

**FORMULAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM PACOTE  
PARA INTERPRETAR MAPAS MAGNÉTICOS  
UTILIZANDO OS POLINÔMIOS DE WALSH**

por

**ALEXANDRE JOSÉ SANTOS RAMOS**

Engenheiro de Minas (Universidade Federal da Paraíba - 1983)

Tese submetida como requisito parcial ao grau de

**MESTRE EM CIÊNCIAS**

em

**GEOFÍSICA**

ao

Colegiado do Curso de Pós-Graduação em

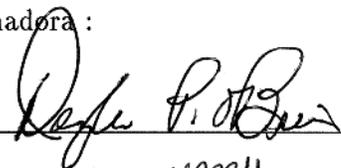
Geofísica

da

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**

Banca Examinadora :

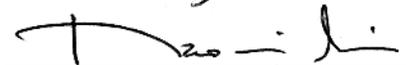
Dr. Douglas Patrick O'Brien (Orientador)

  
\_\_\_\_\_

Dr. Marco Polo Pereira da Boa Hora

  
\_\_\_\_\_

Dra. Naomi Ussami

  
\_\_\_\_\_

Data da Homologação : 30/12/1992

RAMOS, Alexandre José Santos. **Formulação e implementação de um pacote para interpretar mapas magnéticos utilizando os polinômios de Walsh.** Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências, 1992. 132 p. il.

**Tese (Mestrado em Geofísica) – Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPa., 1992.**

**1. POLINÔMIOS DE WALSH. 2. INTERPRETAÇÃO AUTOMÁTICA. 3. MAPAS MAGNÉTICOS - INTERPRETAÇÃO. 4. INVERSÃO 2-D. 5. INVERSÃO 3-D. I. Título**

À minha família pelo incentivo  
à realização deste trabalho.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador Dr. Douglas Patrick O'Brien pela enorme contribuição que deu a este trabalho, sempre com paciência e incentivo. Sem a sua ajuda seria praticamente impossível fazê-lo.

Ao Dr. Marco Polo Pereira da Boa Hora e a Dra. Naomi Ussami pela revisão desta tese e pela enorme contribuição que deram a este trabalho

Aos professores e funcionários do Núcleo de Pesquisas em Geofísica de Petróleo da Universidade Federal do Pará.

Ao convênio UFPa/PETROBRÁS/FADESP/CNPq/FINEP pelo suporte financeiro.

A todos os meus colegas de curso pela grande ajuda e companheirismo durante este período de convívio.

# SUMÁRIO

<b>DEDICATÓRIA</b> . . . . .	i
<b>AGRADECIMENTOS</b> . . . . .	ii
<b>RESUMO</b> . . . . .	1
<b>ABSTRACT</b> . . . . .	2
<b>1 - INTRODUÇÃO</b> . . . . .	3
1.1 Interpretação Automática. . . . .	3
1.2 Métodos de Interpretação Automática Descrito na Literatura. . . . .	4
1.3 Utilização da Equação Homogênea de Euler para Estimativas de Profundidade dos Corpos. . . . .	5
1.4 Relação Entre o Campo Observado na Superfície e os Polinômios de Walsh. . . . .	5
1.5 Aplicação dos Polinômios de Walsh na Geofísica. . . . .	7
1.6 Objetivos do Trabalho. . . . .	9
<b>2 - DESENVOLVIMENTO TEÓRICO</b> . . . . .	10
2.1 Definições. . . . .	10
2.2 A Transformada de Walsh e o Problema da Não-Invariância por Translação. . . . .	13
<b>3 - METODOLOGIA</b> . . . . .	17
3.1 Método Direto Bidimensional. . . . .	17
3.2 Método Direto Tridimensional. . . . .	21
3.3 Método Inverso Bidimensional. . . . .	25
3.4 Método Inverso Tridimensional. . . . .	28
<b>4 - TESTES COM ANOMALIAS SINTÉTICAS</b> . . . . .	30
4.1 Testes - Método Direto Bidimensional. . . . .	31
4.2 Testes - Método Direto Tridimensional. . . . .	36
4.3 Testes - Método Inverso Bidimensional. . . . .	39

4.3.1	A Utilização do Método para Campos Gerados por Magnetização que Obedece à Distribuição de Walsh. . . . .	42
4.3.2	Problema Subdeterminado. . . . .	42
4.3.3	Problema da Não-invariância por Translação dos Polinômios de Walsh. . . . .	46
4.3.3.1	Primeira Opção para Contornar o Problema da Não-invariância por Translação dos Polinômios de Walsh. . . . .	48
4.3.3.2	Segunda Opção para Contornar o Problema da Não-invariância por Translação dos Polinômios de Walsh. . . . .	50
4.3.4	Solução para o Problema da Largura do Corpo Magnetizado - Efeito de Focalização. . . . .	53
4.3.5	Inversão em Campo Gerado por 3 Corpos Magnetizados com Diferentes Larguras e Magnetizações. . . . .	56
4.3.6	Ambigüidade Causada pelo não Conhecimento da Espessura do Corpo Magnetizado. . . . .	58
4.3.7	Ambigüidade Causado pelo não Conhecimento da Profundidade do Corpo Magnetizado. . . . .	60
4.3.8	Aplicação da Metodologia em Baixa Latitude. . . . .	60
4.4	Testes - Método Inverso Tridimensional. . . . .	64
4.5	O Comportamento dos Valores Singulares da Matriz de Sensibilidade. . . . .	75
4.6	Comparação entre Walsh e Fourier. . . . .	76
4.7	Comentários Gerais sobre os Resultados dos Testes. . . . .	81
<b>5</b>	<b>- TESTES COM DADOS REAIS . . . . .</b>	<b>83</b>
5.1	Considerações sobre o Levantamento. . . . .	83
5.2	Cálculo da Profundidade das Fontes Magnetizadas. . . . .	84
5.3	A Utilização do Método na Interpretação de Dados para Modelar o Embasamento. . . . .	89
5.4	A Utilização do Método na Interpretação de Dados para Modelar o Residual. . . . .	98
5.5	Efeito da Focalização na Interpretação de Dados para Modelar a Soleira. . . . .	108
5.6	Considerações sobre a Utilização do Método na Separação entre o Regional e o Residual. . . . .	112
5.7	Considerações Gerais sobre os Resultados dos Testes. . . . .	121
<b>6</b>	<b>- CONCLUSÕES E SUGESTÕES . . . . .</b>	<b>123</b>

<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	126
<b>I - COMPORTAMENTO DOS AUTOVALORES COM A PROFUNDI- DADE</b> .....	129
<b>II - O PESO <math>\lambda</math></b> .....	131

# FORMULAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM PACOTE PARA INTERPRETAR MAPAS MAGNÉTICOS UTILIZANDO OS POLINÔMIOS DE WALSH

(TESE DE MESTRADO : Dez./92)

ALEXANDRE JOSÉ SANTOS RAMOS

Orientador : Dr. Douglas Patrick O'Brien

*Departamento de Geofísica – Centro de Geociências/UFPA*

*Caixa Postal 309 – Belém, PA, Brasil*

## RESUMO

O presente trabalho consiste na formulação de uma metodologia para interpretação automática de dados de campo magnético. Desta forma, a sua utilização tornará possível a determinação das fronteiras e magnetização de cada corpo. Na base desta metodologia foram utilizadas as características de variações abruptas de magnetização dos corpos. Estas variações laterais abruptas serão representadas por polinômios descontínuos conhecidos como polinômios de Walsh. Neste trabalho, muitos conceitos novos foram desenvolvidos na aplicação dos polinômios de Walsh para resolver problemas de inversão de dados aeromagnéticos. Dentre os novos aspectos considerados, podemos citar. (i) - O desenvolvimento de um algoritmo ótimo para gerar um jôgo dos polinômios “quase-ortogonais” baseados na distribuição de magnetização de Walsh. (ii) - O uso da metodologia *damped least squares* para estabilizar a solução inversa. (iii) - Uma investigação dos problemas da não-invariância, inerentes quando se usa os polinômios de Walsh. (iv) - Uma investigação da escolha da ordem dos polinômios, tomando-se em conta as limitações de resolução e o comportamento dos autovalores. Utilizando estas características dos corpos magnetizados é possível formular o problema direto, ou seja, a magnetização dos corpos obedece a distribuição de Walsh. É também possível formular o problema inverso, na qual a magnetização geradora do campo observado obedece a série de Walsh. Antes da utilização do método é necessária uma primeira estimativa da localização das fontes magnéticas. Foi escolhida uma metodologia desenvolvida por LOURES (1991), que tem como base a equação homogênea de Euler e cujas exigências necessárias à sua utilização é o conhecimento do campo magnético e suas derivadas. Para testar a metodologia com dados reais foi escolhida uma região localizada na bacia sedimentar do Alto Amazonas. Os dados foram obtidos a partir do levantamento aeromagnético realizado pela PETROBRÁS.

# FORMULATION AND IMPLEMENTATION OF A METHOD FOR THE INTERPRETATION OF MAGNETIC MAPS USING WALSH POLYNOMIALS

(MASTER THESIS : Dec./92)

ALEXANDRE JOSÉ SANTOS RAMOS

Adviser : Dr. Douglas Patrick O'Brien

*Departamento de Geofísica – Centro de Geociências/UFGPA*

*Caixa Postal 309 – Belém, PA, Brasil*

## ABSTRACT

In this work we develop a method for the automatic interpretation of magnetic field data. This methodology determines the boundaries and magnetizations of geologic units. The often of abrupt variations of the magnetization of geological units are modeled in this methodology. These abrupt lateral variations will be represented by discontinuous polynomials known as Walsh polynomials. Several new concepts were developed in order to apply Walsh polynomials to solve aeromagnetic data inversion problems. Among these new concepts we can list. (i) - An optimum algorithm to generate a set of "quasi-orthogonal" polynomials using a Walsh magnetization distribution. (ii) - The use of the damped least squares method to stabilize the inverse solution. (iii) - An investigation of positional invariance problems, which are inherent in the Walsh polynomials. (iv) - The choice of the order of the polynomials taking into account the limitations of resolution and the behaviour of the eigenvalues. Using these features of magnetized bodies it is possible to formulate the direct problem, i.e, the bodies magnetization obeys Walsh distribution. It is also possible to formulate the inverse problem, in which the magnetization that generates the observed field obeys the Walsh series. Prior to applying the method it is necessary to estimate the depths to the magnetic sources. We have chosen a method developed by LOURES (1991), which is based on the Euler homogenous equation which requires the knowledge of the magnetic field and its derivatives. We tested the method with real data from a region in the Alto Amazonas sedimentary basin. The aeromagnetic data were provided by PETROBRÁS.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Interpretação Automática.

O avanço tecnológico das últimas décadas permitiu o desenvolvimento de sistemas de aquisição de dados mais rápidos e precisos. No caso específico de medidas de campo magnético, esta aquisição de dados foi acelerada com a possibilidade de fazer-se levantamentos aeromagnéticos. Desta forma, uma grande quantidade de dados foi obtida e armazenada sem ser analisada concomitantemente, seja devido à falta de técnicos especializados, seja devido à falta de uma metodologia automatizada de interpretação. Logo, houve a necessidade da formulação de métodos automáticos de interpretação de dados para suprir esta demanda de informações.

Vários métodos automáticos foram elaborados. Porém, a maioria com aplicações restritas a condições específicas. Uma grande parte destes métodos utiliza características do campo potencial, como tipo gradiente, para uma primeira aproximação da localização da fonte. Porém, a interferência de outras fontes e a falta de informação de outros parâmetros, tais como, inclinação e declinação do vetor de magnetização, direção de magnetização e susceptibilidade magnética resultam sempre em ambigüidades nas soluções. Outro grande problema é o esforço computacional exigido por grande parte destes métodos. Pensando nisto, foi desenvolvido um novo método que tenta resolver parte destes problemas. Este método está embasado em um conjunto de funções ortogonais conhecidas como polinômios de Walsh.

A principal causa de ambigüidade encontrada quando da utilização deste método está relacionada com a falta de informação com respeito às profundidades das fontes. Para eliminar esta ambigüidade haverá a necessidade da utilização desse método conjuntamente com outro que lhe permita estimar as profundidades dessas fontes.

## 1.2 Métodos de Interpretação Automática Descrito na Literatura.

O método *Werner-Deconvolution* proposto por Werner (Werner apud THOMPSON, 1982), mostra que equações simplificadas podem representar corpos finos bidimensionais ( $2-D$ ), tipo diques, de forma satisfatória. Desta maneira, estas equações poderiam ser escritas sob a forma linear para os parâmetros dos diques em questão.

KOULOMZINE et al. (1970) e NAUDY (1971) descreveram o método *Werner-Deconvolution* utilizando prismas verticais e placas finas como modelo.

HARTMAM et al. (1971) analisaram a variação das descontinuidades magnéticas utilizando as derivadas verticais e horizontais da intensidade do campo magnético.

O'BRIEN (1971) desenvolveu técnicas que basicamente estimam a profundidade das fontes usando as propriedades das derivadas verticais e horizontais do campo magnético e da transformada de Hilbert de ambas.

BHATTACHARRYA (1980) generalizou um método de inversão para anomalias magnéticas geradas por vários corpos magnetizados.

THOMPSON (1982) desenvolveu um método que interpreta perfis aeromagnéticos utilizando a equação homogênea de Euler.

REID et al. (1990) utilizaram as equações de Euler para delinear os limites laterais e calcular as profundidades de estruturas geológicas simples tipo diques, contatos geológicos e falhas normais em altas latitudes.

WANG & HANSEN (1990) estenderam o método desenvolvido por O'BRIEN (1971) para 3 dimensões, no qual foram também utilizados duas outras referências: BHATTACHARRYA & LEU (1977) (método dos momentos no domínio da frequência estendida para enésima ordem) e a de NABIGHIAN (1984) (método utilizando a transformada de Hilbert generalizada).

MACHADO (1990) utilizou as propriedades de simetria e anti-simetria da transformada de Hilbert bidimensional para determinar a direção de magnetização total ao longo de fraturas preenchidas com intrusões magmáticas (diques) existentes na Bacia do Paraná.

LOURES (1991) utilizou as equações de Euler para estimar as profundidades de corpos magnéticos em baixas latitudes. Este método fornece uma boa aproximação das profundidades nestas latitudes, porém o método está sujeito a ambigüidades no delineamento das fronteiras dos corpos.

### 1.3 Utilização da Equação Homogênea de Euler para Estimativas de Profundidade dos Corpos.

O campo potencial observado na superfície é resultado da ação de infinitas fontes infinitesimais distribuídas em sub-superfície. LOURES (1991) demonstrou que uma destas fontes de campo observado na superfície pode ser escrita na forma de uma equação homogênea de grau  $n$  ( $n = -N$ ), na qual  $N$  significa índice estrutural segundo HOOD (1965). O significado físico de  $N$  corresponde à taxa de variação do campo com a distância entre a fonte e o observador. Matematicamente  $N$  está relacionado a atenuação do campo, o qual apresenta maior ou menor valor dependendo do gradiente do campo (LOURES, 1991). Posteriormente generalizou seu estudo para infinitas fontes. Desta forma podemos aplicar o teorema de Euler ao campo potencial magnético ou gravimétrico.

REID et al. (1990) fizeram o uso da equação de Euler sobre um malha através da deconvolução de uma janela, na qual estima a posição da fonte ( $\vec{r}_0$ ) e usa valores constantes de  $N$  para modelos simples (diques, esferas, falhas normais e contatos geológicos) sem a necessidade de fazer redução ao pólo.

LOURES (1991) estendeu o estudo desenvolvido por REID et al. (1990) para corpos prismáticos e para áreas com geologia mais complicada, o que tornou também necessário estimar o índice estrutural. Seus estudos mostram bons resultados na determinação das profundidades dos corpos.

### 1.4 Relação Entre o Campo Observado na Superfície e os Polinômios de Walsh.

Para resolver o problema de inversão de dados aeromagnéticos bidimensionais e tridimensionais existem vários conjuntos de polinômios de ondas retangulares descritos na literatura, os quais podem descrever a variação de magnetização de corpos geológicos em sub-superfície, mas, sem dúvida, o mais adequado para os nossos fins é o conjunto conhecido como **Polinômios de Walsh** (Harmuth apud LANNING & JOHNSON, 1983). Este conjunto ortogonal é definido no intervalo  $[0, 1]$  assumindo apenas os valores  $+1$  e  $-1$  e possui descontinuidades em um número finito de localizações dentro do intervalo (Figura 1.1).

Para determinação da forma geométrica dos corpos magnéticos foi desenvolvido um método de inversão, no qual as variações abruptas de magnetização em sub-superfície são descritas por polinômios descontínuos.

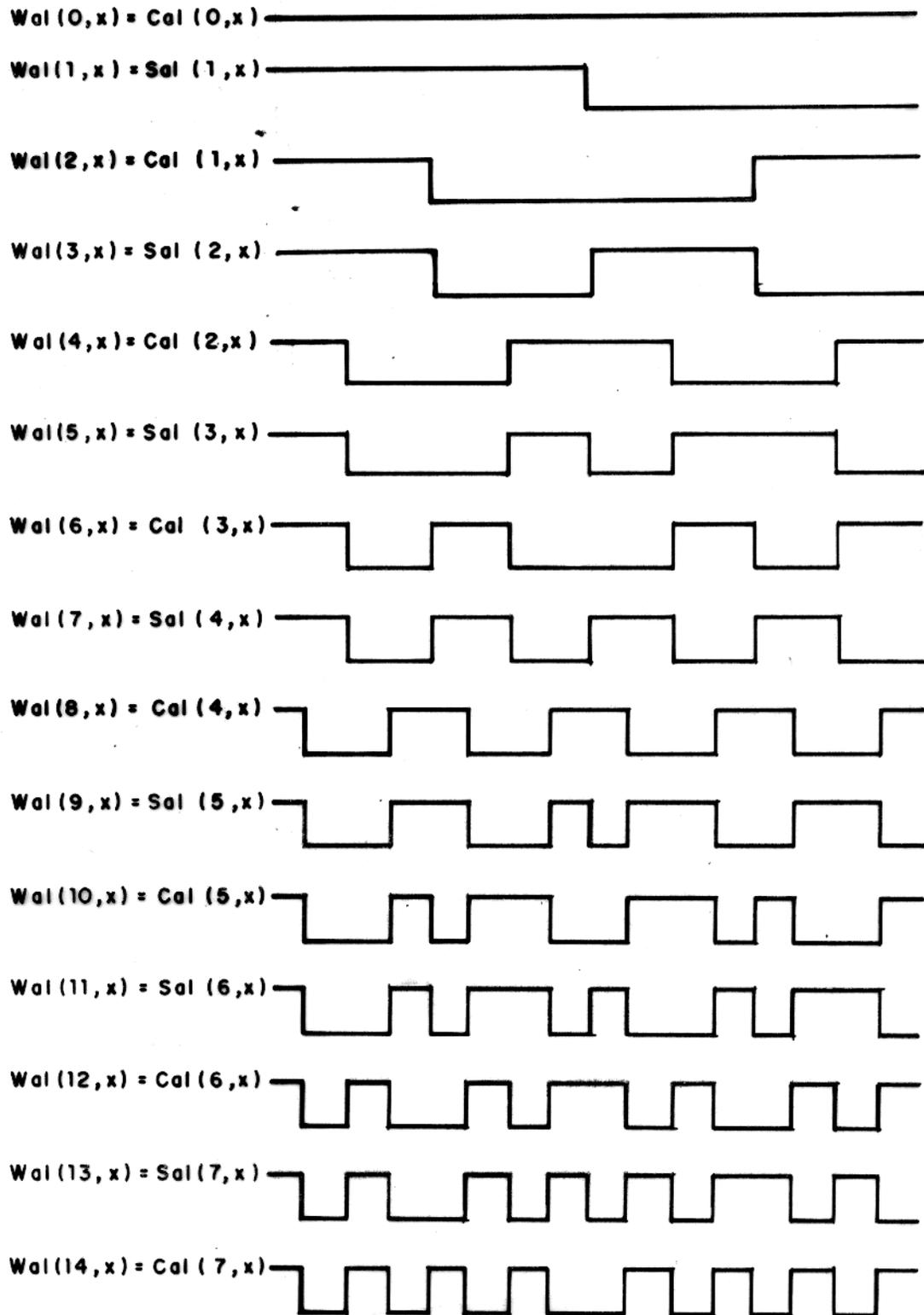


Figura 1.1 - Mostra um conjunto de funções de Walsh, no qual  $x$  é definido entre  $[0,1]$  e  $p$  corresponde a ordem da função. LANNING & JOHNSON (1983) referencia a estas como  $Wal(p, x)$ ; já GUBBINS et al. (1971) as chama de  $Cal(p, x)$  e  $Sal(p, x)$  conforme a simetria das mesmas.

Polinômios descontínuos como os de Walsh são especialmente usados para descrever a variação da susceptibilidade magnética em sub-superfície devido à variação de magnetização total ser geralmente abrupta. Polinômios descontínuos podem reproduzir esta variação com um número menor de termos do que um polinômio ortogonal contínuo.

O modelo inicial escolhido é constituído de um conjunto de  $N$  camadas horizontais (Figura 1.2), de modo que dentro de uma delas admitamos que a magnetização seja descrita como uma série dos polinômios de Walsh. Estes polinômios descrevem a mudança abrupta na magnetização modelada conforme a Figura 1.1. A profundidade das camadas é determinada com base na teoria da solução da equação homogênea de Euler (LOURES, 1991).

O campo magnético observado na superfície da Terra causado pela variação de magnetização dentro de cada camada, pode ser modelado como a convolução entre a magnetização total em cada camada e o campo superficial causado por uma fina lâmina vertical de unidade de magnetização para o caso bidimensional ou uma fonte de linha vertical de unidade de magnetização no caso tridimensional. No nosso caso, a magnetização é aproximada por uma série de Walsh. O conceito que relaciona a magnetização à série de Walsh será aprofundada no decorrer do texto.

O resultado da operação de convolução entre os campos superficiais são equivalentes àqueles gerados por uma seqüência de blocos magnetizados, cuja magnetização alterna em sinal equivalentemente aos termos das funções de Walsh. Para determinar os coeficientes de Walsh da magnetização, montamos um conjunto de equações que os relacionam com o vetor do campo anômalo observado.

Uma das características dos polinômios de Walsh que estabiliza o processo de inversão é que eles são ortogonais no intervalo  $[0, 1]$ . Quando calculamos o campo gerado segundo os coeficientes de magnetização de Walsh, verificamos a sua "quase-ortogonalidade" neste intervalo. O termo "quase-ortogonalidade" refere-se a uma quase independência linear existente entre os campos calculados, cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh.

### 1.5 Aplicação dos Polinômios de Walsh na Geofísica.

Existem poucas aplicações dos polinômios de Walsh na geofísica. Na literatura especializada disponível, conseguimos catalogar apenas quatro publicações.

GUBBINS et al. (1971) utilizaram a transformada de Walsh e a transformada de Haar a fim de obterem operações de filtragem em dados magnéticos bidimensionais feitos em sítios arqueológicos.

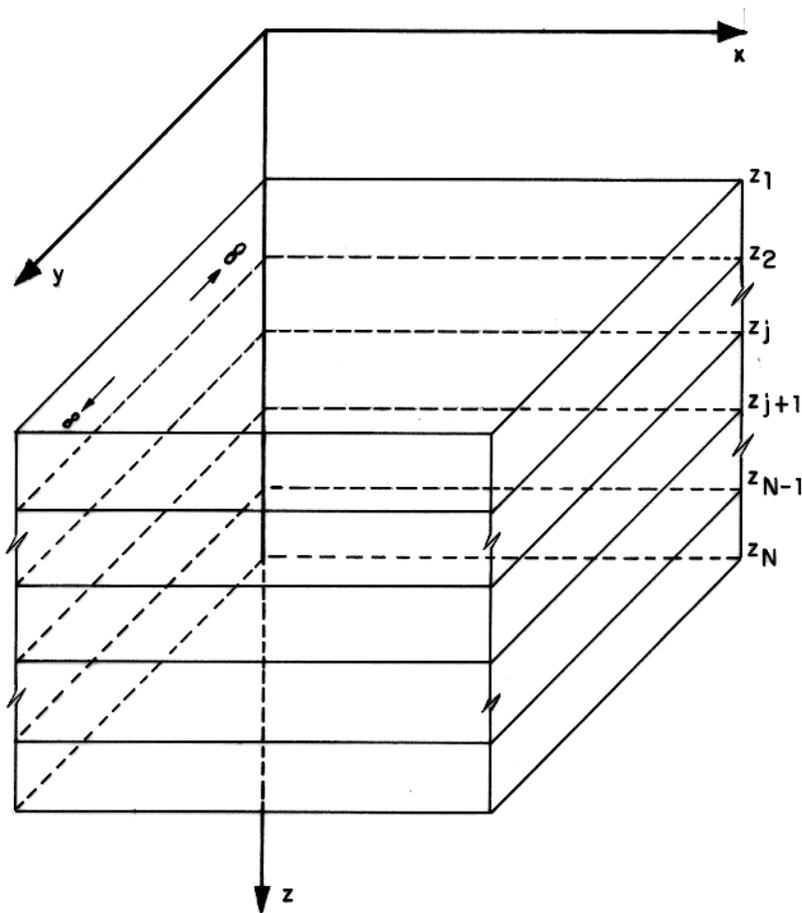


Figura 1.2 - Geometria empregada no modelo bidimensional. As camadas se estendem para o infinito ao longo do eixo  $\pm y$ . As camadas sotopostas se estendem para o infinito. A distância ao longo do eixo  $x$  será normalizada para 1. A camada magnetizada localizada entre as profundidades  $z_j$  e  $z_{j+1}$  terá a sua magnetização descrita como série dos polinômios de Walsh na direção  $x$ . Em relação ao eixo  $y$  a magnetização será constante.

LANNING & JOHNSON (1983) utilizaram as propriedades de ortogonalidade e descontinuidade dos polinômios de Walsh na identificação automática das fronteiras abruptas das formações penetradas pelo poço. Tais polinômios também podem representar respostas de contatos descontínuos entre corpos magnéticos e não magnéticos.

POOMAR (1991) utilizou o esquema resistividade-estratigrafia obtida pelo processo da filtragem de Walsh de perfis de poços em escala logarítmica como modelo inicial de interpretação geológica.

KEATING (1992) utilizou a transformada de Walsh para a obtenção de mapas de densidade a partir da leitura do campo potencial.

## 1.6 Objetivos do Trabalho.

O primeiro objetivo deste trabalho é mostrar que é possível modelar variações abruptas de magnetização de corpos geológicos por funções descontínuas, tipo polinômios de Walsh, de forma que seja possível a determinação do campo anômalo quando a magnetização obedece à distribuição de Walsh nos casos  $2 - D$  e  $3 - D$ .

Mostrar que a partir de dados de campo magnético observado é possível determinar-se as fronteiras dos corpos magnetizados utilizando métodos de inversão conhecidos, para os casos bidimensional e tridimensional.

O último objetivo é fazer uma aplicação da metodologia desenvolvida em dados obtidos a partir de levantamento aeromagnético realizado na área correspondente a bacia sedimentar do Alto Amazonas.

# CAPÍTULO 2

## DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

### 2.1 Definições.

Em 1923, Walsh (Walsh apud GUBBINS et al., 1971) elaborou uma linguagem matemática a um sistema de funções ortogonais que assumem apenas o valor de +1 e -1 no intervalo [0, 1]. Hoje essas funções são conhecidas como Polinômios de Walsh e tem como embasamento o conceito de seqüência, que é definida como o número médio de intersecções da função com o eixo  $x$  por segundo (por unidade de intervalo) dividido por dois e abreviada por ZPS (LANNING & JOHNSON, 1983). O conceito de seqüência é mais geral que o conceito de freqüência e é geralmente denominada de freqüência generalizada (Harmuth apud LANNING & JOHNSON, 1983). Os Polinômios de Walsh tem como definição geral a seguinte fórmula (LANNING & JOHNSON, 1983):

$$\begin{aligned}Wal(0, x) &= 1, & 0 \leq x \leq 1, \\Wal(2j + q, x) &= Wal(j, 2x) + (-1)^{j+q}Wal(j, 2(x - 0.5)), \\q &= 1, 2, \\j &= 0, 1, 2, \dots\end{aligned}\tag{2.1}$$

Os Polinômios de Walsh pares são simétricos e os ímpares são anti-simétricos, com respeito ao ponto médio do intervalo [0, 1] (Figura 1.1). Desta forma, em analogia com as funções cosseno e seno, para  $q = 1$  e  $q = 2$  (equação 2.1) GUBBINS et al. (1971) denominaram-nas de função  $Cal(p, x)$  e  $Sal(p, x)$ , respectivamente. Esta analogia está relacionado com os Polinômios de Walsh pela seguinte fórmula:

$$\begin{aligned}Cal(p, x) &= Wal(2p, x), \\Sal(p, x) &= Wal(2p - 1, x), \\p &= 0, 1, 2, \dots, \\0 &\leq x \leq 1,\end{aligned}\tag{2.2}$$

em que  $Sal(0, x) = 0$ , por definição (Bohn apud BOHN, 1983).

A partir da equação 2.2 Bohn (Bohn apud BOHN, 1983) formulou as seguintes relações de simetria:

$$\begin{aligned} \text{Cal}(p, x) &= \text{Cal}(p, 1 - x), \\ \text{Sal}(p, x) &= -\text{Sal}(p, 1 - x), \\ p &= 0, 1, 2, \dots, \\ 0 &\leq x \leq 0.5. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Das equações 2.1 e 2.2, obtém-se a seguinte relação (BOHN, 1983):

$$\begin{aligned} \text{Sal}(p+1, x) &= \text{Cal}(p, x), \\ 0 &\leq x \leq 0.5. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Como a função *Cal* e *Sal* é simétrica em relação ao ponto  $x = 0.5$ , há a necessidade de determinar-se apenas a função *Cal*( $p, x$ ) no intervalo  $0 \leq x \leq 0.5$ ; já a função *Sal*( $p, x$ ) será determinada automaticamente pela relação 2.4.

BOHN (1983) obteve também as seguintes relações:

$$\begin{aligned} \text{Sal}(p, x) &= \text{Sal}(2^n, x)\text{Cal}(2^n - p, x), \\ \text{Cal}(p, x) &= \text{Sal}(2^n, x)\text{Sal}(2^n - p, x), \\ 2^{n-1} &\leq k < 2^n, \\ 0 &\leq x \leq 0.5. \end{aligned} \tag{2.5}$$

A partir desta equação foi possível a elaboração de um algoritmo para obtenção do campo anômalo. O algoritmo será descrita no capítulo 3.

A a partir da relação 2.5 BOHN (1983) mostrou em seu trabalho que é possível a determinação de todos os cruzamentos do nível zero para qualquer ordem da função *Cal*( $p, x$ ), Tabela 2.1, (O'BRIEN<sup>1</sup>, 1992). Observe que a determinação de todos os cruzamentos do nível zero para qualquer ordem da função *Cal*( $p, x$ ) ou *Sal*( $p, x$ ), pode ser também dado a partir da relação 2.1.

---

<sup>1</sup>Douglas Patrick O'Brien(informação verbal)



## 2.2 A Transformada de Walsh e o Problema da Não-Invariância por Translação.

LANNING & JOHNSON (1983) utilizando a série de Walsh de uma função assim descrita:

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} a_n Wal(n, t), \\ a_n &= \int_0^1 f(t) Wal(n, t) \delta t, \end{aligned} \quad (2.6)$$

definiram o par de transformada de Walsh a partir da transformada de Fourier generalizada:

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} F(n) Wal(n, t), \\ F(n) &= \int_0^1 f(t) Wal(n, t) \delta t, \end{aligned} \quad (2.7)$$

na qual  $F(n)$  está representado no domínio da seqüência. Para o caso discreto de um conjunto de amostras com  $N$  pontos LANNING & JOHNSON (1983) formularam o par de transformada da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} f_i &= \sum_{n=0}^{N-1} F_n Wal(n, i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1, \\ F_n &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f_i Wal(n, i), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1, \end{aligned} \quad (2.8)$$

na qual  $F_n$  são amostras discretas no domínio da seqüência. Utilizando a notação das funções de Walsh em termo de *Sal* e *Cal*, LANNING & JOHNSON (1983) formularam o espectro de potência da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} X_c(p) &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} X_i Cal(p, i), \\ X_s(p) &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} X_i Sal(p, i), \end{aligned} \quad (2.9)$$

na qual  $X_i$  é um conjunto de  $N$  pontos, de forma que o espectro de potência  $P_p$  pode ser descrito como:

$$\begin{aligned} P(0) &= X_c^2(0), \\ P(p) &= X_c^2(p) + X_s^2(p), \quad p = 0, 1, 2, \dots, \left(\frac{N}{2} - 1\right). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Segundo GUBBINS et al. (1971), a transformada de Fourier é invariante em forma à translação. Porém a transformada de Walsh não possui esta propriedade porque as funções

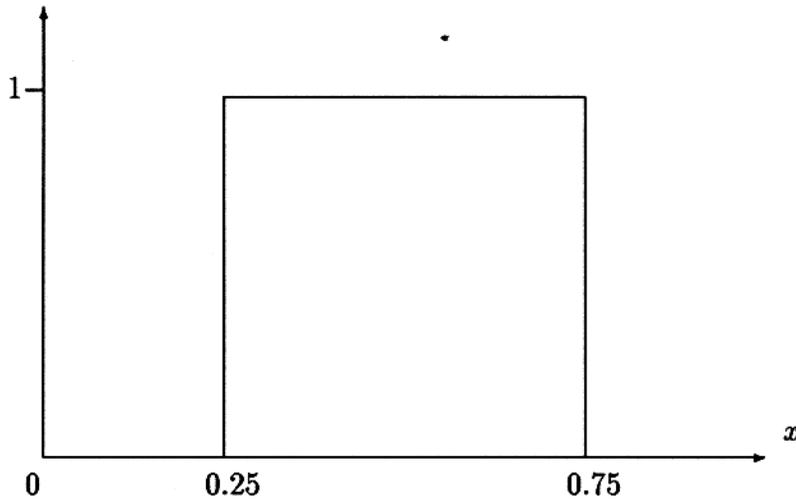


Figura 2.1 - Mostra a função caixa, na qual a descontinuidade desta coincide com a descontinuidade da função de Walsh.

de Walsh não obedecem ao teorema da translação para as funções exponenciais. Todavia, o espectro de potência é aproximadamente invariante à translação.

Para uma melhor compreensão no decorrer do texto adotaremos uma outra representação para a série de Walsh. Observando as relações definidas por GUBBINS et al. (1971), na qual  $Wal(p, x)$  é representada por  $Cal(p, x)$  e  $Sal(p, x)$  para as distribuições pares e ímpares respectivamente (equação 2.2), a série de Walsh, definida pela equação 2.6, pode ser representada da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \sum_{p=0}^{\infty} (c_p Cal(p, x) + s_p Sal(p, x)), \\
 c_p &= \int_0^1 f(x) Cal(p, x) dx, \\
 s_p &= \int_0^1 f(x) Sal(p, x) dx,
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

onde os coeficientes  $a_p$  da equação 2.6 serão representados  $c_p$  e  $s_p$  para o caso das distribuições pares e ímpares respectivamente.

Pode-se dizer que a grande desvantagem da função de Walsh é não ser invariante por translação. Para ilustrar o problema da não-invariância por translação das funções de Walsh, consideremos o exemplo com a função caixa (Figura 2.1). Para uma perfeita representação desta função em termos da série de Fourier há a necessidade de uma quantidade infinita de

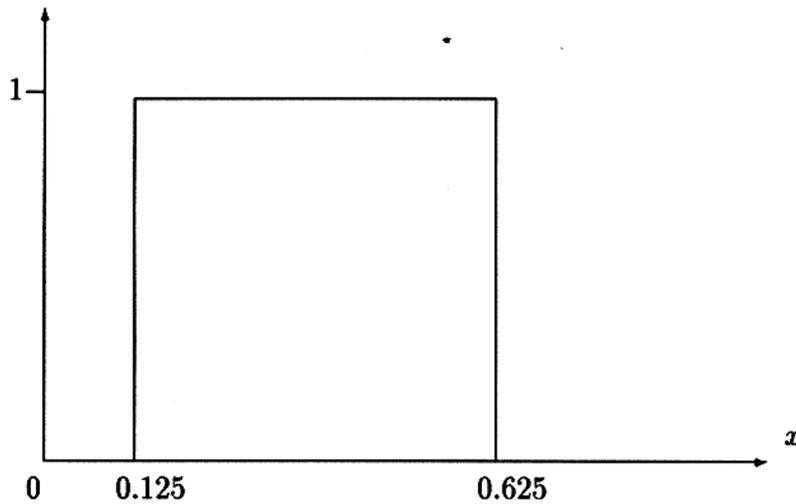


Figura 2.2 - Mostra a mesma função caixa (Figura 2.1) com um pequeno deslocamento para a esquerda, de forma que a descontinuidade desta não mais coincidirá com a descontinuidade da função de Walsh.

termos senoidais e cossenoidais. No caso da série de Walsh com apenas 2 termos representamos perfeitamente esta função (O'BRIEN<sup>2</sup>, 1992) o que é uma grande vantagem em relação a Fourier:

$$f(x) = 0.5Cal(0, x) - 0.5Cal(1, x), \quad (2.12)$$

porém, se fizermos um pequeno deslocamento desta função ao longo do eixo  $x$  (Figura 2.2), e tentarmos representar esta função conforme a equação 2.11 com ordem de até 1 como a equação 2.12 (O'BRIEN<sup>3</sup>, 1992) teremos:

$$f(x) \neq 0.5Cal(0, x) + 0.25Sal(1, x) - 0.25Cal(1, x). \quad (2.13)$$

As expressões 2.12 e 2.13 foram obtidas a partir da expressão 2.11.

Podemos notar que o gráfico desta função (Figura 2.3) será distorcido em relação a função caixa desejada (Figura 2.2). No qual observa-se um espalhamento. Isto ocorre devido à descontinuidade desta função não coincidir com a descontinuidade da função de Walsh para

<sup>2</sup>Douglas Patrick O'Brien (informação verbal)

<sup>3</sup>Douglas Patrick O'Brien (informação verbal)

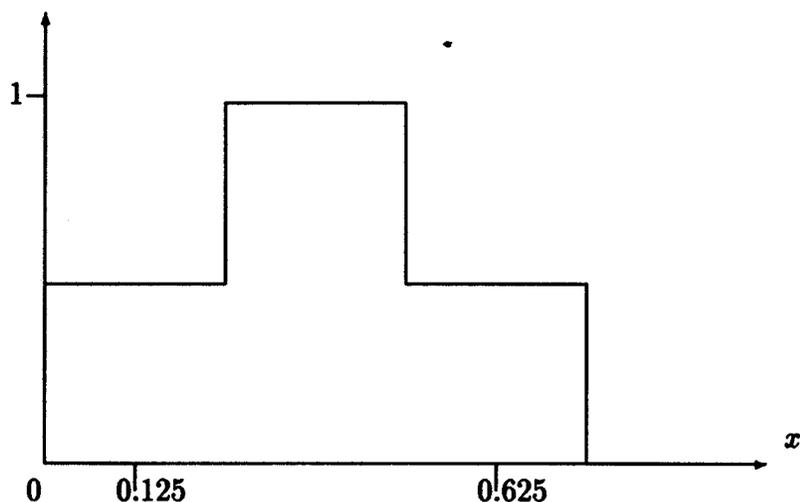


Figura 2.3 - Mostra o problema da função de Walsh não ser invariante por translação. O gráfico foi gerado a partir da equação 2.13, no qual observa-se um espalhamento em relação a função caixa desejada (Figura 2.2). Para a perfeita representação da função desejada, teríamos que adicionar uma grande quantidade de termos de ordem superior da série de Walsh.

$p = 0$  e  $p = 1$ , apesar da largura e da forma da função caixa permanecerem inalteradas quando do deslocamento da mesma.

Para representar perfeitamente esta função (Figura 2.2) em termos da série de Walsh, é necessário adicionar uma grande quantidade de termos de ordem mais alta, o que é uma grande desvantagem em relação a série de Fourier. Para representarmos esta função em termos da série de Walsh, é necessária a expansão da mesma até a ordem 3 (equação (2.14)), enquanto que para Fourier a quantidade de termos permanece inalterada. Deste modo, a série de Walsh terá a seguinte representação:

$$f(x) = 0.50Cal(0, x) + 0.25Sal(1, x) - 0.25Cal(1, x) + \\ -0.25Sal(3, x) - 0.25Cal(3, x). \quad (2.14)$$

# CAPÍTULO 3

## METODOLOGIA

Na elaboração deste trabalho foi desenvolvida uma nova metodologia para interpretação automática de dados aeromagnéticos que permite determinar a forma e a localização de cada corpo. Com base nesta metodologia foram utilizadas as características das variações laterais abruptas de magnetização na sub-superfície, que serão representadas por polinômios descontínuos conhecidos como polinômios de Walsh. Estes polinômios correspondem a um conjunto ortogonal no intervalo  $[0, 1]$ . Para utilização do método, a única exigência é o conhecimento do campo magnético de um único corpo semi-infinito obtido no intervalo  $[-1, 1]$  (Figura 3.1a).

Aproximando a magnetização pela série de Walsh, o campo magnético superficial calculado pela operação de convolução, será equivalente ao campo gerado por uma seqüência de blocos magnetizados cuja magnetização alterna em sinal e cujas fronteiras são limitadas pelo cruzamento do eixo (cruzamento do zero).

Para determinação das profundidade das fontes utilizar-se-á a metodologia desenvolvida por LOURES (1991), embasada nas equações de Euler e cuja exigência necessária à sua utilização é o conhecimento do campo magnético e suas derivadas na direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

### 3.1 Método Direto Bidimensional.

A magnetização de uma camada contida entre  $Z_j$  e  $Z_{j+1}$  (Figura 1.2) em termos de  $Cal(p, x)$  e  $Sal(p, x)$  (O'BRIEN<sup>4</sup>, 1992) pode ser escrita como:

$$m_j(x) = \sum_{p=0}^{\infty} (c_{p,j} Cal(p, x) + c_{p,j} Sal(p, x)), \quad \text{na qual:} \quad (3.1)$$

$p$  → ordem das funções  $Cal(p, x)$  e  $Sal(p, x)$ ;

$j$  → número da camada segundo o modelo da Figura 1.2.

---

<sup>4</sup>Douglas Patrick O'Brien (informação verbal)

Uma seqüência de corpos na qual o sinal da magnetização se alterna, cujos limites laterais são dados pelo cruzamento do zero segundo a distribuição de Walsh, dentro do intervalo  $[0, 1]$ , terá a determinação de seu campo anômalo dada pela seguinte fórmula (O'BRIEN<sup>5</sup>, 1992):

$$\begin{aligned} \Delta T(x; j, p, C) = & \Delta t(x; j) - 2\Delta t(x - \alpha_{p,1}; j) + 2\Delta t(x - \alpha_{p,2}; j) - \dots, \\ & - 2\Delta t(x - \alpha_{p,n-1}; j) + 2\Delta t(x - \alpha_{p,n}; j) - \Delta t(x - 1; j), \text{ na qual: (3.2)} \end{aligned}$$

$\Delta t(x; j) \rightarrow$  campo superficial devido a uma camada  $j$  infinita bidimensional de unidade de magnetização (Figura 3.1a);

$C \rightarrow$  significa que a magnetização terá a distribuição de Walsh  $Cal(p, x)$ ;

$p \rightarrow$  é a ordem desta função associada à distribuição de Walsh  $Cal(p, x)$ ;

$\alpha_{p,1}, \alpha_{p,2}, \alpha_{p,3}, \dots, \alpha_{p,n-1}, \alpha_{p,n} \rightarrow$   $n$  pontos de cruzamento do zero associado com a função  $Cal(p, x)$ .

A dedução da equação 3.2 foi toda gráfica (Figura 3.1). Na qual foi utilizada a superposição de campos gerados por corpos infinitos na direção  $+x$  e limitados pelos cruzamentos do zero na direção oposta.

O método exige apenas que se determine o campo,  $\Delta t(x; j)$ , contido no intervalo  $-1.0 \leq x \leq 1.0$ . As fronteiras da camada que gera este campo é limitada pelo plano perpendicular ao eixo  $x$  e que contém o eixo  $z$  e infinito na direção  $+x$  (Figura 3.1a). Para obtenção deste campo anômalo gerado pelo corpo semi-infinito utilizou-se o algoritmo desenvolvido por TALWANI (1965).

O campo cuja magnetização obedece à distribuição  $Sal(p, x)$  (equação 3.3) é definido de forma idêntica. Porém, o último termo da equação troca de sinal (O'BRIEN<sup>6</sup>, 1992).

$$\begin{aligned} \Delta T(x; j, p, S) = & \Delta t(x; j) - 2\Delta t(x - \beta_{p,1}; j) + 2\Delta t(x - \beta_{p,2}; j) - \dots, \\ & + 2\Delta t(x - \beta_{p,n-1}; j) - 2\Delta t(x - \beta_{p,n}; j) + \Delta t(x - 1, j), \text{ na qual: (3.3)} \end{aligned}$$

$\Delta t(x; j) \rightarrow$  campo superficial devido a uma camada  $j$  infinita bidimensional de unidade de magnetização (Figura 3.2a);

$S \rightarrow$  significa que a magnetização terá a distribuição de Walsh  $Sal(p, x)$ ;

$p \rightarrow$  ordem desta função;

$\beta_{p,1}, \beta_{p,2}, \beta_{p,3}, \dots, \beta_{p,n-1}, \beta_{p,n} \rightarrow$   $n$  pontos de cruzamento do zero associado com a função  $Sal(p, x)$ .

<sup>5</sup>Douglas Patrick O'Brien (informação verbal)

<sup>6</sup>Douglas Patrick O'Brien (informação verbal)

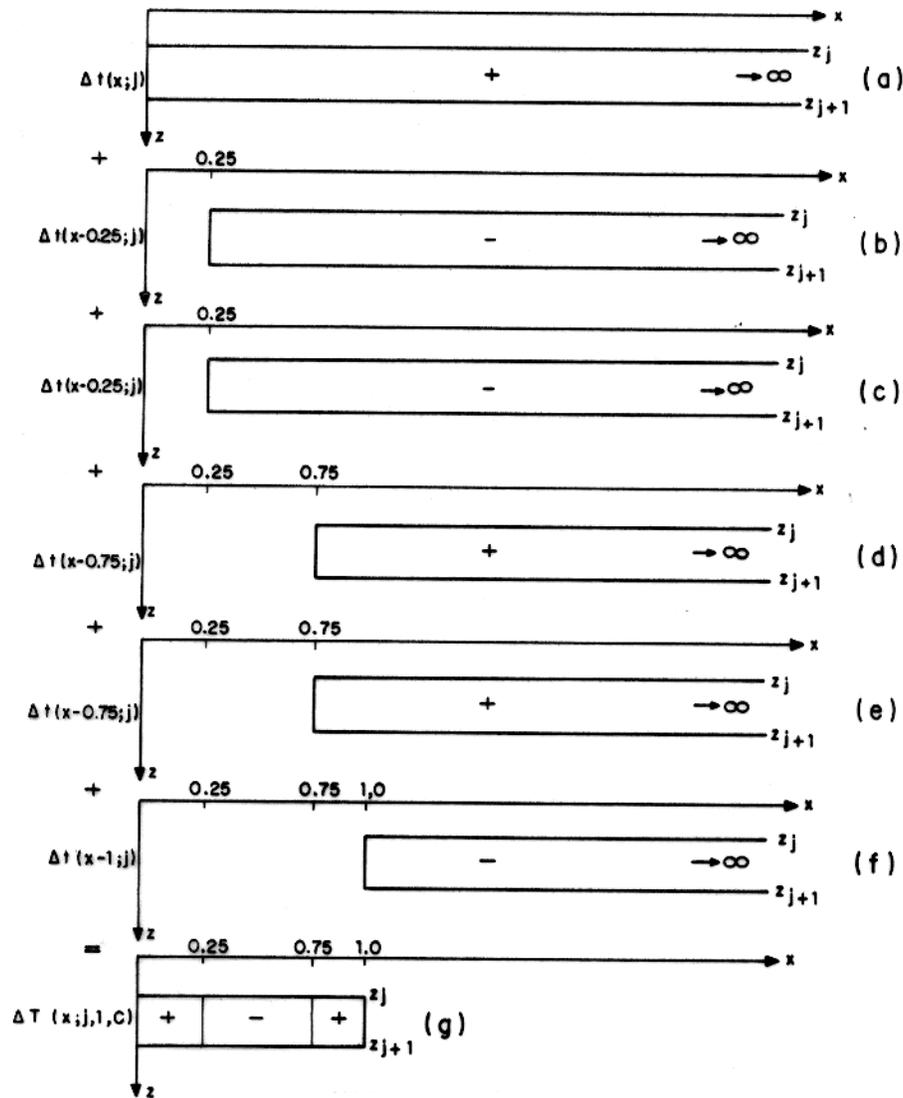


Figura 3.1 - Dedução do campo anômalo  $\Delta T(x; j, p, C)$  a partir do campo gerado por corpos semi-infinitos,  $\Delta t(x; j)$ , na direção  $+x$ .  $\Delta T(x; j, 1, C) = \Delta t(x; j) - 2\Delta t(x - 0.25; j) + 2\Delta t(x - 0.75; j) - \Delta t(x - 1; j)$ . Apesar da dedução ser do campo  $\Delta T(x; j, 1, C)$ , ou seja, o campo cuja magnetização obedece à distribuição  $Cal(1, x)$ , a mesma pode ser generalizada para a equação 3.2.

