EMERSON BATISTA GOMES

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO DA MATEMÁTICA

PERSPECTIVAS EPISTEMOLÓGICAS E EVOLUÇÃO DE CONCEITOS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

BELÉM

2005

EMERSON BATISTA GOMES

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO DA MATEMÁTICA

PERSPECTIVAS EPISTEMOLÓGICAS E EVOLUÇÃO DE CONCEITOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

BELÉM

2005

G633h GOMES, Emerson Batista

História da Matemática como metodologia de ensino da Matemática: perspectivas epistemológicas e evolução de conceitos / Emerson Batista Gomes; orientação Adilson Oliveira do Espírito Santo. – Belém, [s.n], 2005.

120 f.
Dissertação (Mestrado). Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, 2005.
1. Matemática – História. 2. Educação Matemática. 3. Matemática – Estudo e ensino. I. Título
CDD: 19. ed.: 509

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
NÚCLEO PEDAGÓGICO DE APOIO AO DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO
PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS
MESTRADO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO DA MATEMÁTICA

PERSPECTIVAS EPISTEMOLÓGICAS E EVOLUÇÃO DE CONCEITOS

Avaliado por:

____
Prof. Dr. Adilson O. do E. Santo
Orientador

____
Prof.Dr. Francisco Hermes Santos da Silva
Co-orientador

____
Prof. Dr. José Jerônimo
Co-orientador

____
Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves
Suplente

Data 28 / 02 / 2005

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

BELÉM

2005

DEDICATÓRIA

DEDICO ESTE TRABALHO ÀS MINHAS FILHAS EMILY CRISTIANE, MILENE CRISTINA E ELEM CRISTINA E A MINHA ESPOSA MARCELA QUE TENHO COMO MEUS SIGNIFICADOS DE VIDA.

AGRADECIMENTOS

AGRADEÇO A TODA A MINHA FAMÍLIA POR FAZEREM PARTE DA CONSTRUÇÃO INICIAL DE MEUS VALORES E A TODOS OS PROFESSORES QUE ME DERAM A OPORTUNIDADE DE ESTAR CONCLUINDO O MESTRADO E POR TEREM-ME INCURTIDO CONCEITOS FILOSÓFICOS, ETICOS E EDUCACIONAIS.

Resumo

Somos frequentemente tachados de uma população sem memória, não por não termos passado, isso seria absurdo sendo que nossa pátria é responsável por várias construções culturais e conquistas científico-tecnológicas. O problema reside no caráter de negligência que a maioria da população está habituada quando da conservação dos bons valores e saberes. Sendo assim, muitas atividades e procedimentos são tratados com descaso por esta parte da população. Não estamos tratando aqui apenas da população com pouco ou nenhum acesso à educação, mas das classes "intelectualizadas" que confiam na ciência como algo acabado e sem fundamentação histórica, uma vez que primam pelos resultados obtidos e não pelos meios de construção destes conhecimentos. É neste contexto que julgamos se justificar nossa asserção epistemológica.

Possuímos o entendimento de que nada relacionado ao processo de ensino deve ser tratado sem uma formação conceitual paltada na sua história. Isto por acreditarmos que somente após um ato de reflexão sobre as ações praticadas no cotidiano acadêmico, podemos perceber as devidas relações incorporadas ao campo da consciência pessoal, social e cultural. Tendo incorporado tal ideal, sentimos a necessidade de respaldo no certame da Educação Matemática, mais especificamente em se tratando da defesa da História da Matemática como metodologia de ensino. Para tanto investigamos por meio de um questionário as posições quanto à educação, à história e à matemática de diversos professores da rede pública e particular de ensino. Os pensamentos destes professores foram de grande importância para moldar as formas com que abordaríamos nossa defesa da história como metodologia de ensino da matemática. Julgamos importante, ainda, explicitar nossa maneira de conceber a reflexão por meio da construção do conhecimento, sendo este tratado tanto em cunho filosófico como psicológico. A construção da dissertação não estaria completa se não discutíssemos as formas de percepção da história no decorrer dos tempos e a nossa concepção da história como metodologia de ensino. Por isso fizemo-lo, com a esperança de estarmos contribuindo para a melhoria da postura dos professores de matemática em sala de aula e da consciência de que devemos ter memória da construção de nossos saberes.

Palavras Chave: cognição, história da matemática, evolução de conceitos.

Abatract

We are frequently censured of a population without memory, not for we have not passed, that would be absurd and our homeland is responsible for several cultural constructions and you conquer scientific-technological. The problem resides in the negligence character that most of the population is habituated when of the conservation of the good values and you know. Being like this, a lot of activities and procedures are treated with neglect by this part of the population. We are not being here just about the population with not very or any access to the education, but of the class “intellectualized” that trust in the science as something finish and without historical foundation, once they excel for the obtained results and not for the means of construction of these knowledge. It is in this context that we judged he/she/it to justify our assertion epistemological.

We possessed the understanding that nothing related to the teaching process should be treated without a formation conceptual paltada in its history. This for we believe that only after a reflection act about the actions practiced in the daily academic, we can notice the due relationships incorporated to the field of the personal, social and cultural conscience. Having incorporated such ideal, we felt the back-up need in the certain of the Mathematical Education, more specifically in if being about the defense of the History of the Mathematics as teaching methodology. For so much we investigated by means of a questionnaire the positions with relationship to the education, to the history and the several teachers' of the public net mathematics and peculiar of teaching. The these teachers' thoughts went of great importance to mold the forms with that would approach our defense of the history as methodology of teaching of the mathematics. We judged important, still, our explicit way to conceive the reflection by means of the construction of the knowledge, being this treated so much in philosophical stamp as psychological. The construction of the dissertation would not be complete if we didn't discuss the forms of perception of the history in elapsing of the times and our conception of the history as teaching methodology. That we made it, with the hope of we be contributing to the improvement of the mathematics teachers' posture in class room and of the conscience that should have memory of the construction of ours you know.

Words Key: cognition, history of the mathematics, evolution of concepts.

Sumário

INTRODUÇÃO

Parece-nos, à primeira vista, que o uso didático da História da Matemática no ensino da Matemática é tema já significativamente explorado. Foram tantos os especialistas que deixaram suas impressões sobre essa temática, e são vários os profissionais da Educação – incluem-se aqui filósofos, psicólogos, pedagogos e inúmeros matemáticos – que discorrem sobre o assunto, fazendo-nos supor se tratar de um campo pouco prolífero quanto a explorações. No entanto, há ainda muito a se refletir sobre como utilizar os recursos e conhecimentos, até então obtidos de forma objetiva e sistemática no processo de ensino/aprendizagem.

Crente de poder oferecer uma nova abordagem metodológica ao ensino da Matemática, através da História da Matemática, aceitei de bom grado o desafio de desenvolver um procedimento teórico de conduta que possibilitasse ao professor de matemática um melhor resultado em sala de aula. Na verdade, a idéia surgiu de um *insight* do professor Adilson Oliveira do Espírito Santo (meu orientador), durante uma de suas aulas da disciplina "História da Matemática" do curso de mestrado do NPADC. Tratava-se de se utilizar a *evolução histórica de conceitos matemáticos*.

A idéia não era de todo nova, uma vez que encontramos diversas bibliografias que tratam da evolução de conceitos matemáticos. O problema é que em sua maioria não são literaturas triviais. Em geral, tratam de temas específicos ou não são direcionadas aos alunos de forma adequada, por isso vimos (o professor Adilson e eu) a possibilidade de organizar tais conhecimentos de forma a serem utilizados através de uma metodologia de ensino, passível de ser praticada em todos os níveis educacionais e enquadrada nos ideais de uma educação cívica, crítica e reflexiva.

Obtido o tema de pesquisa, foi-nos necessário dar dois passos importantes para a efetivação da proposta:

- Fazer uma revisão bibliográfica exaustiva, de tal forma que nos situasse sobre os aspectos e visões detidos pelos vários autores acerca da História da Matemática e como estas acepções refletiram no ensino da Matemática;

- Obter a visão de profissionais mais próximos de nossa realidade quanto ao ensino da Matemática, para tornar a nova metodologia possível em nosso meio, mesmo que esta se apresente em cunho teórico e utópico[1].

Dentre as referências bibliográficas que julgamos mais importantes para a elaboração da proposta figuram a *Psicologia do Desenvolvimento* de Jean Piaget, a *Psicogênese e História das Ciências* de Jean Piaget e Ronaldo Garcia, a *Matemática e História* de Carlos Roberto Viana e a *Arte de Contar* e *O Discreto e o Contínuo na História da Matemática* de Antônio Carlos Brolezzi e a *História da Matemática na Educação Matemática*, de Antônio Miguel e Maria Ângela Miorim.

Para obter a visão local[2], mesmo que parcial, da situação do ensino de Matemática a partir da História da Matemática, colhemos através de um questionário (em anexo) as idéias de 47 professores de Matemática que atuam nas redes Federal, Estadual, Municipal e/ou Particular de ensino. Procuramos descobrir quais as perspectivas e dificuldades destes professores quanto ao tema em questão, para basear um desenvolvimento construído dentro de suas realidades e tendo por pretensão apresentar a *evolução histórica de conceitos matemáticos* como uma metodologia aplicável em sala de aula.

Neste processo investigatório, encontramos vários argumentos que reforçaram nosso entendimento de que é necessária uma atitude de tomada de consciência da realidade por parte dos próprios professores, para que, de modo crítico, possam descobrir os caminhos a serem seguidos em sala de aula. Percebemos, ainda, a necessidade da discussão epistemológica sobre a tomada de consciência, por considerarmos a única forma possível de modificação da posição de um indivíduo em relação à realidade e, por seu estudo mais aprofundado conferir-nos os meios para justificar a formação de um conceito através de sua evolução histórica como um processo.

Compreendendo que só podem construir conhecimentos junto aos alunos os professores conscientes de suas próprias impressões, desdobramos o tema em epistemológico e cognitivo; divisão que suscitou, ainda, o questionamento sobre a real possibilidade de apreensão da realidade. Deparamo-nos, por isso, com questões como: um indivíduo realmente conhece? Como conhecemos?

---

[1] Nossa definição de utopia é a mesma de MORE (2001, p. 11) que afirma ser “uma possibilidade que pode efetivar-se no momento em que forem removidas as circunstâncias provisórias que obstam à sua realização”.

[2] No sentido de regional, uma vez que os professores entrevistados atuam nas escolas do Estado do Pará.

Motivados por estas questões, assumimos a perspectiva que se orienta no sentido de que um conceito (conhecimento) se desenvolve através dos esquemas (descritos por Piaget) que lhe emprestam o dinamismo apropriado à noção de evolução (devido às implicações psicogenéticas de Piaget e Garcia).

Neste sentido, o primeiro capítulo do trabalho trata da visão local da Educação Matemática, mais restritamente com relação à História da Matemática. Traçamos, assim, o perfil do professor de Matemática (o qual representamos por P1, P2, ..., P47), com base em uma análise de sua formação, rede de ensino, nível e tempo de atuação, bem como em seus conhecimentos teórico-pedagógicos no que tange à educação e à História da Matemática.

Pautados nas concepções dos professores acerca de seu conhecimento metodológico e histórico, levantamos discussões que são respondidas fazendo-se um paralelo entre as suas posturas e a de diversos pesquisadores. Nas argumentações dos investigados encontramos os gérmens que determinam, de certa forma, o perfil de sua "delicada" formação que, evidenciamos, refletem a falta de pesquisa e reflexão pedagógica. Percebemos, a partir deste perfil, as suas necessidades com relação à orientação pedagógica, histórica e social. Introduzimos aí, nossa visão sobre a construção da consciência e sobre a necessidade de se conhecer/discutir os processos de aquisição de conhecimento.

O segundo capítulo, vem ao encontro do primeiro, como forma de esclarecer-nos acerca da necessidade de tomada de consciência, e de como se processa o conhecimento em nível cognitivo. Isto é, procuramos definir o que entendemos por uma postura reflexiva e compreender o dinamismo do processo de formação do conhecimento sobre determinado objeto. Com este intuito, dividimos este capítulo em dois momentos: no primeiro, tratamos das construções epistemológicas acerca da percepção da realidade, a partir do desenvolvimento das visões de Platão à Kant sobre as possibilidades e formas do conhecimento, criando, assim, um padrão evolutivo de consciência e percepção da realidade - definindo vários termos imprescindíveis em uma abordagem filosófica e histórica da Matemática. No segundo momento apresentamos nossa concepção de construção do pensamento, conceituando o *construtivismo* e elencando Piaget como seu mais fiel defensor. Consideramos este o melhor caminho, pois, através dos conceitos piagetianos podemos conceber o desenvolvimento cognitivo de um indivíduo de maneira análoga à pretendida por nós na *evolução histórica de conceitos matemáticos*[3].

No terceiro capítulo apresentamos o desenvolvimento da concepção histórica da Matemática, desde a Antigüidade até os nossos dias. Tratamos das perspectivas didáticas e metodológicas do recurso histórico, bem como os argumentos reforçadores de seu uso. Mostramos, de forma clara e objetiva, como os aspectos sociais influenciam em nossa visão histórica e como esta visão converte-se em recursos didático-metodológicos nas mãos de pesquisadores/educadores como Antônio Carlos Miguel e Carlos Alberto Vianna.

No quarto capítulo definimos mais apropriadamente o que entendemos por *evolução histórica de conceitos*, explicando porque consideramos esta forma de abordagem da História da Matemática como a mais adequada em sala de aula. Encerramos este capítulo com uma apresentação da *Evolução Histórica do Conceito de Número Real* como exemplo do emprego de nossa metodologia.

Acreditamos que nesta disposição far-nos-emos entender acerca do tema proposto e esperamos ter cumprido as exigências básicas de uma avaliação dissertativa. Contudo, se ao menos tivermos contribuído para a reflexão dos leitores sobre a necessidade de revisão das suas atitudes em sala de aula, e conseqüente convertimento de seus aprendizados em atividades construtivas junto aos alunos, já teremos alcançado nosso objetivo. Contamos que com tais encaminhamentos sejam satisfeitas as etapas necessárias à qualificação desta proposta teórica como uma viável fonte de conhecimentos educacionais.

[3] Referimo-nos à utilização da História da Matemática por sua justificativa psicogenética.

CAPÍTULO 1

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM UM CONTEXTO COTIDIANO

1.1 O que pensam os professores sobre a História da Matemática como recurso de ensino

O ensino de maneira alguma se manifesta dissociado de um contexto sócio-político-cultural que o determine. Por isso, resolvemos investigar o que pensam nossos professores e como estes percebem/utilizam a História da Matemática em sala de aula, para, deste modo, pautarmos nossa proposta metodológica sob argumentos próximos aos anseios cotidianos de nossos educadores. Neste sentido, resolvemos utilizar um questionário semi-estruturado que foi aplicado a 47 professores das redes pública e particular de ensino. O instrumento foi subdividido em quatro partes. A primeira parte chamamos *Da Formação e Tempo de Atuação*, na qual pedimos informações sobre o nível de atuação do professor, redes de ensino das quais faz parte, sua formação atual, qual a área em que se graduou e quanto tempo atua como professor. A segunda denominamos *Dos Saberes e Metodologias da Atuação*, no qual procuramos saber se o professor pesquisado detém conhecimento de conceitos como Educação Matemática, se já havia tido algum contato com a História da Matemática e onde se deu tal situação, qual o caráter da História da Matemática em sua formação inicial, a consistência da História da Matemática que lhe foi repassada em sua formação inicial e/ou continuada e se já havia utilizado a História da Matemática como recurso didático e/ou metodológico no ensino de Matemática, solicitando, ainda, caso positiva a resposta à questão anterior, um pequeno relato desta experiência em sala de aula e considerações sobre a importância desta prática de ensino. A terceira parte trata *Dos Objetivos e Observações* que encaramos como o momento de contribuições dos professores à implementação de uma proposta positiva de ensino. Esta etapa conta com questionamentos sobre os principais objetivos do professor ao utilizar uma “nova” metodologia de ensino e se este considera que a História da Matemática possa suprir tais aspectos e, finalizando esta etapa, demos espaço aos professores para que fizessem considerações livres sobre o tema da discussão. A quarta etapa descreve, apenas, ao professor pesquisado o nosso interesse ao entrevistá-lo.

Com o objetivo de elucidar os aspectos acima colocados, discutiremos, neste capítulo, alguns dos resultados de nossa pesquisa e, para facilitar o entendimento das analogias que suscitarão de nossas interjeições, recomendamos a leitura do quadro demonstrativo e cronológico das concepções didático-metodológicas da História da Matemática e as falas dos professores entrevistados, que se encontram em anexo. Depois de conclusa a leitura acertada, pode-se observar que nos relatos dos professores a História da Matemática é, decididamente, acreditada por todos como elemento enriquecedor, e, por vezes, indispensável à formação do educador matemático. Contudo, evidenciamos que, na prática, os conhecimentos históricos estão sendo negligenciados nas salas de aula, tanto nas Instituições de Ensino Superior (IES) quanto nas escolas de níveis Fundamental e Médio. Descobrir quais os motivos dessa falta de atenção passou a ser fundamental para a justificação da elaboração de uma proposta atenuante, se não dissipadora de tal situação.

O grupo de professores entrevistados configurou-se em sua maioria de graduados de Licenciatura em Matemática que, por seus dizeres, estão buscando uma melhor formação. Embora em menor número, há a presença de profissionais com formação inicial em outras áreas do conhecimento, mas que estão atuando como professores de Matemática, dentre as formações observadas vemos arquitetos, físicos, engenheiros, químicos e pedagogos. A pesquisa também obteve interessantes dados acerca do tempo de atuação, isto é, a grande maioria atua há mais de cinco anos como professor, caracterizando o grupo em estudo como relativamente experiente.

Quanto à pesquisa sobre os conhecimentos teóricos em Educação Matemática, evidenciamos que, apesar da sensibilidade apresentada com relação à educação, a maioria os professores a conceitua como um ramo da educação que congrega o pensamento científico, filosófico e epistemológico da Matemática em tendências de pesquisa e atuação, como a modelagem, a informática educativa, os jogos, a etnomatemática, a história etc.

Outro aspecto que chamou atenção foi a preocupação por parte dos professores para com uma educação contextualizada. Consideramos tal posição importante, mesmo que se apresente em um sentido modesto na concepção dos professores, ao pensarem apenas na contextualização por meio da relação da Matemática com o cotidiano. Percebemos este aspecto em P15, P16, P17 e P28.

> A Educação Matemática é a maneira pela qual a matemática é abordada envolvendo os assuntos do cotidiano.
>
> P15
>
> Formar o cidadão para que desenvolva uma conscientização crítica na matemática contextualizada dos problemas do dia a dia.
>
> P16
>
> É a parte de educar, utilizando conceitos matemáticos para compreender situações do cotidiano, e envolvendo outras disciplinas. De maneira que os alunos tenham uma visão mais ampla dos acontecimentos ao seu redor.
>
> P17
>
> Um conjunto de metodologias voltadas para estimular o interesse dos alunos pelo aprendizado de matemática, de forma a viabilizar a aplicação dos acontecimentos adquiridos na prática diária.
>
> P28

Quando questionados se já tiveram algum tipo de contato com a História da Matemática, a maioria declarou ter tido tal contato em sua formação inicial, isto porque esta é vista em disciplinas obrigatórias ou em outras disciplinas. Mas temos um conflituoso resultado: os professores apenas viram a História da Matemática, em forma de metodologia, de maneira breve (22 professores) ou simplesmente não a viram (18 professores).

