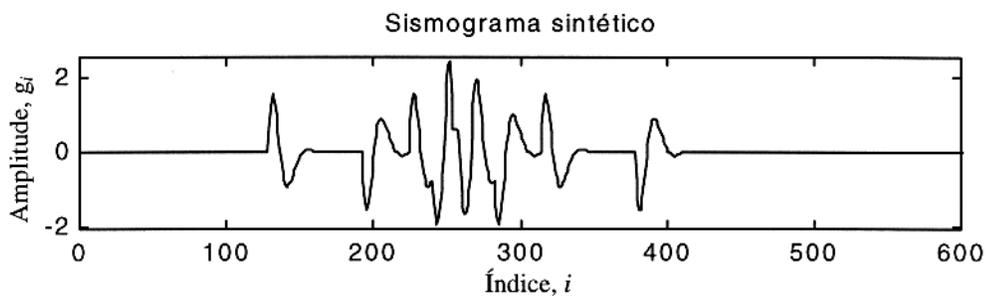


Figura 4.28 – Traço obtido a partir da função refletividade simples da Figura 4.27. $\Delta t = 1$.

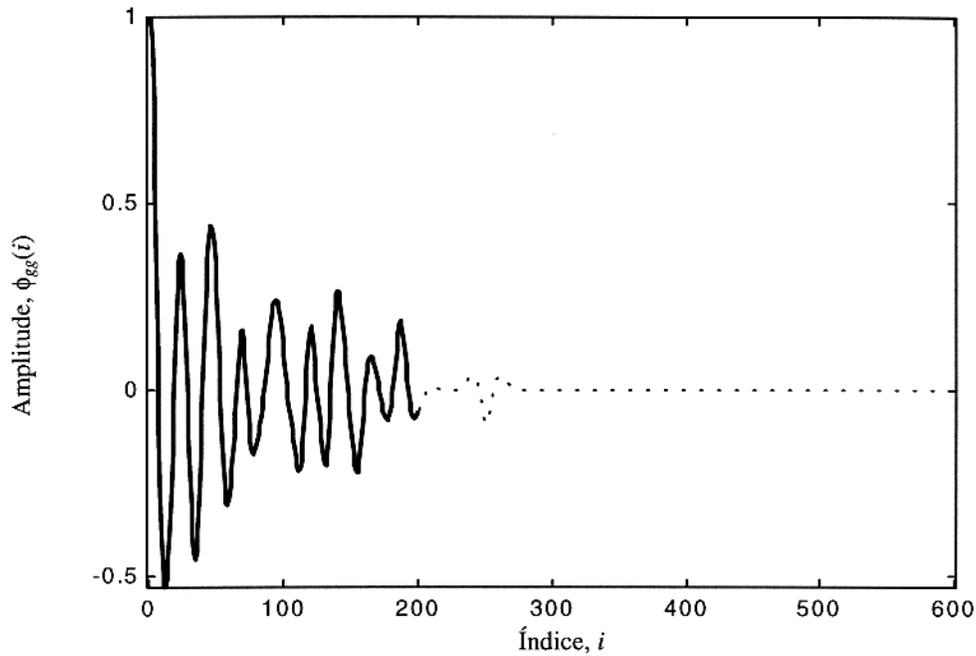


Figura 4.29 – A linha pontilhada é a autocorrelação completa do traço da Figura 4.28, e a linha contínua é o trecho da autocorrelação utilizado nas deconvoluções a seguir (Figuras 4.30 a 4.34).

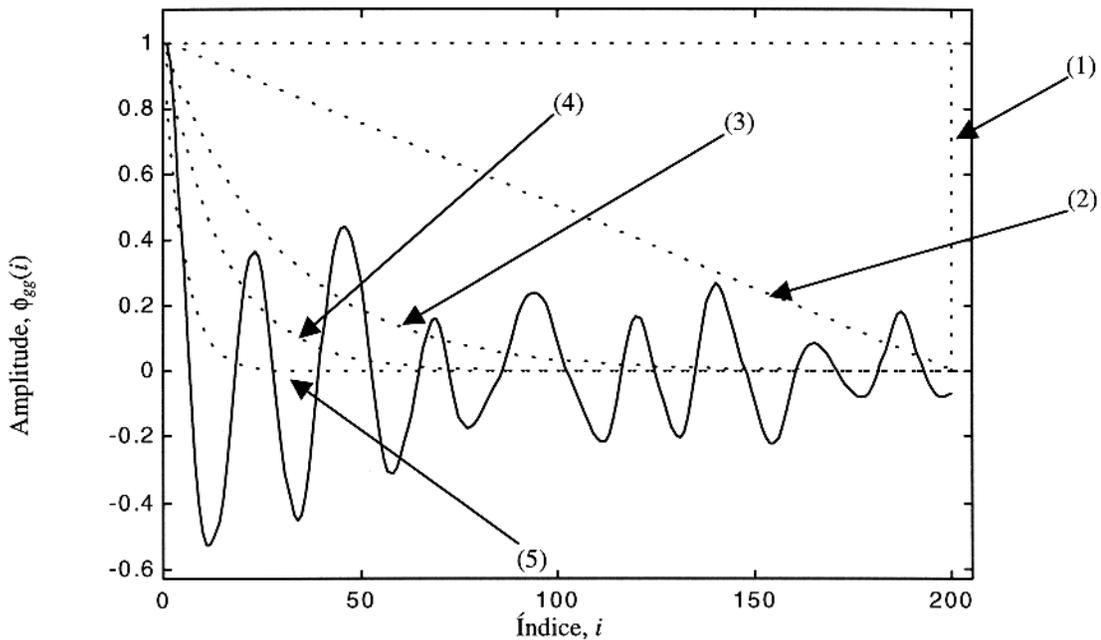


Figura 4.30 – A linha contínua é o trecho da autocorrelação destacada na Figura anterior, e utilizado nas deconvoluções. As linhas pontilhadas são as diferentes janelas aplicadas no trecho escolhido da autocorrelação. As janelas aplicadas são: (1) retangular, (2) triangular, (3) exponencial de decaimento 30, (4) exponencial de decaimento 15 e (5) exponencial de decaimento 5.

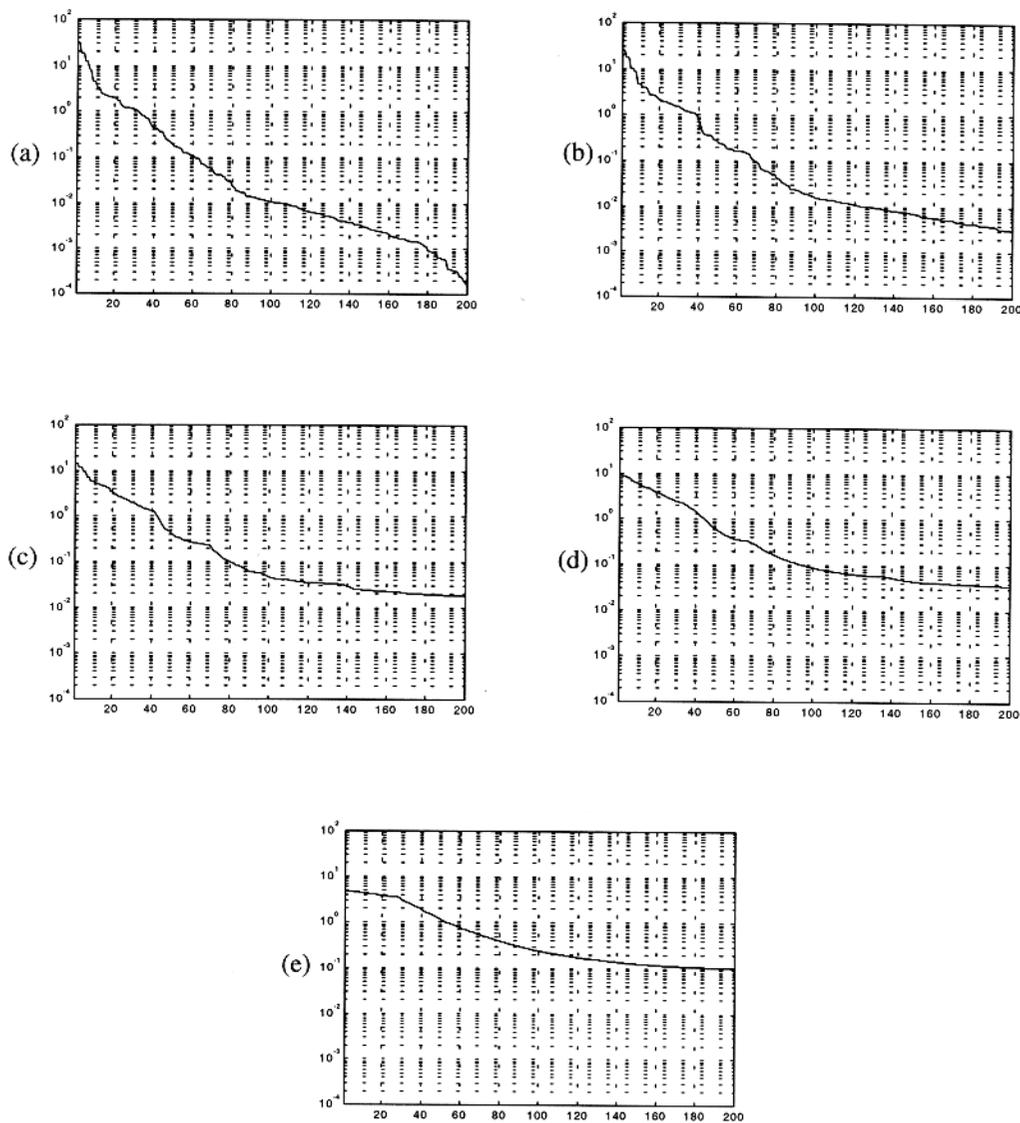


Figura 4.31 – Autovalores das matrizes Toeplitz calculadas com os trechos escolhidos da autocorrelação sob janela: (a) retangular; (b) triangular; (c) exponencial de decaimento 30; (d) exponencial de decaimento 15; (e) exponencial de decaimento 5. As diferentes formas de janelas aplicadas na autocorrelação diminui a condição da matriz Toeplitz.

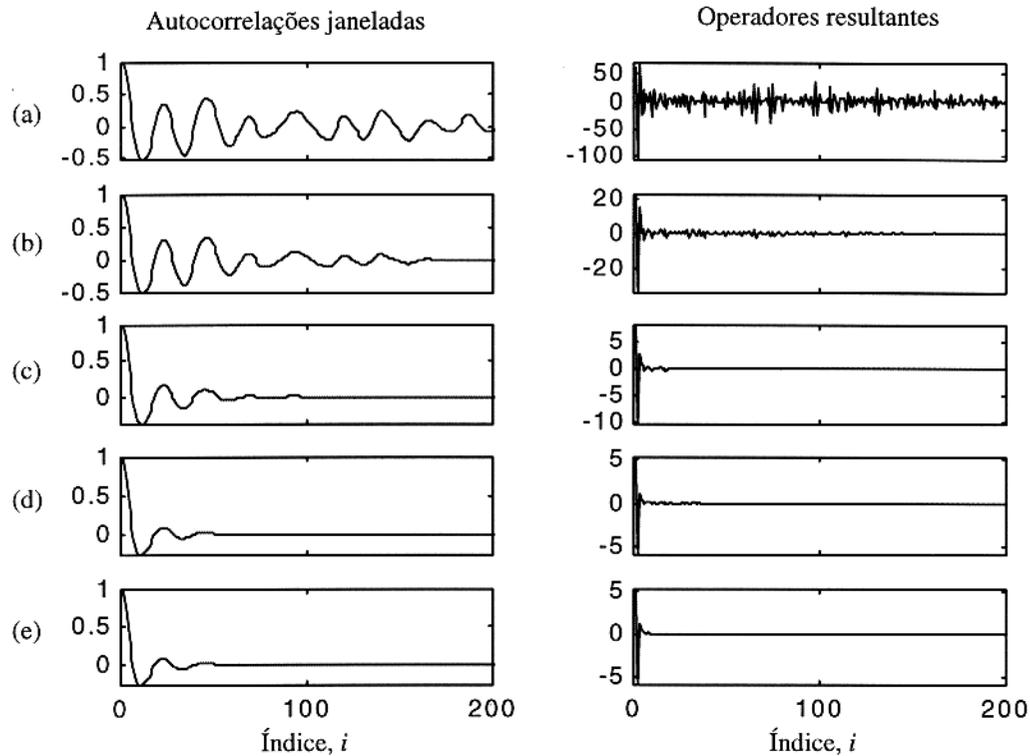


Figura 4.32 – Na coluna esquerda estão os resultados das diferentes janelas: (a) retangular, (b) triangular, (c) exponencial de decaimento 30, (d) exponencial de decaimento 15 e (e) exponencial de decaimento 5, exibidas na Figura 4.31, aplicadas sobre o trecho escolhido da autocorrelação, havendo eliminação das ondulações com o decaimento da janela. Na coluna direita estão os operadores obtidos com as autocorrelações janeladas, onde:

- (a) a presença de flutuações ao longo do operador, sendo ruim seu resultado na deconvolução (ver Figura 4.33, letra a);
- (b) a redução da quantidade e amplitude das flutuações ao longo do operador, havendo com isto melhora na deconvolução, porém, apresentando flutuações de pequena amplitude na saída do filtro (ver Figura 4.33, letra b);
- (c) considerável eliminação das flutuações do operador reduzindo com isto as flutuações da saída do filtro, sendo este o melhor resultado (ver Figura 4.33, letra c);
- (d) que o operador é composto de 4 pontos significativos seguido de uma longa cauda não significativa, resultando numa pequena perda na capacidade de compressão dos eventos (ver Figura 4.33, letra d);
- (e) a forma do operador se aproxima a de um impulso, havendo perda na capacidade de comprimir os eventos (ver Figura 4.33, letra e).

Resultados das deconvoluções

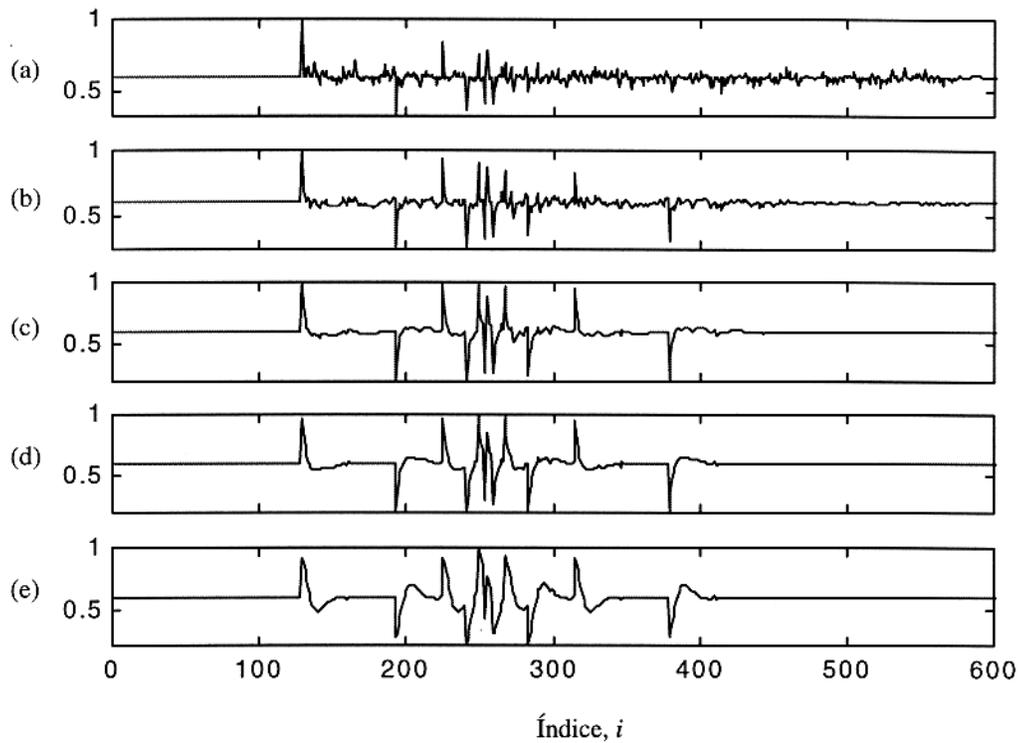


Figura 4.33 – Resultados da aplicação dos operadores da Figura 4.31 (direita) sobre o traço da Figura 4.28, onde:

- (a) há presença de muitas flutuações na saída do filtro devido o operador apresentar flutuações em seu conteúdo [ver Figura 4.32 (letra a, direita)];
- (b) há uma melhora no resultado da deconvolução, porém, ainda com flutuações na saída do filtro [ver Figura 4.32, letra b, direita];
- (c) este é o melhor resultado obtido de deconvolução, onde o operador comprimiu melhor os eventos, de maneira igual em todo o traço, e gera poucas flutuações na saída do filtro [ver Figura 4.32, letra c, direita];
- (d) o operador começa a perder sua capacidade de compressão [ver Figura 4.32, letra d, direita].
- (e) o operador perdeu parte de sua capacidade de compressão [ver Figura 4.32, letra e, direita].

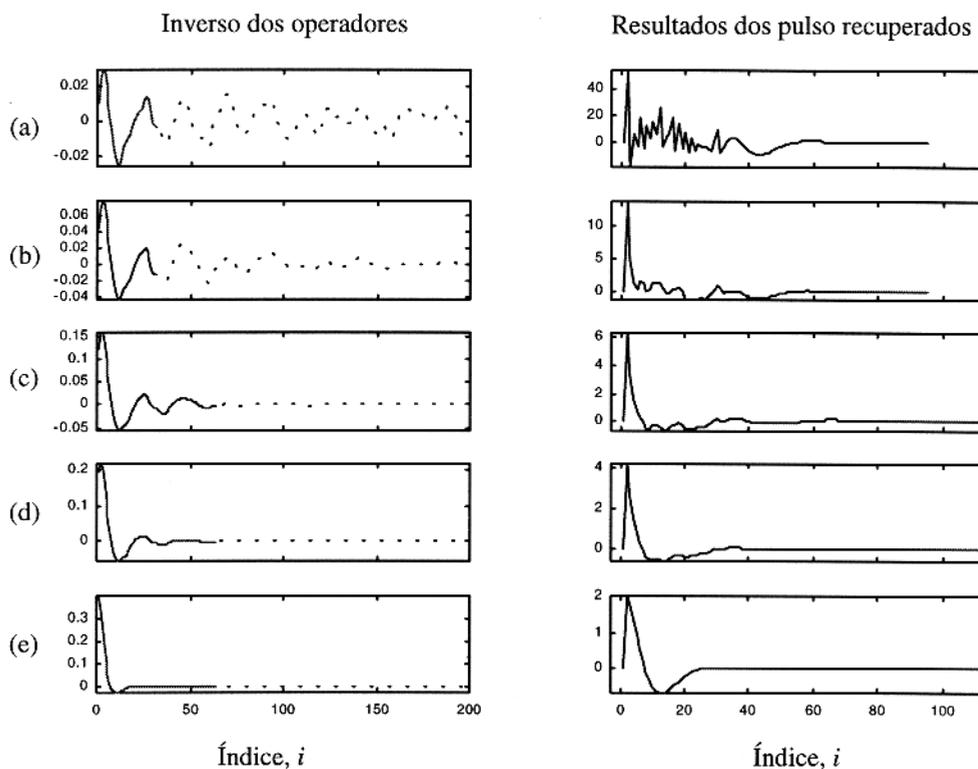


Figura 4.34 – Na coluna esquerda estão sobrepostas duas linhas. A linha pontilhada é o inverso do operador total da Figura 4.32 (direita), e a linha contínua é o pulso recuperado correspondendo apenas ao trecho inicial. Na direita, estão os resultados das aplicações dos inversos dos pulsos recuperados (trecho inicial do inverso do operador) sobre o pulso-fonte, onde:

- (a) o inverso do operador apresenta muitas ondulações. O trecho que melhor representa a forma do pulso-fonte corresponde aos primeiros 32 pontos deste inverso;
- (b) há uma redução na quantidade de ondulações no inverso do operador. O trecho que melhor representa a forma do pulso-fonte corresponde aos primeiros 32 pontos;
- (c) há uma redução considerável das ondulações no inverso do operador. Os primeiros 64 pontos se assemelham bem a forma do pulso-fonte;
- (d) o inverso do operador torna-se cada vez mais fase-mínima, com isto os 64 primeiros pontos são uma versão fase-mínima do pulso-fonte;
- (e) o pulso recuperado se assemelha a um impulso. O inverso perde a capacidade de compressão.

4.4. COMPRIMENTO E FORMA DE JANELAS PARA O OPERADOR

Se a autocorrelação da componente observada não apresenta necessidade de janela especial, o operador é calculado sob janela retangular e sua forma analisada. Se houver muitas flutuações em seu conteúdo, aplicamos o mesmo princípio utilizado na autocorrelação. Para exemplificar, deconvolvemos o traço da Figura 4.14, estando sua autocorrelação exibida na Figura 4.20. Há uma série de ondulações, não havendo aparentemente necessidade de janelamento.

O operador obtido, sob janela retangular, está ilustrado na Figura 4.35, e indica necessidade da aplicação de uma janela especial. Realizamos 5 experimentos, com janelas diferentes no operador, cujas formas estão ilustradas na Figura 4.35.

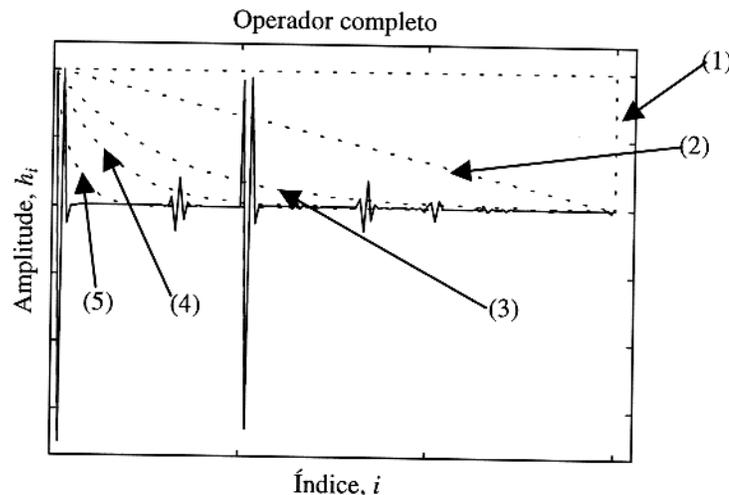


Figura 4.35 – A linha contínua é o operador deconvolucional obtido pela aplicação de uma janela retangular num trecho da autocorrelação da Figura 4.20. Em linha pontilhada estão as diferentes janelas aplicadas no operador, sendo elas: (1) retangular, (2) triangular, (3) exponencial de decaimento 30, (4) exponencial de decaimento 15 e (5) exponencial de decaimento 5. Figura gerada para ilustração.

Os operadores janelados estão graficados na Figura 4.36, mostrando a redução do segundo trecho significativo até a eliminação, juntamente com as flutuações de pequena amplitude conforme o decaimento da janela aplicada. Os resultados com os operadores janelados estão graficados na Figura 4.37. O melhor resultado obtido é com a aplicação da janela exponencial de decaimento 15 (letra c). Há uma boa compressão dos eventos, sendo o desempenho do operador igual em todos os pontos do traço.

Na Figura 4.38 estão os inversos dos operadores janelados. O pulso recuperado se torna mais fase-mínima em função do decaimento da janela aplicada no operador.

Uma outra maneira de tratar o operador é aplicar janelas no seu inverso, ajustando o comprimento ao do pulso recuperado. Para tal, é importante utilizar o maior número de pontos da autocorrelação, o que garante que o pulso estimado esteja mais próximo da forma do pulso-fonte, como ilustra as Figuras 4.39-42.

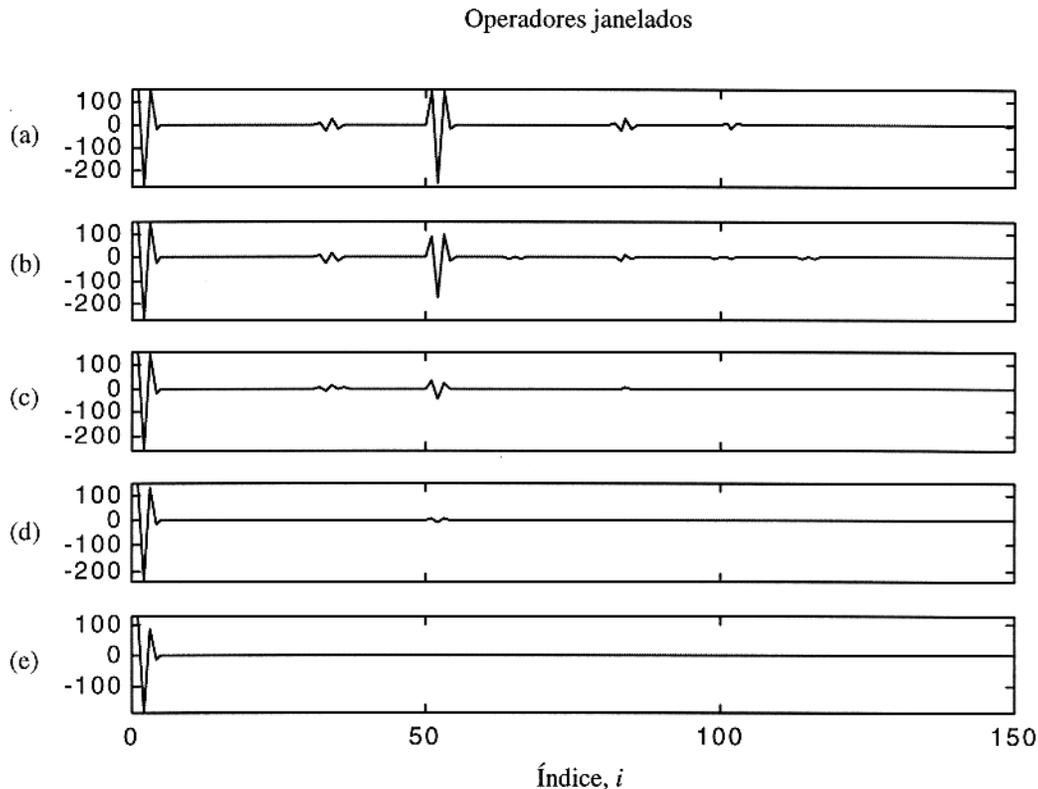


Figura 4.36 – Operadores janelados mostrando a suavização das pequenas flutuações existentes no trecho do operador até a eliminação conforme o decaimento das janelas: (a) retangular; (b) triangular; (c) exponencial de decaimento 30; (d) exponencial de decaimento 15; (e) exponencial de decaimento 5.

Foram realizados 4 experimentos para exemplificar o feito do janelamento no inverso do operador e a importância da quantidade de pontos da autocorrelação. Operadores foram obtidos sob janela retangular no trecho selecionado da autocorrelação. As dimensões das janelas aplicadas no inverso do operador são diferentes.

Nas Figuras 4.39 a 4.42 em linha pontilhada na parte (a) estão os inversos totais dos operadores da Figura 4.15 (coluna direita), e em linha contínua o trecho inicial do inverso do operador. Na parte (b) estão os operadores deconvolucionais obtidos invertendo os trechos

iniciais em linha contínua das partes (a). Na parte (c) está o resultado da aplicação do operador deconvolucional [graficado na parte (b)] sobre o traço da Figura 4.14.

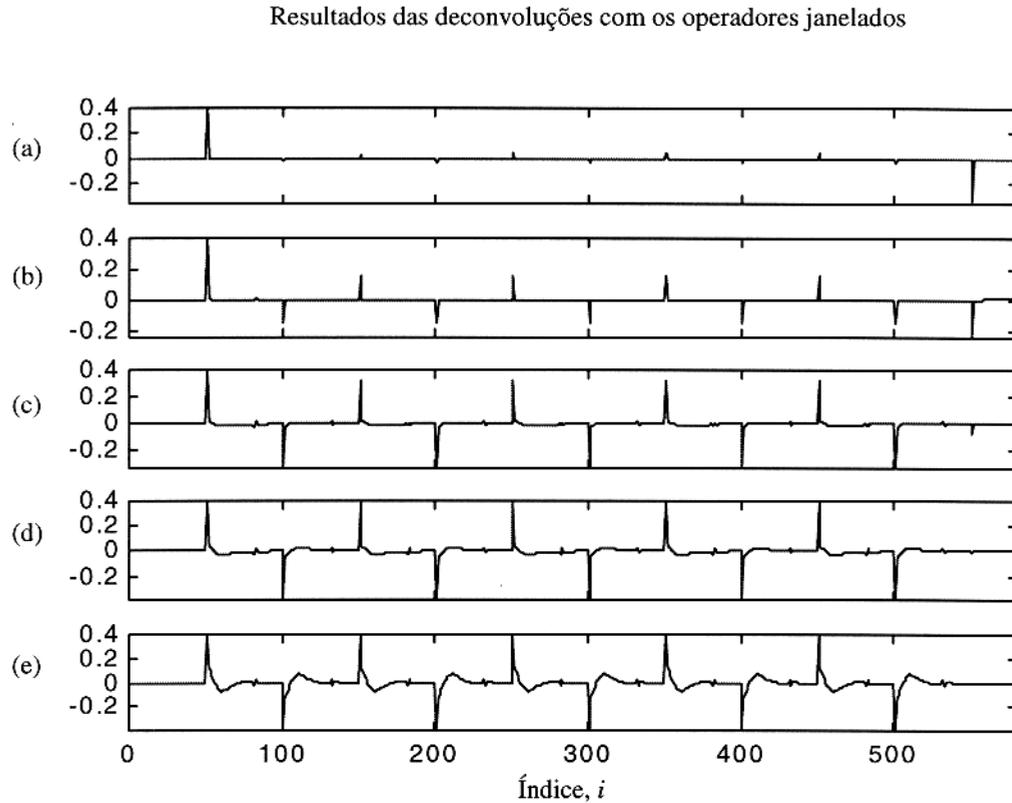


Figura 4.37 – Resultados da aplicação convolucional dos operadores da Figura 4.36 sobre o traço da Figura 4.14, onde:

- (a) o resultado da deconvolução não é bom, devido ao operador apresentar dois trechos significativos em seu conteúdo (ver Figura 4.36, letra a);
- (b) há uma melhora no resultado da deconvolução, porém o operador não comprime por igual o traço;
- (c) este é o melhor resultado de deconvolução deste experimento;
- (d) o operador começa apresentar pequena perda de capacidade de compressão;
- (e) há um aumento da perda na capacidade de comprimir os eventos.