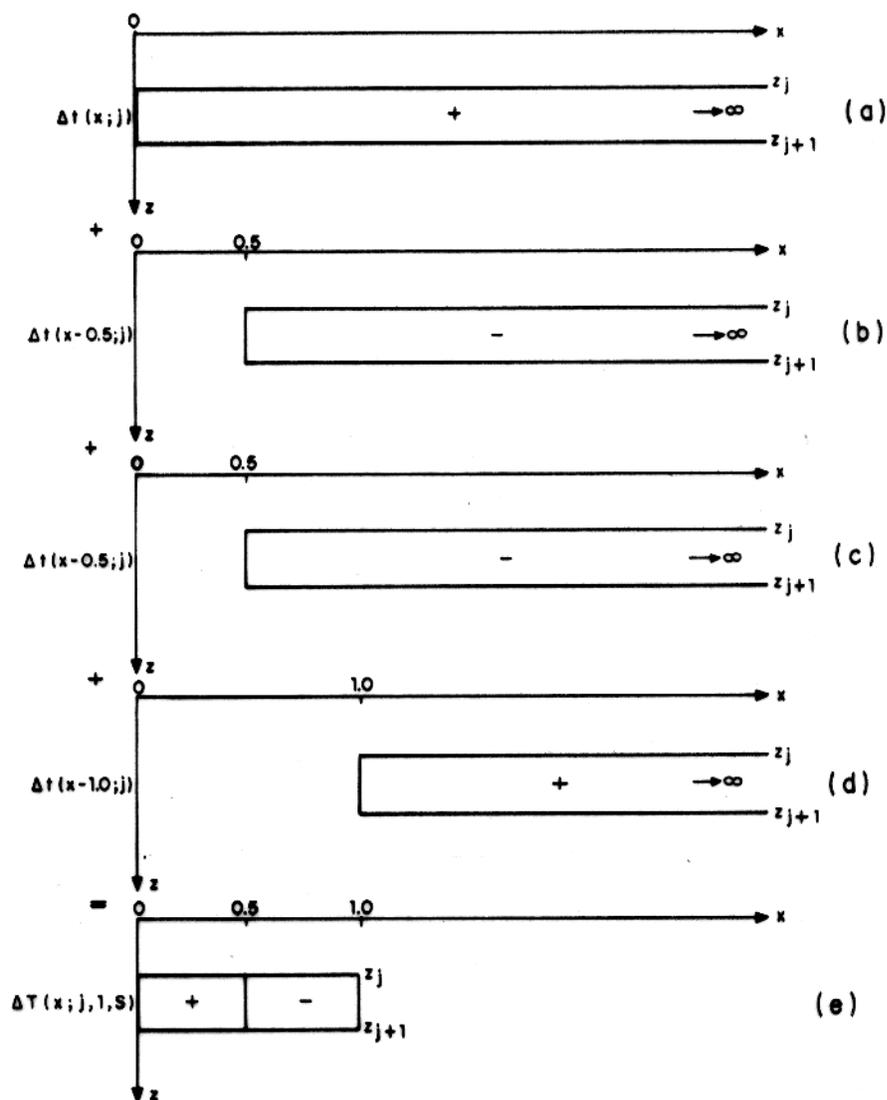


Figura 3.2 - Dedução do campo anômalo  $\Delta T(x; j, p, S)$  a partir do campo gerado por corpos semi-infinitos,  $\Delta t(x; j)$ , na direção  $+x$ .  $\Delta T(x; j, 1, S) = \Delta t(x; j) - 2\Delta t(x - 0.5; j) + \Delta t(x - 1; j)$ , que pode ser generalizada para a equação 3.3.

Para a dedução da equação 3.3 foi utilizado o mesmo artifício já usado para a dedução da equação 3.2, ou seja, foi toda gráfica (Figura 3.2). Na qual foi utilizado a superposição de campos gerados por corpos infinitos na direção  $+x$  e limitados pelos cruzamentos do zero na direção oposta. Apesar da dedução das equações 3.2 e 3.3 terem sido feitas baseadas em  $Sal(1, x)$  e  $Cal(1, x)$  respectivamente, é possível generalizá-las para todas as distribuição de ordem superior.

### 3.2 Método Direto Tridimensional.

Uma metodologia análoga ao caso bidimensional é aplicada para o caso tridimensional. Desta forma, a magnetização que obedece à distribuição par de Walsh, gera o campo anômalo  $\Delta T(x, y; j, p, v, C)$  escrito como:

$$\begin{aligned} \Delta T(x, y; j, p, v, C) &= \Delta T_k(x, y; j, p) - 2\Delta T_k(x, y - \alpha_{v,1}; j, p) + 2\Delta T_k(x, y - \alpha_{v,2}; j, p) \\ &- \dots - 2\Delta T_k(x, y - \alpha_{v,n-1}; j, p) + 2\Delta T_k(x, y - \alpha_{v,n}; j, p) \\ &- \Delta T_k(x, y - 1; j, p), \quad \text{na qual:} \end{aligned} \quad (3.4)$$

$v \rightarrow$  está relacionado com a ordem da distribuição de Walsh na direção  $y$ ;

$C \rightarrow$  significa que a magnetização seguirá a distribuição par de Walsh nas direções  $x$  e  $y$ ;  
 $\alpha_{v,1}, \alpha_{v,2}, \alpha_{v,3}, \dots, \alpha_{v,n-1}, \alpha_{v,n} \rightarrow$   $n$  pontos de cruzamento do zero segundo a distribuição de Walsh na direção  $y$  ( $Cal(v, y)$ ).

O termo  $\Delta T_k(x, y; j, p)$  é um passo intermediário no cálculo do campo, no qual a distribuição de magnetização só será respeitada na direção  $x$ . Sendo  $\Delta T_k(x, y; j, p)$  dado pela seguinte fórmula (O'BRIEN<sup>7</sup>, 1992):

$$\begin{aligned} \Delta T_k(x, y; j, p) &= \Delta t(x, y; j) - 2\Delta t(x - \alpha_{p,1}, y; j) + 2\Delta t(x - \alpha_{p,2}, y; j) \\ &- \dots - 2\Delta t(x - \alpha_{p,m-1}, y; j) + 2\Delta t(x - \alpha_{p,m}, y; j) \\ &- \Delta T(x - 1, y; j), \quad \text{na qual:} \end{aligned} \quad (3.5)$$

$p \rightarrow$  está relacionado com a ordem da distribuição de Walsh na direção  $x$ ;

$\alpha_{p,1}, \alpha_{p,2}, \alpha_{p,3}, \dots, \alpha_{p,m-1}, \alpha_{p,m} \rightarrow$   $m$  pontos de cruzamento do zero segundo a distribuição de Walsh na direção  $x$  ( $Cal(p, x)$ ).

$\Delta t(x, y; j) \rightarrow$  campo gerado pelo prisma de unidade de magnetização observado no intervalo  $[-1, 1]$  nas direções  $x$  e  $y$  (Figura 3.3a).

No caso tridimensional, o método exige apenas que se determine o campo anômalo produzido por um único prisma cujos lados  $+x$  e  $+y$  tendem ao infinito, conforme Figura

<sup>7</sup>Douglas Patrick O'Brien (informação verbal)

3.3a. Para o cálculo do campo anômalo produzido pelo prisma semi-infinito foi utilizada a metodologia desenvolvida por BHATTACHARRYA (1980).

No caso de distribuições ímpares de Walsh, o campo será dado pela seguinte fórmula:

$$\begin{aligned} \Delta T(x, y; j, p, v, S) &= \Delta T_k(x, y; j, p) - 2\Delta T_k(x, y - \beta_{v,1}; j, p) + 2\Delta T_k(x, y - \beta_{v,2}; j, p) \\ &- \dots - 2\Delta T_k(x, y - \beta_{v,n-1}; j, p) + 2\Delta T_k(x, y - \beta_{v,n}; j, p) \\ &+ \Delta T_k(x, y - 1; j, p), \end{aligned} \quad (3.6)$$

sendo  $\Delta T_k(x, y; j, p)$  dado por:

$$\begin{aligned} \Delta T_k(x, y; j, p) &= \Delta t(x, y; j) - 2\Delta t(x - \beta_{p,1}, y; j) + 2\Delta t(x - \beta_{p,2}, y; j) \\ &- \dots - 2\Delta t(x - \beta_{p,m-1}, y; j) + 2\Delta t(x - \beta_{p,m}, y; j) \\ &+ \Delta t(x - 1, y; j), \quad \text{na qual:} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$\Delta t(x, y; j)$   $\rightarrow$  campo gerado pelo prismão de unidade de magnetização observado no intervalo  $[-1, 1]$  nas direções  $x$  e  $y$ ;

$j$   $\rightarrow$  define o número da camada;

$S$   $\rightarrow$  significa que a magnetização seguirá a distribuição ímpar de Walsh nas direções  $x$  e  $y$ ;

$\beta_{p,1}, \beta_{p,2}, \beta_{p,3}, \dots, \beta_{p,n-1}, \beta_{p,n}$   $\rightarrow$   $n$  pontos de cruzamento do zero segundo a distribuição ímpar de Walsh na direção  $x$  ( $Sal(p, x)$ );

$\beta_{v,1}, \beta_{v,2}, \beta_{v,3}, \dots, \beta_{v,m-1}, \beta_{v,m}$   $\rightarrow$   $m$  pontos de cruzamento do zero segundo a distribuição ímpar de Walsh na direção  $y$  ( $Sal(v, y)$ ).

Analogamente ao caso bidimensional, a dedução da equação 3.6 foi toda gráfica (Figura 3.3 e Figura 3.4), na qual foi utilizada a superposição de campos gerados por prismas infinitos na direção  $+x$  e  $+y$ .

No caso da distribuição de Walsh ser ímpar na direção  $x$  e par na direção  $y$ , o campo será dado pela fórmula:

$$\begin{aligned} \Delta T(x, y; j, p, v, SC) &= \Delta T_k(x, y; j, p) - 2\Delta T_k(x, y - \beta_{v,1}; j, p) + 2\Delta T_k(x, y - \beta_{v,2}; j, p) \\ &- \dots - 2\Delta T_k(x, y - \beta_{v,n-1}; j, p) + 2\Delta T_k(x, y - \beta_{v,n}; j, p) \\ &+ \Delta T_k(x, y - 1; j, p), \end{aligned} \quad (3.8)$$

sendo  $\Delta T_k(x, y; j, p)$  dado por:

$$\begin{aligned} \Delta T_k(x, y; j, p) &= \Delta T(x, y; j) - 2\Delta T(x - \alpha_{p,1}, y; j) + 2\Delta T(x - \alpha_{p,2}, y; j) \\ &- \dots - 2\Delta T(x - \alpha_{p,m-1}, y; j) + 2\Delta T(x - \alpha_{p,m}, y; j) \\ &- \Delta T(x - 1, y; j) \quad \text{na qual:} \end{aligned} \quad (3.9)$$

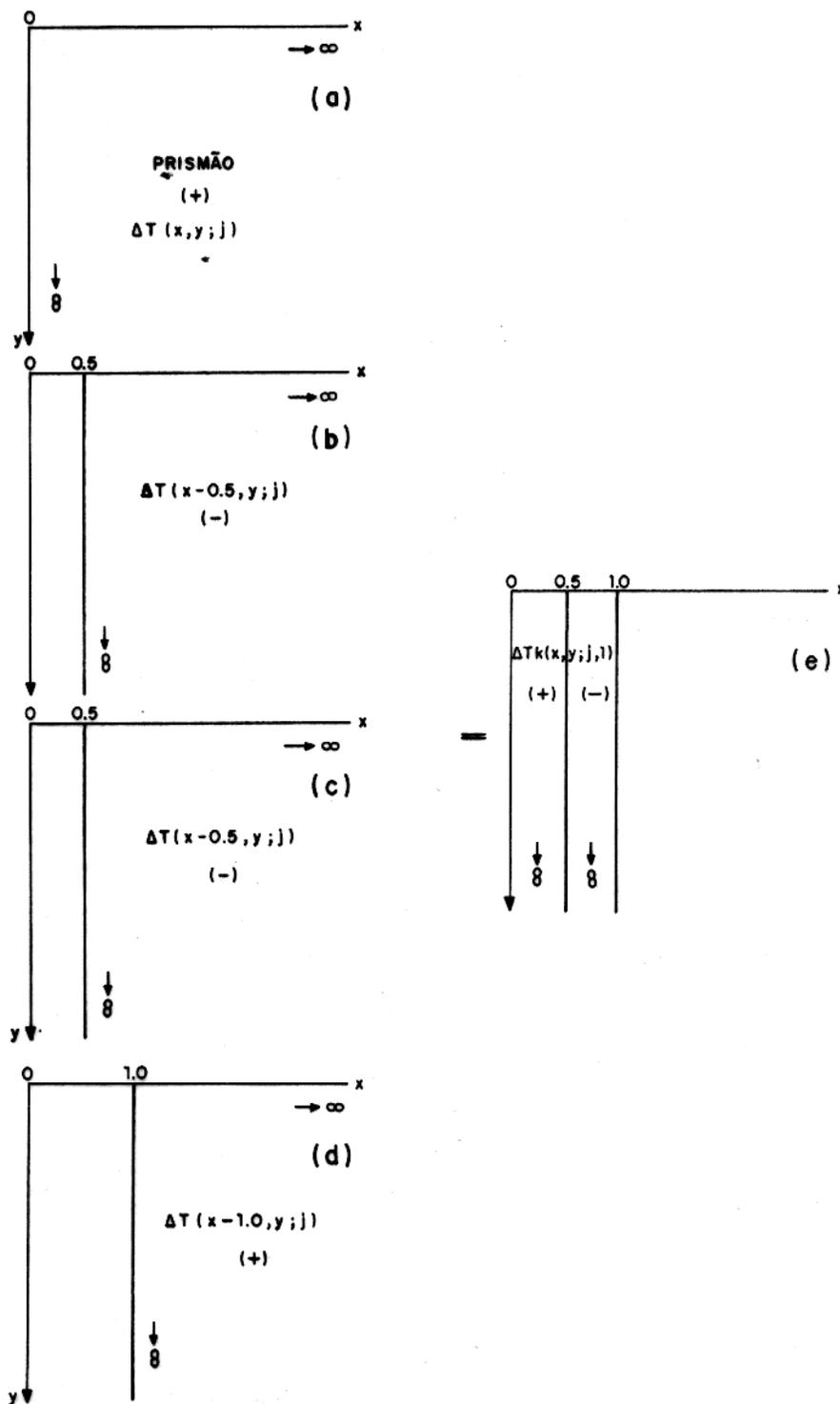


Figura 3.3 - Primeira etapa. Dedução gráfica da equação 3.7. Figuras em planta baixa. O campo anômalo,  $\Delta T_k(x,y;j,p)$ , gerado por corpos magnetizados segundo distribuição ímpar de Walsh apenas na direção de  $x$  (Figura 3.3e), é igual ao somatório dos outros campos (Figura 3.3a, Figura 3.3b, Figura 3.3c e Figura 3.3d).  $j$  refere-se às camadas e  $p$  a ordem da distribuição de Walsh.

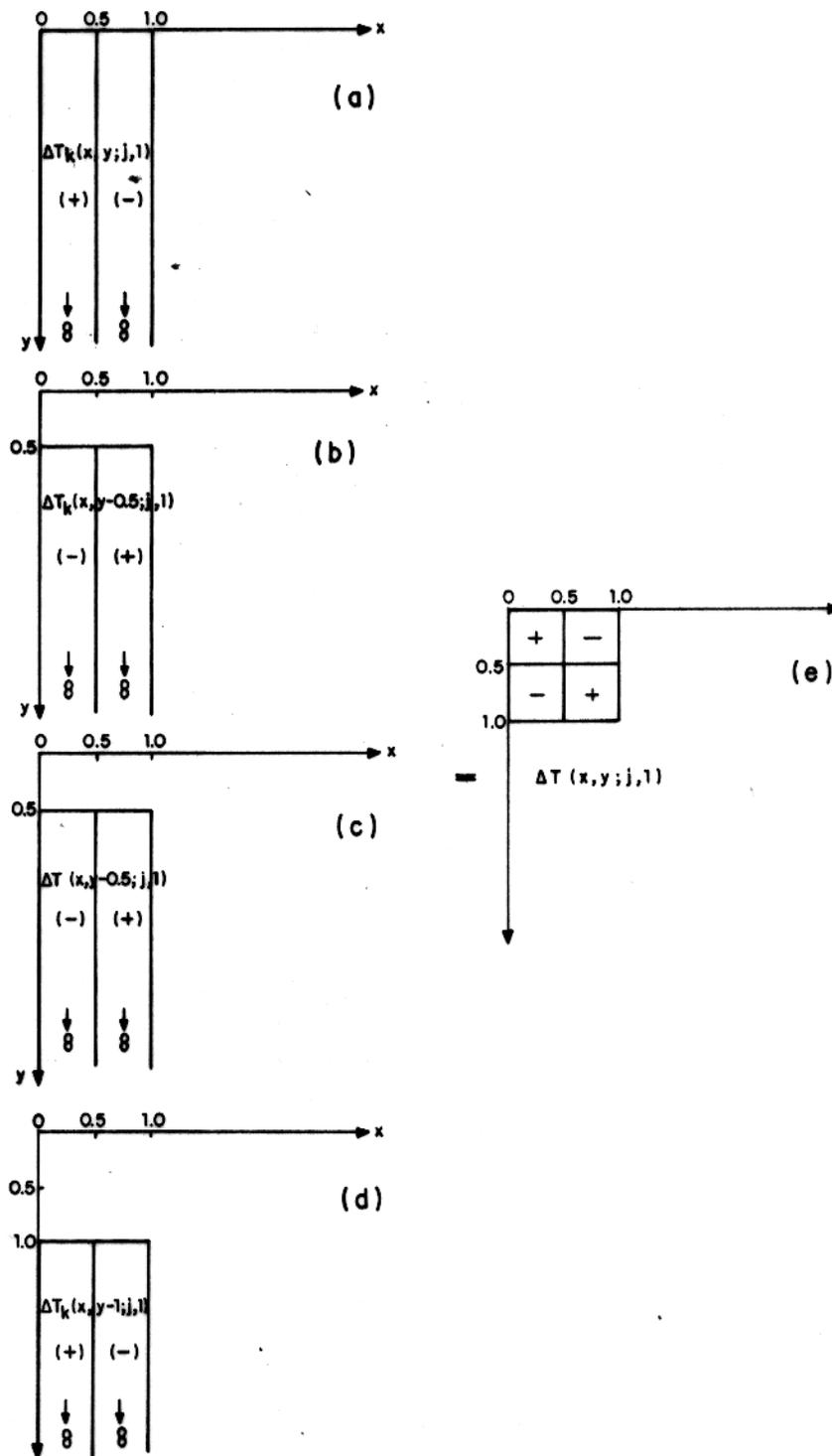


Figura 3.4 - Segunda etapa: Dedução gráfica da equação 3.6. Campo anômalo,  $\Delta T(x, y; j, p, v, S)$ , gerado por corpos magnetizados segundo a distribuição ímpar de Walsh nas direções  $x$  e  $y$  (Figura 3.4e), é igual ao somatório dos outros campos (Figura 3.4a, Figura 3.4b, Figura 3.4c e Figura 3.4d). Apesar da dedução ter sido feita para o caso específico de  $\Delta T(x, y; j, 1, 1, S)$ , a relação pode ser generalizada para a equação 3.6 e para a equação 3.4 com sinal do último termo trocado.

$SC$  → significa que a magnetização seguirá a distribuição ímpar na direção  $x$  ( $Sal(p, x)$ ) e par na direção  $y$  ( $Cal(v, y)$ ).

No caso da distribuição de Walsh ser par na direção  $x$  e ímpar na direção  $y$ , o campo será dado pela fórmula:

$$\begin{aligned} \Delta T(x, y; j, p, v, CS) &= \Delta T_k(x, y; j, p) - 2\Delta T_k(x, y - \alpha_{v,1}; j, p) + 2\Delta T_k(x, y - \alpha_{v,2}; j, p) \\ &- \dots - 2\Delta T_k(x, y - \alpha_{v,n-1}; j, p) + 2\Delta T_k(x, y - \alpha_{v,n}; j, p) \\ &- \Delta T_k(x, y - 1; j, p), \end{aligned} \quad (3.10)$$

sendo  $\Delta T_k(x, y; j, p)$  dado por:

$$\begin{aligned} \Delta T_k(x, y; j, p) &= \Delta T(x, y; j) - 2\Delta T(x - \beta_{p,1}, y; j) + 2\Delta T(x - \beta_{p,2}, y; j) \\ &- \dots - 2\Delta T(x - \beta_{p,m-1}, y; j) + 2\Delta T(x - \beta_{p,m}, y; j) \\ &+ \Delta T(x - 1, y; j) \quad \text{na qual:} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$CS$  → significa que a magnetização seguirá a distribuição par na direção  $x$  ( $Cal(p, x)$ ) e ímpar na direção  $y$  ( $Sal(v, y)$ ).

### 3.3 Método Inverso Bidimensional.

Seja  $\mathbf{b}$  um vetor de observações, deseja-se conhecer o vetor de parâmetros  $\mathbf{y}$ . Para a sua obtenção será necessária a resolução do seguinte problema linear:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{y} &= \mathbf{b}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}, \quad \text{na qual:} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$\mathbf{A}$  é definido como matriz de sensibilidade.

Nas soluções dos problemas geofísicos, assim como em outras áreas, geralmente não é possível esta solução trivial. Desta forma, vários métodos de inversão foram propostos e hoje são amplamente utilizados.

Em termos dos Polinômios de Walsh, no caso específico de levantamento de campo magnético, as componentes da relação  $\mathbf{A}\mathbf{y} = \mathbf{b}$  podem ser definidas da seguinte forma:

$\mathbf{b}$  → campo anômalo observado;

$\mathbf{y}$  → vetor de parâmetros constituído dos coeficientes  $c_p$  e  $s_p$  que gera a magnetização segundo a equação 3.1;

A  $\rightarrow$  matriz de sensibilidade em termos da distribuição de Walsh, em cujas colunas há a alternância do campo anômalo,  $\Delta T(x; j, p, C)$  e  $\Delta T(x; j, p, S)$ , gerado pelos modelos de magnetização  $Cal(p, x)$  e  $Sal(p, x)$ , ou seja, uma seqüência de colunas de campo anômalo gerado pela seqüência de modelos de magnetização  $Cal(x; j, 0)$   $Sal(x; j, 1)$   $Cal(x; j, 1)$  ...  $Cal(x; j, p)$ , conseqüentemente a relação  $Ay = b$  será escrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta T(x_1, j, 0, C) & \Delta T(x_1, j, 1, S) & \cdots & \Delta T(x_1, j, p, C) \\ \Delta T(x_2, j, 0, C) & \Delta T(x_2, j, 1, S) & \cdots & \Delta T(x_2, j, p, C) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta T(x_m, j, 0, C) & \Delta T(x_m, j, 1, S) & \cdots & \Delta T(x_m, j, p, C) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ s_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ c_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Sabe-se que, se dois vetores são ortogonais o seu produto interno é igual a zero.

Sabe-se que, o produto interno de um vetor por ele mesmo é sempre maior que zero, deste que este vetor seja diferente do vetor nulo.

Baseado nestes conceitos, estamos definindo que dois vetores são “quase-ortogonais” se satisfizerem a seguinte propriedade:

$$\sum \Delta T_a \Delta T_a \gg \sum \Delta T_a \Delta T_b \quad a \neq b, \quad \text{na qual:} \quad (3.14)$$

$\Delta T_a$  e  $\Delta T_b$  são dois vetores quaisquer.

As funções de Walsh formam uma base ortogonal ordenada e completa (no sentido de Cauchy) em um espaço de Hilbert de dimensão infinita (LANNING & JOHNSON, 1983). Já os campos gerados cujas magnetizações obedecem à distribuição de Walsh formam uma base “quase-ortogonal” e como tal, satisfazem a seguinte propriedade:

$$\sum \Delta T_r \Delta T_r \gg \sum \Delta T_r \Delta T_q \quad r \neq q, \quad \text{na qual:} \quad (3.15)$$

$\Delta T$  é o campo anômalo gerado pela distribuição de Walsh, no caso r e q representam  $Sal(p, x)$  e  $Cal(p, x)$  respectivamente.

A Tabela 3.1 mostra diversos testes que obedecem a equação 3.15, comprovando esta quase-ortogonalidade. Os campos anômalos foram gerados por camadas contidas entre 2.5km e 4km e cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh em baixa latitudes ( $I = 15^\circ$ ,  $D = 10^\circ$ ), e no pólo magnético ( $I = 90^\circ$ ,  $D = 0^\circ$ ).

O produto interno  $\sum \Delta T(x; j, p, C) \Delta T(x; j, p, C)$  ou  $\sum \Delta T(x; j, p, S) \Delta T(x; j, p, S)$  é em torno de  $10^2$  vezes maior que o produto  $\sum \Delta T(x; j, p, C) \Delta T(x; j, p, S)$  ou  $\sum \Delta T(x; j, p, S) \Delta T(x; j, p, C)$ , comprovando assim a “quase-ortogonalidade” dos campos.

Tabela 3.1 - Produto interno do campo cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh (Figura 1.1). Observa-se que a relação  $\sum \Delta T_r \Delta T_r \gg \sum \Delta T_r \Delta T_q$  [ $r \neq q$ ] é respeitada comprovando o termo "quase-ortogonal".

Produto Interno do campo	$I = 90^\circ \quad D = 0^\circ$	$I = 15^\circ \quad D = 10^\circ$
$\sum_x \Delta T(x; j, 1, S) \Delta T(x; j, 1, S)$	74.69	67.88
$\sum_x \Delta T(x; j, 1, C) \Delta T(x; j, 1, C)$	107.39	100.98
$\sum_x \Delta T(x; j, 1, S) \Delta T(x; j, 1, C)$	2.94	-1.35
$\sum_x \Delta T(x; j, 3, C) \Delta T(x; j, 3, C)$	108.78	102.12
$\sum_x \Delta T(x; j, 4, C) \Delta T(x; j, 4, C)$	107.12	103.65
$\sum_x \Delta T(x; j, 3, C) \Delta T(x; j, 4, C)$	-5.61	-7.28
$\sum_x \Delta T(x; j, 2, S) \Delta T(x; j, 2, S)$	95.90	88.71
$\sum_x \Delta T(x; j, 3, S) \Delta T(x; j, 3, S)$	107.40	101.01
$\sum_x \Delta T(x; j, 2, S) \Delta T(x; j, 3, S)$	-5.50	-9.59
$\sum_x \Delta T(x; j, 4, S) \Delta T(x; j, 4, S)$	111.63	104.91
$\sum_x \Delta T(x; j, 4, C) \Delta T(x; j, 4, C)$	107.12	103.65
$\sum_x \Delta T(x; j, 4, S) \Delta T(x; j, 4, C)$	1.10	1.14
$\sum_x \Delta T(x; j, 2, S) \Delta T(x; j, 2, S)$	95.90	88.71
$\sum_x \Delta T(x; j, 5, S) \Delta T(x; j, 5, S)$	95.95	92.80
$\sum_x \Delta T(x; j, 5, S) \Delta T(x; j, 5, S)$	1.63	-1.00

A “quase-ortogonalidade” da matriz de sensibilidade  $A$  pode também ser comprovada pelo valor muito baixo do número de condição (razão entre o maior e menor valor singular), obtidos em todos os testes. Esta propriedade de “quase-ortogonalidade” estabiliza o processo linear de inversão, pois há uma quase independência linear entre as colunas da matriz de sensibilidade  $A$ .

Para a resolução do problema  $Ay = b$  foi utilizada a norma 2, o método dos mínimos quadrados ( $y = (A^t A)^{-1} A^t b$ ). Como cada coluna da matriz  $A$  é constituída pelo campo cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh, é possível a obtenção de  $(A^t A)^{-1}$  sem causar instabilidade no processo de inversão.

Sabe-se que  $(A^t A)^{-1} = \frac{1}{\det(A^t A)} \text{adj}(A^t A)$ ; se tivermos valores quase singulares (valores quase zero) o determinante de  $A^t A$  será quase zero, tornando o processo de inversão muito instável. Desta forma, quanto maior for a independência linear entre as colunas, maior será a estabilidade do processo de inversão, que é o que ocorre quando temos uma matriz constituída de colunas “quase-ortogonais”.

### 3.4 Método Inverso Tridimensional.

A inversão  $3 - D$  é um pouco mais complicada que no caso  $2 - D$ , pois as colunas da matriz de sensibilidade  $A$  além de serem constituídas por campos anômalos, gerados por prismas magnetizados que obedecem à distribuição ímpar ou par de Walsh nas direções  $x$  e  $y$ , é também constituída por campos anômalos, gerados por prismas cuja magnetização é a combinação da distribuição ímpar e par de Walsh nas direções  $x$  e  $y$ . Desta forma, as colunas da matriz de sensibilidade  $A$  será assim constituída:  $\Delta T(x, y; j, 0, 0, C)$   $\Delta T(x, y; j, 0, 0, CS)$   $\Delta T(x, y; j, 0, 1, C)$   $\Delta T(x, y; j, 1, 0, SC)$   $\Delta T(x, y; j, 1, 1, S)$   $\Delta T(x, y; j, 1, 1, SC)$   $\Delta T(x, y; j, 1, 0, C)$   $\Delta T(x, y; j, 1, 1, CS)$   $\Delta T(x, y; j, 1, 1, C)$  ...  $\Delta T(x, y; j, p, v, C)$ , conseqüentemente a relação  $Ay = b$  será escrita:

$$\begin{bmatrix} \Delta T(x_1, y_1; j, 0, 0, C) & \Delta T(x_1, y_1; j, 0, 1, CS) & \cdots & \Delta T(x_1, y_1; j, p, v, C) \\ \Delta T(x_2, y_2; j, 0, 0, C) & \Delta T(x_2, y_2; j, 0, 1, CS) & \cdots & \Delta T(x_2, y_2; j, p, v, C) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta T(x_m, y_m; j, 0, 0, C) & \Delta T(x_m, y_m; j, 0, 1, CS) & \cdots & \Delta T(x_m, y_m; j, p, v, C) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{0,0} \\ A_{0,1} \\ \vdots \\ \vdots \\ D_{p,v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

GUBBINS et al. (1971) cita que a série de Walsh para o caso tridimensional pode ser descrita de forma análoga a série de Fourier. No caso da série de Fourier, a mesma será descrita em função de senos e cossenos enquanto que no caso de Walsh a série será descrita em função de *Sal* e *Cal* (GUBBINS et al., 1971).

Assim como na equação 3.1 onde a magnetização foi descrita em função da série de Walsh para o caso bidimensional, a magnetização no caso tridimensional será dada por (O'BRIEN<sup>8</sup>, 1992):

$$m(x, y) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{v=0}^{\infty} (A_{p,v} \text{Cal}(p, x) \text{Cal}(v, y) + B_{p,v} \text{Cal}(p, x) \text{Sal}(v, y) + C_{p,v} \text{Sal}(p, x) \text{Cal}(v, y) + D_{p,v} \text{Sal}(p, x) \text{Sal}(v, y)). \quad (3.17)$$

Durante a inversão do dados, o vetor de parâmetros será dado por:  $A_{0,0}$   $A_{0,1}$   $B_{0,1}$   $A_{1,0}$   $B_{1,0}$   $C_{1,0}$   $A_{1,1}$   $B_{1,1}$   $C_{1,1}$   $D_{1,1}$  ...  $D_{p,v}$ , tornando possível o cálculo da magnetização, segundo a equação 3.17. No caso 3 - D também foi utilizado os mínimos quadrados como método de inversão para os testes com dados sintéticos.

Observa-se que no caso 3 - D há a necessidade de uma quantidade razoável de coeficientes para se obter distribuições de magnetização de modelos simples em relação a 2 - D.

Observou-se também no caso 3 - D uma quase independência linear entre as colunas da matriz de sensibilidade A, o que torna possível a recuperação de uma maior quantidade de coeficientes sem comprometer o processo de inversão.

Em testes com dados reais, houve a necessidade da obtenção de até 256 coeficientes no processo de inversão dos dados observados, desta forma, devido à utilização de seqüências de ordem mais altas neste processo, a susceptibilidade encontrada apresentou um grande contraste nos resultados (equação 3.17), ou seja, foram introduzidas soluções não satisfatórias sobre o ponto de vista geológico na susceptibilidade (altos valores positivos e negativos de susceptibilidade).

A instabilidade da magnetização encontrada exigiu a aplicação de um outro método de inversão que estabilize o processo, desta forma foi escolhido o método de inversão *ridge regression* ou *damped least squares* ( $y = (A^t A + \lambda I)^{-1} A^t b$  (MENKE, 1984)). No qual, I é definido como matriz identidade e  $\lambda$  é uma constante. Este método de inversão introduz suavidade nas soluções. Desta forma, quanto maior o  $\lambda$  utilizado, menor o contraste de magnetização obtido na inversão.

---

<sup>8</sup>Douglas Patrick O'Brien (informação verbal)

## CAPÍTULO 4

### TESTES COM ANOMALIAS SINTÉTICAS

Este capítulo tem o objetivo de comprovar os conceitos desenvolvidos nos capítulos anteriores, de que é possível a obtenção do campo magnético gerado por corpos, cujas magnetizações obedecem à distribuição de Walsh, de uma forma rápida e simples. Uma outra finalidade, consiste em mostrar a utilização dos polinômios de Walsh no problema inverso, suas limitações e como podemos contorná-las. Desta forma, vários testes foram feitos e serão apresentados na forma de tabelas, gráficos e comentários.

O conjunto destes testes servirão como guia para o objetivo final deste trabalho, que é a aplicação do Polinômios de Walsh na inversão de dados aeromagnéticos.

Conforme descrito na metodologia, para determinação do campo magnético cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh, há apenas a necessidade de conhecer-se o campo contido no intervalo  $[-1, 1]$ , gerado por uma camada semi-infinita bidimensional na direção  $+x$  (Figura 3.1 e Figura 3.2), caso bidimensional. Desta forma, o campo magnético poderá ser calculado utilizando-se apenas operações de adição e subtração (equação 3.2 e equação 3.3) tornando todo o processo computacional bem mais simples e rápido.

Embasado nestes conceitos, foi desenvolvido um algoritmo que será referenciado como: **CMPW** e que significa **Campo Magnético gerado a partir de corpos cuja magnetização obedece à distribuição dos Polinômios de Walsh**.

Para a utilização do *CMPW* é necessário apenas informar a ordem  $p$  das distribuições de Walsh,  $Cal(p, x)$  ou  $Sal(p, x)$  (equação 2.2), de forma que a esta distribuição de Walsh esteja associada uma distribuição de magnetização.

A primeira secção deste capítulo consiste em comprovar o conceito até aqui descrito para o caso bidimensional. Este apenas exige a determinação do campo magnético de um corpo semi-infinito, no intervalo  $[-1, 1]$ , no qual a magnetização obedece à distribuição de Walsh. No cálculo destes campos será utilizado o algoritmo *CMPW*.

#### 4.1 Testes - Método Direto Bidimensional.

O primeiro teste teve a finalidade de comprovar que é possível o cálculo do campo magnético de um corpo, cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh, apenas com operações simples de adição e subtração. Desta forma utilizar-se-á o algoritmo *CMPW* com esta finalidade.

No primeiro teste, o topo e a base da camada magnetizada, a inclinação( $I$ ) e declinação( $D$ ) do campo magnético da Terra utilizados foram respectivamente:  $Z_1 = 2.5\text{km}$ ;  $Z_2 = 4\text{km}$ ;  $I = 90^\circ$  e  $D = 0^\circ$  (pólo magnético). Inicialmente o campo anômalo  $\Delta T(x; j, 1, C)$  foi calculado utilizando-se o algoritmo *CMPW*, a magnetização neste caso obedece à distribuição de Walsh  $Cal(1, x)$  (Figura 4.1).

Como verificação dos dados foi utilizado o algoritmo desenvolvido por TALWANI (1965) implantado na GEOFLIB<sup>9</sup> com o nome de *TALMAG*, no qual foi calculado o campo anômalo produzido pela soma de campos magnéticos gerados por 3 corpos com o sinal de magnetização alternada (Figura 4.2). Os parâmetros de campo magnético da Terra e as profundidades  $Z_1$  e  $Z_2$  mantiveram-se inalterados. Observou-se que o campo obtido pelos dois algoritmos foram idênticos, como se queria demonstrar.

A vantagem do *CMPW* em relação ao *TALMAG*, por exemplo, pode ser comprovada quando se calcula o campo gerado por distribuição de magnetização associada a ordens mais altas da distribuição de Walsh.

Consideremos a função  $Sal(4, x)$  (Figura 1.1) para a utilização do *CMPW*. Neste caso, é necessário apenas definir  $p = 4$  associado a função  $Sal(4, x)$ , que o campo  $\Delta T(x; j, 4, S)$  será automaticamente calculado (Figura 4.3a). Para se obter o mesmo campo utilizando *TALMAG*, é necessário o cálculo do campo de 8 corpos magnetizados e posteriormente faz-se a soma destes (Figura 4.3b). Desta forma, há a necessidade da definição dos parâmetros: inclinação( $I$ ) e declinação( $D$ ) do campo magnético; intensidade de magnetização e os vértices de cada um dos 8 corpos magnetizados. Os parâmetros utilizados neste teste foram:  $I = 90^\circ$ ,  $D = 0^\circ$ ,  $Z_1 = 2.5\text{km}$  e  $Z_2 = 4\text{km}$ .

O terceiro teste consiste da utilização do *CMPW* em baixa latitude ( $I = 15^\circ$  e  $D = 10^\circ$ ), correspondente a região do Alto Amazonas. Observou-se que o campo  $\Delta T(x; j, 1, C)$  gerado pela magnetização que obedece à distribuição de Walsh  $Cal(1, x)$  foi perfeitamente calculado pelo *CMPW* (Figura 4.4a). Como verificação foi utilizado o *TALMAG* (Figura 4.4b).

<sup>9</sup>Pacote de subrotinas do sistema VAX-UFPa.

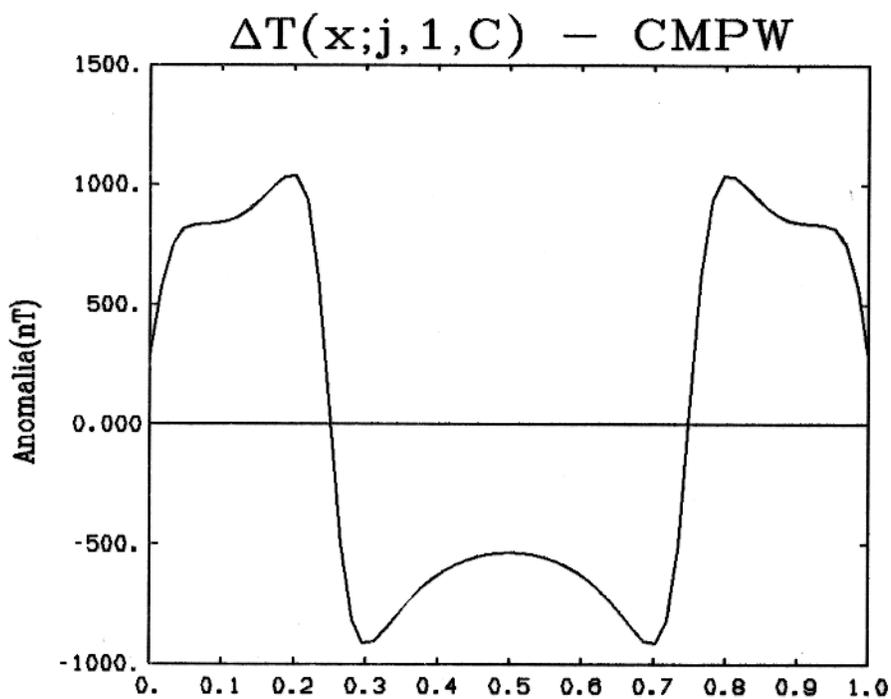


Figura 4.1 -  $\Delta T(x; j, 1, C)$ , campo gerado por corpos magnetizados segundo a distribuição de Walsh  $Cal(1, x)$  (Figura 1.1). Campo calculado utilizando-se o algoritmo *CMPW*.  $I = 90^\circ$ ,  $D = 0^\circ$ ,  $Z_1 = 2.5\text{km}$  e  $Z_2 = 4\text{km}$ . O eixo  $x$  do gráfico corresponde ao levantamento que se estende ao longo de 64km. Porém, como a magnetização obedece à distribuição de Walsh que é definida apenas no intervalo  $[0, 1]$ , os valores deste eixo foram normalizados.

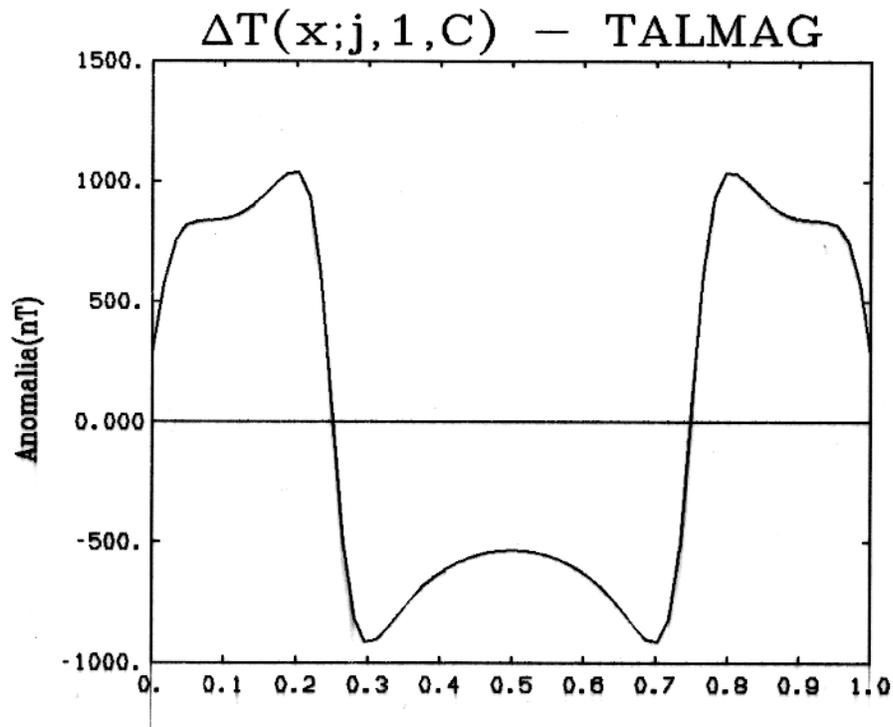


Figura 4.2 - Como verificação dos dados da Figura 4.1, foi utilizado o algoritmo desenvolvido por TALWANI (1965), no qual foi calculado a superposição de campos gerados por 3 blocos magnetizados. Identicamente ao gráfico anterior, o eixo  $x$  corresponde ao levantamento que se estende ao longo de 64km. Porém, como a magnetização obedece à distribuição de Walsh que é definida apenas no intervalo  $[0, 1]$ , os valores deste eixo foram normalizados.

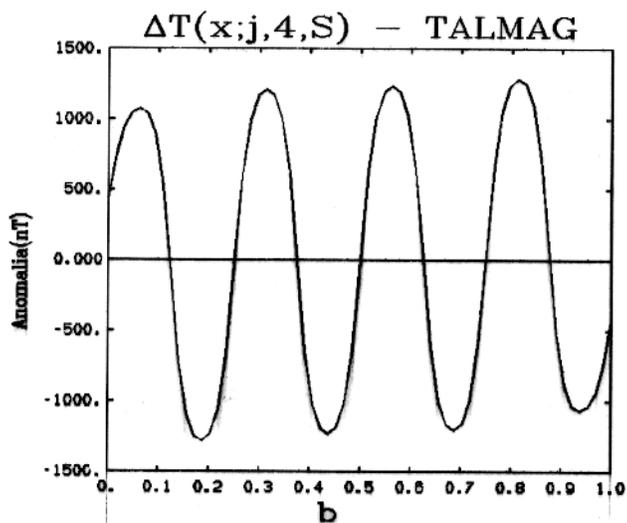
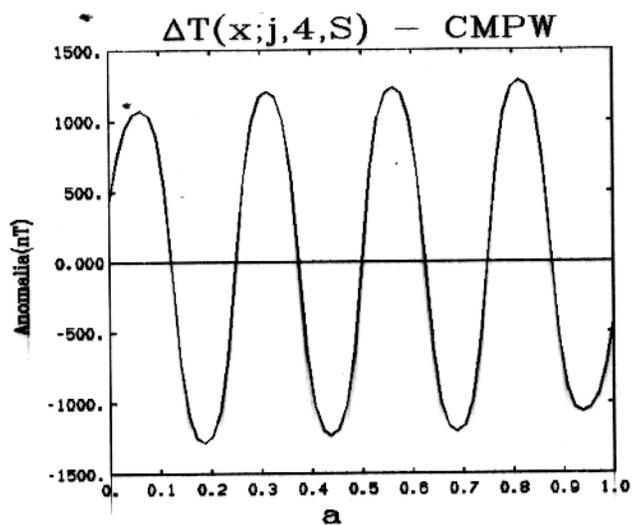


Figura 4.3 - Exemplo da praticidade do algoritmo *CMPW*. Seja um corpo cuja magnetização obedeça à distribuição de Walsh; para que o campo  $\Delta T(x; j, 4, S)$  seja automaticamente calculado utilizando este algoritmo, há apenas a necessidade de se definir o valor da ordem  $p = 4$  associado à distribuição  $Sal(4, x)$ . Figura 4.3a: Mostra o campo calculado pelo *CMPW*. Figura 4.3b: Campo calculado utilizando *TALMAG*; este campo é a resultante da superposição de campos gerados por 8 corpos magnetizados.  $I = 90^\circ$ ,  $D = 0^\circ$ ,  $Z_1 = 2.5\text{km}$  e  $Z_2 = 4\text{km}$ .