Na realidade, esta questão foi tendenciosa, uma vez que o tratamento metodológico da História da Matemática não é tema ainda muito desenvolvido e sabemos disso. A maioria dos trabalhos do gênero trata a história como recurso didático factual e anedotário, de uso inconstante em sala de aula e não como metodologia. Entretanto, cabe aqui uma crítica sobre o caráter das aulas que vêm sendo dadas pelas universidades da região nas disciplinas História da Matemática e Evolução da Matemática; o que estão ensinando afinal? Teriam os professores conhecimento adequado para o tratamento do tema? Acreditamos que não, pois o ensino que se vê tem por base biografias e nada mais, por isso os professores saem da universidade sem compreender como usar a história.

Uma ressalva que vem no sentido de amenizar esta situação é que o caráter histórico nem sempre esteve tão próximo ao ensino como nos dias atuais,

> [...] no I EPEM – Encontro Paulista de Educação Matemática, realizado em 1989, na atividade “Aspectos Históricos no Processo de Ensino aprendizagem da Matemática”, foi destacado a “lamentável ausência da disciplina História da Matemática, quer na quase

> totalidade dos currículos de Licenciatura, quer na totalidade dos cursos de Magistério” (Anais I Epem 1989, p. 241), e que havia pequena oferta de cursos de História da Matemática para professores em exercício. Essa constatação aparece, também, no Seminário Nacional de História da Matemática (1995) e nos IV e V Encontros Nacionais de Educação Matemática (Enem – 1992 e 1995).
> (MIGUEL & BRITO, apud. STAMATO, 2000: 2)

Contudo, mesmo com a progressiva pesquisa e produção de conhecimentos relativos ao tema em pauta, esta situação ainda se reflete como uma deficiência nos cursos de formação inicial de professores de Matemática, isto é, são inexpressivos os avanços em sala de aula quanto a um ensino que qualifique os futuros educadores nos saberes históricos.

Como pode ser vislumbrado, em nossa pesquisa, o quadro atual/local não se constituiu diferente das análises de Miguel e Brito. Dentre os trinta professores entrevistados, pudemos observar que dos 13 que tinham mais de 10 anos de atuação, 8 não tiveram contato algum com a História da Matemática na sua formação inicial. O oposto ocorreu para os que atuavam a menos de 10 anos como professores; dos 30 entrevistados 23 possuíam em seu curso uma disciplina que contemplasse obrigatoriamente a História da Matemática. Claramente houve, neste sentido, um desenvolvimento quantitativo em relação à utilização da História da Matemática como recurso de ensino nos últimos dez anos. Contudo, o caráter com que vem se dando tal manipulação se constitui insatisfatório.

É importante notar, ainda, que o modo obsoleto – alegórico - de ver a História da Matemática é bem comum entre nossos professores. A concepção de que esta apresenta apenas o recurso motivacional é dominante e há muito tem figurado nas análises de pesquisas e nas falas preocupadas de conceituados educadores.

> Essa história que tem estado presente na maioria dos livros didáticos de matemática não tem relação direta com o conteúdo que os alunos devem aprender; quando ela é usada como motivação pode facilmente ser substituída por algum outro tema da moda, como futebol, vôlei, fórmula 1, sexo, drogas, rock’n’roll; o que certamente é mais atraente para a maioria dos alunos embora possa desagradar aos professores.
> (VIANNA, 1995: 124)

> [...] a história se apresenta sob um caráter meramente ilustrativo e informativo, ou seja, aparece como um elemento descartável nas atividades de sala de aula, pois, do modo como é abordada, não é indispensável à construção dos conceitos matemáticos.
> (MENDES, 2001: 26)

De modo similar às colocações acima, em nossa pesquisa, quando inquiridos sobre suas experiências em sala de aula, quanto à utilização da História da Matemática como recurso de ensino, P3 e P12 respondem:

> Tenho utilizado a história da matemática como motivação para a introdução de novos conceitos. Os alunos ficam mais interessados quando sabem do contexto sobre o qual certas teorias foram criadas e quem foram os seus precursores.
>
> P3

> Durante meu estágio numa escola de ensino Fundamental, em uma turma de 5ª série, tive de contar alguns fatos da história da matemática para os alunos, pois estavam fazendo muito barulho e não prestavam atenção na aula. Deu certo.
>
> P12

Como podemos constatar, o recurso motivacional é empregado pelos professores para exercer um certo controle sobre os alunos. Na fala de P3 esta situação é menos evidente e demonstra alguma objetividade no uso da História da Matemática, mas P12 deixa claro, talvez por sua inexperiência no momento, que utilizou a História da Matemática para apaziguar os ânimos dos alunos e não, necessariamente, para cumprir um tópico do conteúdo programático. Este último aspecto é, possivelmente, o que tem causado o preconceito para com o uso da História da Matemática como recurso didático ou metodologia de ensino. Acreditamos, contudo, que se existe alguma culpa em tal situação, esta não deve ser creditada integralmente ao professor, pois em sua formação este não só foi seriamente influenciado por políticas públicas desarticuladoras e por uma sociedade pragmática, como também, muitos dos referenciais bibliográficos que lhes foram disponibilizados (e que lhes são disponíveis) refletem questões teóricas de fundos epistemológicos tendenciosos e obsoletos.

> A história tem servido das mais diversas maneiras a grupos sociais, desde família, tribos e comunidades, até nações e civilizações. Mas sobretudo tem servido como afirmação de identidade. [...]Há poucos anos lembrávamos os 300 anos da destruição do quilombo dos Palmares e ainda estamos *comemorando* 100 anos da destruição do Arraial de Canudos. Ambos são episódios que mostram a vitalidade de povos procurando um outro modelo de sociedade, mas que foram destruídos pela ordem dominante. [...] Em particular, a história da matemática tem sido muito afetada por isso.
>
> (D'AMBRÓSIO, apud BICUDO, 1999: 100-101)

Talvez um nível mais elevado de se conceber a História da Matemática seja como fonte de problemas. No Brasil, este caráter foi introduzido primeiramente nas escolas militares no início do século XX, porém foi substituído pela implantação do rigor técnico imposto pela teoria dos conjuntos. Embora, com o “fim” da Matemática Moderna, tenhamos deixado a preocupação do rigor para segundo plano, por falta de conhecimento adequado alguns profissionais do ensino de Matemática continuaram a utilizar aspectos pura e simplesmente formais/tradicionais em sala de aula. Um exemplo disso nos é dado pelo professor P39, quando expressa sua posição em relação à utilização da História da Matemática em sala de aula.

> [...] os caras (alunos) não querem aprender nem os conceitos, matemáticos, que são obrigatórios, diga lá história.
>
> P39

Este argumento, que por nós é encarado como negligência e evidente desconhecimento das técnicas de ensino da História da Matemática possui paralelo na História. Em sua dissertação, Vianna (1995: 17 e 19) aponta alguns argumentos negativos à história que foram obtidos de alguns estudos historiográficos. São estes:

1) O passado da Matemática não é significativo para a compreensão da Matemática atual;
2) Não há literatura disponível para uso dos professores de Primeiro e Segundo Graus;
3) Os poucos textos existentes destacam os resultados, mas nada revelam sobre a forma como se chegou a esses resultados;
4) O caminho histórico é mais árduo para os estudantes que o caminho lógico;
5) O tempo dispendido no estudo da História da Matemática deveria ser utilizado para aprender mais Matemática.

Estas afirmações encontram reforço nos argumentos questionadores das potencialidades pedagógicas da História da Matemática descritas por Antônio Miguel (1997: 95 -98), em sua análise de literaturas. São estes:

1) Ausência de literatura adequada;
2) Natureza imprópria da literatura disponível;
3) O elemento histórico é um fator complicador;
4) Ausência na criança do sentido de progresso histórico.

Nossos formadores de professores que não utilizam a História, claramente manifestam sofrer influência destes argumentos complicadores, evidenciamos isso quando os vemos tomando para si tais posições. Cabe-nos neste trabalho, desconstruir esta imagem negativa com relação à História da Matemática, através do desenvolvimento de nossas concepções educacionais e exemplificações teóricas.

Ao menos alguns professores já atentam para algumas formas de utilização da História, uma metodologia que podemos dizer ser um entendimento prévio à nossa concepção de evolução histórica de conceitos, por exemplo:

> [...] mostra como as atividades práticas e cotidianas inspiraram a evolução do conhecimento matemático como forma de solucionar problemas reais.
>
> P6

> [...] Procuro mostrar que os temas abordados no curso surgiram devido a necessidade de explicar e/ou resolver problemas do cotidiano das pessoas.
>
> P24

Há ainda, outra possibilidade de utilização da História da Matemática, claramente percebida por alguns professores pesquisados. Trata-se da História da Matemática desmistificação, é uma forma mais elevada e subjetiva de tratamento educacional; P4, P11, P14, dentre outros, a concebem.

> [...] para desmistificar algumas crenças cristalizadas no meio matemático, como por exemplo, que a matemática é pronta e acabada, que a matemática só pode ser aprendida por sujeitos com inteligência privilegiada e outras.
>
> P4

> [...] pois é bom que os alunos percebam que a matemática não foi descoberta de uma hora para outra e que tudo teve um tempo (etapas).
>
> P11

> [...] pois facilita a compreensão de conteúdos “ditos complicados” e, além disso, torna a aula mais agradável para o aluno e para nós professores.
>
> P14

Embora alguns professores tenham tido a capacidade de percepção das potencialidades da História da Matemática, distintas à ornamental, em nenhuma das colocações pudemos perceber a utilização sistemática desta tendência em sala de aula. Percebemos que a História da Matemática, mesmo apontada como recurso em potencial, ainda é negligenciada em quase todos os seus aspectos pelos professores. Porém, se não houvesse problemas, não teríamos o que propor. Logo, neste sentido, consideramos importante nossa preocupação para com esta tendência da Educação Matemática e nos fortalece a compreensão de que a Evolução de Conceitos seria uma boa solução aos anseios, até mesmo pragmáticos e imediatistas que o sistema educacional nos impõe.

Para o emprego adequado desta, ou qualquer outra metodologia de ensino da Matemática, basta que o professor sinta a necessidade de modificar sua postura com relação a sua prática, isto é, abrace a concepção de que deve tomar consciência de suas ações e encontrar maneiras de fazer com que o aluno faça o mesmo, pois só desta forma ambos encontrarão caminhos na realidade que lhes conduzirão à construção efetiva de conhecimentos, que, por sua vez, trarão maior compreensão da realidade.

CAPÍTULO 2

FRAGMENTOS EPISTEMOLÓGICOS E PROCESSOS COGNITIVOS ACERCA DA CONSCIÊNCIA E CONSTRUÇÃO DA REALIDADE

2.1 Pressupostos de orientação

Todo autor ou grupo de pesquisa, quando elabora um trabalho científico, assume alguns pressupostos que lhes são úteis nas construções de suas teorias e deixam claros os seus pontos de vista. Em nosso trabalho não faremos diferente, uma vez que a proposta teórica aqui exposta estará pautada em pontos de vista que não devem ser negligenciados, para que, desta maneira, ocorra o completo entendimento de nossas idéias e construções epistemológicas. Sendo assim, nosso primeiro ponto de vista é o de que a verdadeira educação é aquela que considera o indivíduo em sua totalidade. Sob este prisma, não se deve conceber o homem e/ou a mulher como um ser acabado, mas como alguém em contínuo desenvolvimento, irradiado por manifestações sócio-culturais que podem provocar-lhe mudanças de concepções. Esta concepção de relação entre educação e indivíduo concatena-se às versões de vários educadores, dos quais podemos auscultar que:

> A educação verdadeira é aquela que leva em conta o ser total, o homem total. O homem não é um ser acabado, pronto. É alguém em "trânsito", a caminho – sujeito a todas as mutações da cultura.
> (MARAN, 1977: 15)

> Educação é o processo que visa explicitar as virtualidades do indivíduo, em contato com a realidade, a fim de levá-lo a atuar nessa mesma de maneira consciente, eficiente e responsável, tendo em vista atender às necessidades pessoais, sociais e transcendentais da criatura humana.
> (NERICI, 1983: 13)

> Educar é construir, é libertar o homem do determinismo, passando a reconhecer o papel da história e onde a questão da identidade cultural tanto em sua dimensão individual, como em relação à classe dos educadores é essencial à prática pedagógica proposta.
> (ZACHARIAS, 2005:.1)

Reconhecemos ainda, que a estrutura político-social em nosso país, que apresenta evidente desequilíbrio sócio-econômico, determina em grande parte a ineficiência de nosso ensino, mas não desacreditamos que a educação seja o melhor caminho para a modificação de tal situação. Esta questão vem a muito emergindo no desenvolvimento da reflexão dos educadores, dentre os quais temos Freire (2002: 15), afirmando que “formar é muito mais do que puramente treinar o educando no desempenho de destrezas”, o que demonstra seu posicionamento em favor de uma educação igualitária, crítica e reflexiva.

Salientamos que o conceito de formador, intuído por Freire, está em consonância com o conceito de Educação de Nérici, Zacharias e Maran, o que corrobora o nosso entendimento de que o professor pode/deve vir a ser um dos principais articuladores/estimuladores de novas visões que modifiquem nossa realidade (para melhor). Contudo, entendemos que a prática docente somente deterá um caráter verdadeiramente formador se tiver por seu objetivo principal o desenvolvimento de discentes cidadãos - conscientes da realidade que os rodeia.

Uma postura preocupada com a formação de indivíduos críticos e cientes de seus valores, direitos e deveres só se manifesta no momento em que o próprio professor toma consciência da sua realidade, ao refletir sobre sua prática em relação ao ensino, em relação aos conhecimentos específicos de sua área e em relação aos alunos. Neste sentido, todas as posturas educacionais (inovadoras ou não) nos indicam ser necessário que o professor esteja *consciente* de suas atividades, de modo a *refletir* e *construir conhecimento efetivo* junto aos alunos. Por isso, somos levados a questionar sobre o que é, como se desenvolve e como se manifesta esta consciência (percepção da realidade).

No processo de obtenção da solução, esperamos não só colaborar para o planejamento e reflexão por parte dos professores, como, também, alicerçar nossa proposta metodológica. Para tanto, lançaremos mão de fragmentos histórico-epistemológicos acerca do desenvolvimento da tomada de consciência da realidade e de alguns aspectos pertinentes à ação de construção e reconstrução da mesma por meio da apresentação de algumas posições cognitivistas.

2.2 Totens referenciais da epistemologia da consciência

O conhecimento é o responsável por todas as manifestações que distinguem o ser humano dos demais organismos, por isso diversos *totens*[4] foram erguidos por

---

[4] Animais, plantas ou objetos que certas sociedades primitivas julgavam como sagradas, são aqui interpretados como concepções ou idéias assumidas, muitas vezes sob o mesmo sentido, pelos pensadores e filósofos.

culturas e pensadores para explicar este magnífico fenômeno da natureza. Logo, se desejamos encontrar um sentido para a valorização da *tomada de consciência*, devemos ter, adjacente a este sentimento, a compreensão de como evoluiu este conceito.

Iniciemos nossa caminhada pelo entendimento de que na luta pela sobrevivência os animais dependem, basicamente, dos mecanismos instintivos de *ação* e *reação* ao meio ambiente. Os instintos hereditários, isto é, inatos e comuns a todos os seres, funcionam como fatores indispensáveis que predispõem os indivíduos a praticarem determinadas ações para garantir sua sobrevivência.

Em exceção à regra, o ser humano não é tão dependente dos instintos para sobreviver, pois apresenta outro fator básico como fundamento de seu desenvolvimento, o *comportamento adquirido* por intermédio da *razão*[5]. Estabelece-se, assim, a distinção entre os seres *irracionais* e *racionais*, ou seja, o comportamento típico dos seres irracionais é determinado por sua herança hereditária, enquanto nos seres racionais o comportamento é determinado por meio da razão e da *aprendizagem*.

O fator razão, conjuntamente com o processo de aprendizagem, possibilitou ao ser humano moldar seu comportamento de acordo com o ambiente no qual estava inserido. Repassando de geração em geração as experiências e os conhecimentos adquiridos, foi possível aos grupos desenvolverem criativamente técnicas e instrumentos capazes de analisar e intervir na natureza, submetendo o ambiente às suas necessidades. A este amplo conjunto de conhecimentos e realizações que o ser humano, vivendo em sociedade, adquiriu e compartilhou, denominou-se Cultura.

Se assumirmos, assim como Summer e Keller (apud. COTRIM, 1989: 24), que "Cultura é a soma dos ajustamentos do homem às suas condições de vida", concluiremos que sob sua influência a razão, a inteligência e a imaginação, enfim, nossas faculdades mentais, é que propiciaram a aprendizagem, que, por sua vez, propiciou outra característica distintamente humana, a *consciência de si mesmo* ou *autoconsciência*.

Mediante à consciência, o ser humano tornou-se capaz de pensar sobre sua própria existência e refletir sobre o sentido da vida e a fatalidade da morte. O fato da consciência de sua existência torna o ser humano dono de uma vida que somente ele pode viver, onde, embora sujeito às leis físicas e biológicas, é capaz de questionar, julgar e tomar decisões. A autoconsciência é a única chave capaz de abrir as portas da

---

[5] Percepção de analogias, padrões e matrizes de comportamento da natureza que se estabelecem através de normas de pensar e fazer.

auto-realização. Por isso, já dizia Sócrates: "Conhece-te a ti mesmo, pois somente compreendendo tudo o que és, saberás o que podes e deves fazer". Contudo, podemos nos indagar: o que é conhecimento? É possível conhecer realmente? Como conhecemos?

Se tomarmos como auxílio o dicionário, teremos a informação de que conhecimento é uma idéia, uma noção, consciência de si mesmo. Nesse sentido inicial, a consciência seria o processo de representação mental (subjetiva) de uma realidade concreta e externa (objetiva), formada através de seu vínculo de inserção imediata (percepção) com o indivíduo. Assumindo esta posição, temos que a consciência é gerada a partir das relações concretas entre os seres humanos, e destes com a natureza, e o processo pelo qual, em nível individual, são capazes de interiorizar relações formando uma representação mental delas.

A questão da formação da consciência se torna complexa, na medida em que entendermos uma representação não como um simples reflexo da materialidade externa que se busca representar na mente, mas, antes, a captação de um concreto aparente, limitado, uma parte do todo e do movimento de sua entificação[6].

> Um novo indivíduo ao ser inserido no conjunto das relações sociais, que tem uma história que antecede a do indivíduo e vai além dela, capta assim, um momento abstraído do movimento. A partir daí busca compreender o todo pela parte – ultra-generalização – o que consistirá, como veremos, em um dos mecanismos básicos de sua primeira forma de consciência.
>
> (IASI, 1999: 4)

Iasi designa de primeira consciência a percepção do meio, por entender que outras informações chegam ao indivíduo, não pela vivência imediata, mas já sistematizadas na forma de pensamento elaborado, na forma de conhecimento, que busca compreender ou justificar a natureza das relações determinantes em cada época. Estas novas manifestações da consciência só agirão na formação da concepção de mundo do indivíduo algum tempo depois.

Nossas pregações, até o momento, se constituíram em uma síntese que reflete como percebemos o fenômeno de tomada de consciência ou reconhecimento da realidade. Tais argumentos, somente, não implicariam em conclusões objetivas, uma vez que historicamente o problema do conhecimento sempre foi ponto de reflexões

---

[6] Entificação é o termo filosófico que designa o processo de algo tornar-se o que é.

controversas, por isso, reestruturaremos nossas colocações mediante o seu desenvolvimento histórico, de modo a basear nossas concepções e confirmar nossas hipóteses.