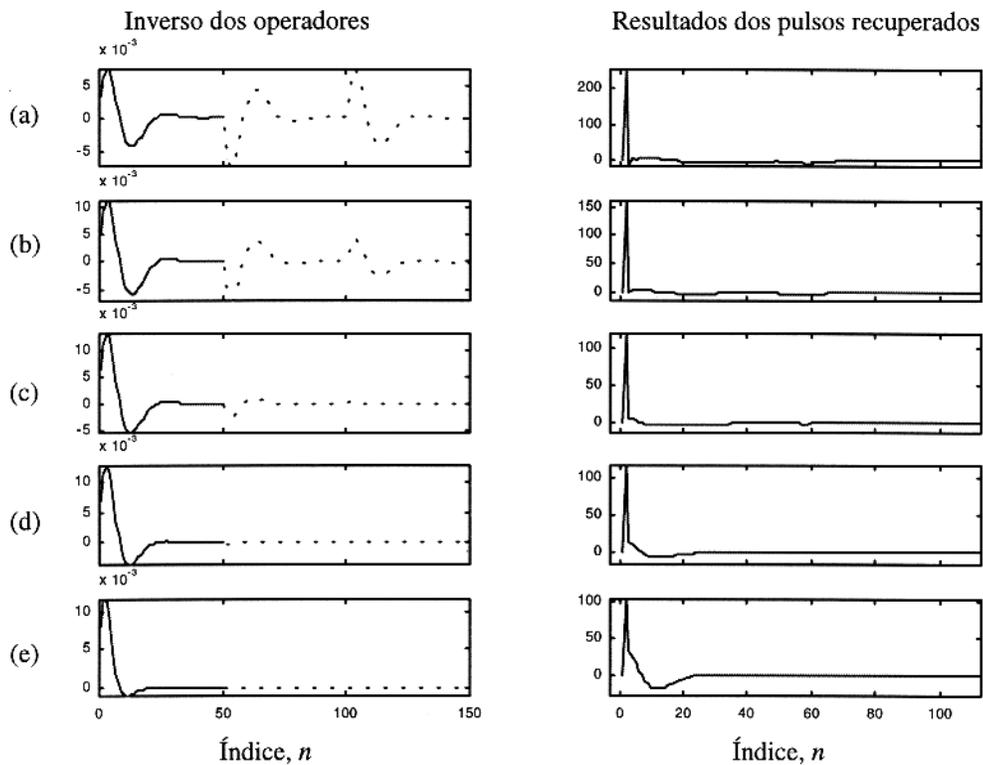


Figura 4.38 – Na coluna esquerda estão sobrepostas duas linhas. A pontilhada é o inverso do operador total da Figura 4.36, e a contínua é o pulso recuperado correspondendo apenas ao trecho inicial. Na direita estão os resultados das aplicações dos inversos dos pulsos recuperados, trecho inicial do inverso do operador, sobre o pulso-fonte, onde nas letras (a), (b) e (c) tem forma semelhante ao do pulso-fonte devido seus inversos comprimirem bem o pulso-fonte a um impulso. A forma dos pulsos recuperados das letras (d) e (e) começam a se afastar da forma do pulso-fonte.

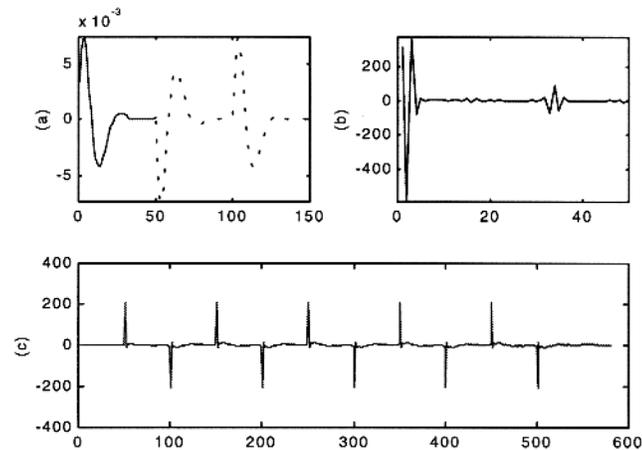


Figura 4.39 – (a) Inverso do operador da Figura 4.15 (coluna direita) obtido com a aplicação de uma janela retangular de 150 pontos sobre a autocorrelação. Em linha contínua estão os trechos janelados a serem utilizados como um novo inverso do novo operador. (b) O novo operador deconvolucional obtido invertendo o trecho janelado da parte (a). (c) Resultado da aplicação convolucional do novo operador sobre o traço da Figura 4.14. O novo operador comprimiu bem os eventos, indicando que o janelamento funcionou como desejado.

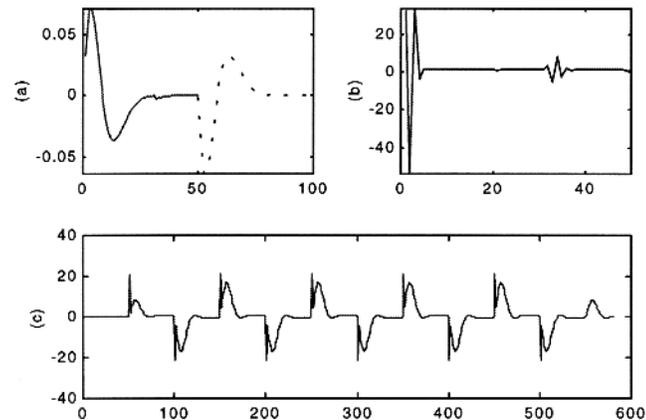


Figura 4.40 – (a) Inverso do operador da Figura 4.15 (coluna direita) obtido com a aplicação de uma janela retangular de 100 pontos sobre a autocorrelação. Em linha contínua estão os trechos janelados a serem utilizados como um novo inverso do novo operador. (b) O novo operador deconvolucional obtido invertendo o trecho janelado da parte (a). (c) Resultado da aplicação convolucional do novo operador sobre o traço da Figura 4.14. O novo operador não comprimiu satisfatoriamente os eventos indicando que o janelamento não funcionou bem.

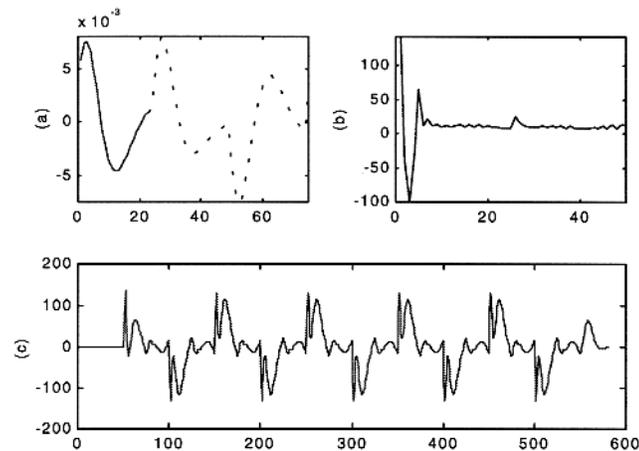


Figura 4.41 – (a) Inverso do operador da Figura 4.15 (coluna direita) obtido com a aplicação de uma janela retangular de 75 pontos sobre a autocorrelação. Em linha contínua estão os trechos janelados a serem utilizados como um novo inverso do novo operador. (b) O novo operador deconvolucionar obtido invertendo o trecho janelado da parte (a). (c) Resultado da aplicação convolucionar do novo operador sobre o traço da Figura 4.14. O novo operador não comprimiu satisfatoriamente os eventos indicando que o janelamento não funcionou aumentando a degradação.

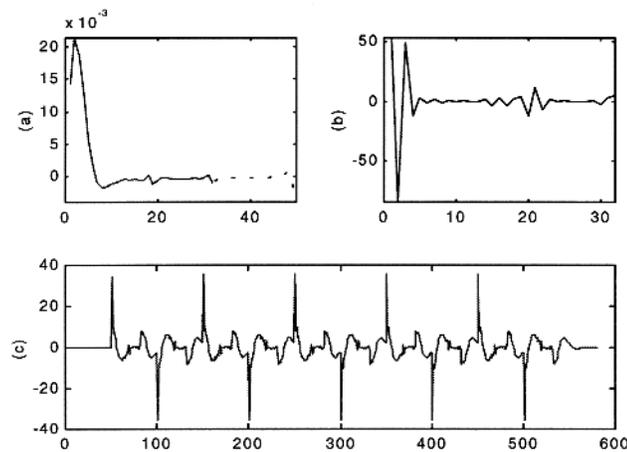


Figura 4.42 – (a) Inverso do operador da Figura 4.15 (coluna direita) obtido com a aplicação de uma janela retangular de 50 pontos sobre a autocorrelação. Em linha contínua estão os trechos janelados a serem utilizados como um novo inverso do novo operador. (b) O novo operador deconvolucionar obtido invertendo o trecho janelado da parte (a). (c) Resultado da aplicação convolucionar do novo operador sobre o traço da Figura 4.14. O novo operador comprimiu os eventos, porém gera na saída do filtro ondulações no lado do evento comprimido, indicando que o janelamento não funcionou aumentando ainda mais a degradação.

4.5. CONCLUSÕES PARCIAIS

O filtro de deconvolução ao impulso desempenha bem as tarefas de compressão dos eventos e de recuperação da forma do pulso-fonte, utilizando para isto apenas informações existentes no traço sísmico.

Há uma degradação do desempenho do filtro quando o traço contém ruído. Nesta situação, o operador não comprime os eventos com êxito, surgindo flutuações na saída do filtro que dificultam a interpretação. Com ruído presente, o pulso recuperado se afasta da forma do pulso-fonte.

Uma das premissas do filtro de deconvolução ao impulso é que a distribuição dos coeficientes de reflexão é uma série branca, quando esta premissa não é satisfeita os coeficientes do filtro apresentam flutuações indesejáveis que comprometem a resolução.

Nos experimentos ilustrados neste capítulo, o filtro apresenta melhora nos resultados em função da variação no comprimento e forma da janela aplicada na autocorrelação e no operador. Cada traço requer uma janela seletiva para que haja melhora no resultado do filtro.

As janelas aplicadas na autocorrelação eliminam gradativamente as ondulações existentes em função do decaimento. Isto resulta na supressão das flutuações presentes no operador, melhorando seu desempenho, e aproxima o pulso recuperado à forma do pulso-fonte. As janelas de decaimento rápido assemelham o operador a um impulso, havendo, com isto, perda na capacidade de compressão, sendo a forma do pulso recuperado uma versão fase-mínima do pulso-fonte.

As flutuações ao longo do operador foram também eliminadas com a aplicação de janelas seletivas no operador, onde obtemos melhora no resultado de deconvolução e recuperação do pulso-fonte. Com a aplicação de janelas no operador, o pulso recuperado torna-se mais fase-mínima em função do decaimento da janela.

A janela retangular aplicada no inverso do operador foi bem sucedida quando se utiliza um trecho maior da autocorrelação, porque os pontos iniciais do inverso do operador se aproximaram da forma do pulso-fonte.

5. DECONVOLUÇÃO AOS IMPULSOS

No capítulo anterior estimamos a função refletividade e a forma do pulso-fonte utilizando apenas informações existente no traço observado. O objetivo deste capítulo é descrever a operação e recuperação da forma do pulso-fonte. Para o cálculo do operador utilizamos informações da distribuição dos coeficientes de reflexão, enquanto que o filtro de deconvolução ao impulso apenas a considera uma série branca.

No cálculo dos coeficientes, o desejado é a refletividade simples $z_k = r_k$, obtida, por exemplo, através de perfilagem em poço. A equação (3-23) é alterada para a forma:

$$\begin{bmatrix} \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(1) & \phi_{gg}(2) & \cdots & \phi_{gg}(P-1) \\ \phi_{gg}(1) & \phi_{gg}(0) & \phi_{gg}(1) & \cdots & \phi_{gg}(P-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ \phi_{gg}(P-1) & \phi_{gg}(P-2) & \phi_{gg}(P-3) & \cdots & \phi_{gg}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(P-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{rg}(0) \\ \phi_{rg}(1) \\ \vdots \\ \phi_{rg}(P-1) \end{bmatrix}. \quad (5-1)$$

A solução do sistema acima dá o vetor \underline{h} como escrita em (3-41). O algoritmo deste filtro está no Apêndice D.

5.1. APLICAÇÃO DO FILTRO

Para ilustrar, utilizamos o traço da Figura 5.2 obtido a partir da refletividade simples da Figura 5.1. Na Figura 5.3 há uma sobreposição, onde a linha pontilhada é a autocorrelação do traço sintético da Figura 5.2, e a linha contínua é o trecho escolhido da autocorrelação utilizado no cálculo dos coeficientes do filtro. Na Figura 5.4 estão os autovalores da matriz Toeplitz calculada com o trecho escolhido da autocorrelação.

Na Figura 5.5 está o operador calculado pela expressão (5-1) com todos os autovalores da matriz Toeplitz. Os 4 primeiros valores são significativos, e estão seguidos de uma longa cauda com flutuações. O resultado da aplicação convolucional deste operador está na Figura 5.6, com uma sobreposição, onde a linha pontilhada é o traço sísmico sintético, entrada do filtro, e a linha contínua é a saída do filtro. O operador comprime os eventos sísmicos a uma forma que se assemelha a um impulso seguido de uma ondulação. O reverso do inverso do operador se assemelha ao pulso-fonte, como mostra a Figura 5.7.

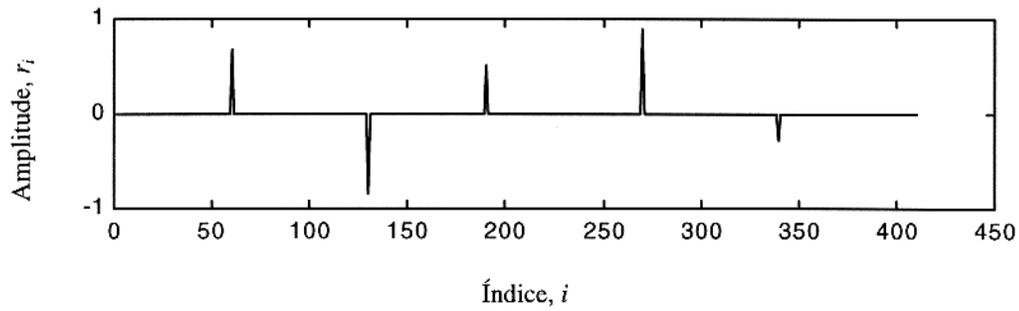


Figura 5.1 – Função refletividade simples. $\Delta t = 1$.

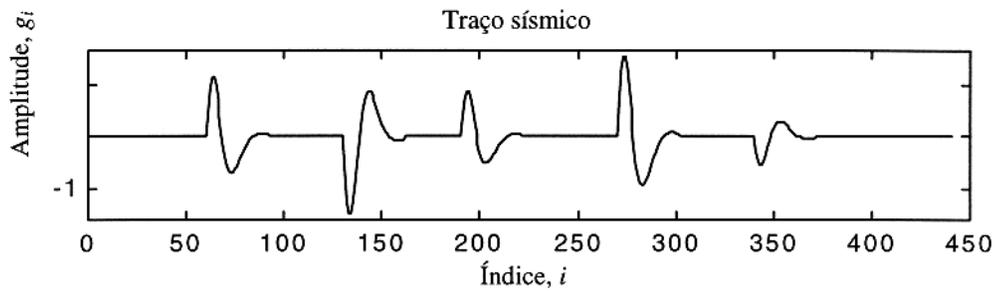


Figura 5.2 – Traço sintético com a refletividade simples da Figura 5.1.

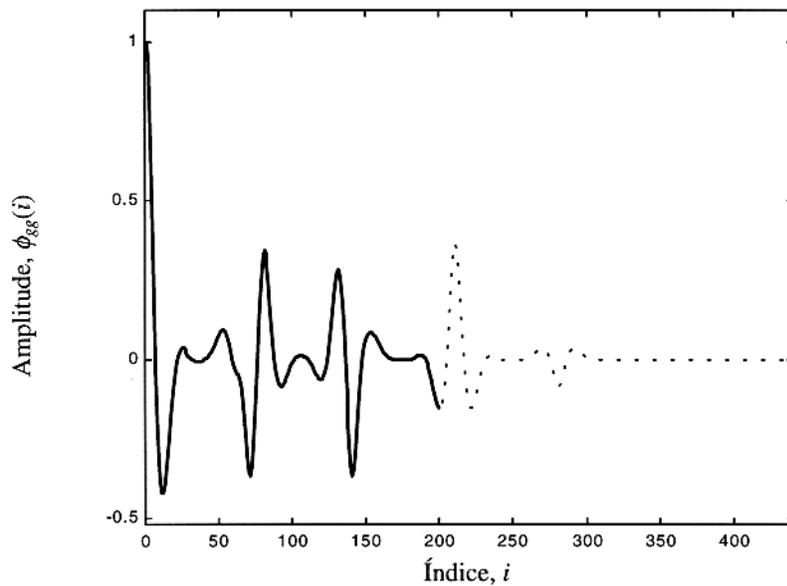


Figura 5.3 – A linha pontilhada é a autocorrelação do traço sísmico da Figura 5.2. A linha contínua é o trecho da autocorrelação utilizado no cálculo do operador.

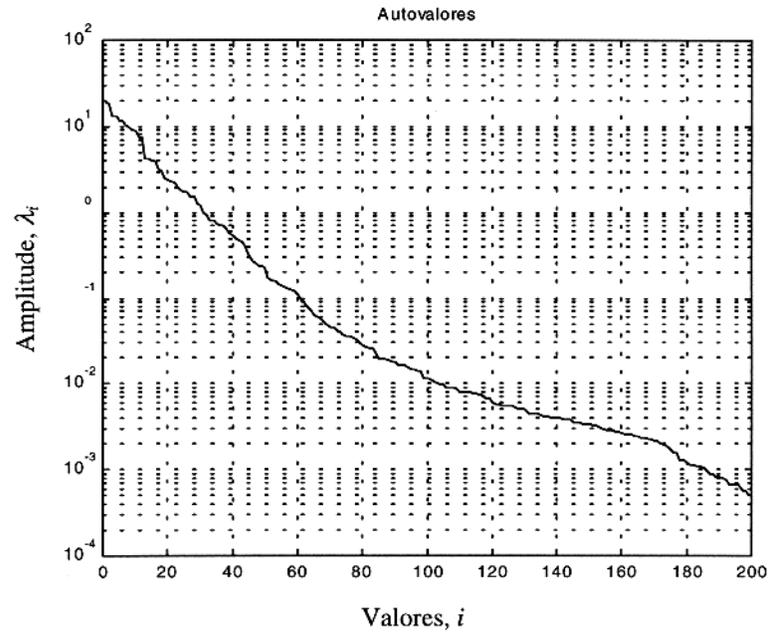


Figura 5.4 – Autovalores da matriz Toeplitz calculada com o trecho janelado da autocorrelação da Figura 5.3.

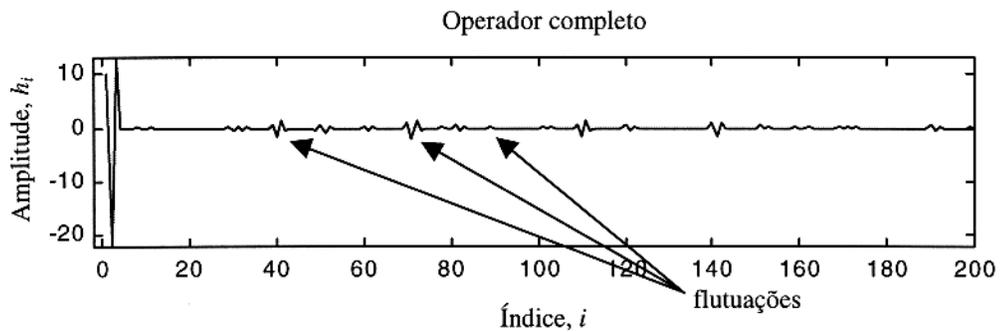


Figura 5.5 – Operador deconvolucional obtido com os pontos janelados da autocorrelação. Os valores significativos são limitados aos 4 primeiros, neste exemplo, e ele contém algumas flutuações de pequena amplitude ao seu longo. $\Delta t = 1$.

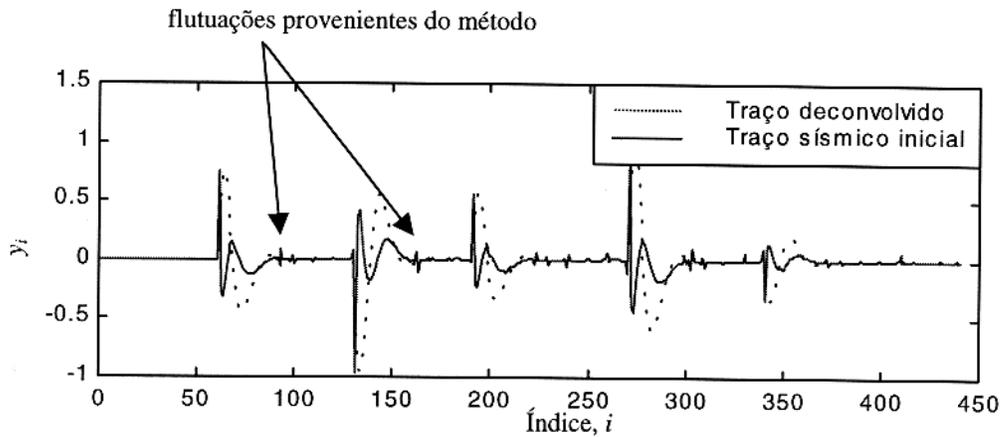


Figura 5.6 – Resultado da deconvolução mostra uma boa compressão dos eventos e com poucas flutuações.

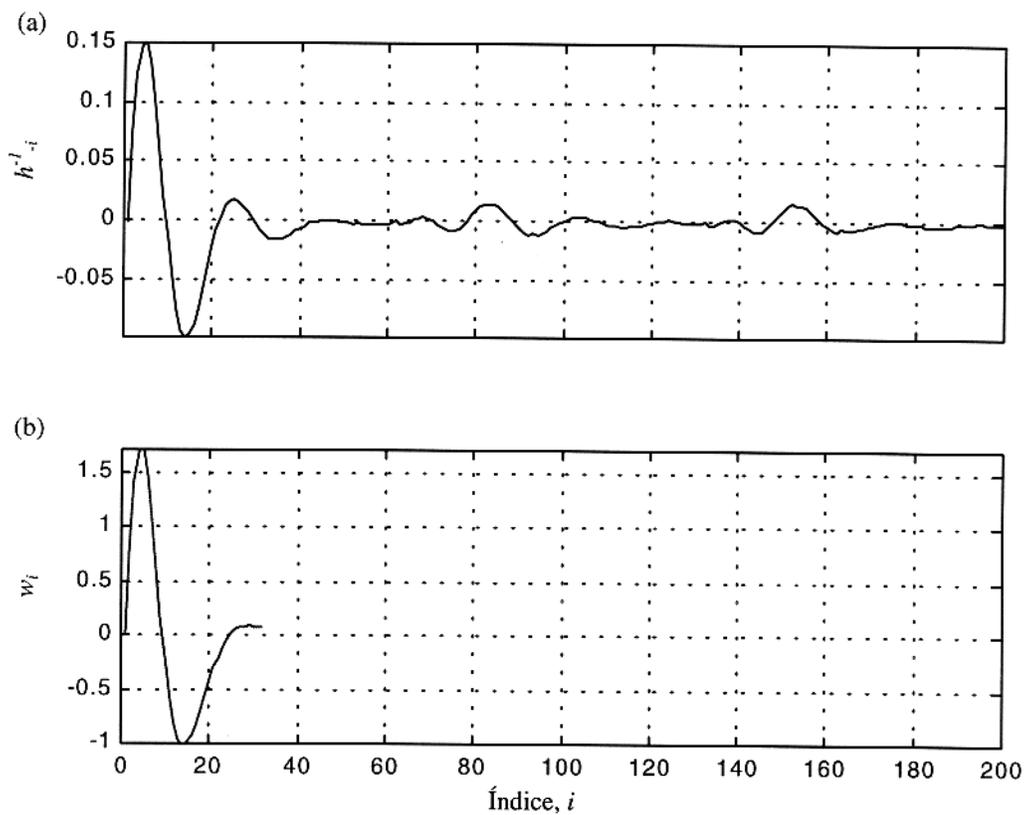


Figura 5.7 – (a) Reverso do inverso do operador deconvolucional, onde o trecho inicial tem o aspecto do pulso-fonte seguido de uma longa cauda que contém algumas ondulações. (b) Pulso-fonte original para comparação.

5.2. EFEITO DO RUÍDO

Para avaliar o efeito de ruído no desempenho do filtro, realizamos a deconvolução de cinco traços com diferentes níveis de ruídos (Figura 5.8).

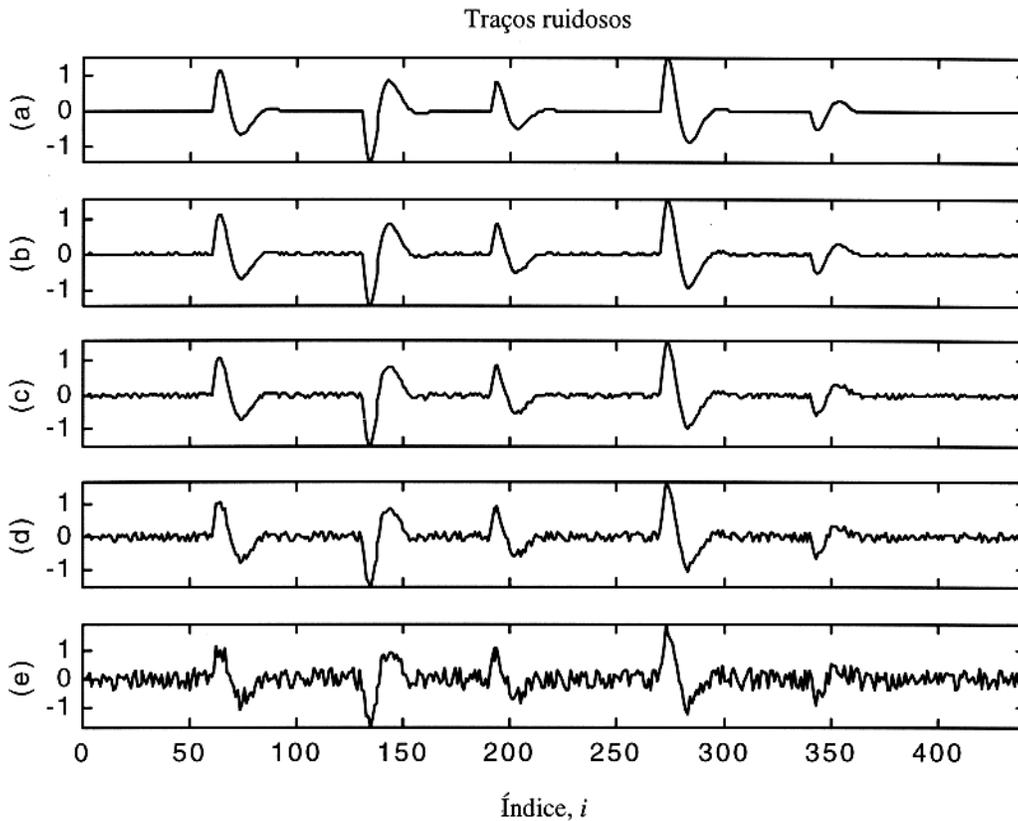


Figura 5.8 – Cinco traços com diferentes níveis de ruído. A razão sinal/ruído, S/R , destes traços estão na Figura 5.9, medidas pela razão das variâncias.

O valor da razão sinal/ruído (S/R) adotado é o número definido pela variância estatística:

$$\frac{S}{R} = \frac{\frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q [s_i - \bar{s}]^2}{\frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q [n_i - \bar{n}]^2}, \quad \text{onde } \bar{n} = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q n_i \text{ e } \bar{s} = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q s_i. \quad (5-2)$$

s_i é o sinal sintético sem ruído, n_i é o ruído empregado, Q é o número de amostras, e \bar{s} e \bar{n} são as médias amostrais.

O aumento do nível de ruído no traço sísmico diminui o valor da razão S/R , como mostra a Figura 5.9, onde estão os valores de S/R dos traços da Figura 5.8. O primeiro traço da Figura 5.8 não contém ruído aditivo.

O desempenho do filtro de deconvolução ao impulso está diretamente relacionado com o valor da razão S/R . Diminuindo esta razão há uma diminuição no desempenho do filtro, como ilustrado na Figura 5.10 (coluna direita), onde estão as saídas do filtro cujas entradas são os traços da Figura 5.8.

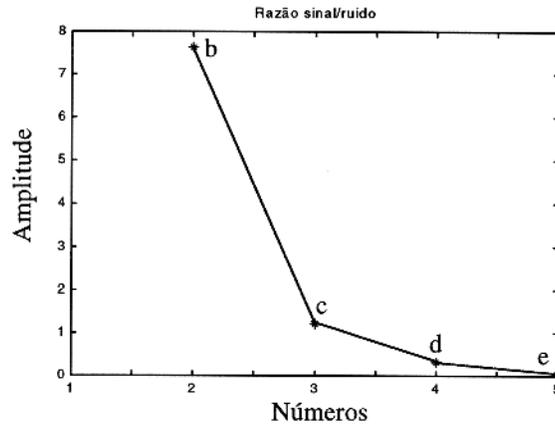


Figura 5.9 – Valores das razões S/R dos traços da Figura 5.8. O primeiro traço (Figura 5.8, letra a) não contém ruído aditivo.