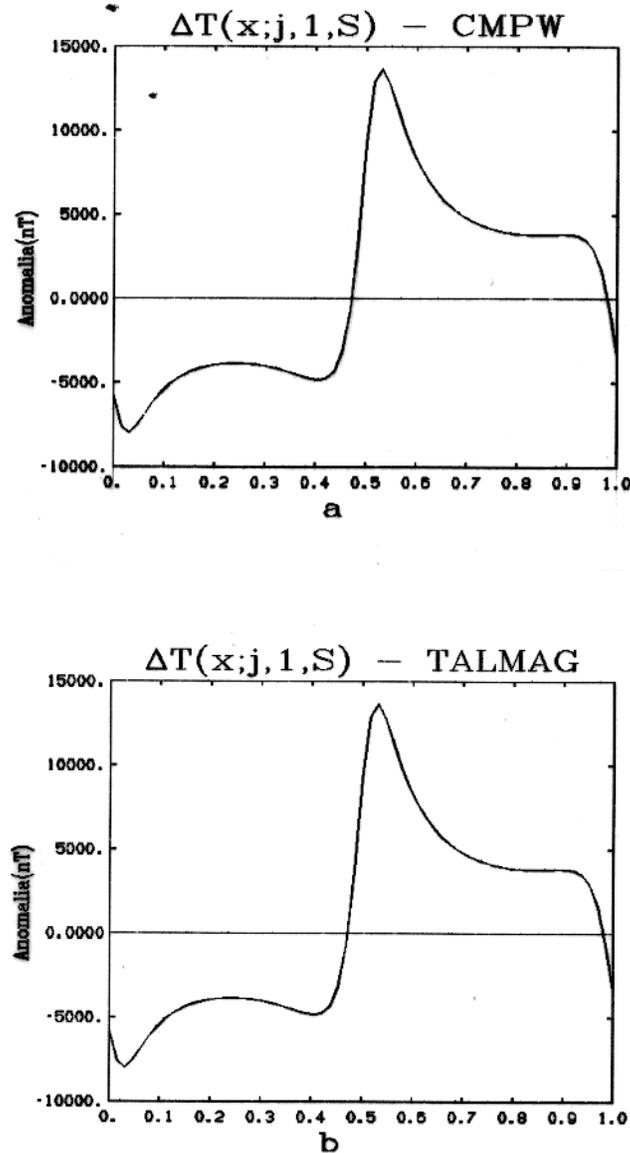


Figura 4.4 - Utilização do método em baixa latitude ( $I = 15^\circ$ ,  $D = 10^\circ$ ,  $Z_1 = 2.5\text{km}$  e  $Z_2 = 4\text{km}$ ). Magnetização do corpos segundo a distribuição de Walsh  $Sal(1, x)$ . Figura 4.4a: Mostra o campo  $\Delta T(x; j, 1, S)$  calculado utilizando-se o *CMPW*. Figura 4.4b: Campo gerado pela superposição de 2 blocos magnetizados. Identicamente aos gráficos anteriores, o eixo  $x$  corresponde ao levantamento que se estende ao longo de 64km. Porém, como a magnetização obedece à distribuição de Walsh que é definida apenas no intervalo  $[0, 1]$ , os valores deste eixo foram normalizados.

## 4.2 Testes - Método Direto Tridimensional.

Esta seção tem o objetivo de comprovar os conceitos descritos ao longo dos capítulos anteriores para o caso tridimensional, conforme descrito na seção 3.2 (*Método Direto Tridimensional*). A única exigência do método para a determinação do campo de corpos cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh, é o prévio conhecimento do campo magnético no intervalo  $[-1, 1]$  nas direções  $x$  e  $y$ . Este campo é produzido por um único prisma magnetizado e cujas fronteiras laterais têm como limites os planos que contêm os eixos  $x$  e  $y$  e são infinitas nas direções  $+x$  e  $+y$ , conforme descrito no tópico metodologia (Figura 3.3, Figura 3.4, equação 3.4, equação 3.6, equação 3.8 e equação 3.10).

Analogamente ao caso bidimensional, o algoritmo desenvolvido com base nestes conceitos, será referenciado como *CMPW - 3D*.

Para a utilização do algoritmo, é necessário apenas informar as ordens de  $p$  e  $v$  das distribuições de Walsh nas direções  $x$  e  $y$  ( $Cal(p, x)$  ou  $Sal(p, x)$  na direção  $x$  e  $Cal(v, y)$  ou  $Sal(v, y)$  na direção  $y$ ). De forma que, o campo gerado pela magnetização associada a esta distribuição será automaticamente calculada. Para o cálculo do campo gerado por um prisma semi-infinito, foi utilizado a metodologia desenvolvida por BHATTACHARRYA (1980).

Como exemplo da utilização da metodologia, foram feitos testes em baixa latitude e em alta latitude.

No primeiro teste, os parâmetros utilizados foram os seguintes:  $Z_1 = 3.0\text{km}$ ,  $Z_2 = 4.0\text{km}$ ,  $I = 75^\circ$  e  $D = 0^\circ$ .

Inicialmente o campo anômalo  $\Delta T(x, y; j, 1, 1, S)$  foi calculado utilizando-se o algoritmo *CMPW - 3D* (Figura 4.5). Neste caso específico, a magnetização geradora do campo anômalo, obedece à distribuição de Walsh  $Sal(1, x)$  e  $Sal(1, y)$ , nas respectivas direções  $x$  e  $y$ . Os parâmetros utilizados foram:  $Z_1 = 3.0\text{km}$ ,  $Z_2 = 4.0\text{km}$ ,  $I = 75^\circ$  e  $D = 0^\circ$ .

Como verificação do resultado, foi calculado o campo gerado por 4 prismas, no qual os parâmetros utilizados foram os seguintes:  $Z_1 = 3.0\text{km}$ ,  $Z_2 = 4.0\text{km}$ ,  $I = 75^\circ$  e  $D = 0^\circ$ . Porém, houve uma alternância no sinal da magnetização (os prismas inferior esquerdo e superior direito têm sinal de magnetização positiva e os outros dois prismas tem sinal de magnetização negativa). Foi feita a superposição dos campos gerados pelos 4 corpos magnetizados (Figura 4.6). Observou-se resultado idêntico ao primeiro teste, como se queria demonstrar.

No cálculo do campo gerado pelos 4 prismas magnetizados, foi utilizada a metodologia desenvolvida por BHATTACHARRYA (1980).

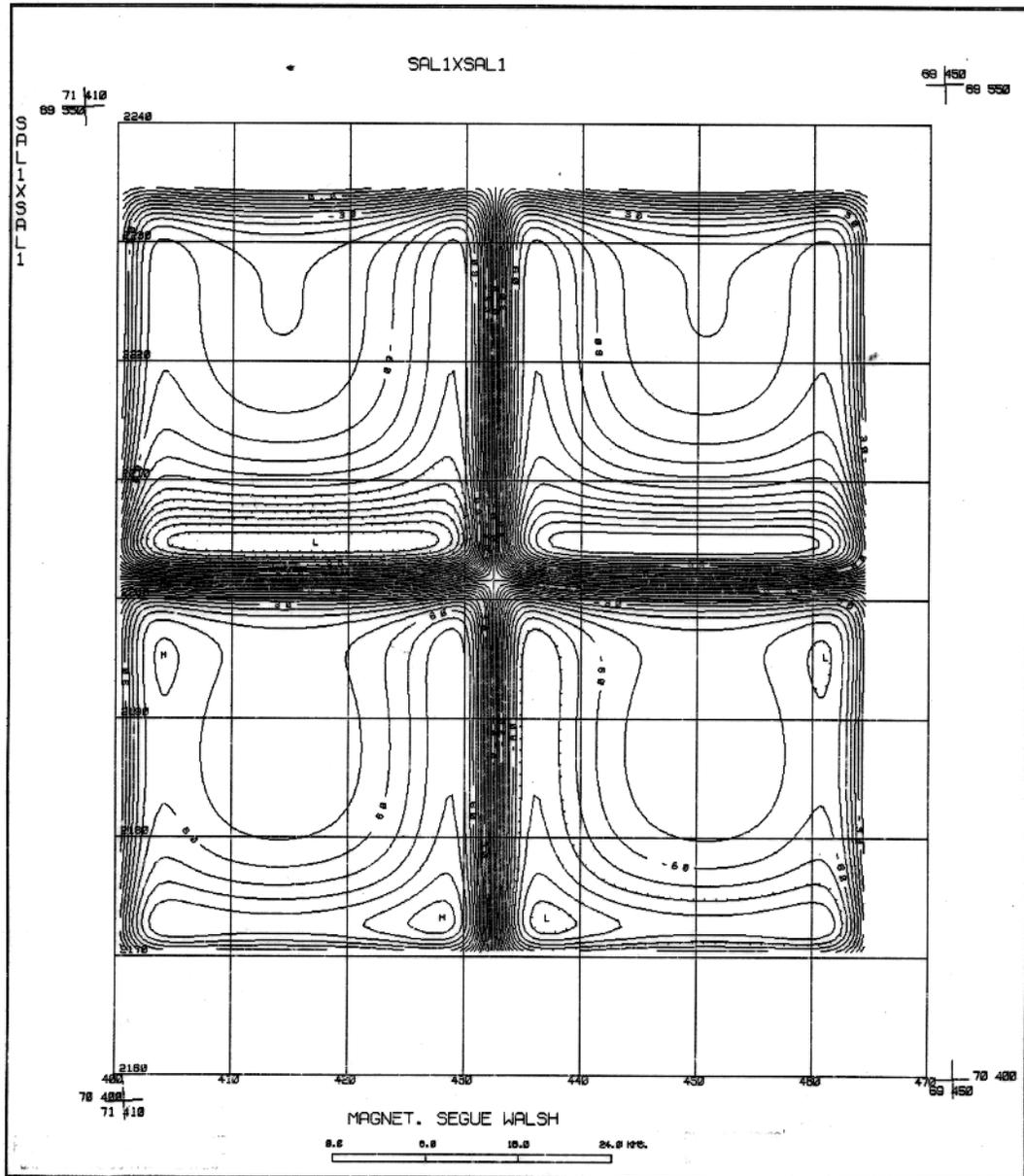


Figura 4.5 -  $\Delta T(x, y; j, 1, 1, S)$ , Campo anômalo gerado por um corpo, cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh  $Sal(1, x)$  e  $Sal(1, y)$ .  $I = 75^\circ$ ,  $D = 0^\circ$ ,  $Z_1 = 3.0\text{km}$  e  $Z_2 = 4.0\text{km}$ . Foi utilizado o algoritmo  $CMPW - 3D$  no cálculo do campo. Curvas de contorno de 6 nT.

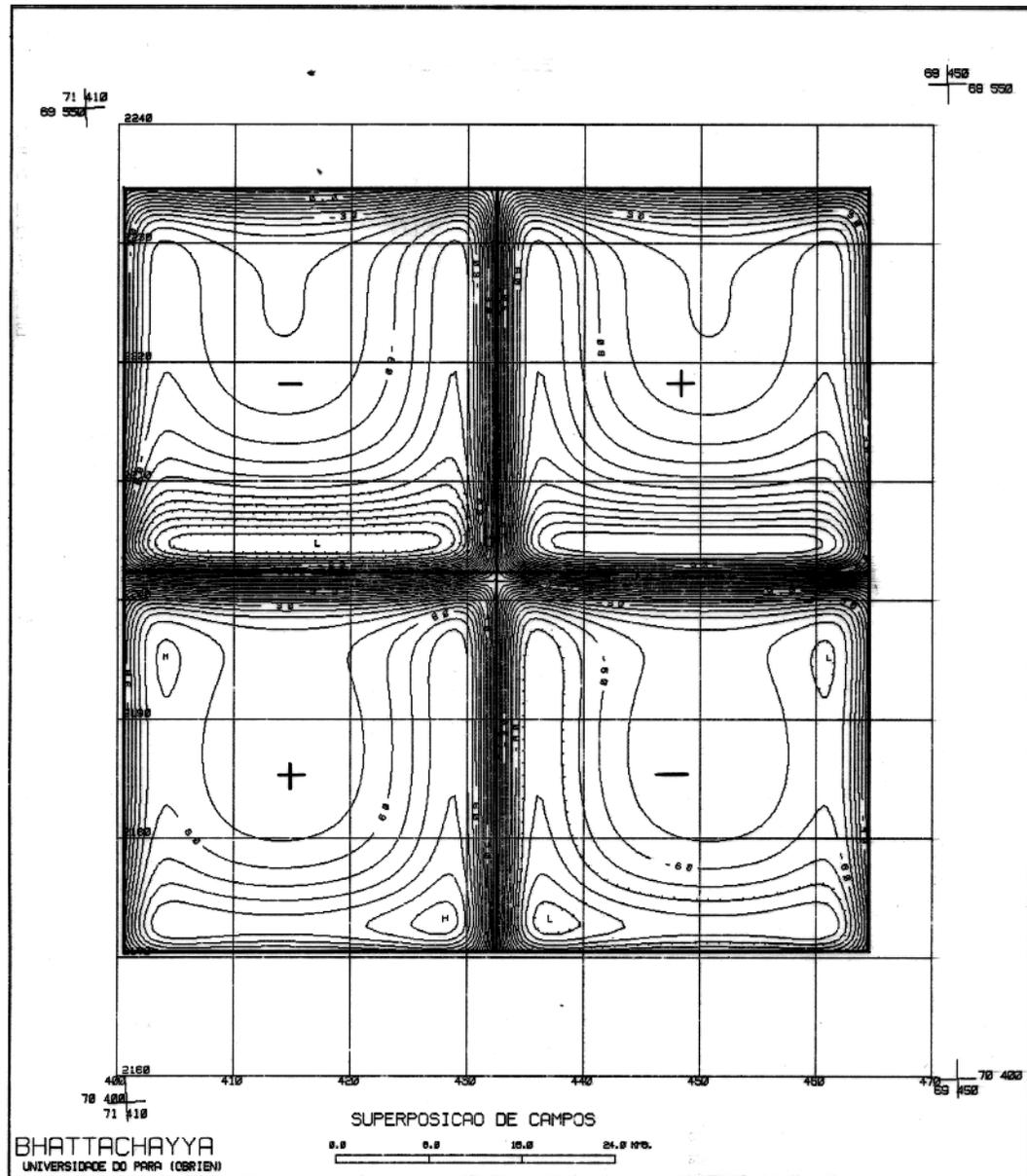


Figura 4.6 - Campo anômalo obtido pela superposição do campo gerado por 4 prismas, no qual a magnetização tem sinal alternado, foi utilizada a metodologia desenvolvida por BHATTACHARYYA (1980).  $I = 75^\circ$ ,  $D = 0^\circ$ ,  $Z_1 = 3.0\text{km}$  e  $Z_2 = 4.0\text{km}$ . Curvas de contorno de 6 nT.

Exemplo da utilização da metodologia em baixa latitude ( $Z_1 = 1.8\text{km}$ ,  $Z_2 = 2.2\text{km}$ ,  $I = 15^\circ$  e  $D = -6^\circ$ ).

O campo  $\Delta T(x, y; j, 5, 5, C)$  (Figura 4.8) foi gerado a partir da distribuição de magnetização  $Cal(5, x)Cal(5, y)$  (Figura 4.7). Foi utilizado o algoritmo *CMPW - 3D* no cálculo deste campo.

O cálculo de campo magnético de uma distribuição de magnetização complexa, como no exemplo da Figura 4.7, exigiria um grande esforço computacional, caso fosse obtida a partir da superposição dos campos gerados por cada prisma utilizando alguma metodologia já existente. Porém, na utilização do algoritmo *CMPW - 3D*, há apenas a necessidade de se definir os parâmetros  $p = 5$  e  $v = 5$  da distribuição de Walsh  $Cal(p, x)$  e  $Cal(v, y)$ . Na qual, uma distribuição de magnetização é associada a esta distribuição de Walsh e o campo  $\Delta T(x, y; j, 5, 5, C)$  é automaticamente calculado.

As duas primeiras secções deste capítulo têm a finalidade de comprovar a metodologia desenvolvida nos capítulos anteriores, mostrando que com apenas operações de adição e subtração, é possível o cálculo do campo, desde que a magnetização geradora deste obedeça à distribuição de Walsh.

Uma vantagem desta metodologia é que a mesma poderá ser aplicada em qualquer latitude.

Apesar da magnetização de corpos que obedeça à distribuição de Walsh ser encontrada mais comumente no substrato da crosta (SILVA<sup>10</sup>, 1992), o cálculo do campo gerado por estas distribuições é fundamental para a inversão dos dados observados, já que estes irão constituir as colunas da matriz de sensibilidade **A**, conforme descrito nas secções 3.3 e 3.4 do capítulo *Metodologia*. Estes conceitos serão amplamente utilizados nas próximas secções.

### 4.3 Testes - Método Inverso Bidimensional.

Esta secção tem como objetivo descrever algumas aplicações de inversão em dados observados, suas limitações e como tentar-se-á contorná-las.

A subsecção 4.3.1 consiste em comprovar que é possível a determinação do vetor **y** de parâmetros da relação  $Ay = b$ , na qual cada coluna da matriz de sensibilidade **A** são constituída por campos anômalos cuja magnetização dos corpos obedecem à distribuição de Walsh (observe a equação 3.13 na secção 3.3).

<sup>10</sup>João Batista Correa da Silva (informação verbal)

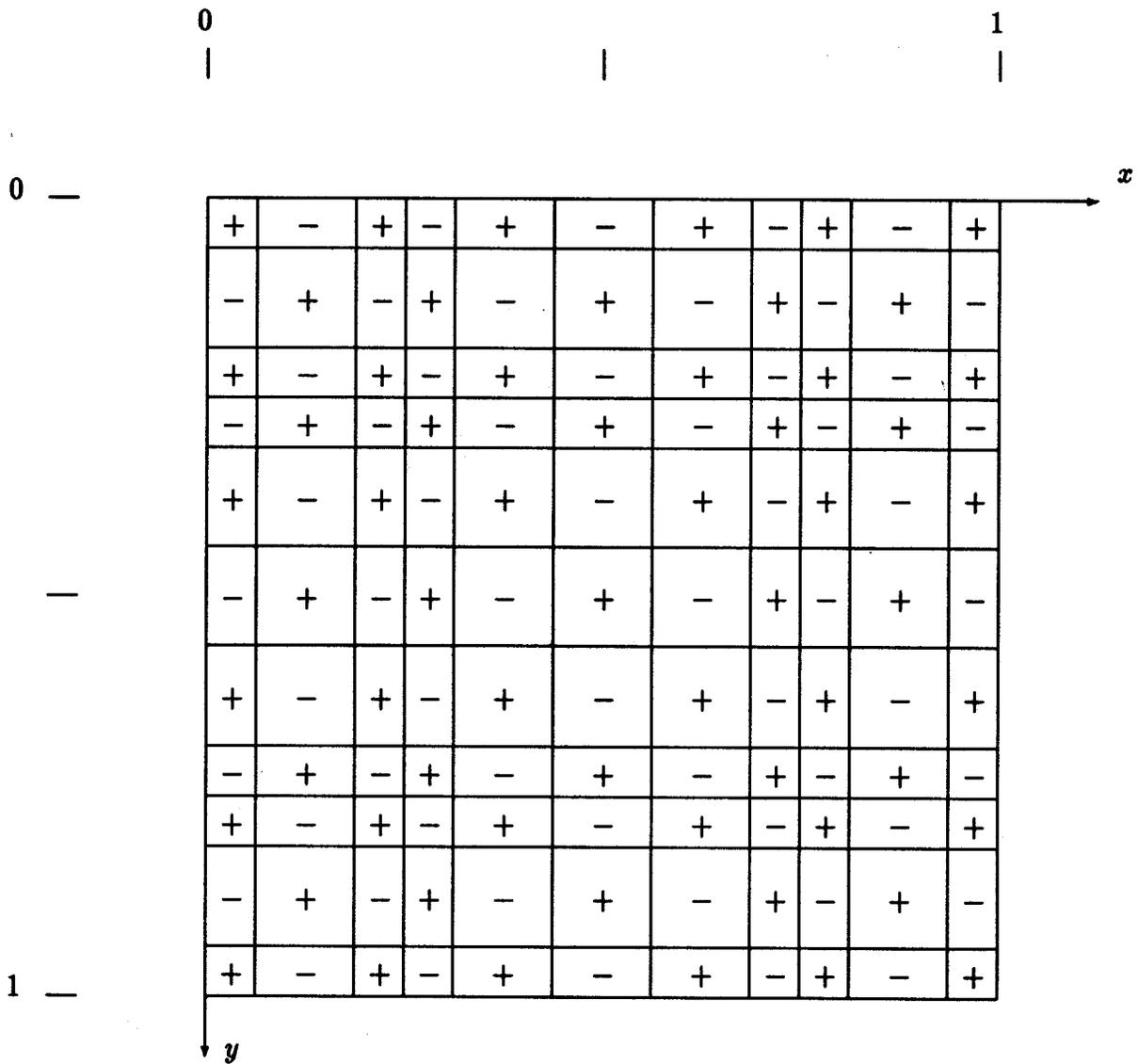


Figura 4.7 - Vista superior de prismas magnetizados, cujas distribuições de magnetizações obedecem à distribuição de Walsh  $Cal(5, x)Cal(5, y)$

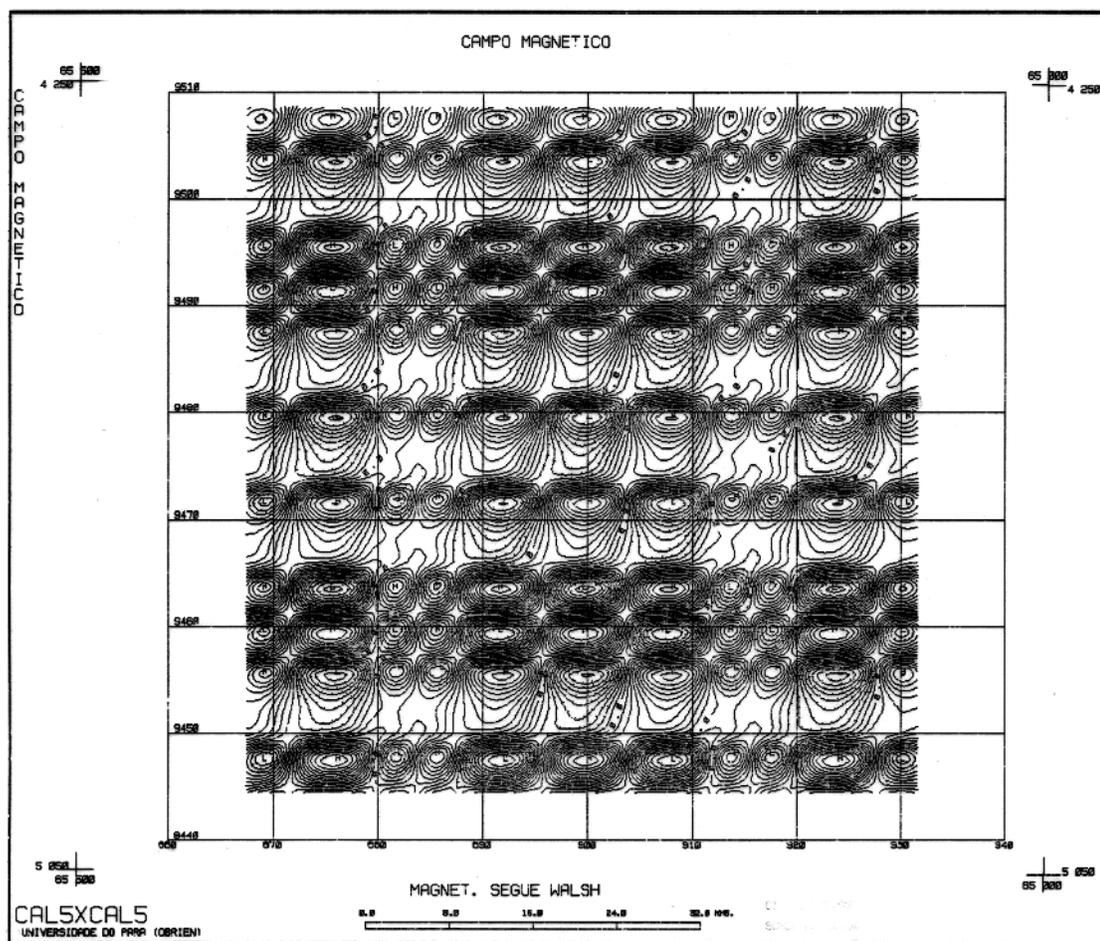


Figura 4.8 -  $\Delta T(x, y; j, 5, 5, C)$ , Campo anômalo gerado por um corpo, cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh  $Cal(5, x)Cal(5, y)$  (Figura 4.7).  $I = 15^\circ$ ,  $D = -6^\circ$ ,  $Z_1 = 1.8\text{km}$  e  $Z_2 = 2.2\text{km}$ . Foi utilizado o algoritmo  $CMPW - 3D$  no cálculo do campo. Curvas de contorno de 6 gamas.

A subsecção 4.3.2 discute o problema subdeterminado.

A subsecção 4.3.3 discute o problema da não-invariância por translação dos Polinômios de Walsh, o que pode acarretar na inversão e como podemos contorná-los.

A subsecção 4.3.4 discute o problema da largura do corpo magnetizado em relação ao comprimento total do levantamento.

A subsecção 4.3.5 consiste em provar que é possível a inversão de campos anômalos causado por corpos com diferentes larguras e magnetizações.

A subsecção 4.3.6 discute o problema da ambigüidade causada pelo não conhecimento da espessura do corpo magnetizado.

A subsecção 4.3.7 discute o problema da ambigüidade causada pelo não conhecimento da profundidade do corpo magnetizado.

O conjunto dos conhecimentos obtidos com todos estes testes servirão como embasamento na aplicação de inversão de dados aeromagnéticos, que será o tópico do próximo capítulo. O levantamento aeromagnético foi feito sobre a bacia sedimentar do Alto Amazonas.

#### 4.3.1 A Utilização do Método para Campos Gerados por Magnetização que Obedece à Distribuição de Walsh.

Neste teste (Figura 4.9) o campo observado corresponde à combinação de vários campos gerados a partir da magnetização dos corpos que obedecem à distribuição de Walsh:  $Cal(0, x)$ ;  $Sal(1, x)$ ;  $Cal(1, x)$ ;  $Sal(2, x)$ ;  $Cal(2, x)$ ;  $Sal(3, x)$ ;  $Cal(3, x)$  e  $Sal(4, x)$  no pólo magnético ( $I = 90^\circ$   $D = 0^\circ$ ). O topo e a base da camada dos corpos localizam-se a 2.5km e 4km respectivamente.

Quando da utilização do método de inversão por mínimos quadrados, observou-se que todos os coeficientes:  $c_0$ ;  $s_1$ ;  $c_1$ ;  $s_2$ ;  $c_2$ ;  $s_3$ ;  $c_3$  e  $s_4$  (Tabela 4.1) foram perfeitamente recuperados. Observe que, a curva resíduo do campo observado e campo anômalo calculado a partir da magnetização, determinada segundo a equação 3.1, se confunde com o eixo  $x$ .

#### 4.3.2 Problema Subdeterminado.

No segundo teste (Figura 4.10) as características de inclinação do campo, declinação, profundidade do topo e base da camada foram mantidos ( $I = 90^\circ$ ,  $D = 0^\circ$ ,  $Z_1 = 2.5\text{km}$  e  $Z_2 = 4.0\text{km}$ ). Porém, o modelo de magnetização gerador do campo observado contém a

Tabela 4.1 - Tabela de coeficientes obtidos na inversão; a partir destes coeficientes será calculado a magnetização segundo equação 3.1. O campo observado é a combinação do campo gerado por vários corpos cuja magnetização obedece a distribuição de Walsh (Figura 4.9a). A terceira coluna da tabela corresponde aos coeficientes que geraram o campo observado. A segunda coluna corresponde aos coeficientes obtidos na inversão. Observe que os mesmos, foram perfeitamente recuperados.

Coeficientes	Recuperados na inversão	Gerador do campo observado
$c_0$	1.0000	1.0000
$s_1$	1.0000	1.0000
$c_1$	1.0000	1.0000
$s_2$	1.0000	1.0000
$c_2$	1.0000	1.0000
$s_3$	1.0000	1.0000
$c_3$	1.0000	1.0000
$s_4$	1.0000	1.0000

Tabela 4.2 - Tabela de coeficientes obtidos na inversão. Problema subdeterminado. A partir destes coeficientes será calculado a magnetização segundo equação 3.1. A terceira coluna da tabela corresponde aos coeficientes que geraram o campo observado (Figura 4.10a). A segunda coluna corresponde aos coeficientes obtidos na inversão.

Coeficientes	Recuperados na inversão	Gerador do campo observado
$c_0$	-0.1507	0.0000
$s_1$	-0.0858	0.0000
$c_1$	-0.1042	0.0000
$s_2$	0.0081	0.0000
$c_2$	-0.0378	0.0000
$s_3$	-0.1097	0.0000
$c_3$	0.1056	0.0000
$s_4$	1.0273	1.0000
$c_4$	0.9410	1.0000
$s_5$		1.0000
$c_5$		1.0000

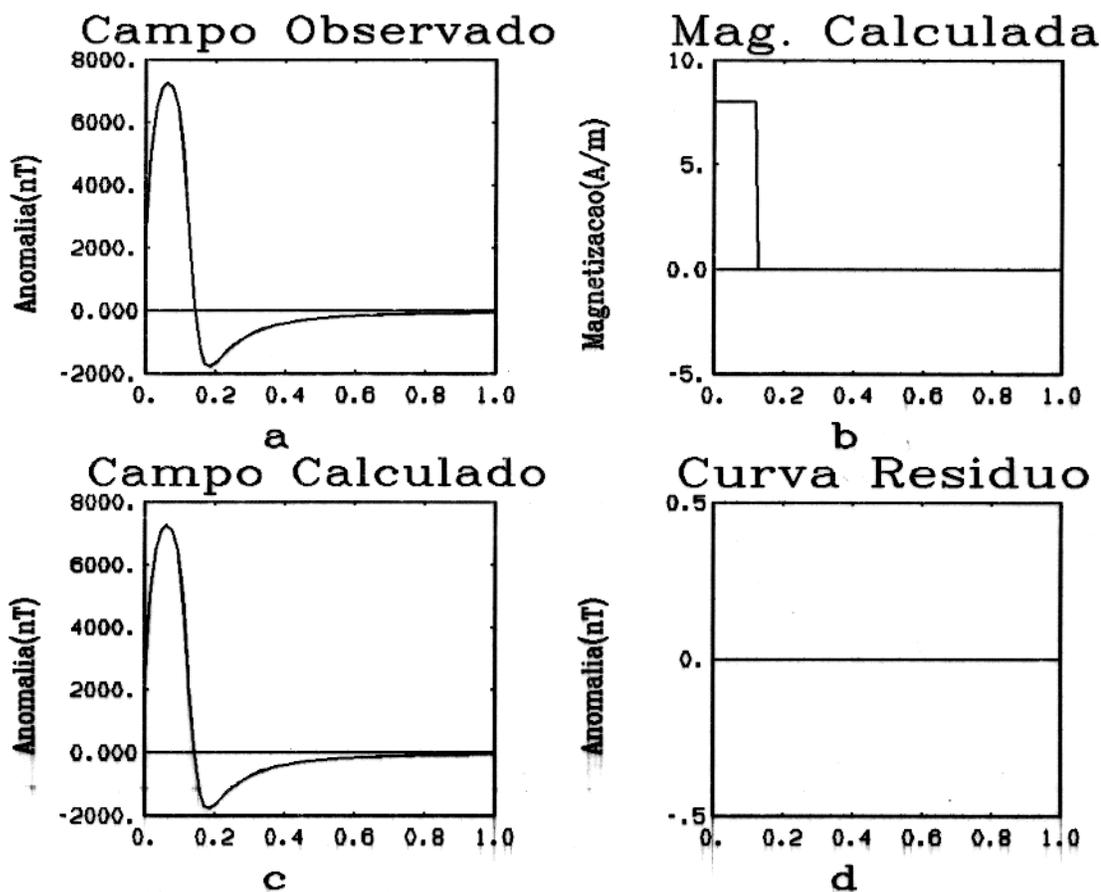


Figura 4.9 - Campo observado é a combinação do campo gerado por vários corpos cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh (Figura 4.9a). Figura 4.9b: Curva de magnetização obtida na inversão. Figura 4.9c: Campo anômalo gerado na inversão segundo distribuição de magnetização calculada. Figura 4.9d: Curva resíduo gerada a partir dos campos anômalos calculados e observado. Nota-se que a mesma coincide com o eixo  $x$ .  $I = 15^\circ$ ,  $D = 10^\circ$ ,  $Z_1 = 2.5\text{km}$  e  $Z_2 = 4\text{km}$ . Identicamente aos gráficos dos modelos direto, nos próximos gráficos dos modelos inverso, o eixo  $x$  corresponde ao levantamento que se estende ao longo de 64km. Porém, como a magnetização obedece à distribuição de Walsh que é definida apenas no intervalo  $[0, 1]$ , os valores deste eixo foram normalizados.

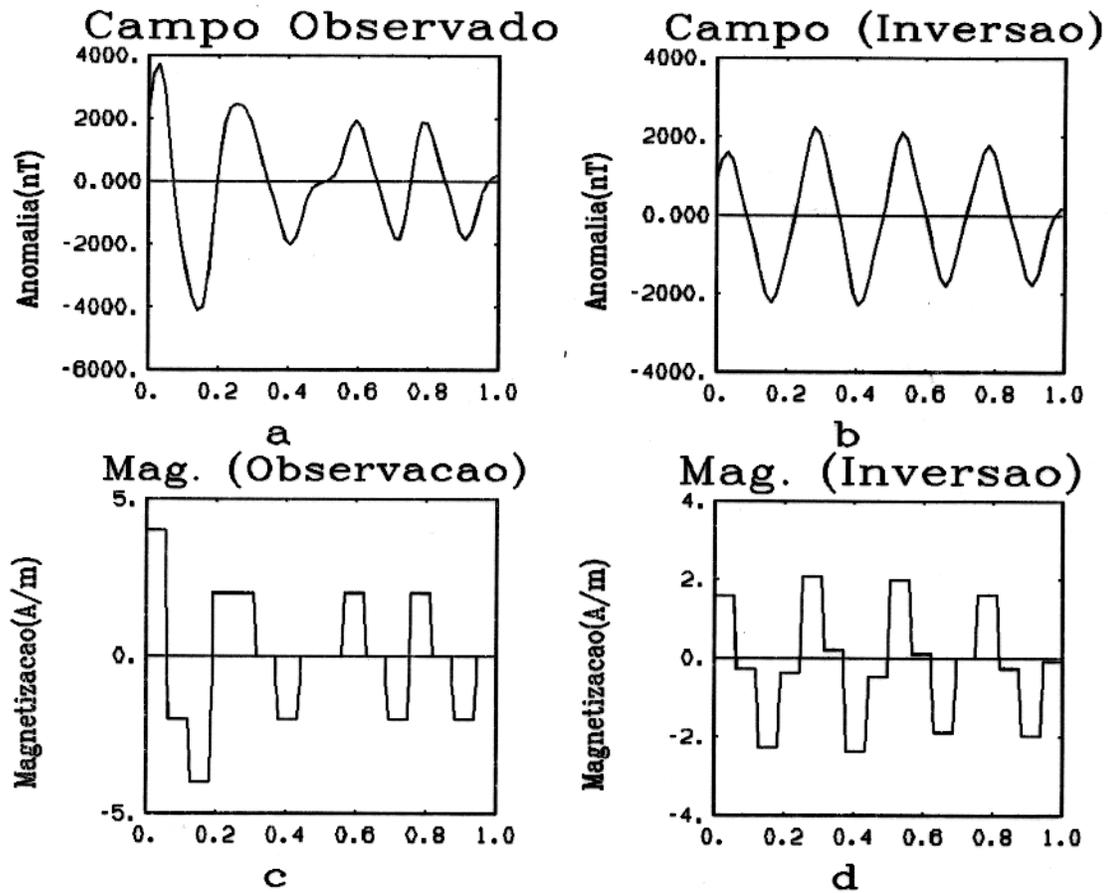


Figura 4.10 - Exemplo de um problema subdeterminado, tenta-se obter na inversão menos coeficientes que o permitido (Tabela 4.2). Figura 4.10c: Curva de magnetização geradora do campo anômalo observado (Figura 4.10a). Figura 4.10b: Campo anômalo gerado a partir da distribuição de magnetização calculada na inversão (Figura 4.10d).  $I = 90^\circ$ ,  $D = 0^\circ$ ,  $Z_1 = 2.5\text{km}$  e  $Z_2 = 4.0\text{km}$ .

combinação das seguintes distribuições de magnetização:  $Sal(4, x)$ ;  $Cal(4, x)$ ;  $Sal(5, x)$  e  $Cal(5, x)$  (Figura 4.10a).

As colunas da matriz de sensibilidade  $A$  foram constituídas por campos anômalos gerados a partir das seguintes distribuições de magnetização:  $Cal(0, x)$ ;  $Sal(1, x)$ ;  $Cal(1, x)$ ;  $Sal(2, x)$ ;  $Cal(2, x)$ ;  $Sal(3, x)$ ;  $Cal(3, x)$ ;  $Sal(4, x)$  e  $Cal(4, x)$ , o que permite apenas a recuperação dos coeficientes  $c_0$ ,  $s_1$ ,  $c_1$ ,  $s_2$ ,  $c_2$ ,  $s_3$ ,  $c_3$ ,  $s_4$  e  $c_4$  quando aplicada a inversão (Tabela 4.2). Conseqüentemente, o campo gerado a partir da magnetização calculada pela equação 3.1, não permite a recuperação do sinal observado.

Para a perfeita recuperação deste sinal observado, a matriz de sensibilidade  $A$  deverá conter coeficientes de duas ordens imediatamente superiores, o que permitirá a recuperação dos coeficientes  $s_5$  e  $c_5$  e conseqüentemente da magnetização relacionada a estes coeficientes, conforme equação 3.1.

#### 4.3.3 Problema da Não-invariância por Translação dos Polinômios de Walsh.

No terceiro teste (Figura 4.11) o campo observado foi gerado por um único corpo magnetizado que não obedece à distribuição de Walsh e suas fronteiras não coincidem com os cruzamentos do zero. Os parâmetros de inclinação do campo, declinação e profundidade do topo e da base do corpo são os mesmos dos testes anteriores ( $I = 90^\circ$ ,  $D = 0^\circ$ ,  $Z_1 = 2.5\text{km}$ ,  $Z_2 = 4.0\text{km}$ ).

No cálculo da magnetização obtida na inversão foi utilizado a equação 3.1, os valores dos coeficientes  $c_p$  e  $s_p$  estão enumerados na Tabela 4.3.

Observou-se que o campo obtido quando da inversão tem uma grande discrepância em relação ao campo observado. Desta forma, a curva resíduo dos dois campos têm valores apreciáveis. Esta discrepância é conseqüência dos Polinômios de Walsh não possuírem a propriedade de invariância por translação (GUBBINS et al., 1971), conforme descrito na secção 2.2 (*A Transformada de Walsh e o Problema da Não-invariância por Translação*).

Há várias maneiras de contornar o problema da não-invariância por translação dos Polinômios de Walsh, duas maneiras serão descritas nas duas próximas sub-secções.

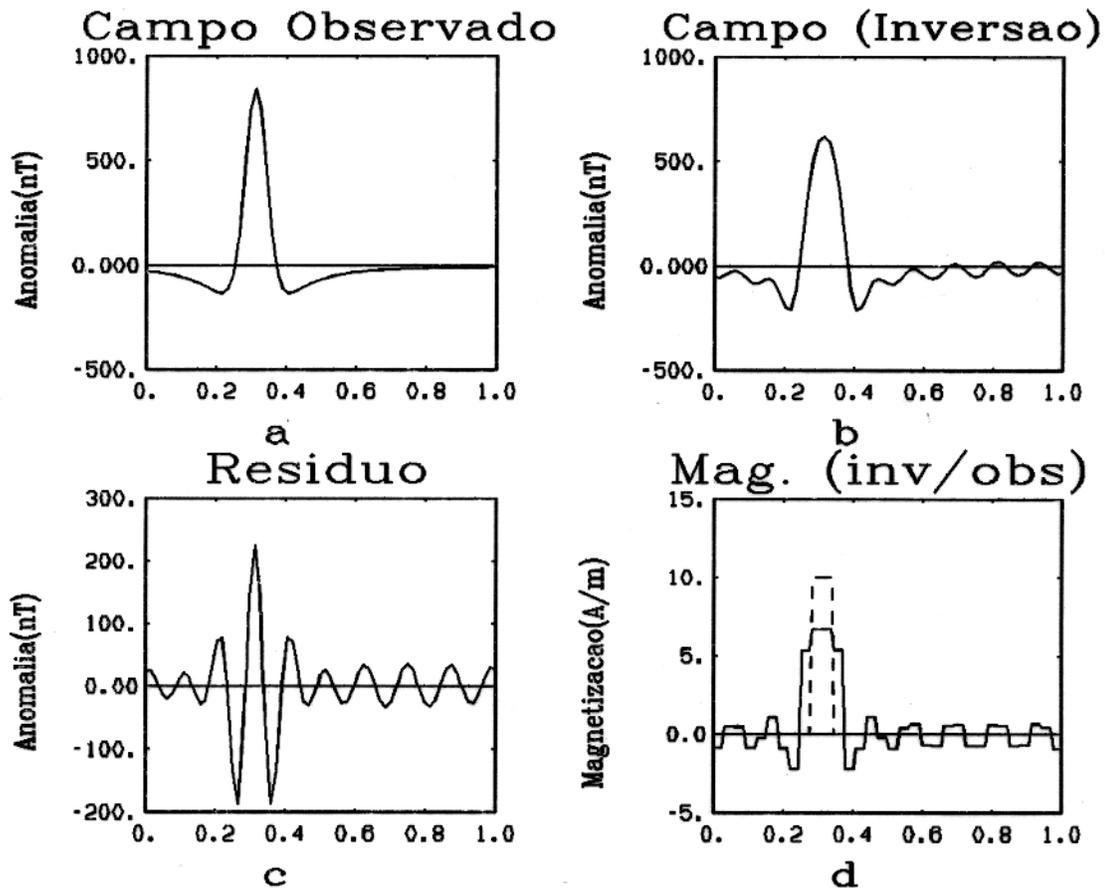


Figura 4.11 - Problema da não-invariância por translação dos Polinômios de Walsh. Fronteiras do corpo magnetizado que gera o campo observado não coincide com o cruzamento do zero segundo a distribuição de Walsh (Figura 4.11a). O corpo magnetizado corresponde a linha tracejada da Figura 4.11d.  $I = 90^\circ$ ,  $D = 0^\circ$ ,  $Z_1 = 2.5\text{km}$  e  $Z_2 = 4.0\text{km}$ . Figura 4.11b: Campo anômalo gerado segundo distribuição de magnetização calculada pela equação 3.1 (Tabela 4.3 - Figura 4.11d linha continua). Figura 4.11c: Considerável curva de resíduos dos campos.

**Tabela 4.3 - Problema da não-invariância por translação dos Polinômios de Walsh. Tabela de coeficientes obtidos na inversão; a partir destes coeficientes será calculada a magnetização (equação 3.1 - Figura 4.11d ) e o consequente campo magnético (Figura 4.11b). O campo observado foi gerado por um único corpo cuja magnetização não obedece à distribuição de Walsh.**

Coeficientes	Recuperado	Coeficientes	Recuperado
$c_0$	0.0539	$s_5$	0.0030
$s_1$	0.0643	$c_5$	-0.0246
$c_1$	-0.0778	$s_6$	-0.0248
$s_2$	-0.0778	$c_6$	0.0215
$c_2$	-0.0790	$s_7$	0.0282
$s_3$	-0.0764	$c_7$	-0.0001
$c_3$	0.0870	$s_8$	-0.0003
$s_4$	0.0869	$c_8$	-0.0659
$c_4$	-0.0025		

#### 4.3.3.1 Primeira Opção para Contornar o Problema da Não-invariância por Translação dos Polinômios de Walsh.

A matriz de sensibilidade  $A$  é formada a partir dos campos definidos entre  $[0, 1]$ , cuja magnetização obedece a distribuição de Walsh. Se o campo observado for também definido no mesmo intervalo  $[0, 1]$ , a primeira opção adotada para contornar o problema da não-invariância por translação é a do deslocamento relativo entre eles. Desta forma, haverá uma posição em que as fronteiras do corpo magnetizado que gera o campo observado coincide com o cruzamento do zero segundo os Polinômios de Walsh.

Na Figura 4.12 houve o deslocamento relativo dos campos formadores da matriz  $A$  em relação ao campo observado. Observa-se na Figura 4.12c uma diminuição considerável da curva resíduo dos campos, observado e calculado, em relação à curva resíduo de quando não se tinha tido tal deslocamento (Figura 4.11c).

No cálculo da magnetização obtida na inversão foi utilizada a equação 3.1. Os valores dos coeficientes  $c_p$  e  $s_p$  estão enumerados na Tabela 4.4.

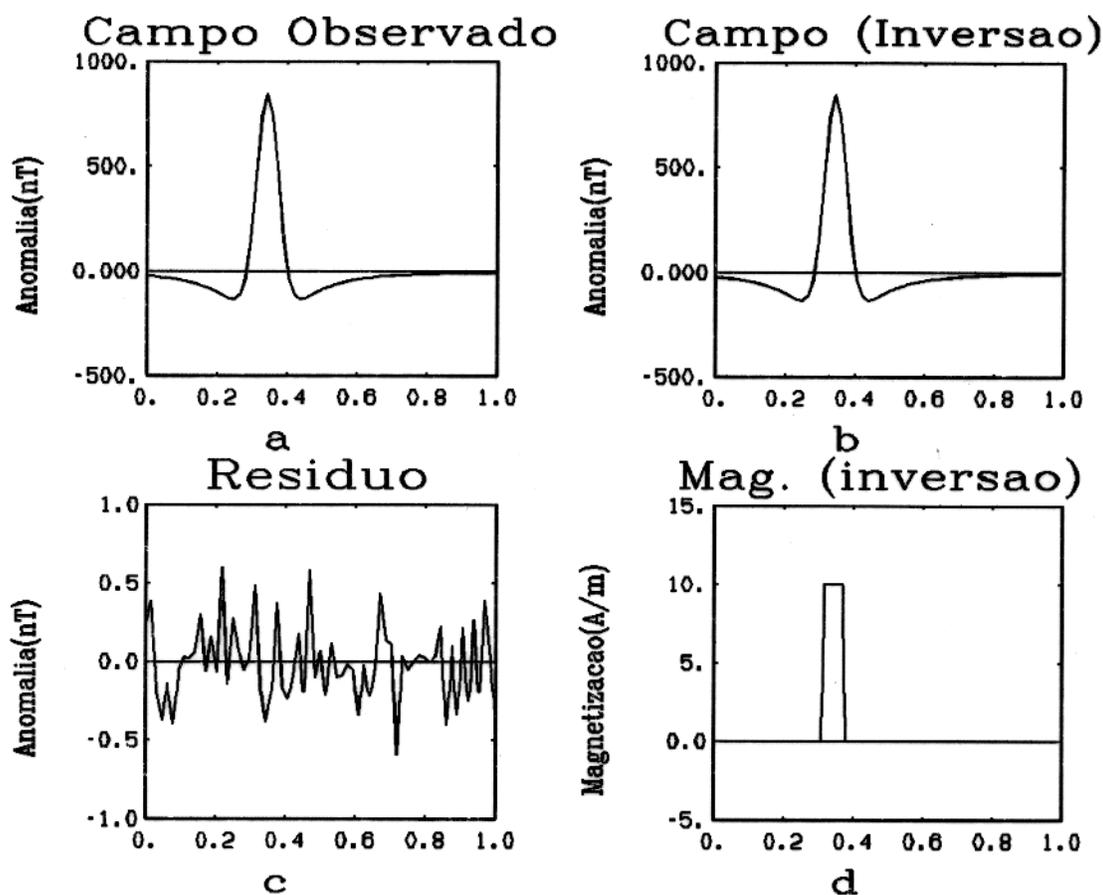


Figura 4.12 - Primeira opção para contornar o problema da não-invariância por translação dos Polinômios de Walsh. Efeito do deslocamento para a direita dos campos que gera a matriz de sensibilidade  $A$ . O campo observado permanece o mesmo, ou seja, Figura 4.11a e Figura 4.12a é a mesma. O deslocamento foi o suficiente para tornar as fronteiras do corpo magnetizado coincidirem com o cruzamento do zero segundo Walsh. Figura 4.12b: Campo anômalo gerado segundo distribuição de magnetização calculada (Figura 4.12d). Figura 4.12c: A curva resíduo dos campos observado e calculado é irrisória.

**Tabela 4.4** - Primeira opção para contornar o problema da não-invariância por translação dos Polinômios de Walsh. Efeito do deslocamento para a direita dos campos que gera a matriz de sensibilidade **A**. A Figura 4.11a e Figura 4.12a é a mesma. A partir dos coeficientes abaixo obtido na inversão será calculada a magnetização (equação 3.1). No caso deste teste, o deslocamento relativo dos campos foi o suficiente para tornar os cruzamentos do zero segundo Walsh, coincidirem com as fronteiras do corpo magnetizado.