Percebemos inicialmente que muitas posições quanto ao tema do conhecimento foram defendidas com radicalidade, por exemplo: quando inquirido se o conhecimento é realmente possível, o filósofo Górgias (483-390 a.C.) afirmou que nada existia e que, se alguma coisa existisse, não poderíamos conhecê-la. Górgias negava toda a realidade do espaço, do tempo, do vazio, do movimento e de todas as coisas particulares, inclusive o próprio ser. Esta posição, mesmo pesando-lhe algumas críticas, caracterizou-se por *ceticismo*.

Em verdade, o ceticismo foi uma escola fundada pelo grego Pirro (fim do IV séc. a.C.), que tinha por filosofia – como prega sua etimologia *skêpsis*=exame – a análise e a ponderação. Por se constituir em uma escola de pouca expressão na época, esteve legada ao desaparecimento. Muitos anos depois, certa forma de ceticismo foi praticada pela academia de Arcesilau (primeira metade do século III a.C.), mas este conceito renasce realmente pelas atividades de Enesidemo e Cícero .

Por se tratar da fonte mais antiga (as outras se perderam), as colocações de Cícero sobre o ceticismo são consideradas, mas com certa prudência.

> [...] é preciso limitar a importância do testemunho de Cícero por três razões. Primeiramente, ele é, embora o mais antigo, muito posterior aos céticos. Por outro lado, Cícero não conhece o termo *skêpsis*, de modo que ele usa a palavra latina scepticus (não clássica), com a qual não poderia interpretar corretamente o ceticismo. Enfim, ele fala sobretudo de Arcesilau e Carnéades, de quem conhece as polêmicas com o estóico Crisipo; ora, é muito difícil admitir que o que ele atribuiu a Arcesilau e a Carnéades possa valer também para os discípulos de Pirro.
>
> (DUMONT, 2005: 2)

Por tal situação, a respeito da história do ceticismo, a impossibilidade de escolher uma tradição não fragmentária de seu conceito nos leva a assumir os céticos, sob a visão de Cícero (que é equivalente a de Górgias), como filósofos que afirmam enfaticamente que nada podemos conhecer. Donde concluiríamos que a mente humana seria incapaz de alcançar, com certeza absoluta, qualquer verdade, ou seja, tudo não passaria de aparência e engano. Por ser esta a visão do ceticismo que chegou até nós, assumiu-se o termo *ceticismo dogmático*[7].

Visão um tanto semelhante a dos céticos, quanto à possibilidade do conhecimento é a dos *Idealistas*. Uma das primeiras posições idealistas é ilustrada por Platão (428 a.C. - 347 a.C.), em sua célebre *Alegoria da Caverna*. Nesta, Sócrates prossegue com uma série de analogias, cujo objetivo principal é ilustrar os quatro "estados da alma": os dois graus ou formas de opinião e os dois graus de conhecimento. Inicialmente expõe sua idéia acerca dos níveis de clareza e obscuridade sobre o conhecimento dos objetos.

> [...] pega uma linha cortada em dois segmentos desiguais, representando um o gênero visível, o outro o cognoscível, e corta de novo cada segmento respeitando a mesma proporção; terás então, classificando as divisões obtidas conforme o seu grau relativo de clareza ou de obscuridade, no mundo visível, um primeiro segmento, o das imagens. Denomino imagens primeiramente às sombras, depois aos reflexos que se vêem nas águas ou na superfície dos corpos opacos, polidos e brilhantes, e a todas as representações semelhantes. [...] o segundo segmento corresponde aos objetos que essas imagens representam, ou seja, os animais que nos cercam, as plantas e todas as obras de arte. [...] no que concerne à verdade e seu contrário, a divisão foi feita de tal modo que a imagem está para o objeto que reproduz como a opinião está para a ciência [...] Vê agora como deve ser dividido o mundo cognoscível. [...] Na primeira parte desse segmento, a alma, utilizando as imagens dos objetos que no segmento precedente eram os originais, é obrigada a estabelecer suas análises partindo de hipóteses, seguindo um caminho que a leva, não a um princípio, mas a uma conclusão. No segundo segmento, a alma parte da hipótese para chegar ao princípio absoluto, sem lançar mão das imagens, como no caso anterior, e desenvolve a sua análise servindo-se unicamente das idéias.
>
> (PLATÃO, 1997: 221-222)

Tais colocações poderiam ser assim visualizadas:

Reflexos	Objetos Visíveis	Imagens Mentais	Idéias da Ciência

Estes conceitos servem de base para a alegoria que, como exorta Sócrates, numa caverna subterrânea bastante profunda, com uma longa entrada conduzindo à luz do dia, há homens que estão prisioneiros desde crianças. Eles estão acorrentados ao chão e até

[7] Sob este adjetivo, o ceticismo foi assumido pela Igreja da Idade Média com o objetivo único de desacreditar qualquer idéia que contrariasse o conjunto de crenças por ela estabelecido. Na vigência do ceticismo dogmático nenhuma nova idéia pode florescer.

as suas cabeças estão presas de tal maneira que só podem olhar em frente, para a parede da caverna. Por detrás da fila de prisioneiros arde uma fogueira no alto de uma colina, e entre esta e os prisioneiros há uma estrada onde está construído um pequeno muro, por onde passam homens que transportam objetos de toda espécie. Estas pessoas falam umas com as outras e os prisioneiros ao verem as sombras destas pessoas, sombras projetadas pela luz da fogueira na parede da caverna à sua frente, supondo-se que a parede da caverna fazia eco, ouviam sons provenientes das sombras. Uma vez que não podiam voltar a cabeça, as únicas coisas que viam e conheciam eram sombras. Assim, pensam que as sombras são coisas reais, pois não sabem nada acerca do fogo, do caminho e das pessoas que se encontram por detrás deles.

Supondo que um dos prisioneiros é solto e obrigado a virar-se ao contrário, isto ser-lhe-ia bastante assustador e doloroso: “os movimentos do seu corpo causar-lhe-ão dor, e os seus olhos serão deslumbrados pelo fogo”. E se lhe dissessem que as coisas que ele vê são mais reais que as sombras, ele não acreditaria e desejaria sentar-se de novo e olhar para a parede de sombras que compreende. Supondo que se vá ainda mais longe, e que se arraste o prisioneiro à força através do longo túnel, para a luz do Sol, isto ser-lhe-ia ainda mais doloroso e assustador e, uma vez chegado à superfície, seria deslumbrado pelo Sol. No entanto, habituar-se-ia lentamente ao mesmo. De início, seria capaz de contemplar as estrelas e a Lua à noite. Mais tarde, olharia para sombras refletidas pelo Sol e para reflexos em poças de água. Finalmente, seria capaz de ver as árvores e as montanhas em plena luz do dia, e reconheceria que estas, e não as sombras na caverna, são as coisas reais.

Quando se tivesse acostumado a olhar à sua volta compreenderia finalmente que é do Sol que provém a luz que torna tudo isto possível. Naturalmente, teria pena dos seus companheiros de prisão na caverna, e considerar-se-ia muito mais afortunado que eles. Se fosse subitamente levado de volta para a caverna, os seus olhos estariam desabituados à escuridão, e já não seria capaz de reconhecer as sombras. Os seus companheiros de prisão diriam que as suas experiências o tinham arruinado e considerar-lo-iam um insensato por sair para a luz do dia.

Nessa passagem, o Sol simboliza a Idéia Suprema, modelo máximo da realidade, do qual suscita a verdadeira existência; a saída da caverna designa o abandono do mundo das sensações em proveito do pensamento e os grilhões, nossa obstinação pelo mundo material constituído de objetos imperfeitos. Deste modo, a concepção de conhecimento de Platão difere da dos céticos por entender que conhecer é uma questão de grau, isto é, os graus do conhecer dependem dos graus do ser. Em suma, é possível, embora por um caminho árduo, alcançar a autoconsciência e a consciência da realidade através do conhecimento do ser.

Se em Platão as idéias são as essências das coisas no mundo físico das aparências e o modo de se chegar às idéias essenciais é por meio da contemplação da alma, para seu discípulo Aristóteles (384 – 322 a.C.) não há divisão entre idéias e coisas. Para este último, as idéias residem nas próprias coisas, como seu dirigente; assim, as coisas se deslocam guiadas pelas intenções de tais idéias, não havendo necessidade de dois mundos, como afirma Platão.

Segundo Thums (2003: 194), para Aristóteles "não existem dois mundos ontologicamente distintos, mas um só. Os universais não têm substância ontológica, mas lógica. São conceitos formados pela mente mediante abstração". Por tais noções , a verdadeira realidade ontológica seria composta pelas substâncias individuais em suas variações: terrestre, celeste e divina.

Admitindo apenas a existência das substâncias particulares e individuais - terrestre (vegetais, animais, homem etc.), celeste (astros) e divino[8] (Deus) -, Aristóteles constrói seu conceito de ciência como um conhecimento fixo, estável e certo. E, acreditando que a única maneira de compreender é por meio da observação e dedução, abstrai dois tipos de conhecimento: o sensitivo e o intelectivo. O sensitivo seria a fonte de todos os conhecimentos e, mesmo sendo verdadeiro, não constituiria um conhecimento científico por estar sujeito à mutação das coisas e a não distinção entre o substancial e o acidental. O conhecimento intelectivo seria representado pela estabilidade e necessidade dos objetos de se fixar uma certeza. Desta maneira, somente o conhecimento intelectivo poderia constituir ciência.

Alguns séculos mais tarde, ocorreram na Europa vários movimentos de pensadores que pretendiam resgatar alguns conhecimentos sobre Platão, mas tomaram a idéia como Deus e as coisas físicas do mundo como sua expressão. Dentre estes movimentos do período de transição entre os grandes filósofos da Antigüidade e do Renascimento figurou o *neoplatonismo*, que foi a mais importante corrente filosófica da Antigüidade.

O neoplatônico mais importante foi Plotino (c. 205-270). Ele via o mundo como algo dividido entre dois pólos: numa extremidade estava a luz divina, Uno ou Deus; na

[8] Única substância que ocupa as idéias de Platão segundo Aristóteles.

outra reinavam as trevas absolutas. A seu ver, a luz do Uno iluminava a alma, ao passo que a matéria representava as trevas. O neoplatonismo exerceu forte influência sobre a teologia cristã. Mediante este princípio houve a “cristalização de Platão”, na medida em que a humanidade retrocedia à atividade contemplativa de Deus.

Num segundo momento, ocorreu a “cristalização de Aristóteles”, quando da carência da igreja de contenção da sociedade pela necessidade de explicações racionais para os seus princípios. Assim, buscaram em Aristóteles o entendimento de que a idéia é Deus e as coisas físicas do mundo agem sob sua intenção. Por conta disso, a Idade Média se constituiu em um período de verdadeira estagnação intelectual, produzindo dois mil anos de intervalo entre Platão e Aristóteles e outros pensadores com potencialidade para discutir sobre as questões referentes ao desenvolvimento da percepção e construção da realidade.

Somente sob a influência da Renascença surgem pensadores à altura de Platão, como o filósofo francês René Descartes (1596-1650), que meditou sobre a possibilidade da apreensão do conhecimento verdadeiro, ou plena consciência das coisas e de si próprio. A concepção produzida por Descartes admitia, assim como Aristóteles, “apenas três substâncias: a substância extensa (a matéria), a substância pensante (a alma) e o infinito (Deus)” (JUNIOR, 2001: 267).

O conhecimento, segundo a reflexão filosófica cartesiana, consistia em se compreender a essência da substância (extensa, pensante ou infinita) e suas operações fundamentais (a matéria geometrizada, a alma, o intelecto, a vontade, o apetite e o infinito), que somente seria possível por meio do conceito de causalidade. Isto é, começando por duvidar de tudo (influências sociais, suas impressões e sensações), mas detendo-se na existência do próprio pensamento (pela razão, semelhantemente a Platão), chegava-se ao seu princípio: se duvido, penso; se penso, existo. “Cogito, ergo sum” (“Penso; logo, existo”), que revelava a única verdade de que não podemos duvidar.

Para chegar à “verdade clara e evidente”, Descartes achou por bem não lançar mão das percepções de filósofos anteriores, uma vez que considerava os ensinamentos contidos nos livros absolutamente inexpressivos, por seus conhecimentos se constituírem em compilações de opiniões de diversas pessoas. Acreditava ele ser mais verdadeiro um simples raciocínio de um homem de bom senso quando em presença de algo que lhe concerne.

> [...] com relação a todas as opiniões que até então acolhera em meu crédito, o melhor que poderia fazer seria dispor-me, de uma vez por todas, a retirar-lhes essa confiança, a fim de substituí-las, em seguida, ou por outras melhores ou pelas mesmas, depois que as tivesse ajustado ao nível da razão. E acredito firmemente que, dessa forma, conseguiria conduzir minha vida muito melhor do que se a construísse somente sobre antigos fundamentos e se me apoiasse tão-somente em princípios dos quais me deixara persuadir em minha juventude, e sem jamais ter questionado se eram ou não verdadeiros.
>
> (DESCARTES, 1989: 40)

Por pensamento Descartes considerava todas as operações intelectuais, da imaginação e da vontade. Garantia que por introspecção nós nos tornamos mais conscientes. Por isso se fechava em sua subjetividade, em sua mente a ponto de supor que nada existia a não ser sua alma, ou puro pensamento. Para processo de obtenção da verdade, Descartes elaborou quatro preceitos absolutos, os quais nunca deveria deixar de observar:

> O primeiro preceito era o de jamais aceitar alguma coisa como verdadeira que não soubesse ser evidente como tal, isto é, de evitar cuidadosamente a precipitação e a prevenção, e de nada incluir em meus juízos que não se apresentasse tão clara e tão distintamente a meu espírito que eu não tivesse nenhuma chance de colocar em dúvida.
>
> O segundo, o de dividir cada uma das dificuldades que eu examinasse em tantas partes quantas fossem possíveis e quantas necessárias fossem para melhor resolvê-las.
>
> O terceiro, o de conduzir por ordem meus pensamentos, a começar pelos objetos mais simples e mais fáceis de serem conhecidos, para galgar, pouco a pouco, como que por graus, até o conhecimento dos mais complexos e, inclusive, pressupondo uma ordem entre os que não se precedem naturalmente uns aos outros.
>
> E o último, o preceito de fazer em toda parte enumerações tão complexas e revisões tão gerais que eu tivesse a certeza de nada ter omitido.
>
> (Idem: 44-45)

O primeiro preceito cartesiano, geralmente denominado *princípio da dúvida sistemática ou da evidência*, tem por significado a não aceitação de uma idéia por verdadeira senão pela evidência. A evidência se daria pela intuição intelectual de uma idéia clara e distinta, isto é, uma intuição de cunho intelectual e não sensitiva, guiada pela razão, que tornaria clara uma idéia no momento em que fossem percebidos todos os seus elementos e ainda, perceberia essa idéia como distinta no momento em que não fosse possível confundi-la com nenhuma outra.

O segundo preceito, chamado *princípio da análise ou da decomposição*, não consiste somente em uma decomposição do complexo em seus elementos simples, através de um procedimento mental. É em verdade um procedimento que encaminha do desconhecido para o conhecido, observando os princípios do qual o objeto tratado depende, muito similar ao processo *maieutico*[9] de Sócrates.

O terceiro, *princípio da síntese ou da decomposição*, trata-se de um processo dedutivo, pelo qual se reconstitui um algo complexo a partir de elementos mais simples. Obedecendo a um encadeamento lógico, onde as partes dependem umas das outras. A lógica desse encadeamento é imposta por uma ordem mental que confere graus de complexidade (etapas) às partes constituintes de um objeto.

O quarto e último preceito, chamado *princípio da enumeração ou da verificação*, consiste em passar de um juízo a outro de maneira não rigorosa, a menos que se dê de forma contínua. Neste caso, deve ser um processo rápido e sem interrupções para eliminar as intervenções da memória que é fonte de erros.

O pensamento e a consciência, segundo estes princípios, são sinônimos. É a consciência ou pensamento que compreende o entendimento, que estabelece o conhecimento evidente da idéia que permite conduzir à verdade de seu objeto. Como o método empregado por Descartes não permite a percepção pelos sentidos, pois eles nos enganam com freqüência, e como a evidência da clareza distinta das idéias era a evidência da razão, este processo passou a ser chamado *racionalismo*[10].

Muito embora o discurso de Descartes seja o de que nada pretendia a não ser se esclarecer sobre o mundo em que vivia, não almejando méritos por seus feitos, sua posição quanto ao desenvolvimento da tomada de consciência pode ser entendida como uma crítica aos valores empregados na época. É importante lembrar que, mesmo se dizendo cristão, seus trabalhos apontavam para uma rediscussão dos ideais assumidos pela igreja.

Recordemos o fato de que muitos de seus estudos indicavam conclusões similares às de Galileu – seu contemporâneo –, que foi severamente advertido e penalizado pela Inquisição. Sendo conclusivo dizer que seu método contemplava as

---

[9] A *maieutica* ou parto era um procedimento verbal, e não mental, utilizado pelo filósofo Sócrates para a construção de um conceito. Consistia em fazer tantas perguntas quanto fossem necessárias ao seu interlocutor, de maneira a evidenciar que este nada sabia se julgasse saber e que não era um ignorante se julgasse nada saber.

[10] Entendimento de que o único acesso a verdade é a razão.

etapas de obtenção de objetividades a partir da reflexão, evolução muito pretendida por nós, educadores em sala de aula.

Apesar dos resultados, ou por causa destes, pesadas críticas abateram-se sobre o pensamento cartesiano. Dentre os seus julgadores temos o *idealista*[11] convicto Kant (1724 - 1804). Este pôs em questão as possibilidades do conhecimento humano, explicando o mundo da realidade sensível como produto das leis de síntese lógica do nosso pensamento. Kant não questionou se era possível o conhecimento humano, pois isto já não era mais problema em sua época, uma vez que entendia que os êxitos da Física e da Matemática evidenciavam isso. A questão agora era: como era possível?

Para Kant, existem conhecimentos independentes da experiência dos sentidos, isto é, conhecimentos *a priori*, como as que sucedem das proposições matemáticas. Por exemplo, não há experiência que nos possa dissuadir de que 2+2 não são 4. Nosso conhecimento pode começar com a experiência, mas é provável que não se derive todo dela e sim de nossa faculdade de conhecer e de nossa sensibilidade, através dos estímulos.

> Em verdade, costuma dizer-se de alguns conhecimentos, oriundos de vivências experienciais, que deles somos capazes ou os possuímos *a priori*, porque não se derivam imediatamente da experiência. Nesse sentido, diz-se que alguém, que minou os alicerces de sua casa, que podia saber *a priori* que ela havia de ruir, quer dizer, que não deveria esperar pela queda, para saber pela experiência. Entretanto, não poderia sabê-lo totalmente *a priori*, já que lhe era necessário saber anteriormente, pela experiência, que os corpos são pesados e caem quando lhes é retirada a base que os sustenta.
>
> (KANT, 2004: 45)

Kant designa de juízos *a priori*, não aqueles que não dependem desta ou daquela experiência, mas os que se verificam completa independência de toda e qualquer experiência. São *conhecimentos puros a priori*, então, aqueles que não mantêm associação alguma com o empírico. Valendo-se de propriedades contrárias, definem-se os *conhecimentos a posteriori*, como os que são produzidos pela experiência e anunciam de modo particular algo que pode ou não ser.