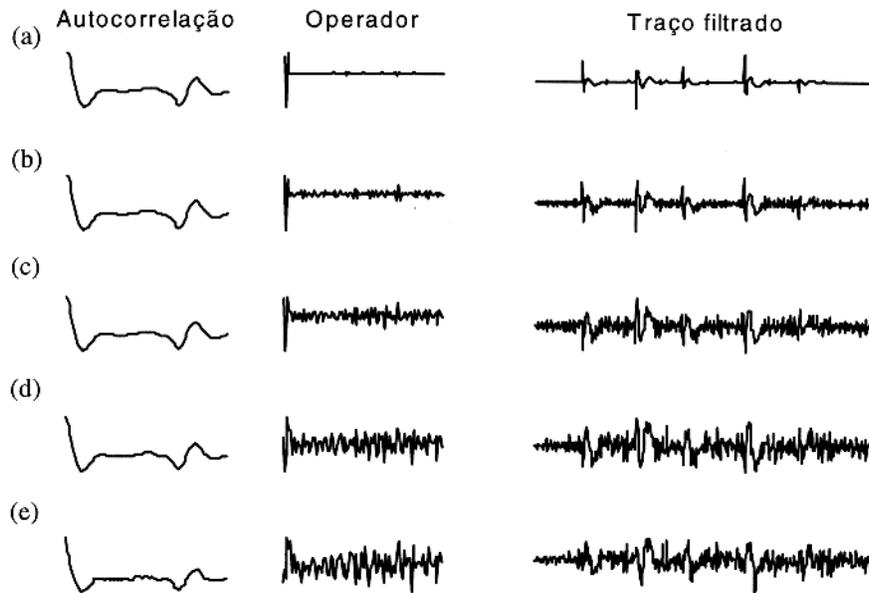


Figura 5.10 – Na coluna esquerda está o trecho escolhido da autocorrelação dos respectivos traços da Figura 5.8 sob janela retangular, onde o aumento do nível de ruído é o responsável pelo aparecimento de pequenas flutuações ao longo da autocorrelações. Na coluna central estão os operadores obtidos com as autocorrelações janeladas. O aumento na amplitude das flutuações na autocorrelação provoca flutuações ao longo do operador, degradando a forma em função da razão sinal/ruído. Na coluna direita estão as deconvoluções sobre os traços da Figura 5.8, onde a degradação na saída é função do aumento das amplitudes das flutuações existentes ao longo do operador. $\Delta t = 1$.

Na Figura 5.10, coluna esquerda, estão as autocorrelações do traço sintético, onde o ruído é responsável pelo aparecimento de pequenas flutuações ao longo da autocorrelação. Tais flutuações degradam a forma do operador em função do aumento do nível de ruído no traço (coluna central). A consequência da degradação da forma do operador é o empobrecimento do desempenho do filtro, como ilustrado na coluna direita da Figura 5.10.

Na Figura 5.11 estão graficados o inverso dos operadores da coluna central da Figura 5.10. A melhor recuperação de forma do pulso-fonte está relacionada ao operador de melhor desempenho na deconvolução. A forma do pulso-fonte recuperado degrada em função da diminuição da S/R .

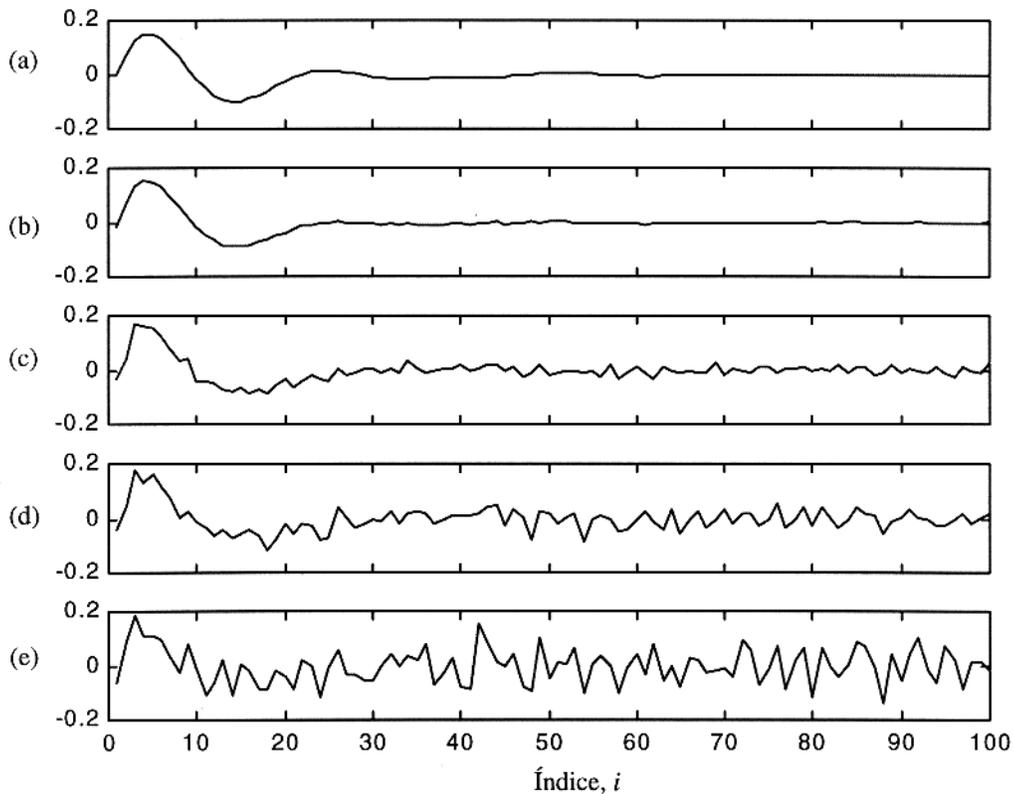


Figura 5.11 – Pulsos-fontes recuperados pelos reversos dos inversos dos operadores graficados na Figura 5.10 (coluna central). A forma do pulso-fonte recuperado é degradada em função do nível de ruído do traço sísmico.

5.3. COMPRIMENTO E FORMA DA JANELA PARA A AUTOCORRELAÇÃO

O desempenho do filtro de deconvolução aos impulsos sofre o efeito da quantidade e densidade dos eventos do traço sísmico. No entanto, como este filtro utiliza informações dos coeficientes de refletividade, o efeito é diferente do observado no filtro de deconvolução ao impulso.

Para exemplificar o janelamento na autocorrelação e verificar os seus efeitos foram realizados vários experimentos, nos quais utilizamos diferentes formas e comprimentos de janelas sobre a autocorrelação.

No primeiro experimento, avaliamos os efeitos do comprimento das janelas retangulares. Para isto, deconvolvemos 5 vezes o traço sísmico da Figura 4.14, e para cada deconvolução foi aplicada uma janela retangular de comprimento diferente na autocorrelação. Os trechos janelados são os da coluna esquerda da Figura 5.12, e na coluna direita estão os respectivos operadores obtidos. A redução do comprimento das janelas retangulares diminui a quantidade das ondulações na autocorrelação. Isto implica em uma menor quantidade de flutuações no operador (Figura 5.12) não alterando considerável os resultados. As diferentes janelas retangulares alteram as condições da matriz Toeplitz (Figura 5.13).

Na Figura 5.14 estão os resultados dos operadores da Figura 5.12 (coluna direita) sobre o traço da Figura 4.14. Não há alteração considerável no resultado da deconvolução em função do comprimento da janela retangular. O trecho final do inverso do operador deconvolucional tem uma forma semelhante ao reverso do pulso-fonte devido o filtro utilizar a distribuição dos coeficientes de reflexão, como mostra a Figura 5.15.

No filtro de deconvolução ao impulso, o trecho inicial do inverso do operador, o qual denominamos de w_r , é a melhor representação do pulso-fonte; w_r^{-1} comprime bem o pulso-fonte à forma de um impulso. No filtro de deconvolução aos impulsos, o reverso do inverso do operador, w_r , é formado pelo trecho que contém a maior quantidade de pontos com a menor quantidade possível de ondulações (Figura 5.16).

Na Figura 5.17, coluna esquerda, estão os reversos dos inversos dos operadores da Figura 5.12 (coluna direita), onde há um aumento na quantidade de ondulações no conteúdo do pulso-fonte recuperado, o que não altera consideravelmente a capacidade de seu inverso de comprimir o pulso-fonte.

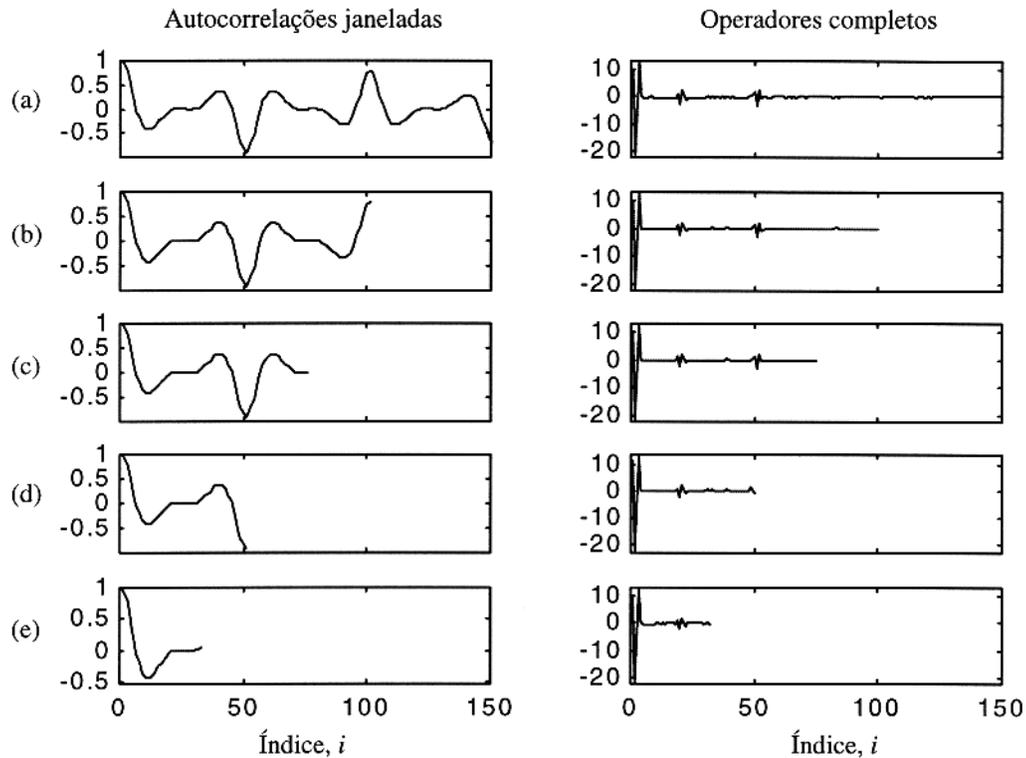


Figura 5.12 – Na coluna esquerda estão os trechos escolhidos da autocorrelação sob janelas retangulares de comprimentos diversos: (a) 150 pontos, (b) 100 pontos, (c) 75 pontos, (d) 50 pontos e (e) 32 pontos. A quantidade de ondulações diminuiu com a redução do comprimento da janela. Na coluna direita estão os operadores calculados com as respectivas autocorrelações janeladas, sendo observado a diminuição na quantidade de flutuações em função da redução do comprimento da janela aplicada. $\Delta t = 1$.

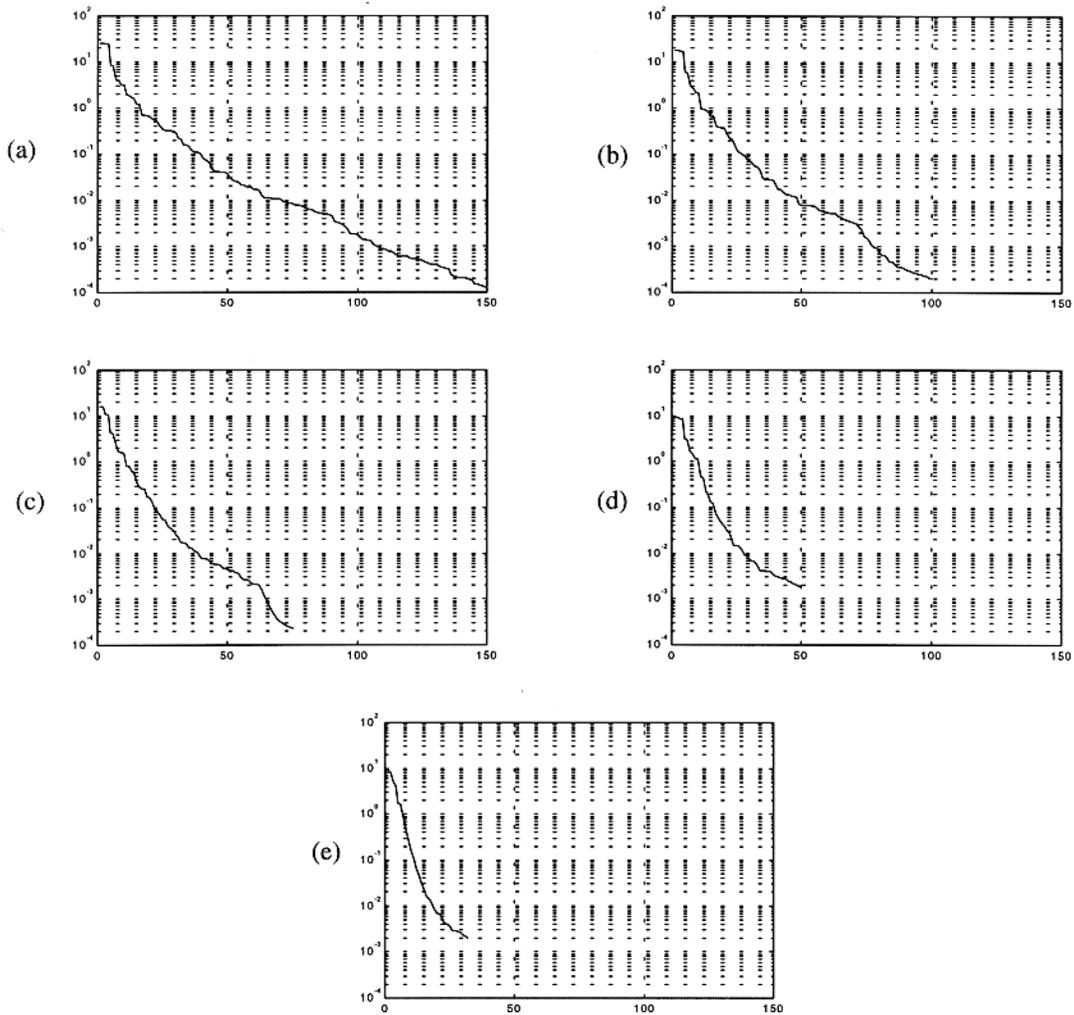


Figura 5.13 - Autovalores da matriz Toeplitz calculada para os trechos janelados da autocorrelação do traço da Figura 5.12, lado esquerdo. Os diferentes comprimentos na janela retangular não alteram muito a condição da matriz Toeplitz sendo o valor da condição para as letras (a), (b) e (c) igual a $\lambda_{\max}/\lambda_{\min} \approx 10^5$, e para as letras (d) e (e) igual a $\lambda_{\max}/\lambda_{\min} \approx 10^4$.

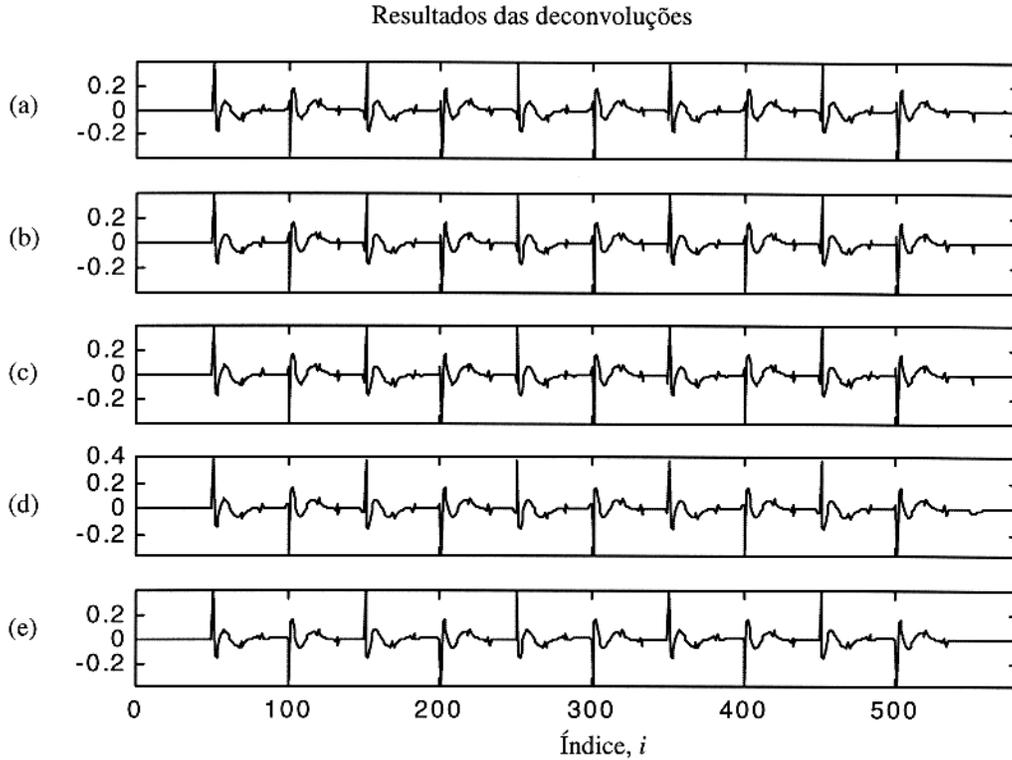


Figura 5.14 – Resultado da aplicação do operador da Figura 5.12 (direita) sobre o traço da Figura 4.14, onde os diferentes comprimentos de janelas retangulares não alteram consideravelmente os resultados das deconvoluções. $\Delta t = 1$.

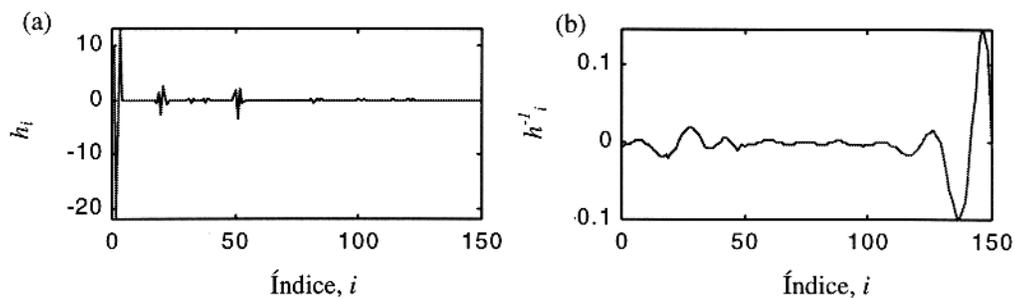


Figura 5.15 – (a) Operador da Figura 5.12 (letra a, direita) repetido aqui por conveniência; (b) Inverso do operador graficado na (letra a), onde o trecho final do inverso é semelhante à forma reversa do pulso-fonte. $\Delta t = 1$.

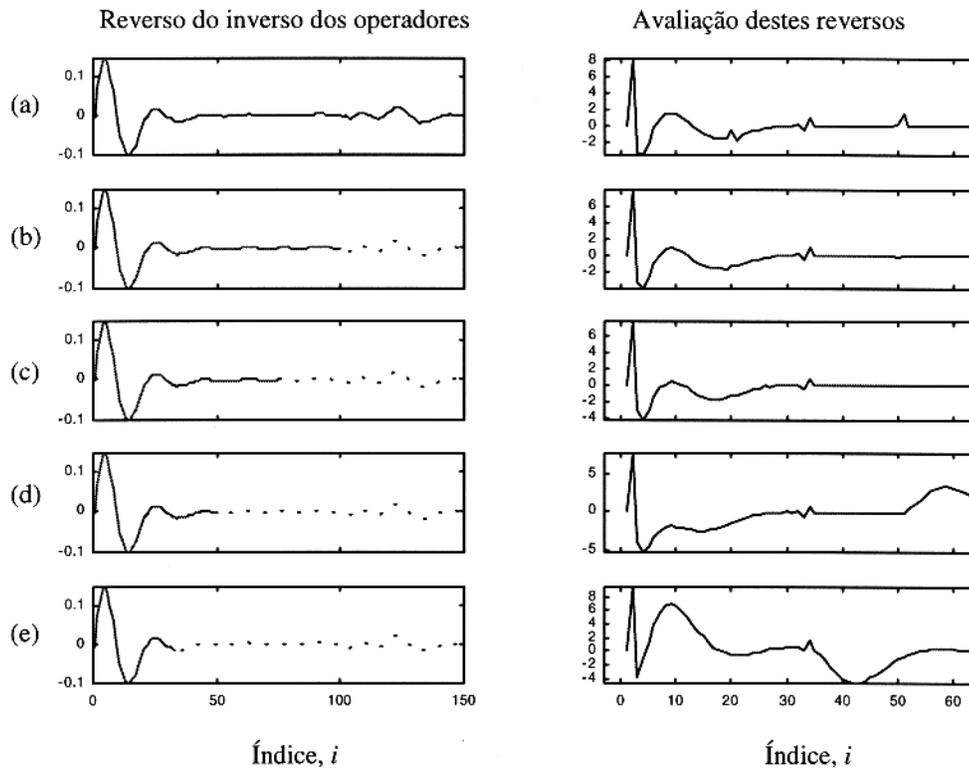


Figura 5.16 – Na coluna esquerda há uma sobreposição de linhas. A pontilhada é o reverso do inverso do operador da Figura 5.12 (letra a, direita), e a contínua é o trecho deste reverso que representa a forma do pulso-fonte. Na coluna direita estão os resultados das aplicações dos inversos dos reversos dos trechos contínuos destacados na coluna esquerda, novo operador, sobre o pulso-fonte, onde:

- (a) houve, além da compressão do pulso-fonte, pequenas flutuações resultantes das ondulações contidas no reverso do inverso do operador;
- (b) o novo operador comprime o pulso-fonte gerando com isto poucas flutuações;
- (c) o resultado da compressão é bem semelhante ao resultado do item anterior;
- (d) o novo operador comprime os eventos, porém gera nesta compressão uma ondulação indesejada;
- (e) o novo operador não comprime bem o pulso-fonte;

Os trechos que melhor comprimem o pulso-fonte corresponde aos de maior quantidade de pontos utilizados do reverso do inverso do operador, contendo a menor quantidade de ondulações em seu conteúdo. $\Delta t = 1$.

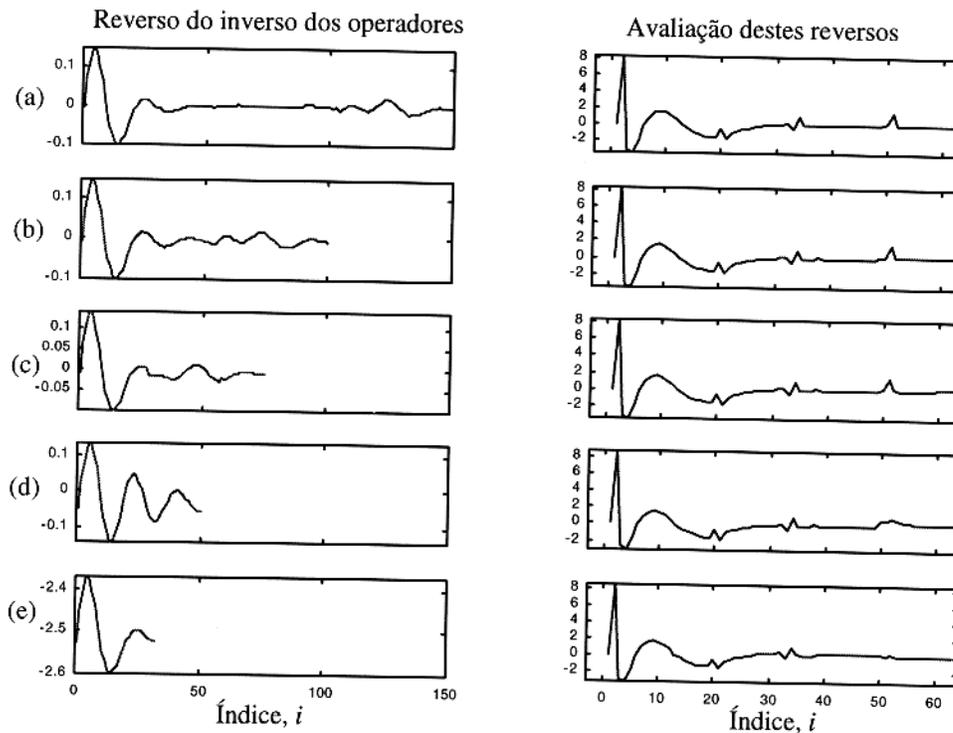


Figura 5.17 – Na coluna esquerda estão os reversos dos inversos dos operadores da Figura 5.12, onde a redução no comprimento da janela retangular aplicada na autocorrelação aumenta a quantidade e amplitude das ondulações que aparecem ao longo dos reversos. Isto não altera muito a capacidade de compressão dos eventos por estes operadores, como na coluna direita, onde estão os resultados das convoluções destes operadores com o pulso-fonte, indicando que as diferenças dos resultados das deconvoluções é muito pequena. $\Delta t = 1$.

O filtro de deconvolução aos impulsos tem sua saída alterada em função da forma da janela aplicada na autocorrelação. Este filtro difere em comportamento do filtro de deconvolução ao impulso com relação a este parâmetro (forma da janela), sendo ilustrado por 5 experimentos utilizando traço da Figura 4.14. A autocorrelação deste traço está na Figura 4.20, com o trecho escolhido utilizado no cálculo dos coeficientes. Na Figura 4.21 estão as janelas aplicadas no trecho escolhido da autocorrelação. O resultado destas janelas estão na Figura 5.18, coluna esquerda. A eliminação gradual das ondulações existentes na autocorrelação em função do decaimento da janela causou o aparecimento de flutuações de amplitude considerável ao longo do operador, o que acarreta em prejuízo na deconvolução e recuperação da forma do pulso-fonte.

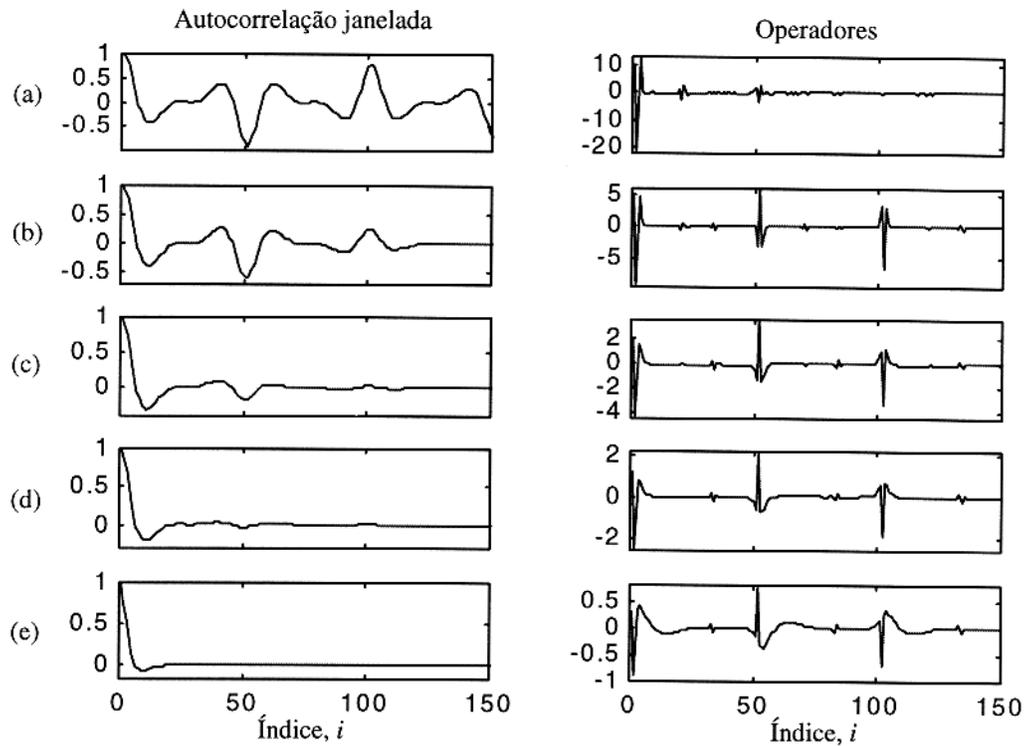


Figura 5.18 – Na coluna esquerda estão os resultados das janelas: (a) retangular, (b) triangular e as exponenciais de decaimento com fator: (c) 30, (d) 15 e (e) 5, aplicadas sobre o trecho escolhido da autocorrelação da Figura 4.21. Há eliminação das ondulações existente em função do decaimento da janela. Na coluna direita estão os respectivos operadores obtidos com as autocorrelações da esquerda, onde:

- o operador apresenta um trecho inicial significativo de 4 pontos seguido de pequenas flutuações, e sendo o responsável pelo melhor resultado na deconvolução (ver Figura 5.19, letra a);
- o operador apresenta três trechos significativos de polaridade alternada. Ela comprime os eventos, porém não de maneira igual em todo o traço (ver Figura 5.19, letra b);
- o operador continua apresentando os três trechos significativos, mas com pequena ondulação em seu início, e implica numa degradação do sinal filtrado (ver Figura 5.19, letra c);
- as ondulações no início dos trechos significativos aumentaram, implicando em maior degradação do sinal filtrado (ver Figura 5.19, letra d);
- os trechos significativos estão acompanhados de sensível ondulação que são responsáveis pela perda da capacidade de compressão e de total degradação do sinal filtrado (ver Figura 5.19, letra e).

Na Figura 5.19 estão os resultados da aplicação dos operadores (Figura 5.18) sobre o traço da Figura 4.14. O melhor resultado foi obtido com a janela retangular na autocorrelação, e a janela exponencial foi prejudicial à deconvolução.

Na Figura 5.20 estão os reversos dos inversos dos operadores (Figura 5.18, coluna direita). O melhor resultado na recuperação da forma do pulso-fonte ocorreu na janela retangular, e os piores resultados com as exponenciais.