Coeficientes	Recuperado	Coeficientes	Recuperado
$c_0$	0.0622	$s_5$	-0.0625
$s_1$	0.0624	$c_5$	0.0625
$c_1$	-0.0625	$s_6$	0.0626
$s_2$	-0.0625	$c_6$	0.0625
$c_2$	-0.0625	$s_7$	0.0625
$s_3$	-0.0624	$c_7$	-0.0624
$c_3$	0.0626	$s_8$	-0.0626
$s_4$	0.0625	$c_8$	0.0000
$c_4$	-0.0625		

#### 4.3.3.2 Segunda Opção para Contornar o Problema da Não-invariância por Translação dos Polinômios de Walsh.

Como segunda opção para contornar o problema da não invariância por translação dos polinômios de Walsh, foi adotada a seguinte solução: A matriz de sensibilidade **A** foi acrescida de mais colunas, o que significa que esta matriz conterà campos anômalos gerados por distribuições de magnetização segundo Walsh, de ordem superiores, ou seja, campos gerados por seqüências de ordens mais altas.

No exemplo mostrado na Figura 4.13, cujo campo observado é o mesmo da Figura 4.11, foi possível com 25 coeficientes recuperados na inversão, calcular a distribuição de magnetização que gera o campo anômalo, praticamente igual ao do campo observado (Tabela 4.5). Nota-se que a curva resíduo da superposição das curvas dos campos calculado e observado é constituída de valores irrisórios (Figura 4.13c).

**Tabela 4.5** - Segunda solução para o problema dos Polinômios de Walsh não serem invariantes por translação; recuperação de um maior número de coeficientes. Tabela de coeficientes obtidos na inversão; a partir destes coeficientes será calculada a magnetização (equação 3.1 - Figura 4.13d) e o conseqüente campo magnético (Figura 4.13b).

Coeficientes	Recuperado	Coeficientes	Recuperado
$c_0$	0.0622	$s_7$	-0.0001
$s_1$	0.0624	$c_7$	-0.0001
$c_1$	-0.0625	$s_8$	0.0000
$s_2$	-0.0625	$c_8$	-0.0626
$c_2$	-0.0626	$s_9$	-0.0625
$s_3$	-0.0625	$c_9$	0.0624
$c_3$	0.0626	$s_{10}$	0.0625
$s_4$	0.0625	$c_{10}$	0.0625
$c_4$	0.0000	$s_{11}$	0.0624
$s_5$	0.0000	$c_{11}$	-0.0623
$c_5$	0.0000	$s_{12}$	-0.0065
$s_6$	0.0000	$c_{12}$	0.0000
$c_6$	0.0000		

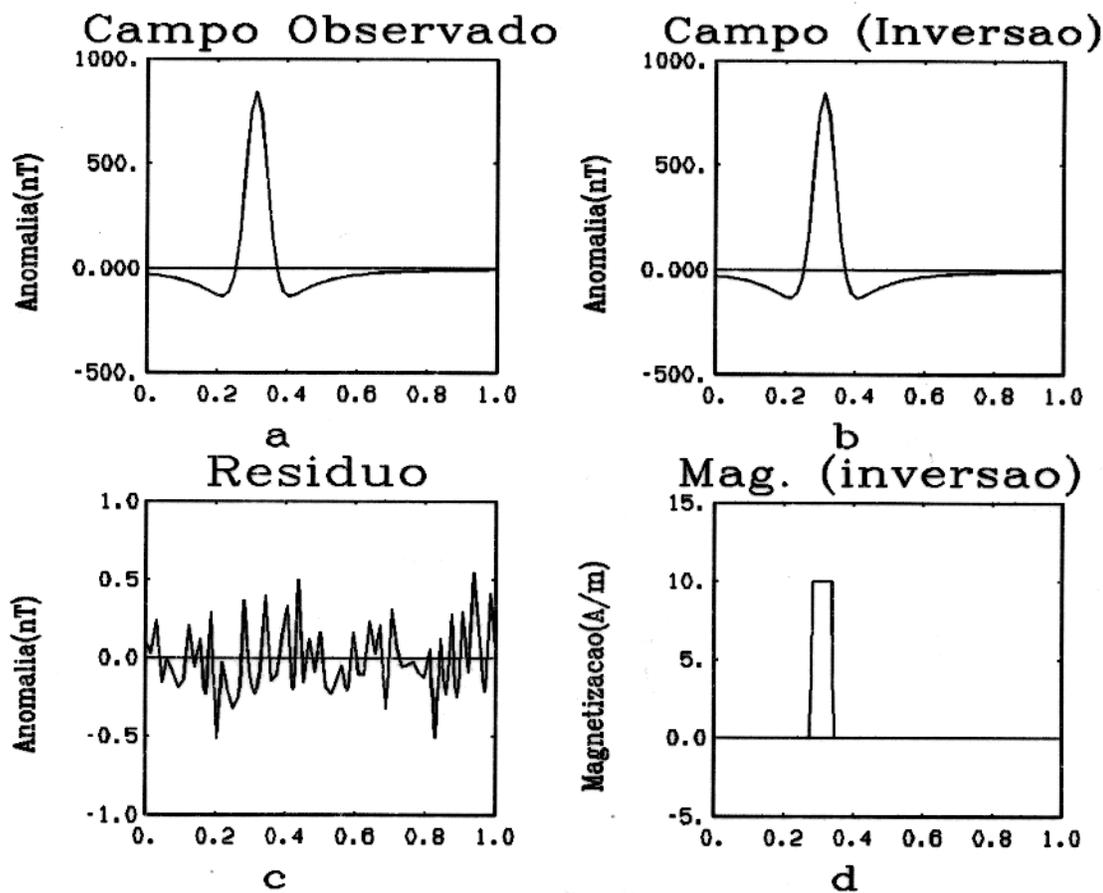


Figura 4.13 - Segunda soluçao para o problema dos Polinômios de Walsh não serem invariantes por tranlação; recuperaçao de um maior número de coeficientes (Tabela 4.5), permitindo que as fronteiras do corpo magnetizado coincida com o cruzamento do zero segundo Walsh para ordens mais altas. Figura 4.13d: Magnetizaçao calculada pela equaçao 3.1, a partir dos coeficientes da Tabela 4.5. Figura 4.13b: Campo anômalo gerado segundo distribuçao de magnetizaçao calculada. Figura 4.13c: Curva dos resíduos dos campos anômalos calculado e observado, constituída de valores irrisórios em relaçaõ a estes campos.

**Tabela 4.6** - Problema da pequena largura do corpo magnetizado. Fronteiras do corpo magnetizado que gera o campo observado não coincidem com o cruzamento do zero segundo a distribuição de Walsh. Tabela de coeficientes obtidos na inversão. A partir destes coeficientes será calculada a magnetização (equação 3.1 - Figura 4.14d) e o conseqüente campo magnético (Figura 4.14b).

Coeficientes	Recuperado	Coeficientes	Recuperado
$c_0$	0.3454	$s_3$	0.0830
$s_1$	0.1256	$c_3$	0.0951
$c_1$	0.1020	$s_4$	0.0832
$s_2$	0.0783	$c_5$	-0.0588
$c_2$	0.0937		

#### 4.3.4 Solução para o Problema da Largura do Corpo Magnetizado - Efeito de Focalização.

Outro fator complicador na inversão ocorre quando o corpo é estreito em relação ao comprimento total do levantamento do campo.

Uma primeira opção para contornar este problema, é a abertura de uma janela sobre o intervalo de interesse (efeito de focalização).

Antes de haver a focalização, observa-se uma apreciável curva resíduo entre o campo magnético observado e o calculado na inversão (Figura 4.14). Conseqüência da relação entre a largura do corpo e o comprimento total do levantamento.

A focalização consiste em selecionar um intervalo do campo observado e fazer a inversão sobre este.

No caso deste teste, foi selecionado a primeira metade do levantamento da (Figura 4.14a), e feito uma focalização sobre este trecho. De forma que, este intervalo é redefinido para  $[0, 1]$  (Figura 4.15a).

A aplicação de inversão sobre o campo observado focalizado, permitiu a recuperação de um conjunto de parâmetros que tornou possível o cálculo da magnetização (equação 3.1 - Tabela 4.7). O campo gerado a partir desta magnetização calculada é praticamente igual ao campo observado focalizado, comprovado pelos baixos valores da curva resíduo (Figura 4.15c).

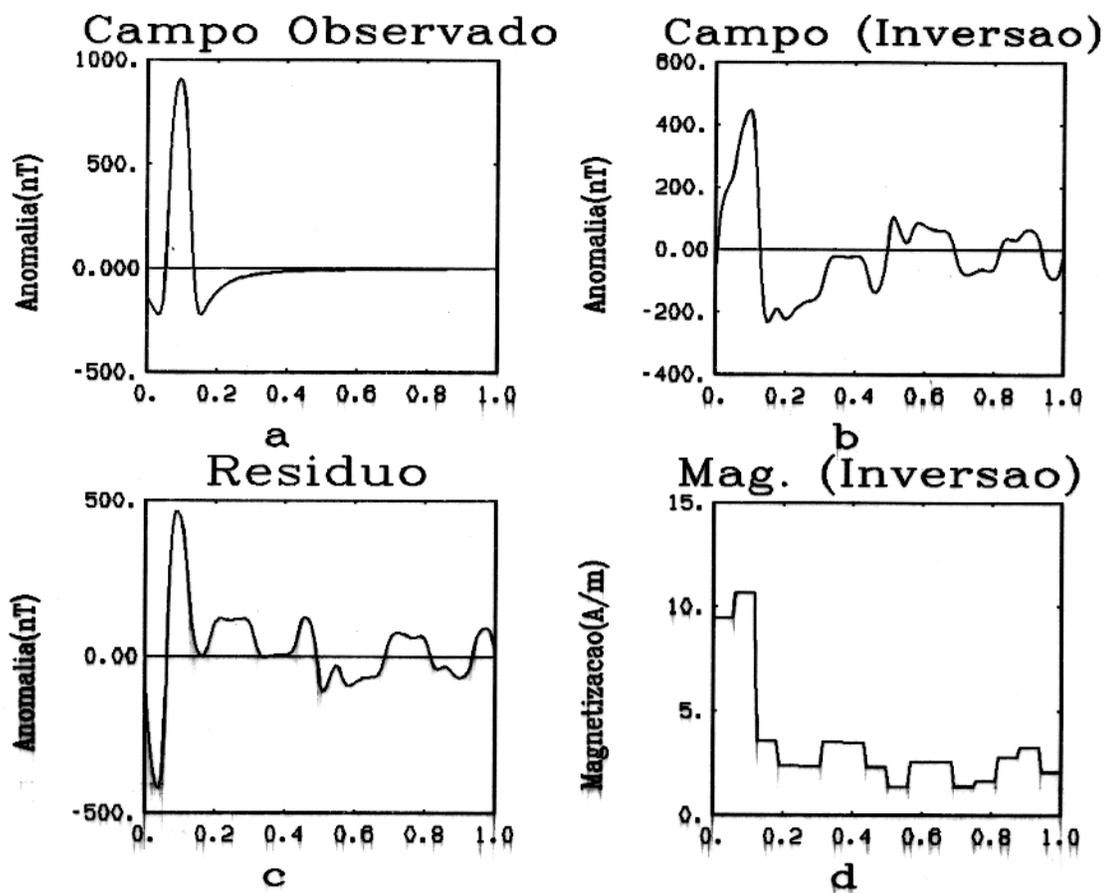


Figura 4.14 - Problema da pequena largura do corpo magnetizado. Fronteiras do corpo magnetizado que gera o campo observado não coincidem com o cruzamento do zero segundo a distribuição de Walsh. ( $I = 90^\circ$ ,  $D = 0^\circ$ ,  $Z_1 = 2.5\text{km}$  e  $Z_2 = 4.0\text{km}$ ). Figura 4.14b: Campo anômalo gerado a partir da distribuição de magnetização calculada segundo Tabela 4.6 (Figura 4.11d). Figura 4.11c: Considerável curva resíduo.

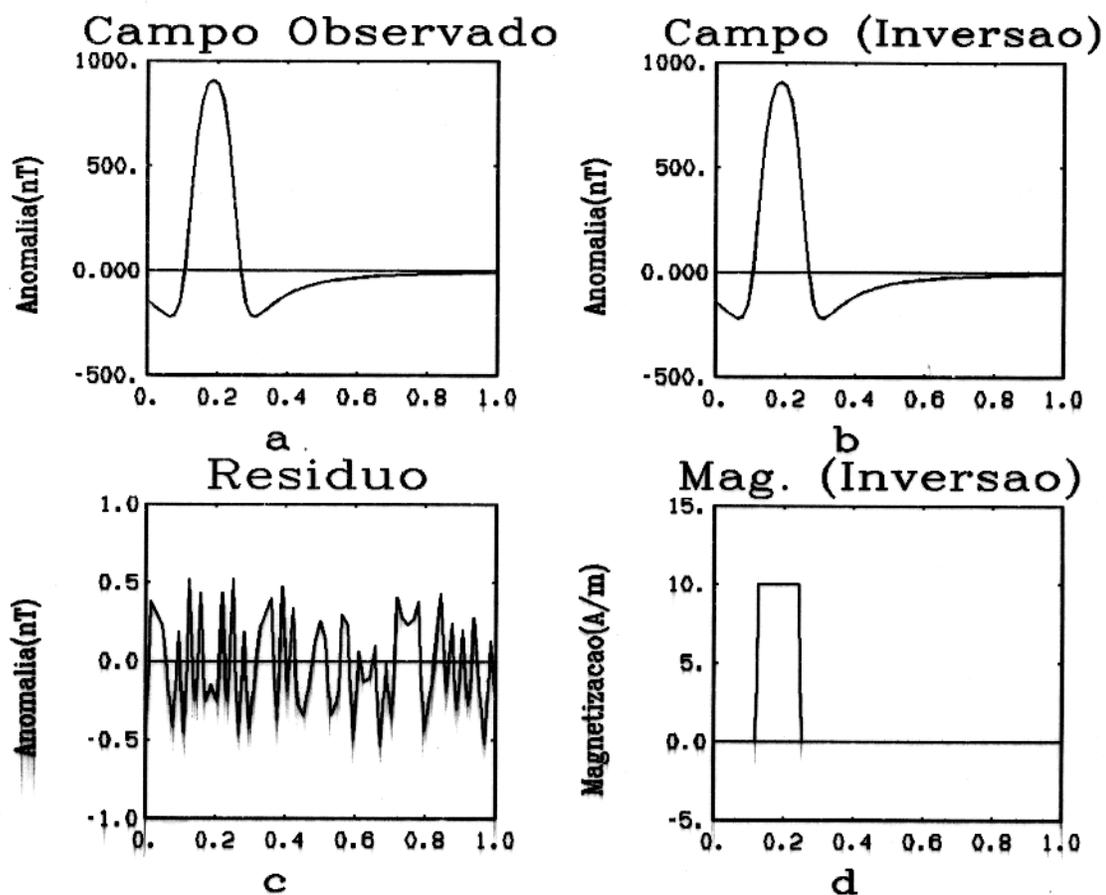


Figura 4.15 - Solução para o problema da pequena largura do corpo magnetizado. Efeito de focalização do intervalo de interesse. Figura 4.15d: Magnetização calculada pela equação 3.1. Figura 4.15b: Campo anômalo gerado a partir da distribuição de magnetização calculada (Tabela 4.7). Figura 4.15c: A curva resíduo dos campos anômalos, calculado e observado, é constituída de valores irrisórios.

**Tabela 4.7 - Solução para o problema da pequena largura do corpo magnetizado. Efeito de focalização do intervalo de interesse. Tabela de coeficientes obtidos na inversão. A partir destes coeficientes será calculada a magnetização (equação 3.1 - Figura 4.15d), e o conseqüente campo magnético (Figura 4.15b).**

Coeficientes	Recuperado	Coeficientes	Recuperado
$c_0$	0.1250	$s_3$	-0.1250
$s_1$	0.1249	$c_3$	-0.1250
$c_1$	0.1250	$s_4$	-0.1250
$s_2$	0.1250	$c_4$	0.0000
$c_2$	-0.1250		

Uma segunda opção para solucionar este problema é aumentar o número de coeficientes a serem recuperados, permitindo que as fronteiras do corpo magnetizado de menor largura coincidam com o cruzamento do zero segundo Walsh, para ordens superiores.

#### 4.3.5 Inversão em Campo Gerado por 3 Corpos Magnetizados com Diferentes Larguras e Magnetizações.

Este teste (Figura 4.16) consiste em inverter o campo observado gerado por 3 corpos com diferentes larguras, cujas fronteiras coincidem com os cruzamentos do zero das distribuições de Walsh de ordem superior.

Foram também utilizadas diferentes magnetizações nos corpos que geram o campo observado, de modo que estas difiram da magnetização geradora dos campos que formam as colunas da matriz de sensibilidade **A**.

Os parâmetros utilizados foram:  $I = 90^\circ$ ;  $D = 0^\circ$ ;  $Z_1 = 2.5\text{km}$  e  $Z_2 = 4.0\text{km}$ .

Nota-se que o campo foi perfeitamente recuperado. Observa-se que a curva de resíduo é constituída de valores irrisórios em relação ao campo observado, como esperado.

Neste teste há a necessidade da obtenção de 17 coeficientes para o perfeito ajuste, devido a duas razões específicas: (i) a largura do corpo mais a esquerda; (ii) o deslocamento do corpo mais a direita em relação aos cruzamentos do zero, segundo a distribuição de Walsh, para ordens inferiores.

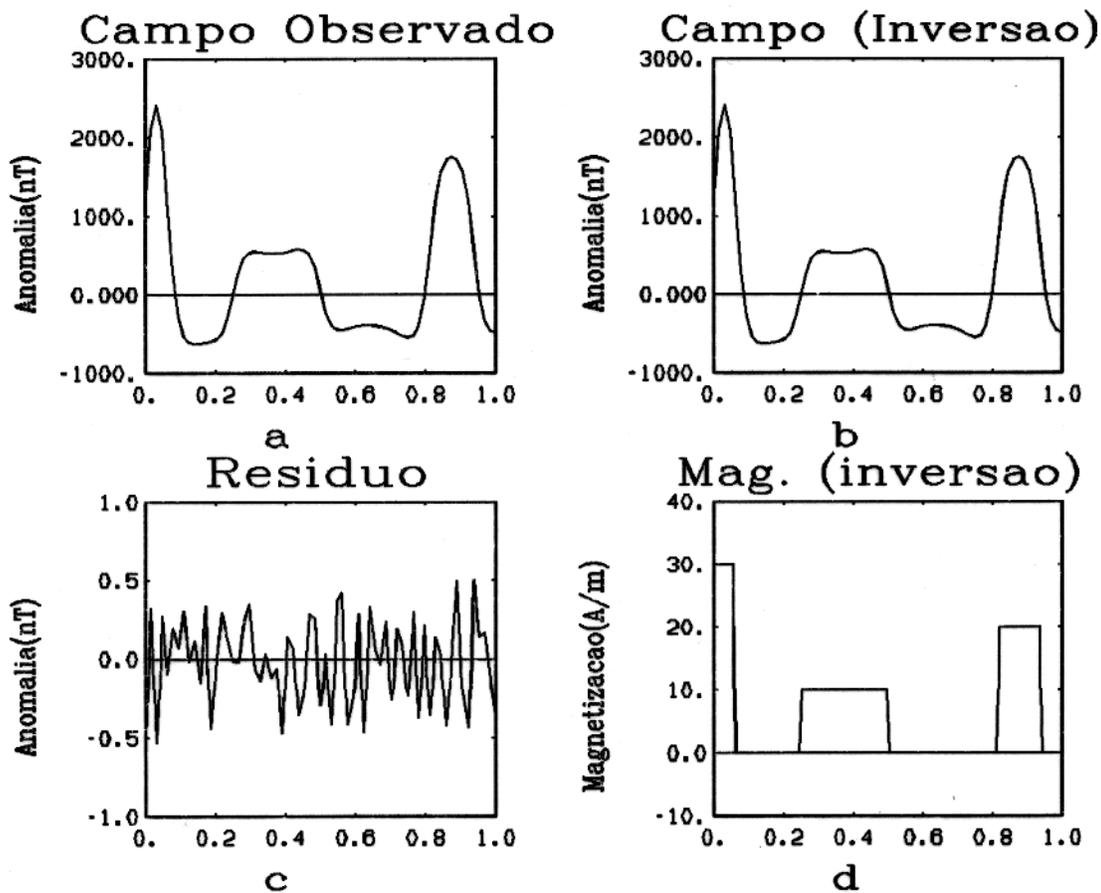


Figura 4.16 - Campo observado gerado por 3 corpos com diferentes larguras e diferentes magnetizações no pólo magnético (Figura 4.16a).  $I = 90^\circ$ ,  $D = 0^\circ$ ,  $Z_1 = 2.5\text{km}$  e  $Z_2 = 4.0\text{km}$ . Figura 4.16d: Magnetização calculada pela equação 3.1. Figura 4.16b: Campo anômalo gerado segundo distribuição de magnetização calculada. Figura 4.16c: Curva resíduo dos campo anômalos calculado e observado.

**Tabela 4.8** - Tabela de coeficientes obtidos na inversão; a partir destes coeficientes será calculada a magnetização segundo equação 3.1. Campo observado foi gerado por 3 corpos magnetizados com diversas larguras e magnetizações (Figura 4.16).

Coeficientes	Recuperado	Coeficientes	Recuperado
$c_0$	0.6874	$s_5$	0.04375
$s_1$	0.1875	$c_5$	-0.0625
$c_1$	0.1875	$s_6$	0.04376
$s_2$	-0.3125	$c_6$	0.1875
$c_2$	0.1875	$s_7$	0.1875
$s_3$	0.1875	$c_7$	0.1875
$c_3$	0.1875	$s_8$	0.1875
$s_4$	0.1875	$c_8$	0.0000
$c_4$	-0.0625		

#### 4.3.6 Ambigüidade Causada pelo não Conhecimento da Espessura do Corpo Magnetizado.

O campo observado neste teste (Figura 4.17) foi gerado por um corpo magnetizado com topo e base localizados a 2.875km e 3.625km, respectivamente. Assim sendo, a espessura deste corpo corresponde à metade da espessura das camadas magnetizadas que geraram os campos formadores da matriz de sensibilidade A. Estas camadas têm seus topos e suas bases localizadas a 2.5km e 4km respectivamente. Os outros parâmetros utilizados foram:  $I = 90^\circ$  e  $D = 0^\circ$ .

Observa-se que a magnetização calculada pela equação 3.1 a partir dos coeficientes obtidos na inversão é reduzida a metade (Tabela 4.9). Porém, nota-se que o campo calculado coincide quase que perfeitamente com o campo observado. Desta forma, a curva de resíduo dos dois campos é constituída por valores irrisórios. Apesar desta ambigüidade, constatou-se que os limites dos corpos são perfeitamente definidos quando da utilização da metodologia proposta neste trabalho.

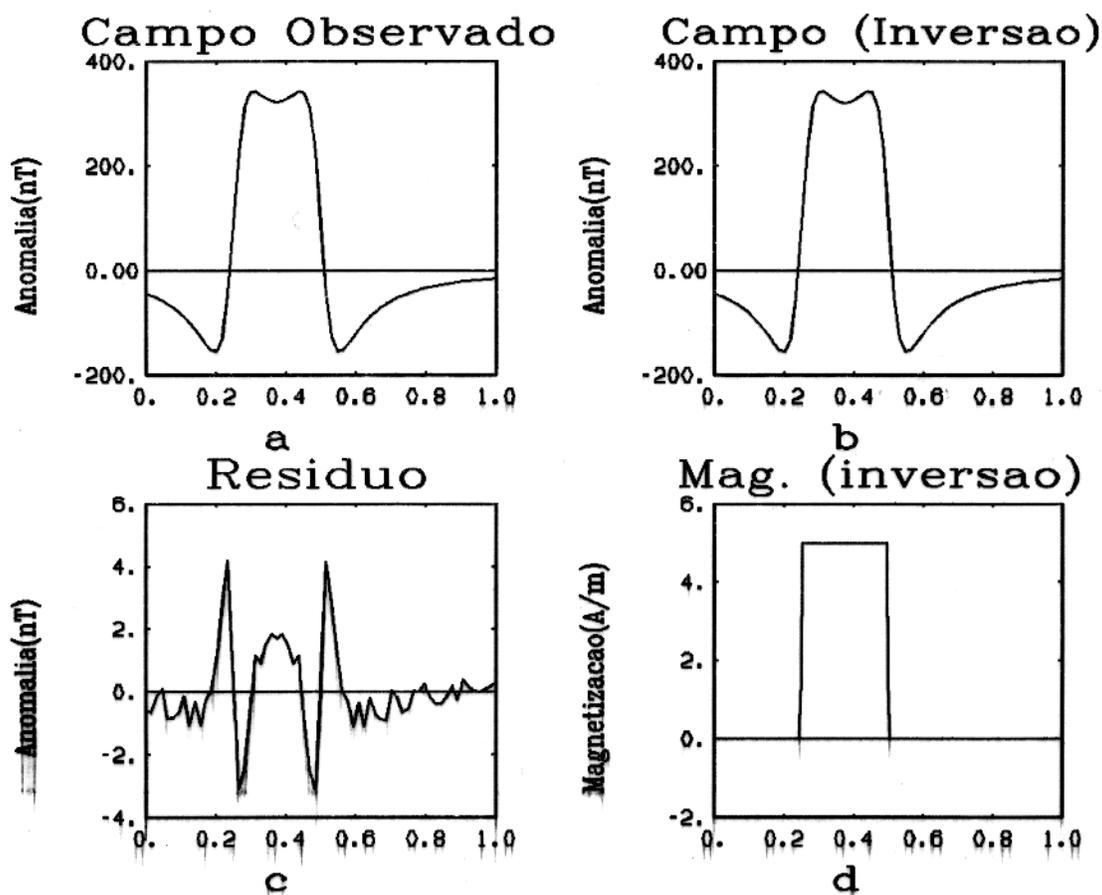


Figura 4.17 - O campo observado foi gerado por um corpo com espessura diferente da espessura das camadas cujos campos formam a matriz de sensibilidade  $A$  em alta latitude ( $I = 90^\circ$  e  $D = 0^\circ$ ). Figura 4.17d: Magnetização calculada pela equação 3.1 (Tabela 4.9). Figura 4.17b: Campo anômalo gerado segundo distribuição de magnetização calculada. Figura 4.17c: Curva resíduo dos campos anômalos, observado e calculado.

Tabela 4.9 - Tabela de coeficientes obtidos na inversão; a partir destes coeficientes será gerada a magnetização segundo equação 3.1 (Figura 4.17c). O topo e a base do corpo magnetizado encontra-se à 2.875km e 3.625km.

Coeficientes	Recuperados na inversão
$c_0$	0.1246
$s_1$	0.1246
$c_1$	-0.1246
$s_2$	-0.1244
$c_2$	0.0000

#### 4.3.7 Ambigüidade Causado pelo não Conhecimento da Profundidade do Corpo Magnetizado.

Neste teste (Figura 4.18) os parâmetros inclinação, declinação, profundidade do topo e da base da camada magnetizada que gerou o campo observado foram respectivamente:  $I = 90^\circ$ ;  $D = 0^\circ$ ;  $Z_1 = 1.0\text{km}$  e  $Z_2 = 2.5\text{km}$ .

Constatou-se que apesar do corpo magnetizado gerador do campo observado esta totalmente fora da faixa de profundidade dos campos que formam a matriz de sensibilidade A ( $Z_1 = 2.5\text{km}$  e  $Z_2 = 4.0\text{km}$ ) os limites do corpo observado foram parcialmente recuperados quando obtido a partir de 5 coeficientes determinados na inversão (Tabela 4.10).

Observou-se que quando da obtenção de 31 coeficientes determinados na inversão (Tabela 4.11), o campo gerado a partir destes foi quase que perfeitamente recuperado, apesar da introdução de soluções não satisfatórias sobre o ponto de vista geológico nos resultados da magnetização recuperada pela inversão (altos valores positivos e negativos de magnetização); consequência da introdução de altas seqüências.

Este teste constata mais uma situação em que ocorre a ambigüidade, cuja causa é o não conhecimento *a priori* da profundidade das fontes. Esta ambigüidade poderá ser levantada quando se tem informação *a priori* das profundidades dos corpos magnetizados, que podem ser determinadas pela utilização da equação de Euler (LOURES, 1991).

#### 4.3.8 Aplicação da Metodologia em Baixa Latitude.

Os parâmetros utilizados neste teste foram:  $Z_1 = 2.5\text{km}$ ;  $Z_2 = 4.0\text{km}$ ;  $I = 15^\circ$  e  $D = 10^\circ$  (corresponde aproximadamente a região do Alto Amazonas).

Tabela 4.10 - Tabela de coeficientes obtidos na inversão; a partir destes coeficientes será gerada a magnetização segundo equação 3.1. Campo magnetizado com profundidade de topo e base da camada correspondendo a 1.0km e 2.5km respectivamente.

Coeficientes	Recuperados na inversão
$c_0$	0.3089
$s_1$	0.3355
$c_1$	-0.3350
$s_2$	-0.3625
$s_2$	0.0000

Tabela 4.11 - Tabela de coeficientes obtidos na inversão; a partir destes coeficientes será gerada a magnetização segundo equação 3.1 (Figura 4.19c). O corpo magnetizado tem profundidade de topo da camada de 1.0km e profundidade de base da camada de 2.5km.

Coeficientes	Recuperado	Coeficientes	Recuperado
$c_0$	0.2618	$c_8$	-0.0003
$s_1$	0.3615	$s_9$	0.0991
$c_1$	-0.3611	$c_9$	-0.1001
$s_2$	-0.4547	$s_{10}$	-0.1985
$c_2$	0.0006	$c_{10}$	-0.0002
$s_3$	0.0814	$s_{11}$	0.0901
$c_3$	0.0829	$c_{11}$	0.0905
$s_4$	-0.0007	$s_{12}$	-0.0006
$c_4$	0.0004	$c_{12}$	-0.0008
$s_5$	0.0628	$s_{13}$	0.1267
$c_5$	-0.0629	$c_{13}$	-0.1284
$s_6$	-0.1249	$s_{14}$	-0.2534
$c_6$	0.0003	$c_{14}$	-0.0005
$s_7$	0.0667	$s_{15}$	0.1413
$c_7$	0.0674	$c_{15}$	0.1423
$s_8$	-0.0004		

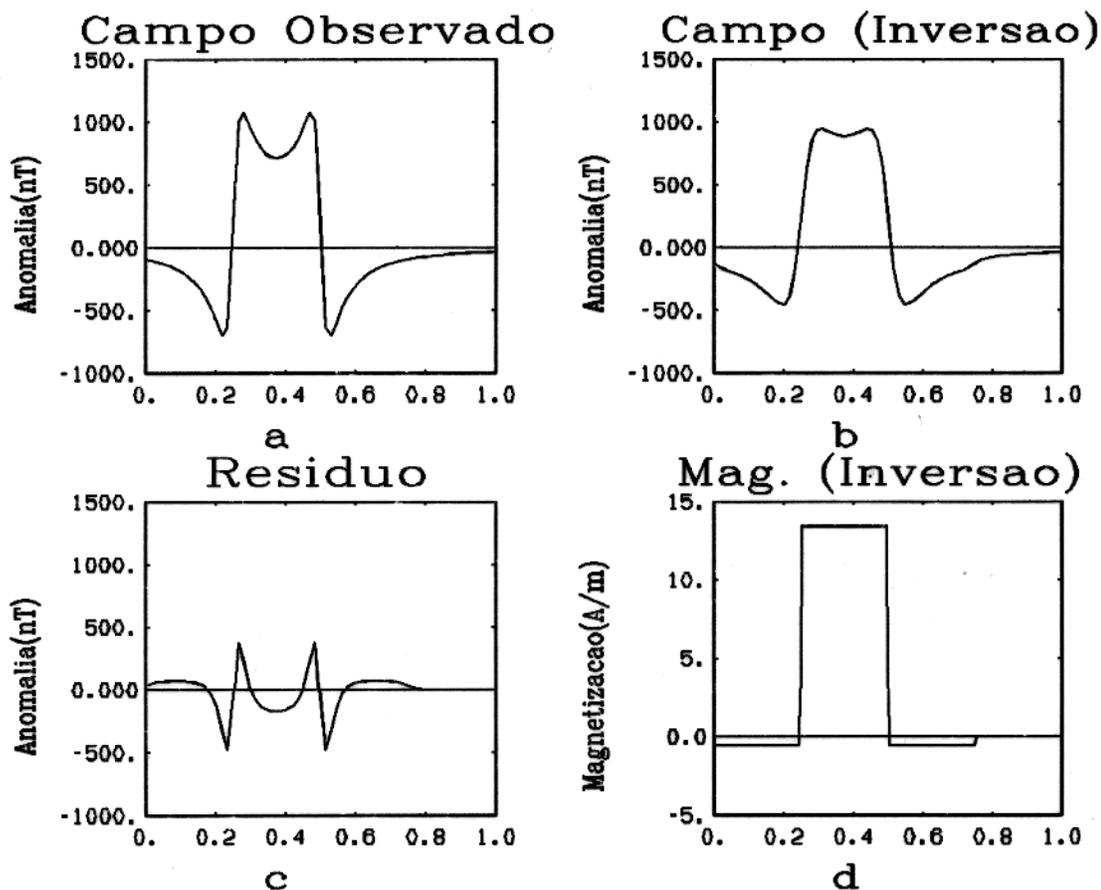


Figura 4.18 - Campo observado (Figura 4.18a) gerado por um corpo, com profundidade de topo e base diferente da profundidade das camadas cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh, e forma a matriz de sensibilidade  $A$ .  $I = 90^\circ$  e  $D = 0^\circ$ . Figura 4.18d: Magnetização calculada pela equação 3.1 a partir de 5 coeficientes determinados na inversão (Tabela 4.10). Figura 4.18b: Campo anômalo gerado segundo distribuição de magnetização calculada. Figura 4.18c: Curva resíduo dos campos anômalos, calculado e observado.

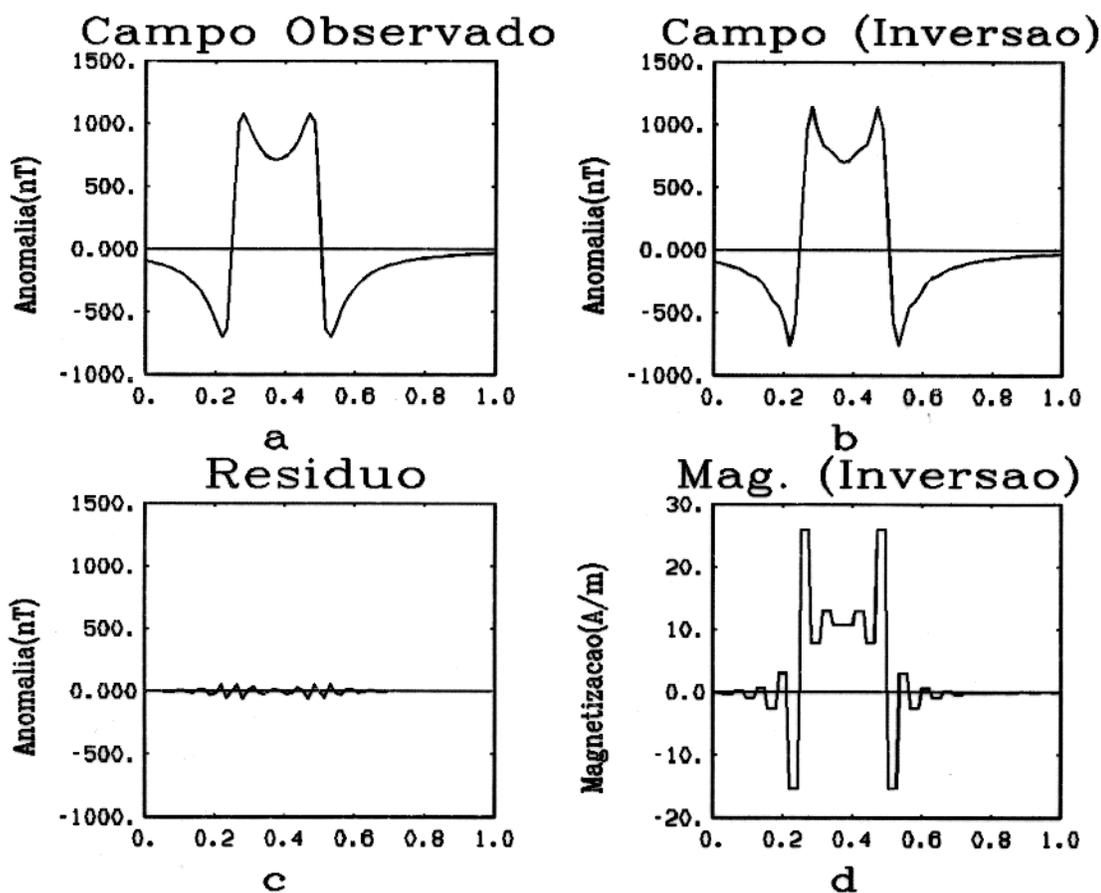


Figura 4.19 - Campo observado (Figura 4.19a) gerado por um corpo com profundidade de topo e base da camada, diferente da profundidade das camadas cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh, e forma a matriz de sensibilidade  $A$ .  $I = 90^\circ$  e  $D = 0^\circ$ . Figura 4.19d: Magnetização calculada pela equação 3.1 a partir de 31 coeficientes determinados na inversão (Tabela 4.11). Figura 4.19b: Campo anômalo gerado segundo distribuição de magnetização calculada. Figura 4.19c: Curva resíduo dos campos anômalos, calculado e observado.

Tabela 4.12 - Tabela de coeficientes obtidos na inversão; a partir destes coeficientes será gerada a magnetização conforme equação 3.1 (Figura 4.20b). Teste em baixa latitude ( $I = 15^\circ$  e  $D = 10^\circ$ ). Ao somatório dos campos cuja a magnetização obedece à distribuição de Walsh foi adicionado um vetor de ruído aleatório.

Coeficientes	Recuperado
$c_0$	0.0079
$s_1$	1.0147
$c_1$	0.9641
$s_2$	0.9880
$s_2$	0.0130

Foi também adicionado ao campo observado um vetor de ruído com distribuição Gaussiana, média zero e desvio padrão igual a 0.05 do sinal máximo.

O campo observado consiste na combinação dos campos gerados a partir da distribuição de magnetização  $Sal(1, x)$ ,  $Cal(1, x)$  e  $Sal(2, x)$ .

Observou-se que a magnetização gerada a partir dos coeficientes obtidos pela inversão (Tabela 4.12) e o conseqüente campo gerado por esta, tentam recuperar o mais fiel possível o campo observado e a magnetização que gerou este campo.

#### 4.4 Testes - Método Inverso Tridimensional.

Esta secção tem como objetivo descrever algumas aplicações de inversão, segundo a metodologia desenvolvida na secção 3.4 - Capítulo 3 (*Método Inverso Tridimensional*).

No primeiro teste, o campo observado foi gerado a partir de um único prisma magnetizado no embasamento. Este prisma se localiza na região do Alto Amazonas, limites delineados em linha contínua no centro da Figura 4.21.

Os parâmetros utilizados foram os seguintes:  $I = 15^\circ$ ,  $D = -6^\circ$ ,  $Z_1 = 4.2\text{km}$ ,  $Z_2 = 20.0\text{km}$  e susceptibilidade magnética de 0.0055 UCGS. Os limites do prisma não coincidem com os cruzamentos do zero, segundo a distribuição de Walsh.

O coeficientes  $A_{0,0}$ ,  $A_{0,1}$ ,  $A_{1,0}$ ,  $A_{1,1}$ ,  $B_{0,1}$ ,  $B_{1,1}$ ,  $C_{1,0}$ ,  $C_{1,1}$ ,  $D_{1,1}$  permitirão o cálculo do(s) corpo(s) magnetizado(s) pela equação 3.17 (Figura 4.22 - Tabela 4.13). Estes coeficientes,

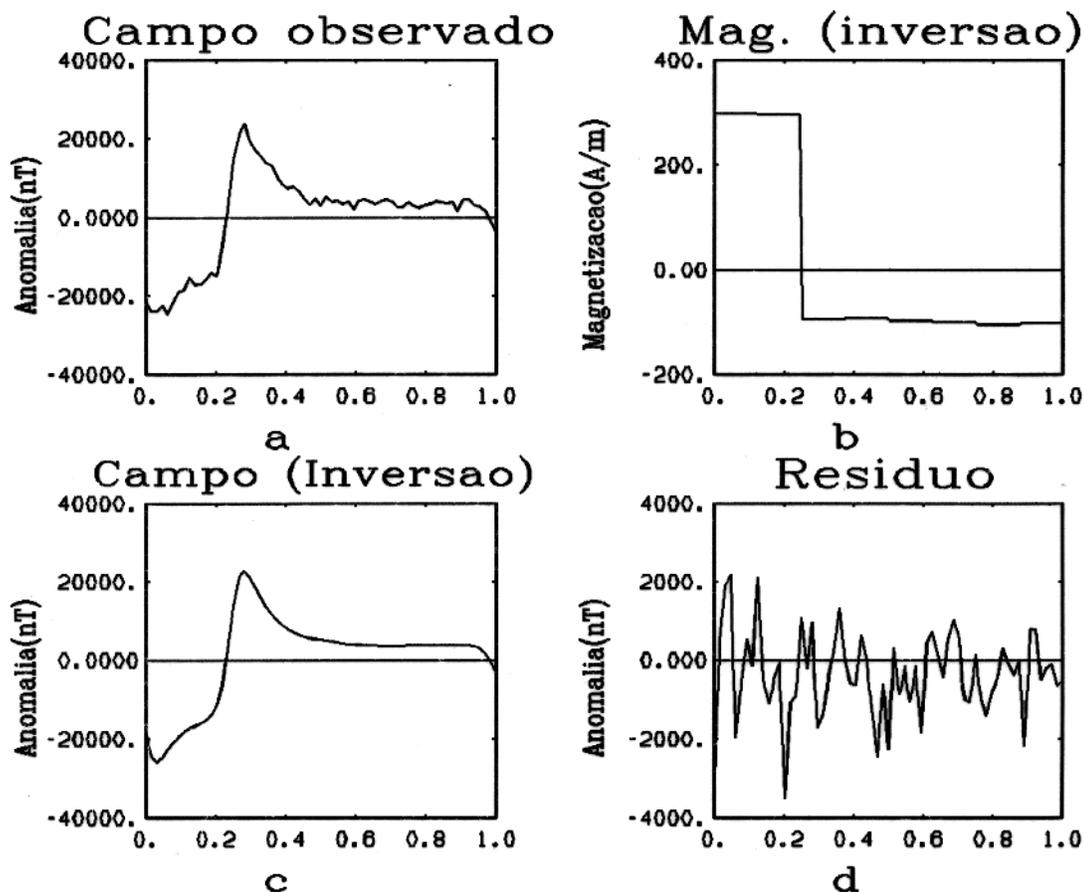


Figura 4.20 - Exemplo em baixa latitude ( $I = 15^\circ$  e  $D = 10^\circ$ ). O campo observado é igual a soma de  $\Delta T(x; j, 1, S) + \Delta T(x; j, 1, C) + \Delta T(x; j, 1, S) + \text{Ruído}$  (Figura 4.20a). O vetor ruído tem distribuição Gaussiana, média zero e desvio padrão igual a 0.05 do sinal observado sem ruído. Figura 4.20b: Magnetização calculada a partir da equação 3.1 (Tabela 4.12). Figura 4.20c: Campo anômalo gerado segundo distribuição de magnetização calculada. Figura 4.20d: Curva resíduo dos campos anômalos observado e calculado na inversão.

Tabela 4.13 - Tabela de coeficientes obtidos na inversão; a partir destes coeficientes será calculado a magnetização segundo equação 3.17. O campo observado, sobre o qual foi feita a inversão, foi gerado a partir de um único prisma magnetizado localizado no embasamento (Figura 4.21). Os limites do prisma não coincidem com os cruzamentos do zero, segundo a distribuição de Walsh.

Coeficientes	Recuperados na inversão
$A_{0,0}$	0.25758
$A_{0,1}$	-0.25570
$A_{1,0}$	-0.13236
$A_{1,1}$	0.14667
$B_{0,1}$	-0.01749
$B_{1,1}$	0.02886
$C_{1,0}$	0.15896
$C_{1,1}$	-0.17076
$D_{1,1}$	-0.12245

serão determinados a partir da aplicação do método de inversão dos mínimos quadrados sobre o campo magnético observado (Figura 4.21).

Quando do cálculo do campo a partir da magnetização determinada na inversão, observou-se uma grande discrepância entre este campo e o campo anômalo observado (Figura 4.23 e Figura 4.21), gerando altos valores para o resíduo (Figura 4.24). Estes valores discrepantes são decorrentes do problema dos polinômios de Walsh não serem invariantes por translação.

Neste teste, o corpo magnetizado gerador do campo observado, não coincide com os cruzamentos do zero segundo a distribuição de Walsh. Há um deslocamento de 1km para o oeste e para o norte do corpo magnetizado em relação aos cruzamentos do zero. Desta forma, há um espalhamento da magnetização recuperada na inversão, conforme descrito na seção 2.2 (*A Transformada de Walsh e o Problema da Não-invariância por Translação.*) ilustrado pela Figura 2.3.

Observa-se que, apesar do espalhamento no cálculo da magnetização, uma grande energia se concentra sobre aquela que seria a resposta correta (Figura 4.22), compare a Tabela 4.13 com a Tabela 4.14. Os coeficientes  $A_{0,0}$   $A_{1,0}$   $A_{0,1}$   $A_{1,1}$  da Tabela 4.13 concentrarem grande energia. Porém, os outros coeficientes da tabela também têm uma magnitude considerável. Na Tabela 4.14 há a coincidência dos cruzamentos dos zeros segundo Walsh com as fronteiras do corpo magnetizado. Neste teste, a energia se concentra quase que exclusivamente nos

Tabela 4.14 - Tabela de coeficientes obtidos na inversão. A partir destes coeficientes será calculada a magnetização segundo equação 3.16. O campo observado sobre o qual foi feita a inversão, foi gerado a partir de um único prisma magnetizado localizado no embasamento (Figura 4.21). Os limites do prisma coincidem com os cruzamentos do zero segundo a distribuição de Walsh.

Coeficientes	Recuperados na inversão
$A_{0,0}$	0.25173
$A_{0,1}$	-0.25333
$A_{1,0}$	-0.25334
$A_{1,1}$	0.25456
$B_{0,1}$	-0.00001
$B_{1,1}$	0.00007
$C_{1,0}$	-0.00019
$C_{1,1}$	0.00001
$D_{1,1}$	-0.00019

coeficientes  $A_{0,0}$   $A_{1,0}$   $A_{0,1}$   $A_{1,1}$ .

No segundo teste, o campo observado também foi gerado a partir de um único prisma magnetizado no embasamento.

Quase todos os parâmetros são coincidentes aos do primeiro teste ( $I = 15^\circ$ ,  $D = -6^\circ$ ,  $Z_1 = 4.2\text{km}$ ,  $Z_2 = 20.0\text{km}$  e susceptibilidade magnética de 0.0055 em UCGS). Porém, este prisma teve um deslocamento em relação ao teste anterior, fazendo com que os limites deste, coincidam com os cruzamentos do zero, segundo a distribuição de Walsh. Os limites deste prisma estão delineados em linha contínua no centro da Figura 4.25.

O coeficientes  $A_{0,0}$ ;  $A_{0,1}$ ;  $A_{1,0}$ ;  $A_{1,1}$ ;  $B_{0,1}$ ;  $B_{1,1}$ ;  $C_{1,0}$ ;  $C_{1,1}$  e  $D_{1,1}$  permitirão o cálculo do corpo magnetizado segundo equação 3.17 (Figura 4.26 - Tabela 4.14).