Classificando os juízos por suas relações entre sujeito e predicado, Kant define como *juízos explicativos* os de caráter analítico, os que esclarecem o sujeito sem que o predicado acrescente nada a este e como *juízos sintéticos* os de caráter extensivo, onde o

---

[11] Doutrina do que considera a idéia como princípio do conhecimento ou do conhecimento e do ser.

predicado acrescenta algo ao sujeito, havendo, assim, uma relação de síntese entre eles. Portanto, os conhecimentos *a priori* são decorrentes de juízos explicativos, enquanto os conhecimentos *a posteriori* são conseqüências de juízos sintéticos.

Na busca das verdades que nenhuma experiência poderia contradizer, Kant procura, através da razão, os conhecimentos que estão acima dos conhecimentos advindos dos controversos sentidos. O que acaba por descobrir é um novo conjunto de conhecimentos, os quais derivam do que chamou de *juízos sintéticos a priori*.

> Tomarei, como exemplo, as proposições seguintes: a) Em todas as transformações do mundo corpóreo permanece constante a quantidade de matéria. b) Em toda transmissão de movimento, ação e reação têm de ser sempre proporcionais. Em ambas as proposições é assentado não só a necessidade, portanto a origem *a priori*, como também que são proposições sintéticas.[...]
> Até agora, conquanto considerada apenas como uma ciência simplesmente em esboço, mas que a natureza da razão humana torna indispensável, na metafísica deve haver juízos sintéticos *a priori*.Daí que, de modo algum se trata nessa ciência de simplesmente decompor os conceitos, que formamos *a priori* a respeito das coisas, para os explicar analiticamente. Ao contrário, o que pretendemos é alargar o nosso conhecimento *a priori*. Necessitamos, para isso, de nos servir de princípios capazes de acrescentar ao conceito dado alguma coisa que nele não estava contida e, mediante juízos sintéticos *a priori*, chegar tão longe que nem a própria experiência nos possa acompanhar.
> (Idem: 54-55)

É através da não submissão da razão às experiências que Kant propõe a verdadeira produção de conhecimentos. Ao invés de buscar contato com as coisas, a razão deve procurar a mais exclusiva fidelidade a suas próprias leis internas. O pensamento, pensando-se a si mesmo, é que constitui o conhecimento.

Como seu método de obtenção de conhecimento é uma combinação de sensação e entendimento, a natureza continua sendo um fenômeno, um mundo de coisas, tal como nos aparecem. Sendo cognoscíveis apenas na medida em que se aceitem como aparência, manipuláveis cientificamente, contudo, por apresentarem regularidades e previsibilidade.

Kant fecha o século XVIII com grande honra, mas no século seguinte seguem-se severas oposições ao seu racionalismo. Oposições estas inauguradas por Hegel (1770-1831), que além de sustentar que “todo real é racional e todo racional é real”, aponta um caminho de superação do mecanicismo.

> Para Hegel, a razão não pode governar a realidade, a não ser que a realidade se transforme em racional, de forma que o racional é real e o real é racional. Isso quer dizer que é possível construir a racionalidade do mundo e, se este não for construído pela racionalidade, ele não será um mundo real.
>
> (JUNIOR, 2001: 272)

Hegel, por sua filosofia, faz por coincidir o ser da realidade com o dever ser da razão. Considera a natureza dirigida por leis não rígidas, porque não descrevem com exatidão o comportamento de cada indivíduo isolado, e sim uma tendência geral. E, ainda, faz do homem um ser pensante de sua finalidade em distinção aos demais seres.

Por estar imerso em um ambiente pluralista e por possuir um pensamento em prol da liberdade, Hegel acaba cedendo espaço a filósofos de várias correntes, dentre os quais vários opositores ao idealismo da razão pura. Inicialmente temos, Sören Kierkegaard (1813 -1855) e Karl Marx (1818 -1883) e, mais tarde, Karl Jaspers (1883 – 1969), Martin Heidegger (1889 – 1976) e Jean-Paul Sartre (1905-1980), que foram chamados de *existencialistas*, por defenderem a teoria de que não é a consciência que determina a vida, mas a vida que determina a consciência.

Sören Kierkegaard, filósofo, iniciador do movimento existencialista, negava a dialética hegeliana. Via o homem como um conjunto de possibilidades que não se reconciliam entre si. Defendia três ideais da vida: a vida estética, a vida ética e a vida religiosa. Escreveu *O Conceito de Angústia*, em 1844, uma obra onde desenvolvia a idéia de que a angústia é o sentimento do que é possível. Em termos de aspiração ao conhecimento total, era pragmático, entendia que existem limitações no homem como de quem tenta se libertar do pecado e volta a cometê-lo, motivo da angústia.

Karl Marx, publica importantes obras que concebem a personalidade humana como constituição e expressão no concreto das relações produtivas e sociais em plena continuidade com o ambiente natural. Entre seus primeiros e mais importantes trabalhos, temos o artigo *Sobre a crítica da Filosofia do Direito de Hegel*, em 1844, primeiro esboço da interpretação materialista da dialética hegeliana.

Em 1932, foram descobertos e editados, em Moscou, seus *Manuscritos Econômico-Filosóficos*, redigidos em 1844 e deixados inacabados. Estes escritos eram uns esboços de um socialismo humanista, que se preocupa principalmente com a alienação do homem, e sobre a compatibilidade ou não deste humanismo com o marxismo - discussão não encerrada. Em 1888 publicou com Engels as *Teses sobre Freuerbach*, redigidas por Marx em 1845, rejeitando o materialismo teórico e reivindicando uma filosofia que, em vez de só interpretar o mundo, também o modificaria.

Karl Jaspers, em 1932, publica *Filosofia*, dividida em três livros: *Orientação Filosófica no Mundo*, *Aclamação da Existência* e *Metafísica*. O fundamento de sua filosofia consiste na eterna busca que implica a carência do que se busca. Neste sentido, se o que se busca é a verdade das coisas, só se chega à consciência de que alcançou um determinado ser e que a verdadeira compreensão está mais além deste último.

Martin Heidegger publica, entre outras obras, *Ser e Tempo* (1927) e *Kant e o Problema da Metafísica* (1929). A essência de suas conclusões reside na transcendência. Transcendência do mundo como ato de liberdade, fazendo deste um projeto de atitudes e ações possíveis do homem diante de si e dos outros. Onde o futuro somente pode ser projetado sobre bases do passado. Faz apologia a angústia, a qual, sob o espectro da morte, leva o homem à raiz de sua existência, o nada. As coisas são expressões de seus projetos e suas utilidades estão condicionadas à presença do homem.

Jean-Paul Sartre escreve *A Imaginação* (1936), *O Existencialismo é um Humanismo* (1946), *Crítica da Razão Dialética* (1960), entre outros ensaios. Entende a filosofia como fenomenologia da consciência. Diz que a consciência é sempre a consciência de algo, e de algo o que não é consciência. E a esse algo chama de *ser em si*. Também pensa o mundo através de planejamentos e considera a vida como um projeto de ações e volições particulares que o homem escolhe como constituinte da sua possibilidade última. Embora este projeto fundamental esteja sujeito às contingências sobre as ações e volições, a liberdade inerente à sua escolha é absolutamente incondicionada.

Os existencialistas tentam a superação do idealismo por uma ação de descrédito ao pensamento abstrato, exigindo, em matéria de conhecimento, uma experiência integral, entendendo que só conhecemos a realidade em que nos situamos e nos integramos, deixando evidente a impossibilidade de um saber[12] total sobre qualquer objeto.

Vimos, até o momento, as possibilidades e potencialidades de algumas concepções sobre a tomada de consciência em seu desenvolvimento histórico, pelo trato reto do tema ou através de filosofias que abordam o conhecimento por analogias ou restrições, mas sempre por intermédio de pensadores que foram felizes em suas

---

[12] Aqui empregado no sentido de ciência.

colocações. Evidenciamos, desta forma, que os concebedores dos *totens* da tomada de consciência são como nós, perscrutadores da verdade, divergindo em muitos pontos, mas cientes de que a única forma de materializar os ideais é assumindo uma postura crítica e reflexiva sobre os objetos de pesquisa.

Concluímos neste contexto que, para tornarmo-nos conscientes de estar inseridos em uma realidade e sabermos como nos portar nela, necessitamos nos apropriar dos conhecimentos dispersos no mundo. Com este fim, assumiremos o conhecimento como possível, independente de sua natureza ou abrangência, e buscaremos a compreensão de como o organismo humano aprende e como transforma este aprendizado em ação modificadora do ambiente que o acolhe.

2.3 Processos cognitivos da tomada de consciência

É consenso entre todos os estudiosos da atualidade que o conhecimento ou consciência da realidade não pode ser algo inato, geneticamente propagado ou transferido hereditariamente, tampouco pode ser transmitido diretamente pela argüição a um indivíduo. Deve-se cumprir, sim, uma complexa interação entre ser e objeto, para que haja conhecimento efetivo.

Tomando-se por aprendizagem[13] este enredado relacionamento entre ser e objeto e fazendo da consciência a interiorização das relações vividas pelos indivíduos, sentiremos a necessidade de compreender como se processam estes termos, fazendo-nos buscar as primeiras relações que alguém vive ao ser inserido numa sociedade. E, como bem sabemos, é a família a primeira instituição que coloca o indivíduo diante de relações sociais, uma vez que, ao nascer, o novo ser está dependente de outros seres humanos, no caso do estágio cultural de nossa sociedade, de seus pais biológicos.

Durante seu desenvolvimento gestacional, o feto exercita sua musculatura, praticando movimentos articulativos que lhes garantirá a futura sobrevivência. Logo após o nascimento, o bebê não tem a capacidade de expressar o mais simples ato simbólico, ou seja, o sujeito é um projeto a ser construído, mas já é capaz de expressar seu primeiro ato reflexo, a sucção, que faz parte do conjunto de conhecimentos hereditários.

---

[13] No sentido *lato*, de formador de conhecimentos.

Esta primeira fase em que a criança vive, chamada em termos psicológicos de *pré-objetal*, é um momento onde não distingue o que seria ela e o que não seria. Vem de nove meses de gestação onde se confundia organicamente com o corpo da mãe, percebe ainda precariamente o mundo como um complemento de si mesma. O seio materno é visto como parte da anatomia de seu próprio corpo e logo o bebê descobre o meio de acioná-lo: o choro. Não podemos dizer neste momento que a criança tenha consciência, embora tenha percepções básicas, uma vez que por não conceber algo que seja o outro, não estabelece propriamente uma “relação”. Suas ações são ainda determinadas mais pelo universo pulsional e orgânico do que social.

Num determinado momento de seu amadurecimento, a criança percebe que não pode controlar parte do que supõe ser sua própria anatomia. Somente a partir da descoberta da existência de algo externo é que passa a fazer sentido a noção de “eu”. Dadas estas condições, podemos falar de uma relação. É a partir do estabelecimento de relações que surge o conceito de *Construtivismo*, também conhecido como *Interacionismo*.

Discordando das teorias *inatistas* (empiristas) e das concepções *ambientalistas* (aprioristas), os cognitivistas - construtivistas/interacionistas - negam as primeiras por desprezarem o papel do ambiente e os últimos por ignorarem os fatores maturacionais do indivíduo. Mediante estas negações, formam-se seus pressupostos, que se apóiam na idéia da interação entre organismo e meio, que exercem uma ação recíproca, um influenciando o outro, sendo que esta interação provoca mudanças sobre o indivíduo e sobre o ambiente.

Dentre os construtivistas, destacam-se duas correntes, uma elaborada por Jean Piaget (1896-1980), que valoriza os aspectos da psicogênese do conhecimento, desenvolvendo o conceito de educação funcional; e a outra desenvolvida por Vygotsky, que acentua a contínua interação entre as estruturas orgânicas dos indivíduos e as condições histórico-sociais em que vivem.

Nosso trabalho tem particular interesse na concepção de Piaget, por este acreditar que o desenvolvimento intelectual ocorre por meio de dois atributos inatos (invariantes), aos quais chama de *Organização* e *Adaptação*. A Organização, segundo Piaget (apud BATTRO, 1978: 177), apresenta-se como “sendo o aspecto interno do ciclo do qual a adaptação constitui o aspecto exterior” da construção das estruturas mentais. Portanto, a Adaptação se constitui das mudanças contínuas que ocorrem no indivíduo como resultado de uma interação com o meio.

Nas invariantes – organização e adaptação - reside o elo crucial entre a biologia e a inteligência, uma vez que elas são idênticas em ambos os casos. Este isomorfismo nos permite considerar a inteligência em seu contexto adequado, ou seja, como em prolongamento interessante e altamente desenvolvido de atividades mais primitivas com quem compartilham as características gerais – as invariantes funcionais. Piaget utiliza as propriedades isomórficas entre os *eventos fisiológicos* e os *processos psicológicos* por considerar os primeiros um recurso de mais fácil entendimento e aceitação.

Compreendemos que tais relações devem ser exemplificadas e não tão-somente afirmadas, assim, reportemo-nos ao ponto em que tratávamos da sucção por parte do bebê. Acima de tudo, entendamos que o atributo pelo qual o bebê se nutri, trata-se de um processo adaptativo ao meio. A fim de se alimentar, o indivíduo molda a si e ao seio da mãe e, movido pelo ato reflexivo da sucção, satisfaz-se. O processo de modificação do elemento do meio (seio da mãe), de modo a integrá-lo à sua estrutura, é chamado *assimilação*, ou seja, o elemento foi assimilado ao sistema. Mas é importante lembrar que o bebê executou o procedimento de abrir a boca e de sugar, duas ações que manifestam a necessidade de modificação do próprio bebê quando ao seio da mãe. Este aspecto de ajustamento ao objeto é chamado por Piaget de *acomodação*. Residem nos processos de assimilação e acomodação, devidamente organizados, os atributos responsáveis pela funcionalidade intelectual elementar dos indivíduos.

> Embora a assimilação e a acomodação sejam conceitualmente distintas, são indissociáveis na realidade concreta de qualquer ação adaptativa. [...] toda assimilação de um objeto ao organismo envolve simultaneamente uma acomodação do organismo ao objeto; inversamente, toda acomodação é ao mesmo tempo uma modificação assimilativa do objeto ao qual o organismo se acomoda. Juntas elas constituem os atributos das ações adaptativas mais elementares.
> (FLAVELL, 1986: 45-46)

Em síntese, os aprendizados elementares ocorrem por meio dos processos de adaptação do indivíduo, estabelecidos indiscriminada e continuamente, através das relações que mantém com o meio. Isto ocorre à medida que ele assimila as experiências – as adapta às estruturas mentais já existentes – e acomoda (modifica) estruturas mentais, de modo a permitir a inclusão de experiências que não se ajustam às estruturas existentes.

Embora sejam os aprendizados elementares manifestações de uma estrutura intelectual, para que um indivíduo possa tornar-se consciente de si e do mundo, sob um sentido integral, inteligente, e que seja reflexivo e crítico sobre suas ações, é necessário que este aprendizado tenha o que Piaget chamou de *Organização*.

Assim como a assimilação e a adaptação, o processo de organização é entendido como invariante no desenvolvimento do indivíduo. Todo ato inteligente pressupõe algum tipo de estrutura intelectual, algum tipo de organização dentro da qual ocorre. Embora, quanto à natureza, as características específicas desta organização difiram de estágio a estágio[14] no processo de desenvolvimento do indivíduo, existem propriedades que independem dos estágios e que estão implícitas no próprio fato de haver organização. O funcionamento intelectual, em seu aspecto dinâmico, pressupõe adaptações equilibradas que criam as organizações, ou seja, "é se adaptando às coisas que o pensamento se organiza e é ao se organizar que ele se estrutura às coisas" (idem: 47).

Comparando a natureza da adaptação cognitiva com a fisiológica, Piaget deduziu que adaptar-se intelectualmente à realidade é interpretar esta realidade de acordo com alguma construção duradoura existente na própria pessoa. Desta forma, a assimilação refere-se ao fato de que todo encontro cognitivo com um objeto ambiental envolve necessariamente algum tipo de estruturação/reestruturação cognitiva daquele objeto, e acordo com a natureza de organização mental/intelectual existente no organismo.

Mediante estas colocações, deduzimos que toda ação inteligente pressupõe uma interpretação de alguma coisa da realidade externa, isto é, uma assimilação deste elemento a algum tipo de sistema de significados inerente à organização cognitiva do indivíduo. Percebemos aí, a existência de um elemento independente dos estágios ontogenéticos por que passam os indivíduos em seu desenvolvimento. A esta estrutura de propriedades transevolutivas, Piaget denominou *esquema cognitivo*.

O conceito de *esquema cognitivo* não deve ser tomado pelo de *sistema cognitivo*, enquanto este último representa todo um agregado complexo de relações e estímulos inerentes à cognição do indivíduo, o primeiro pode ser rotulado de acordo com as seqüências de comportamentos a que se referem, como por exemplo quando discute o desenvolvimento sensório motor, Piaget (apud. FLAVELL, 1986: 52) "se refere ao *esquema de sugar, esquema de pegar, esquema de olhar*, etc.". De modo análogo, durante os anos intermediários da infância, existe "um esquema de *correspondência*

---

[14] Referimo-nos aos estágios de desenvolvimento mentais determinados por Piaget, os quais se dividem em *Período Sensório Motor* (indiferenciação entre o eu e o mundo), *Período Pré-operatório* (princípio das intuições), *Período Operatório Concreto* (princípio das conservações) e *Período Operatório Formal* (pensamento abstrato).

qualitativa intuitiva que se referem a uma estratégia através da qual a criança tenta verificar se dois conjuntos de elementos são numericamente equivalentes" (Idem).

Um ponto que nos é crucial na teoria de Piaget é a historicidade inerente ao esquema, pois este é produto da diferenciação, da generalização e da integração de esquemas anteriores que, em parte, são um substrato de sucessivas tentativas de acomodação ao meio. Há uma continuidade, uma dinâmica entre qualquer esquema e os anteriores, constituindo-se como uma estrutura elástica, móvel, que se modifica continuamente à medida que se generalizam para abranger novos dados da realidade.

Outra peculiaridade importante dos esquemas, referente à sua função dinâmica, reside na substituição de esquemas mais pobres por esquemas mais adequados à adaptação a realidade. Esta substituição se dá através de contatos corretivos com a própria realidade por meio de ensaio-e-erro com as coisas, de experiências do tipo aproximações sucessivas que modificam o esquema na direção de uma melhor adaptação.

Pelo que já expomos sobre a teoria piagetiana, dá para nos fazer compreender o porquê de não adotarmos uma visão não construtivista do conhecimento. O entendimento é simples, tal perspectiva seria ontológica, isto é, partiria de algo cuja existência já estaria minimamente constituída como objeto a ser conhecido. Adotaria uma concepção de conhecimento formalista, do qual queremos nos dissociar.

O formalismo possui a pretensão descritiva ou explicativa do conhecimento como um "é". Já o construtivismo admite que o conhecimento só pode ter o estatuto da correspondência, da equivalência e não da identidade**.** Por isso, o conhecimento só pode ser visto como um "tornar-se" e não como um "ser". Mesmo assim admitimos, como Piaget, que a sociedade hoje possui uma *rede* complexa de conhecimentos sob uma perspectiva adulta, formal, já constituída (ainda que em constante reformulação). Mas divergimos do não-construtivismo na forma e no trato desta rede socialmente produzida, onde se acumularam os conhecimentos.