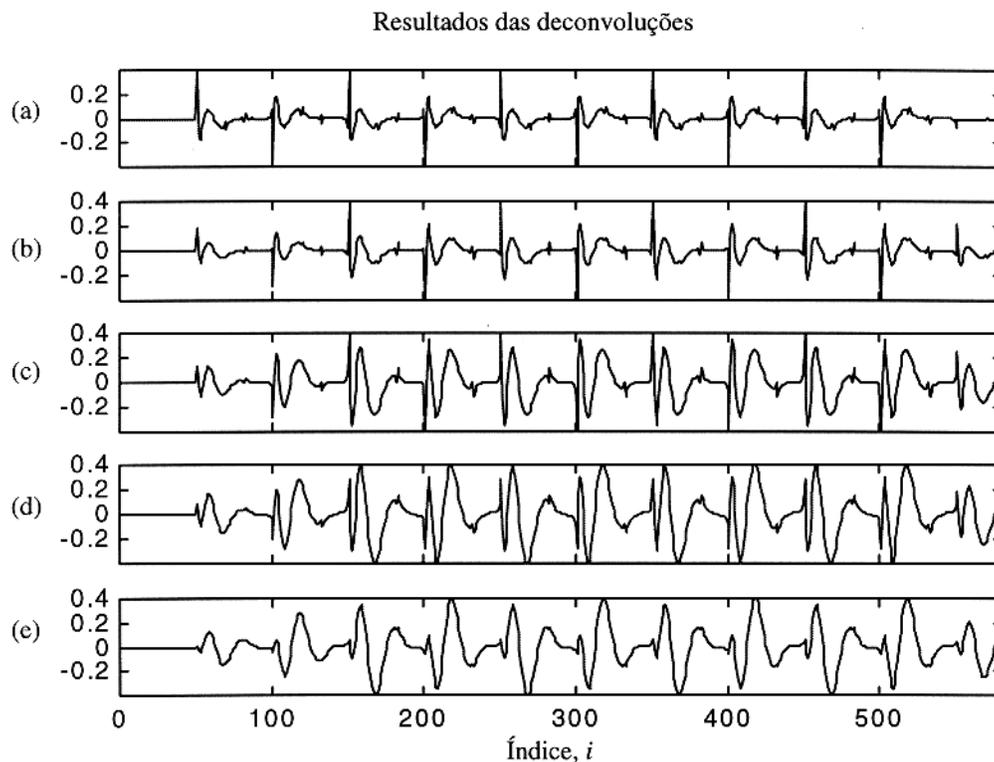


Figura 5.19 - Resultados da aplicação do operador da Figura 5.18 (coluna direita) sobre o traço da Figura 4.14, onde:

- (a) este é o melhor resultado de deconvolução no experimento;
- (b) o traço não foi deconvolvido por igual, indicando ineficiência do operador;
- (c) o operador não comprimiu os eventos satisfatoriamente degradando o filtrado;
- (d) a degradação no filtrado aumenta consideravelmente;
- (e) há uma total degradação do filtrado.

O resultado das janelas estão na Figura 5.21, lado esquerdo, onde mostra uma eliminação gradual das ondulações existentes na autocorrelação em função do decaimento das janelas aplicadas. Isto implica no surgimento e amplificação das flutuações ao longo do operador, como exibe a Figura 5.21, coluna direita.

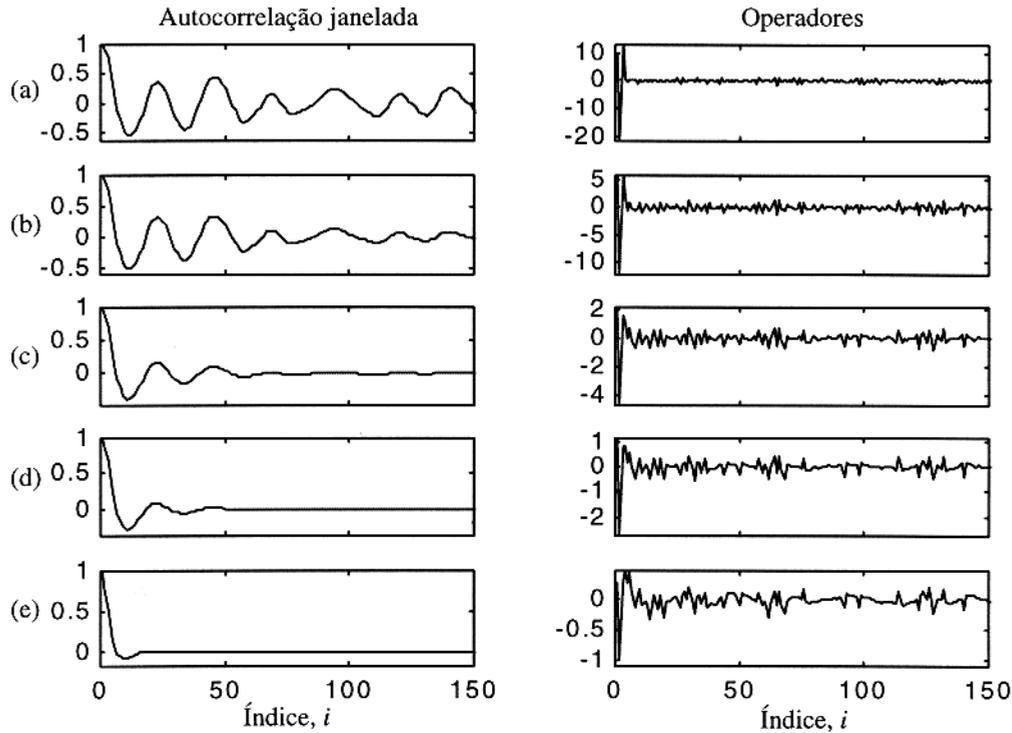


Figura 5.21 - Na coluna esquerda estão as autocorrelações sob janelas: (a) retangular, (b) triangular e as exponenciais de fator de decaimento: (c) 30, (d) 15 e (e) 5, aplicadas sobre o trecho escolhido da autocorrelação da Figura 4.30. Há eliminação das ondulações em função do decaimento da janela. Na coluna direita estão os operadores obtidos com as autocorrelações janeladas, onde:

- a presença de pequenas flutuações ao longo do operador, sendo este operador o responsável pelo melhor resultado (ver Figura 5.22, letra a);
- um aumento na amplitude das flutuações existente ao longo do operador. O operador passa a gerar maior quantidade de flutuações na saída, degradando o filtrado (ver Figura 5.22, letra b);
- um maior aumento na amplitude das flutuações existente ao longo do operador, passando a não comprimir os eventos satisfatoriamente, degradando o filtrado (ver Figura 5.22, letra c);
- este operador é responsável por uma considerável degradação na saída do filtro (ver Figura 5.22, letra d);
- este operador gera uma degradação total na saída do filtro (ver Figura 5.22, letra e);

Os resultados das deconvoluções deste experimento estão na Figura 5.22, sendo o melhor obtido com a janela retangular na autocorrelação. O operador comprime os eventos gerando poucas flutuações na saída do filtro, e há uma degradação do filtrado em função do decaimento das janelas.

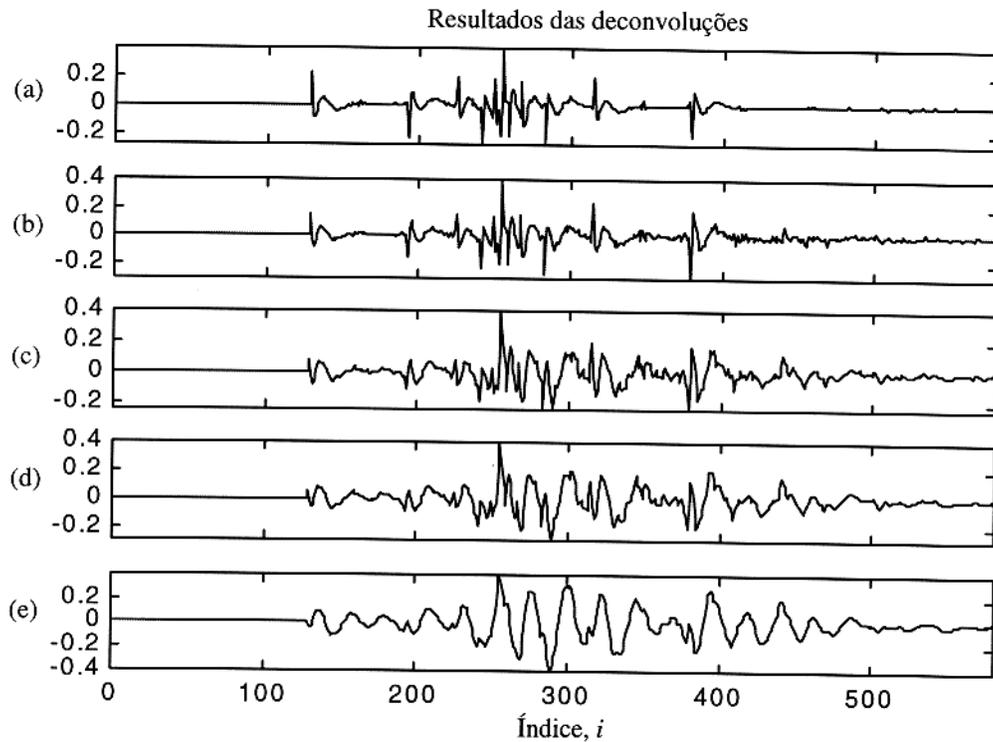


Figura 5.22 - Resultados da aplicação dos operadores de deconvolução aos impulsos da Figura 5.21 (direita), sobre o traço da Figura 4.28, onde:

- (a) este é o melhor resultado deste experimento devido ao operador apresentar flutuações com a menor amplitude (ver Figura 5.21, letra a, direita);
- (b) o filtrado apresenta maior quantidade de flutuações, devido ao aumento da amplitude das flutuações existente ao longo do operador (ver Figura 5.21, letra b, direita);
- (c) a saída do filtro não mais apresenta compressão dos eventos, havendo considerável degradação devido ao aumento na amplitude das flutuações presente no operador (ver Figura 5.21, letra c, direita);
- (d) aumento da degradação do filtrado em função da degradação da forma do operador (ver Figura 5.21, letra d, direita).
- (e) há considerável degradação na saída do filtro não havendo vestígio de compressão de eventos devido a degradação do operador (ver Figura 5.21, letra e, direita).

Na Figura 5.23 estão os reversos dos inversos dos operadores utilizados na deconvolução. O resultado que mais se aproximou da forma do pulso-fonte é o com a janela retangular. Os obtidos com as exponenciais se afastam muito da forma do pulso-fonte.

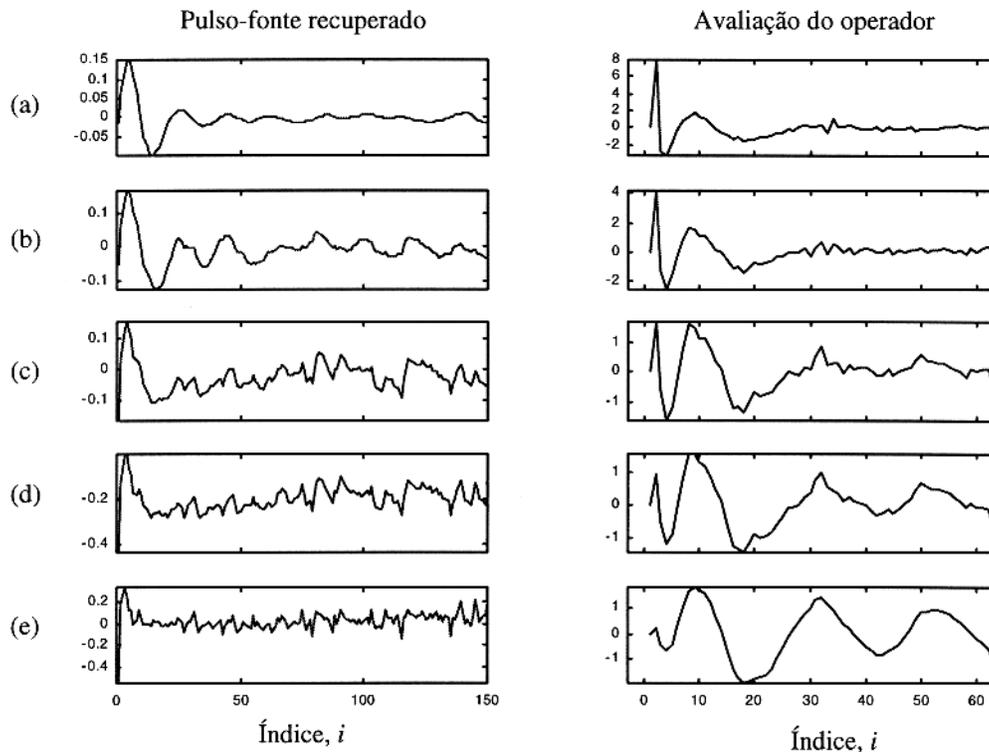


Figura 5.23 – Na coluna esquerda estão os reversos dos inversos dos operadores da Figura 5.21 (coluna direita). Na coluna direita estão os resultados das aplicações dos operadores da Figura 5.21 (coluna esquerda) sobre o pulso-fonte onde se busca o impulso, onde:

- o melhor resultado na recuperação do pulso-fonte, corresponde a aplicação da janela retangular;
- a forma do pulso recuperado começa a se afastar do pulso-fonte, apresentando ondulações em seu conteúdo;
- a forma do pulso recuperado se afasta da forma do pulso-fonte;
- a forma do pulso recuperado se afasta muito do pulso-fonte;
- o pulso recuperado não tem semelhança nenhuma com o pulso-fonte, indicado pela falta de correlação.

5.4. COMPRIMENTO E FORMA DA JANELA PARA O OPERADOR

Se o operador deconvolucional obtido sob janela retangular na autocorrelação apresentar muitas flutuações em seu conteúdo é aconselhável janelar com o objetivo de diminuir a amplitude das flutuações. Para exemplificar este procedimento e avaliar seus efeitos, selecionamos 5 experimentos sendo a entrada o traço da Figura 4.14. O operador obtido de 150 pontos está ilustrado na Figura 5.24, juntamente com as janelas utilizadas.

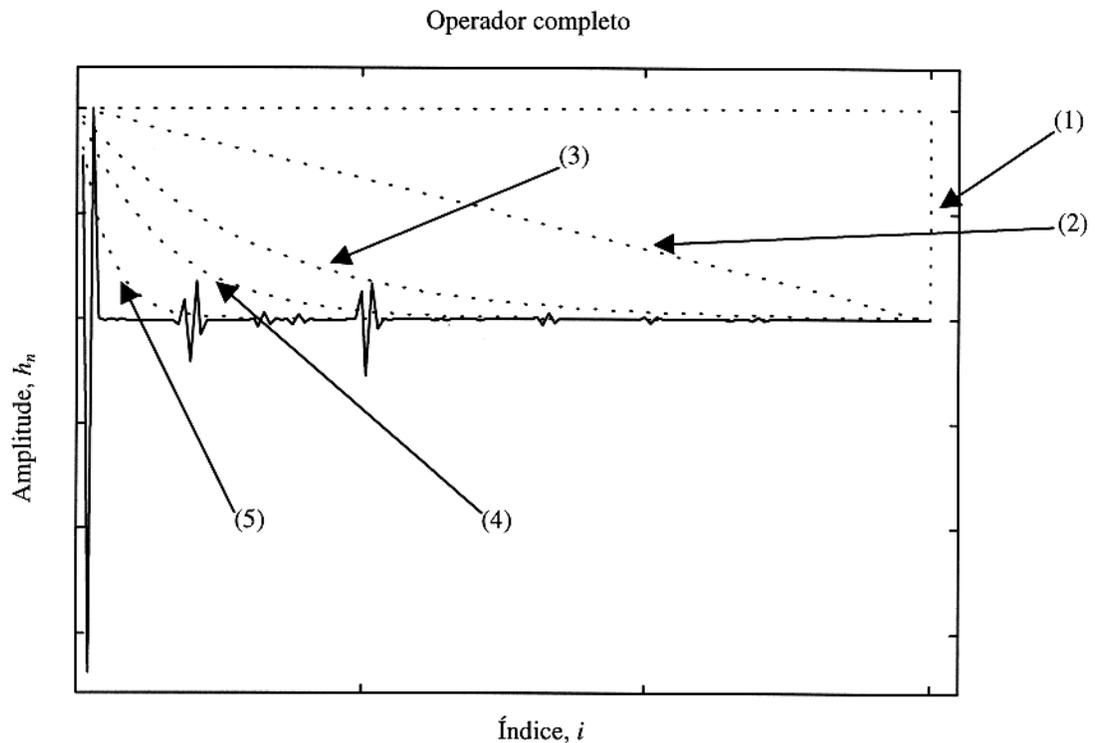


Figura 5.24 - A linha contínua é o operador deconvolucional obtido pela aplicação de uma janela retangular num trecho escolhido da autocorrelação da Figura 4.20. Em linha pontilhada estão as diferentes janelas aplicadas no operador, sendo elas: (1) retangular, (2) triangular, (3) exponencial de decaimento 30, (4) exponencial de decaimento 15 e (5) exponencial de decaimento 5. $\Delta t = 1$.

Na Figura 5.25 estão os operadores janelados, mostrando suavização das flutuações existentes no operador até a eliminação em função do decaimento da janela.

Na Figura 5.26 estão os resultados da aplicação dos operadores (Figura 5.25) sobre o traço sísmico (Figura 4.14), indicado melhora no resultado em função do decaimento da janela. O melhor resultado foi obtido com a exponencial de decaimento 5.

Na Figura 5.27, coluna esquerda, estão os reversos dos inversos dos operadores da Figura 5.24, com exceção da letra (e) que é o próprio inverso. A melhor recuperação do pulso-fonte é relativa a letra (e), devido o inverso do operador ser o próprio pulso-fonte.

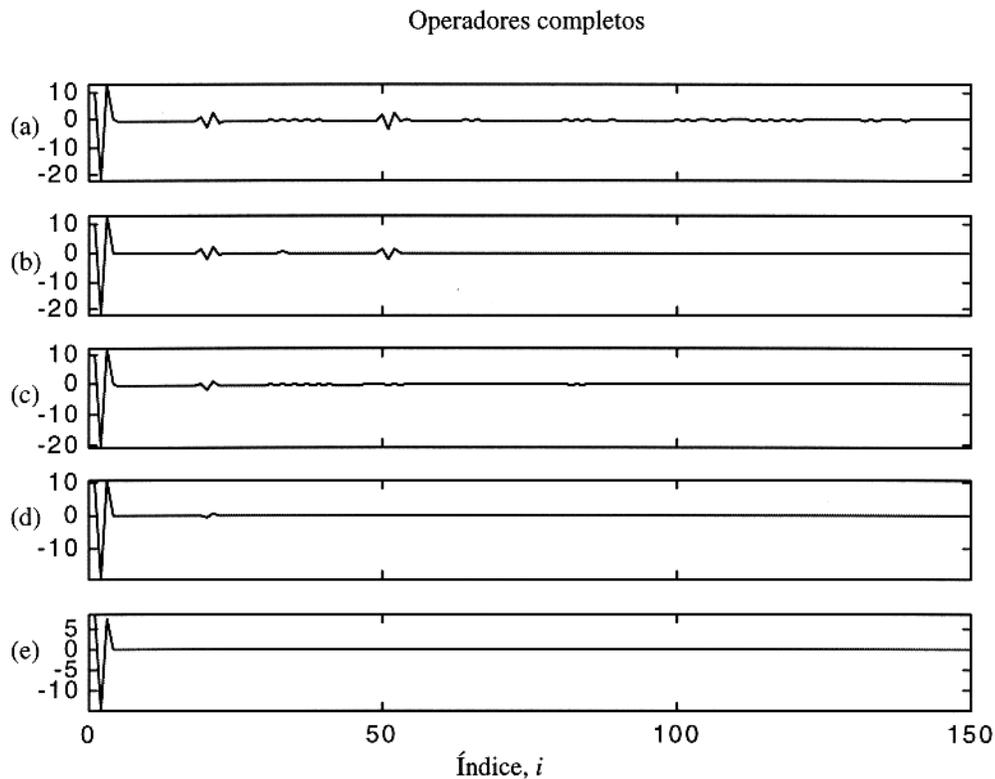


Figura 5.25 – Operadores janelados com a suavização das pequenas flutuações existentes no trecho do operador até sua eliminação, conforme o decaimento das janelas: (a) retangular; (b) triangular; (c) exponencial de decaimento 30; (d) exponencial de decaimento 15; (e) exponencial de decaimento 5.

Operadores completos

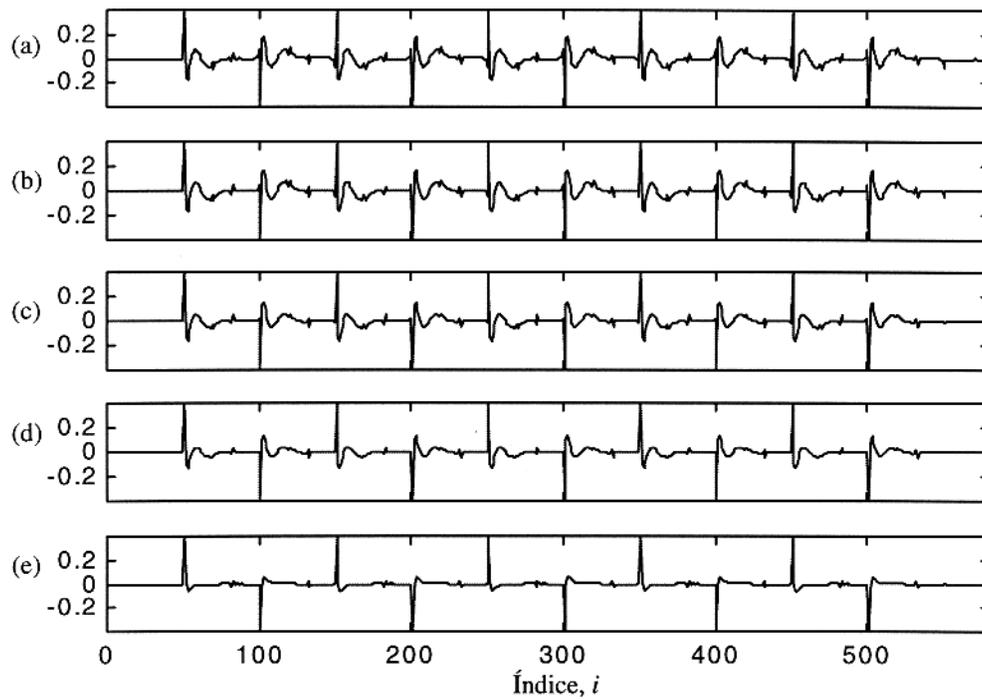


Figura 5.26 - Resultados da aplicação convolucional dos operadores da Figura 5.24 sobre o traço da Figura 4.14 onde:

- (a) o resultado da deconvolução é bom;
- (b) há uma melhora quase imperceptível no resultado do filtro;
- (c) há uma pequena suavização das flutuações na saída do filtro;
- (d) a ondulação que acompanha o evento comprimido tem sua amplitude reduzida;
- (e) há uma considerável eliminação das ondulações que acompanham o evento comprimido, sendo este o melhor resultado.

Reversos dos inversos dos operadores

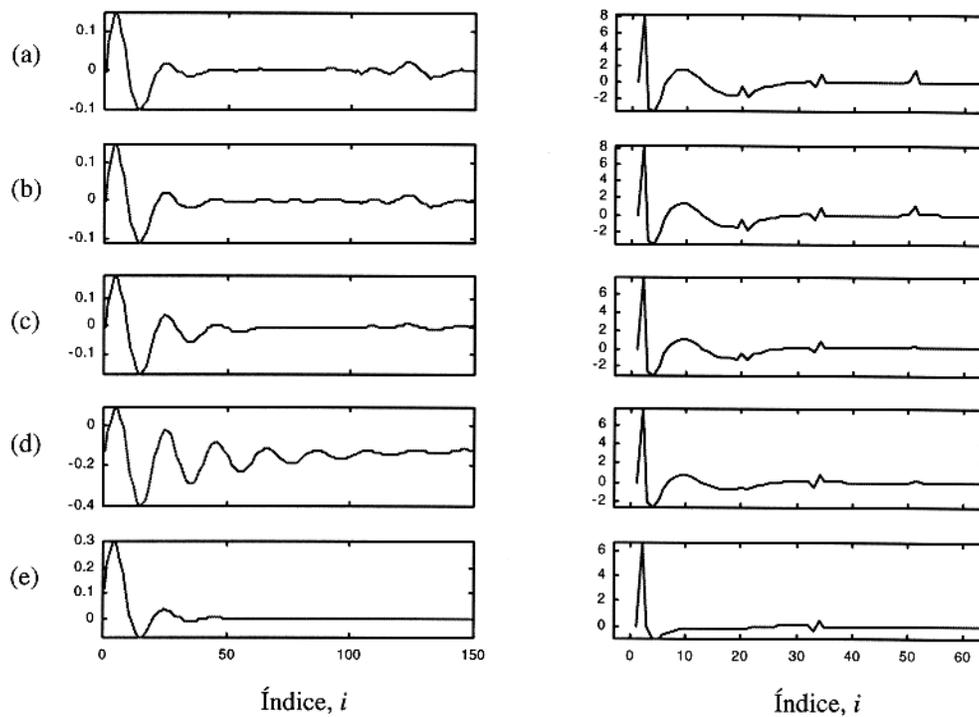


Figura 5.27 – Na coluna esquerda estão os reversos dos inversos dos operadores da Figura 5.25. Na direita estão os resultados das aplicações dos operadores sobre o pulso-fonte, onde:

- (a) o reverso do inverso do operador tem uma forma semelhante ao pulso-fonte, apresentando ondulações em seu conteúdo, e este operador comprime o pulso-fonte;
- (b) a forma do reverso do inverso do operador apresenta suavização das ondulações em seu conteúdo final, o operador comprime melhor o pulso-fonte;
- (c) a forma do reverso do inverso do operador apresenta horizontalização de seu conteúdo final, o operador comprime ainda melhor o pulso-fonte;
- (d) a forma do reverso do inverso do operador apresenta ondulações cujas amplitudes decaem gradativamente, e o operador comprime o pulso-fonte com maior eficácia;
- (e) neste caso o que está plotado é o inverso do operador. A aplicação da janela exponencial de decaimento 5 tornou o operador o inverso do pulso-fonte, comprimindo-o a um impulso.

5.5. CONCLUSÕES PARCIAIS

O filtro de deconvolução aos impulsos comprime os eventos sísmicos a uma função cuja forma é semelhante a um impulso seguido de uma ondulação. Neste filtro, o trecho final do inverso do operador contém uma forma que é uma aproximação do reverso do pulso-fonte.

A aplicação das janelas especiais na autocorrelação não apresenta bons resultados, há uma degradação na saída do filtro em função do decaimento da janela aplicada. O janelamento no operador apresenta melhora no resultado. Quando aplicamos a exponencial de decaimento 5 observamos que o inverso do operador se tornou o próprio pulso-fonte. Isto é entendido como sendo, por definição, o operador comprimindo os eventos a impulsos.

6. DECONVOLUÇÃO COM AUXÍLIO DA TRANSFORMADA DE HILBERT (TH)

A transformada de Hilbert é utilizada para estimar o pulso-fonte, sob o pressuposto de fase-mínima, a partir das informações existentes no traço. O inverso do pulso-fonte recuperado é utilizado como operador no cálculo da estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão.

6.1. CAUSALIDADE E A TH

Para uma função $g(t)$, causal, real e estável, a TF direta é decomposta segundo a expressão (Oppenheim & Schaffer, 1975)

$$G(f) = R(f) + i I(f). \quad (6-1)$$

Existe uma relação entre as partes real, $R(f)$, e imaginária, $I(f)$. Rescrevendo $g(t)$ na forma da TF inversa, temos que

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} R(f) \cos(2\pi ft) df + i \int_{-\infty}^{\infty} I(f) \operatorname{sen}(2\pi ft) df, \quad (t \geq 0); \quad (6-2)$$

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} R(f) \cos(2\pi ft) df + i \int_{-\infty}^{\infty} I(f) \operatorname{sen}(2\pi ft) df = 0, \quad (t < 0). \quad (6-3)$$

Da equação (6-3) obtemos que

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(f) \cos(2\pi ft) df = -i \int_{-\infty}^{\infty} I(f) \operatorname{sen}(2\pi ft) df. \quad (6-4)$$

A equação (6-4) indica a relação entre as componentes da TF, e que elas não são independentes. Para encontrar a relação entre $R(f)$ e $I(f)$ iniciamos a decomposição de $g(t)$ em componentes par e ímpar:

$$g(t) = g_{par}(t) + g_{impar}(t) = \frac{1}{2}[g(t) + g(-t)] + \frac{1}{2}[g(t) - g(-t)]. \quad (6-5)$$

Aplicando a condição de causalidade [$g(t) = 0, t < 0$], e fazendo uso da função sinal [$\operatorname{sgn}(t)$],

$$g_{par}(t) = \operatorname{sgn}(t) g_{impar}(t) \quad \text{e} \quad g_{impar}(t) = \operatorname{sgn}(t) g_{par}(t), \quad (6-6)$$

onde

$$\operatorname{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}. \quad (6-7)$$

A partir das equações (6-6) e (6-7), temos que

$$g(t) = [1 + \text{sgn}(t)] g_{\text{par}}(t) \quad \text{e} \quad g(t) = [1 + \text{sgn}(t)] g_{\text{impar}}(t). \quad (6-8)$$

Pelo teorema da convolução em t , as equações em (6-8) no domínio da frequência têm as formas

$$W(f) = R(f) + \left(\frac{-i}{\pi f}\right) * R(f) \quad \text{e} \quad W(f) = i I(f) + \left(\frac{-i}{\pi f}\right) * [i I(f)], \quad (6-9)$$

uma vez que há o seguinte par

$$\text{sgn}(t) \leftrightarrow \frac{-i}{\pi f}. \quad (6-10)$$

Comparando as equações (6-1) e (6-9), obtemos

$$I(f) = -\left(\frac{1}{\pi f}\right) * R(f) \quad \text{e} \quad R(f) = \left(\frac{1}{\pi f}\right) * I(f). \quad (6-11)$$

As equações exibidas em (6-11) são as relações procuradas entre $R(f)$ e $I(f)$. Dado uma delas a outra é completamente determinada. Reescrevendo (6-11) temos que

$$I(f) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(f')}{f - f'} df' \quad \text{e} \quad R(f) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I(f')}{f - f'} df'. \quad (6-12)$$

O par de equações acima é chamado de TH.