Quando do cálculo do campo a partir da magnetização determinada na inversão, observou-se um perfeito ajuste entre este campo e o campo anômalo observado (Figura 4.25 e Figura 4.27), gerando irrisórios valores de resíduo.

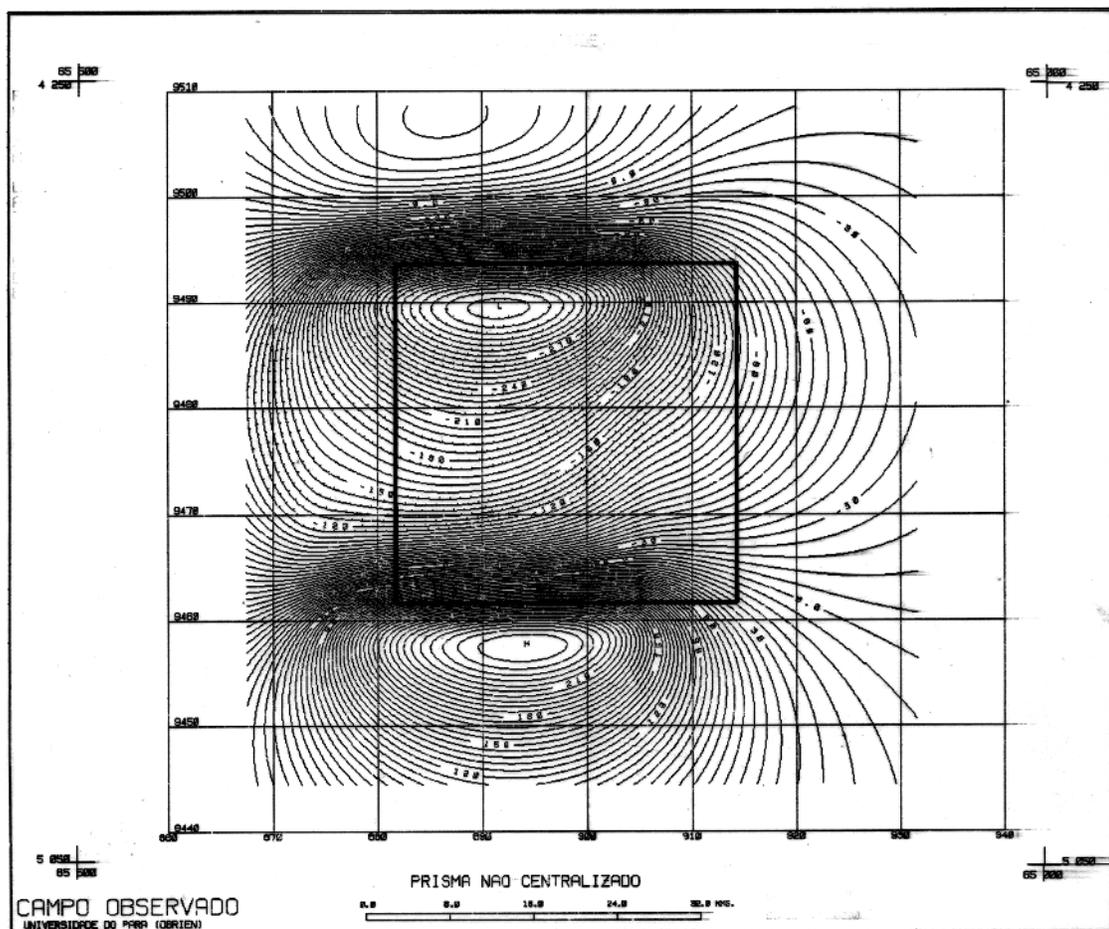


Figura 4.21 - Campo gerado por um único prisma magnetizado localizado no embasamento. Este prisma se localiza na região do Alto Amazonas. Os coeficientes que permitirão o cálculo da magnetização serão obtidos a partir da inversão deste campo. Os limites do prisma gerador do campo não coincidem com os cruzamentos do zero segundo a distribuição de Walsh. Há um deslocamento de 1km para o oeste e para o norte do corpo magnetizado em relação ao cruzamentos do zero. Curvas de contorno de 6 nT.

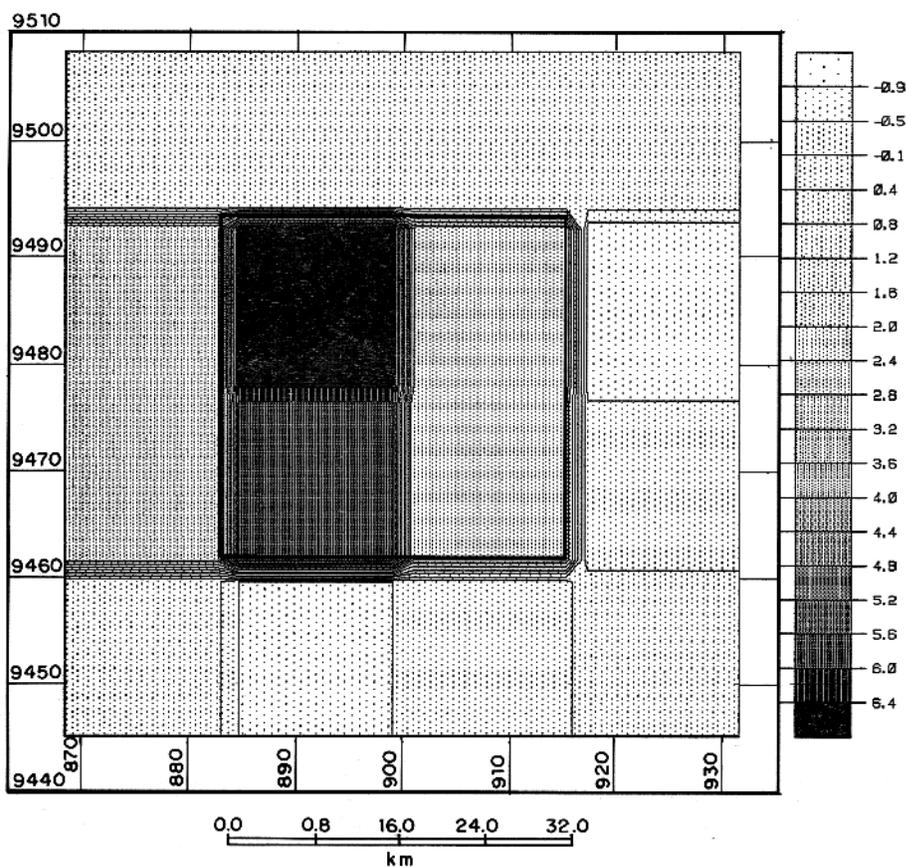


Figura 4.22 - Susceptibilidade do embasamento dado em UCGS multiplicado por  $10^{-3}$ . Esta foi gerada a partir da magnetização calculada pela inversão do campo gerado por um único prisma magnetizado localizado na região do Alto Amazonas (Figura 4.21 - Tabela 4.13). Os limites do prisma não coincidem com os cruzamentos do zero segundo a distribuição de Walsh. Há um deslocamento de 1km para o oeste e para o norte do corpo magnetizado em relação ao cruzamentos do zero (problema da não-invariância por translação dos polinômios de Walsh). Distância em UTM.

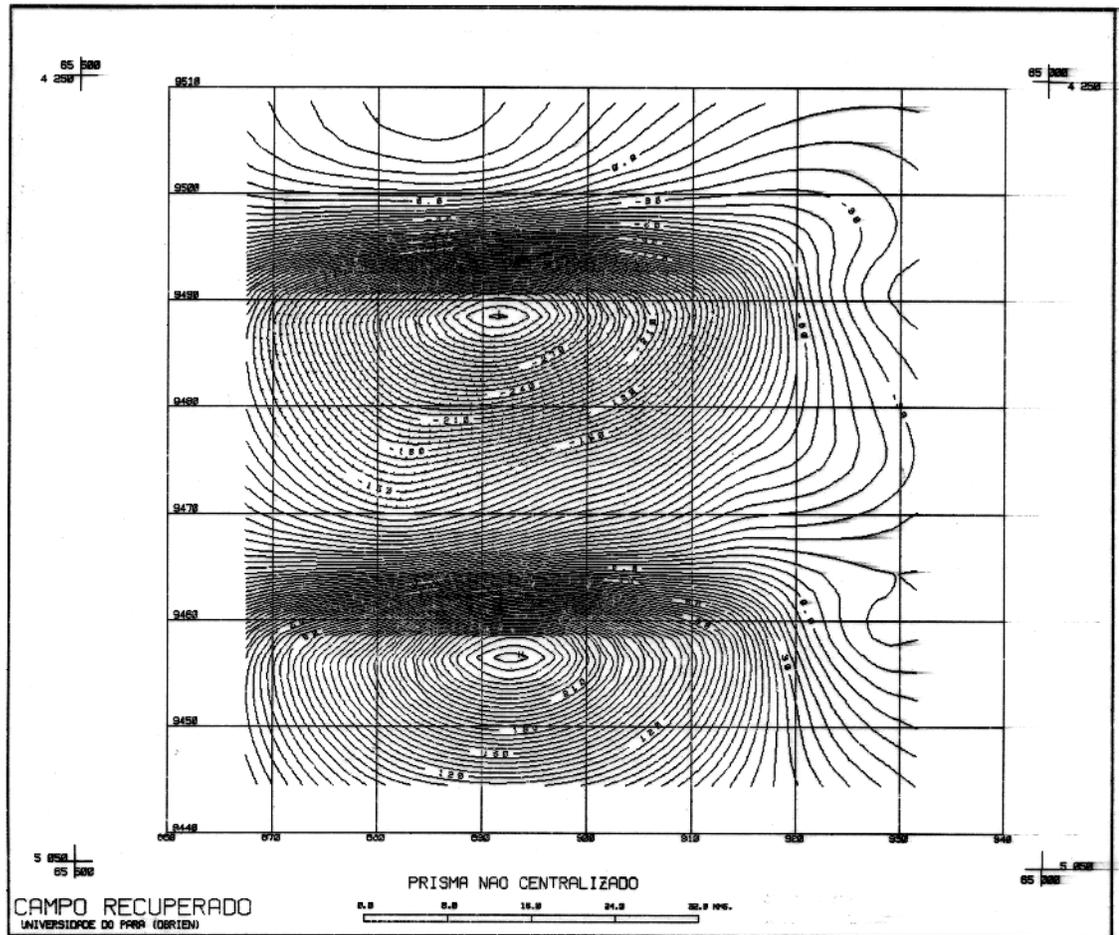


Figura 4.23 - Campo magnético calculado pela inversão do campo gerado por um único prisma magnetizado localizado no embasamento na região do Alto Amazonas (Figura 4.22). Os limites do prisma não coincidem com os cruzamentos do zero segundo a distribuição de Walsh (problema da não-invariância por translação dos polinômios de Walsh). Curvas de contorno de 6 nT.

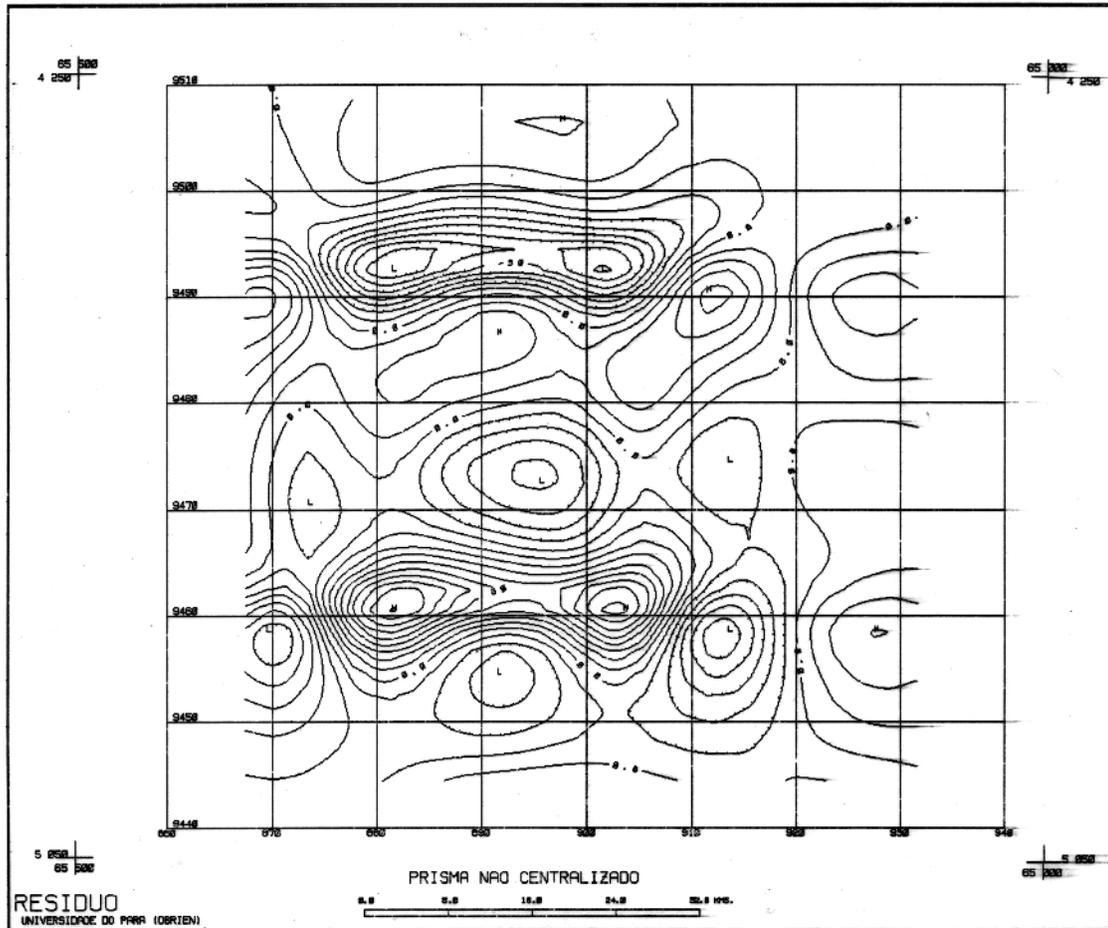


Figura 4.24 - Considerável resíduo entre o campo magnético calculado pela inversão e o campo magnético observado. Fronteiras do prisma gerador do campo observado não coincidem com os cruzamentos do zero segundo a distribuição de Walsh (problema da não-invariância por translação dos polinômios de Walsh). Curvas de contorno de 6 nT.

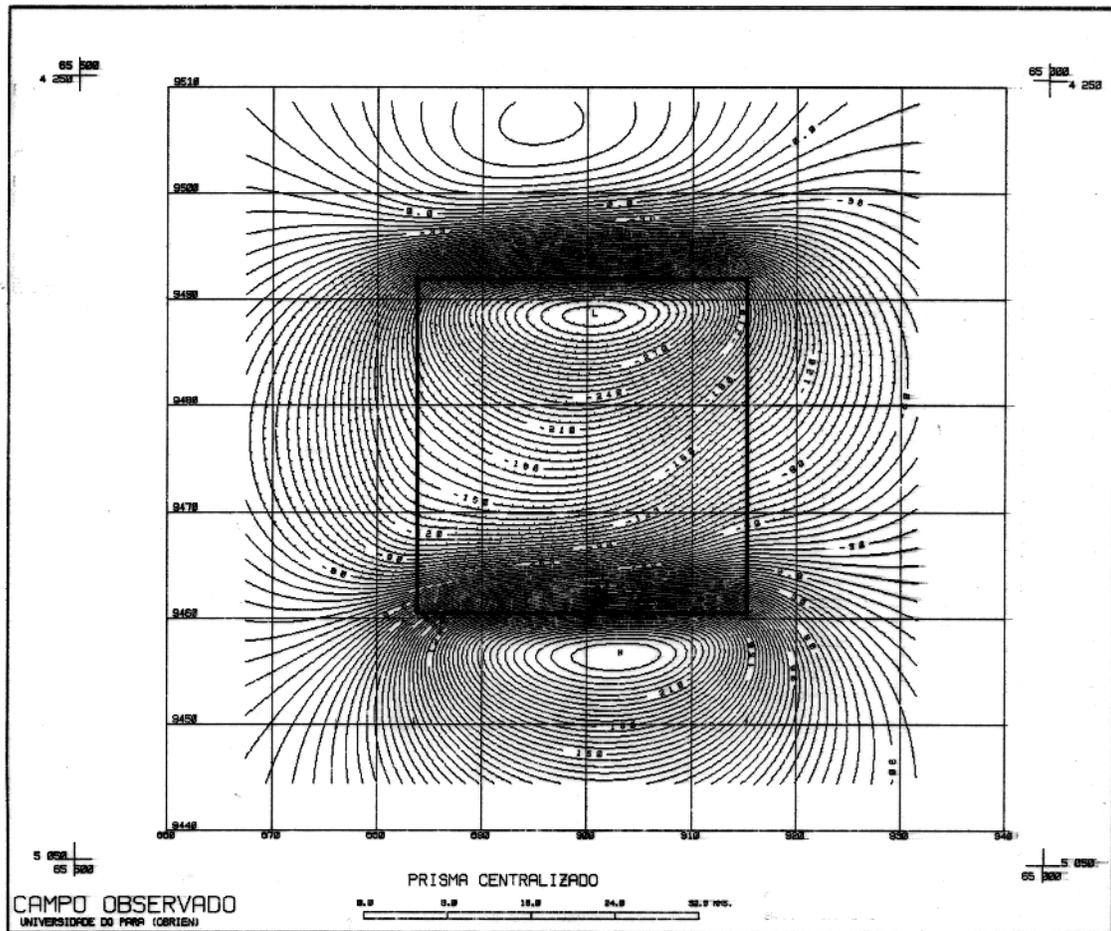


Figura 4.25 - Campo gerado por um único prisma magnetizado localizado no embasamento na região do Alto Amazonas. Os coeficientes que permitirão o cálculo da magnetização serão obtidos a partir da inversão deste campo. Os limites do prisma gerador do campo coincidem com os cruzamentos do zero segundo a distribuição de Walsh. Curvas de contorno de 6 nT.

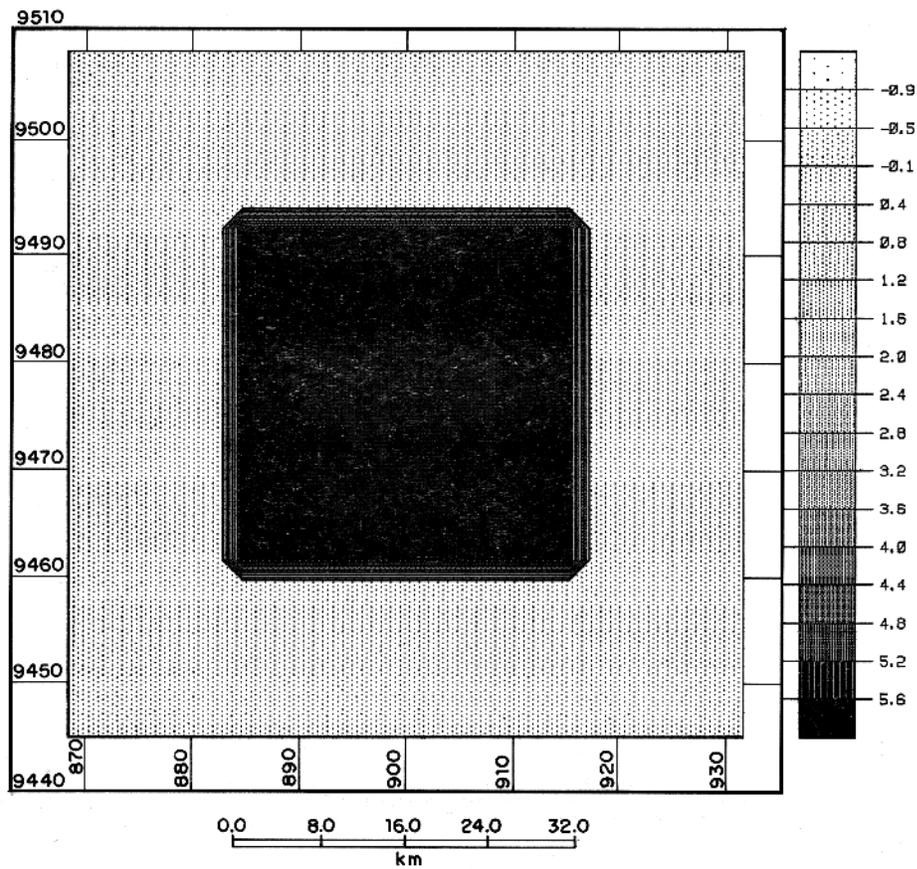


Figura 4.26 - Susceptibilidade do embasamento dado em UCGS multiplicado por  $10^{-3}$ . Este foi gerado a partir da magnetização calculada pela inversão do campo gerado por um único prisma magnetizado localizado na região do Alto Amazonas (Figura 4.25 - Tabela 4.14). Distância em UTM. Os limites do prisma coincidem com os cruzamentos do zero segundo a distribuição de Walsh.

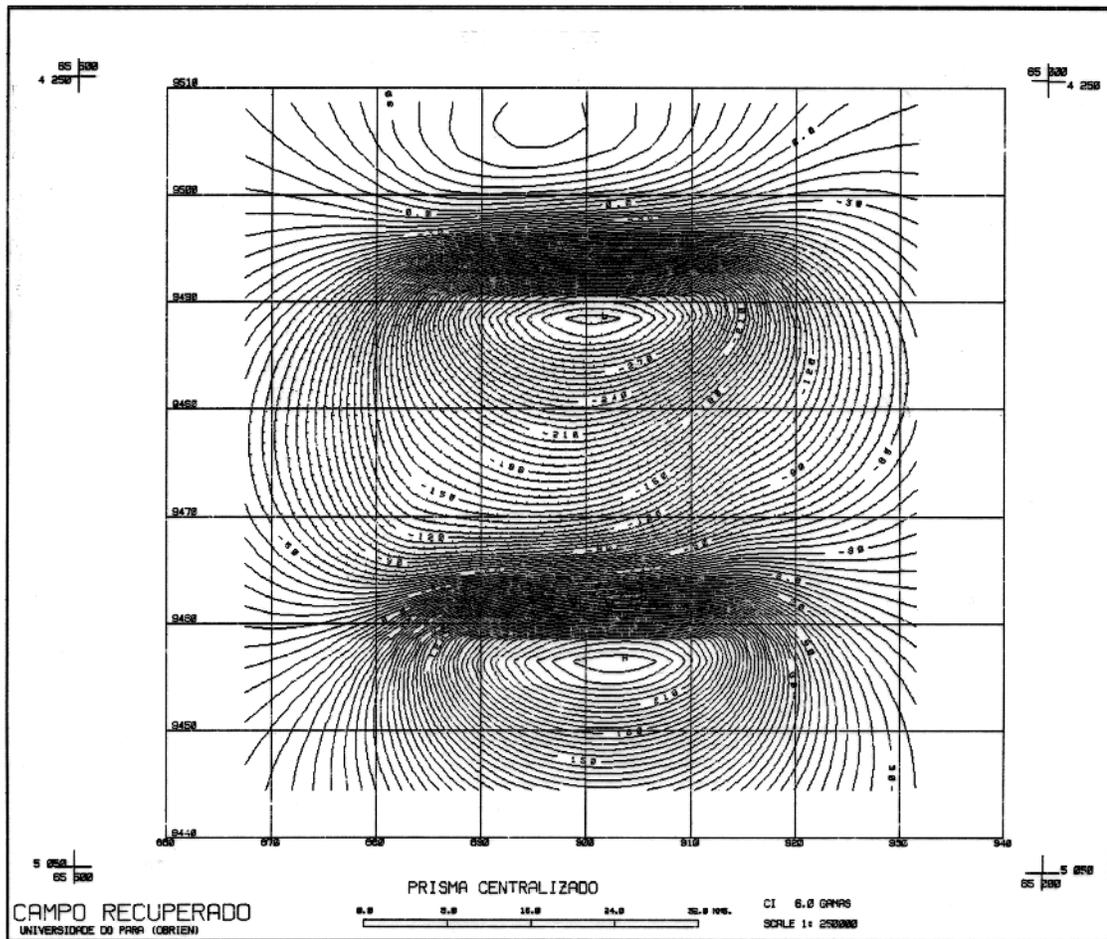


Figura 4.27 - Campo magnético calculado pela inversão do campo gerado por um único prisma magnetizado localizado no embasamento na região do Alto Amazonas (Figura 4.25 - Tabela 4.14). Os limites do prisma coincidem com os cruzamentos do zero segundo a distribuição de Walsh. Curvas de contorno de 6 nT.

Observou-se que tanto os limites do corpo, quanto a própria magnitude da magnetização, foram quase que perfeitamente recuperados, com diferença da susceptibilidade na terceira casa decimal <sup>11</sup>.

#### 4.5 O Comportamento dos Valores Singulares da Matriz de Sensibilidade.

Quando se tenta recuperar uma maior quantidade de parâmetros utilizando os métodos de inversão, uma questão primordial está implícita; até que ponto estes parâmetros recuperados são confiáveis?

O critério para responder esta questão, é observar o comportamento dos valores singulares da matriz de sensibilidade.

Conforme descrito no Anexo I, dois fatores influem diretamente no comportamento dos valores singulares da matriz de sensibilidade **A**: (i) - a profundidade das camadas magnetizadas que gerarão os campos que irão constituir as colunas da matriz **A**; (ii) - a quantidade de colunas que forma a matriz de sensibilidade **A**.

Os parâmetros dos corpos magnetizados que geraram a matriz de sensibilidade **A** da Figura 4.28 e Figura 4.29 foram:  $I = 15^\circ$ ;  $D = -6^\circ$ ;  $Z_1 = 4.2\text{km}$  e  $Z_2 = 20.0\text{km}$ . Estes parâmetros corresponde a corpos magnetizados do embasamento da bacia sedimentar do Alto Amazonas.

Os prismas magnetizados que geraram a matriz **A** da Figura 4.28 é composta por 9 colunas e obedece a seguinte distribuição de Walsh:  $Cal(0, x)Cal(0, y)$ ;  $Cal(0, x)Sal(1, y)$ ;  $Sal(1, x)Cal(0, y)$ ; ...;  $Cal(1, x)Cal(1, y)$ .

Os prismas magnetizados que geraram a matriz **A** da Figura 4.29 é composta por 64 colunas e obedece a seguinte distribuição de Walsh:  $Cal(0, x)Cal(0, y)$ ;  $Cal(0, x)Sal(1, y)$ ;  $Sal(1, x)Cal(0, y)$ ; ...;  $Cal(1, x)Cal(1, y)$ ; ...;  $Sal(4, x)Sal(4, y)$ .

Comparando a Figura 4.28 com a Figura 4.29. O número de condição, que é a razão entre o maior e menor valor singular, cresceu quando o número de colunas da matriz de sensibilidade foi acrescido de 9 para 64, passando de  $\frac{sv_1}{sv_9} = 6.9674$  para  $\frac{sv_1}{sv_{64}} = 31.2047$ , que é um valor ainda muito baixo.

<sup>11</sup>A subrotina utilizada para representar a susceptibilidade introduziu falsos valores nos resultados obtidos pela inversão, associado a: (i) introduziu uma quebra nos cantos do prisma; (ii) introduziu uma gradação de valores entre a região que se encontra o corpo e a região em torno deste, onde os valores obtidos foram quase zero. Apesar dos erros introduzidos pela subrotina GREPGS, ela tem a vantagem de permitir uma melhor visualização da magnetização.

Os parâmetros dos corpos magnetizados que geraram a matriz de sensibilidade  $A$  da Figura 4.30 e Figura 4.31 foram:  $I = 15^\circ$ ;  $D = -6^\circ$ ;  $Z_1 = 1.8\text{km}$  e  $Z_2 = 2.2\text{km}$ .

Os prismas magnetizados que geraram a matriz  $A$  da Figura 4.30 é composta por 9 colunas e obedece a seguinte distribuição de Walsh:  $Cal(0, x)Cal(0, y)$ ;  $Cal(0, x)Sal(1, y)$ ;  $Sal(1, x)Cal(0, y)$ ; ...;  $Cal(1, x)Cal(1, y)$ .

Os prismas magnetizados que geraram a matriz  $A$  da Figura 4.31 é composta por 64 colunas e obedece a seguinte distribuição de Walsh:  $Cal(0, x)Cal(0, y)$ ;  $Cal(0, x)Sal(1, y)$ ;  $Sal(1, x)Cal(0, y)$ ; ...;  $Cal(1, x)Cal(1, y)$ ; ...;  $Sal(4, x)Sal(4, y)$ .

Comparando a Figura 4.30 com a Figura 4.31. O número de condição teve um pequeno crescimento quando as colunas da matriz de sensibilidade foi acrescido de 9 para 64 colunas, passando de  $\frac{\sigma_{v1}}{\sigma_{v9}} = 3.8761$  para  $\frac{\sigma_{v1}}{\sigma_{v64}} = 8.6668$ .

Compare a Figura 4.29 com a Figura 4.31 na qual a única diferença é esta profundidade. Estas figuras comprovam a afirmação do caso (ii), no qual o decaimento da curva dos valores singulares varia com a profundidade das camadas que geram os campos formadores das colunas da matriz  $A$ , ou seja, quanto maior a profundidade destas camadas, mais abruptamente é o decaimento da curva dos valores singulares.

No caso da Figura 4.29 as camadas magnetizadas então contidas entre as profundidades  $Z_1 = 4.2\text{km}$  e  $Z_2 = 20.0\text{km}$ . Há um decaimento exponencial da curva de valores singulares. Na qual, o número de condição é igual a 31.2047.

No caso da Figura 4.31 as camadas magnetizadas então contidas entre as profundidades  $Z_1 = 1.8\text{km}$  e  $Z_2 = 2.2\text{km}$ . Há um decaimento muito suave da curva de valores singulares. Na qual, o número de condição é igual a 8.6668.

#### 4.6 Comparação entre Walsh e Fourier.

Esta secção tem o objetivo de mostrar as vantagens e desvantagen do estudo até aqui desenvolvido, na qual, fazer-se-á uma comparação entre Walsh e Fourier. Esta comparação terá como base os teste e exemplos até aqui descritos.

(i) - O campo gerado a partir da magnetização que obedece à distribuição de Walsh é "quase-ortogonal" (Figura 4.28; Figura 4.29; Figura 4.30 e Figura 4.31), enquanto que por Fourier é ortogonal.

(ii) - Descrever mudanças abruptas tipo magnetização, quando há a coincidência das fronteiras e larguras. Walsh exige poucos termos para descreve-la (Figura 2.1; Figura 4.9b

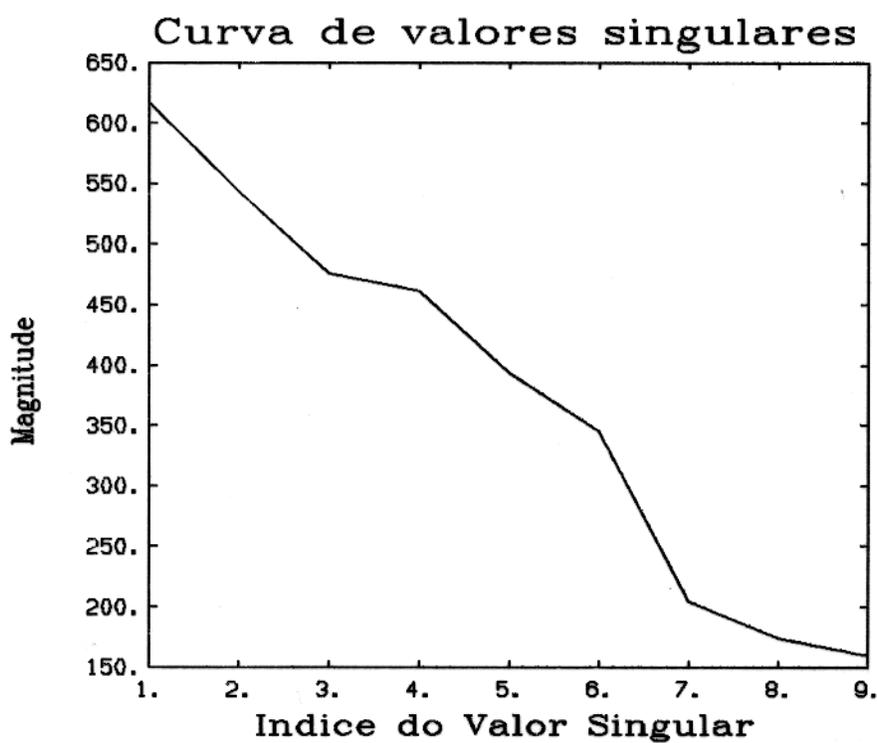


Figura 4.28 - Suave decaimento da curva de valores singulares obtida da decomposição da matriz de sensibilidade. A matriz de sensibilidade é composta de 9 colunas formadas por campos cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh.  $I = 15^\circ$ ;  $D = -6^\circ$ ;  $Z_1 = 4.2\text{km}$  e  $Z_2 = 20.0\text{km}$ .

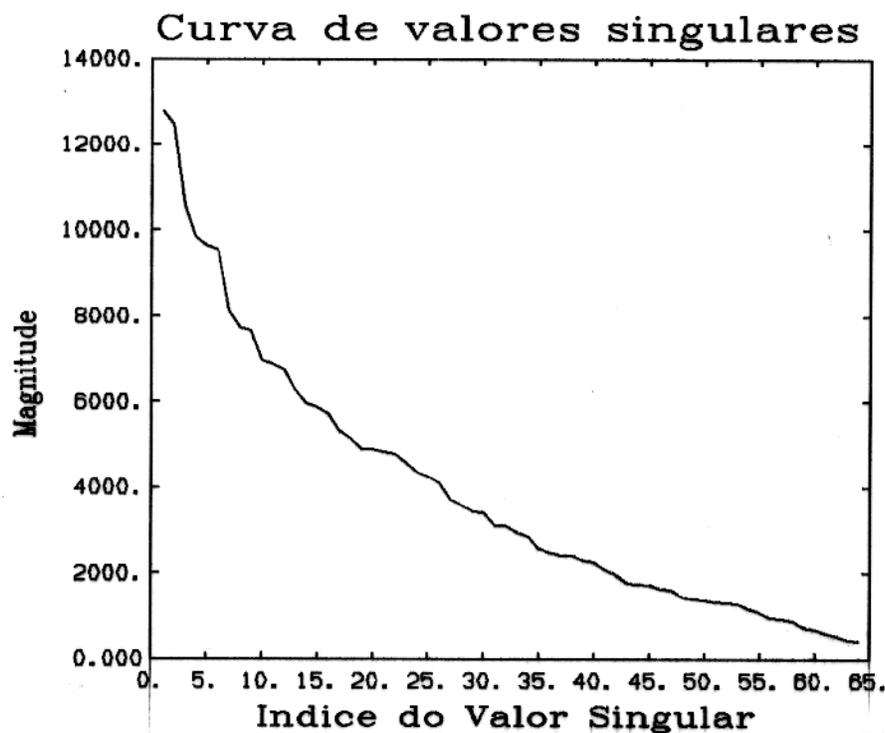


Figura 4.29 - Suave decaimento da curva de valores singulares obtida da decomposição da matriz de sensibilidade. A matriz de sensibilidade é composta de 64 colunas formadas por campos cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh.  $I = 15^\circ$ ;  $D = -6^\circ$ ;  $Z_1 = 4.2\text{km}$  e  $Z_2 = 20.0\text{km}$ . Decaimento exponencial da curva. Número de condição cresceu em relação a Figura 4.28 (cresceu o número de coeficientes a serem recuperados).

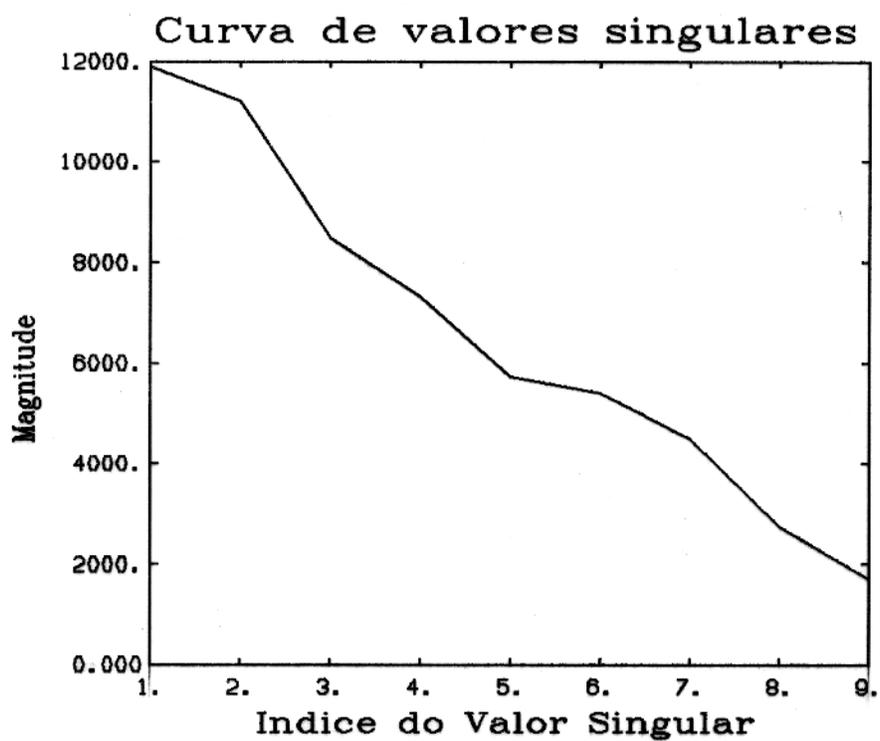


Figura 4.30 - Suave decaimento da curva de valores singulares obtida da decomposição da matriz de sensibilidade. A matriz de sensibilidade é composta de 9 colunas formadas por campos cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh.  $I = 15^\circ$ ;  $D = -6^\circ$ ;  $Z_1 = 1.8\text{km}$  e  $Z_2 = 2.2\text{km}$ .

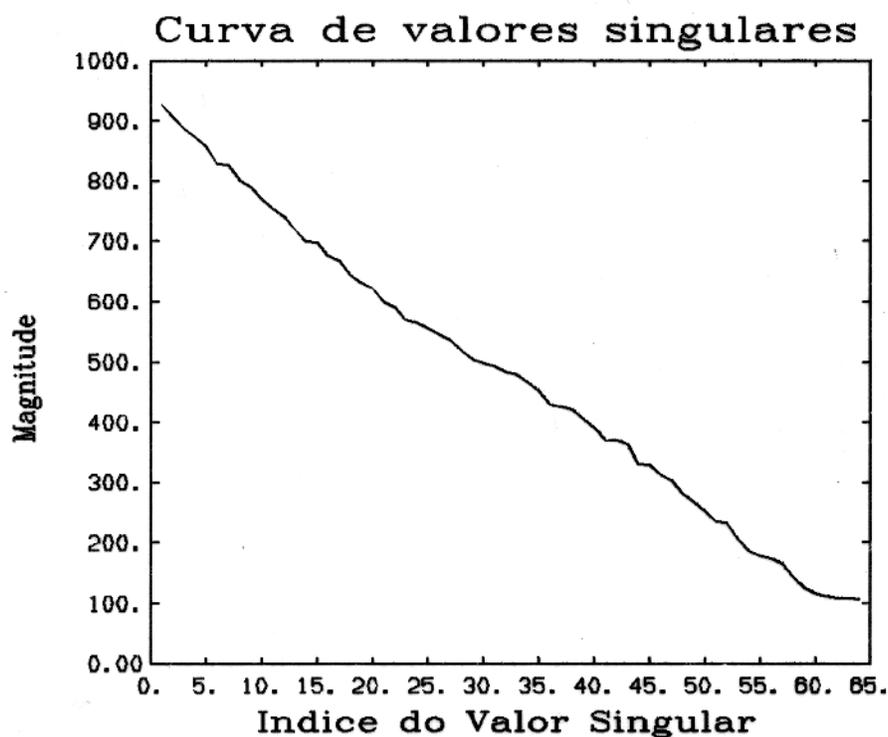


Figura 4.31 - Suave decaimento da curva de valores singulares obtida da decomposição da matriz de sensibilidade. A matriz de sensibilidade é composta de 64 colunas formadas por campos cuja magnetização obedece à distribuição de Walsh.  $I = 15^\circ$ ;  $D = -6^\circ$ ;  $Z_1 = 1.8\text{km}$  e  $Z_2 = 2.2\text{km}$ . Número de condição cresceu em relação a Figura 4.30 (cresceu o número de coeficientes a ser recuperados). Número de condição decresceu em relação a Figura 4.29 (corpos magnetizados localizados a maior profundidade - embasamento).

- Tabela 4.1; Figura 4.26 - Tabela 4.14), enquanto que por Fourier exige uma infinidade de termos.

(iii) - Problema da não-invariância por translação dos polinômios de Walsh (Figura 4.11; Figura 4.22; Figura 4.23 e Figura 4.24), enquanto que Fourier é invariante por translação.

(iv) - Problema de estabilidade em Fourier e em Walsh (Figuras 4.19 e 4.22).

#### 4.7 Comentários Gerais sobre os Resultados dos Testes.

Embasado nos testes descritos neste capítulo, um conjunto de comentários são aqui enumerados.

(i) - É possível a inversão do campo magnético, quando este é constituído por campos gerados a partir de corpos, cuja distribuição de magnetização obedece à distribuição de Walsh (Figura 4.9).

(ii) - É possível a inversão do campo magnético, quando este é constituído por corpos cuja magnetização é gerada a partir da equação 3.1 (equação da magnetização derivada da série de Walsh, equação 2.6).

A quantidade de termos da série para modelar um corpo magnetizado dependerá de vários fatores: (a) quanto menor a largura do corpo maior quantidade de termos (Figura 4.14 - Tabela 4.6, há a necessidade de mais termos); (b) se as fronteiras do corpo não coincidem com os cruzamentos do zero, há também a necessidade de uma maior quantidade de termos para definir o corpo magnetizado (Figura 4.13 - Tabela 4.5).

(iii) - Uma causa de ambigüidade nas soluções é decorrente do desconhecimento da espessura (Figura 4.17) e profundidade (Figura 4.18 e Figura 4.19) dos corpos magnetizados, do qual, deseja-se determinar as fronteiras e a magnetização.

(iv) - O problema da não-invariância dos polinômios de Walsh tem como uma das conseqüências, o espalhamento da magnetização quando se aplica inversão sobre o campo magnético observado (Figura 4.11).

(v) - A metodologia sempre permite a obtenção das fronteiras dos corpos. Se se conhecem as profundidades das fontes magnéticas é também determinada a magnetização dos corpos. Desta forma, com a obtenção destes dados é possível fazer-se uma interpretação geológica a partir do levantamento magnético.

Com base nestes conhecimentos faremos no próximo capítulo a aplicação destes conceitos

em dados aeromagnéticos. Estes dados foram obtidos a partir do aerolevanteamento sobre a bacia sedimentar do Alto Amazonas.

## CAPÍTULO 5

### TESTES COM DADOS REAIS

O objetivo deste capítulo é observar o comportamento da metodologia proposta quando aplicada sobre dados reais, ou seja, descobrir as suas limitações e quais as técnicas que poderão ser usadas para contornar algumas destas limitações. Não é objetivo deste capítulo fazer uma interpretação rigorosa da área a partir de dados magnéticos. Desta forma, na seleção da área a ser interpretada foi escolhida a situação mais adversa, que corresponde a dados de baixa qualidade e padrão magnético complexo.

#### 5.1 Considerações sobre o Levantamento.

Para a utilização de dados reais na metodologia de inversão descrita nos capítulos anteriores foram escolhidos os dados obtidos a partir do levantamento aeromagnético sobre a bacia sedimentar do Alto Amazonas.

A área em destaque no mapa, corresponde ao projeto Carauari. A área escolhida é delimitada por um polígono regular na parte centro-leste da mesma (Figura 5.1). Os vértices desta área estão enumerados na Tabela 5.1.

O levantamento aeromagnético da área foi feito a partir do contrato firmado entre a PETROBRÁS e a ENCAL S/A (Projeto Carauari<sup>12</sup>).

A direção das linhas de vôo de produção obedecem a direção N/S e as linhas de controle obedecem a direção E/W.

A separação entre linhas de produção é de  $2.5km$  e a separação entre linhas de controle é de  $8.0km$ .

A altitude das linhas de vôo foi de aproximadamente  $0.8km$  acima do nível médio das marés.

O aeromagnetômetro utilizado para as medidas de intensidade do campo magnético foi

---

<sup>12</sup>As informações colhidas sobre o levantamento foram obtidas a partir do Relatório Final sobre o Projeto Carauari - Levantamento Aeromagnético - Contrato DEPEX/PETROBRÁS.

Tabela 5.1 - Vértice do polígono regular que define a área a ser invertida. As coordenadas são dadas em *km*.

Vértices	(UTM)	(UTM)
<i>A</i>	878.50	9454.50
<i>B</i>	926.50	9454.50
<i>C</i>	926.50	9502.50
<i>D</i>	878.50	9502.50

do tipo magnetômetro de precessão protônica livre Geometrics, modelo G - 803 a bordo de uma aeronave "Islander" com sensor montado em ponta de cauda, tipo "stringer".

Sobre os mapas de contorno referentes aos levantamentos aeromagnéticos realizados na bacia sedimentar do Alto Amazonas, AFFONSO (1991) faz considerações. *De um modo geral, observa-se que os mapas de contorno estão sujeitos a pseudo-alinhamentos orientados segundo a direção N/S, coincidindo com a direção das linhas de vôo de produção. É fato que o sistema de amostragem de um levantamento aeromagnético é notadamente tendencioso, pelo fato de que os espaços entre duas amostras ao longo da linha de vôo são bem menores do que a separação entre as linhas. Portanto, a falta de nivelamento da malha regular a ser construída pode ocasionar isogônicas puzadas ao longo da linha de vôo, que somadas a outras variáveis como erro de posicionamento e tempestades magnéticas, podem ser as possíveis causas destes pseudo-alinhamentos.* Desta forma, é provável que erros na interpolação dos dados tenham sido cometidos quando da geração da malha de 0.5km por 0.5km.

Algumas linhas de vôo de produção simplesmente não existem piorando ainda mais a interpolação quando da geração da malha.

## 5.2 Cálculo da Profundidade das Fontes Magnetizadas.

Para o cálculo das profundidades das fontes foi aplicada a metodologia desenvolvida por LOURES (1991), na qual faz-se o uso da equação homogênea de Euler para este fim.

A área escolhida para a aplicação da metodologia localiza-se na bacia sedimentar do Alto Amazonas (sub-área Carauari - Figura 5.2).

Segundo AFFONSO (1991), a bacia sedimentar do Alto Amazonas é caracterizada por um padrão magnético complexo, produzido pela superposição de anomalias magnéticas, geradas principalmente pelo embasamento e intrusões basálticas que ocorrem em toda bacia.