Enquanto a concepção formalista centra suas ações na transmissão, por considerar que precisa ser feita ou repetida àqueles que ainda não conhecem. Realizando-se sob uma psicologia apriorística. Contudo, em uma perspectiva construtivista, o conhecimento é tratado, ainda não como um "ser", mas como "sendo". Sua ação sobre o conhecimento, não tratará de descrever uma forma já praticada, mas de refazer (ainda que de forma abreviada) sua história, através de ações ou objetos (ou dos termos que os representam) que fazem sentido para ele.

Consideramos que na perspectiva construtivista um conhecimento sobre algo (seja num plano individual, ou coletivo, como se faz em História da Matemática, por exemplo), só é possível enquanto uma teoria da ação, da ação que produz este conhecimento. E nesta teoria interessam, sobretudo, os aspectos lógicos e matemáticos da ação. Lógicos porque tratam de um sujeito ou uma sociedade que constroem ou reconstroem os procedimentos necessários àquela produção. Por isso, tanto em termos físicos quanto simbólicos, algo (o gesto de andar ou uma equação, por exemplo) só acontece se certos instrumentos ou meios forem coordenados no espaço e no tempo, tal que as relações entre seus elementos produzam resultado consistente com um objetivo. Estes aspectos da teoria construtivista expressam o "fazer bem" da ação educativa e apresentam, tanto em estrutura como em desenvolvimento, possibilidades de direcionamento da *Lógica*[15] e da *Topologia*[16] Matemática.

Conclusivamente, se o conhecimento não é exclusivamente inato, isto é, se o ser humano não nasce sabendo nem nasce com idéias inatas, se o conhecimento também não é colocado totalmente de fora para dentro, como se a mente captasse tal e qual cada objeto externo e fosse armazenando conhecimentos, então o conhecimento é construído, no autêntico sentido de que é elaborado de acordo com o nível de desenvolvimento e dos esquemas que o indivíduo possui. Isso é a *Psicogênese*[17], base psicopedagógica de nossa *Evolução Histórica de Conceitos.*

---

[15] Enquanto estrutura de argumentos simbólicos.

[16] Enquanto caminhos da ação Matemática.

[17] Estudo da origem da mente e dos conhecimentos, a gênese da psiquê humana – de um lado as representações mentais, da memória e do pensamento, e, de outro, a gênese dos conhecimentos – de todo e qualquer conhecimento.

CAPÍTULO 3

DESENVOLVIMENTO DA CONCEPÇÃO HISTÓRICA DA MATEMÁTICA A PARTIR DE SEU ENSINO

Entendidos os pressupostos que assumimos acerca de como um indivíduo atribui significado a um objeto específico - percebendo-o como expressão de uma realidade -, como o incorpora ao seu sistema cognitivo e, ainda, compreendida a nossa preocupação para com a necessidade de se considerar o processo de ensino como um desenvolvimento planejado e consciente, faremos, agora, algumas considerações acerca do desenvolvimento das tendências e concepções sobre a História da Matemática que estiveram presentes em nossa história, motivando-nos e influenciando nossas visões sobre o ensino da Matemática.

3.1 História e ensino da Matemática no berço do conhecimento ocidental

O ensino sistematizado da Matemática, provavelmente, surgiu na Mesopotâmia (Babilônia, Nipur, Ur, Susa, Nínive e Behistun), uma vez que, mesmo antes da escrita (3000 a.C.), já havia o ensino institucionalizado naquela região. Por volta de 2500 a.C., surgiram os *escribas*[35], que ganharam certa autonomia, comprovada pelos seus trabalhos de Álgebra relativamente abstratos. Mas a maioria destes escritos se relacionava à economia, ficando claro que o interesse nos seus registros e no ensino era a administração do Estado e, portanto, possuía um caráter pragmático, sendo, desta forma, a aritmética e mensurações as ênfases matemáticas.

Os registros desta cultura são abundantes, cerca de meio milhão de tábulas já foram desenterradas por arqueólogos desde metade do século XIX. Pesquisas feitas pelos museus de Berlim, Paris e Londres e pelas Universidades de Yale, Colúmbia e Pensilvânia identificaram, dentre estas, 400 tábulas estritamente matemáticas, cuja temática principal, como não poderia deixar de ser, era a resolução de problemas práticos com destaque a cálculos aritméticos de distribuição de produtos agrícolas e

---

[35] Utilizaremos neste trabalho a definição de escriba dada por MARROU (1975, p. 8), na qual trata-se, "por.essência, aquele que dominou os segredos da escrita".

mensurações. As mensurações deram origem a uma geometria essencialmente concreta, que desde já evidenciava o conhecimento de conceitos complexos como o "número" *PI* ($\pi = 31/8$), a *semelhança de triângulos* e até mesmo o *Teorema de Pitágoras*. Resumidamente, compreendemos que os interesses nos registros mesopotâmicos eram as resoluções de problemas cotidianos, sem muitas preocupações filosóficas ou historiográficas.

No Egito, a estrutura matemática não era muito distinta à da Mesopotâmia, muito embora as histórias políticas de suas civilizações o fossem. Enquanto a região da antiga Babilônia era dada a invasões que propiciavam uma intensa comercialização, o Egito mantinha-se em considerável isolamento. Entretanto, tal situação não se constituiu perene e, embora em menor grau, o Egito tornou-se, assim como a Babilônia, uma das principais referências na linha de construção sistemática da Matemática ocidental.

O pensamento inicial egípcio também tinha por característica o utilitarismo, ou seja, não se preocupava com generalizações. Esta perspectiva implicava na resolução de cada problema de modo particular e geralmente sem registros dos procedimentos adotados. Exemplos dos princípios matemáticos egípcios estão registrados em dois dos mais antigos e importantes papiros conhecidos, o Papiro Rhind (1600 a.C.) e o Papiro de Moscou (1800 a.C.).

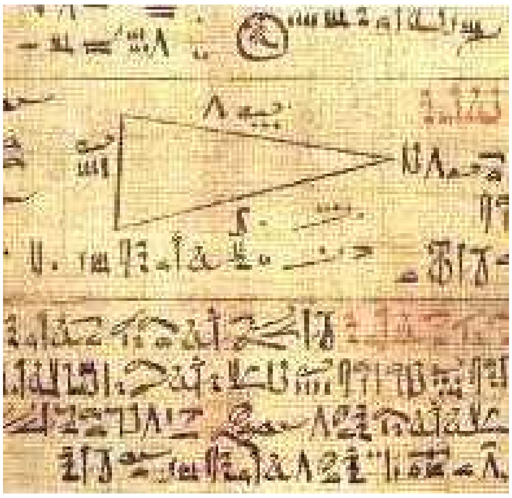


fig.1 – Papiro Rhind

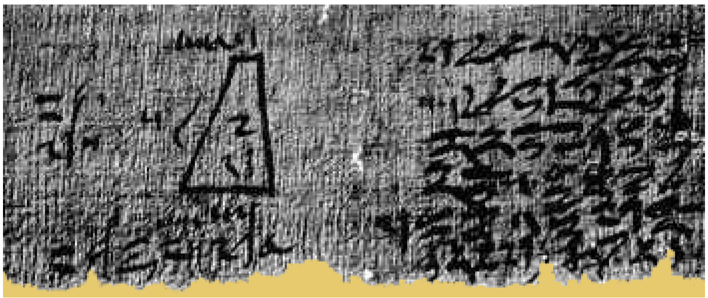


fig.2 – Papiro de Moscovo

Análises feitas a partir destes textos indicaram que os egípcios abordavam principalmente a aritmética, sendo a transmissão de tal conhecimento garantida pelas corporações de ofício a serviço da administração central do Estado, que mantinham informações deste gênero inacessíveis para salvaguardar o seu poder.

> Eu conheço os segredos dos hieróglifos e dos procedimentos para o ritual das festas [...] Não revelarei a ninguém esse conhecimento, exceto ao meu filho mais velho; o divino soberano autorizou-me a lhe passar os segredos. [36]
>
> (Escriba egípcio, apud. SCHUBRING, 2003: 21).

Por conta desta postura utilitarista dos egípcios e mesopotâmicos, a civilização esperou até aproximadamente 600 anos antes de Cristo pela difusão e formalização da Matemática na Grécia e posteriormente no mundo greco-romano. Foi pela cultura grega que a Matemática tornou-se mais abstrata e assumiu uma postura filosófica própria. Tal predisposição deveu-se ao seu vasto território (na época) e a uma sociedade democrática e, de certa forma, ateísta.

Devemos à cultura greco-romana a primeira concepção de que a história deve ser registrada e preservada para as gerações futuras, pois, segundo Brolezzi (1991: 8), “antes de Heródoto, considerado por alguns pelo seu pioneirismo como o pai da história, essa concepção não era nada corrente”. Por isso, dificilmente existiram referências bibliográficas, especificamente sobre a História da Matemática, anteriores a 300 a.C.

Outra causa é que somente a partir deste período, denominado período *cosmopolita* da educação grega ou *época Alexandrina*, que se marcou a verdadeira edificação/particionalização da cultura científica e da educação ocidental, configurando o seu sistema educacional da seguinte forma:

---

[36] Inscrições de um artesão e escriba egípcio extraídos da Estela- Coluna de Irtisen do período do rei Mentuhotep II (2060-2010 a.C.).

- Conhecimentos Filosóficos: Gramática, Retórica e Dialética (***trivium***);
- Conhecimentos Reais: Aritmética, Geometria, Teoria Musical e Astronomia (***quatrivium***);
- Filosofia (Metafísica, Ética, Política, etc.) e Teologia.

Com o início de uma preocupação histórica e sistemática por parte da Civilização grega, inicia-se também uma inquietação quanto ao tratamento da História da Matemática, evidenciada, inicialmente, pelos escritos de Eudemos de Rodes, um aluno (peripatético) de Aristóteles, que por volta de 320 a.C., segundo Arboleda (1975: 168), "havia elaborado algumas investigações históricas com vista a estabelecer o desenvolvimento da aritmética, da geometria e da astronomia". Especula-se que essa obra inestimável - que se perdeu no tempo - retratava a passagem da Matemática Pré-Helênica – de caráter eminentemente utilitarista - para o sistema mais abstrato e teórico dos gregos, expondo de forma mais elucidativa a construção do pensamento de grandes intelectuais como Tales de Mileto (624-548 a.C.) e Pitágoras de Samos (580-500 a.C).

Apesar da existência de várias referências importantes acerca da Matemática praticada na Grécia, como os trabalhos de Platão e Aristóteles, uma obra que retratasse realmente a evolução histórica da Matemática - que se preservou - só veio surgir na forma de um comentário do primeiro livro dos *Elementos* de Euclides, feito pelo filósofo Proclus Diadochus (410-485 d.C.). Sua importância incorpora-se no sentido de que é através deste comentário que baseamos quase tudo o que sabemos atualmente sobre Tales e Pitágoras, uma vez que teria Proclus incorporado a sua obra um trecho da *História da Matemática* de Eudemos.

3.2 A situação do conhecimento na Era Medieval

A partir de 476, com a tomada de Roma pelos bárbaros, a evolução filosófica da Matemática grega na Europa se viu bruscamente interrompida, até mesmo a ponto de ser destruída, o que não veio ocorrer graças à Igreja Cristã e a parcas iniciativas de alguns intelectuais. A igreja, por sua vez, veio impor um ensino como culto doutrinário em detrimento à formação intelectual, com o predomínio, durante todo o período medieval, de uma concepção de educação oposta ao liberalismo e individualismo grego. Dando ênfase ao aspecto moral, o *cristianismo* não se baseava no ideal da felicidade terrena, tampouco na condução pela razão, mas no ideal educativo que propiciasse um renascer no novo mundo do espírito. Surge, então, uma nova concepção histórica e educativa com novas normas de comportamentos.

> Temos então de abandonar a literatura? Direis. Não digo isso; mas que não devemos matar as almas... Na verdade, a escolha jaz entre duas alternativas: a educação liberal que podereis conseguir enviando vossas crianças às escolas públicas ou a salvação das suas almas que podeis assegurar enviando-as aos monges. Quem deverá vencer, a ciência ou a alma? Se puderdes unir ambas as vantagens, fazei-o por todos os meios; mas se não puderdes, escolhe a mais preciosa.
> (SÃO BASÍLIO, apud. PILETTI & PILETTI, 1986: 83-84)

Para que tal empreita tivesse sucesso foram criadas escolas primitivas nas igrejas, seus alunos eram os *catecúmenos* e os instrutores os *catecumenatos*. Com o tempo, estas escolas passaram a se chamar *escolas das catedrais* e, sob o comando dos bispos, formavam o clero para as igrejas que administravam. A esta organização se denominou *monaquismo*[37], cujos benefícios à educação foram:

- A criação de escolas para preparação de jovens para vida monástica;
- A formação de um ambiente propício ao estudo e reflexão;
- O estudo da literatura;
- *Cópia e conservação de livros*.

Os mosteiros foram quase que as únicas instituições de ensino da época. Detendo o monopólio sobre a editoração e bibliotecas, constituiu-se na exclusiva fonte de saber de seu tempo. Ao menos com a conservação do *trivium* e do *quatrivium* – que unidos constituíam o *septivium* – e do saber pela cópia de manuscritos foi possível que a maioria dos trabalhos do passado chegassem a nós. Outro atenuante quanto à extinção do saber científico na Idade Média esteve ligado à *escolástica*[38], uma vez que sob este termo um movimento intelectual preocupou-se em demonstrar e ensinar as concordâncias entre a razão e a fé pelo método da análise lógica. Para tanto, definiram suas bases num sistema lógico dedutivo que apoiava as crenças cristãs com a lógica aristotélica.

De acordo com o que podemos chamar de tradição histórica greco-romana, ou seja, a linha de pensamento e cultura universalizadas pelas instituições surgidas na Grécia e assimiladas pelos romanos após a conquista de 146 a.C., vemos que os monges

---

[37] Organização de homens que fizeram votos especiais de vida religiosa e vivem de acordo com regras que determinam a conduta nos seus menores detalhes. (MONROE, 1983: 102)

[38] Termo que significa conjunto de saberes. O escolástico era o mestre das Sete Artes Liberais (septivium) ou o chefe das escolas monásticas ou clericais.

do período da *Baixa Idade Média*[39], exerceram papel fundamental na conservação do conhecimento matemático. Através das instituições monásticas, que possuíam escolas próprias, os monges realizavam verdadeiras obras de arte ao manuscreverem os apanhados matemáticos que geralmente eram utilizados como livros didáticos. Dentre os maiores nomes deste período citamos Boécio (c. 475-524), cujo papel histórico nos interessa por seus trabalhos de geometria e aritmética, que resgatavam enunciados dos livros I e III dos *Elementos* de Euclides e estudos de uma obra um tanto mística de Nicômaco. Embora sem qualquer inclinação abstrata, os manuais e a filosofia de Boécio se tornaram referências obrigatórias nas escolas monásticas, garantindo-lhe o título de fundador da *escolástica.* Outros nomes importantes deste período são Cassiodoro (480-575), discípulo de Boécio e Santo Isidoro de Sevilha (570-636); o primeiro nos deixou importantes informações sobre a História da Matemática daquela época, já o segundo, influenciado pela onda do *enciclopedismo*[40], escreveu uma obra de 20 volumes, intitulada *Origens* ou *Etimologias*, que se dedicava em boa parte ao *quatrivium*. A relevância histórica desta composição relaciona-se ao fato de Isidoro ter dado um certo tratamento aos numerais indo-arábicos, que viriam mais tarde substituir os algarismos romanos.

O intervalo de influência de Boécio, Cassiodoro e Isidoro pode ser considerado como um período estéril para a Matemática, uma vez que os conhecimentos gregos e latinos foram mui estreitamente preservados. Situação que só assume ares de mudança quando as concepções educacionais do *oikoumene*[41], até então assumidas, já não mais comportavam os anseios sociais e intelectuais, tornando-se manifesta a necessidade de se resgatar os conhecimentos da Antiguidade. Começa, então, um tempo que podemos chamar um *período de transição* ou *período de transmissão* (c. 950-1500 d.C.), em que o saber e a cultura preservados pelos árabes começaram a se difundir através de inúmeras traduções de trabalhos clássicos.

Um dos expoentes deste novo período é Gerbert (950-1003), que nasceu em Auvergne, França, e teve uma boa formação em escolas muçulmanas da Espanha. Revelando talentos e interesses incomuns em seu tempo, Gerbert introduziu os números indo-arábicos (sem o zero) na Europa cristã e deu um novo impulso à pesquisa

---

[39] O período que vai da queda do Império Romano, na metade do século V, até o século XI. (EVES, 2002: 289)

[40] Denominação dada à tendência da época de se reunir todo o conhecimento em alguns volumes de livros.

[41] Uniformidade política e geográfica formada pela Grécia, Itália, Egito e Oriente Médio, a qual os gregos referiam-se como “mundo civilizado”.

científico-matemática. Através dele, conforme Lattin (apud BROLEZZI, 1991: 14) “a atividade numérica prática (Logística) pela primeira vez obteve o mesmo ***status***[42] da atividade numérica teórica (Aritmética) como matéria de ensino avançado formal”.

Por sua plural e intensa atividade científica, Gerbert foi considerado um sábio e famoso educador, sendo, por isso, chamado a ser tutor e conselheiro de Otto III, Imperador do Santo Império Romano, e se tornado Papa em 999, sob o nome de Silvestre II. Após sua morte, a 12 de maio de 1003, inúmeros alunos seus da França, Itália e Alemanha tornaram-se professores, dando continuidade ao processo de propagação do interesse pelos clássicos gregos sobre Ciência e Matemática. Segue-se daí um período de transmissão do saber grego, preservado pelos muçulmanos, aos europeus ocidentais.

> Isso ocorreu de três maneiras principais: pelas traduções latinas feitas por intelectuais cristãos que se deslocavam até centros de saber muçulmanos, pelas relações entre o reino normando da Sicília e o Oriente e através do intercâmbio comercial entre a Europa Ocidental e o Levante e o mundo árabe.
>
> (EVES, 2002: 291)

Acerca das traduções latinas de obras clássicas perpetuadas pelos árabes, uma das primeiras que se tem notícia é a dos *Elementos* de Euclides feita pelo monge inglês Adelardo de Bacth (c. 1075-1160), em 1142. Além da tradução dos *Elementos*, atribui-se a ele as traduções das tábuas astronômicas de Al-Khowârizmî. Segundo parece, teria Adelardo viajado pela Espanha, Grécia, Síria e Egito entre 1126 e 1129 para consolidar seus conhecimentos. Conta-se, ainda, que para adquirir informações sobre os saberes tão bem guardados dos árabes, passou-se por um estudante muçulmano.

Embora já evidente que a filosofia cristã não mais podia sustentar os anseios dos intelectuais desta época, tentativas para tanto não foram poupadas. A partir do ano 1000 certamente quebraram-se as barreiras existentes entre as culturas européia e árabe, mas o sistema cristão ainda sustentava-se por uma filosofia que tentava associar a fé à razão através de argumentações baseadas na lógica de Aristóteles. O período de 1220 a 1347 marca o apogeu do período escolástico, com a presença de inúmeras construções de justificação do sistema feitas por fervorosos cristãos, a saber:

---

[42] Negrito nosso.