6.2. RECUPERAÇÃO DO PULSO-FONTE

O pulso-fonte sísmico é geralmente admitido como sendo uma função causal, fase-mínima, estável e real. Ele pode ser expresso em termos de componentes espectrais, amplitude e fase, com a seguinte expressão e propriedades (Yilmaz, 1989):

$$W(f) = A(f) e^{i\theta(f)}; \quad A(f) = A(-f), \quad \theta(f) = -\theta(-f). \quad (6-13)$$

O logaritmo natural, $\ln(\cdot)$, da expressão (6-13) é definido como

$$\hat{W}(f) = \ln[W(f)] = \ln A(f) + i\theta(f). \quad (6-14)$$

Admitindo que $\hat{W}(f)$ seja a TF da função $\hat{w}(t)$, então $\ln[A(f)]$ e $\theta(f)$ estão relacionados através da TH:

$$\theta(f) = -\frac{1}{\pi} \xi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln A(f')}{f - f'} df' \quad \text{e} \quad \ln A(f) = \frac{1}{\pi} \xi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\theta(f')}{f - f'} df', \quad (6-15)$$

A letra ξ representa o valor principal de Cauchy. É necessária precaução na interpretação das equações mostrados em (6-15), no sentido de que o logaritmo de zero diverge. $\theta(f)$ é ambígua

com relação a um múltiplo de 2π , e deve estar na forma restaurada.

Admitindo as propriedades (i) e (ii) a seguir, e utilizando as equações de (6-15), o pulso-fonte de fase-mínima é recuperado a partir das informações existentes no traço sísmico.

(i) $\phi_{ss}(\tau) = \phi_o \phi_{ww}(\tau)$: a autocorrelação do traço sísmico sem ruído, $\phi_{ss}(\tau)$, é uma versão escalonada do pulso-fonte, $\phi_{ww}(\tau)$, onde ϕ_o é o fator de escala (constante). (ver apêndice B).

(ii) $F\{\phi_{ww}(\tau)\} \Rightarrow |W(f)|^2$: TF da autocorrelação do pulso-fonte corresponde ao seu espectro de energia. (ver apêndice C).

A seqüência do cálculo da estimativa do pulso-fonte com a TH está descrita na Figura 6.1.

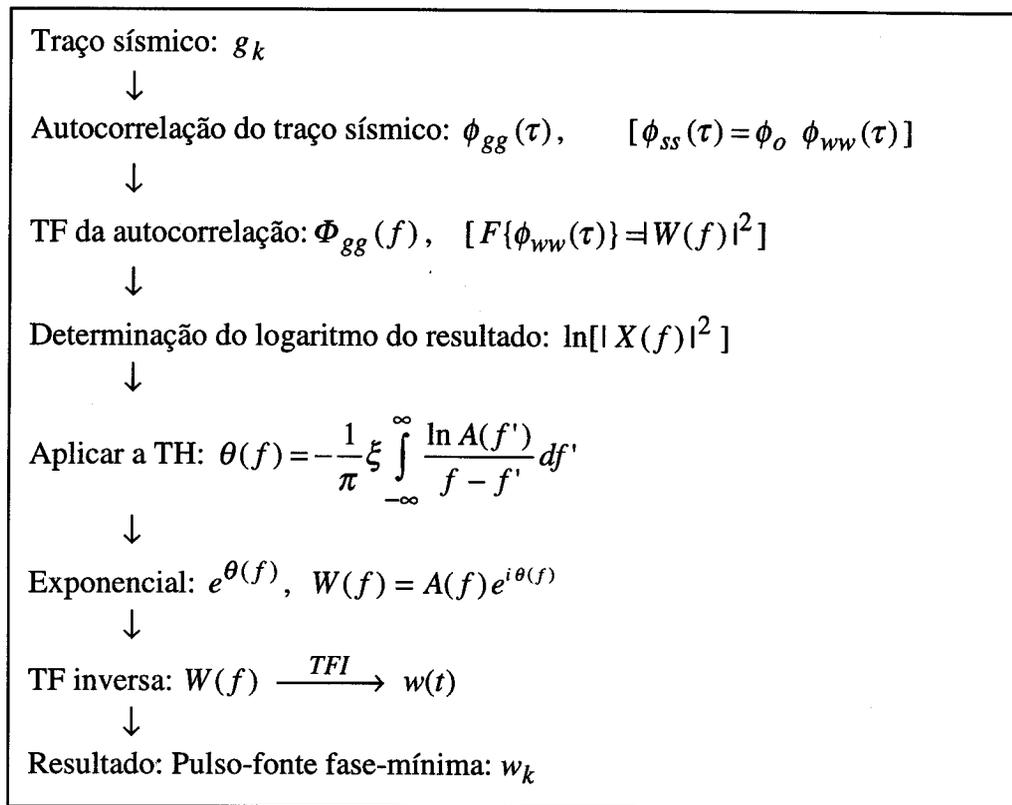


Figura 6.1 – Fluxograma de cálculo para estimativa do pulso-fonte a partir de informações existente no traço sísmico utilizando a TH. (ver apêndice D).

6.3. EXEMPLO DE DECONVOLUÇÃO COM AUXÍLIO DA TH

Para ilustrar a deconvolução com auxílio da TH, deconvolvemos o traço da Figura 6.4 (letra a) obtido a partir da função seno-cardinal-unilateral para representar o pulso-fonte. Na Figura 6.2 (letra a) está o pulso-fonte, juntamente com seus espectros de amplitude e fase, e as

raízes de sua transformada-Z (TZ) (ver apêndice A). Todas as raízes possuem magnitude menor que um, indicando ser o pulso-fonte de fase-mínima.

O pulso-fonte recuperado pela TH está na Figura 6.2 (letra b) juntamente com seus espectros de amplitude e fase e as raízes de sua TZ. A TH recupera com êxito o pulso-fonte, uma vez que o mesmo é de fase-mínima.

O inverso do pulso-fonte estimado pela TH é utilizado como operador deconvolucional, exibido na Figura 6.3. O operador é formado por um trecho inicial significativo seguido de uma longa cauda.

O resultado da aplicação convolucional deste operador está na Figura 6.4 (letra b). Há boa compressão dos eventos a impulsos, indicando eficiência do operador.

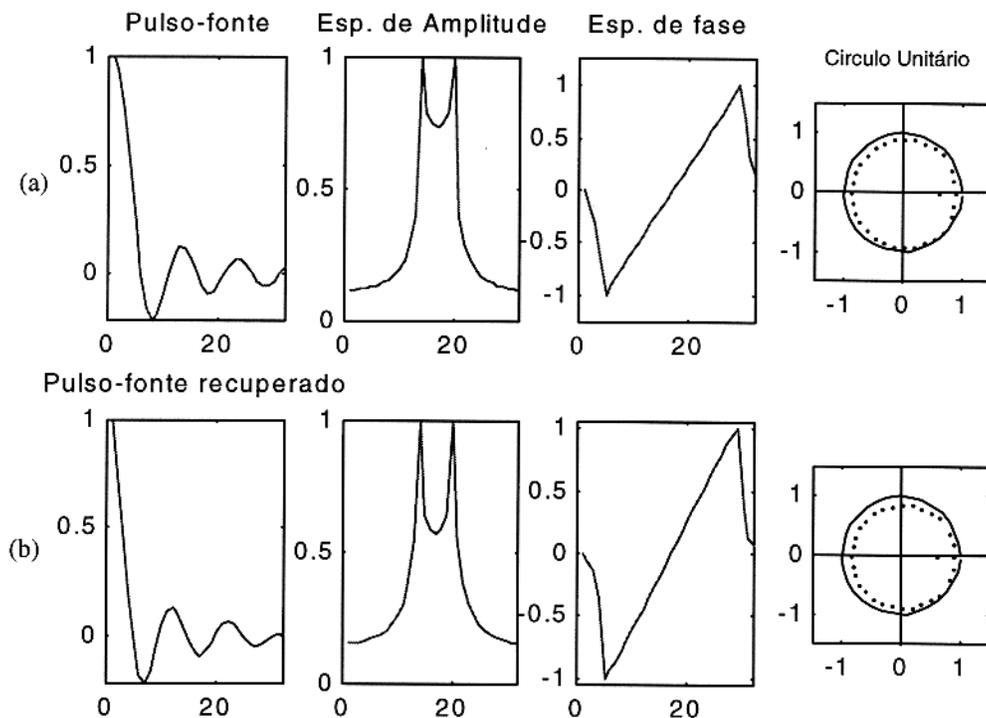


Figura 6.2 – (a) Pulso-fonte original juntamente com seus espectros de amplitude e fase e as raízes da transformada-Z. (b) Pulso-fonte recuperado pela TH com seus espectros de amplitude e fase, e as raízes da transformada-Z. O pulso recuperado é muito semelhante ao pulso-fonte original.

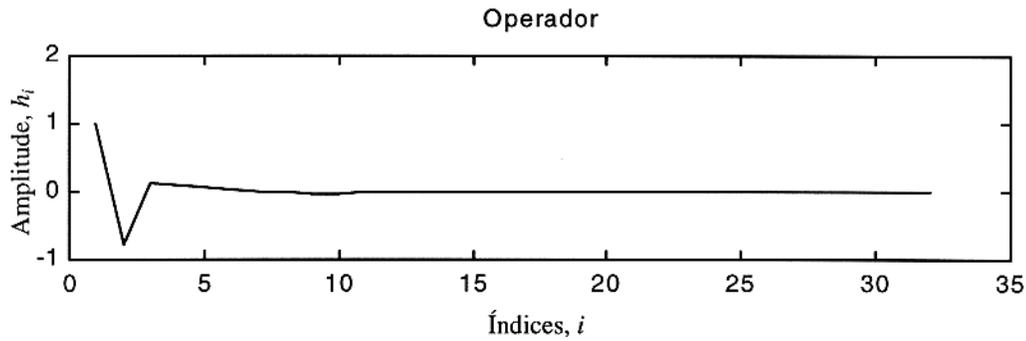


Figura 6.3 – Operador deconvolucional, inverso do pulso-fonte estimado pela TH.

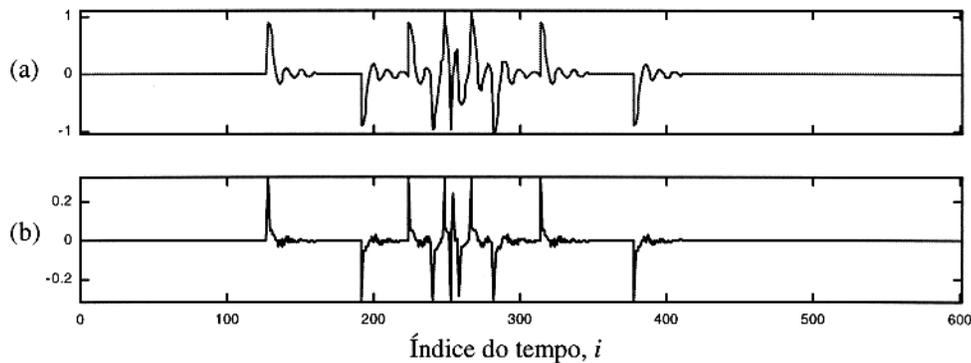


Figura 6.4 (a) Traço a ser deconvolvido. (b) Traço deconvolvido com o operador inverso do pulso recuperado pela TH, demonstrando um bom resultado. $\Delta t = 1$.

6.4. EFEITO DO RUÍDO

A deconvolução com o auxílio da TH sofre com a presença de ruído, pelo aparecimento de flutuações indesejáveis no traço deconvolvido, e pela degradação da forma do pulso-fonte recuperado. Ao comparar resultados, o filtro de deconvolução ao impulso apresenta menos capacidade de comprimir os eventos em função do aumento do nível de ruído, apesar da deconvolução com a TH apresentar considerável quantidade de flutuações no traço filtrado (Figura 6.5).

A degradação da forma do pulso-fonte recuperado, em função do nível de ruído, é maior através do filtro de deconvolução ao impulso do que o obtido utilizando a TH (Figura 6.6).

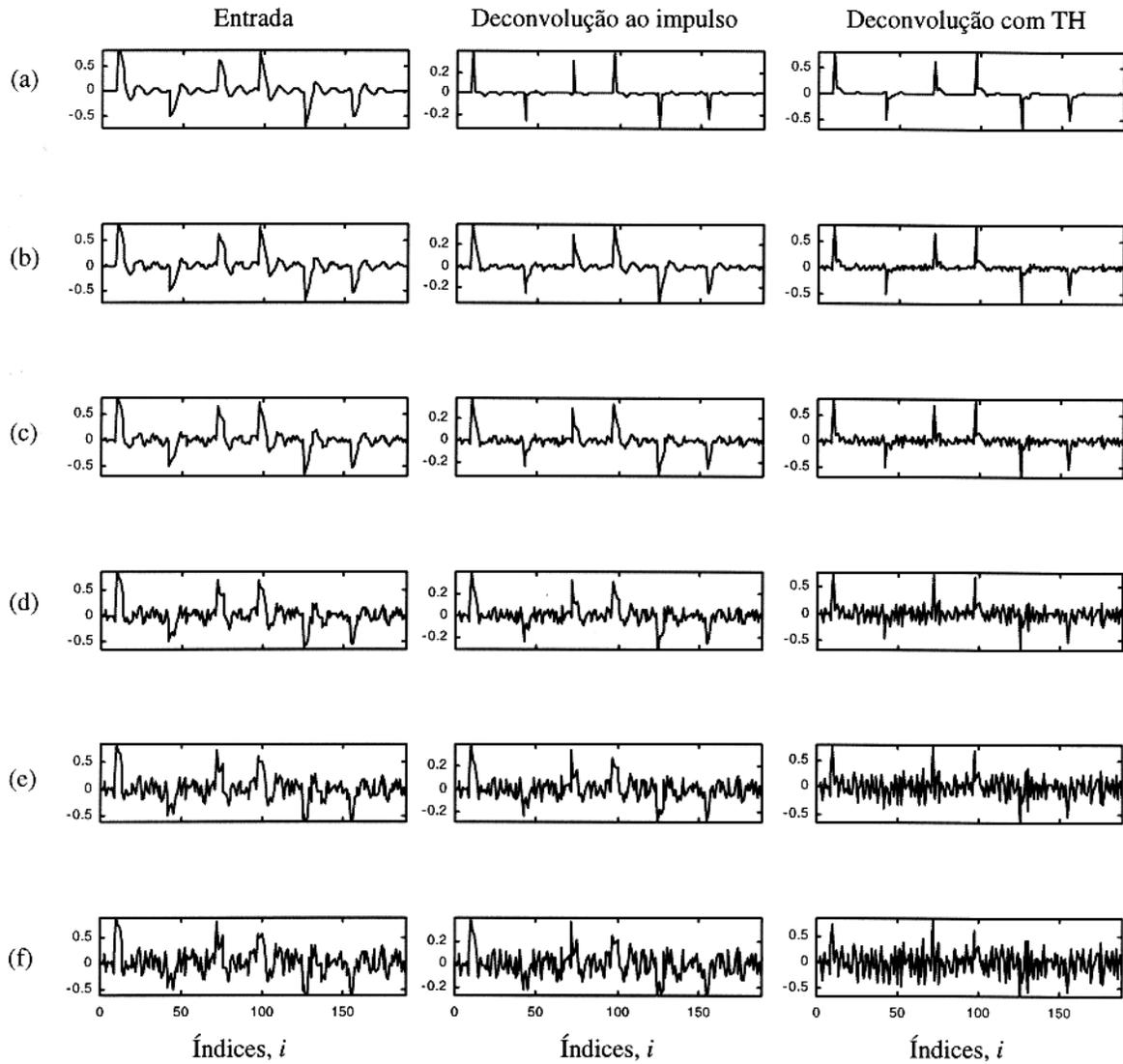


Figura 6.5 – Na coluna a esquerda estão os traços sísmicos com diferentes níveis de ruído. Na coluna central estão os respectivos traços deconvolvidos com o filtro de deconvolução ao impulso. A autocorrelação tem 160 pontos sob janela exponencial de fator com decaimento 30, e utiliza todos os autovalores. Na coluna direita estão os traços deconvolvidos da coluna esquerda utilizando a TH. Os melhores resultados na presença de ruído estão relacionados com a TH.

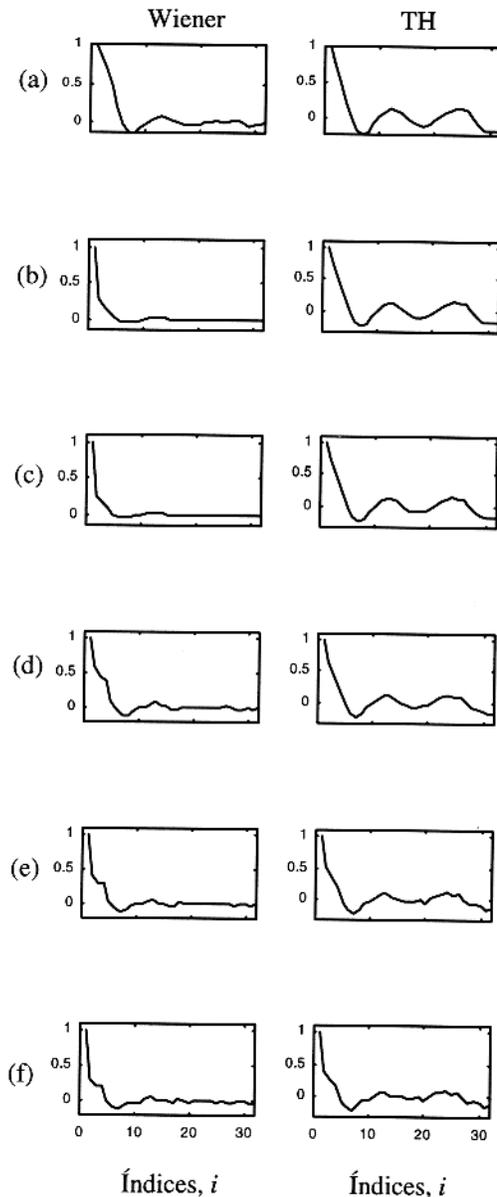


Figura 6.6 – Pulsos recuperados a partir dos traços da Figura 6.5 (coluna esquerda). Os pulsos na coluna esquerda foram obtidos com o filtro de deconvolução ao impulso. Os pulsos na coluna direita foram estimados utilizando a TH. A forma do pulso-fonte na coluna esquerda tem sua forma degradada mais rapidamente em função do ruído, comparado com o resultado da TH.

6.5. CONCLUSÕES PARCIAIS

Quando o traço sísmico não contém ruído, a saída da deconvolução ao impulso e com o auxílio da TH apresentam boa compressão dos eventos sísmicos e boa recuperação da forma do pulso-fonte.

Na presença de ruído, a deconvolução com auxílio da TH apresenta melhores resultados do que os obtidos com o filtro de deconvolução ao impulso, tanto na compressão dos eventos sísmicos quanto na recuperação do pulso-fonte. É importante ressaltar que a premissa básica da TH é que o pulso-fonte seja de fase-mínima.

7. FILTRO DE SUAUIZACÃO

Neste capítulo temos como objetivo central avaliar o efeito da descoloração nos filtros ótimos. O filtro de suavização suprime ruído no traço sísmico através da elevação do valor da razão S/R na saída. O cálculo dos coeficientes do filtro utiliza para componente desejada o traço sísmico sem ruído. A suavização é feita através do parâmetro diagonal presente nas equações

normais, denominado de descoloração σ_n^2 . A expressão (3-20), $\sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{gg}(j-i) = \phi_{zg}(j)$, é

alterada pela decomposição da entrada na forma (2-2), $g(k) = s(k) + n(k)$, e o desejado como $z_i = s_i$. Com isto, as autocorrelações são simplificadas para:

$$\phi_{gg}(i) = \phi_{ss}(i) + \phi_{nn}(i), \quad \phi_{zg}(i) = \phi_{ss}(i), \quad \phi_{nn}(i) = \sigma_n^2 \delta(j-i), \quad \phi_{sn}(i) = \phi_{ns}(i) = 0. \quad (7-1)$$

Os produtos cruzados são admitidos nulos. A expressão das equações normais na forma paramétrica é escrita para análise como

$$\sum_{i=0}^{N-1} h_i [\phi_{ss}(j-i) + \sigma_n^2 \delta(j-i)] = \phi_{ss}(j), \quad (7-2)$$

onde $0 < \sigma_n^2 < 1$, forma normalizada, sendo σ_n^2 o parâmetro ajustável. A solução do sistema (7-2) para o vetor \underline{h} é escrita na forma (3-41).

7.1. APLICAÇÃO DO FILTRO

Para exemplificar a operação de suavização foi realizado um experimento utilizando como entrada os traços da Figura 7.4 (lado esquerdo). A autocorrelação do primeiro traço do sismograma está graficada na Figura 7.1, a linha contínua é o trecho da autocorrelação utilizado no cálculo dos coeficientes do filtro.

Na Figura 7.2 estão desenhados os autovalores da matriz Toeplitz, visando um corte para diminuir o posto da matriz $\underline{\Lambda}$ condicionando-a numericamente. O operador obtido com a equação (7-2), utilizando todos os autovalores da matriz $\underline{\Lambda}$, está na Figura 7.3.

Na Figura 7.4 (coluna central) está graficada a saída do filtro que mostra a suavização do ruído. Na coluna direita está o resultado do empilhamento dos traços filtrados exibidos na coluna central. O cancelamento do ruído é por ter sido construído inicialmente de forma não correlacionável traço-a-traço.

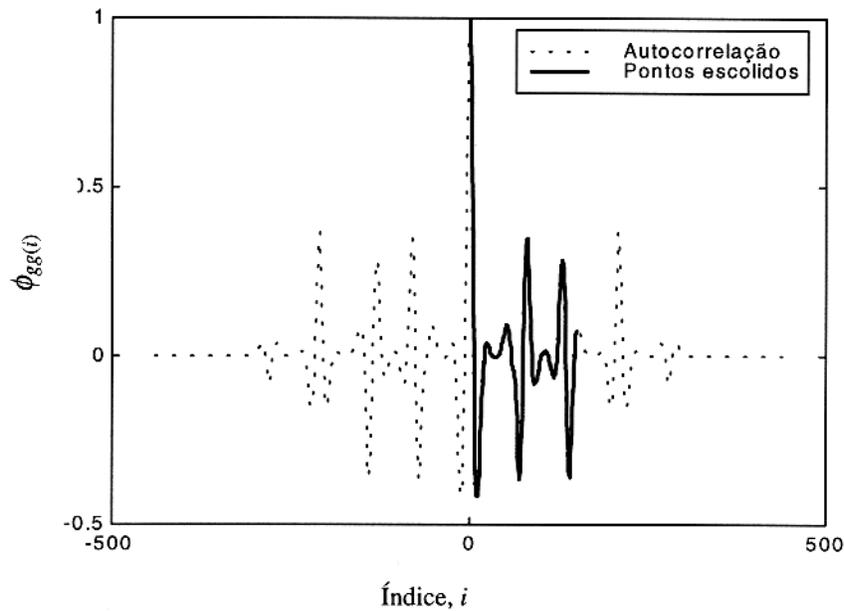


Figura 7.1 – Autocorrelação do primeiro traço da Figura 7.4 (lado esquerdo) para escolha do trecho utilizado no cálculo dos coeficientes do filtro. O critério da escolha dos pontos não é simples, e neste exemplo temos a janela retangular para corte. A linha continua é o trecho utilizado no cálculo. $\Delta t = 1$.

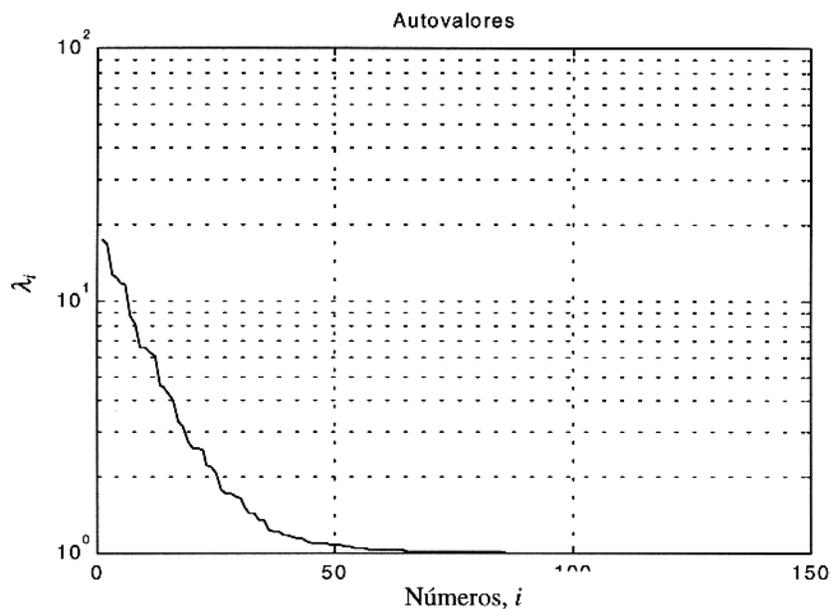


Figura 7.2 – Autovalores da matriz Toeplitz calculada com o trecho escolhido da Figura 7.1 para análise, $\lambda_{\max} / \lambda_{\min} \cong 20$, onde todos os autovalores são úteis.

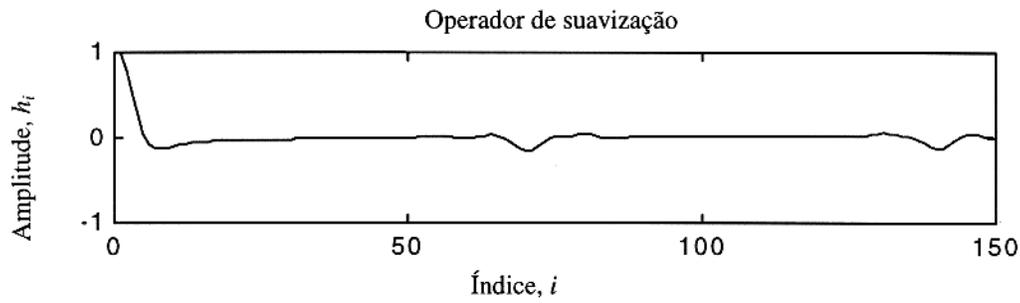


Figura 7.3 – Operador de suavização mostrando uma longa cauda pouco significativa. Ondulações repetidas a aproximadamente 125 pontos, devido ao janelamento.

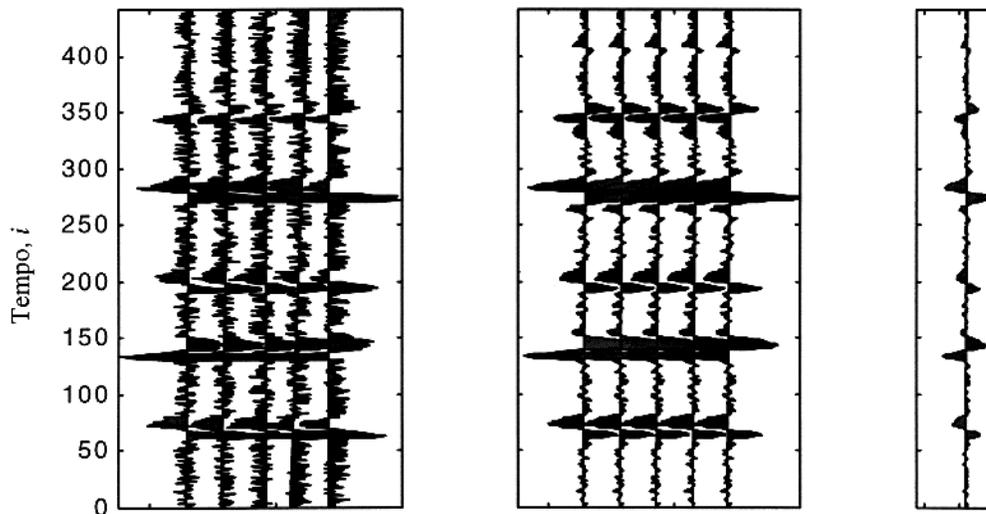


Figura 7.4 – A esquerda, o sismograma com ruído aditivo; no centro, sismogramas suavizados; na direita, resultado do empilhamento dos traços suavizados. O filtro apresenta um bom resultado. O empilhamento produz cancelamento do ruído por não serem correlacionáveis traço-a-traço. $\Delta t = 1$.

7.2. DESCOLORAÇÃO SIMPLES E DUPLA

O parâmetro de descoloração participa da suavização do ruído presente no traço sísmico elevando o valor da razão S/R na saída do filtro. Isto é mostrado na Figura 7.5 (coluna esquerda), onde estão os traços com ruído aditivo utilizado como entrada, e os traços suavizados com diferentes percentuais de descoloração. A Figura 7.6 exibe a razão S/R dos traços da Figura 7.5 (coluna esquerda). Os traços suavizados não melhoram a resolução na estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão, sob condição de que o filtro de deconvolução ao impulso não usa descoloração (Figura 7.5, coluna direita). Na Figura 7.7 estão os operadores de suavização

(coluna esquerda) e de deconvolução ao impulso (coluna direita), cujos resultados estão na Figura 7.5, coluna direita.

A Figura 7.8 mostra uma melhora na forma do pulso-fonte recuperado em função do aumento da descoloração utilizada no filtro de suavização, mas sem fazer uso deste parâmetro no de deconvolução ao impulso.

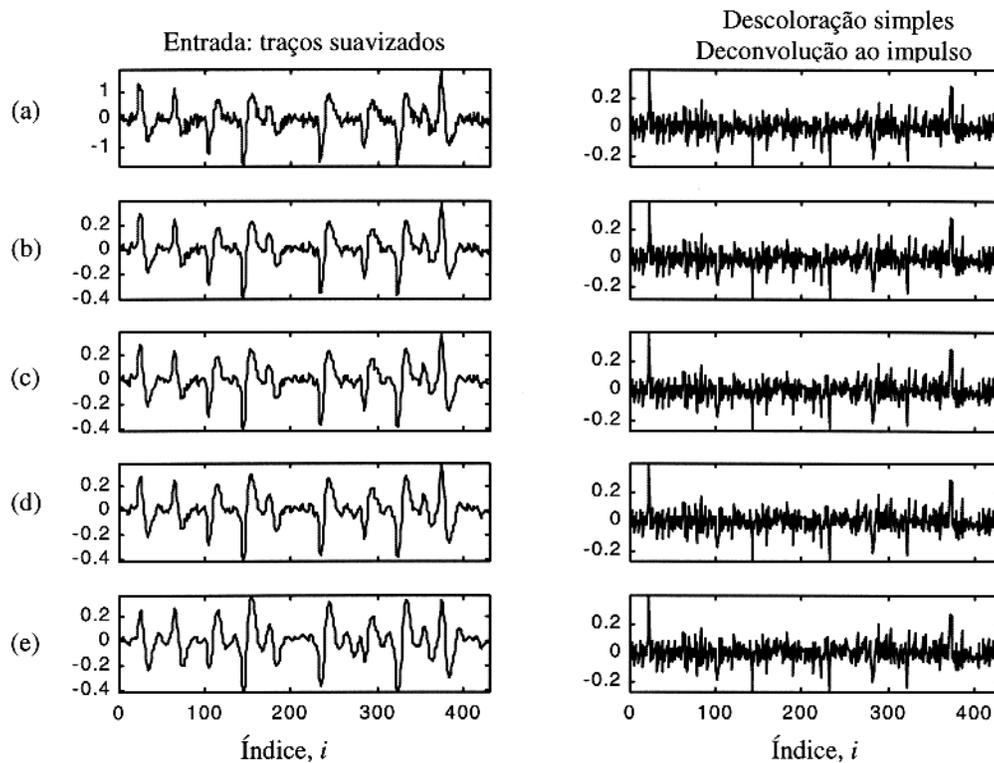


Figura 7.5 - Coluna esquerda: (a) traço sísmico original; nas demais letras estão os traços suavizados com os seguintes percentuais de descoloração: (b) 10%, (c) 25%, (d) 50% e (e) 100%. Na coluna direita estão as deconvoluções utilizando como entrada os traços da esquerda (não há descoloração no filtro de deconvolução ao impulso). A coluna esquerda mostra suavização do ruído em função do aumento do nível de descoloração utilizado. A deconvolução dos traços suavizados não melhora a resolução na estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão, quando não é usado descoloração no filtro de deconvolução ao impulso. $\Delta t = 1$.