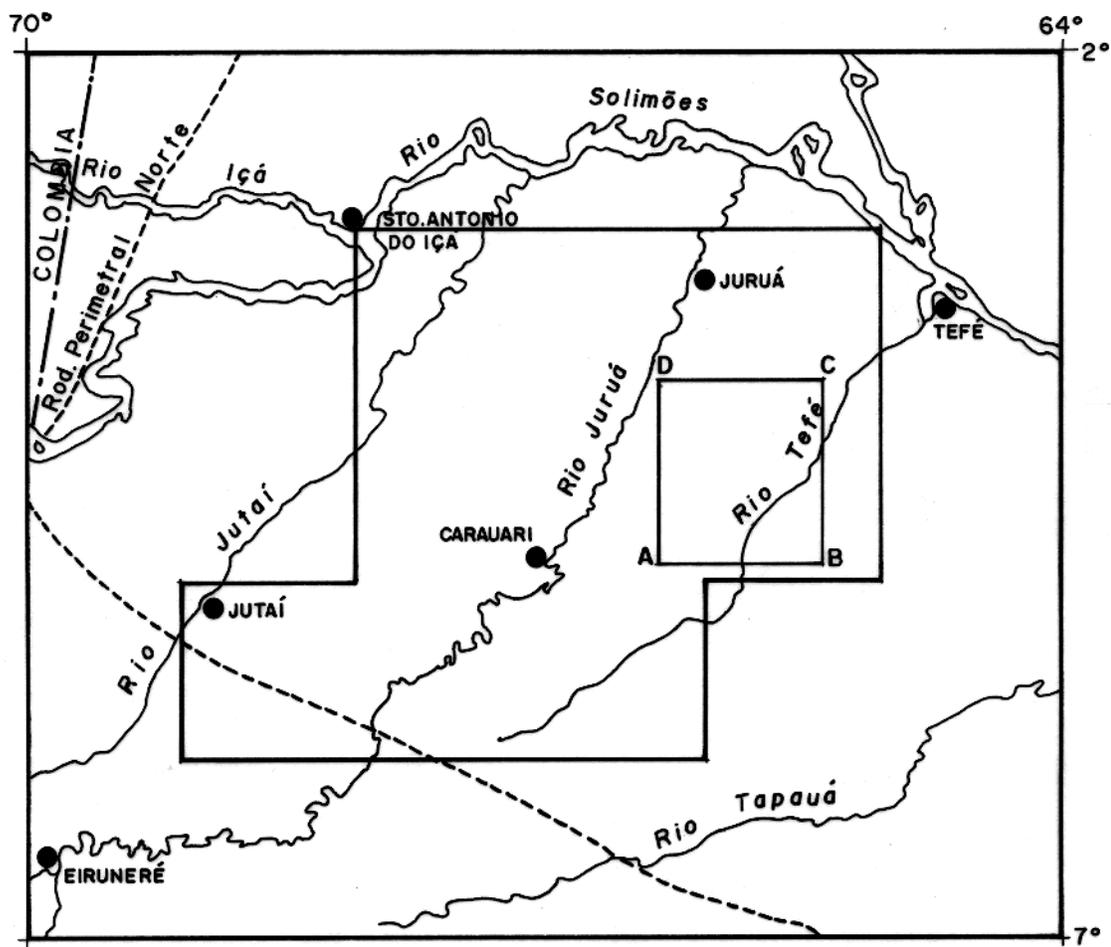


Figura 5.1 - Mapa de localização do projeto Carauari. Localizado na bacia sedimentar do Alto Amazonas. As coordenadas da sub-área, em destaque, são definidas conforme a Tabela 5.1.

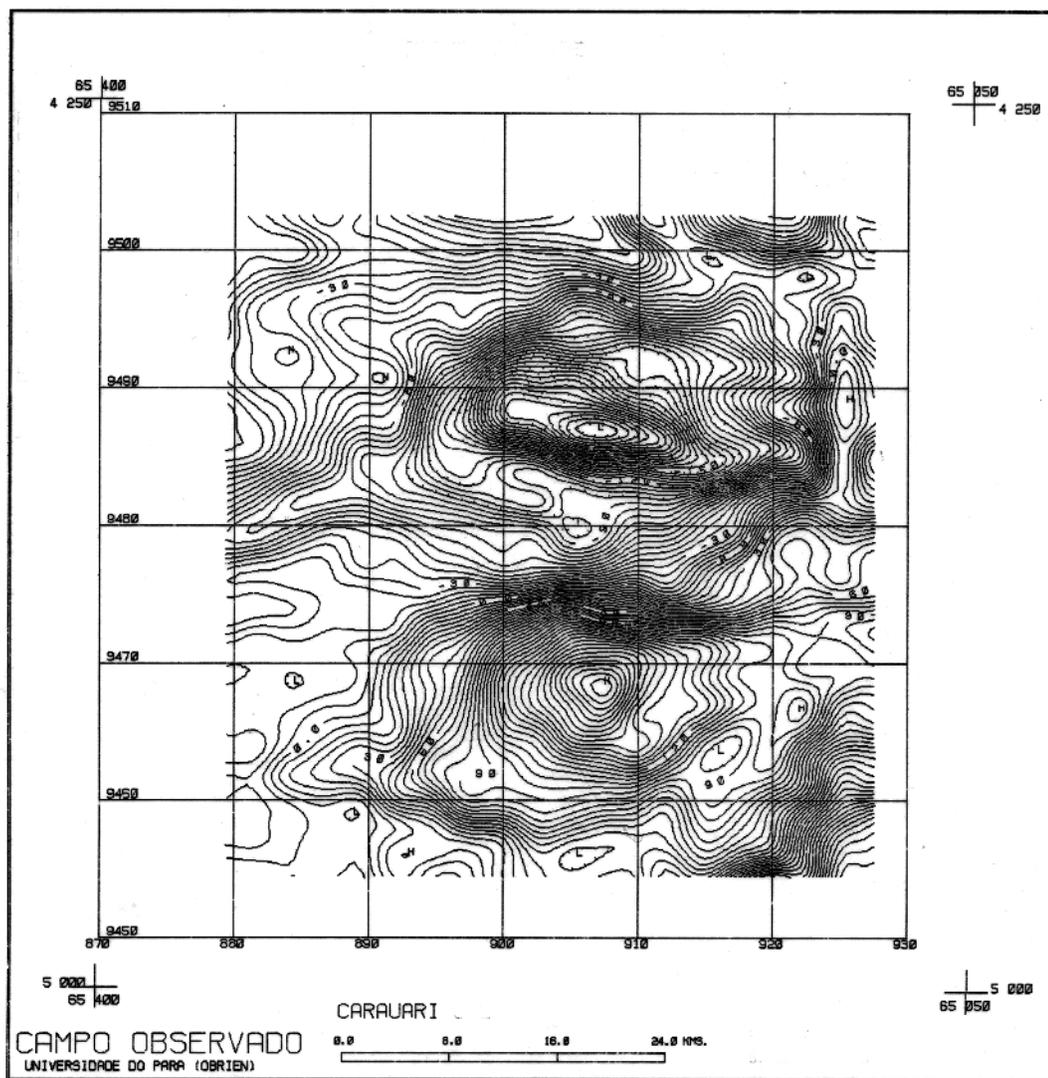


Figura 5.2 - Campo magnético da área para o teste com dados reais. A área escolhida fica localizado na bacia sedimentar do Alto Amazonas (sub-área Carauari). Curvas de contorno de 6 nT.

As intrusões basálticas estão contidas dentro dos sedimentos da seqüência permo-carbonífera. Esta seqüência sedimentar ocorre até a profundidade de  $2.2\text{km}$  (FIGUEIREDO, 1985).

Poços de pesquisa em áreas propícias e produtoras de hidrocarbonetos ocorridos na bacia sedimentar do Alto Amazonas descrevem a ocorrência de até 3 níveis de soleiras LOURES (1991): (i) - 1º nível de soleira possui profundidade de  $0.65\text{km}$  e espessura de até  $0.2\text{km}$ ; (ii) - 2º nível de soleira possui profundidade de  $1.2\text{km}$  e espessura de até  $0.45\text{km}$ ; (iii) - 3º nível de soleira possui profundidade de  $1.45\text{km}$  e espessura de até  $0.08\text{km}$  (LOURES, 1991).

No cálculo das profundidades, LOURES (1991) utiliza uma matriz de pesos variados para estabilizar o processo de inversão. Desta forma, vários testes foram feitos. Segundo LOURES (1991) o que proporcionou os melhores resultados estão apresentados na Figura 5.3.

O algoritmo de LOURES (1991) nos dá uma listagem das coordenadas  $x y$  e a profundidade de cada fonte magnetizada. Em sua tese apresentam-se os resultados em forma de mapa, na qual, cada cruz representa a profundidade e a localização da fonte magnetizada (Figura 5.3). Observe que, quanto maior o tamanho da cruz, mais profundo se localiza a fonte magnetizada.

Fazendo uma análise da listagem das profundidades das fontes, concluímos que as mesmas podem ser divididas em dois grandes grupos. Estes dois grupos correspondem a fontes localizadas no embasamento e fontes referentes a soleiras. Desta forma, a partir do cálculo da profundidade média deste dois grupos constatou-se que o campo anômalo observado (Figura 5.2) foi gerado por corpos magnetizados localizados: (i) - no embasamento da bacia a  $3.4\text{km}$  de profundidade média (excluído  $0.8\text{km}$  de altitude do avião); (ii) - em soleiras.

Foi praticamente impossível diferenciar onde termina o 2º e começa o 3º nível de soleira, assim como diferenciar o 1º nível de soleira de ruído. A maior parte das fontes magnetizadas de profundidade média, localiza-se entre  $1.0\text{km}$  e  $1.4\text{km}$ , ocorrendo uma grande concentração em torno dos extremos. Desta forma, optamos em adotar apenas a existência de uma única soleira de aproximadamente  $0.4\text{km}$  de espessura, situada entre as profundidades de  $1.0\text{km}$  e  $1.4\text{km}$  (excluído  $0.8\text{km}$  de altitude do avião). Esta suposição é perfeitamente válida, já que o objetivo deste capítulo é apenas observar o comportamento da metodologia na presença de dados reais e não fazer uma interpretação rigorosa destes dados.

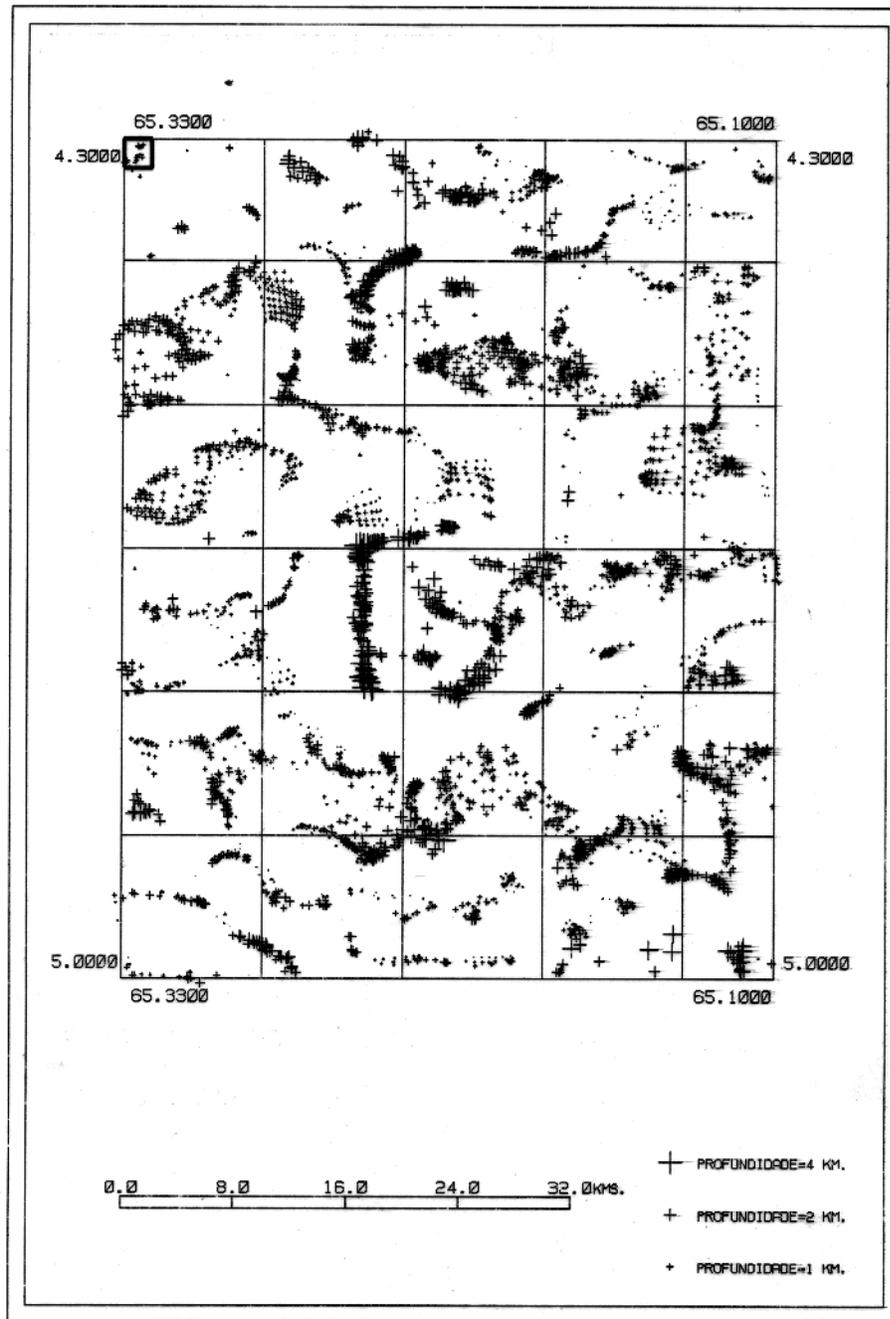


Figura 5.3 - Determinação das profundidades das fontes a partir da metodologia desenvolvida por LOURES (1991) sobre a área escolhida (Figura 5.2). A Figura 5.3 faz parte da tese de mestrado de LOURES (1991).

### 5.3 A Utilização do Método na Interpretação de Dados para Modelar o Embasamento.

A primeira fase restringiu-se na utilização do método na interpretação do embasamento. Os dados escolhidos correspondem a área conhecida como Carauari e fica localizada na bacia sedimentar do Alto Amazonas.

Quando se modela embasamento utilizando polinômios uma questão primordial tem de ser respondida. Qual a ordem máxima que deve ter o polinômio?

Para modelar o embasamento, o polinômio deve conter termos desde a mais baixa até a ordem mais alta, de tal modo que capture o máximo de informação sobre o embasamento e o mínimo de informação advinda de corpos localizados mais próximos à superfície.

Segundo BHATTACHARRYA (1980) as dimensões de um prisma a ser modelado devem ficar de 1.5 a 2.0 vezes a distância entre a superfície de observação e a massa magnetizada. No nosso caso, segundo os critérios de BHATTACHARRYA (1980), esta dimensão crítica ficaria em torno de  $6.0km \times 6.0km$ ; já que a profundidade do embasamento mais a altitude do avião perfaz um total de  $4.2km$ .

No nosso caso, um fator limitante são as dimensões dos blocos magnetizados que obedece a distribuição de Walsh.

No caso deste exemplo, teste com dados reais, a área total a ser invertida tem as dimensões de  $48.0km \times 48.0km$  (Figura 5.2).

Caso os blocos magnetizados obedecessem a seguinte distribuição de magnetização:  $Cal(0, x)Cal(0, y)$ ;  $Cal(0, x)Sal(1, y)$ ;  $Sal(1, x)Cal(0, y)$ ;  $Sal(1, x)Sal(1, y)$ ;  $Cal(1, x)Cal(0, y)$ ;  $Cal(1, x)Sal(1, y)$ ;  $Sal(2, x)Cal(0, y)$ ;  $Sal(2, x)Sal(1, y)$ , a máxima definição de blocos magnetizados teria a dimensão de  $12.0km \times 24.0km$ .

Caso os blocos magnetizados obedecessem a seguinte distribuição de magnetização:  $Cal(0, x)Cal(0, y)$ ;  $Cal(0, x)Sal(1, y)$ ;  $Sal(1, x)Cal(0, y)$ ;  $Sal(1, x)Sal(1, y)$ ;  $Cal(0, x)Cal(1, y)$ ;  $Cal(1, x)Cal(0, y)$ ;  $Sal(1, x)Cal(1, y)$ ;  $Cal(1, x)Sal(1, y)$ ;  $Cal(1, x)Cal(1, y)$ ;  $Sal(2, x)Cal(0, y)$ ;  $Cal(0, x)Sal(2, y)$ ;  $Sal(1, x)Sal(2, y)$ ;  $Sal(2, x)Sal(1, y)$ ;  $Cal(1, x)Sal(2, y)$ ;  $Sal(2, x)Cal(1, y)$ ;  $Sal(2, x)Sal(2, y)$ , a máxima definição de blocos magnetizados teria a dimensão de  $12.0km \times 12.0km$ .

Dizemos que no segundo caso, temos o jogo completo da distribuição de Walsh até a ordem 2. Neste caso é possível modelar qualquer corpo magnetizado de dimensão  $12.0km \times 12.0km$ , desde que as suas fronteiras coincidam com os cruzamentos dos zeros segundo a distribuição

de Walsh. No primeiro caso dizemos que temos “buracos” no jôgo da distribuição de Walsh até a ordem 2 (jôgo incompleto da distribuição de Walsh até a ordem 2).

O jôgo completo até a ordem 2 no caso deste exemplo não permite modelar corpos de  $6.0km \times 6.0km$  de dimensão, que é a dimensão crítica, segundo BHATTACHARRYA (1980).

Caso os blocos magnetizados obedecessem a seguinte distribuição de magnetização de Walsh:  $Cal(0, x)Cal(0, y); \dots; Sal(2, x)Sal(2, y); Cal(2, x)Cal(0, y)$ , a máxima definição de blocos magnetizados teria a dimensão de  $6.0km \times 12.0km$ . Para ser possível modelar qualquer corpo magnetizado de dimensão  $6.0km \times 6.0km$  é necessário que os blocos magnetizados tenham o jôgo completo até a ordem 4.

Um fator que pode causar instabilidade no resultado da magnetização é o comportamento dos valores singulares, limitando o número máximo de parâmetros a ser recuperado quando da inversão. Para o caso da matriz possuir 64 colunas o número de condição será de 31 (jôgo completo da distribuição de Walsh até a ordem 4). Para o caso da matriz possuir 256 colunas o número de condição será de 250 (jôgo completo da distribuição de Walsh até a ordem 8). Desta forma, torna-se impraticável a utilização do jôgo completo até a ordem 8.

Com base nos comentários acima, para aplicação do algoritmo de inversão segundo a equação 3.16, foi criada uma matriz de sensibilidade **A** cujas colunas são constituídas por campos magnéticos que obedecem a seguinte distribuição de magnetização:  $Cal(0, x)Cal(0, y); \dots; Sal(2, x)Sal(2, y); Cal(2, x)Cal(0, y) \dots; Sal(4, x)Sal(4, y)$ , de forma a permitir a recuperação de 64 coeficientes, que corresponde o jôgo completo até a ordem 4. Para a geração destes campos foram utilizados os seguintes parâmetros: (i) -  $Z_1 = 4.2km$ ; (ii) - campo magnético terrestre de 28000 nT; (iii) - inclinação do campo magnético da Terra de  $15^\circ$ ; (iv) - declinação de  $-6^\circ$ .

A secção 4.3.3 do capítulo 4 reporta-se sobre o problema da não-invariância por translação dos polinômios de Walsh e como podemos contorná-lo.

Na aplicação do método com dados reais, o problema da não-invariância por translação foi contornado da seguinte maneira. Foi desenvolvido um algoritmo de procura no qual tenta-se o melhor ajuste para o embasamento. O melhor ajuste implica que as fronteiras do corpo magnetizado que gerou o campo observado, coincide aproximadamente com os cruzamentos do zero segundo Walsh (observe testes com anomalias sintéticas no capítulo anterior, secção 4.3.3 para o caso bidimensional e secção 4.4 - teste 1, para o caso tridimensional).

Provavelmente as fronteiras dos corpos magnetizados que geraram o campo magnético, não coincide com os cruzamentos do zero segundo Walsh. Porém, o resultado encontrado é o que melhor se aproxima do ponto de coincidência, ou seja, é o ponto em que temos o melhor

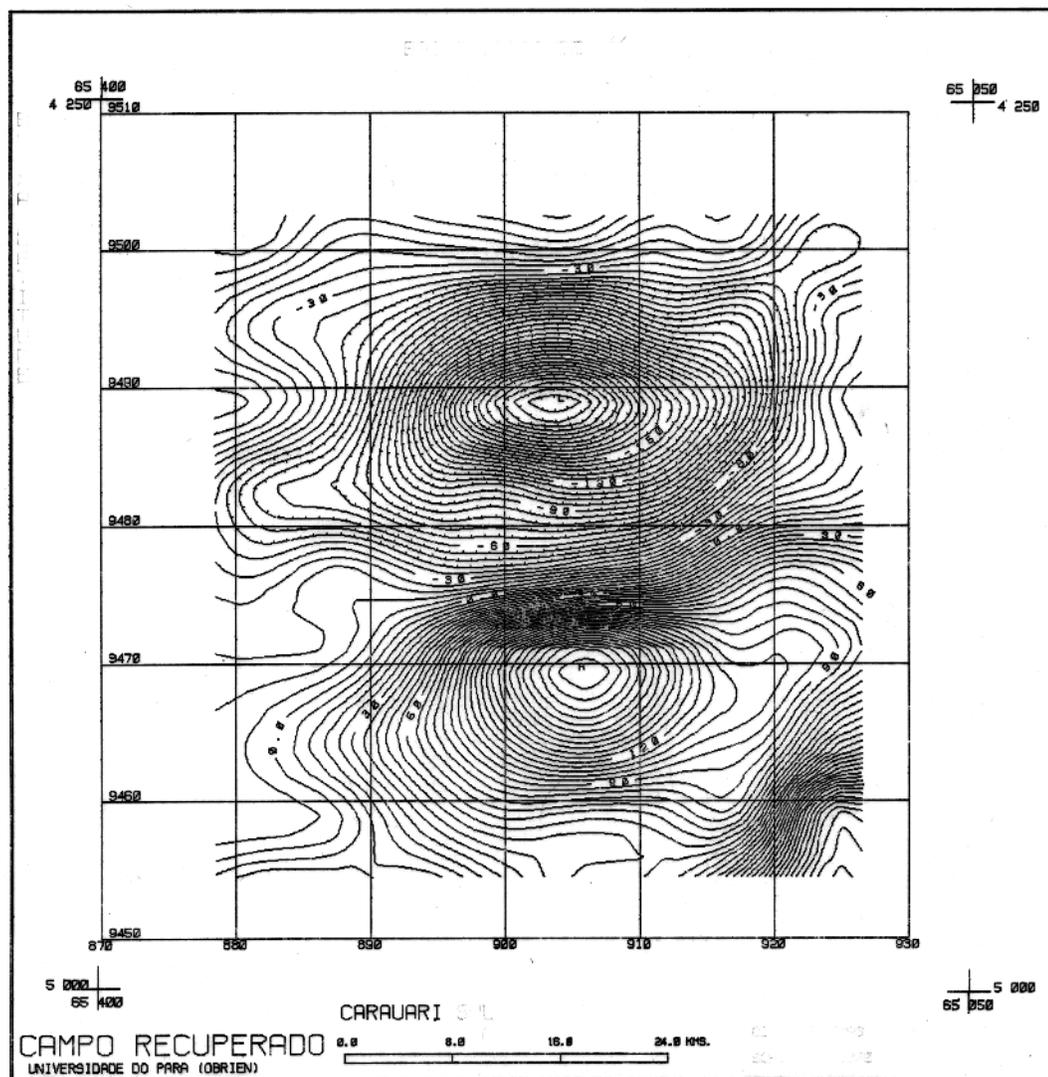


Figura 5.4 - Campo magnético calculado a partir da inversão do campo magnético observado (Figura 5.2). Profundidade do embasamento igual a 4.2km. Curvas de contorno de 6 nT.

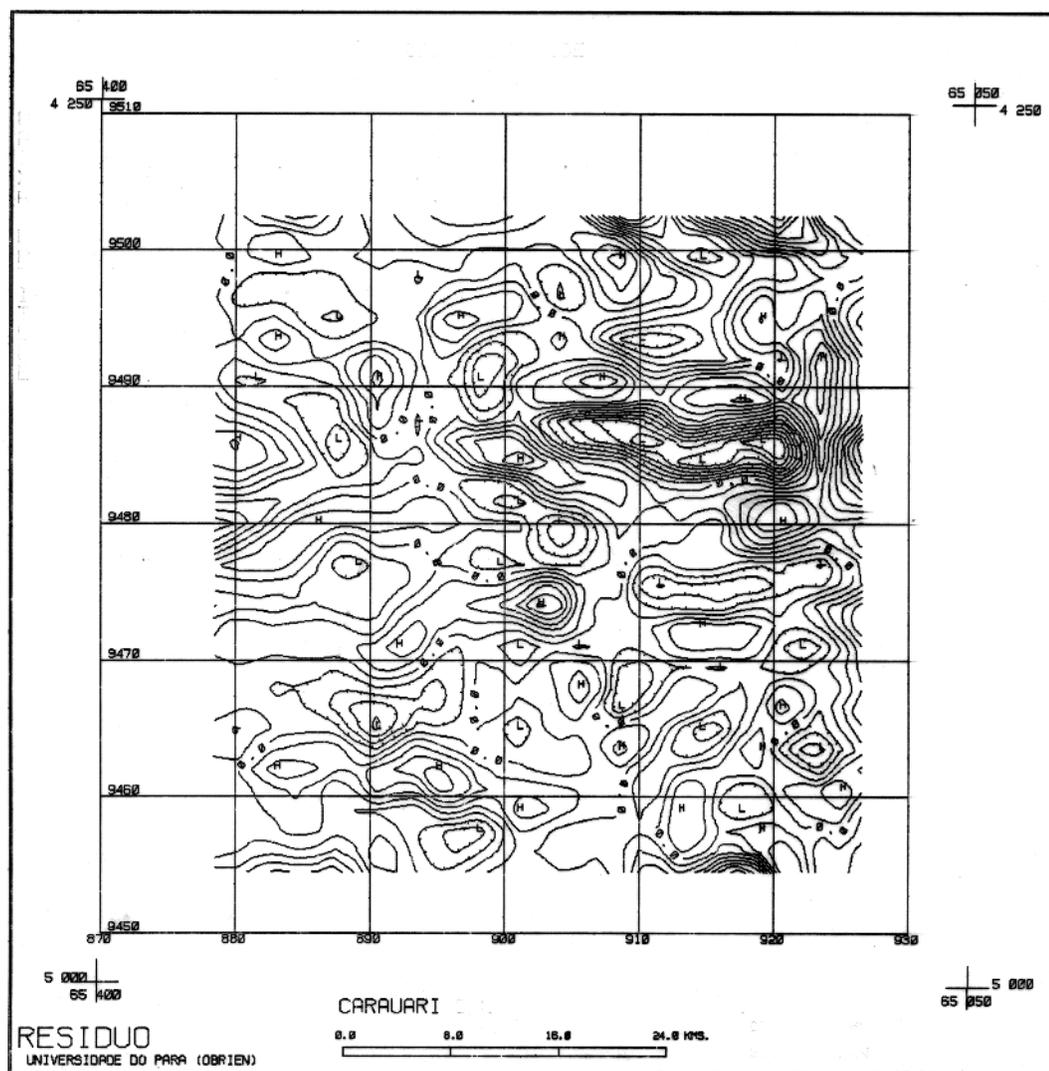


Figura 5.5 - Considerável resíduo entre o campo magnético calculado pela inversão e o campo magnético observado (Figura 5.2). A área escolhida localiza-se na bacia sedimentar do Alto Amazonas (sub-área Carauari). Curvas de contorno de 6 nT.

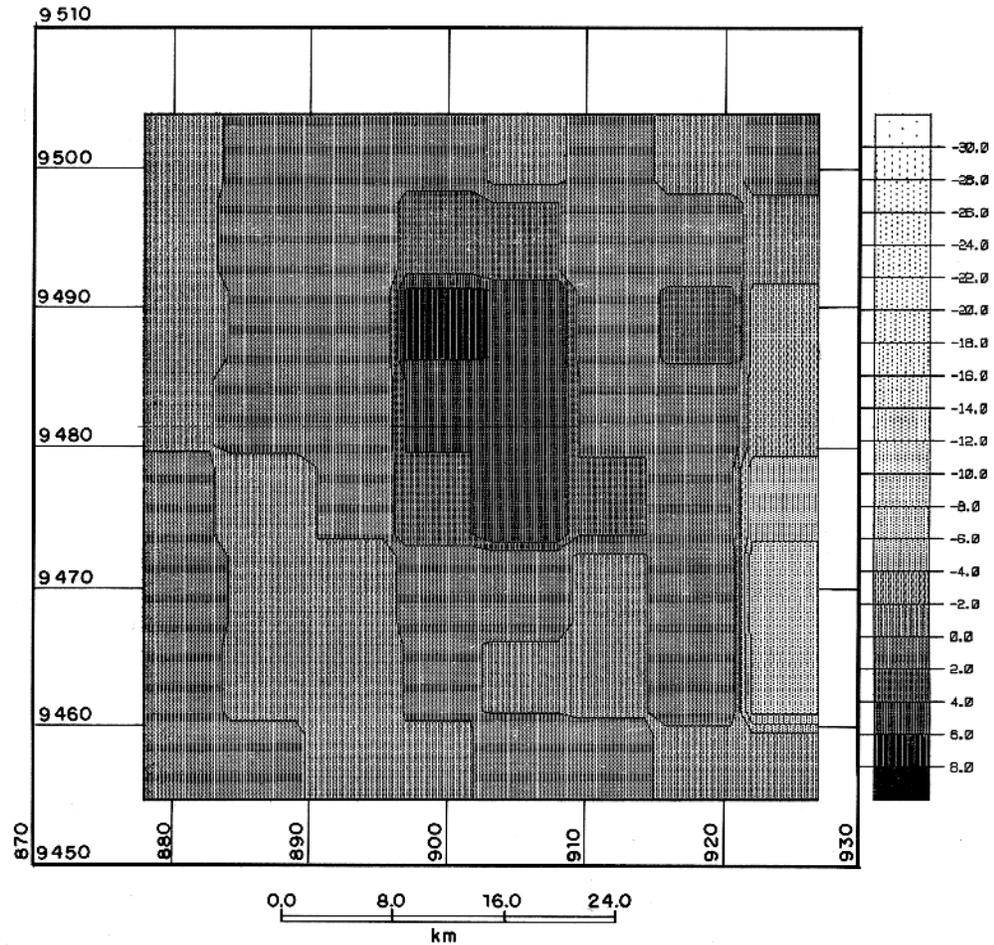


Figura 5.6 - Susceptibilidade do embasamento dado em UCGS multiplicado por  $10^{-3}$ . Esta foi gerada a partir da magnetização calculada pela inversão do campo magnético observado (Figura 5.2). Nas bordas da figura, principalmente na borda leste, observam-se valores excessivamente negativos causado por erros no levantamento aeromagnético. Distância em UTM.

ajuste sobre o ponto de vista de ter-se a minimização do residual.

Esta não coincidência gera um espalhamento nos resultados da magnetização (observe testes com dados sintéticos no capítulo 4 - Figura 4.11d para o caso bidimensional e Figura 4.22 para o caso tridimensional, observe também a Figura 2.3 da seção 2.2 - capítulo 2).

O campo magnético ajustado (Figura 5.4) foi gerado segundo a magnetização calculada (Figura 5.6) a partir de 64 coeficientes determinados na inversão (equação 3.16 - mínimos quadrados puro). Observa-se que o padrão geral da anomalia foi recuperado (Figura 5.4).

Nota-se que o campo ajustado (Figura 5.4) não corresponde exatamente ao campo magnético observado (Figura 5.2). Desta forma, observam-se altos valores de resíduo (Figura 5.5) entre os dois campos, observado e calculado.

A aplicação de inversão sobre o campo observado, permitirá a recuperação de 64 coeficientes. Conseqüentemente, é possível o cálculo da susceptibilidade (Figura 5.6) e do campo magnético ajustado. O menor padrão "quadrado" da susceptibilidade (Figura 5.6) será definido pela mais altas ordens de magnetização que geraram os campos formadores das colunas da matriz de sensibilidade *A*. No caso deste exemplo, o menor prisma<sup>13</sup> terá a dimensão de  $6.0km \times 6.0km$ .

A Figura 5.6 mostra um corpo magnetizado localizado na parte centro norte da mesma. Porém, essa figura mostra nas bordas laterais, principalmente na parte leste, solução não satisfatória sobre o ponto de vista geológico, na susceptibilidade. Na parte leste os resultados obtidos pela inversão, inexplicavelmente apresentam altos valores negativos de susceptibilidade.

O que ocorre é que quando do levantamento aeromagnético, foi introduzido padrões de campo magnético na direção N/S (Figura 5.2), não explicáveis magneticamente nesta latitude.

AFFONSO (1991) estudou as feições lineares de praticamente toda a bacia do Alto Amazonas a partir do levantamento aeromagnético da mesma. Segundo AFFONSO (1991), de um modo geral, observa-se que os mapas de contorno estão sujeitos a pseudo-alinhamentos na direção N-S, coincidindo com a direção das linhas de vôo. É fato que o sistema de amostragem do levantamento é notadamente tendencioso (AFFONSO, 1991).

Quando ocorre a inversão, o método tenta ajustar estes "maus" valores obtidos quando do levantamento aeromagnético.

---

<sup>13</sup>Para melhor visualização do leitor foi utilizado a subrotina GRAPGS. Esta subrotina faz suavização dos resultados obtidos, mascarando um pouco este padrão quadrado.

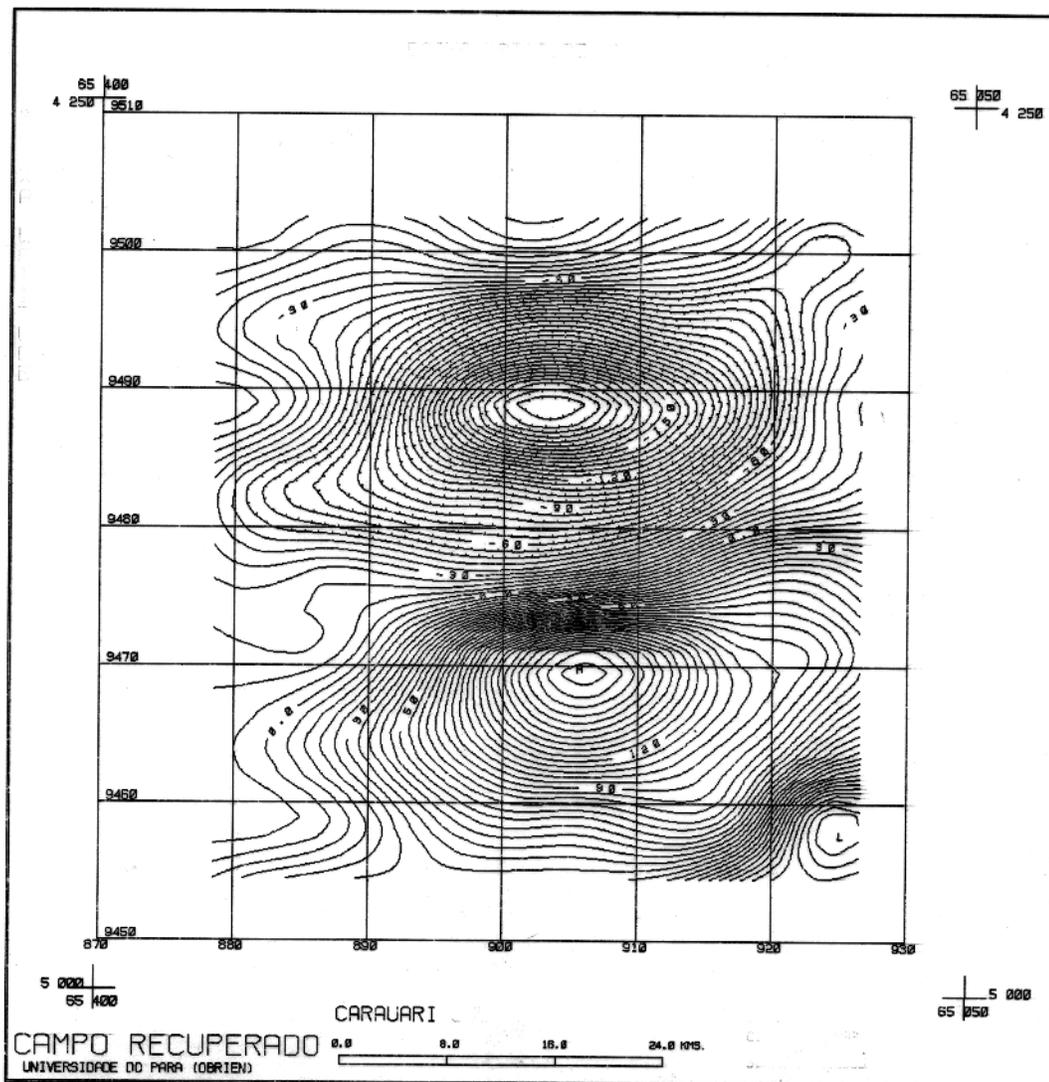


Figura 5.7 - Campo magnético calculado a partir do campo magnético observado (Figura 5.2). Profundidade do embasamento igual a 4.2km. Utilização do método de inversão *ridge regression*.  $\lambda$  tem duas vezes a magnitude do menor valor singular. Curva de contorno de 6 nT.

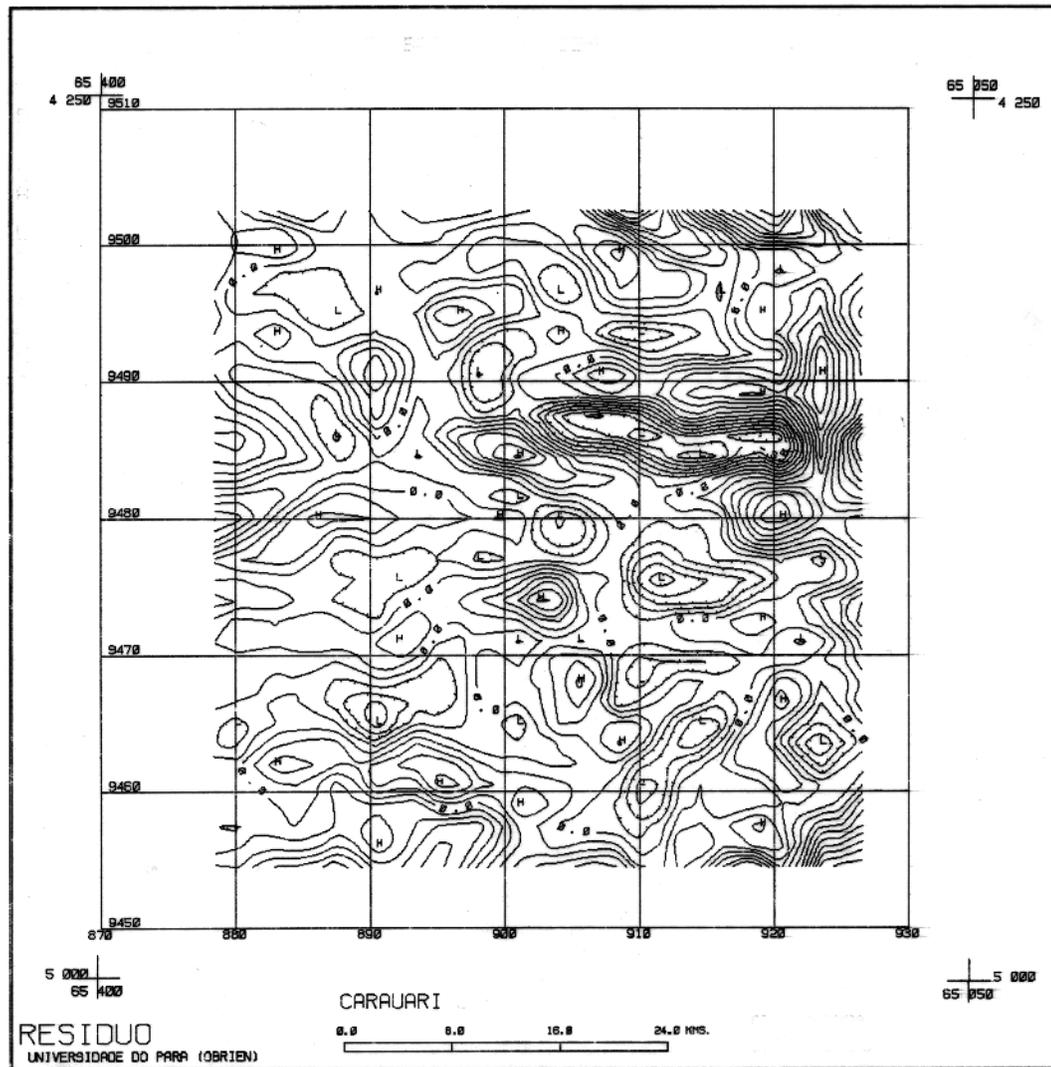


Figura 5.8 - Considerável resíduo entre o campo magnético calculado pela inversão e o campo magnético observado. Bacia sedimentar do Alto Amazonas (sub-área Carauari). Utilização do método de inversão *ridge regression*.  $\lambda$  tem duas vezes a magnitude do menor valor singular. Curva de contorno de 6 nT.

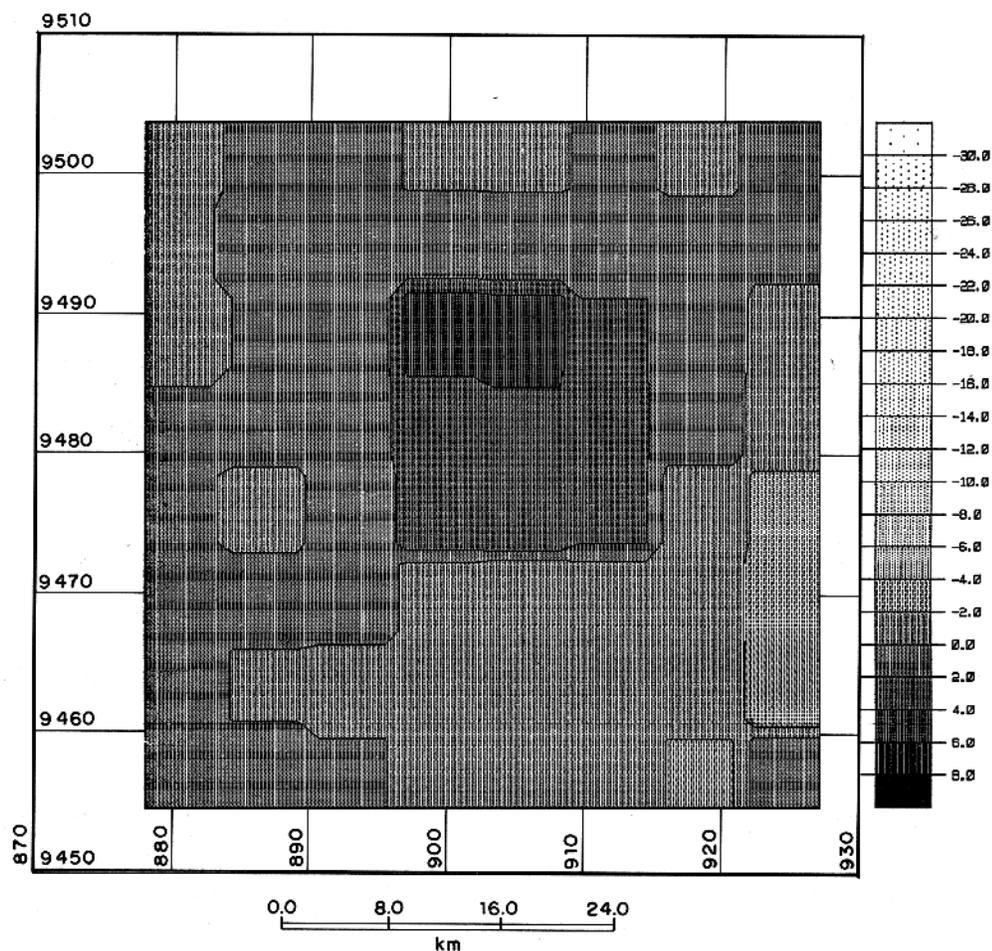


Figura 5.9 - Susceptibilidade do embasamento dado em UCGS multiplicado por  $10^{-3}$ . Esta foi gerada a partir da magnetização calculada pela inversão do campo magnético observado (Figura 5.2). A utilização do método de inversão *ridge regression* introduziu suavidade no resultado da susceptibilidade e ao mesmo tempo introduziu valores de susceptibilidade negativa de baixa magnitude na parte sul da figura. O  $\lambda$  é duas vezes a magnitude do menor valor singular. Distância em UTM.

Para introdução de solução satisfatória sobre o ponto de vista geológico na magnetização, foi utilizado o método de inversão *damped least squares* (LAWSON & HANSON, 1974). Este método introduz suavidade nas soluções (MENKE, 1984).

O'BRIEN<sup>14</sup> (1992) determina a escolha do valor de  $\lambda$  da equação  $y = (A^t A + \lambda I)^{-1} A^t b$  (SILVA<sup>15</sup>, 1991) a partir de  $\sigma^2$  e  $\beta^2$ , variância do ruído e da solução  $y$ , respectivamente (observe Anexo II). Onde  $A$  é a matriz de sensibilidade;  $I$  é a matriz Identidade;  $b$  é o vetor de observações e  $y$  é o vetor de parâmetros. Como a preocupação maior deste capítulo não é fazer uma interpretação da área e sim observar o comportamento da metodologia quando aplicada em dados reais, o autor quer apenas sinalizar que, utilizando outros métodos de inversão, é possível a obtenção de melhores resultados. Desta forma, o autor não teve a preocupação de escolher o  $\lambda$  que proporcionasse os melhores resultados. O  $\lambda$  foi escolhido na base da tentativa a partir do menor autovalor, observando o comportamento dos parâmetros obtidos (susceptibilidade) e o comportamento das curvas ajustada e de resíduo.

Quando da aplicação do método observou-se um acréscimo na magnitude do resíduo (Figura 5.8). A susceptibilidade negativa da borda lesta da Figura 5.9 em relação a mesma borda leste da Figura 5.6 diminuiu. Porém, valores negativos de susceptibilidade de menor magnitude foi introduzida principalmente na parte sul da Figura 5.9.

Nesta secção, foi utilizado o método de inversão proposto neste trabalho para modelar o embasamento. Calculamos o campo ajustado a partir de magnetização gerada por baixas seqüências, obtendo razoável magnitude para o resíduo.

O ajuste do campo produzido pelo embasamento é controlado principalmente pelas ordens mais baixas do polinômio. O ajuste do campo residual é controlado principalmente pelas ordens mais altas do polinômio (BHATTACHARYYA, 1980).

No caso do primeiro teste ( $\lambda$  igual a zero), a Figura 5.4 corresponde ao campo observado, a Figura 5.5 corresponde ao campo ajustado e a Figura 5.6 corresponde ao residual a partir da qual será modelada a soleira.

#### 5.4 A Utilização do Método na Interpretação de Dados para Modelar o Residual.

Supondo que a maior parte das anomalias contidas no residual sejam causadas pelos contrastes de magnetização nas soleira (intrusões basálticas mais próximas a superfície que

<sup>14</sup>Douglas Patrick O'Brien (informação verbal)

<sup>15</sup>João Batista Correa da Silva (notas de aula)

o embasamento), os campos que formarão a matriz de sensibilidade  $A$  (jôgo completo de distribuição de Walsh) serão geradas por corpos localizados a estas profundidades mais rasas.

Para o cálculo dos campos que irão formar a matriz de sensibilidade  $A$ , foram utilizados os seguintes parâmetros: (i) -  $Z_1 = 1.8km$ ; (ii) -  $Z_2 = 2.2km$ ; (iii) - campo magnético terrestre de 28000 nT; (iv) - inclinação do campo magnético da Terra de  $15^\circ$ ; (v) - declinação de  $-6^\circ$ .

A matriz de sensibilidade será constituída por campos magnéticos cuja magnetização obedece à distribuições de Walsh:  $Cal(0, x)Cal(0, y)$ ;  $Cal(0, x)Sal(1, y)$ ;  $Sal(1, x)Cal(0, y)$ ;  $Sal(1, x)Sal(1, y)$ ;  $Cal(1, x)Cal(0, y)$ ; ...;  $Sal(8, x)Sal(8, y)$ . Desta forma, a menor definição do bloco magnetizado terá a dimensão de  $3.0km \times 3.0km$ .

O campo magnético ajustado (Figura 5.10) foi gerado segundo a magnetização calculada a partir de 256 coeficientes determinados pela inversão (equação 3.17). O  $\lambda$  utilizado no algoritmo de inversão foi igual a zero.

O que torna imperiosa no caso das soleiras a obtenção de coeficientes relacionado as altas seqüências é: (i) - as soleiras são corpos de menores dimensões que o embasamento; (ii) - as soleiras estão localizadas a menores profundidades que o embasamento.

Quando do cálculo do campo invertido (Figura 5.10) obteve-se um razoável ajuste em relação ao campo observado (Figura 5.5). Porém, observam-se altos valores de resíduo entre os dois campos (Figura 5.11). Observe o estranho padrão do resíduo nesta latitude na direção N/S. Este padrão coincide com a direção das linhas de vô, são os pseudo-alinhamentos descrito por AFFONSO (1991).