> - Santo Anselmo (1033-1109) – o primeiro a fazer distinção entre saber e crença.
> - Santo Alberto Magno (1200-1280) – denominado o Doutor Universal, foi o primeiro a reproduzir a filosofia de Aristóteles em forma sistemática.
> - São Tomás de Aquino (1225-1274) – o Doutor Angélico, foi o mais influente de todos. Sua monumental obra, a ***Suma teológica***, representa a culminância da escolástica.[...] Santo Tomás de Aquino admite, como Santo Agostinho, que Deus é o verdadeiro mestre que ensina dentro de nossa alma, porém sublima a necessidade de sua ajuda exterior. [...]
> - John Duns Scot (1266-1308) – o Doutor Sutil, celebrizou-se como fundador de uma escola teológica rival da de Santo Tomás de Aquino.
> - Guilherme de Occam (1300-1350) – o Doutor Invencível, negava que doutrinas teológicas pudessem ser demonstradas pela razão e sustentava que era totalmente matéria de fé.
>
> (PILETTI & PILETTI, 1986: 86-87)

Apesar do grande empenho, os esforços filosóficos cristãos de contenção social não surtiram efeito. A partir do século XI, inicia-se em toda a Europa um processo de modificação das estruturas econômicas, sociais e culturais, culminando com a hegemonia, no século XVIII, de uma nova classe (a burguesia). Esta reestruturação causou o rompimento do sistema feudal e o enfraquecimento do clero. Diante desta nova ordem, houve uma evolução da escola urbana, que se distinguia da escola religiosa por apresentar um nível de ensino mais elevado e mais ou menos livre.

Com o fluir dos tempos, algumas destas escolas passaram a se chamar *Studia*. Estes estabelecimentos se caracterizavam por possuírem grandes mestres e uma boa qualidade de ensino. A boa fama destas instituições atraia os estudantes de quase toda a Europa Cristã. Por causa de seu significado universal o *Studia* passou a denominar-se *Studia Generalia*.

O clero, temendo uma maior perda de influência sobre a sociedade, passou a controlar o surgimento dos *Studia Generalia* através de bulas, outorgadas pelo Papa. Esta espécie de domínio religioso sobre os *Studia Generalia* só deixou de existir com o surgimento de um gigantesco movimento corporativista, cujo interesse era instaurar um monopólio comercial e/ou intelectual. As corporações urbanas de estudiosos, compostas por mestres e discípulos, deram lugar às Universidades Européias. Com o surgimento destas Universidades, após o século XII, iniciam-se as pesquisas e confecções de livros manuscritos específicos de História da Matemática.

3.3 Tendências a partir do Renascimento e o uso da História da Matemática.

O Renascimento significou o movimento de renovação intelectual e artística na Europa Ocidental, que atingiu seu apogeu no século XVI, influenciado principalmente pelas relações mercantis com o mundo árabe. Esse movimento de difusão *humanística*[43] às várias regiões da Europa foi, sem dúvida, iniciado nos centros comerciais italianos de Gênova, Pisa, Veneza, Milão e Florença, tendo por proposta a restauração das formas e ideais da Antigüidade Clássica baseadas em três grandes interesses: a vida real do passado, o mundo subjetivo das emoções e o mundo da natureza física. Estes interesses do povo europeu marcaram o término do período de transmissão e acarretaram novas ações, tais como:

> - estudo mais amplo e intensivo das línguas grega e latina;
> - caça aos manuscritos remanescentes desta literatura;
> - restauração de obras clássicas;
> - criação, na literatura, de um novo interesse por tudo o que apelasse para a imaginação e para o coração;
> - o esforço artístico, sob todas as suas formas, passa a predominar como em nenhum outro período da História;
> - a análise introspectiva da vida emocional provoca imensa produção literária (poesia, drama e romance);
> - desenvolvimento das ciências históricas e sociais;
> - deslocamento do centro de gravitação, até então situado nas coisas divinas, para o próprio homem.
>
> (PILETTI & PILETTI, 1986: 95)

Estas conseqüências implicaram, ainda, em uma nova postura educacional que se opunha completamente ao velho esquema escolástico. Seus propósitos humanísticos estavam centrados na literatura e no aprendizado das línguas gregas e romanas para o resgate e apropriação dos conhecimentos clássicos. Surge nesta época uma escola chamada *Casa Giocosa* (casa alegre), que recebeu este nome para distinguir-se das escolas medievais. Fundada na Itália por Victorino d Feltre (1378-1446), a *Casa Giocosa* preocupava-se com a formação integral do homem, procurando a harmonia através da educação física, equitação, salto, corrida, esgrima, guerra simulada, literatura e história. Outros renascentistas que se ocuparam com problemas da educação foram François Rebaliais (1483-1555) e Michel de Montaigne (1533-1592). Apesar de divergirem de alguns dos princípios de Victorino, também almejavam uma formação livre.

---

[43] Estudo da antiga cultura greco-romana.

Enquanto Rebaliais condensa seu pensamento no princípio de que "Ciência sem consciência não é senão ruína da alma", Montaigne diz que o professor não deve se limitar a indagar o aluno apenas sobre as palavras da lição; deve indagá-lo, principalmente, sobre o sentido e a substância. Esta postura, sem dúvida, subentende um ensino *interacionista* e/ou *construtivista*, subentendendo a concepção de que, para ter valia, o conhecimento deve auxiliar o indivíduo na vida real. Neste contexto, o ideal renascentista abraça a crença de uma capacidade ilimitada da criação humana, fortalecendo-se ainda mais pela invenção da imprensa que contribui significativamente para a sua disseminação.

Muito embora Gutenberg não tenha inventado a imprensa em 1455, como muitos pensam, tal fama se deu por ter sido o primeiro sistema ocidental de tipos móveis que funcionou – tão bem que seu uso estendeu-se por quase 350 anos -, possibilitando a aceleração do *Renascimento*, o nascimento do movimento protestante e as revoluções industriais e políticas dos séculos seguintes. O método de Gutenberg difundiu-se tão rapidamente que em 1500 já circulavam na Europa cerca de meio milhão de livros, dentre os quais obras religiosas, clássicos gregos e romanos, textos científicos e relatórios das grandes navegações.

Diante deste novo contexto, modificam-se alguns aspectos do ensino que há muito faziam parte da prática escolar. Dentre estas podemos citar a efetiva vinculação entre pesquisa, ensino e o meio como eram transmitidos os saberes.

> Gradativamente a integração da matéria impressa na prática de ensino da Universidade enfraqueceu o papel tradicional da transmissão oral: a aprendizagem não mais se restringia à mera escuta passiva, pois os estudantes tinham agora oportunidades de tornarem-se ativos e de fazerem alguns estudos por conta própria.
>
> (SCHUBRING, 2003: 41)

Surgem, a partir daí, os primeiros livros-texto para uso mercantil, isto é, que tinham por objetivo tornar o saber matemático acessível ao público em geral. O primeiro foi o *Aritmetica di Trenio*, em 1478. Este livro italiano retrata uma aritmética prática destinada aos propósitos comerciais. Desde então, no âmbito acadêmico, as universidades européias passaram a adotar os livros-texto em seus cursos, sendo, os *Elementos* de Euclides um *Best-Seller*, merecedor de várias edições, dentre as quais traduções para o latim (1482), grego (1533) e para o italiano, inglês, alemão e francês (de 1543 a 1554). Entretanto, foi pela *Companhia de Jesus* (1552), em seus *colleges*, que o livro *Elementos* passou a ser, efetivamente, adotado no ensino de Matemática. Livros com elementos específicos de História da Matemática começaram a ser publicados como forma de gratidão e veneração aos clássicos do passado, merecendo, em meio aos ensinamentos práticos de tais obras, modestas inserções de caráter histórico.

Em 1615, Giuseppe Biancani escreve *Aristotelis loca Mathematica ex Inuversis Colleta et Explicata*, cujo adendo de nome *Clarorum Mathematicorum Chronologiai* é o que identifica esta obra como uma das primeiras com preocupação histórica. Outro livro didático, obra do mesmo século e de concepção histórica apenas informativa, é escrito por Milliet Descharles, no qual figura o item *De Processus Matheseos et Illustrius Mathematicus*. Já no século XVII, o abade Bernardino Baldi, exímio lingüista, publica o livro *Biografias de Matemáticos*, trabalho extenso com 365 biografias e que levou 14 anos para ser concluído. Essa excelente obra, como afirma Brolezzi (1991: 17), “serviu de fonte para inúmeros trabalhos posteriores”.

O primeiro livro que ostentou um título de História da Matemática foi escrito por Johann Christoph Heilbronner, em 1742. A sua obra, *Historia Matheseos Universae*, continha uma valiosa relação de manuscritos e uma lista dos últimos livros impressos. Vemos que, a partir dos trabalhos de Baldi e Heilbronner, a visão sobre a História da Matemática começa a se modificar rapidamente. Tal afirmação confirma-se pelo fato de, já em 1758, ter sido publicado um livro de História da Matemática cujo formato assemelha-se a muitos dos atuais. Esta obra foi traçada por Jean Étienne Montucla (1725-1799) e intitulava-se *Histoire dês Mathématics*. Seu aspecto cronológico e abrangente, tratando tanto da Matemática Pura e Aplicada como também da história da Geografia, da Música, da Gnomônica e da Navegação, influenciou significativamente os livros de História da Matemática posteriores.

3.4 As estruturas da História da Matemática a partir da modernidade

Em um novo contexto, a partir do século XIX, a História da Matemática passa a assumir um caráter verdadeiramente didático. Um lente desta nova visão foi o Pe. Pietro Franchini, matemático italiano, que se preocupava com o ensino da Matemática e a pesquisa em Análise. Sua obra *Saggio sulla Storia delle matematiche corredato di sacelte notizie biografiche ad uso della gioventù*, de 1821, encerra uma concepção vinculadora da História da Matemática com o ensino de Matemática e passa a exercer significativa influência sobre obras futuras. Uma destas é o trabalho em quatro volumes *Vorlesunger über Geschichte der Mathematik*, publicado em 1880 e 1908 por Mortz Benedict Cantor. A obra de Cantor assemelha-se em muito à de Montucla quanto ao modelo cronológico adotado, mas difere sutilmente no foco de pesquisa. Enquanto Montucla discorre sobre a História da Ciência em seus diversos ramos, Cantor trata especificamente da evolução do pensamento matemático puro.

Apesar de claramente estabelecido, o sistema cronológico posto por Cantor não se configura o único meio de se fazer História da Matemática na passagem do século XIX para o século XX. Em 1894, Florian Cajori, professor de História da Matemática da Universidade da Califórnia, publica a primeira edição de *A History of Mathematics*, uma obra em um único volume que, embora seja um clássico por sua ordem cronológica, traz um texto menos intensivo dedicado aos leitores que não podem deter-se a um estudo mais consistente. Como salienta Cajori (1919),

> [...] existem desvantagens em fazer uma História da Matemática de um só volume para uso dos leitores que não podem dedicar-se a um estudo intensivo da História da Matemática. [...] é difícil dar uma visão de relance adequada do desenvolvimento da matemática de seus mais antigos começos até o presente.
>
> (apud. BROLEZZI, 1991: 18)

Para resolver o problema apontado por Cajori, David Eugene Smith publica, em 1923, sua *History of Mathematics* em dois volumes. A concepção de Smith desaconselha um texto único cronológico, por isso, em seu volume I, traz uma visão do desenvolvimento da Matemática por períodos cronológicos e em seu volume II, traz a discussão detida de certos pontos que considera importante. Smith faz, assim, um livro dedicado ao professor de Matemática e lança uma nova visão de produção de livros de História da Matemática, baseadas em sua abordagem *por assunto*[44]. Além de lançar o tratamento por assunto Smith, em sua notável disposição historiográfica, inaugura junto a outros autores a *história por civilização*[45] e a *história por tópico*[46].

Apesar do surgimento de outras formas de se trabalhar a História da Matemática - *por tópico, por civilização, por biografias etc* -, a visão cronológica não foi

[44] Na realidade tal concepção surge sob sua orientação na obra *A Short History of Mathematics*, de Vera Sanford em 1930.

[45] SMITH, David Eugene & MIKAMI, Yoshio. *A History of Japanese Mathematics*. Chicago, 1912.

[46] SMITH, David Eugene & KARPINSKI, L. C. *The Hindu-Arabic Numerals*. Boston: Ginn and Company, 1911.

abandonada. Exemplos de tal perspectiva no século XX são a *Introdução à Historia da Matemática* (1969), de Howard Eves e *A História da Matemática* (1974) de Carl Benjamin Boyer. Estas obras tornaram-se referência obrigatória em nosso tempo em se tratando de História da Matemática, pois este tipo de livro, segundo EVES (2002),

> [...] difere em muito das muitas histórias da matemática existentes por não se tratar primordialmente de um trabalho de prateleira para consulta, mas sim de uma tentativa de introduzir a história da matemática aos alunos de graduação dos cursos superiores de matemática. Assim sendo, além da narrativa histórica, há muitos expedientes pedagógicos visando assistir, ***motivar e envolver o aluno***.
> (p. 17 – grifos nossos)

Esta afirmação nos faz pensar em mais do que o caráter técnico com que vêm sendo escritos os livros de História da Matemática durante o desenvolvimento da sociedade, nos faz pensar também em quais pressupostos epistemológicos foram - estão sendo - adotados nestas escrituras e quais as influências deste tratamento histórico no processo de ensino-aprendizagem da Matemática na atualidade.

Com vista a esclarecer tais questionamentos, recorreremos a um breve levante elucidativo e confirmativo que além de estabelecer pontos cruciais da abordagem histórica da Matemática nos últimos cem anos – abordagens que influenciaram o processo de ensino-aprendizagem da Matemática em *nossa* comunidade (em seu aspecto micro e macro) -, apontam algumas novas perspectivas e formas de se abordar a Matemática com o auxílio didático e/ou metodológico da História da Matemática.

3.5 Perfis didático-epistemológicos da História da Matemática nos séculos XX e XXI

Devemos ter consciência de que o fazer e perceber historiográfico do ensino da Matemática não se dissocia do contexto sócio-cultural de sua época, mas sim, como noutros ramos científicos, dispõe-se como reflexo deste campo *macro.* Por este motivo, consideramos salutar providenciarmos uma exposição do desenvolvimento das influências sociais que no decorrer do século XX, propiciaram um reflexo no campo da pesquisa em História e ensino da Matemática. Deste modo, para fins de construção de uma proposição de contexto, reportemo-nos ao século XIX, período que em vários países começou a se manifestar uma preocupação com o ensino da Matemática nas escolas secundárias, visando a sua modernização.

A preocupação se originou pela constatação de que o ensino da Matemática no nível secundário estava em divergência com as exigências impostas pelo novo contexto sócio-político-econômico. Dentro de tais perspectivas, a Matemática ensinada nas universidades estava em desacordo com o desenvolvimento - ocorrido nos últimos séculos - nas ciências e na própria Matemática. A preparação do professor de Matemática oferecida nas universidades, na época, era dissociada do ensino da matemática nas escolas secundárias, não havendo uma formação específica para o ensino da disciplina. Portanto, ao iniciar sua carreira profissional, o professor não conseguia relacionar o conteúdo aprendido na universidade com o ensinado na escola. Este fato resultou na aquiescência de um ensino tradicional, formal e desprendido das necessidades práticas e de exatidão no manuseio da mesma, apresentando, conseqüentemente, como resultado um ensino insatisfatório. Neste sentido, Miorim (1998: 60) afirma que, “com a implantação dos sistemas escolares nacionais, e a conseqüente necessidade de ampliação do quadro de professores e de uma melhor qualificação profissional, esse panorama começou a ser alterado”. A partir desse momento, as universidades começaram a propor alterações na formação do professor de Matemática dos cursos secundários.

As alterações foram abordadas em conferências que buscavam discutir temas relacionados à formação desses professores, mas apenas no final do século XIX foram inseridos nas universidades alemãs cursos direcionados à formação do profissional de Matemática. Como conseqüência desse processo, algumas propostas de reforma começaram a surgir, o que resultaria numa nova fase do ensino da Matemática. Tendo, segundo Silva (2001: 9), como marco histórico “na Alemanha (1872) Felix Klein que propõe, para a formação de professores uma maior relação entre os diferentes ramos da matemática e as demais áreas de conhecimento”.

Surge, então, uma primeira idéia de Educação Matemática, iniciando-se o primeiro movimento internacional para a modernização e renovação do ensino de Matemática. Tal concepção de preocupação com o ensino secundário só se incorporaria ao âmbito nacional no início do século XX com o movimento da *Escola Nova*[47].

> Diante de um mundo caracterizado por constantes e rápidas transformações, numerosos educadores propõem a mudança da escola e da educação, com base em duas idéias centrais:

---

[47] Movimento desencadeado no final do século XIX e início do século XX, marcado por inovações tecnológicas que levaram numerosos pensadores a divulgar a crença no progresso indefinido.

> a. o aluno como centro e sujeito da própria educação;
> b. os métodos ativos, em que o próprio aluno constrói o conhecimento.
>
> (PILETTI & PILETTI, 1986: 149)

Anteriormente a este período a utilização da história, como auxílio ao ensino da Matemática no Brasil, se constituiu incipiente. Apenas em 1899 temos notícia de um trabalho de História da Matemática, escrito por Gabaglia, e publicado sob o título de *O mais antigo documento Matemático conhecido* (*Papyro Rhind*). Quanto ao caráter de sua constituição e utilização não difere dos outros de sua época, isto é, o aspecto motivacional é o mais preponderante.

Este ponto de vista ingênuo de utilização da História da Matemática é, aparentemente, o mais evidente dentre os modos de percepção/utilização deste recurso, haja vista que tal visão se reflete tanto em trabalhos publicados pela revista americana *The Mathematics Teacher*, nas décadas de 1920 e 1930, como em livros atuais, a exemplo dos da coleção *Licenciatura em Matemática* do Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro, utilizados nos módulos do ensino a distância de Matemática da Universidade Federal do Pará. Como podemos observar nas citações seguintes, a questão motivadora se constituiu em um ponto de observação/preocupação de vários educadores:

> A análise dos livros didáticos revelou-me que os usos didáticos da História da Matemática têm estado limitados às questões de motivação e/ou simples informações adicionais, raramente incorporando-se o conhecimento histórico na elaboração de novas seqüências ou estratégias didáticas.
>
> (VIANNA, 1995: 4)

> Há perigo de se ficar na superficialidade da história da matemática como meras curiosidades sem nenhuma implicação no tratamento dos conteúdos matemáticos em si.
>
> (BROLEZZI, 1991: 1)

> Ao desenvolvermos estudos relativos às contribuições da História da Matemática para a Educação Matemática, percebemos que é necessário muita cautela, pois pode-se incorrer no erro de simplesmente assumir a História da Matemática como elemento motivador ao desenvolvimento do conteúdo.
>
> (BARONI & NOBRE, apud. BICUDO, 1999: 132)

> A matemática, desde seus primórdios, entrelaça-se tão intimamente com a história da civilização, sendo mesmo uma das alavancas principais do progresso humano, que sua história é não só altamente

> motivadora em termos de ensino como também muito rica em aspectos culturais.
> (DOMINGUES, apud BAUMGART, 1992, apres.)