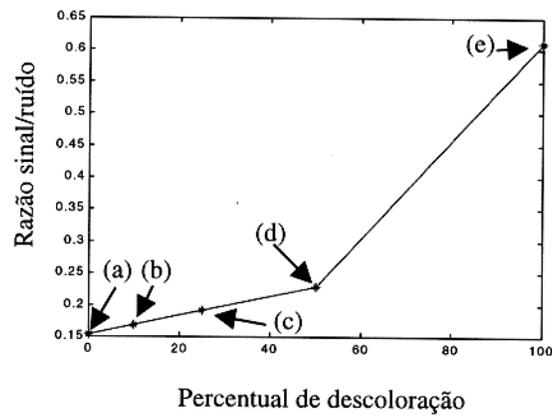


Figura 7.6 - Razão S/R dos traços da Figura 7.5 (coluna esquerda) versus percentual de descoloração: (a) 0%; (b) 10%; (c) 25%; (d) 50%; e (e) 100%.

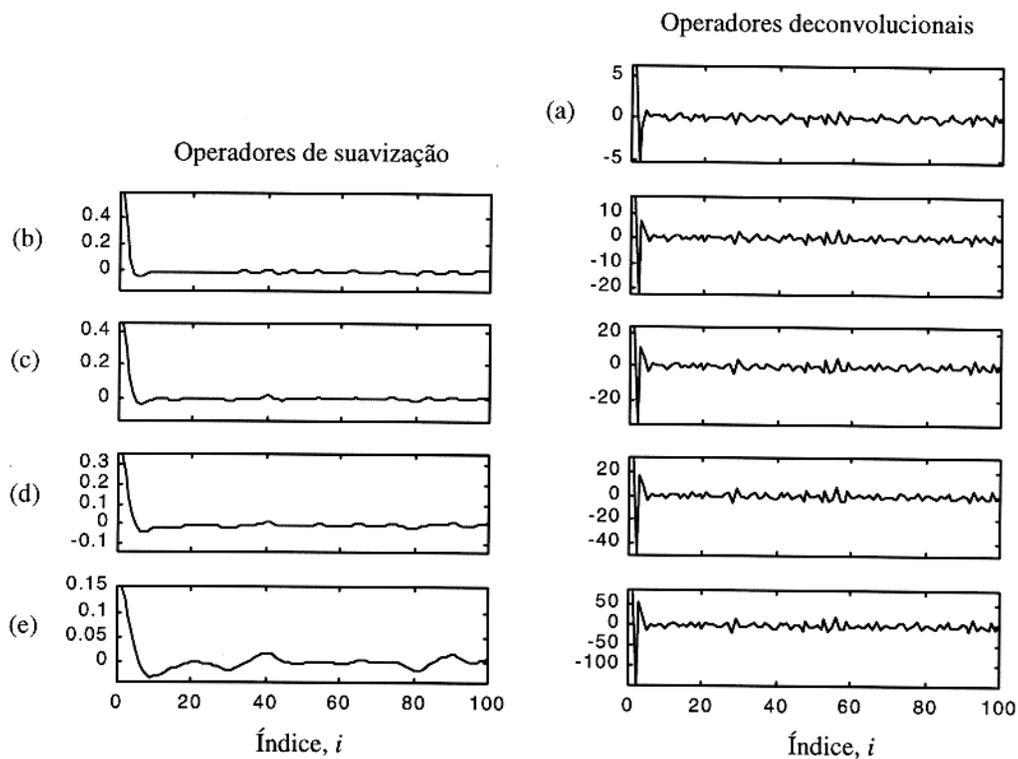


Figura 7.7 - Operadores de suavização aplicados sobre o traço original da Figura 7.5 (coluna esquerda, letra a) para obtenção dos traços nas letras de (b) a (e). Operadores deconvolucionais responsáveis pelas deconvoluções da Figura 7.5 (coluna direita). $\Delta t = 1$.

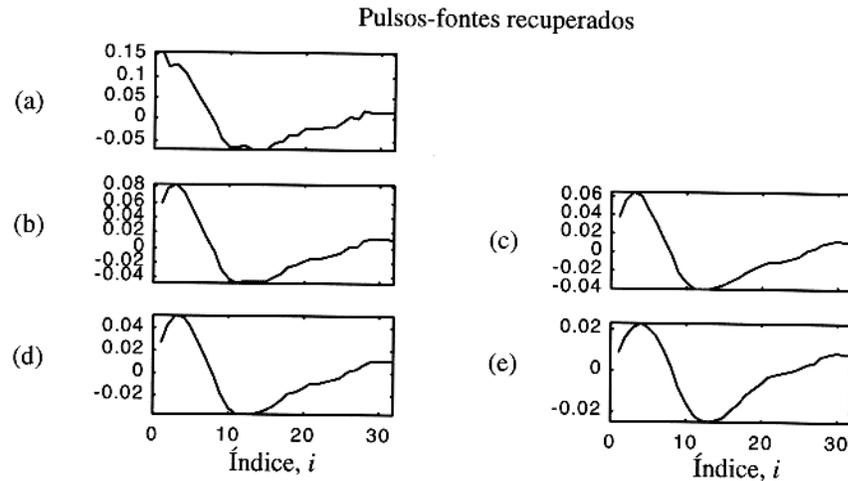


Figura 7.8 - Pulsos-fontes recuperados invertendo os operadores deconvolucionais da Figura 7.7 (coluna direita). $\Delta t = 1$.

Usando descoloração no desenho do filtro de deconvolução ao impulso, quando a entrada é a saída do filtro de suavização, há uma melhora na resolução da estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão, porém, não são bons os resultados na recuperação do pulso-fonte. O critério da escolha da descoloração a ser utilizada nos filtros de suavização e de deconvolução ao impulso não é simples. Os resultados com relação a resolução na estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão são bons, quando utilizamos um percentual de descoloração maior no filtro de deconvolução ao impulso do que no filtro de suavização. Mesmo com a otimização deste parâmetro, os coeficientes de reflexão de pequena amplitude não são facilmente recuperados em função da presença de ruído, como ilustrado nas Figuras 7.9, 7.10, 7.12 e 7.14 (Bickel & Martinez, 1983).

Na Figura 7.9 (coluna direita) estão graficados os traços deconvolvidos utilizando descoloração de 10% no desenho do filtro de deconvolução ao impulso, sendo a entrada os traços suavizados (descolorados) da Figura 7.8 (coluna esquerda). Na coluna direita estão graficados os operadores utilizados nas deconvoluções. Há melhora considerável na resolução da distribuição dos coeficientes de reflexão, em função do aumento do percentual de descoloração utilizada no filtro de suavização (descoloração dupla).

Na Figura 7.10, quando utilizamos 100% de descoloração na suavização, a deconvolução do traço suavizado apresenta bons resultados para pequenos percentuais de descoloração no filtro de deconvolução ao impulso (descoloração dupla).

Na Figura 7.11 não são bons os resultados da recuperação do pulso-fonte quando aumentamos descoloração no filtro de deconvolução ao impulso. Na Figura 7.12 utilizamos 10% de descoloração na suavização, a deconvolução dos traços suavizados gera bons resultados com relação a resolução da distribuição dos coeficientes de reflexão, e melhora em função do aumento do percentual de descoloração utilizado no filtro de deconvolução ao impulso. Na Figura 7.13, o aumento do percentual de descoloração no filtro de deconvolução ao impulso, degrada o trecho inicial do pulso-fonte recuperado, comprometendo sua forma.

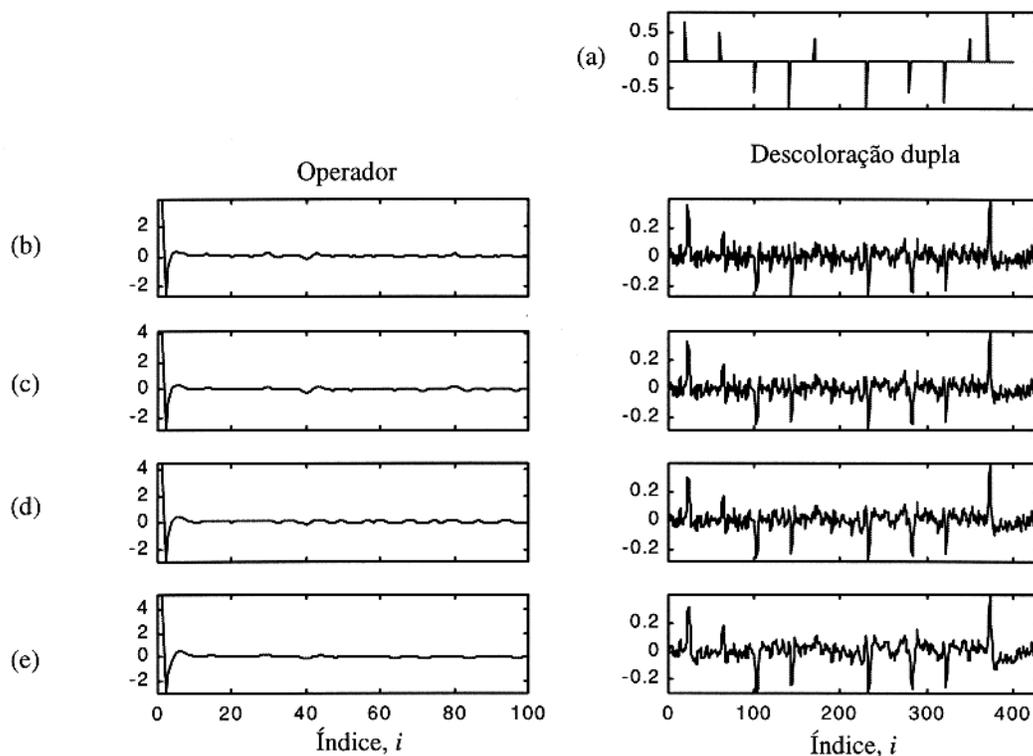


Figura 7.9 - (a) Distribuição dos coeficientes de reflexão que é o desejado na deconvolução. Nas letras de (b) até (e) operadores (coluna esquerda) de deconvolução ao impulso com uma descoloração de 10%, sendo a entrada os traços suavizados (descoloridos) da Figura 7.7 (coluna esquerda). Na coluna direita estão os traços deconvolvidos (descoloração dupla). Há uma melhora considerável no resultado em função do aumento da descoloração utilizada na suavização. $\Delta t = 1$.

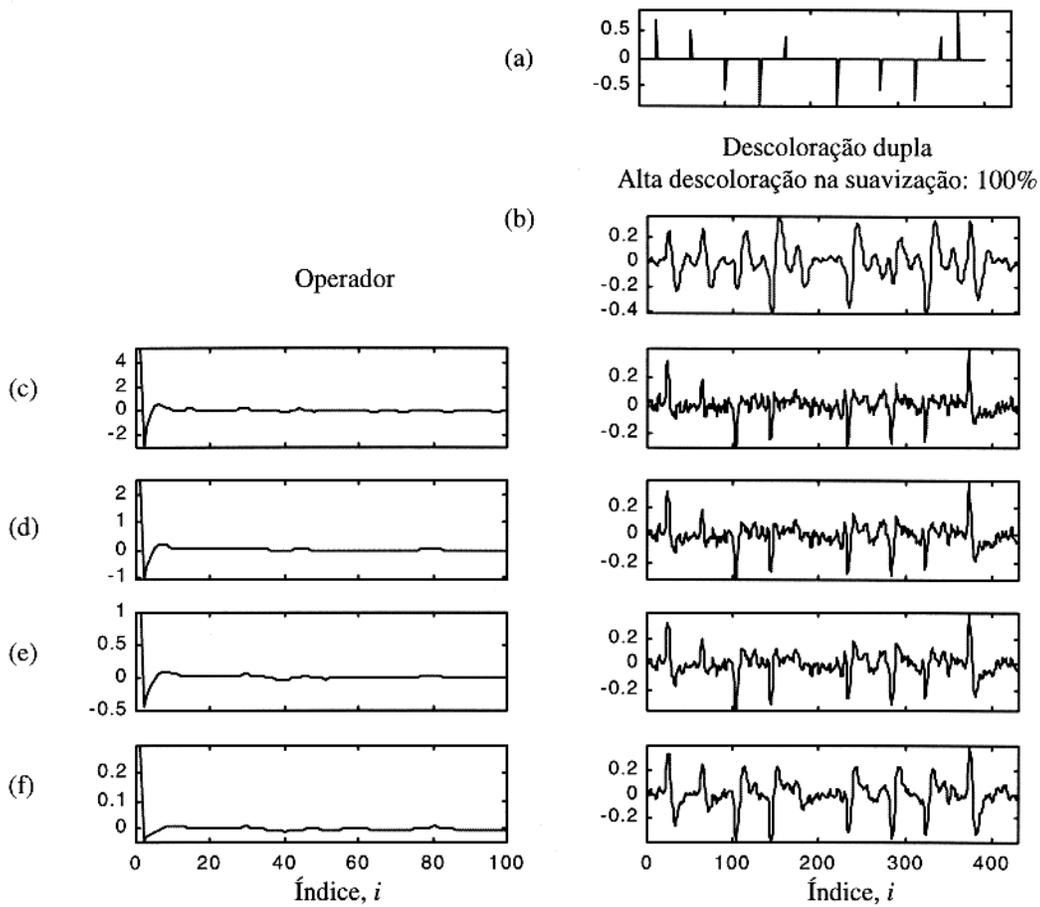


Figura 7.10 - (a) Distribuição dos coeficientes de reflexão para comparação; (b) Traço suavizado com 100% de descoloração utilizado como entrada na deconvolução ao impulso. Letras de (c) a (f) deconvoluções ao impulso com as seguintes descolorações: (c) 10%; (d) 25%; (e) 50%; e (f) 100%. Na coluna esquerda estão os operadores utilizados. Há degradação na resolução da distribuição dos coeficientes de reflexão em função do aumento do percentual de descoloração aplicado na deconvolução aos impulsos. $\Delta t = 1$.

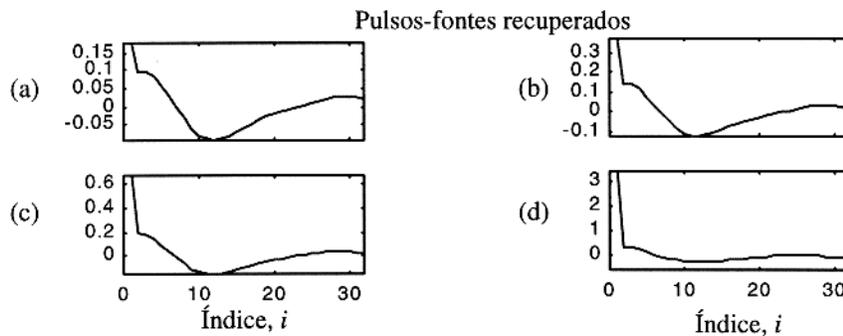


Figura 7.11 - Pulsos-fontes recuperados, trecho inicial do inverso dos operadores da Figura 7.10, cuja disposição corresponde a ordem dos operadores. O efeito da descoloração é observado nos primeiros pontos do pulso recuperado.

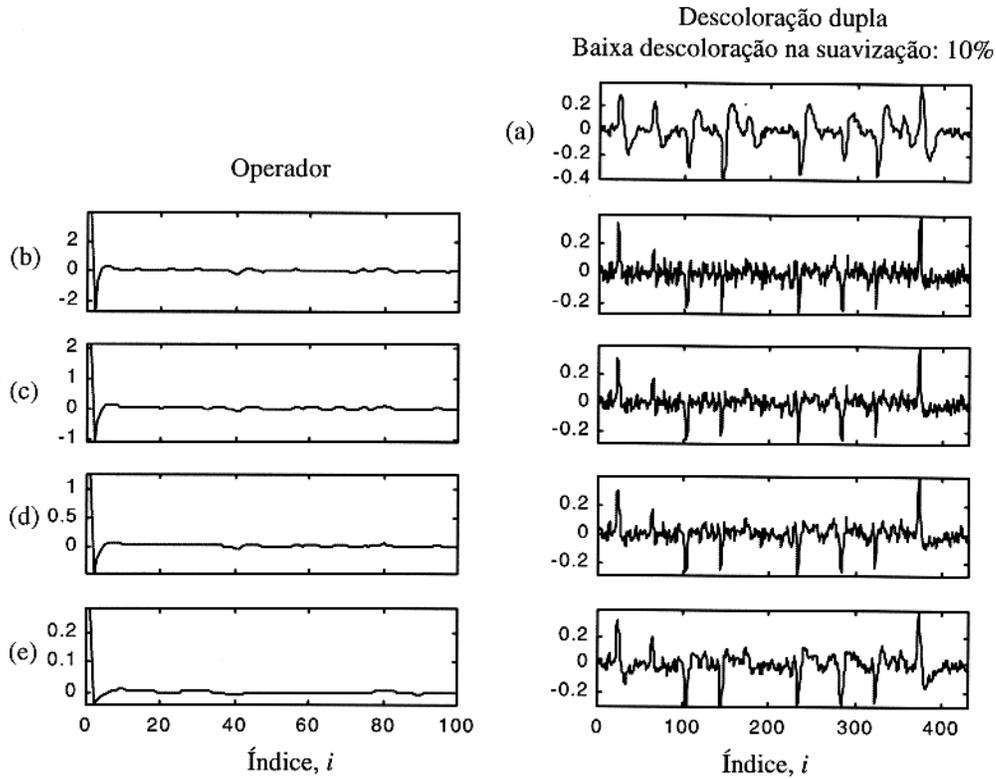


Figura 7.12 - (a) Traço suavizado com 10% de descoloração, entrada da deconvolução ao impulso. Letras de (b) a (e) estão as deconvoluções ao impulso com as seguintes descolorações: (b) 10%; (c) 25%; (d) 50%; e (e) 100%. Na coluna esquerda estão os operadores. Há melhora na resolução da distribuição dos coeficientes de reflexão em função do aumento do percentual de descoloração da deconvolução.

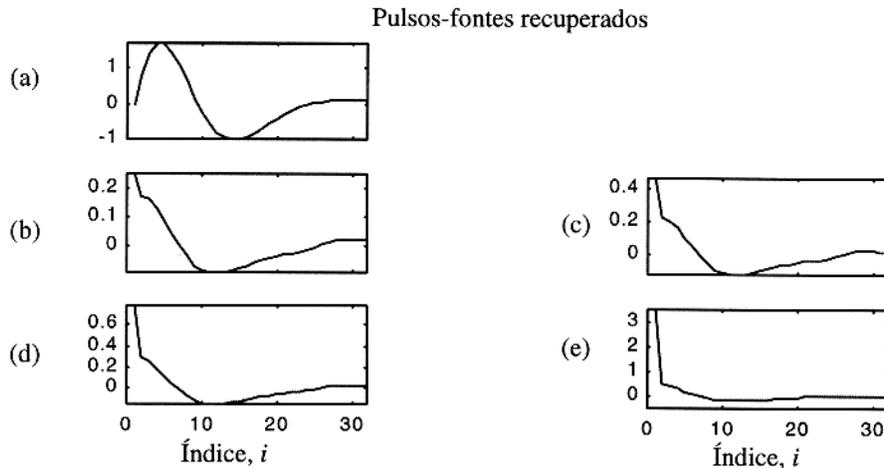


Figura 7.13 - (a) Pulso-fonte original. Nas demais letras estão os pulsos-fontes recuperados a partir do trecho inicial do inverso os operadores da Figura 7.12, cuja disposição corresponde a ordem dos operadores. $\Delta t = 1$.

Na deconvolução ao impulso com descoloração, há uma melhora na resolução da estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão em função do aumento deste parâmetro. Os melhores resultados são obtidos com os maiores percentuais de descoloração (faixa de descoloração de 0 a 1 que corresponde de 0 e 100% no programa desenvolvido) (Figura 7.14, coluna esquerda). Aplicando descoloração e janelas exponenciais na autocorrelação, os resultados melhoram ainda mais (coluna direita). No entanto, a Figura 7.15 mostra que não são bons os resultados da recuperação do pulso-fonte quando utilizado a descoloração, mesmo quando aplicamos janelas na autocorrelação.

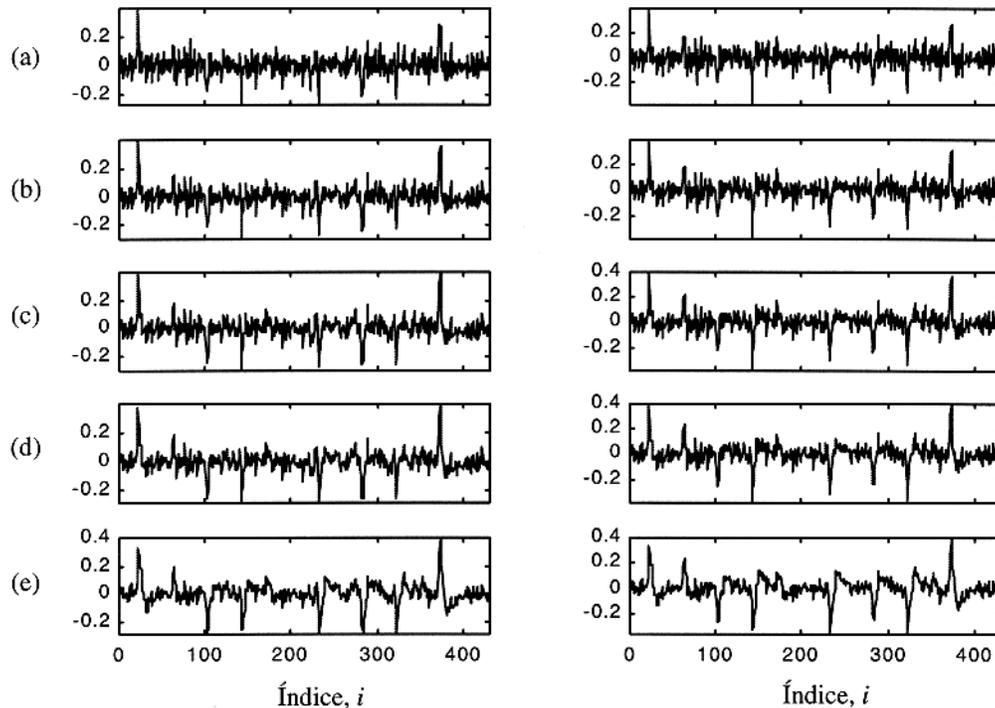


Figura 7-14 - Resultados da descoloração na deconvolução ao impulso com os seguintes percentuais: (a) 0%; (b) 10%; (c) 25%; (d) 50%; (e) 100%. Na coluna esquerda foi aplicado a janela retangular na autocorrelação, e na coluna direita a janela exponencial de fator de decaimento 30 sobre a autocorrelação. Há melhora na resolução da distribuição dos coeficientes de reflexão em função do aumento do percentual de descoloração. A utilização de janelas melhora ainda mais os resultados.

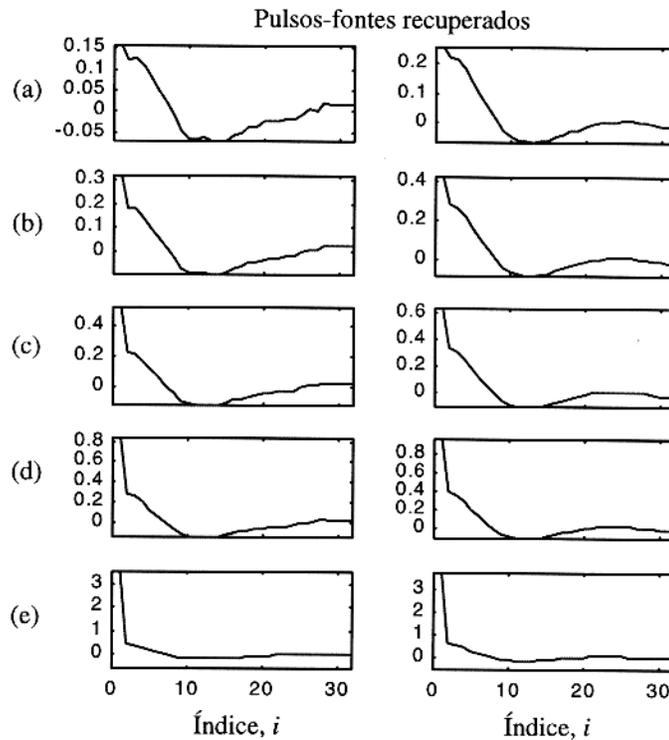


Figura 7.15 - Pulsos-fontes recuperados pelo inverso dos operadores deconvolucionais responsáveis pelos resultados da Figura 7.14. $\Delta t = 1$.

7.3. CONCLUSÕES PARCIAIS

O filtro de suavização melhora a saída em função do aumento do percentual de descoloração. Os traços suavizados melhora os resultados da deconvolução ao impulso; porém, o processamento pode ser ou não acompanhado de descoloração aplicada na deconvolução ao impulso em função do que é desejado estimar: o coeficientes de refletividade ou a forma do pulso-fonte.

Os melhores resultados na estimativa do pulso-fonte foram obtidos sem a utilização da descoloração no filtro de deconvolução ao impulso. Há melhora nos resultados devido a suavização dos traços na entrada ao filtro de deconvolução ao impulso. A aplicação da descoloração no filtro de deconvolução ao impulso degrada o trecho inicial do pulso-fonte recuperado, comprometendo sua forma.

Na estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão, os melhores resultados estão relacionados com a utilização de um percentual de descoloração maior no filtro de deconvolução ao impulso do que no de suavização (descoloração dupla).

8. FILTRO CASADO

O objetivo deste filtro é tornar mais evidente os eventos sísmicos pela suavização do ruído presente no traço sísmico, através da elevação o valor da razão η (Meskó, 1984). No cálculo dos coeficientes do filtro casado a forma do sinal s_k é considerada conhecida. O tempo de chegada do sinal mensagem não é conhecido necessariamente. O sinal e ruído aditivos são dados por

$$g_k = s_k + n_k = \sum_{i=0}^{Q-1} w_i r_{k-i} + n_k, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, G-1). \quad (8-1)$$

Para simplesmente ruído

$$g_k = n_k, \quad (8-2)$$

onde n_k é o ruído aditivo. Q e N são os comprimentos de w_k e r_k , respectivamente. $G = Q + N - 1$ é o comprimento total de g_k . w_k é o pulso-fonte e r_k é função refletividade simples.

A entrada do filtro casado é o traço sísmico com ruído aditivo, g_k , e a saída, y_k , é expressa por

$$y_k = \sum_{i=0}^{P-1} h_i s_{k-i} + \sum_{i=0}^{P-1} h_i n_{k-i}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, M-1). \quad (8-3)$$

P é comprimento do operador h_i , G é o comprimento de s_k e n_k . $M = P + G - 1$ é o comprimento de y_k . Na ausência de s_i , a saída do filtro toma a forma simples

$$y_k = \sum_{i=0}^{P-1} h_i n_{k-i}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, M-1). \quad (8-4)$$

A definição da razão sinal(mensagem)/ruído, η , é o quociente da potência média do sinal filtrado pela potência média do ruído filtrado

$$\eta = \eta(h_j) = \frac{E\left\{\left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i s_{k-i}\right)^2\right\}}{E\left\{\left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i n_{k-i}\right)^2\right\}}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, M-1). \quad (8-5)$$

O denominador de η não varia no tempo quando o ruído é estacionário e o filtro é tempo-invariante.

Desenvolvendo a expressão (8-5), a potência média do ruído filtrado é dada por

$$E\left\{\left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i n_{k-i}\right)^2\right\} = \sum_{i=0}^{P-1} \sum_{l=0}^{P-1} h_i h_l \phi_{nn}(l-i), \quad (k=0,1,2,\dots,M-1), \quad (8-6)$$

onde $\phi_{nn}(\cdot)$ é a autocorrelação estocástica do ruído. Para a condição de ruído branco:

$$\phi_{nn}(l-i) = \begin{cases} \sigma_n^2, & \text{para } l=i \\ 0, & \text{para } l \neq i \end{cases}, \quad (8-7)$$

onde σ_n^2 é a potência média do ruído. A equação (8-6) simplifica para

$$\sum_{i=0}^{P-1} \sum_{l=0}^{P-1} h_i h_l \phi_{nn}(l-i) = \sigma_n^2 \sum_{i=0}^{P-1} h_i^2. \quad (8-8)$$

A razão η , para o ruído série-branca, é simplificada para

$$\eta = \frac{\left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i s_{k-i}\right)^2}{\sigma_n^2 \sum_{i=0}^{P-1} h_i^2}, \quad (k=0,1,2,\dots,M-1). \quad (8-9)$$

A razão η para o caso de ruído colorido se escreve como

$$\eta = \frac{\left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i s_{k-i}\right)^2}{\sum_{l=0}^{P-1} \sum_{i=0}^{P-1} h_i h_l \phi_{nn}(l-i)}, \quad (k=0,1,2,\dots,M-1). \quad (8-10)$$

A maximização de $\eta(h_j)$ é obtida através das equações normais dadas por:

$$\frac{\partial \mu(h_j)}{\partial h_i} = \frac{2s_{k-l} \sum_{i=0}^{P-1} h_i s_{k-i} \sum_{j=0}^{P-1} \sum_{i=0}^{P-1} h_j h_i \phi_{nn}(j-i) - 2 \sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{nn}(i-l) \left(\sum_{i=0}^{P-1} h_i s_{k-i}\right)^2}{\left(\sum_{l=0}^{P-1} \sum_{i=0}^{P-1} h_i h_l \phi_{nn}(l-i)\right)^2} = 0. \quad (8-11)$$

Como resultado da equação (8-11) obtemos a expressão desejada na forma WH:

$$\sum_{i=0}^{P-1} h_i \phi_{nn}(i-k) = s_{P-1-k}, \quad (k=0,1,2,\dots,P-1). \quad (8-12)$$

O sistema de equações simultâneas é escrito na forma matricial expandida:

$$\begin{bmatrix} \phi_{nn}(0) & \phi_{nn}(-1) & \phi_{nn}(-2) & \cdots & \phi_{nn}(-P+1) \\ \phi_{nn}(1) & \phi_{nn}(0) & \phi_{nn}(-1) & \cdots & \phi_{nn}(-P+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_{nn}(P-1) & \phi_{nn}(P-2) & \phi_{nn}(P-3) & \cdots & \phi_{nn}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(P-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s(P-1) \\ \vdots \\ s(1) \\ s(0) \end{bmatrix}. \quad (8-13)$$

A solução segue o formalismo da equação (8-12) cujo algoritmo está no Apêndice C.