Poder-se-ia tentar o ajuste até a distribuição de magnetização  $Sal(16, x)Sal(16, y)$ , que corresponde ao próximo jôgo completo das distribuições de Walsh até a ordem 16. Porém, isto acarretaria uma matriz de sensibilidade de 1024 colunas. Qualquer operação com esta matriz é inviabilizado pela limitação do computador. Neste caso, a menor definição do bloco magnetizado seria de  $1.5km \times 1.5km$ . Esta dimensão violaria o critério de BHATTACHARYA (1980), no qual, para corpos localizados a profundidade de  $1.8km$  a dimensão crítica é de  $2.7km \times 2.7km$ .

A susceptibilidade (Figura 5.12) foi obtida a partir da magnetização calculada pela inversão do residual (Figura 5.5). Foi utilizado os mínimos quadrados puro como método de inversão. Observa-se uma solução não satisfatória sobre o ponto de vista geológico no resultado da susceptibilidade (altos valores negativos e positivos de susceptibilidade). Esta solução não satisfatória obedece o alinhamento N/S. Este comportamento é causado pela utilização de coeficientes relacionados a altas seqüências no cálculo da magnetização segundo a equação (3.17).

Observe o comportamento da susceptibilidade em suas bordas laterais leste e oeste. Esta é a região que apresenta um pior comportamento nos resultados e inexplicavelmente apresentam altos valores negativos e positivos, padrão de comportamento idêntico ao embasamento. O método tenta ajustar os “maus” valores obtidos quando do levantamento aeromagnético, onde observa-se falsos padrões de campo magnético na direção N/S para esta latitude (Figura 5.2).

Quanto ao comportamento dos valores singulares, observou-se um excelente comportamento dos mesmos (Figura 5.13). O número de condição (razão entre o maior e menor valor singular) foi igual a 15.8568. As colunas da matriz de sensibilidade **A** são “quase-ortogonais” entre si. Este comportamento dos valores singulares confirma a dedução do Anexo I, no qual se afirma que quanto menor a profundidade das camadas magnetizadas, melhor o comportamento dos valores singulares (O'BRIEN<sup>16</sup>, 1992). Desta forma, podemos afirmar que sobre o ponto de vista do comportamento dos valores singulares, a matriz de sensibilidade é estável.

Com base nestes comentários, podemos afirmar que o acréscimo de coeficientes no cálculo da magnetização, causou o aparecimento de solução não satisfatória sobre o ponto de vista geológico (altos valores negativos e positivos de susceptibilidade). Este comportamento é devido ao acréscimo de seqüências de altas ordens para modelar pseudo-anomalias e não por causa do comportamento dos valores singulares.

Para introdução de solução satisfatória sobre o ponto de vista geológico na magnetização foi utilizado o método de inversão *damped least squares ou ridge regression* com diferentes valores para  $\lambda$ . Na escolha do  $\lambda$  foi utilizado o critério em que tenta-se eliminar solução não satisfatória sobre o ponto de vista geológico na susceptibilidade sem piorar muito o ajuste do campo.

O  $\lambda$  foi escolhido na base da tentativa a partir do menor autovalor. O primeiro  $\lambda$  escolhido tem a mesma magnitude do menor valor singular.

Como esperado, houve uma perda do campo ajustado (Figura 5.14) em relação ao campo magnético calculado quando o  $\lambda$  é igual a zero (Figura 5.10). Observa-se que a magnitude do resíduo (Figura 5.15) entre o campo observado e calculado cresceu em relação a magnitude do resíduo quando da inversão para  $\lambda$  igual a zero (Figura 5.11).

Em relação a solução não satisfatória na susceptibilidade (altos valores negativos e positivos de susceptibilidade), observa-se que a escolha do novo  $\lambda$  não foi o suficiente para diminuí-la, principalmente nas faixas das linhas de vôo (Figura 5.16).

Vários valores para  $\lambda$  foram testados. Porém, o que melhor se adequou ao critério definido anteriormente foi àquele no qual o  $\lambda$  escolhido tem 4 vezes magnitude do menor

---

<sup>16</sup>Douglas Patrick O'Brien (informação verbal)

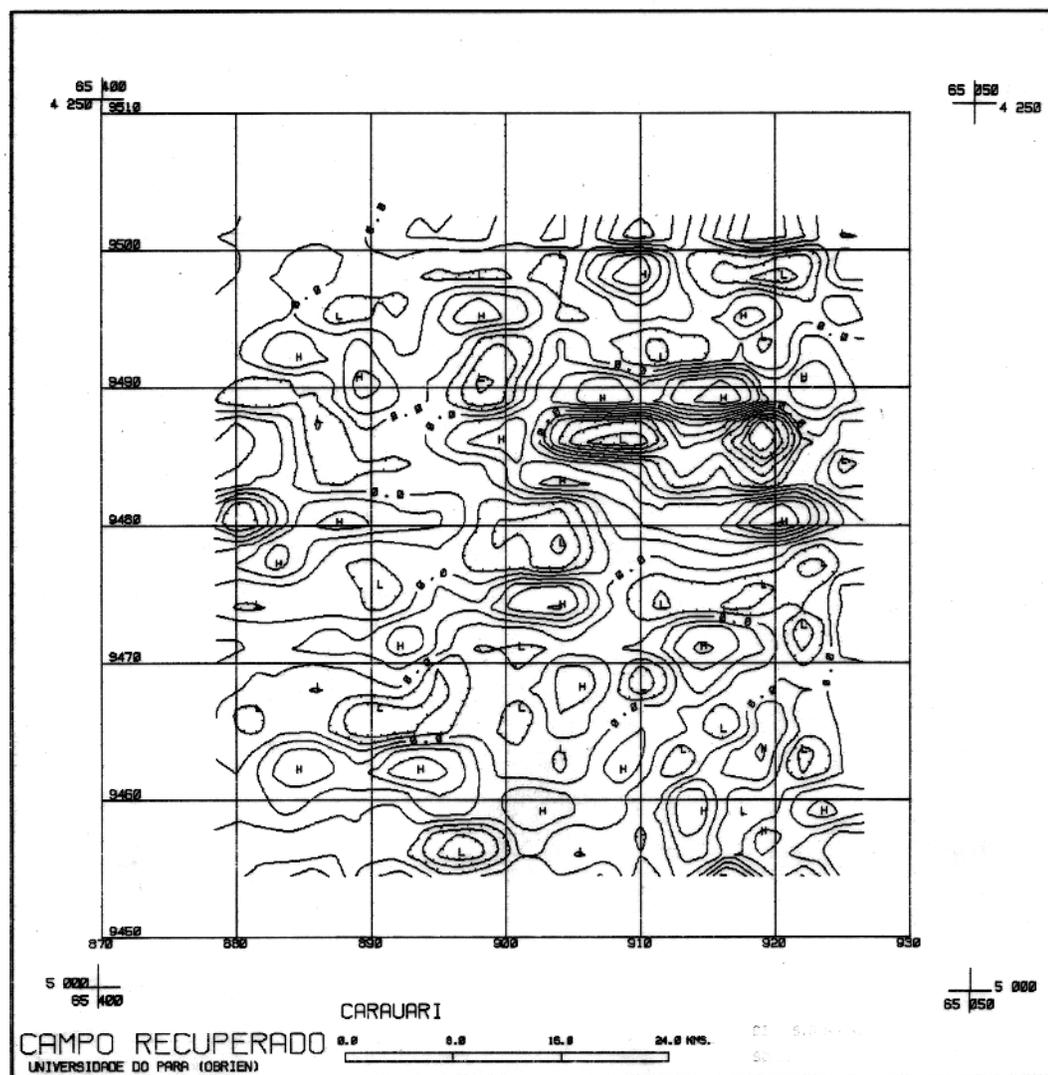


Figura 5.10 - Campo magnético calculado a partir do campo magnético observado (Figura 5.5).  $Z_1 = 1.8\text{km}$ ;  $Z_2 = 2.2\text{km}$ . Utilização do método de inversão *damped least squares* com  $\lambda$  igual a zero. Curva de contorno de 6 nT.

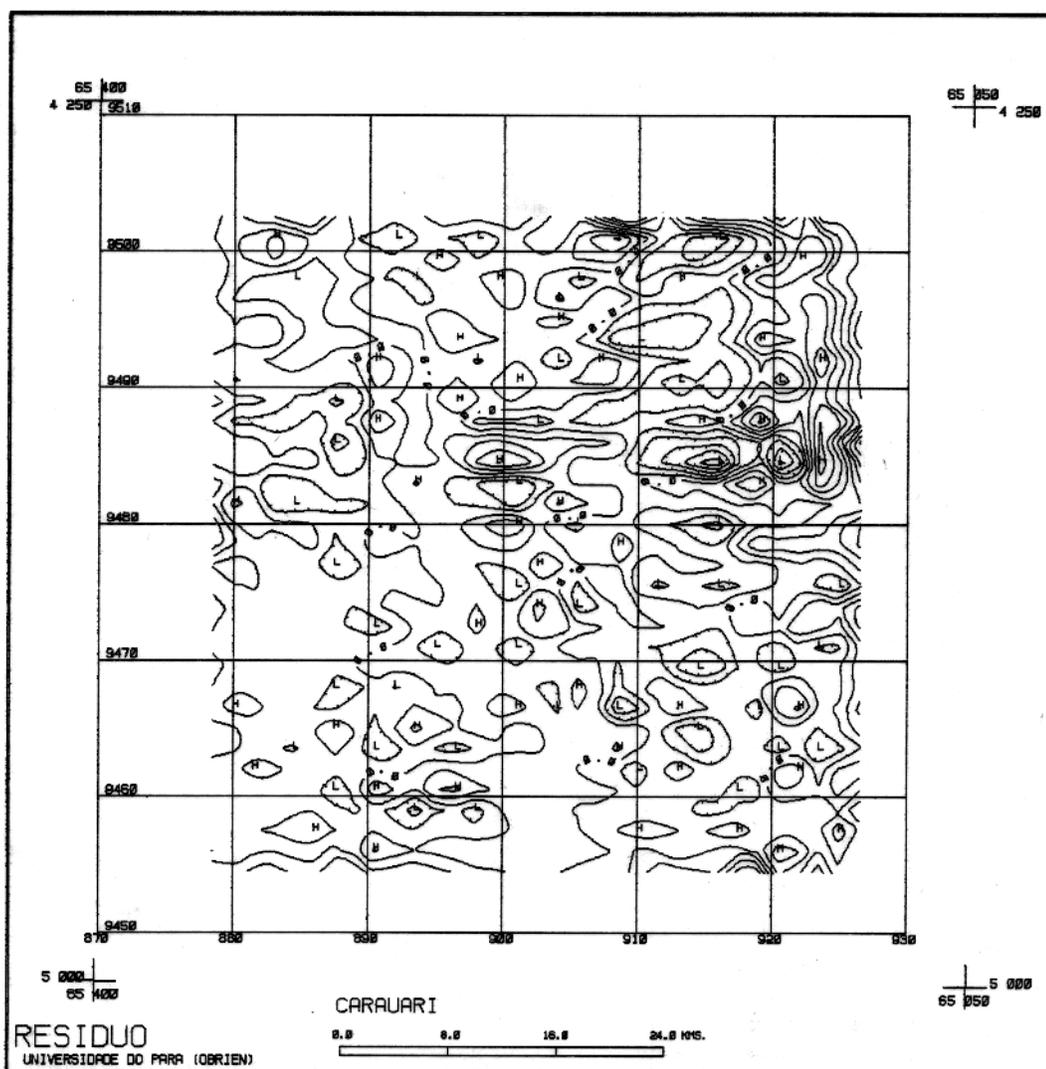


Figura 5.11 - Constatam-se altos valores de resíduo entre os campos magnéticos observado e calculado, Figura 5.5 e Figura 5.10, respectivamente. Observe o estranho padrão do resíduo na direção N/S correspondendo exatamente à direção das linhas de vôo (borda leste). Utilização do método de inversão *damped least squares* com  $\lambda$  igual a zero. Curva de contorno de 6 nT.

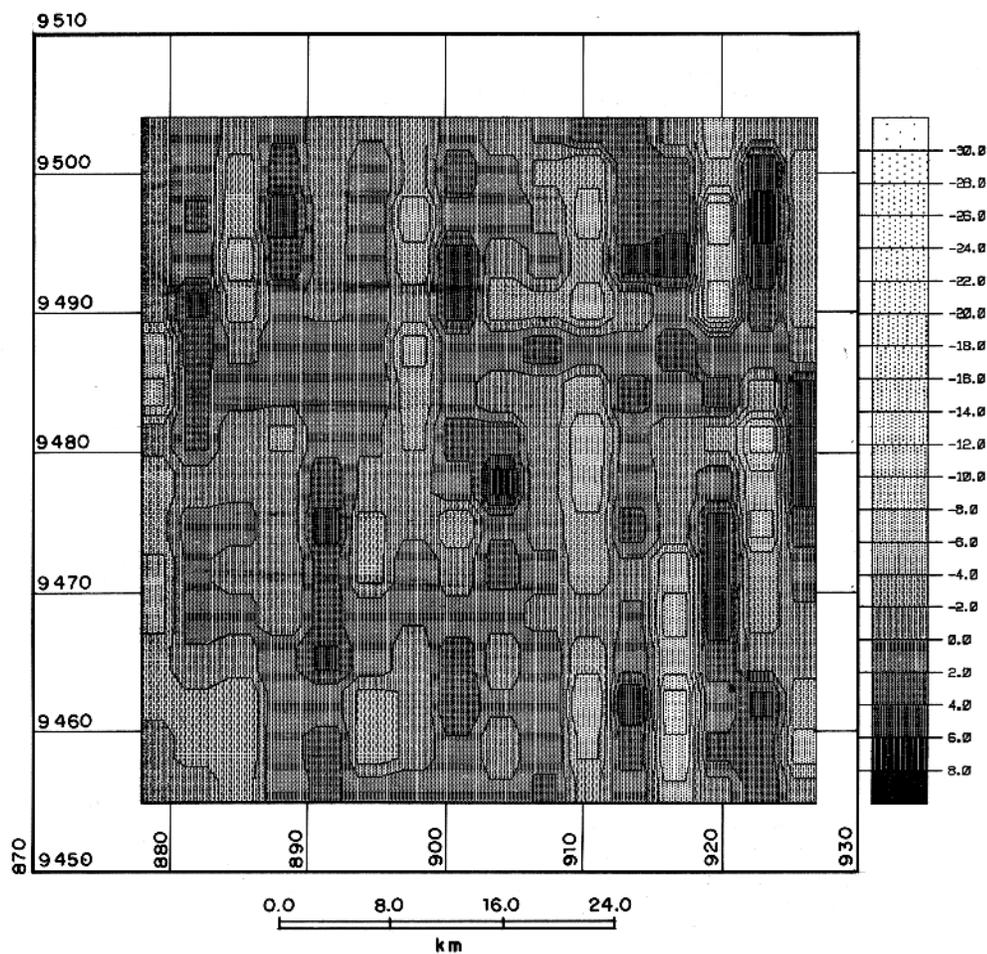


Figura 5.12 - Susceptibilidade das soleiras dado em UCGS multiplicado por  $10^{-3}$ . Esta foi gerado a partir da magnetização calculada pela inversão do campo magnético observado (Figura 5.5). Utilização do método de inversão *damped least squares* com  $\lambda$  igual a zero. As soluções não satisfatórias encontradas sobre o ponto de vista geológico nos resultados coincidem com as linhas de vôo. Para o termo solução não satisfatória entenda-se altos valores negativos e positivos de susceptibilidade. Distância em UTM.

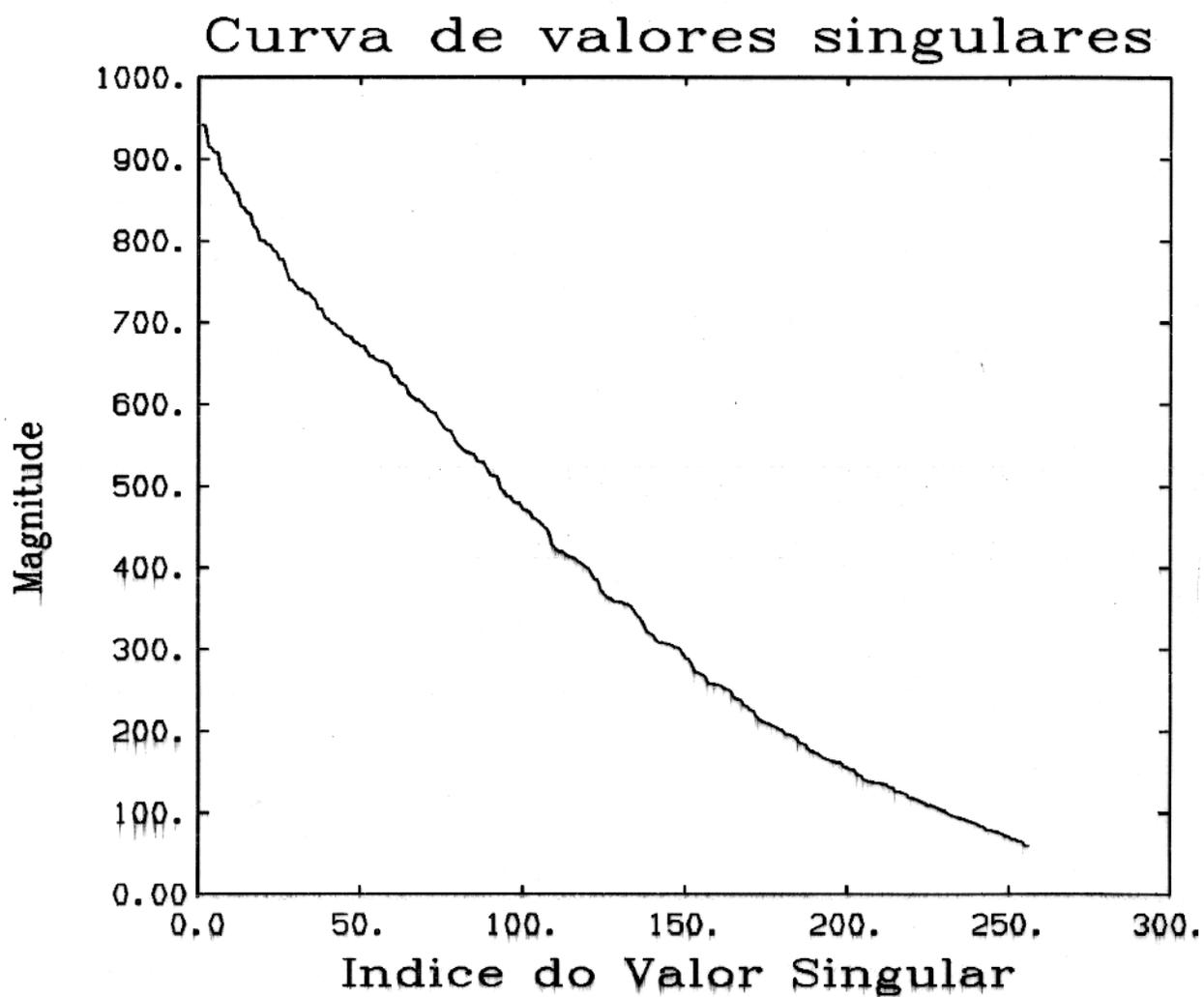


Figura 5.13 - Suave decaimento da curva de valores singulares obtida da decomposição da matriz de sensibilidade **A**. A matriz **A** é composta por 1089 linhas e 256 colunas. Observa-se que a curva corresponde aos valores singulares de uma matriz "quase-ortogonal".  $Z_1 = 1.8km$ ;  $Z_2 = 2.2km$ .

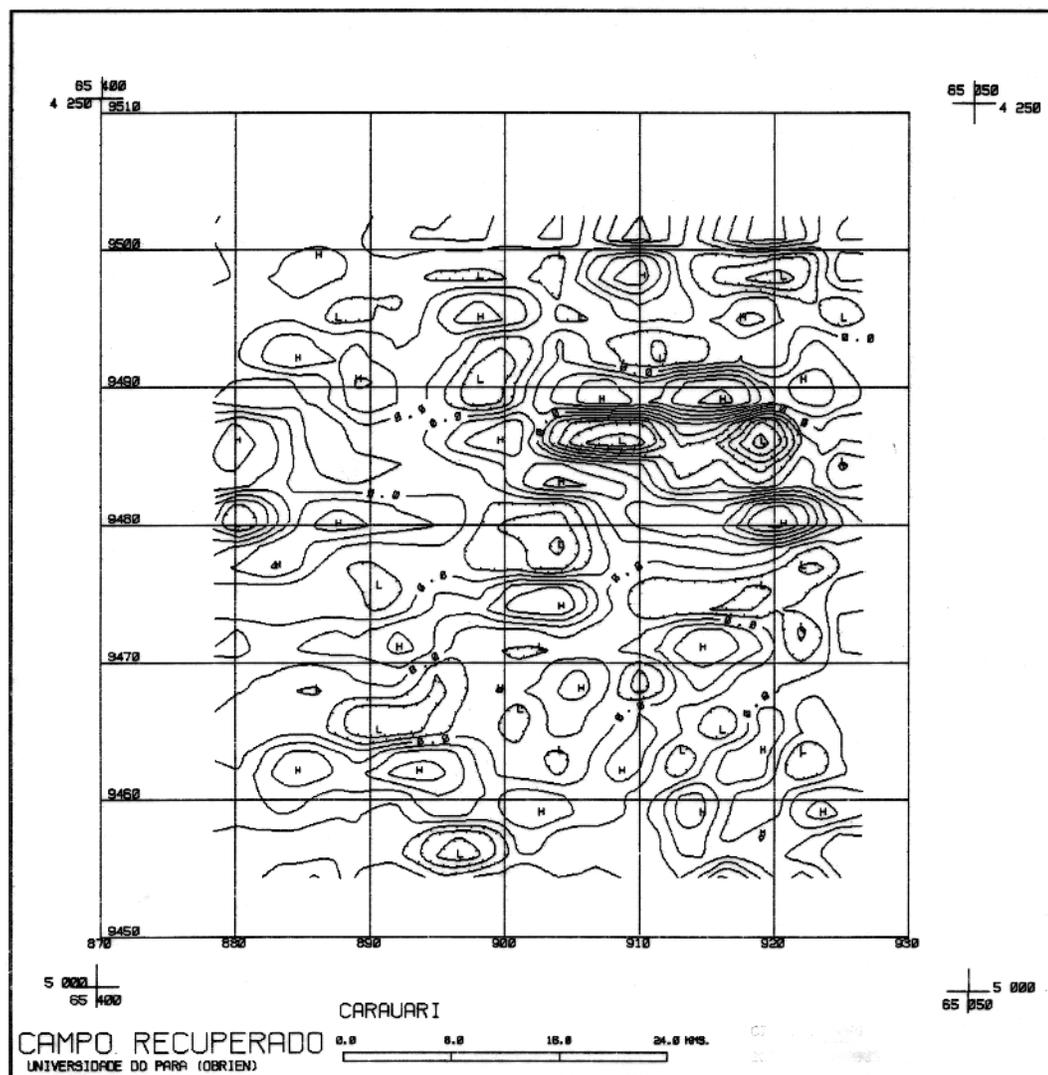


Figura 5.14 - Campo magnético calculado a partir do campo magnético observado (Figura 5.5).  $Z_1 = 1.8\text{km}$ ;  $Z_2 = 2.2\text{km}$ . Utilização do método de inversão *damped least squares*. O  $\lambda$  escolhido tem a mesma magnitude do menor valor singular. Curva de contorno de 6 nT.

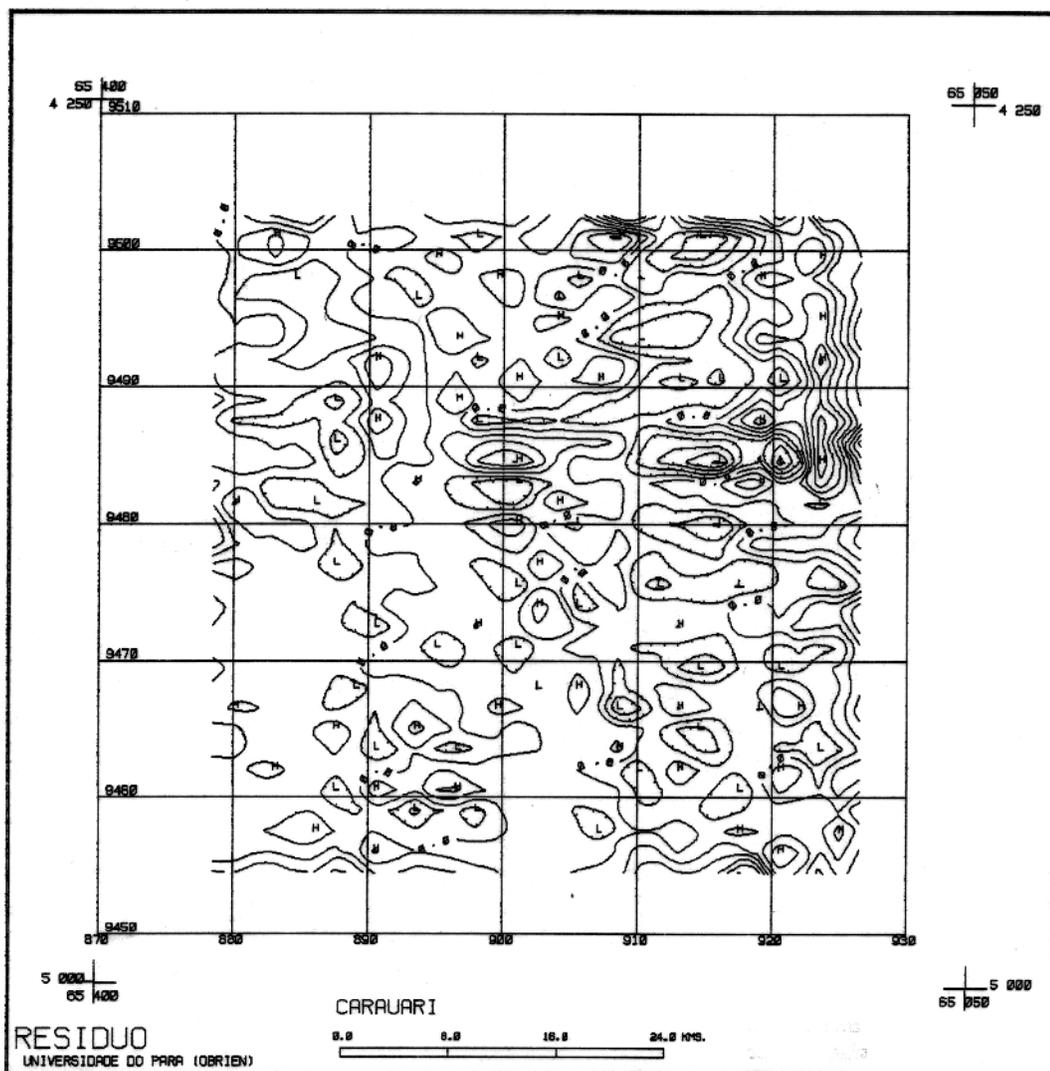


Figura 5.15 - Considerável resíduo entre o campo magnético calculado pela inversão e o campo magnético observado, Figura 5.14 e Figura 5.5 respectivamente. Utilização do método de inversão *damped least squares*. O  $\lambda$  tem a mesma magnitude do menor valor singular. Curva de contorno de 6 nT.

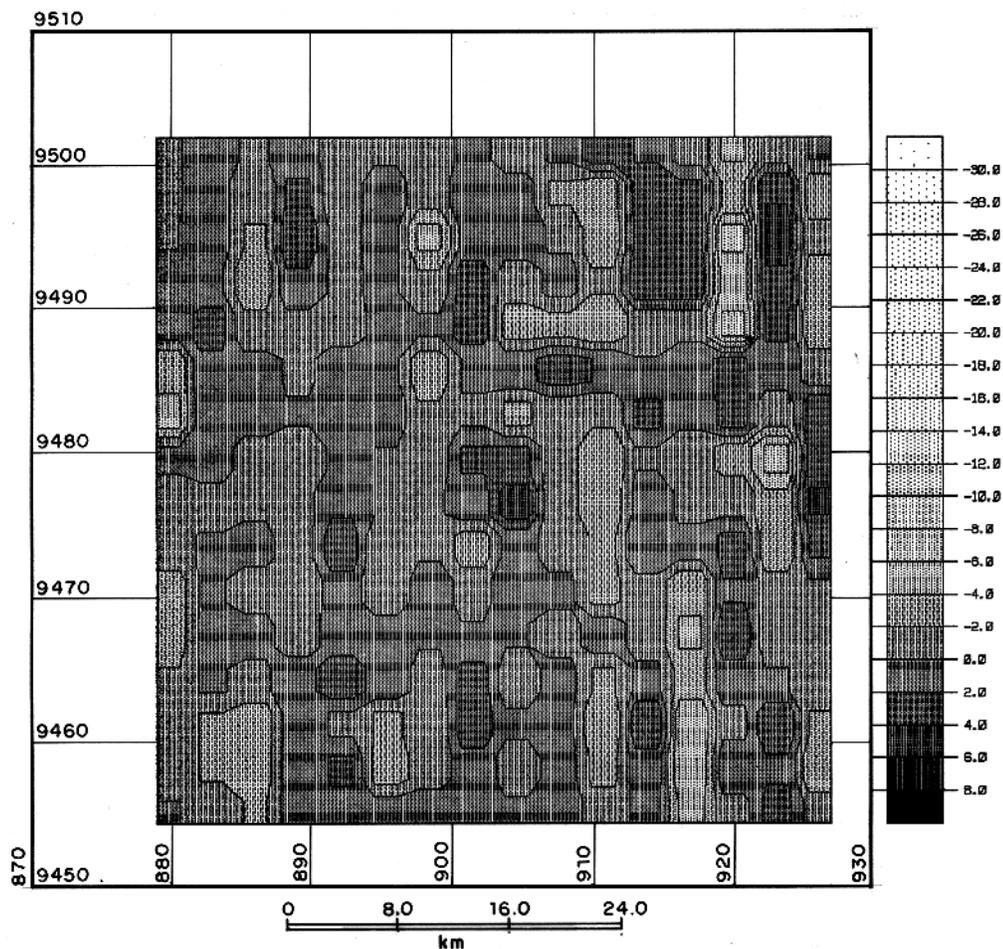


Figura 5.16 - Susceptibilidade das soleiras dado em UCGS multiplicado por  $10^{-3}$ . Esta foi gerado a partir da magnetização calculada pela inversão do campo magnético observado (Figura 5.5). Utilização do método de inversão *damped least squares*,  $\lambda$  tem a mesma magnitude do menor valor singular. O  $\lambda$  escolhido não foi suficiente para introduzir solução satisfatória sobre o ponto de vista geológico na susceptibilidade (observe nas faixas das linhas de vô). Distância em UTM.

valor singular.

Como esperado, houve uma perda do campo ajustado (Figura 5.17). Observa-se magnitude de até 24 nT nas curvas de nível do resíduo (Figura 5.18). Porém, parte das curvas do gráfico de resíduo com alta magnitude têm o padrão das linhas de vôo, ou seja, têm o padrão dos pseudo-alinhamentos (AFFONSO, 1991).

Em relação a solução não satisfatória sobre o ponto de vista geológico na susceptibilidade (altos valores negativos e positivos de susceptibilidade), observou-se uma diminuição considerável da mesma, ou seja, obteve-se resultados satisfatórios. Na Figura 5.19 pode-se constatar uma grande feição de soleira localizada na região centro e nordeste. Esta maior soleira tem o comprimento e largura de aproximadamente 27.0km e 3.0km respectivamente.

### 5.5 Efeito da Focalização na Interpretação de Dados para Modelar a Soleira.

A secção 4.3.4 do capítulo anterior discute técnica de como reconhecer corpos magnetizados de menores dimensões (*Solução para o Problema da Largura do Corpo Magnetizado - Efeito de Focalização*). Pequenas dimensões das soleiras em relação ao embasamento aconselha a aplicação da técnica de focalização sobre a área selecionada.

Na escolha da área focalizada foi utilizado um algoritmo de procura do melhor ajuste. O método de inversão foi os mínimos quadrados. Este algoritmo tenta reconhecer o ponto no qual as fronteiras do corpo magnetizado coincidam com os cruzamentos dos zero segundo Walsh.

A área total da Figura 5.5 é de 48.0km × 48.0km. Sobre a mesma foi focalizado uma área de 24.0km × 24.0km (observe a área destacada da Figura 5.20). Esta área coincide com as de maiores magnitudes de anomalias de campo magnético.

A área escolhida também corresponde àquela que apresenta as maiores anomalias propícias ao modelamento de soleiras a estas profundidade (observe o mapa das profundidades das fontes - Figura 5.3). Este mapa foi obtido a partir da metodologia desenvolvida por LOURES (1991). Este mapa é idêntico ao contido na sua tese.

Quando do cálculo do campo invertido (Figura 5.21) obteve-se um excelente ajuste em relação ao campo observado (Figura 5.20), de forma que, observam-se baixos valores de resíduo entre os dois campos (Figura 5.22).

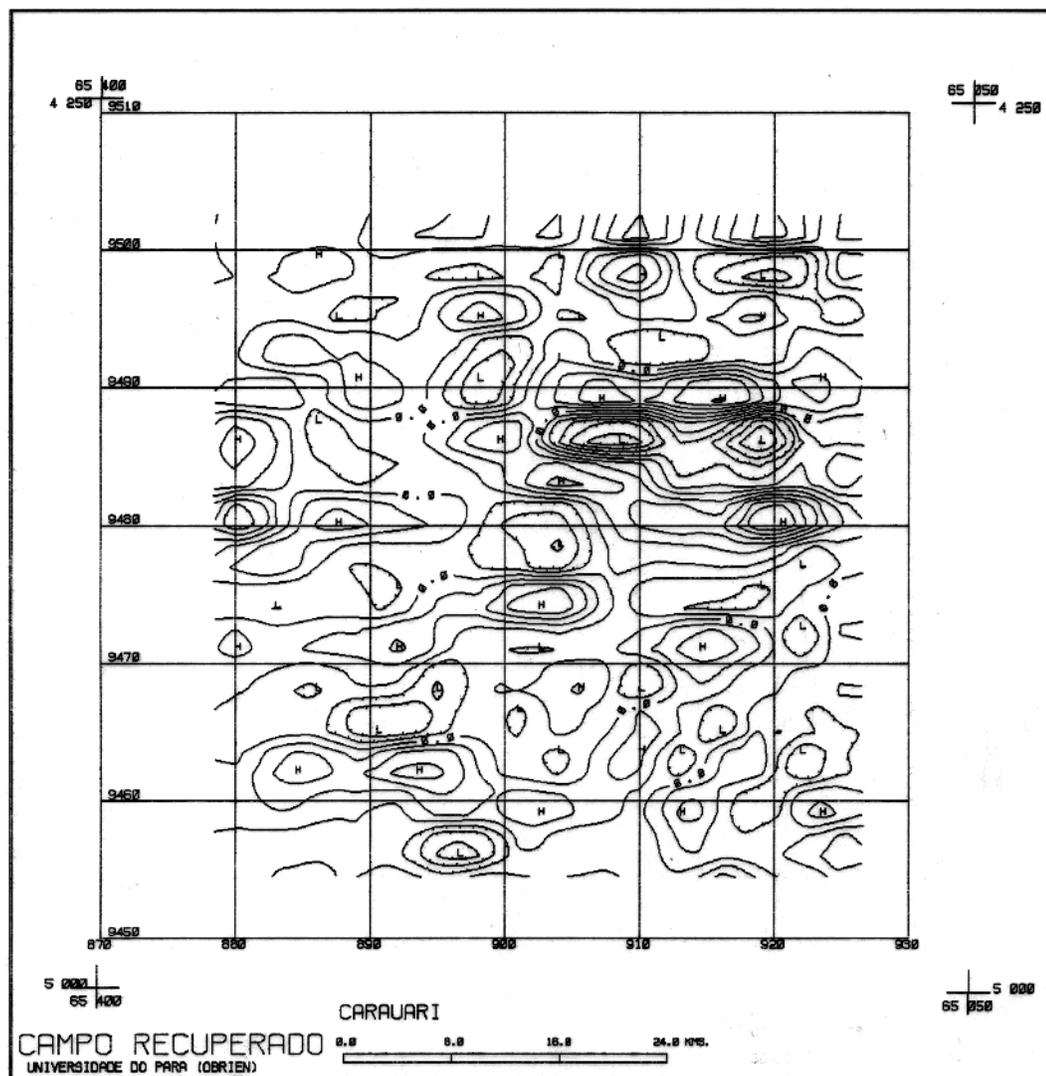


Figura 5.17 - Campo magnético calculado a partir do campo magnético observado (Figura 5.5).  $Z_1 = 1.8\text{km}$ ;  $Z_2 = 2.2\text{km}$ . Utilização do método de inversão *ridge regression*. O  $\lambda$  escolhido tem 4 vezes a magnitude do menor valor singular. Curva de contorno de 6 nT.

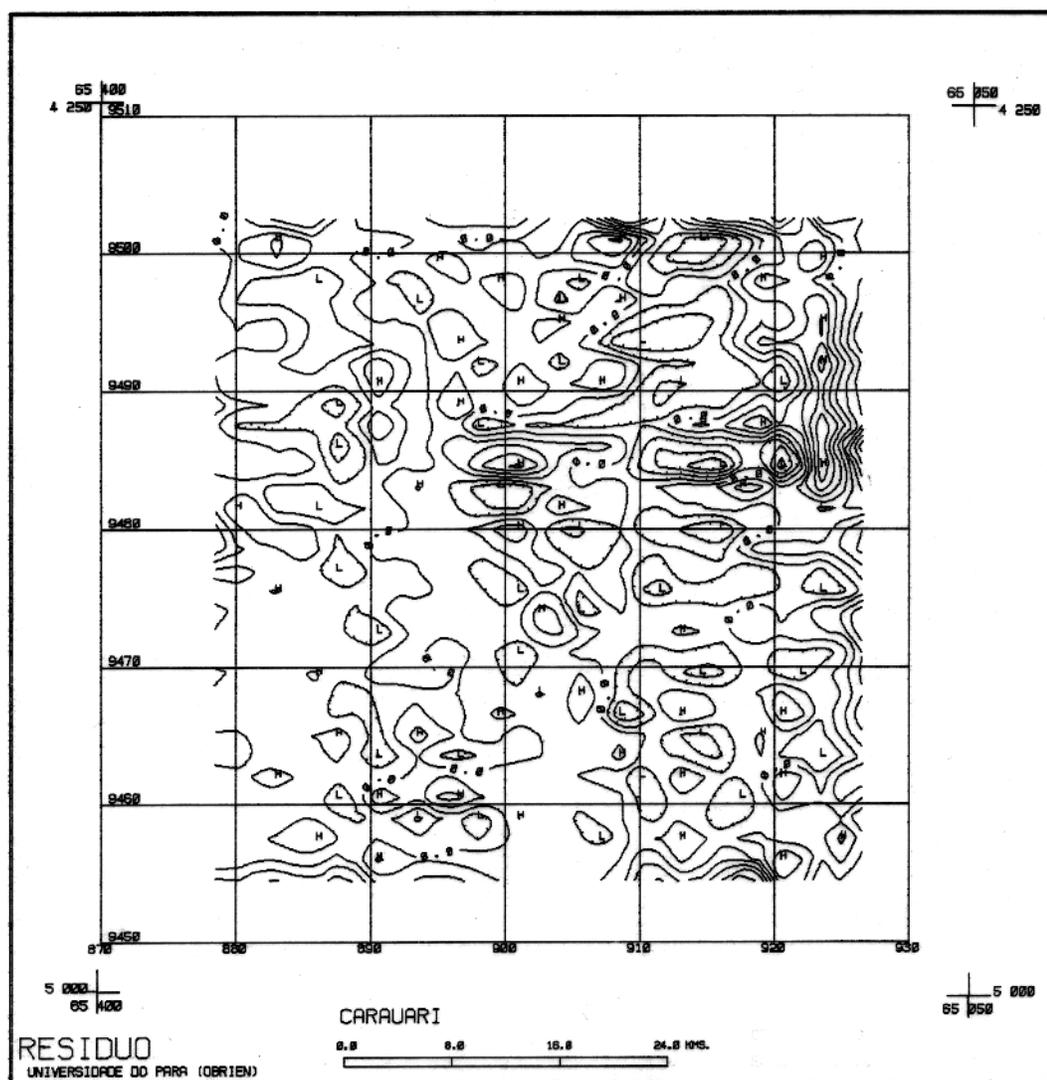


Figura 5.18 - Curva resíduo entre os campos magnéticos calculado e observado (Figura 5.17 e Figura 5.5 respectivamente). Consta-se magnitude de até 24 nT nas curvas. Observou-se que a maior parte das curvas de maior magnitude têm o padrão das linhas de vôo. Curva de contorno de 6 nT.

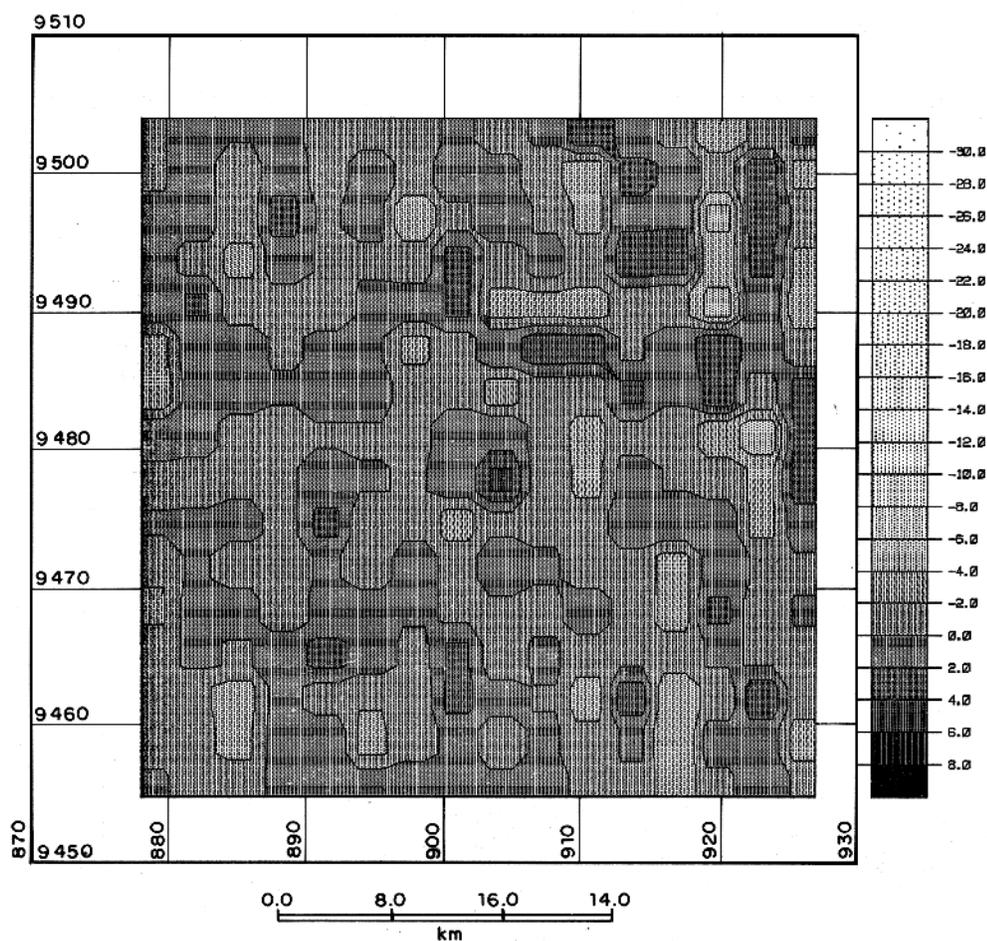


Figura 5.19 - Susceptibilidade das soleiras dado em UCGS multiplicado por  $10^{-3}$ . Esta foi gerada a partir da magnetização calculada pela inversão do campo magnético observado (Figura 5.5). Utilização do método de inversão *ridge regression*. O  $\lambda$  escolhido tem 4 vezes a magnitude do menor valor singular. Observou-se uma diminuição considerável das soluções não satisfatórias sobre o ponto de vista geológico na susceptibilidade (altos valores negativos e positivos de susceptibilidade). Constata-se uma grande feição de soleira localizada na região centro e nordeste da figura. Distância em UTM.

A susceptibilidade (Figura 5.23) foi obtida a partir da magnetização calculada pela inversão do campo magnético. Identicamente ao teste anterior, foram utilizados 256 coeficientes no cálculo da magnetização.

Neste caso, inversão sobre uma área focalizada na qual se quer recuperar 256 coeficientes (jôgo completo da distribuição de walsh até a ordem 8), a menor definição do bloco magnetizado será de  $1.5km \times 1.5km$ . Neste caso, estas dimensões viola o critério de BHATTACHARYA (1980), que é em torno de  $2.7km \times 2.7km$ .

Quando da inversão, observa-se solução não satisfatória sobre o ponto de vista geológico no resultado da susceptibilidade (altos valores negativos e positivos de susceptibilidade na borda leste da área). Porém, de uma forma geral já tem-se uma boa interpretação da área.

O "falso" padrão de susceptibilidade correspondendo à direção das linhas de vôo, ou seja, coincide com os pseudo-alinhamento descrito por AFFONSO (1991).

Foi utilizado o método de inversão *ridge regression* com diferentes valores para  $\lambda$ . De forma que, tenta-se encontrar soluções satisfatórias sobre o ponto de vista geológico na magnetização.

Vários valores para  $\lambda$  foram testados. Porém, o que melhor se adequou foi àquele no qual o  $\lambda$  escolhido tem 4 vezes a magnitude do menor valor singular.

Não foram observadas grandes perdas no campo ajustado (Figura 5.24) em relação ao campo magnético focalizado (Figura 5.20). Observa-se magnitude de no máximo 12 nT nas curvas de nível do resíduo (Figura 5.25). A região na qual ocorre as maiores magnitudes nas curvas de nível do resíduo, coincide com a região que ocorre as pseudo-anomalias descritas por AFFONSO (1991).

No gráfico da susceptibilidade (Figura 5.26) pode-se constatar uma grande feição de soleira cortando toda a região centro e noroeste da mesma. Esta maior soleira tem o comprimento e largura de aproximadamente  $21.0km$  e  $4.5km$  respectivamente.