> [...] é evidente que o Uso Ornamental da História da Matemática não é um instrumento apropriado para o ensino de conceitos matemáticos.
> (FOSSA, 2001: 54)

Certamente pudemos notar que a utilização estritamente motivacional/ornamental da História da Matemática tem se demonstrado uma fraqueza metodológica. A abordagem do ensino de Matemática sob este gênero pressupõe uma disposição positiva quanto às questões históricas e muito embora seja verossímil que os alunos gostem muito deste tipo de apresentação, por lhes parecer divertido, estabelece apenas um sentimento momentâneo e não lhes proporciona oportunidades autenticamente formativas. Um bom exemplo acerca deste aspecto foi apresentado por Schuring (1998), ao afirmar que o historicismo foi, durante o século XIX e início do século XX, uma das principais características da formação da burguesia intelectual alemã, mas a partir da década de 60 do século passado, tal convicção desaparecera por completo.

A história "anedotária" se incorporou mais efetivamente no âmbito nacional a partir do Decreto Nº 19890 de 18 de abril de 1931, consolidado pelo Decreto Nº 21241 de abril de 1932, apresentado pelo então Primeiro Ministro da Educação e Saúde, Francisco Campos,

> E, por fim, com o intuito de <u>aumentar o interesse do aluno</u>, o curso será incidentalmente entremeado de ligeiras alusões a problemas clássicos e curiosos e aos fatos da história da matemática bem como à biografia dos grandes vultos desta ciência.
> (Portaria Ministerial de 30-06-1931, apud. MIGUEL & MIORIM, 2004: 17)

Outro ponto de vista historiográfico, utilizado no início do século passado pelos lentes matemáticos do Brasil, foi o da resolução de problemas. É interessante notar que a preocupação com apresentações de métodos históricos para a resolução de problemas matemáticos já podem ser encontrados no final do século XIX e início do século XX, tanto no corpo do texto, em *Álgebra Elementar – Theoria e Prática* (1928), de S.L e *Álgebra Elementar* (1928) de Sebastião Francisco Alves, como em notas de rodapé, a saber, nos *Elementos de Álgebra*, de André Peres y Marin (1928). Confirmamos nossas interpretações com relação a este fato através da citação de Miguel & Miorim (2004:

33) quando dizem que “o ponto de vista de que a história constitui uma fonte de métodos adequados para a abordagem pedagógica de certas unidades ou tópicos da matemática escolar tem se manifestado na literatura, pelo menos, desde o século XVIII”.

Paralelamente ao contexto nacional que se formava, em 1929, se originou na França um movimento preocupado com os rumos da historiografia. Os seus seguidores, ao renovarem os estudos históricos, propiciaram o surgimento da corrente conhecida como *Nova História*. Seus influenciadores, sem dúvida, foram Voltaire, no século XVIII, Chateaubriand e Michelet, no século XIX, pois foram estes que primeiro denunciaram a historiografia que se preocupava apenas com alguns homens - os reis e suas cortes - e postularam uma história total, global. No início do século XX, o economista e sociólogo François Simiand atacava os "ídolos da tribo dos historiadores": o "ídolo político", ou seja, a preocupação exagerada com a história política; o "ídolo individual", isto é, a ênfase na história dos grandes homens; e o "ídolo cronológico", o hábito de datar os fatos e encadeá-los linearmente.

Combatendo essas idéias, Lucien Febvre e Marc Bloch fundaram, em 1929, a revista *Annales d'histoire économique e sociale*, que se propunha a fazer uma história-problema de todos os homens, das estruturas, das evoluções e transformações, uma história interdisciplinar. A primeira fase do *Movimento dos Anais*, que se inicia com a criação da revista, perdura até 1945, aproximadamente. Nesse período, houve uma abertura em relação à geografia, à economia e à sociologia. Os méritos de Febvre e Bloch como desencadeadores dessa nova postura dos historiadores são reconhecidos mesmo pelos seus críticos. Como afirma FONTANA (1982: 203), “O primeiro traço definidor do pensamento de Febvre é o rechaço da esterilidade do historicismo e de sua erudição factual, e o protesto contra a intenção de estabelecer o 'fato histórico' como objetivo supremo, talvez único, do trabalho do historiador”.

Como reflexo deste novo movimento historiográfico, tanto o aspecto motivacional quanto as técnicas historiográficas cronológicas perdem o caráter ingênuo da alegoria e dissociação social e passam a se prestar como ferramentas a estratégias de resgate cultural da Matemática de alguns grupos, promovendo, com isso, o resgate da alta estima destas sociedades e a desmistificação a respeito das dificuldades de certos grupos de indivíduos assimilarem/produzirem tais conhecimentos. Mas, embora socialmente significativa, esta abordagem não se difundiu neste período histórico por imposição de outros movimentos desencadeados especificamente na área matemática.

Outra grande influência em oposição à percepção simplesmente motivacional da História da Matemática surge com a versão pedagógica da *Lei Biogenética*[48], de Ernest Haeckel (1834-1919). Sob a denominação de *Princípio Genético*, esta concepção – que está mais para uma justificativa - assume que todo indivíduo, em sua construção particular do conhecimento, passa pelos mesmos estágios que a humanidade teria passado na construção desse conhecimento. Segundo Haeckel, o aluno/pesquisador garantiria, assim, um aprendizado efetivo, e diríamos, para acrescentar, significativo. Dentre os matemáticos que enveredaram por esta perspectiva para justificar o uso da História da Matemática no ensino figuram Felix Klein (1849-1925) e Henri Poincaré (1854-1912). Os principais defensores do *Princípio Genético* foram Piaget e Garcia, porém, segundo o professor José Feliciano, tradutor brasileiro do *Eléments de géométrie*, o primeiro a utilizar o *Princípio Genético* teria sido o francês Alex Claude Clairaut (1713-1765).

A inserção dos *Eléments* de Clairaut no Brasil (1892) se deu como tentativa de se constituir uma biblioteca positivista relacionada à Matemática em língua vernácula, conforme proposto por Comte. Em sua obra, Clairaut opta por tornar a História o fio orientador de sua produção, tendo em vista o interesse e esclarecimento dos iniciantes em Geometria.

> Euclides de Medeiros Guimarães Roxo (1890-1950), defensor da implantação de propostas modernizadoras no ensino de Matemática brasileiro no Colégio Pedro II, em 1928, e na Reforma Francisco Campos, em 1931, no prefácio de seu livro *Curso de Mathematica Elementar*, v. 1, de 1929, se manifestou em favor do *método histórico* como um "princípio pedagógico de ordem geral, por todos francamente reconhecido, mas raramente respeitado" [...]
> (MIGUEL & MIORIM, 2004: 40)

Embora as posições quanto ao uso histórico sejam favoráveis, tanto nos textos de Clairaut como nos de Roxo, não nos é possível explicitar em suas obras a História da Matemática de forma participativa no processo de ensino aprendizagem, porém entendemos, possivelmente como eles, que suas motivações sejam a de que,

> [...] a história pode ser um elemento orientador na elaboração de atividades e situações-problema, de seleção de seqüenciamentos de

[48] Durante o desenvolvimento, o embrião humano atravessaria os mais importantes estágios pelos quais teriam passado os seus ancestrais adultos. (RONAN, 1987, v. IV, p. 79).

> tópicos de Matemática em livros didáticos, sem que elementos históricos sejam explicitamente colocados.
>
> (Idem: 41)

A defesa da História da Matemática pelo *Princípio Genético* tornou-se bem popular, possuindo similaridade de argumentos em diversos pesquisadores/educadores de História da Matemática, como é o caso de Byes (apud. PRADO, 1990: 10), quando afirma que "o aprendizado efetivo requer que o aprendiz retrace os principais passos na evolução histórica do assunto estudado". Mesmo parecendo-nos a priori uma boa argumentação, todos os pesquisadores maduros no assunto advertem quanto ao uso deste princípio como postulado.

> Esse princípio apresenta alguns obstáculos no sentido lógico da construção do conhecimento, visto que alguns conceitos matemáticos surgem naturalmente no aluno e historicamente aparecem somente após outros conceitos iniciais, como é o caso do zero, por exemplo.
>
> (MENDES, 2001: 24)

A partir do exposto, nossa interpretação é de que defender a História da Matemática como recurso didático ou como metodologia de ensino é expressivamente mais fácil do que propor medidas concretas que a contemple. Talvez por isso, historicamente, fatos ocorridos a partir do movimento da *Matemática Moderna* impossibilitaram ainda mais o aprimoramento da visão histórica da Matemática no início do século XX.

Tais fatos começaram no século XVII com as *descobertas*[49] do Cálculo Diferencial por Leibniz e Newton, influenciados por grandes nomes como Galileu e Descartes. Seus trabalhos tornaram-se célebres por descreverem satisfatoriamente inúmeros fenômenos físicos, tornando-se, assim, referências até mesmo em outras áreas. Seus trabalhos, apesar de magníficos, não eram exemplos de formalização e rigor técnico. Embora no século seguinte seus discípulos os seguissem, o mesmo não se deu no século XIX. Os ânimos começaram a se inquietar com a falta de regularidade dos matemáticos e, em 1821, surge um livro que foi, durante muitos anos, o clássico do rigor matemático. Augustin Cauchy transformou as aulas que dera como professor da escola politécnica em livro, cujos conceitos não tardaram a se estender a todos os ramos da Matemática. Este rigor, aliado a imaginação obrigou os sábios a construírem novos instrumentos e propiciou a criação da teoria dos grupos bem como da teoria dos

[49] O cálculo diferencial e o princípio da experimentação como forma de validação científica.

conjuntos, da geometria não euclidiana, da topologia e boa parte do arsenal das matemáticas modernas.

Uma das primeiras noções a serem revisadas foi a do axioma que, para Euclides, baseava-se na verdade que não necessitava de demonstração, isto é, tudo que fora demonstrado partiria de um precedente por um raciocínio; um axioma não teria demonstração, posto que nada o precede. Na época deste estudioso acreditava-se que essas verdades fossem evidentes através da metafísica; para Platão, eram colocadas em uma espécie de paraíso; para Kant, pertenciam às estruturas próprias do nosso espírito. Mas a partir de Cauchy, os axiomas matemáticos perderam sua supremacia de verdades incontestáveis. Eram somente regras de um jogo que os homens podiam escolher arbitrariamente. No fim do século XIX e começo do XX, todos os ramos da Matemática foram revistos, procurando-se os axiomas que estavam na base de todos eles. Assim, estudavam-se todas as conseqüências lógicas decorrentes destes sistemas de axiomas, fazendo da Matemática um jogo puramente abstrato e simbólico.

Por esse método, o alemão Hilbert (1862-1943) demonstrou que a lista dos axiomas de Euclides era incompleta e que, para estruturar a geometria clássica, seriam necessários vinte e sete e não quinze axiomas. O italiano Peano (1858-1932) trouxe à luz o conjunto mais importante de todas as matemáticas - o conjunto dos números naturais -, tributários de três axiomas, hoje denominados axiomas de Peano.

Porém, a axiomatização mais radical, abrangendo todas as matemáticas, é, sem dúvida, a de Nicolas Bourbaki. Ele era apenas uma invenção de um grupo de jovens franceses que se reuniam num café de Saint Germain, por volta de 1930. Estes descobriram que, embora saídos de uma escola superior, continuavam ignorantes diante das últimas descobertas da Matemática. Por conta disso, dedicaram-se ao estudo e, em 1939, publicaram os primeiros fascículos de Nicolas Bourbaki. O grupo inicialmente formado por Henri Cartan, Elie Cartan, Claude Chevalley, Jean Delsart e Jean Dieu foi crescendo e ainda hoje existe. Seu método é a crítica impiedosa de cada um a respeito de cada idéia surgida. Concretamente, em relação a Bourbaki, temos uma obra de trinta e cinco volumes, fonte de pesquisas completas de álgebra, análise, geometria e topologia, segundo métodos altamente axiomáticos. Contudo, foi a teoria dos conjuntos que forneceu a base de toda essa obra.

Os Bourbaki entendiam que toda multiplicidade pode ser pensada como uma unidade, ou seja, toda coleção de elementos determinados pode ser, por uma lei, combinada em um todo. Desta forma, ao invés de lidar exclusivamente com números, a teoria dos conjuntos trata de coleções de coisas bem definidas. Por exemplo: os alunos de uma turma formam um conjunto e o número de alunos é apenas uma das propriedades deste conjunto. Esta concepção acarretou inúmeras polêmicas, tanto com relação a equivalências de partes de um conjunto com o todo, como o surgimento de conjuntos finitos contraditórios. Estes paradoxos acarretaram o que se chamou a "crise dos fundamentos", porém, como tudo na História da Matemática se resolve, a teoria dos conjuntos saiu triunfante da crise e, em síntese, tornou-se o fundamento dos modernos métodos de ensino da Matemática.

A incorporação da teoria dos conjuntos no sistema educacional tornou-se um empecilho ao avanço das técnicas de ensino a partir da História da Matemática. E para se justificarem, os defensores da *Matemática Moderna* resgataram os argumentos de Galois,

> Até quando os pobres jovens serão obrigados a escutar ou repetir toda a jornada? Não haveria maior vantagem em exigir dos alunos os mesmos raciocínios e os mesmos cálculos, mas com formas mais simples e mais fecundas? Mas não, ensinam-se, minuciosamente, teorias truncadas e carregadas de reflexões inúteis, enquanto se omitem proposições as mais simples e brilhantes do pensamento algébrico.
>
> (GALOIS, 1831)

> (As Matemáticas Modernas) ... não são um método novo para ensinar matemática; trata-se de ensinar as matemáticas tal como elas estão hoje e tal como poderão servir às crianças que dentro de quinze anos estarão na vida ativa e num mundo diferente ...
>
> (LICHNEROWICZ, apud VIANNA, 1995: 15)

Por conta disso, o reaparecimento da preocupação com a aplicação didática da História da Matemática no Brasil só veio ocorrer a partir da década de 80, quando se começa a discutir propostas de mudanças no currículo de Matemática em virtude do movimento no sentido de abandonar-se a Matemática Moderna. Em termos gerais, a posição adotada pelos educadores desta época pode ser percebida quando D’Ambrósio (1986: 93) diz que o “Rigor e formalismo na estruturação de uma disciplina é algo que nada ou pouco tem a ver com seu ensino”. Desta forma, os anseios foram o da substituição do ideal do rigor no ensino da Matemática pela aceitação de construções intuitivas, experimentais. Surge, assim, uma concepção de *Matemática Libertadora*, que segundo Henderson (apud. BERTONI, 1981: 8 – *Temas e Debates*) se estabelece “no sentido de remover barreiras que impeçam a plena criatividade de uma pessoa, que habilite o aluno a participar e a compreender mais do universo – do conjunto das experiências vivenciadas".

Buscou-se, neste sentido, uma Educação capaz de sobrepujar a situação em que as pessoas ficavam temerosas diante das idéias matemáticas, porque aprendiam e viam a Matemática como caminhos rígidos e rotineiros que as levavam a respostas condicionadas, limitantes de suas criatividades. O ideal, a partir de então, passou a ser o da criação de um ensino acessível não somente aos "talentosos", mas a compreensão de toda pessoa.

A efetivação das mudanças no quadro da concepção de Educação Matemática no Brasil necessitava apenas de pessoal qualificado para sustentar tais ideais. Isto veio ocorrer, inicialmente, em fevereiro de 1975 com a implantação do Curso de Mestrado em Ciências e Matemáticas na Universidade Federal de Campinas (*Lato Sensu*) e, posteriormente, na década de 80, com a criação de outros Cursos de Pós-Graduação *Stricto Sensu* nessa área. Segundo Perez (1995: 3, apres. – *Temas e* Debates): "Através deles, emergiram ou se acentuaram, preocupações e reflexões referentes á formação do professor de Matemática e à caracterização do Educador Matemático".

Com as maciças críticas à educação proposta pelo movimento da Matemática Moderna, surgem concepções tidas como o "resgate" da História. Para os seus mentores, a História propiciaria um excelente norte às atividades matemáticas, sendo três as formas mais destacadas de fazê-lo: como elemento orientador da seqüência de trabalho com um tema específico, os números; na apresentação de diferentes métodos históricos; na discussão de problemas de natureza histórica.

Segundo Miguel & Miorim (2004: 48), a concepção de que "a Matemática pode ser desenvolvida pelo estudante mediante a resolução de problemas históricos, a apreciação e a análise das soluções apresentadas a esses problemas por nossos antepassados" passa a se difundir mais expressivamente a partir do 5º Congresso Internacional de Educação Matemática (5º ICME, Adelaide, 1984). Neste processo passariam a estar contemplados a motivação, o resgate sócio-cultural, a verificação de métodos e habilidades de nossos antepassados e a percepção de uma "analogia" ou "continuidade" entre conceitos e processos do passado e do presente.

Como resultado desses avanços, em relação à pesquisa em História da Matemática e seu potencial no ensino, temos um artigo produzido para o I *Seminário Nacional de História da Matemática* realizado em Recife, no período de 9 a 12 de abril de 1995, onde Antônio Miguel[50] expõe uma pesquisa que destaca alguns argumentos que tentam reforçar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática. Este trabalho foi também publicado pela revista de educação Zetetike nº 8 (1997) da Universidade de Campinas e traz um conjunto de argumentos extraídos de artigos publicados em revistas nacionais e internacionais de Educação Matemática, súmulas de anais de encontros de Educação Matemática, capítulos de livros e outras fontes que culminam em uma análise identificadora das principais categorias que altercam formas de se trabalhar com a História da Matemática.

Seus resultados identificaram abordagens que consideram a História da Matemática como:

1º fonte de motivação;

2º fonte de objetivos para o ensino da Matemática;

3º fonte de métodos adequados para o ensino da Matemática;

4º fonte de seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incluídos no ensino da Matemática;

5º fonte de desmistificação da Matemática e desalienação de seu ensino;

6º ***instrumento de formalização de conceitos matemáticos*****;**

7º instrumento de promoção do pensamento independente e crítico;

8º instrumento unificador dos vários campos da Matemática;

9º como instrumento promotor de atitudes e valores;

10º instrumento de conscientização epistemológica;

11º instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática; e

12º instrumento de resgate da identidade cultural.

As argumentações reforçadoras apontadas por Miguel são, também, acompanhadas de críticas na forma de argumentos questionadores que o fazem refletir sobre as reais potencialidades da História da Matemática em sala de aula.

> [...] parece-nos que devemos encarar com certa prudência a suposta importância pedagógica da história. Entre as posições extremadas que tentam nos convencer de que a história tudo pode ou de que a história nada pode, parece-nos mais adequado assumir uma posição intermediária que acredita que a história – apenas quando devidamente reconstruída com fins explicitamente pedagógicos e organicamente

---

[50] Professor do Departamento de Metodologia de Ensino da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas.

> articulada com as demais variáveis que intervêm no processo de planejamento didático – pode e deve desempenhar um papel subsidiário em Educação Matemática, qual seja, o de um ponto de referência para a problematização pedagógica.
>
> (MIGUEL, 1997: 101)

Muito embora Miguel tenha exposto idéias idênticas em sua tese de doutorado[51], em 1993, perspectiva não muito distinta foi defendida por Antônio Carlos Brolezzi em 1991 em sua dissertação de mestrado[52] onde, ao discorrer sobre os tipos de livros de História da Matemática, acaba por, encerrar em suas análises sobre os valores didáticos contidos nestes, três argumentações reforçadoras; são elas:

1º História da Matemática e Lógica da Matemática em construção;

2º História da Matemática e Significado; e

3º História da Matemática e Visão da Totalidade.