8.1. APLICAÇÃO DO FILTRO

O experimento é com o traço da Figura 8.2 (letra c) formado do sinal (mensagem) (letra b) adicionado de ruído (letra a). Na Figura 8.1 está a autocorrelação $\phi_{nn}(\tau)$ do ruído aditivo (Figura 8.2, letra a), com o aspecto de uma série branca. Na Figura 8.2 (letra d) está a saída do filtro casado para entrada mostrada na letra (c), exibindo a suavização do ruído aditivo.

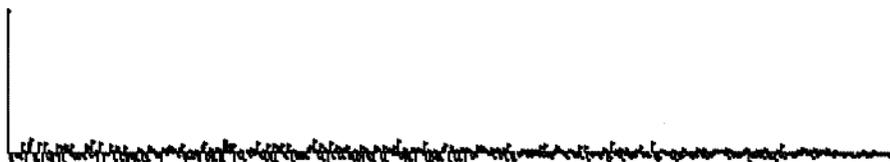


Figura 8.1 – Autocorrelação do ruído aditivo da Figura 8.2 (letra a).

Para melhorar a resolução da distribuição dos coeficientes de reflexão calculamos o operador casado quando o sinal mensagem é conhecido. Há melhora na deconvolução ao impulso quando utilizado os traços tratados com o filtro casado (Figuras 8.3 a 8.8).

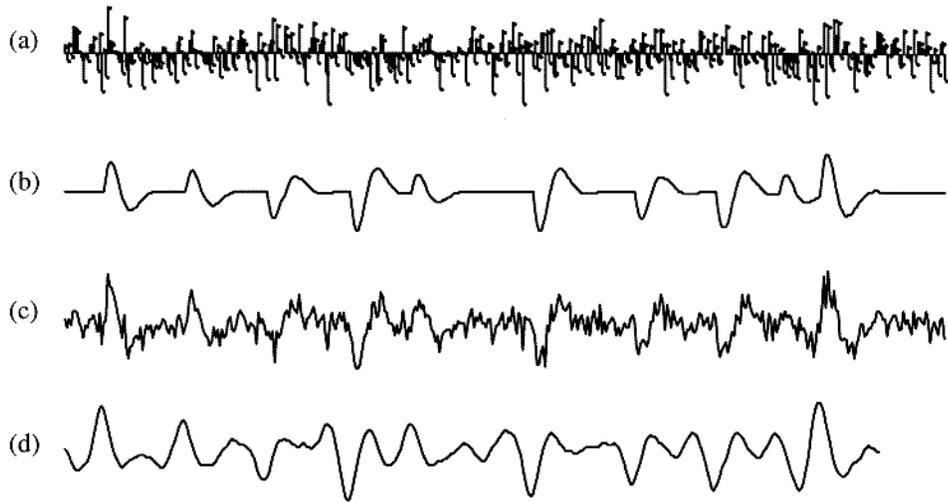


Figura 8.2 – (a) Ruído aditivo. (b) Traço sem ruído. (c) Traço com ruído. (d) Saída do filtro casado.

A Figura 8.4 indica que os resultados na estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão não são bons, quando não é utilizado descoloração no desenho da deconvolução impulso, principalmente a que faz uso da saída do filtro casado.

A aplicação de janelas exponenciais na autocorrelação e a utilização do parâmetro de descoloração aumenta a resolução na estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão (Figura 8.5).

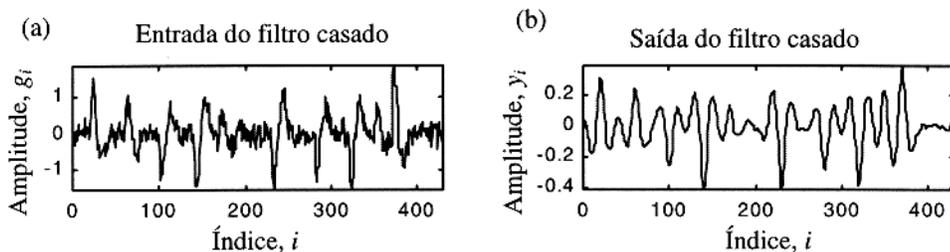


Figura 8.3 - (a) Traço com ruído aditivo. (b) Saída do filtro casado utilizando como entrada o traço da letra (a).

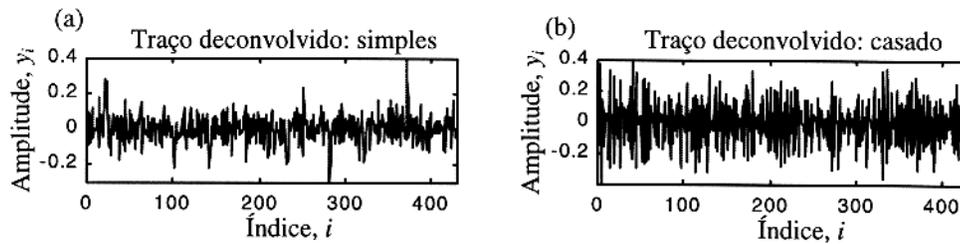


Figura 8.4 - Traços deconvolvidos utilizando como entrada: (a) traço com ruído aditivo; e (b) saída do filtro casado da Figura 8.3. Estes resultados não são bons (ver Figura 8.5).

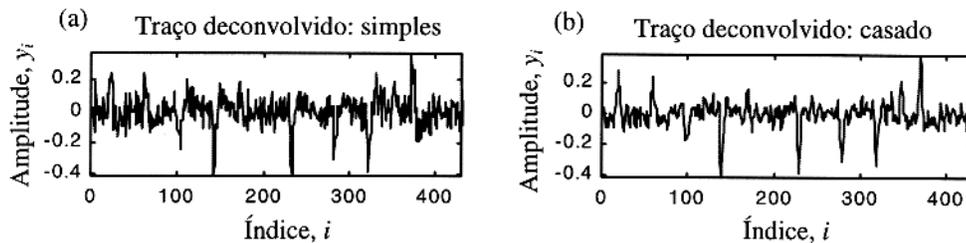


Figura 8.5 - Saída do filtro de deconvolução ao impulso aplicando: (a) descoloração de 100%, sendo a entrada o traço com ruído aditivo (Figura 8.3, letra a); (b) descoloração de 20%, sendo a entrada a saída do filtro casado (Figura 8.3, letra b). A deconvolução da saída do filtro casado apresenta melhor resolução na distribuição dos coeficientes de reflexão. Janelas exponenciais com $\beta = 30$ na autocorrelação.

Na Figura 8.6 estão apresentados vários traços sísmicos com diferentes níveis de ruído aditivo que foram utilizados como entrada no filtro de suavização e no filtro casado. A finalidade deste experimento é comparar e identificar qual deles gera o melhor resolução no filtro de deconvolução ao impulso.

O filtro de deconvolução ao impulso gera melhores resultados na estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão quando o traço de entrada for suavizado com o filtro casado, isto comparando os resultados com o filtro de suavização. É demonstrada a utilização do parâmetro de descoloração e janelas exponenciais na autocorrelação no filtro de deconvolução ao impulso.

Na Figura 8.7 (coluna esquerda) estão graficadas as saídas do filtro de suavização com descoloração de 20%, e a coluna direita mostra as saídas do filtro casado. Este apresenta melhores resultados do que os do filtro de suavização.

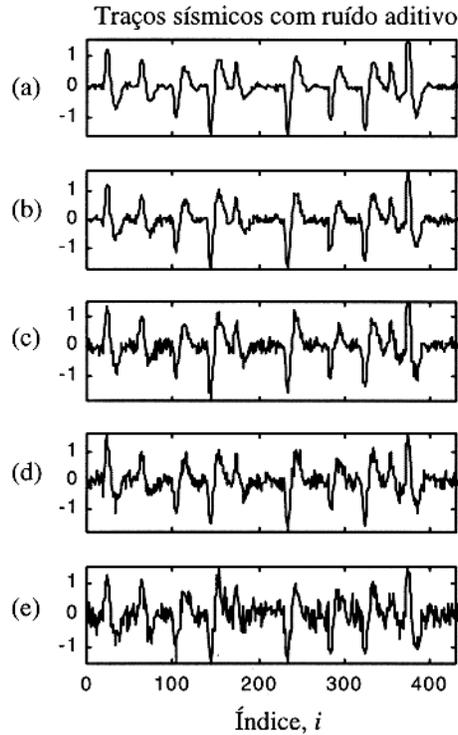


Figura 8.6 - Traços com diferentes níveis de ruído utilizados como entrada nos filtros casado e de suavização. As saídas estão na Figura 8.7.

Na Figura 8.8 estão as saídas do filtro de deconvolução ao impulso. Na coluna esquerda utilizamos descoloração de 30% e janela exponencial aplicada na autocorrelação com decaimento 30 (a entrada são os traços da Figura 8.7, coluna esquerda). Na coluna direita utilizamos descoloração de 20% e janela exponencial de decaimento 15 (a entrada são os traços da Figura 8.7, coluna direita). Os traços deconvolvidos utilizando a saída do filtro casado apresentam melhores resultados.

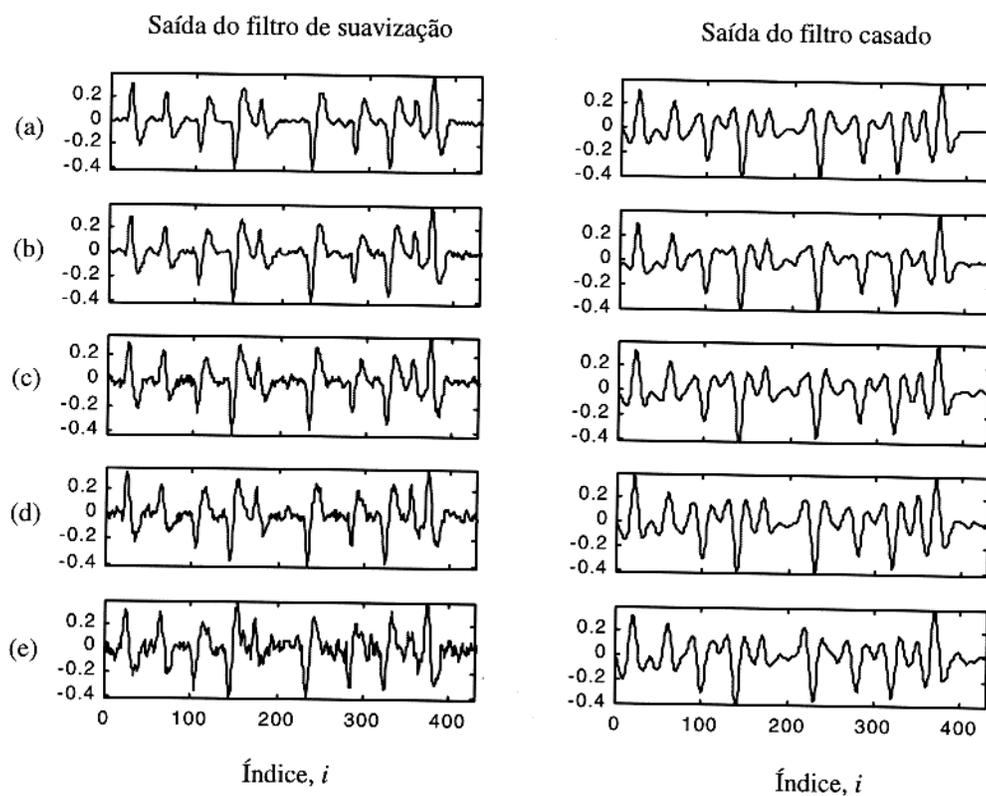


Figura 8.7 - Na coluna esquerda estão as saídas do filtro de suavização utilizando descoloração de 20%, sendo a entrada os traços sísmicos com ruído aditivo graficados na Figura 8.6. Na coluna direita estão as saídas do filtro casado utilizando um operador de comprimento igual ao do pulso-fonte, sendo a entrada os traços da Figura 8.6. O filtro casado apresenta melhor desempenho na suavização.

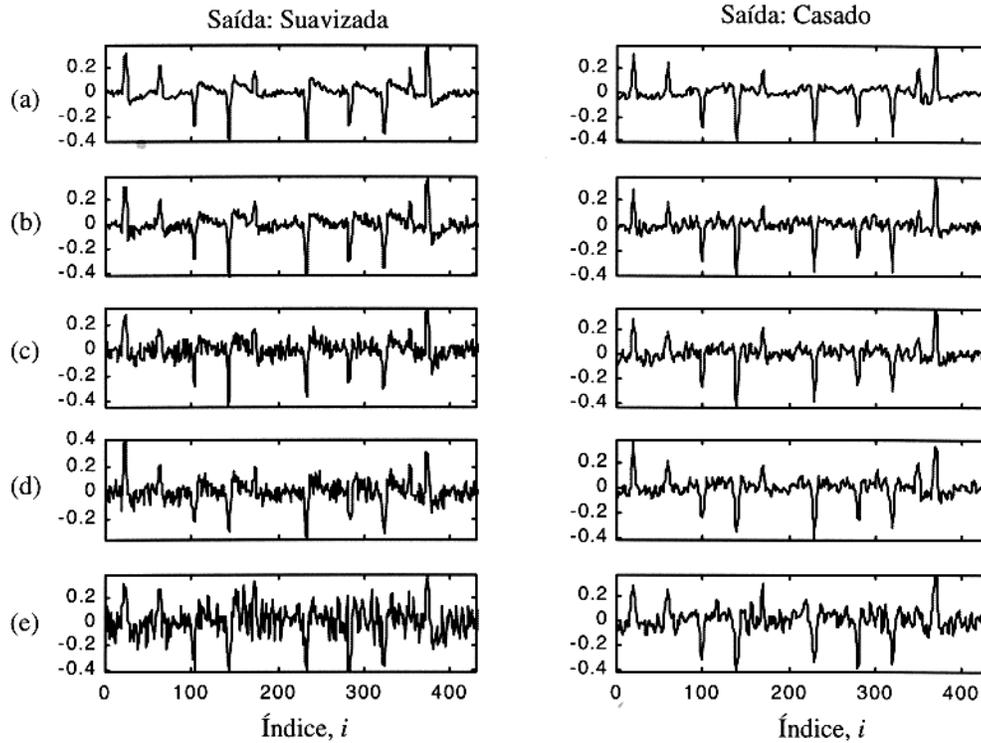


Figura 8.8 - Coluna esquerda: saída do filtro de deconvolução ao impulso aplicando descoloração de 30%, utilizando como entrada a saída do filtro de suavização da Figura 8.7 (coluna esquerda). Coluna direita: saída do filtro de deconvolução ao impulso aplicando descoloração de 20%, utilizando como entrada a saída do filtro de suavização da Figura 8.7 (coluna esquerda).

8.2. CONCLUSÕES PARCIAIS

O filtro casado evidencia os eventos existentes no traço sísmico através da suavização do ruído. É demonstrado a aplicação de janelas exponenciais na autocorrelação da componente observada, e a utilização do parâmetro de descoloração no filtro de deconvolução ao impulso para obter bons resultados na estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão. Há uma melhora na recuperação da distribuição dos coeficientes de reflexão quando o traço sísmico é suavizado com o filtro casado com relação ao filtro de suavização.

9. CONCLUSÕES GERAIS

(a) Deconvolução ao impulso

Este filtro tem por objetivo estimar simultaneamente o pulso-fonte e a distribuição dos coeficientes de reflexão, a partir de informações existente no traço sísmico. O operador é obtido admitindo a distribuição dos coeficientes de reflexão como uma série branca. Quando esta premissa é satisfeita, e não houver ruído aditivo no traço sísmico, o operador obtido a partir da equação Wiener-Hopf comprime com êxito os eventos sísmicos, sendo seu inverso uma boa aproximação do pulso-fonte. Porém, quando a premissa da distribuição dos coeficientes não é satisfeita, o operador apresenta flutuações indesejáveis que comprometem os resultados na deconvolução, mesmo na ausência de ruído aditivo.

É demonstrado através dos experimentos computacionais que o filtro de deconvolução ao impulso melhora os resultados em função da variação no comprimento e da forma da janela aplicada na autocorrelação e no operador. O tipo de janela é também seletivo para que haja melhora dos resultados.

(b) Janelas

Elas são aplicadas na autocorrelação para diminuir gradativamente as ondulações existentes, em função do decaimento das janelas. Isto resulta na atenuação das flutuações indesejáveis presentes no operador, melhorando assim o resultado na deconvolução. As janelas de decaimento rápido aproximam o operador a uma função concentrada, havendo, com isto, perda na capacidade de compressão; no entanto, a forma do pulso-fonte é recuperado numa versão fase-mínima do pulso-fonte.

As flutuações ao longo do operador são também eliminadas com a aplicação de janelas seletivas. O resultado é a melhora na resolução da distribuição dos coeficientes de reflexão e na recuperação do pulso-fonte. Com a aplicação de janelas no operador, o pulso-fonte recuperado se torna mais fase-mínima em função do decaimento da janela. O problema é não-unívoco.

Quando a distribuição dos coeficientes de reflexão não é uma série branca, o inverso do operador deconvolucional apresenta ondulações em seu conteúdo. A utilização de janela retangular no trecho inicial do inverso do operador deconvolucional, para obtenção de um

operador mais eficiente, gera bons resultados na estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão.

(c) Deconvolução aos impulsos

Este filtro é obtido utilizando a distribuição dos coeficientes de reflexão. Quando esta distribuição não é uma série branca, o operador de deconvolução aos impulsos comprime os eventos sísmicos a uma função cuja forma é semelhante a um impulso seguido de uma ondulação. O trecho final do inverso do operador contém uma forma que se assemelha ao reverso do pulso-fonte.

A aplicação das janelas especiais na autocorrelação não apresenta bons resultados, e há uma degradação na saída do filtro em função do decaimento da janela aplicada. O janelamento no operador apresenta melhora na resolução da distribuição dos coeficientes de reflexão. Quando é aplicada a janela exponencial de decaimento 5, o inverso do operador se torna o próprio pulso-fonte. Esta é a razão porque este operador comprimir os eventos a impulsos.

(d) Deconvolução com auxílio da TH

Quando o traço sísmico não contém ruído, a saída do filtro de deconvolução ao impulso e a deconvolução com auxílio da TH apresentam boa compressão do evento sísmico e boa recuperação da forma do pulso-fonte.

Na presença de ruído, a deconvolução com auxílio da TH apresenta melhores resultados com relação aos obtidos com o filtro de deconvolução ao impulso, tanto na compressão dos eventos sísmicos quanto na recuperação do pulso-fonte. É importante ressaltar que a premissa básica para uso da TH é que o pulso-fonte seja de fase-mínima.

(e) Filtro de suavização

Este filtro realiza bem sua tarefa em função do percentual de descoloração aplicada. A utilização dos traços suavizados no filtro de deconvolução ao impulso melhora seus resultados. Porém, a aplicação de descoloração é função do que é desejado estimar: se os coeficientes de reflexão ou a forma do pulso-fonte.

(f) Descoloração

Os melhores resultados na estimativa do pulso-fonte foram obtidos sem a utilização da descoloração no filtro de deconvolução ao impulso. Isto se dá em função do aumento da descoloração utilizada na suavização do traço de entrada. A aplicação da descoloração no filtro de deconvolução ao impulso degrada o trecho inicial do pulso-fonte recuperado, comprometendo sua forma.

Na estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão, os melhores resultados estão relacionados com a utilização de um percentual de descoloração maior no filtro de deconvolução ao impulso. Isto com relação ao do filtro de suavização, juntamente com a utilização de janelas na autocorrelação.

(g) Filtro casado

Este filtro tem por finalidade aumentar a relação S/R para evidenciar os eventos presentes no traço. A deconvolução ao impulso tendo como entrada a saída do filtro casado resulta na melhora na resolução da distribuição dos coeficientes de reflexão quando utilizamos janelas exponenciais na autocorrelação da componente observada e utilização do parâmetro de descoloração no desenho do filtro de deconvolução ao impulso.

O resultado distribuição dos coeficientes de reflexão é melhor a partir da saída do filtro casado do que da saída do filtro de suavização, usando descoloração e aplicando janelas especiais no operador deconvolucional.

(h) Diagrama de blocos

As etapas organizadas para estimativas do pulso-fonte e distribuição dos coeficientes de reflexão estão reunidas nas Figuras 9.1 e 9.2 dadas a seguir.

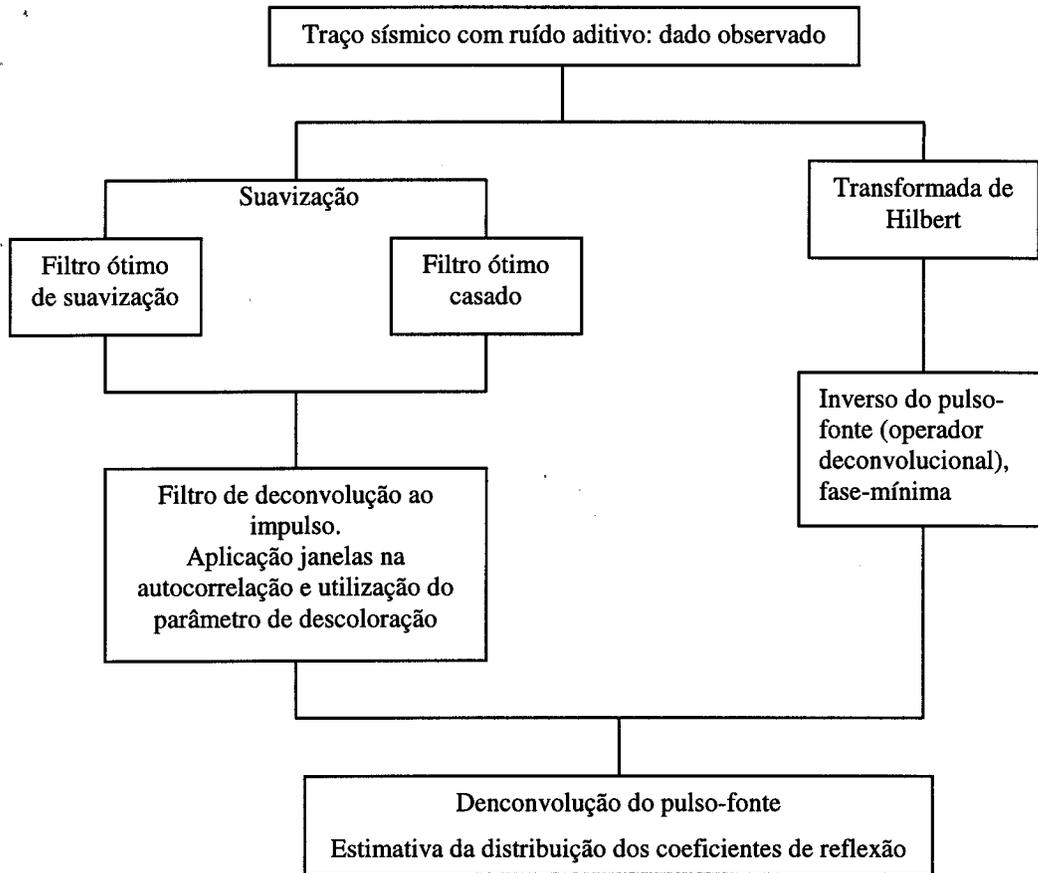


Figura 9.1 - Diagrama para estimativa da distribuição dos coeficientes de reflexão.

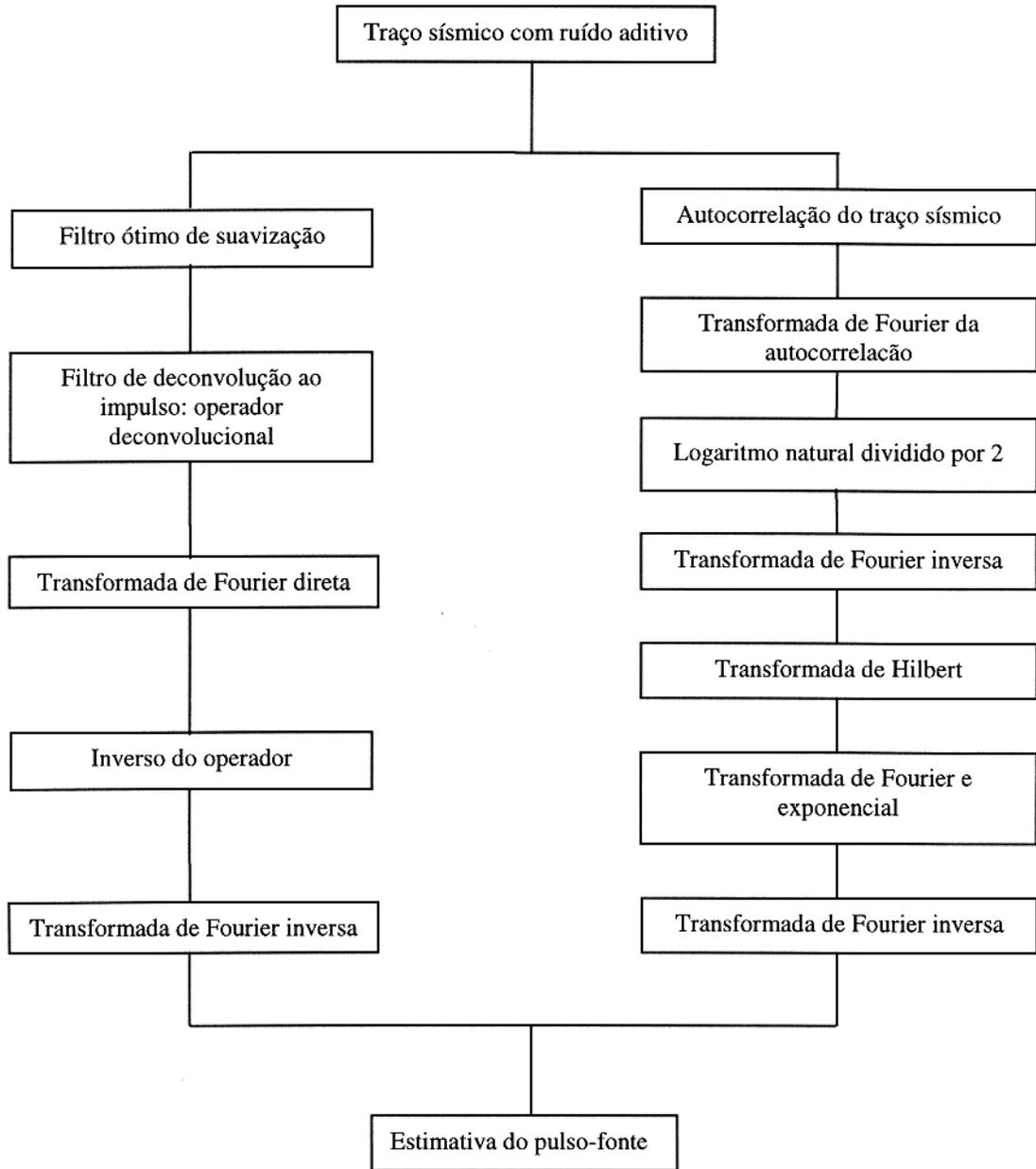


Figura 9.2 - Diagrama para estimativa do pulso-fonte.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKI, K. & RICHARDS, P. G., 1980. *Quantitative Seismology*. Volumes I e II. New York, USA. W. H. Freeman and Company.
- ALDRIDGE, D. F., 1990. The Berlage Wavelet. *Geophysics*, v. 55, n.11, p. 1508-1511.
- BARDAN, V., 1977. Comments on "Dynamic Predictive Deconvolution". *Geophysical Prospecting*, v. 25, p 569-572.
- BERKHOUT, A. J. & ZAAANEN, P. R., 1979. A Comparison Between Wiener Filtering, Kalman Filtering and Deterministic Least Squares Estimation. *Geophysical Prospecting*, v. 24, n. 3, p. 141-197.
- BERNABINI, M.; CARRION, P.; JACOVITTI, G.; PROCCA, F.; TREITEL, S.; WORLINGTON, M., 1987. *Deconvolution and Inversion*. Blackwell Scientific Publication. Oxford, Inglaterra.
- BICKEL, S. H. & MARTINEZ, D. R., 1983. Resolution Performance of Wiener Filters. *Geophysical Prospecting*, v. 48, n. 7, p. 887-899.
- BOX, G. E. P. & JENKINS, G. M., 1976. *Time Series Analysis*. San Francisco, USA. Holden-Day.
- LEINBACH, J., 1995, *Wiener Spiking Deconvolution and Minimum-phase Wavelet*. A Tutorial. San Antonio, Texas, USA. The Leading Edge.
- LEITE, L. W. B., 1998. *Introdução a Análise Espectral em Geofísica*. Belém, Pará. FADESP/CNPq.
- LEITE, L. W. B., 1999. *Tópicos Especiais da Transformada-Z na Propagação de Ondas Elásticas Planas*. Primeiro semestre de 1999. Curso de Pós-Graduação em Geofísica, CG, UFPa. (Notas de aula).
- MENDEL, J. M., 1983. *Optimal Seismic Deconvolution*. New York, USA. Academic Press, Inc.
- MESKÓ, A., 1984. *Digital Filtering: Application in Geophysical Exploration for Oil*. Londres, Inglaterra. Pittman Advanced Publishing Program.
- OGATA, K., 1995. *Discrete-Time Control Systems*. New Jersey, USA. Prentice-Hall, Inc.
- OPPENHEIM, A. V. & SCHAFER, R. W., 1975. *Digital Signal Processing*. New Jersey, USA. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs.