## 5.6 Considerações sobre a Utilização do Método na Separação entre o Regional e o Residual.

Há várias maneiras de tentar-se isolar a anomalia causada por fontes rasas e fontes profundas (separação entre regional e o residual). Técnica regional-residual na análise de dados em campo potencial pode ser agrupada em gráfica, espectral e polinomial (Nettleton apud BELTRÃO et al., 1991). Utilizando a decomposição de imagens, MOURA (1992) mostrou

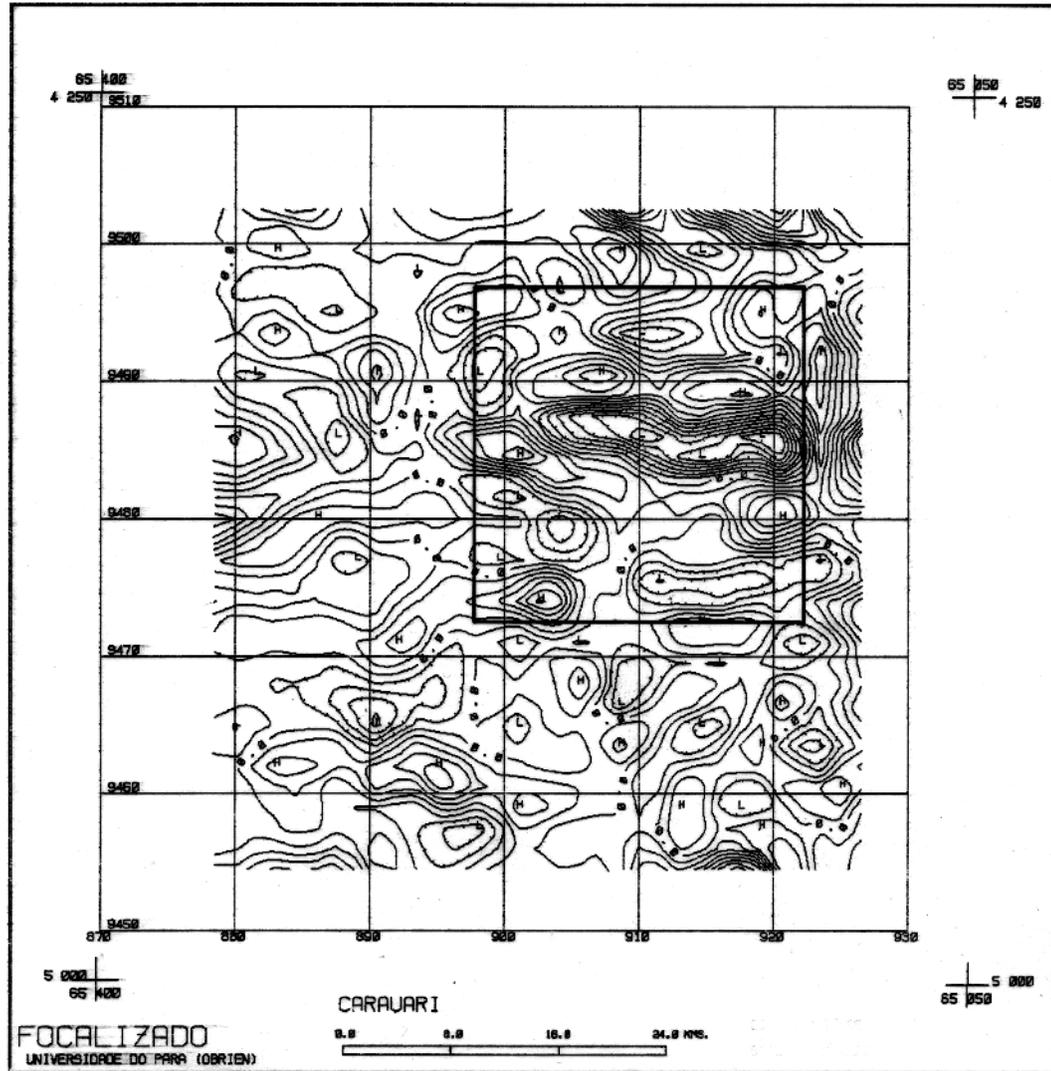


Figura 5.20 - A área em destaque corresponde ao campo magnético focalizado sobre a qual se fará a inversão. A Figura 5.5 e Figura 5.20 são as mesmas. Curva de contorno de 6 nT.

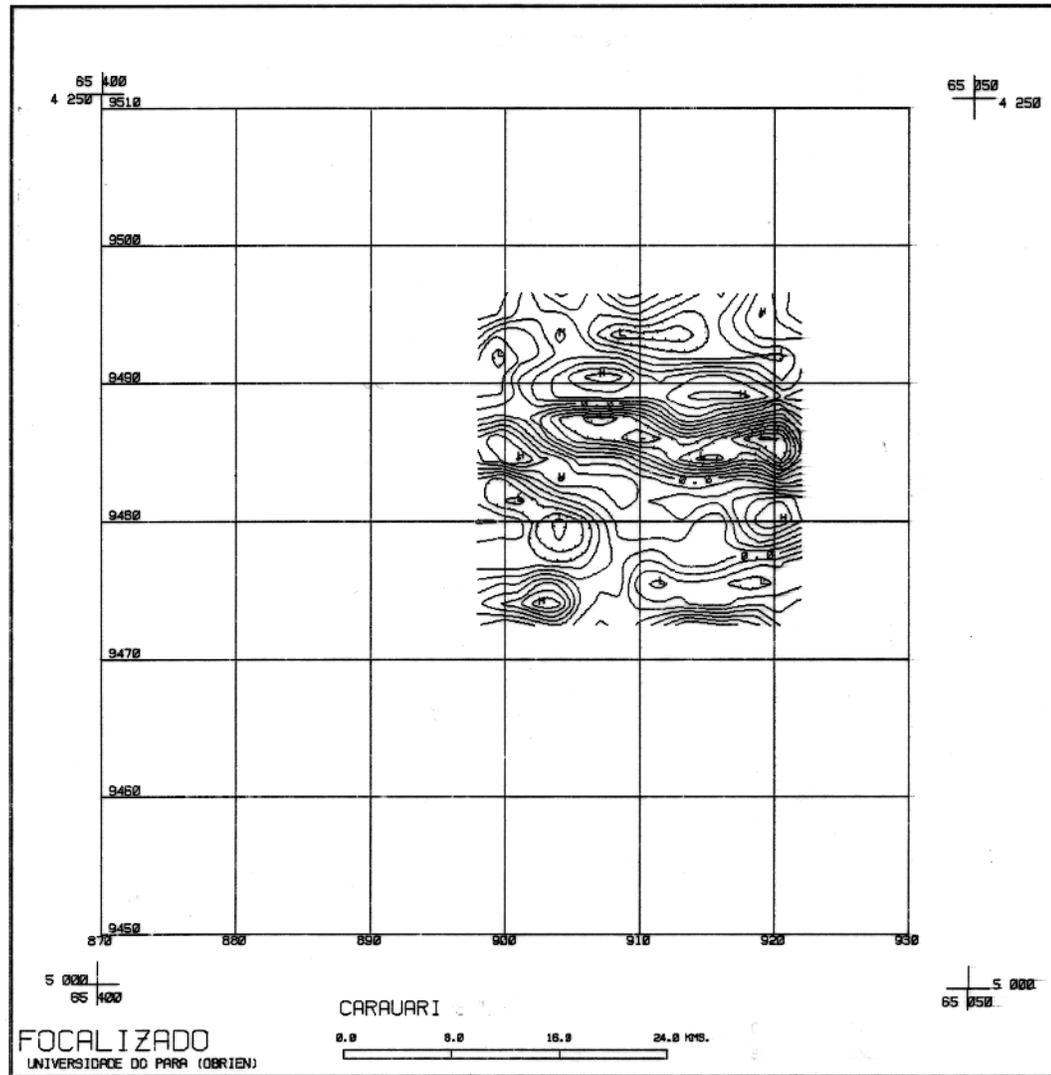


Figura 5.21 - Campo magnético calculado a partir do campo magnético focalizado (Figura 5.20).  $Z_1 = 1.8\text{km}$ ;  $Z_2 = 2.2\text{km}$ . Curva de contorno de 6 nT. Utilização dos mínimos quadrados como método de inversão.

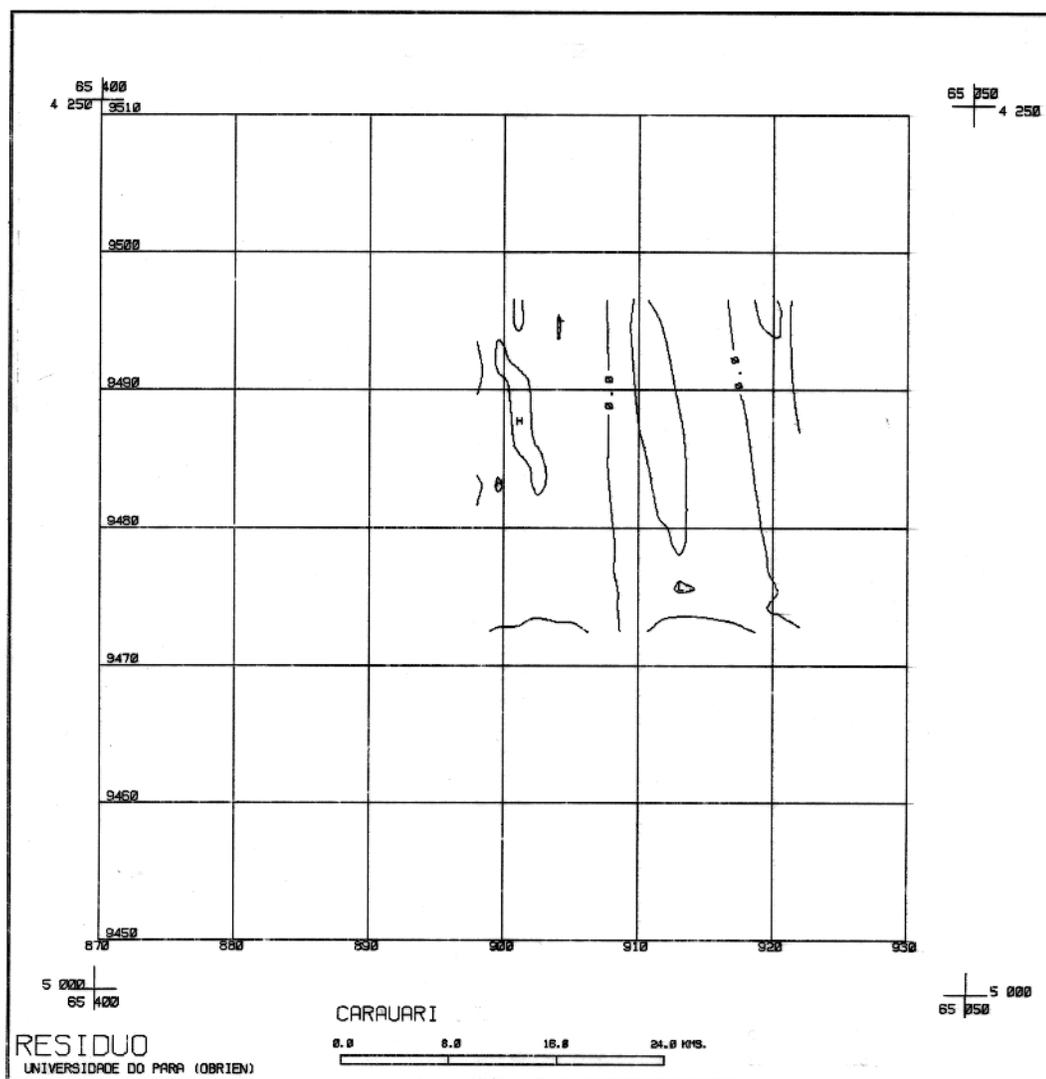


Figura 5.22 - Curva resíduo entre os campos magnéticos calculado (Figura 5.21) e focalizado (Figura 5.20). Constata-se magnitude de no máximo 6 nT nas curvas. Curva de contorno de 6 nT.

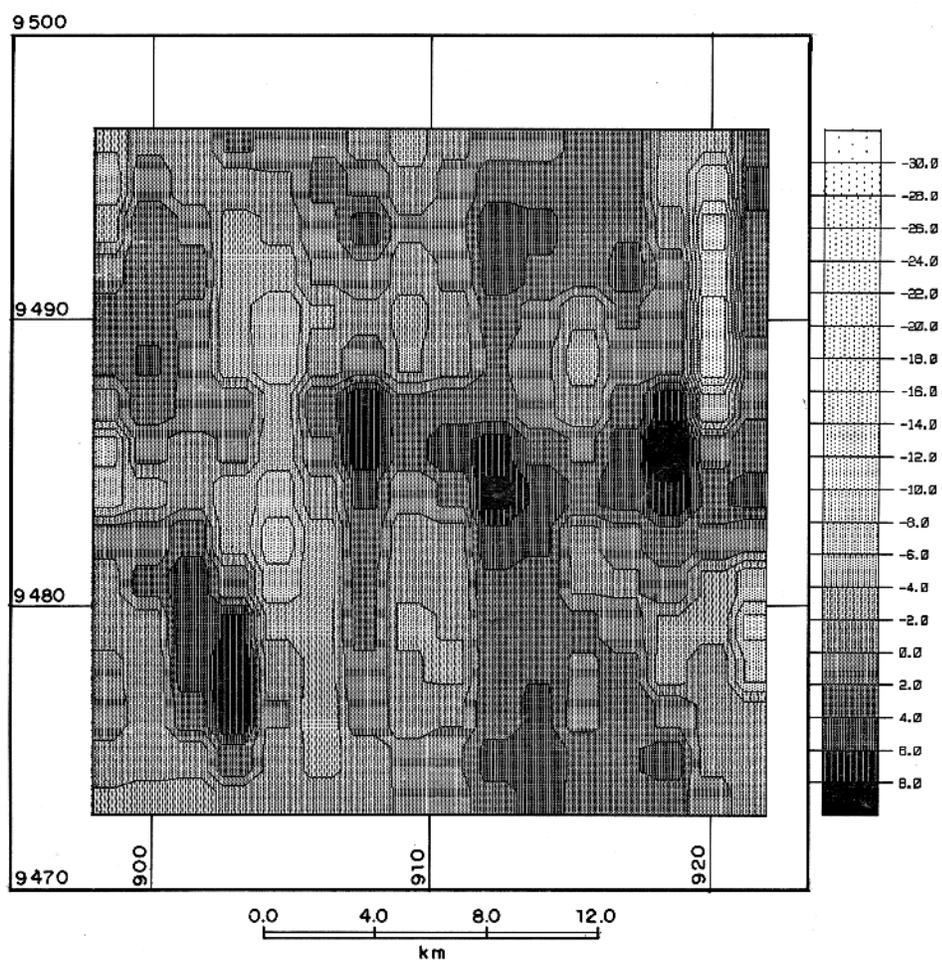


Figura 5.23 - Susceptibilidade das soleiras em UCGS multiplicado por  $10^{-3}$ . Esta foi gerada a partir da magnetização calculada pela inversão do campo magnético focalizado (Figura 5.20). Soluções não satisfatórias sobre o ponto de vista geológico na susceptibilidade (altos valores negativos e positivos de susceptibilidade na borda leste da figura), coincidindo com a direção das linhas de vô. Distância em UTM.

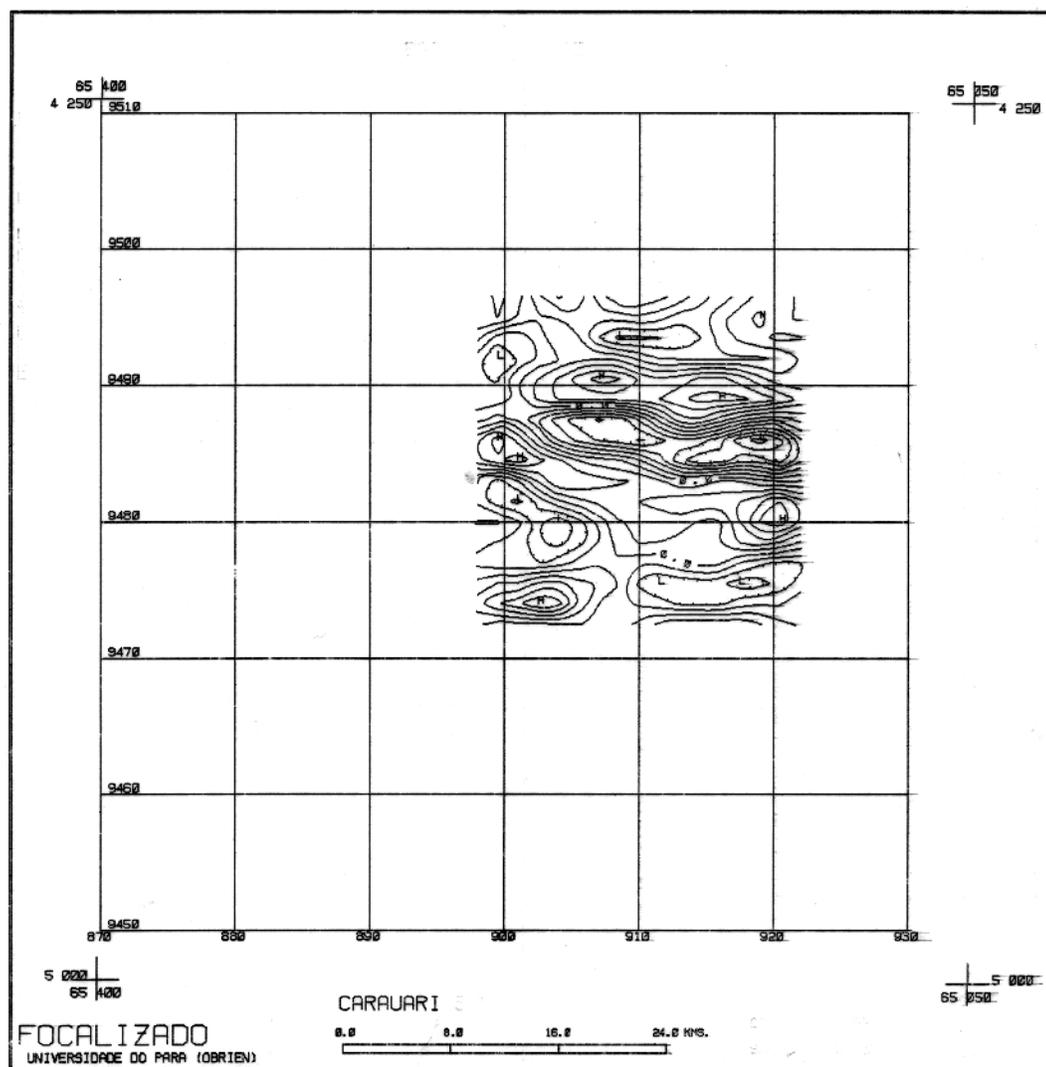


Figura 5.24 - Campo magnético calculado a partir do campo magnético focalizado (Figura 5.20).  $Z_1 = 1.8\text{km}$ ;  $Z_2 = 2.2\text{km}$ . Utilização do método de inversão *ridge regression*. O  $\lambda$  escolhido tem 4 vezes a magnitude do menor valor singular. Curva de contorno de 6 nT.

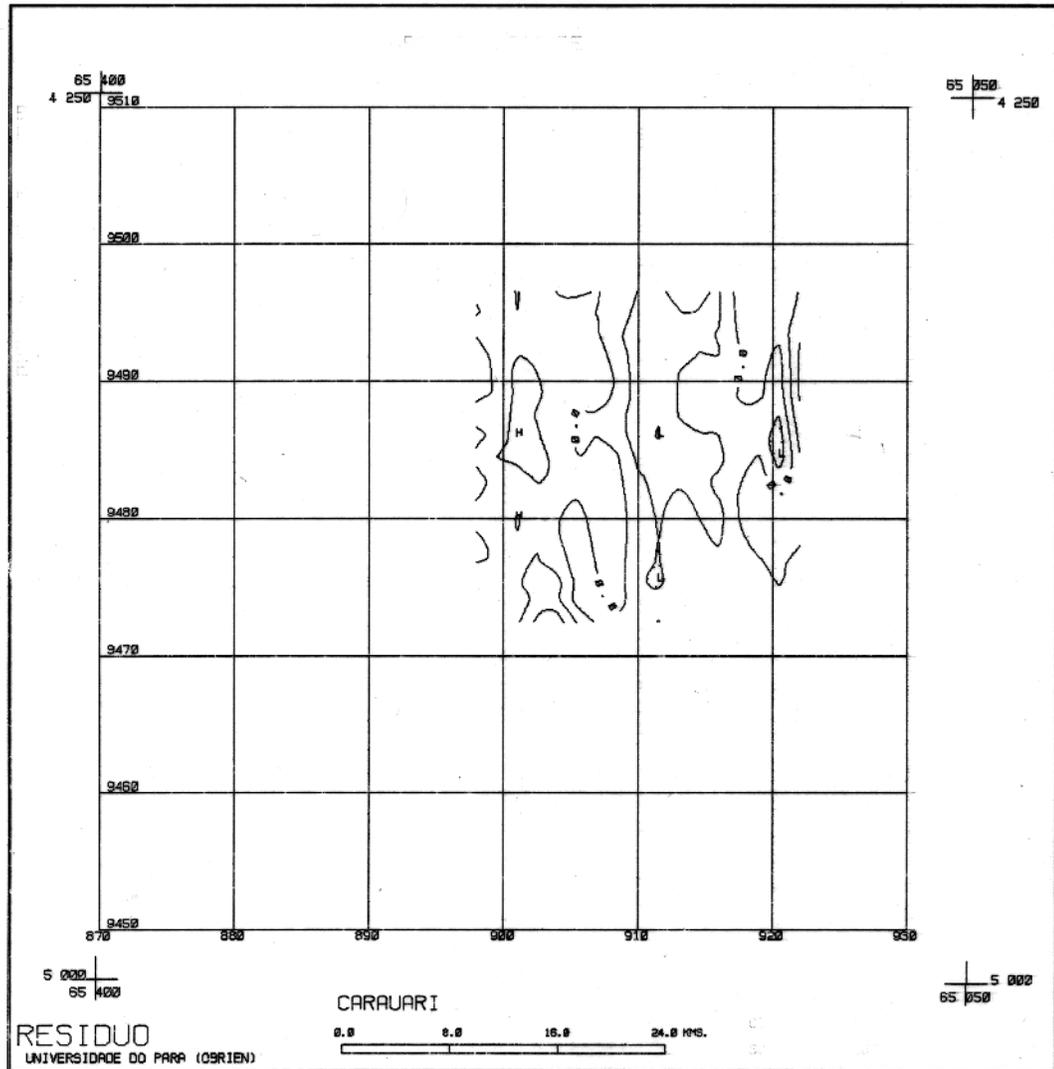


Figura 5.25 - Curva resíduo entre os campos magnéticos calculado (Figura 5.24) e focalizado (Figura 5.20). Consta-se magnitude de no máximo 12 nT nas curvas. Curva de contorno de 6 nT. Utilização do método de inversão *ridge regression*. O  $\lambda$  escolhido tem 4 vezes a magnitude do menor valor singular.

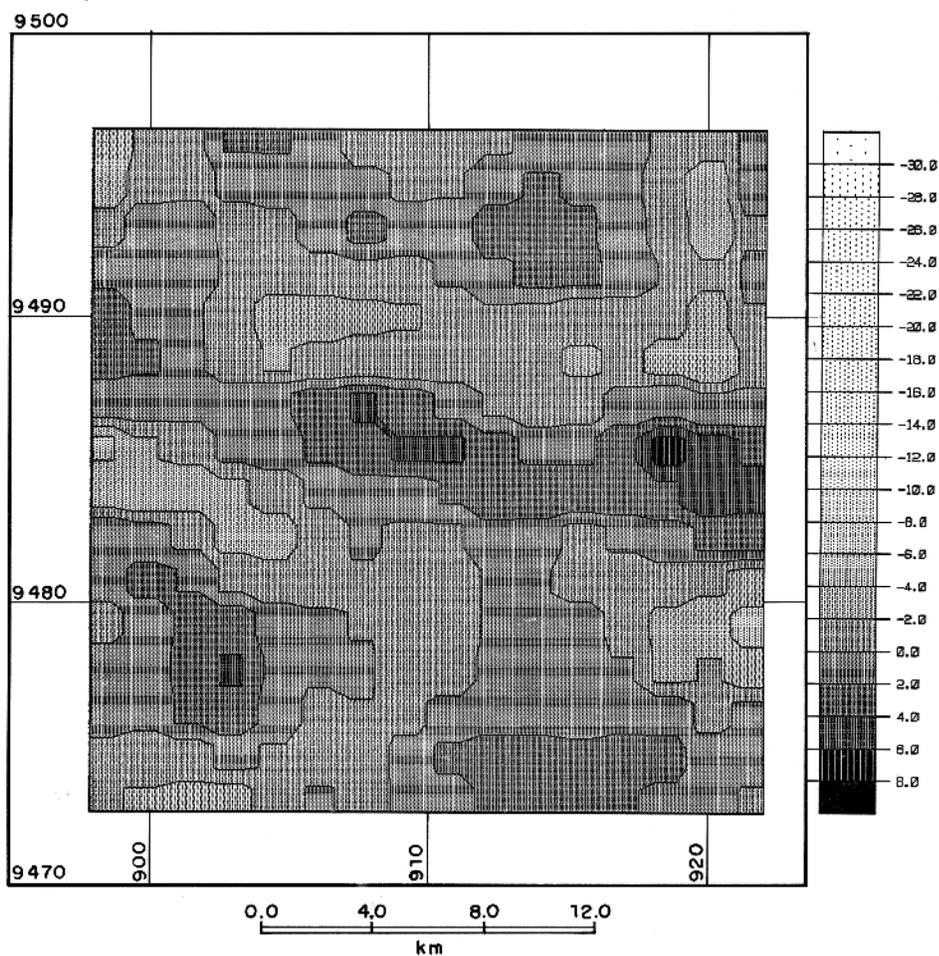


Figura 5.26 - Susceptibilidade das soleiras em UCGS multiplicado por  $10^{-3}$ . Esta foi gerada a partir da magnetização calculada pela inversão do campo magnético focalizado (Figura 5.20). Utilização do método de inversão *ridge regression*. O  $\lambda$  escolhido tem 4 vezes a magnitude do menor valor singular. Constata-se uma grande feição de soleira cortando toda a região centro e noroeste da figura. Distância em UTM.

que é possível a separação do regional residual, desde que, o campo anômalo seja gerado por corpos magnetizados com distribuição bastante simples.

O método gráfico tem duas grandes desvantagens: (i) - não pode ser automatizado; (ii) - subjetividade inerente nos resultados (BELTRÃO et al., 1991).

O método espectral quantifica os resultados. O método consiste basicamente na separação entre o espectro de baixa frequência (regional) e o espectro de alta frequência (residual). É mais rápido e menos subjetivo que o método gráfico. (BELTRÃO et al., 1991).

A principal desvantagem deste método é que o mesmo não consegue separar totalmente o regional do residual, devido as componentes espectrais destas duas anomalias serem sobrepostas tanto na baixa como na alta frequência (BELTRÃO et al., 1991).

No caso do método polinomial, a ordem do polinômio é que irá controlar a separação entre o regional e o residual (altas ordens modela o residual enquanto baixas ordens modela o regional). Ocorre que, baixas ordens do polinômio pode não ser o suficiente para modelar um campo suave porém irregular. No caso de altas ordens pode-se estar modelando também ruído (BELTRÃO et al., 1991).

Para contornar este problema, BELTRÃO et al. (1991) utilizaram a informação *a priori* de que para o caso de campo gravimétrico, o regional e o residual têm o mesmo sinal, ou seja, só é positivo ou só é negativo.

No caso de polinômios descontínuos, como os de Walsh, há a necessidade de poucos termos para descrever variações laterais abruptas de magnetização, desde que as fonteiras dos corpos magnetizados coincidam com os cruzamentos do zero segundo a distribuição de Walsh. Desta forma, não há a necessidade de uma grande quantidade de termos para modelar um campo suave porém irregular gerado pelo embasamento (regional).

Para o caso do residual, quando se modela o campo gerado por fontes rasas pode-se também estar modelando o ruído. Desta forma, quando se usa na inversão os mínimos quadrados, pode-se encontrar pseudo-anomalias (BELTRÃO et al., 1991). No caso do exemplo com dados reais, encontramos soluções não satisfatórias sobre o ponto de vista geológico na susceptibilidade (altos valores negativos e positivos de susceptibilidade). Para contornar este problema, o autor utilizou o *ridge regression*. Este método de inversão introduz suavidade nas soluções.

## 5.7 Considerações Gerais sobre os Resultados dos Testes.

A aplicação da metodologia na inversão de dados reais mostrou que é possível a interpretação dos mesmos, ou seja, é possível a determinação das fronteiras dos corpos, sua magnetização e conseqüentemente a sua susceptibilidade (observe Figura 5.6, Figura 5.19 e Figura 5.26).

A interpretação a partir de levantamentos sísmicos na região da bacia sedimentar do Alto Amazonas é prejudicada devido a grandes intrusões basálticas ocorridas no Neotriássico-Eojurássico (FIGUEIREDO, 1985) quando da separação da América do Norte. Desta forma, a aplicação da metodologia nesta bacia sedimentar adquire uma importância ainda maior.

A utilização dos mínimos quadrados puro resultou em soluções não satisfatórias sob o ponto de vista geológico (altos valores negativos e positivos de susceptibilidade nas bordas leste e oeste das figuras).

A introdução de falsos valores no campo magnético observado devido a má qualidade do levantamento aeromagnético (AFFONSO, 1991) obrigou a utilização de método de inversão *ridge regression*.

Suavidade nas soluções está implícita quando da utilização do método de inversão *ridge regression*. Desta forma, há a introdução de soluções satisfatórias sobre o ponto de vista geológico na susceptibilidade quando da sua utilização.

A utilização de vários  $\lambda$  no modelamento da soleira acarreta em um pior ajuste. Porém, constatou-se que o resíduo tem o padrão gerado pelas linhas de vôo (Figura 5.25). De forma que, optou-se pela utilização de pesos que desse sentido geológico a susceptibilidade.

Observe que na interpretação a partir do levantamento aeromagnético utilizando a metodologia proposta neste trabalho, a mesma foi subdividida em três etapas.

(i) - Foi feita a interpretação do embasamento (observe a Figura 5.6). A partir da interpretação do embasamento foi possível separar o regional. Desta forma, a Figura 5.5 corresponde ao campo magnético observado menos o regional.

(ii) - Um passo intermediário é a inversão de todo o residual (Figura 5.5) para modelar a soleira (A Figura 5.10 corresponde ao campo ajustado para o caso de  $\lambda$  igual a zero).

(iii) - O passo intermediário facilita a escolha da área a ser focalizada. Pois o algoritmo de procura de coincidência entre os cruzamentos do zero segundo a distribuição de Walsh com a fronteira dos corpos magnetizados, pode ser restrita a uma área escolhida a partir da análise dos resultados do passo intermediário. A Figura 5.21 corresponde ao campo ajustado para o

caso de  $\lambda$  igual a zero. Observe que para o caso de  $\lambda$  igual a 4 vezes a magnitude do menor valor singular, o resíduo coincide com a direção das linhas de vôo (Figura 5.25). Neste caso houve a separação de parte do ruído (pseudo-alinhamentos descrito por AFFONSO (1991)).

Quanto ao comportamento dos valores singulares das matrizes de sensibilidade utilizada na inversão, no caso do embasamento e das soleiras, os mesmos não causaram intabilidade nas soluções, apesar do comportamento destes piorarem como profundidade, conforme Anexo I (O'BRIEN<sup>17</sup>, 1992).

No caso das soleiras, houve a necessidade da obtenção de 256 coeficientes. A matriz de sensibilidade comportou-se de uma forma "quase-ortogonal" (Figura 5.13). O número de condição foi de 15.8568.

No caso do embasamento, apesar de um pior comportamento dos valores singulares com a profundidade (Anexo I), houve a necessidade da obtenção de apenas 64 coeficientes (Figura 4.29), na qual não foi introduzido nenhum valor quase zero. O número de condição foi de 31.2047.

Para a obtenção de um melhor ajuste (Figura 5.4 para o embasamento e Figura 5.21 para as soleiras) foi utilizada a técnica de procura do cruzamento do zero, fazendo com que o ajuste coincida com as fronteiras dos corpos magnetizados. No caso da soleira foi também utilizada a técnica de focalização sobre uma área (observe secção 4.3.4 do capítulo anterior).

---

<sup>17</sup>Douglas Patrick O'Brien (informação verbal)

# CAPÍTULO 6

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Os testes, exemplos, formulações teóricas e suas descrições cujo conjunto forma a tese alcançaram os objetivos iniciais propostos na secção 1.6.

Comprovou-se que é possível modelar variações abruptas de magnetização por polinômios descontínuos, tipo polinômios de Walsh.

Com base neste conceito mostrou-se que é possível a determinação do campo anômalo cuja magnetização dos corpos obedecem a distribuição de Walsh, fazendo-se apenas operação de adição e subtração.

Para a determinação do campo há a necessidade de conhecer-se os cruzamentos do zero segundo a distribuição de Walsh, e o campo gerado por um corpo semi-infinito de unidade de magnetização. Sendo assim, foram elaborados os algoritmos *CMPW* e *CMPW - 3D* para o cálculo do campo (caso bidimensional e tridimensional, respectivamente).

A utilização dos algoritmos *CMPW* e *CMPW - 3D* mostrou ser uma forma simples e rápida para o cálculo do campo magnético, na qual constatou-se um custo computacional extremamente reduzido.

Comprovou-se ser possível a inversão do campo magnético quando este é gerado por corpos cuja magnetização é calculada segundo a equação 3.1. Esta equação é derivada da série de Walsh (equação 2.6).

Como uma gama muito grande de corpos magnetizados podem ser modulados segundo a equação 3.1, a metodologia proposta mostrou ser um instrumento muito poderoso na interpretação de levantamento de campo magnético.

O principal obstáculo encontrado quando da inversão dos dados foi causado pela não-invariância por translação dos polinômios de Walsh, outro problema foi causado pela necessidade da utilização do jôgo completo da distribuição de Walsh (sem buracos). Assim sendo, várias técnicas para contornar este problema foram propostas e utilizadas em diversos exemplos.

Constatou-se que a principal causa de ambigüidade do método é devido ao desconhecimento das profundidades das fontes. Com o objetivo de se levantar esta ambigüidade foi utilizada a metodologia desenvolvida por LOURES (1991). A metodologia desenvolvida por LOURES (1991) faz uso das equações homogêneas de Euler para fazer uma estimativa de profundidade das fontes magnéticas.

Apesar de toda a complexidade da área escolhida para utilização da metodologia com dados reais, mostrou-se que é possível a utilização da metodologia para fazer-se interpretação em dados reais, na qual, tentou-se determinada as fronteiras e magnetização do embasamento e das soleiras existentes na área.

Com a necessidade da determinação de uma grande quantidade de coeficientes na interpretação da soleira, observou-se o aparecimento de soluções não satisfatórias sobre o ponto de vista geológico na susceptibilidade dos corpos (altas magnitudes positivas e negativas na susceptibilidade). Desta forma, houve a necessidade da utilização do método de inversão *ridge regression*. Este método de inversão introduz a informação *a priori* de suavidade nas soluções.

Na utilização da metodologia com dados reais proposta neste trabalho, foi feita primeiramente a interpretação do campo gerado por fontes localizadas no embasamento e posteriormente foi feita a interpretação do campo gerado por soleiras, ou seja, foi feita a separação entre o regional e o residual para depois fazer-se a interpretação do campo gerado por estes dois grupos de fontes.

O trabalho como um todo, exigiu a execução de uma grande quantidade de testes, tornando muitas vezes o trabalho cansativo. Porém, a não existência de trabalhos na área tornou imperioso esta quantidade de teste. Não há redundância nos testes. Cada teste tem a finalidade de mostrar o comportamento da metodologia para cada condição específica.

A pesquisa poderia ser bem mais abrangente, entretanto ela foi ajustada aos objetivos e ao tempo disponível para a sua realização. Desta forma, o autor procurou desenvolver uma nova metodologia e concomitantemente aplicá-la em dados sintéticos e reais. Deste modo, algumas linhas de pesquisa para a maior abrangência do assunto ficam aqui apenas enunciadas como sugestões.

(i) - Utilização de uma matriz de pesos variados com a finalidade de estabilizar o processo de inversão. Nos testes com dados reais foi utilizado o método de inversão *ridge regression*. Este método de inversão implica na utilização de uma matriz de pesos constante.

(ii) - Utilizar informação *a priori* no uso da técnica de separação do regional residual, quando se utilizam os polinômios descontínuos, tipo polinômios de Walsh, na análise de dados em campo potencial. .

(iii) - Acoplar vínculo(s) ao algoritmo de inversão proposto neste trabalho (equação 3.16).

(iv) - Acoplar outros estudos ao método de inversão que envolva determinação da profundidade e espessura da camada magnetizada.

(v) - Fazer um estudo dos ruídos introduzidos nas observações e se possível eliminar parte destes.

(vi) - Estender e adaptar este estudo para outras áreas, gravimetria por exemplo.

Como conclusão final podemos afirmar que é possível a formulação e implementação de uma metodologia para interpretar mapas magnéticos usando os polinômios de Walsh.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AFFONSO, A.O. 1991. **Estudo das feições lineares observadas em dados aeromagnéticos da bacia do Solimões a partir de imagens digitais de sombreamento do relevo anômalo total.** Belém, Universidade Federal do Pará. 109p. Tese (Mestrado Geofísica) - Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA, 1991.
- BELTRÃO, J.F.; SILVA, J.B.C.; COSTA, J.C. 1991. Robust polynomial fitting method for regional gravity estimation. **Geophysics**, 56(2): 80-89.
- BHATTACHARRYA, B. K. 1980. A generalized multibody model for inversion of magnetic anomalies. **Geophysics**, 45(2): 255-270.
- BHATTACHARRYA, B. K. & LEU, L. K. 1977. Spectral analysis of gravity and magnetic anomalies due to rectangular prismatic bodies. **Geophysics**, 42(1): 41-50.
- BOHN, E.V. 1983. Recursive expressions for evaluating Walsh coefficients for linear dynamic systems. **Int. J. Systems SCI.**, 14(6): 673-682.
- FIGUEIREDO, A.M.F. 1985. Geologia das bacias brasileiras. In: **CONFERÊNCIA DE AVALIAÇÃO DE FORMAÇÕES NO BRASIL, 1.**, Rio de Janeiro, 1985. **Anais.** Rio de Janeiro, WEC BRASIL. v.1, p. 1-37.
- GUBBINS, D.; SCOLLAR, I.; WISSKIRCHEN, P. 1971. Two dimensional digital filtering with HAAR and WALSH transforms. **Annales de Géophysique**, 27(2): 85-104.
- HARTMAM, R.R.; TESBEY, D.J.; FRIEDBERG, J.L. 1971. A system for rapid digital aeromagnetic interpretation. **Geophysics**, 36(4): 891-918.
- HOOD, P. 1965. Gradient measurements in aeromagnetic surveying. **Geophysics**, 30(4): 890-902.
- JAYNES, E.T. 1982. On the rationale of maximum entropy methods. **Proceedings of the IEEE**, 70(4): 939-952.
- KEATING, P. 1992. Density mapping from gravity data using the Walsh transform. **Geophysics**, 57(4): 637-642.

- KOULOMZINE, T.; LAMONTAGNE, Y.; NADEU, A. 1970. New methods for the direct interpretation of magnetic anomalies caused by inclined dikes of infinite length. **Geophysics**, 35(4): 812-830.
- LANNING, E.N. & JOHNSON, D.M. 1983. Automated identification of rock boundaries: An application of the Walsh transform to geophysical well-log analysis. **Geophysics**, 48(2): 197-205.
- LAWSON, C.L. & HANSON, R.J. 1974. **Solving Least Squares Problems**. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall 340p.
- LOURES, L.G.C.L. 1991. **Interpretação aeromagnética automática com o uso da equação homogênea de Euler e uma interpretação automática da bacia do Solimões**. Belém, Universidade Federal do Pará. 103p. Tese (Mestrado Geofísica) - Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA, 1991.
- MACHADO, S.G.C.L. 1990. **Estudo do comportamento das feições lineares observado em dados aeromagnéticos da bacia do Paraná**. Belém, Universidade Federal do Pará. 144p. Tese (Mestrado Geofísica) - Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA, 1990.
- MENKE, W. 1984. **Geophysical data analysis: discrete inverse theory**. 2ed. Orlando, Florida, Academic Press 260p.
- MOURA, H.P. 1992. **Decomposição em valores singulares aplicada a dados de campo magnético**. Belém, Universidade Federal do Pará. 131p. Tese (Mestrado Geofísica) - Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA, 1992.
- NABIGHIAN, M.N. 1984. Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized Hilbert transforms: Fundamental relations. **Geophysics**, 49(3): 780-786.
- NAUDY, H. 1971. Automatic determination of depth on aeromagnetic profiles. **Geophysics**, 36(4): 717-722.
- O'BRIEN, D.P. 1971. CompuDepth, a new method for depth to basement computation. In: ANNUAL INTERNATIONAL MEETING SOC. EXPLOR. GEOPHYSICS, 42., Anaheim, 1972. **Anais**. Anaheim, SEG. v.1, p. 187-190.
- POOMAR, C.P. 1991. A Walsh sequency filtration method for integrating the resistivity log and sounding data. **Geophysics**, 56(8): 1259-1266.

- REID, A.B.; ALLSOP, J.M.; GRANSER, H.; MILLETA, A.J.; SOMERTON, I.W. 1990. Magnetic interpretation in three dimensional using Euler deconvolution. **Geophysics**, 55(1): 80-91.
- TALWANI, M. 1965. Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape. **Geophysics**, 30(5): 797-817.
- TARANTOLA, A. & VALETE, B. 1982. Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion. **Reviews of geophysics and space physics**, 20(2): 219-232.
- THOMPSON, D.T. 1982. EULDPH: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data. **Geophysics**, 47(1): 31-37.
- WANG, X. & HANSEN, R.O. 1990. Inversion for magnetic anomalies of arbitrary three-dimensional bodies. **Geophysics**, 55(10): 1321-1326.

## ANEXO I

### COMPORTAMENTO DOS AUTOVALORES COM A PROFUNDIDADE

O espectro de autovalores da matriz de sensibilidade **A** mostra um comportamento aproximadamente exponencial. Como exemplo de decaimento do espectro de autovalores podemos citar a Figura 4.31 no capítulo 4 e a Figura 5.13 no capítulo 5. Este tipo de comportamento pode ser teoricamente predeterminado a partir do modelo polinomial de Walsh.

Considere a distribuição de magnetização bidimensional  $m(x')$  localizada dentro do embasamento na profundidade  $z$ . Assumamos que esta distribuição pode ser escrita como:

$$m(x') = \sum_{j=1}^M m_j wal(j, x'). \quad (I.1)$$

Na qual, a variável  $wal(j, x')$  significa distribuição de Walsh do tipo *Cal* ou *Sal*. O ordenamento de  $wal(j, x')$  não é importante. A função I.2 é ortogonal no intervalo  $[0, 1]$ .

Nós geramos o campo  $T(z)$  a partir da convolução de uma camada magnetizada dentro do embasamento com o campo causado por uma fina lamina vertical na profundidade  $z$ ;

$$T(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta T(x - x', z) m(x') dx' \quad (I.2)$$

na qual,  $\Delta T$  é o campo causado por uma fonte delgada e vertical dentro da camada.

Seja o campo  $\Delta T$  escrito em termos da transformação inversa de Fourier:

$$\Delta T(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|k_x|z} e^{ik_x x} dk_x. \quad (I.3)$$

Substituindo as equações I.1 e I.3 na equação I.2 e rearranjando a ordem da mesma, nos obteremos:

$$\begin{aligned} \Delta T(x, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_x x} e^{-|k_x|z} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ik_x x'} \sum_{j=1}^M m_j wal(j, x') dx' dk_x \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_x x} e^{-|k_x|z} \sum_{j=1}^M m_j W(j, k_x) dk_x; \end{aligned} \quad (I.4)$$

onde

$$W(j, k_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ik_x x'} wal(j, x') dx' = \int_0^{+1} e^{-ik_x x'} wal(j, x') dx',$$

os polinômios de Walsh são estendidos sobre o intervalo infinito por colocar os zeros fora do intervalo  $[0, 1]$ .

Para facilitar a comparação entre a equação I.4 e a decomposição de  $A$ , introduzimos a teorema sobre a ortogonalidade de  $W$  (GUBBINS et al., 1971);

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} W(n, k_x) W^*(m, k_x) dk_x &= \int_0^{+1} \int_0^{+1} wal(m, x'') wal(n, x') \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ik_x(x' - x'')} dk_x dx'' dx' \\ &= 2\pi \int_0^{+1} wal(n, x') wal(m, x') dx' \\ &= 2\pi \quad (n = m) \\ &= 0 \quad (n \neq m). \end{aligned} \tag{I.5}$$

O teorema acima é uma consequência natural da teorema de Parseval.

No caso discreto, a decomposição (SVD) da matriz de sensibilidade é dada da seguinte forma:

$$A = U \Lambda V^t.$$

Na qual,  $\Lambda$  é uma matriz diagonal de autovalores da matriz de sensibilidade  $A$ .  $U$  e  $V$  são matrizes semi-ortogonal. No caso contínuo (dado pela equação I.4), o conjunto  $W(n, k_x)$  são análogos a matriz discreta  $V^t$ , enquanto nas funções ortogonais de Fourier  $e^{ik_x x}$  são análogos a matriz discreta  $U$ . De forma que, a matriz de autovalores  $\Lambda$  deve comporta-se com;

$$\lambda_j \propto e^{-c_j x};$$

e o seu decaimento é exponencialmente proporcional a sua profundidade na subsuperfície. Alguns tipos de comportamento podem ficar estabilizados, para o caso tridimensional.

## ANEXO II

### O PESO $\lambda$

O'BRIEN<sup>18</sup> (1992) determina o valor de  $\lambda$  a partir de  $\sigma^2$  e  $\beta^2$ , variância do ruído e das soluções respectivamente. Observe o desenvolvimento abaixo.

Seja o seguinte sistema linear  $Ay = b$ , no qual  $y$  é os coeficientes do polinômio de Walsh e  $b$  é o vetor campo observado.

Considere-se que cada componente linear do vetor  $y$ , que inclui a magnetização do prisma, pode ser descrito como a probabilidade  $p(y_j; \beta_j)$ , na qual:

$$p(y_j; \beta_j) = \frac{\beta_j^{-1}}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y_j^2}{2\beta_j^2}\right). \quad (\text{II.1})$$

Na qual  $\beta_j$  é a variância *a priori* de cada estimativa de magnetização de  $y$ . O argumento  $\sqrt{2}\beta_j$  pode ser visto como o  $j$  ésimio elemeto diagonal da matriz  $C$  de covariância (TARANTOLA & VALETTE, 1982). Logo,

$$\beta_j = r_j \beta.$$

Na qual  $r_j$  é o  $j$  ésimio elemento da matriz diagonal  $R$  de pesos. No caso particular quando  $r_j = 1$  implica que  $\beta_j = \beta$ . No caso do uso dos polinômios de Walsh,  $\beta$  pode ser uma estimativa *a priori* da variancia na província geológica, ou seja, pode se estimar *a priori* o desvio padrão da magnetização das rochas encontradas na província.

No caso geológico geralmete pode estabelecer-se valores razoáveis para  $\beta^2$  (variância composta das estimativas de magnetização). Portanto, assume-se que  $\beta$  pode ser calculado *a priori*.

A probabilidade conjunta do modelo funcional  $M$  é definido como:

$$P(y|\beta, I) = \frac{\beta^{-M}}{(2\pi)^{\frac{M}{2}}} \exp\left(-\frac{y^t y}{2\beta^2}\right). \quad (\text{II.2})$$

---

<sup>18</sup>Douglas Patrick O'Brien (informação verbal)

Segundo JAYNES (1982) assume-se a probabilidade Gaussiana para a função ruído. A diferença entre os dados observados e o modelo é o ruído. Desta forma, a probabilidade de se obter os dados ajustados dado o modelo, é proporcional a função conjunta máxima verossimelhança. Assim sendo, tem-se:

$$\begin{aligned}
 P(\mathbf{y}|\mathbf{b}, \beta, I) &\propto P(\mathbf{y}|\beta, I) \times P(\mathbf{b}|\mathbf{y}, \beta, I) \\
 &= \frac{\sigma^{-N} \beta^{-M}}{(2\pi)^{\frac{N+M}{2}}} \times \exp\left(-\frac{(\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{y})^t(\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{y})}{2\sigma^2}\right) \times \exp\left(-\frac{\mathbf{y}^t\mathbf{y}}{2\beta^2}\right) \quad (\text{II.3})
 \end{aligned}$$

Uma solução de “mínimos quadrados”, ou seja, uma solução que maximize a solução probabilidade é dado quando da diferenciação da equação II.3 com respeito aos parâmetros desconhecidos. Desta forma, igualando a zero, o vetor  $\mathbf{y}$  será dado por:

$$\mathbf{y} = (\mathbf{A}^t\mathbf{A} + \lambda^2\mathbf{I})^{-1}\mathbf{A}^t\mathbf{b} \quad (\text{II.4})$$

A equação II.4 é denominada como uma solução *damped least square* (LAWSON & HANSON, 1974). É também a equação do problema de *ridge regression* com:

$$\lambda^2 = \frac{\sigma^2}{\beta^2}$$

Desta forma, quando  $\lambda$  for diferente de zero, implicitamente estamos assumindo a existência de informação *a priori*. Na falta de informação, o valor de  $\lambda$  pode ser variado até conseguir-se uma solução razoável do ponto de vista geológico.