- OSMAN, O. M. & ROBINSON, E. A., 1996. *Seismic Source Signature Estimation and Measurement*. Tulsa, Oklahoma, USA. Society of Exploration Geophysicists (SEG). (Geophysics Reprint Series, 18).
- RABINER, L. R.; SCHAFER, R. W.; DLUGOS, D., 1979. *Correlation Method for Power Spectrum Estimate*. New York, USA. Em IEEE Programs for Digital Signal Processing. IEEE, Inc.
- ROCHA, M. P. C., 1998. *Aplicação do Método de Kalman a Dados Geofísicos*. Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências. Tese (Mestrado em Geofísica) - Curso de Pós-Graduação em Geofísica, CG, UFPa, 1998.
- ROBINSON, E. A., 1978. *Multichannel Time Series Analysis with Digital Computer Programs*. University of Tulsa, Oklahoma, USA.
- ROBINSON, E. A. & OSMAN, O. M., 1996. *Deconvolution 2*. Tulsa, Oklahoma, USA. Society of Exploration Geophysicists (SEG). (Geophysics Reprint Series, 17).
- ROBINSON, E. A. & TREITEL, S., 1967. Principles of Digital Wiener Filtering. *Geophysical Prospecting*, v. 15, n. 3, p. 311-333.
- ROBINSON, E. A. & TREITEL, S., 1980. *Geophysical Signal Analysis*. Englewood. N. J., USA. Prentice-Hall, Inc.
- TREITEL, S. & ROBINSON, E. A., 1966. *The Design of High-Resolution Digital Filters*. IEEE. Transactions on Geoscience Electronics, v. GE-4, n. 1, p. 25-38.
- URSIN, B., 1987. *The Plane-Wave Reflection and Transmission Response of Vertically Inhomogeneous Acoustic Medium*. Oxford, Inglaterra. Em Bernabini et al. *Deconvolution and Inversion*. Blackwell Scientific Publication.
- WEBSTER, F. K., 1978. *Deconvolution 1*. Tulsa, USA. Society of Exploration Geophysicists.
- YILMAZ, O., 1989. *Seismic Data Processing*. Tulsa, USA. Society of Exploration Geophysics.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Definição da Transformada-Z de Laplace

A transformada-Z de Laplace de uma sequência temporal $x(k \Delta t)$, onde $x(t) = 0$ para $t < 0$, é definida pela seguinte equação

$$Z[x(k \Delta t)] \Rightarrow Z[x(k)] = Z[x_k] = \sum_{k=0}^{\infty} x_k z^k, \quad (\text{A-1})$$

onde Δt é o intervalo de amostragem (Ogata, 1995).

APÊNDICE B - A autocorrelação do traço sísmico como versão escalonada da do pulso-fonte

A autocorrelação estocástica é estimada pela média temporal, que admite uma distribuição uniforme, dada por

$$\phi_{rr}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} r_n r_{n-k}, \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm N - 1), \quad (\text{B-1})$$

onde k é o deslocamento. Se r_n for uma série aleatória não-correlacionável, temos a seguinte propriedade

$$\begin{cases} \phi_{rr}(k) = 0, & k \neq 0 \text{ e} \\ \phi_{rr}(0) = \phi_0, & \text{constante} \end{cases} \quad (\text{B-2})$$

O valor de ϕ_0 da série, ou seja

$$\phi_{rr}(0) = r_0^2 + r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_{N-1}^2. \quad (\text{B-3})$$

O modelo convolucional sem ruído aditivo é expresso por

$$g_k = w_k * r_k. \quad (\text{B-4})$$

A transformada-Z desta equação é

$$G(z) = W(z) R(z). \quad (\text{B-5})$$

Substituir z por $1/z$ significa fazer a reflexão da série correspondente. O conjugado complexo é indicado por uma barra e

$$\overline{G}(1/z) = \overline{W}(1/z) \overline{R}(1/z). \quad (\text{B-6})$$

Multiplicando as equações (B-5) e (B-6), obtemos

$$G(z) \overline{G}(1/z) = [W(z) \overline{W}(1/z)] [R(z) \overline{R}(1/z)]. \quad (\text{B-7})$$

Por definição, a equação acima no domínio- t é

$$\phi_{gg}(k) = \phi_{ww}(k) * \phi_{rr}(k), \quad (\text{B-8})$$

onde $\phi_{gg}(\tau)$, $\phi_{ww}(\tau)$ e $\phi_{rr}(\tau)$ são as autocorrelações do traço, do pulso-fonte e da refletividade simples, respectivamente. Considerando refletividade uma série branca, temos que

$$\phi_{gg}(k) = \phi_{rr}(0) * \phi_{ww}(k) = \phi_0 \phi_{ww}(k). \quad (\text{B-9})$$

A equação (B-9) mostra $\phi_{gg}(k)$ como uma versão escalonada de $\phi_{ww}(0)$ pelo fator ϕ_0 .

APÊNDICE C - Relação da autocorrelação com o espectro de energia

Seja $w(t)$ uma função real e tem que:

$$F\{w(t)\} = W(f) \quad \text{e} \quad F\{w(-t)\} = W(-f). \quad (\text{C-1})$$

A autocorrelação de $w(t)$ é dada por

$$\phi_{ww}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t)w(t-\tau) dt = w(t) * w(-t). \quad (\text{C-2})$$

Pelo teorema da convolução no tempo e mudança de escala,

$$F\{w(t) * w(-t)\} = W(f) * W(-f). \quad (\text{C-3})$$

Como $w(t)$ é uma função real,

$$W(-f) = \overline{W(f)}. \quad (\text{C-4})$$

$\overline{W(f)}$ é o conjugado complexo de $W(f)$, logo

$$F\{w(t) * w(-t)\} = W(f) * \overline{W(f)}, \quad (\text{C-5})$$

o que resulta em

$$\Phi_{ww}(f) = F\{w(t) * w(-t)\} = |W(f)|^2. \quad (\text{C-6})$$

$|W(f)|^2$ é o espectro de energia, $|W(f)|$ é o espectro de amplitude, e $\Phi_{ww}(f)$ não possui informação da fase.

APÊNDICE D - Simbologia utilizada

Apresentamos abaixo uma tabela relacionando os símbolos utilizados no presente trabalho com suas definições.

SÍMBOLOS	VARIÁVEL
β	Decaimento da função exponencial
δ_{ij}	Delta de Kronecker
$\delta(t)$	Delta de Dirac
Δt_k	Tempo duplo (de trânsito numa camada)
ε	Parâmetro de descoloração
ϕ_{gg}	Função autocorrelação da componente observada
ϕ_{zg}	Função correlação cruzada entre componentes desejada e observada
ϕ_{nn}	Função autocorrelação da componente ruído
ϕ_0	Deslocamento de fase
$\underline{\Phi}$	Matriz Toeplitz
γ	Coefficiente de decaimento na função Berlage
$\eta = \eta(t)$	Função razão sinal/ruído
λ, μ	Constantes elásticas de Lamé
$\underline{\Lambda}$	Matriz dos autovalores
$\theta(f)$	Espectro de fase
ρ	Densidade
σ_n^2	Descoloração
τ	Variável temporal
ξ	Valor principal de Cauchy
$A(f)$	Espectro de amplitude
$A_k(z)$ e $B_k(z)$	Polinômios característicos
\underline{c}	Vetor correlação cruzada entre a componente desejada e saída real do filtro
$d_k(t)$	Onda descendente
$D_k(z)$	Transformada-Z de Laplace de $d_k(t)$

$e(h_j)$	Função erro
e_k	Espessura da camada k
$E\{.\}$	Valor esperado
f	Frequência (Hertz)
$F\{.\}$	Transformada de Fourier
g_k	Traço sísmico observado
g_{par}	Componente par
g_{impar}	Componente impar
h_k	Coefficientes do filtro
$H(f)$	Operador no domínio da frequência
I_k	Impedância acústica
k, i, j, l	Contadores
J	Comprimento de truncamento da janela
$\ln[.]$	Logaritmo natural
$L\{.\}$	Transformada de Laplace
M	Número de pontos da autocorrelação
n_k	Ruído aditivo
N_k	Produto das matrizes das interfaces
N	Número de pontos de r_k
P	Número de pontos do filtro
$P_k(z)$ e $Q_k(z)$	Polinômios fundamentais
Q	Número de pontos de g_k
r_k	Coefficientes de transmissão na camada k
$R_k(z)$	Função transferência da reflexão
s_k	Sinal mensagem
$\text{sgn}(t)$	Função sinal
S	Número de pontos da correlação cruzada entre o desejado e observado
t	Variável temporal
t_k	Coefficientes de transmissão na camada k

T	Nova dimensão da matriz dos autovalores
TF	Transformada de Fourier
TZL	Transformada-Z de Laplace
$u_k(t)$	Onda ascendente
$U_k(z)$	Transformada-Z de Laplace de $u_k(t)$
$\underline{U}, \underline{V}$	Matrizes dos autovetores
v_k	Velocidade na camada k
x	Direção de propagação
X_i	Amplitude
z	Variável do polinômio da transformada-Z
w_k	Pulso-fonte
$W(f)$	Pulso-fonte no domínio da frequência
$y(t)$	Saída real do filtro

APÊNDICE E - Programas MATLAB

E-1. Pulso-fonte (Função Berlage)

```

clc
clear
disp('VARIÁVEIS DE CONTROLE DA FUNÇÃO BERLAGE')
Ao=input('Entre com a amplitude [Ao: 1-10](1)= ')
n=input('Entre com o grau [n: 0-4](1)= ')
Fo=input('Entre com a frequência dominante em Hz [Fo: 10-100](32.5)= ')
Phio=input('Entre com a fase inicial em graus [Phio: 0-90](30)= ')
Gam=input('Entre com índice de atenuação [Gam: 0.1-0.5](0.25)= ')
P=input('Entre com o número de pontos [P: 32-128](32)= ')
Dt=input('Entre com o intervalo de amostragem em ms [ Dt: 0.1-4.0](1)= ')
Fo=Fo/1000;
tp=(0:P-1)*Dt;
for m=1:P
    W(m)=Ao*tp(m)^(n)*exp(-Gam*tp(m))*cos(2*pi*Fo*tp(m)+Phio);

```

```
end
figure
plot(W)
title('Função Berlage')
ylabel('Amplitude')
xlabel('Tempo (índice)')
save pulso.dat W -ascii
```

E-2. Pulso-fonte (Função seno-cardinal-unilateral)

```
clear
% Intervalo da função
x=0:0.2:10*pi;
% Função do MATLAB para o Seno Cardinal -> SINC
y=sinc(x);
figure(1)
clf
plot(x,y)
title('Sinc')
legend('Função Seno cardinal')
grid
save pulso.dat y -ascii
```

E-3. Deconvolução com auxílio da transformada de Hilbert

```
clear;
load pulso.dat
b=pulso;
figure(1)
clf
subplot 224
plot(b)
title('Pulso fonte')
```

```

%Escolha do sismograma => ENTRADA DO FILTRO
clc
disp('Escolha do sismograma a ser processado:')
disp('1=Sem ruído; 2=c/ ruido geológico; ')
k=input('3=c/ ruido local; 4=c/ ruidos local+geológico: ')
Kd=[' sismsr'; 'sismcrg'; 'sismcrl'; 'sismcrlg'];
Kdd=Kd(k,:);
dd=[Kdd '.dat'];
eval(['load ' dd])
ss=eval(Kdd);
figure(10)
subplot(3,1,1)
plot(ss)
title('Traço a ser tratado')
axis([0 length(ss(:,1)) min(ss(:,1)) max(ss(:,1))])
figure(3)
clf
plot(ss(:,1))
legend('Sismograma')
% calculo da autocorrelação
as=xcorr(ss,'coeff'); % as->autocorrelação do sismograma(d. tempo)
asi=fft(as);
ass=abs(asi);
hil=hilbert(as);
% cálculo da transformada inversa
ggg=angle(fft(hil));
% cálculo do pulso-recuperado
for k=1:length(ass);
p(k)=fftshift(ass(k))*(exp(i*hil(k)));
end
pp=ifft(p);

```

```

ppp=pp(1:fix(length(ass)/2));
figure(1)
subplot 211
plot(real(ppp));
title('Pulso obtido pela transformada de Hilbert(c/todos os pontos)')
clc
T=0;
while T~=1
clc
disp('Tamanho do pulso fonte')
disp(length(b))
disp(' ')
disp('É necessário estipular um número de pontos para o pulso')
disp('o pulso resutante terá como origem o primeiro ponto e como ')
disp('ponto final o número de pontos escolhido')
co=input('Entre com corte: 16 - 32 -64 : ');
pp2=ppp(1:co);
figure(1)
subplot 223
D=real(pp2);
plot(D);
title('Pulso recuperado')
save font.dat pp2 -ascii
% estudo dos espectros dos pulsos de entreda e estimado
AA=fft(D); %transformada de fourier do pulso recuperado
B=fft(b);
rAA=abs(AA);
imAA=angle(AA);
rB=abs(B);
imB=angle(B);
figure(2)

```

```

clf
subplot(2,3,4)
plot(D./max(D),'r')
axis([0 length(D) min(D) max(D)])
title('Pulso fonte recuperado')
subplot(2,3,5)
plot(fftshift(rAA)./max(rAA),'r')
axis([0 length(rAA) 0 1])
%axis([0 length(rAA) min(rAA) max(rAA)])
%title('Espectro de Amplitude')
subplot(2,3,6)
plot(imAA./max(imAA),'r')
axis([0 length(imAA) min(imAA) max(imAA)])
%title('Espectro de fase')
subplot(2,3,1)
plot(b./max(b),'r')
axis([0 length(b) min(b) max(b)])
title('Pulso fonte')
subplot(2,3,2)
plot(fftshift(rB)./max(rB),'r')
axis([0 length(rB) 0 1])
%axis([0 length(rB) min(rB) max(rB)])
title('Espectro de Amplitude')
subplot(2,3,3)
plot(imB./max(imB),'r')
axis([0 length(imB) min(imB) max(imB)])
title('Espectro de fase')
T=input('Aceita intervalo->1 : ');
end
save pulso_rec.dat D -ascii
op_rest1=fft(D);

```

```
op_restR=1./(abs(op_rest1));
op_restI=-angle(op_rest1);
op_rest=real(iff(fft(op_restR.*exp(i*op_restI)));
save operador2.dat op_rest -ascii
figure(4)
clf
subplot(3,1,1)
plot(op_rest)
title('Operador (inverso do pulso-recuperado)')
figure(10)
subplot(3,1,3)
tt=conv(op_rest,ss);
plot(tt)
title('Traço deconvolvido')
axis([0 length(ss(:,1)) min(tt(:,1)) max(tt(:,1))])
figure(5)
clf
ddd=conv(pulso,op_rest);
plot(ddd)
title('Resultado da deconvolução com o pulso')
```

E-4. Analise do pulso-fonte

```
clear
load pulso.dat
p=pulso;
pk2=p;
figure(5)
clf
subplot(2,2,1)
plot(p,'r')
title('Pulso-fonte')
```

```
z1=p;
deta=0:0.2:2*pi;
xh1=cos(deta);
yh1=sin(deta);
subplot(2,2,2)
zz1=roots(z1);
plot(zz1,'k*')
hold on
xq=[-1 1];
yq=[0 0];
plot(xq,yq,'k-')
plot(yq,xq,'k-')
plot(xh1,yh1,'k-')
title('Circulo Unitário')
hold off
subplot(2,2,3)
plot(log10(abs(z1)), 'r')
title('Log10(z)')
subplot(2,2,4)
plot(angle(z1), 'r')
title('Argumento de z')
figure(7)
clf
subplot(2,3,2)
plot(pk2, 'r')
title('Pulso-fonte')
axis off
figure(6)
clf
plot(xh1,yh1,'k-')
hold on
```

```

xq=[-2 2];
yq=[0 0];
plot(zz1,'k.')
legend('Círculo unitário','Raízes do Polinômio da transformada-z')
plot(xq,yq,'k:')
plot(yq,xq,'k:')
title('Circulo unitário')
axis square
hold off

```

E-5. Filtro de deconvolução ao impulso, filtro de deconvolução aos impulsos, filtro de suavização e filtro casado.

```

clear
% 1ª Etapa: Escolha do Traço sísmico a ser filtrado
clc
disp('Escolha do sismograma a ser processado:')
disp('1=Sem ruído;      2=c/ ruído geológico ; ')
disp('3=c/ ruído local; 4=c/ ruídos local+geológico ')
k=input('5=resultado do filtro casado: ')
Kd=[' sismsr';' sismcrg';' sismcrl';'sismcrlg';'resultfc'];
Kdd=Kd(k,:);
dd=[Kdd '.dat'];
eval(['load ' dd])
ft=eval(Kdd);
save sismograma.dat ft -ascii
% Escolha do tipo de deconvolução
nnn2=0;
while nnn2~=1 & nnn2~=2 & nnn2~=3 & nnn2~=4
    clc
    disp('Escolha o tipo de deconvolução')
    disp('1: deconvolução ao impulso')
    disp('2: deconvolução aos impulsos')

```

```

disp('3: suavização')
disp('4: casado')
nnn2=input(' Entre com o número: ')
end
load refsr.dat
    r=refsr';
if nnn2==1
    disp('0 -> é deconvolução ao impulso')
    r2=zeros(1,length(r));
    r2(1,1)=1;
    r5=r2;
elseif nnn2==2
    r5=r';
elseif nnn2==3
    r5=ft(:,1);
end
% 2ª Etapa: Cálculo da autocorrelação do Traço sísmico
ac1 = xcorr(ft(:,1));
if nnn2==3
    load sismsr.dat
    ac1=[];ac1=xcorr(sismsr(:,1));
end
if nnn2==4
    load ruido.dat
    ac1=[];ac1T=xcorr(ruido); ac1=ac1T(fix(length(ac1T)/2)-1:end);
end
figure(1)
clf
xac1=-length(ac1)/2:length(ac1)/2-1;
plot(xac1,ac1./max(ac1),'K:')
grid

```

```

% Corte na autocorrelação para o cálculo do operador
disp('Números de pontos não negativos na autocorrelação')
disp(length(ac1)/2)
tes1=0;
while tes1~=1
    nnn=input('(1)Entre com o numero de pontos para corte: ');
    ac2=ac1(find(ac1==max(ac1)):find(ac1==max(ac1))+nnn);
    figure(1)
    xk6=[]; xk6=-fix(length(ac1)/2):fix(length(ac1)/2);
    ac2=ac2./max(ac2); %normalização da autocorrelação
    plot(xk6,ac1./max(ac1),'k:')
    hold on
    hndl=plot(ac2,'k-')
    set(hndl,'LineWidth',2.0)
    hold off
legend('Autocorrelação','Pontos escolidos')
    nnh2=0;
while nnh2~=1
    clc
    disp('Retangular -> 1');
    disp('Triangular -> 2')
    disp('Exponencial -> 3')
    nnh=[];nnh=input('Qual o tipo de Janela a ser utilizado? : ');
    if nnh==3;
        nnh4=input('Decaimento: ');
    end
    s1=1:length(ac2);
    if nnh==1;
        ac=ac2;
        ss2=length(s1)*ones(length(s1),1);
    elseif nnh==2

```

```

ss2=[];ss2=linspace(1,0,length(ac2));
ac=ss2.*ac2;
elseif nnh==3
    s1=[];s1=0:length(ac2)-1;
    ss2=[];ss2= exp(-s1./nnh4);
    ac=ss2.*ac2';ac=ac';
end
figure(2), clf
subplot(2,1,1)
if nnh~=1
    plot(s1,ac2,'k')
    hold on
    hndl2=plot(s1,ss2,'k');
    set(hndl2,'LineWidth',2.0);
    axis([0 length(s1)+5 -1.2 1.2])
    hold off
end
if nnh==1
    plot(s1,ac2,'k')
    hold on
    hndl2=plot(ss2,linspace(0,1,length(ss2)),'k',...
        ss2,linspace(0,1,length(ss2)),'k',...
        s1,ones(length(s1),1),'k');
    set(hndl2,'LineWidth',2.0);
    hold off
    axis([0 length(s1)+5 -1.2 1.2])
end
subplot(2,1,2)
plot(ac,'k')
axis([0 length(s1)+5 -1.2 1.2])
nnh2=input('Aceita a janela: 1-> Sim 2-> Não : ')

```

```

end
tes1=input('Aceita a autocorrelação: 1-> Sim 2-> Não : ')
end
emb=-10;
while emb==-10
emb=input('Percentual de embranquiçamento: ')
ack=ac;
ac(1)=(1+(emb./100))*ac(1);
end
save autocorrelacao.dat ac -ascii
save autocorrel.dat ac -ascii
% Cálculo da correlação cruzada
ggh=1;
if nnn2==1
    if k==5
        load pulso.dat
        yy=input('deseja conformação, sim->2 e não->1: ');
        if yy==2
            ggh=[]
            ggh=length(pulso);
        end
    end
end
cc=[]; cc=zeros(length(ft(:,1)),1); cc(ggh,1)=1;
cc1=cc;
end
if nnn2==2
    cc1 = xcorr(r5,ft(:,1));
    cc=(cc1(fix(length(cc1)/2):fix(length(cc1)/2)+nnn));
    cc=cc./max(cc);
end
if nnn2==3

```

```

cc=[]; cc=ack;
cc1=cc;
end
if nnn2==4
    load sismsr.dat
    cc=[]; cc=sismsr(:,1);
end
% Formação da matriz Toeplitz
n=nnn;
% 3ª Etapa
T=toeplitz(ac(1:n));
[U,S,V]=svd(T);
diagS=diag(S);
% Plotagem do autovalores em escala logarítmica
disp('Análise o gráfico de autovalores (fig. 30) para fazer o corte')
figure(3)
clf
semilogy(diagS,'K-')
title('Autovalores')
grid
figure(4)% Autovalores
clf
xx5=1:n;
line(xx5,diagS(1:n),'linestyle','-','linewidth',2,'color','K')
title('Autovalores')
xlabel('Número do Autovalor')
ylabel('Amplitude')
grid
tn4=0 ; diags2=[];
diags2=diagS(1:n);
hold off

```

```

while tn4~=1
    N=length(diagS);
    NC=input('Número de autovalores admitidos: ');
    if NC<=n
        figure(4)
        clf
        plot(diags2,'k-')
        hold on
        plot(diags2(1:NC),'r')
        grid
    elseif NC>n
        disp('Número escolhido é maior que o vetor')
    end
    tn4=input('1:sim ou Enter:não : ');
end
if NC < N
    UG=U(1:NC,1:NC);
    VG=V(1:NC,1:NC);
    SG=S(1:NC,1:NC);
else
    UG=U;VG=V;SG=S;
end
SGI=inv(SG);
AIG= VG*SGI*UG';
% Cálculo dos coeficientes do filtro (operador)
tes2=0;
h2 = AIG*cc(1:NC,1);
figure(5)
clf
xh=1:length(h2);
plot(xh,h2,'b-',xh,h2,'r+')

```

```

grid
tam=0;
hold off
kfy=0;
while kfy~=1 & kfy~=2
kfy=input('1:deseja todo operador  2:escolher os limites : ')
if kfy==2
while tes2~=1
    tam=input('(2)Entre os limites do operador [ ] :');
    h2 = AIG*cc(1:NC); h1=[]; h1=h2(tam(1):tam(2));
    figure(5)
    clf
    plot(h2,'b-')
    hold on
    plot(h2,'b+')
    hold off
    hold on
    plot(tam(1):tam(2),h1,'r-')
    hold off
    grid
    tes2=input('1-> Ok  Entre-> não Ok: ')
end
elseif kfy==1
    h1=h2;
end
end
tf=0;
while tf==0
    clc
    disp('Escolha o tipo de operador a ser utilizado no filtro')
    disp('Operador obtido no filtro de Wiener ->1 ')

```

```

tf=input('Operador janelado ->2 ')
    if tf==1
        h=[], h=h1;
    elseif tf==2
        load operador2.dat
        h=[]; h=operador2';
    end
% janelamento do operador
hh=h;
nnh5=0;
while nnh5~=1
    clc
    disp('Retângular -> 1');
    disp('Triângular -> 2')
    disp('Exponencial -> 3')
    nnh=[];nnh=input('Qual o tipo de Jaleja a ser utilizado? : ');
    if nnh==3;
        nnh4=[]; nnh4=input('Decaimento: ');
    end
    sa1=1:length(hh);
    if nnh==1;
        h=[];
        h=hh;
        ssa2=length(sa1)*ones(length(sa1),1);
    elseif nnh==2
        ssa2=[];ssa2=linspace(1,0,length(hh));
        h=ssa2.*hh;
    elseif nnh==3
        ssa2=[];ssa2= exp(-sa1./nnh4);
        h=ssa2.*hh';h=h';
    end
end

```

```

figure(8)
clf
plot(h)
title('Operador janelado')
nnh5=input('Aceita a janela: 1->sim 2->não: ');
end
save operador.dat h -ascii
% Aplicação do filtro
z1= conv(ft,h);
z=z1(1:length(z1));
% GRAFICOS
x=1:550;
figure(6)
clf
subplot(3,1,1)
plot(ft(:,1))
axis([0 length(ft) min(min(ft))-0.2 max(max(ft))+0.2])
title('FIG. 1 - Traço sísmico sintético=entrada do filtro')
xlabel('Índices')
ylabel('Amplitude')
figure(7)
subplot('position',[0.1,0.2,0.2,0.65])
%subplot(1,2,1)
ttt=5;
mft=0.5*max(max(abs(ft))); Aft=[];
for i=1:ttt
    Aft(i,:)=ft(:,i)+i*mft*ones(1,length(ft));
end
Aft=Aft/max(max(abs(Aft)));
hold off
x45=1:length(Aft(i,:));

```

```

plot(Aft(1,:),x45)
hold on
fill(Aft(1,:),x45,'r')
for i=2:ttt
    plot(Aft(i,:),x45)
    x45=1:length(Aft(i,:));
    fill(Aft(i,:),x45,'r')
end
axis([min(Aft(1,:)) max(Aft(ttt,:)) 0 length(Aft(1,:))])
set(gca,'xticklabel',' ')

figure(7)
subplot('position',[0.5,0.2,0.2,0.65])
%subplot(1,2,2)
mz=0.5*max(max(abs(z))); Az=[];
for i=1:ttt
    Az(:,i)=z'+i*mz*ones(length(z),1);
end
Az=Az/max(max(abs(Az)));
hold off
x55=1:length(Az(:,1));
plot(Az(:,1),x55)
hold on
fill(Az(:,1),x55,'r')
for i=2:ttt
    plot(Az(:,i),x55)
    x55=1:length(Az(:,1));
    fill(Az(:,i),x55,'r')
end
axis([min(Aft(1,:)) max(Aft(ttt,:)) 0 length(Aft(1,:))])
set(gca,'xticklabel',' ')

```

```
set(gca,'yticklabel',' ')
figure(7)
subplot('position',[0.77,0.2,0.07,0.65])
    sAz=sum(Az');
    xx99=1:length(sAz);
    sAz=sAz/max(abs(sAz));
    plot(sAz,xx99)
    disp(' ')
    disp('Tamanho do traço filtrado')
    disp(length(sAz))
    save filtrado.dat sAz -ascii
    hold on
    fill(sAz,xx99,'r')
    axis([min(sAz) max(sAz) 0 length(xx99)])
    set(gca,'xticklabel',' ')
    set(gca,'yticklabel',' ')
    hold off
figure(7) subplot('position',[0.36,0.2,0.07,0.65])
    sAz2=sum(ft');
    xx992=1:length(sAz2);
    sAz2=sAz2/max(abs(sAz2));
    plot(sAz2,xx992)
    disp(' ')
    disp('Tamanho do traço filtrado')
    disp(length(sAz2))
    hold on
    fill(sAz2,xx992,'r')
    axis([min(sAz2) max(sAz2) 0 length(xx992)])
    set(gca,'xticklabel',' ')
    set(gca,'yticklabel',' ')
    hold off
```

```
figure(6)
subplot(3,1,2)
plot(r)
axis([0 length(ft) min(min(r))-0.2 max(max(r))+0.2])
title('FIG. 2 - Função refletividade=resposta desejada')
xlabel('Índices')
ylabel('Amplitude')
figure(6)
subplot(3,1,3)
plot(z)
axis([0 length(ft) min(min(z))-0.2 max(max(z))+0.2])
title('FIG. 3 - Saída do filtro')
xlabel('Índices')
ylabel('Amplitude')
figure(9)
clf
subplot(3,1,1)
plot(ac)
title('FIG. 4 - Autocorrelação')
xlabel('Amostras')
ylabel('Amplitude')
subplot(3,1,2)
plot(cc)
title('FIG. 5 - Correlação Cruzada')
xlabel('Amostras')
ylabel('Amplitude')
subplot(3,1,3)
plot(h)
title('FIG. 6 - Coeficientes do Filtro')
xlabel('Amostras')
ylabel('Amplitude')
```

```

figure(10)
clf
subplot(2,1,1)
%subplot ('position',[0.2,0.65,0.55,0.25])
ftn=ft/max(abs(ft));
plot(ftn,'k:') %sismograma
hold on
zn=z/max(abs(z));
if tf==3
    zn=[zn(1,length(h):length(zn)), zeros(1,length(h)+1)];
    kk=[ zn' zn' zn' zn' zn'];
    save resultfc.dat kk -ascii
end
hnd2=plot(zn,'r-')
legend("Traço deconvolvido",'Traço sísmico inicial')
hold off
dr3=3;
%razão sinal/ruído
load ruido.dat
rrs=xcorr(ruído);
sinal_ruido1=max(ack)/max(rrs);
disp('sinal/ruído da entrada')
disp(sinal_ruido1)
sinal_ruido2=max(ac)/max(rrs);
disp('sinal/ruído da saída')
disp(sinal_ruido2)
% arquivo que realimenta o sistema
clc
disp('deseja aproveitar a saída para posterior deconvolução')
ww=input('não->1 e sim->2: ')
if ww==2

```

```
echo on
f=[];f=[sAz-mean(sAz)];
f2=[]; f2=[f f f f];
save resultfc.dat f2 -ascii
echo off
end
```