Brolezzi (1991) é menos acometido que Miguel quanto ao valor didático-metodológico da História da Matemática e deixa claro que:

> [...] a ordem lógica mais adequada para o ensino de Matemática não é a do conhecimento matemático sistematizado, mas sim aquela que revela a Matemática enquanto Ciência em construção. O recurso à História da Matemática tem, portanto, um papel decisivo na organização do conteúdo que se quer ensinar, iluminando-o, por assim dizer, com o modo de raciocinar próprio do conhecimento que se quer construir.
>
> (BROLEZZI, 1991: 2)

Há, ainda, outro trabalho muito semelhante escrito por Carlos Roberto Vianna[53], no qual destaca algumas possibilidades do uso didático da História da Matemática. Vianna baseia sua dissertação na lista elaborada por Miguel e segue fazendo algumas considerações e inserções não mencionadas por este em seu trabalho. Vianna introduz alguns grifos na lista de Miguel que nos serão indispensáveis; são estes:

1º História-Motivação;

2º História-Objetivo;

3º História-Método;

4º História-Recreação;

5º História-Desmistificação;

---

[51] *Três Estudos sobre História e Educação Matemática*. UNICAMP, 1993.
[52] *A Arte de Contar: Uma introdução ao Estudo do Valor Didático da História da Matemática*. USP, 1991.
[53] *História e Matemática: Algumas Relações e Implicações Pedagógicas*. USP, 1995.

6º ***História-Formalização***;

7º História-Dialética;

8º História-Unificação;

9º História-Axiologia;

10º História-Conscientização;

11º História-Significação;

12º História-Cultura;

13º *História-Epistemologia*;

O termo *História-Epistemologia* é um acréscimo de Vianna à lista de Miguel, e diferencia-se sutilmente da *História como conscientização epistemológica* por ser um instrumento revelador da natureza da Matemática. Na verdade, este novo argumento trata da própria visão histórica de Miguel que não constava em sua relação.

No período compreendido entre as investigações de Brolezzi, Vianna e Miguel, percebeu-se um considerável avanço no número de pesquisadores interessados na História da Matemática como norte do ensino de Matemática. Em uma análise superficial, podemos dizer que tal elevação de interesse tem contribuído para a descoberta de novos caminhos de investigação e ação educativa. Contudo, nada se pode afirmar no momento quanto a qualidade de tais perspectivas. Vejamos algumas posições quanto à evolução do interesse pelo ensino de Matemática com auxílio histórico:

> Apesar de haver muitos livros de história da matemática, poucos são acessíveis. Sua aplicabilidade didática também é uma questão que só recentemente passou a ser discutida com mais vigor.
>
> (BROLEZZI, 1991: 1)

> [...] a verdade é que há pouca literatura de história especificamente voltada para as questões didáticas e o pouco que há não tem sido considerado – quer para análise, por parte dos estudiosos da área; quer para a realização de pesquisas que atestem se há diferenças significativas de aprendizagem comparando abordagens tradicionais com abordagens "historizadas".
>
> (VIANNA, 1995: 32)

> [...] a investigação histórica como uma alternativa metodológica para o ensino de matemática começa a despertar o interesse dos educadores matemáticos preocupados com o processo de construção do conhecimento a partir da utilização da história como recurso para tal.
>
> (MENDES, 2001: 20)

> [...] o movimento em torno da História da Matemática já é tão amplo e diversificado que podemos acusar a constituição, em seu interior, de vários campos de pesquisa autônomos, que, no entanto, mantêm, em

> comum, a preocupação de natureza histórica incidindo em uma das múltiplas relações que podem ser estabelecidas entre a história, a matemática e a educação.
>
> (MIGUEL & MIORIM, 2004: 11)

Como podemos perceber, houve, nos últimos dez anos, consideráveis avanços nesta área, com inúmeras novas visões do fazer e do conceber histórico em relação ao ensino da Matemática. Parece-nos prudente, então, analisar estes fazeres e estas percepções, bem como as fundamentações que tornaram possíveis tais posições, de modo a podermos coerentemente propor uma “nova” vertente, confiável e consistente.

CAPÍTULO 4

PSICOGÊNESE E O USO DA EVOLUÇÃO DE CONCEITOS

Traçado um perfil para o professor de Matemática acerca da utilização da História como recurso de ensino, discutidas as epistemologias referentes aos processos de percepção da realidade, definido o processo de adaptação do indivíduo ao meio por intermédio das invariantes e explicitadas as concepções e o desenvolvimento do caráter histórico por parte dos historiadores, filósofos e educadores, resta-nos para a conclusão de nosso exercício dissertativo, a resolução de duas questões: a primeira refere-se a como o *princípio psicogenético* confere dinamismo e significância à *evolução histórica de conceitos*; e a segunda trata de como se utilizar este recurso como metodologia de ensino.

4.1 A psicogênese e a evolução de conceitos

Dentre as treze formas de se trabalhar a História da Matemática em sala de aula, elencamos a *formalização de conceitos* por considerá-la a que mais está de acordo com os princípios psicogenéticos descritos por Piaget[73], além de satisfazer a perspectiva *evolucionista linear*[74], englobando ainda várias das outras concepções descritas por Miguel (1997) e Vianna (1995), e ainda seria a forma de mais fácil aplicação de um sistema formal de ensino.

Um aspecto que gostaríamos de ressaltar, antes de falarmos das potencialidades desta abordagem, é o da denominação "evolução", que empregamos no lugar de formalização. Embora ambas as palavras pareçam-nos dar uma visão de linearidade, tal entendimento nem sempre é verdadeiro. Por isso, empregaremos aqui o conceito de "evolução" análogo ao que Darwin descrevera para a *evolução das espécies*, isto é, no sentido de que um aspecto/conhecimento se sobrepunha a outro não por ser superior, mas por estar mais apto a determinados contextos e situações que lhes são impostos pelo ambiente em determinados momentos.

---

[73] Como os conceitos de assimilação, acomodação e esquema.

[74] Tal perspectiva remonta ao século XIX e tem sua base nos trabalhos de Ernst Haeckel (1834-1919), que defendeu que o desenvolvimento psíquico da criança é uma repetição abreviada da evolução filogenética.

Pretendemos, deste modo, aprimorar uma proposta metodológica de ensino da Matemática que se paute na formação de conceitos, compreendendo as transformações que ocorrem sobre este durante seu processo de estabelecimento e formalização, ou seja, um conceito é criado, e transforma-se no decorrer dos tempos, sofrendo adaptações e reformulações. Princípio o qual denominamos *evolução histórica de conceitos*.

Através de seus estudos, Piaget e Garcia nos mostram que, apesar de trazer ao nascer uma vasta bagagem hereditária (reflexos), o sujeito é um projeto a ser construído. Estabelece-se, assim, uma maturação e, durante esta, o sujeito e o objeto se constituem mutuamente, na iteração. Neste sentido, podemos dizer que o conhecimento não nasce com o indivíduo (empirismo) e não lhe é dado (apriorismo), mas sim construído (construtivismo).

> A natureza de uma realidade viva não é revelada apenas pelos seus estádios iniciais nem pelos seus estádios terminais, mas pelo próprio progresso das suas transformações; é a lei da construção, quer dizer, o sistema operatório na sua constituição progressiva.
>
> (PIAGET & GARCIA, 1987: 12)

Ao observarmos a Matemática em seu desenvolvimento histórico, percebemos que este avanço se deu da maneira descrita acima, cada estágio surgiu de implicações de estágios precedentes que ou reforçam seu entendimento ou o reconstroem-se da melhor forma para que possam satisfazer as necessidades imediatas (evolucionismo). Um exemplo básico a este respeito reside no estabelecimento do conceito de número, que inicialmente surgiu da comparação entre elementos de conjuntos distintos da realidade (princípio biunívoco), mas que, por implicação, acabou por agregar, durante sua evolução, discussões e abstrações que resultaram em complexos axiomáticos e verdadeiros entrances de teorias e representações.

Estes aspectos reforçam nossa compreensão de que os instrumentos iniciais de obtenção de conhecimento são as manifestações sensório-motoras que, inicialmente, representam esquemas simples de adaptação, mas que acabam por se tornar verdadeiros mecanismos de percepção e transformação da realidade. Tanto é verdade que, em seu aspecto macro, todo conhecimento que se estabelece no nível científico, por trazer grandes resultados à sociedade acaba por transformá-la, criando uma relação de interdependência entre elas. Este aspecto dá sentido de necessidade ao emprego de ações educativas que contemplem o caráter histórico, uma vez que,

> No âmbito das ciências dedutivas, o problema assume uma grande dificuldade, porque, por mais criadora que pareça uma invenção, no momento em que ela se faz, os seus resultados, uma vez demonstrados, tornam-se tão necessários que não podemos impedir de ver nisso a descoberta de objetos ou relações que existiam previamente.
>
> (Idem: 27)

O desenvolvimento matemático obedece, segundo Piaget, o seguinte esquema: os entes matemáticos originam-se das coordenações das ações que o sujeito exerce sobre o objeto; desta ligação inicial, tais entes se distanciam mais e mais do ente concreto. Contudo, conservam o poder de se reunirem ao objeto, de se reencontrarem com a realidade imediata em todos os níveis, de dizerem respeito à realidade. Esta perspectiva é uma manifestação do que Miguel e Miorim (2004) classificaram como *Estrutural-Construtivista Operatória*. O fundamento básico desta perspectiva é a de que tanto a filogênese quanto a psicogênese obedecem às mesmas etapas de construção do conhecimento. São estas:

> 1) a existência de integrações sucessivas de novos conteúdos e de novas formas de estruturas; 2)a atuação reiterada de um mesmo mecanismo (ou modo de construção do conhecimento) em níveis diferentes o qual, embora conserve a mesma natureza e função nos diferentes níveis, renova-se devido à sua atuação sobre novos conteúdos e estruturas.
>
> (MIGUEL & MIORIN, 2004: 87)

Tomando por fundamentação as etapas acima descritas, vemos que nossas citações sobre a *evolução histórica de conceitos* matemáticos, estão em consonância com tais perspectivas, visto que os estudos do desenvolvimento de conceitos cumprem tais descrições. Vimos no primeiro capítulo a preocupação para com a constituição de uma consciência, uma percepção do mundo ou realidade, de tal modo que cada objeto pudesse ser compreendido pelo indivíduo. Não obstante, recorreu-nos a necessidade da discussão de como se daria o processamento desse conhecimento e como a percepção do objeto poderia fazer com que um indivíduo modificasse sua postura com relação ao seu estado de inércia. Constatamos que é através da dinâmica emprestada pelos esquemas que são definidos como expressões das invariantes *assimilação* e *acomodação*.

Como os conceitos de Piaget fazem uma associação do desenvolvimento do meio material (filogenético) com o meio imaterial das idéias (psicogenético), vimos a possibilidade de utilização destes termos/conceitos em uma proposta que por isomorfismo se apresentasse também como construtivista. O que propomos de forma alguma é desconhecido, trata-se da justificativa psicogenética, já citada, aplicada à formalização de conceitos.

4.2 Aplicações da evolução de conceitos

Estudar a Evolução da Matemática é uma tarefa agradável e bastante útil, em termos de cultura científica, tanto para o professor de Matemática, quanto para um profissional de qualquer outra área científica. A análise dos momentos históricos da Matemática permite-nos a identificação gradual de seu estabelecimento como "ciência" e como "linguagem" necessária para perscrutar, quantificar e organizar os fenômenos da natureza. E, acreditando em nossa proposição evolucionista conceitual como um caminho viável também ao ensino de Matemática, vamos expor, a partir de então, nossa proposta de apresentação dos conteúdos em sala de aula.

4.2.1 A evolução do conceito de número real

OBJETIVOS GERAIS DO TÓPICO

A partir das atividades propostas será possível que os alunos:

- Reconheçam e classifiquem os números por suas propriedades e conjuntos;
- Apliquem os conhecimentos da natureza dos números em resolução de problemas propostos;
- Analisem um contexto histórico e identifiquem os pontos que suscitaram a criação de novas matemáticas;
- Sintetizem conhecimentos dispersos em contextos que lhes forem dados;
- Avaliem os meios pelos quais obtiveram determinado resultado de um problema proposto.

PÚBLICO ALVO

Esta asserção destina-se inicialmente a alunos dos cursos de formação de professores de Matemática. Contudo, com as devidas adaptações, o conteúdo aqui exposto poderá ser utilizado em classes de nível fundamental e médio.

DESENVOLVIMENTO DO TÓPICO

Compreender o conceito de número e perceber que relação há entre um número e outro é um dos principais desafios no ensino da Matemática. Um desafio que não se enfrenta apenas reconhecendo e memorizando números e sabendo reproduzir algumas seqüências numéricas. Nos cursos de Cálculo e Análise Matemática estuda-se o número real de maneira extremamente formal, axiomática, rigorosa. A razão para isto é simples: nestes cursos procura-se determinar o comportamento oscilante de seqüências, séries e funções.

Aliando os dois contextos acima, temos a pretensão de, através deste texto, trazer clareza quanto ao conceito de Número Real, que parece ser trivial para alguns, mas não o é. Com o objetivo de amenizar as propriedades que tal conceito encerra se constituído de maneira acabada, sem contexto histórico, construiremos o seu entendimento pelo método dito *construtivo* ou *sintético*, pois é constituindo conceitos que se desenvolve o pensamento lógico e os cálculos mentais, imprescindíveis para a sistematização de novos conhecimentos matemáticos que continuarão a ser constituídos ao longo da vida – escolar ou não.

OS NÚMEROS DE CONTAR

A humanidade defronta-se cotidianamente com os números: no horário de trabalho, na velocidade e consumo dos automóveis, salários a receber, impostos, taxas e serviços a pagar, contagem de um jogo de futebol, recordes em competições, etc. Portanto os números desempenham papel indispensável.

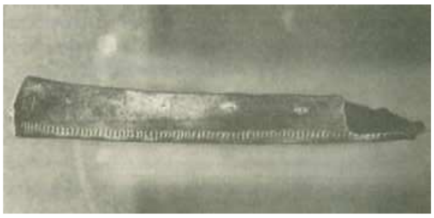
Mas como surgiram os números?

Historicamente, não podemos fixar uma data, ou várias datas, que assinalem o aparecimento dos números. Mas parece evidente que o conceito de número, nos seus primeiros dias de aparecimento e formação, se achava intimamente ligado ou identificado com os próprios objetos a que dizia respeito. Isto se deve ao fato de tais números aparecerem de forma implícita no ato de contar[75] e de medir[76]. Parece-nos

[75] Um excelente referencial bibliográfico sobre este assunto é a obra de Bernard H. Gundlach: *História dos Números e Numerais*, da coleção *Tópicos de História da Matemática em Sala de Aula.*

[76] Um bom referencial bibliográfico que discute tal aspecto é a tese de Doutorado do professor Antônio Carlos Brolezzi, intitulada *A Tensão entre o Discreto e o Contínuo na História da Matemática e no Ensino de Matemática* da Universidade de São Paulo (1996).

certo afirmar que nesta etapa histórica, chamada *idade da pedra*[77], no longo caminho de constituição do conceito de número a *Enumeração* antecedeu a *Numeração* e a numeração antecedeu o *Número.* Entenda-se por *Enumeração* manter-se a par dos elementos de um conjunto por meio de uma associação, *um a um*, entre esses elementos e os objetos usados como marcadores. Para uma contagem de carneiros, por exemplo, podia-se dobrar um dedo ou associar uma pedra para cada animal. Podia-se também contar fazendo-se ranhuras no barro ou numa pedra, produzindo-se entalhes num pedaço de madeira ou fazendo-se nós numa corda. Este método simples de registro corresponde ao *Princípio da Correspondência Biunívoca*.



Esse osso de águia entalhado foi encontrado por arqueólogos em Le Placard, França. Acredita-se que seja um calendário lunar feito aproximadamente em 11.000 a.C.

Fig. 3 - Correspondência Biunívoca

Na maior parte das civilizações primitivas, o cotejo biunívoco era ordenado de acordo com uma seqüência de partes do corpo humano. Neste contexto, nenhuma linguagem era necessária para checar se um rebanho estava completo, bastava lembrar a última parte do corpo a ser tocada. A exemplo desta prática tem-se a tribo dos *Bugilai*, da Nova Guiné, que usavam a seguinte seqüência para contagem:

1 Dedo mínimo da mão esquerda
2 Dedo anular da mão esquerda
3 Dedo médio da mão esquerda
4 Dedo indicador da mão esquerda
5 Dedo polegar da mão esquerda
6 Pulso esquerdo
7 Cotovelo esquerdo
8 Ombro esquerdo
9 Lado esquerdo do peito
Lado direito do peito

Observa-se que a seqüência era fixa e natural, onde tal procedimento não implicava um conceito de número ou a necessidade de palavras faladas para as várias partes do corpo humano.

O conceito de *Numeração* surge com a transição da fase de enumeração para a criação de uma linguagem que atribuía palavras a cada elemento de uma seqüência de

[77] Não se sabe ao certo seu começo e não se pode precisar com exatidão o seu fim. No entanto, costuma-se limitar esta era entre a construção dos primeiros instrumentos, como machados ou facas de pedra e o surgimento das primeiras culturas capazes de fundir metais (talvez de 110 000 a.C. a 3 000 a.C.).

contagem. Tais palavras podem ser chamadas de *palavras-número*. Segundo os Bugilai, tinha-se a seguinte seqüência:

1	*Tarangesa*	*Dedo mínimo da mão esquerda*
2	*Meta Kina*	*Dedo anular da mão esquerda*
3	*Guigineta*	*Dedo médio da mão esquerda*
4	*Topea*	*Dedo indicador da mão esquerda*
5	*Manda*	*Dedo polegar da mão esquerda*
6	*Gaben*	*Pulso esquerdo*
7	*Trankgimbe*	*Cotovelo esquerdo*
8	*Podei*	*Ombro esquerdo*
9	*Ngama*	*Lado esquerdo do peito*
	Dala	*Lado direito do peito*

Notemos que com a atribuição de palavras para as partes do corpo tornou-se desnecessário percorrer a demorada seqüência de ações físicas. Embora seja um avanço significativo, o uso de *palavras-número* não leva necessariamente ao conceito de número cardinal.

A noção de *Número* surge quando as antigas civilizações perceberam que a ordem dos objetos a serem contados era irrelevante, ou seja, quando se atribuía um nome ao último número ordinal, não só se atribuía uma nomenclatura ao último objeto do conjunto, como também informava quantos objetos havia nesse conjunto. O processo de contagem, por agrupamentos, deu origem ao que nós chamamos de *Bases* ou *Sistemas de Numeração*. O sistema de numeração usual atual é dito *decimal* ou de *base dez*, porque para contar agrupa-se os elementos de *dez em dez*. A razão desta prática é muito simples; observou-se que, para contar, comparava-se dois conjuntos. Um conjunto de objetos que se quer contar, e outro, um qualquer, tomado para termo de comparação. Era de se esperar que se utilizasse para o segundo conjunto aquele que estivesse mais acessível. Por este motivo, diversas civilizações utilizaram o conjunto de todos os dedos das mãos, que são em número de dez, como base para seus sistemas. Deste modo, os números não são meros símbolos nem classes de palavras, mas sim uma idéia comum a dois conjuntos. A idéia de número resulta de uma abstração ao se comparar dois conjuntos; não se deve (o que é um erro comum) confundi-los com os símbolos ou palavras que os representam.

De posse da idéia de número e de sistemas de numeração, o homem primitivo deu um novo passo, procurando representar, por meio de símbolos, tais idéias. Talvez, a primeira tentativa neste sentido tenha sido feita pictoricamente, isto é, por meio de figuras gravadas ou pintadas nas paredes das cavernas ou em pedras. A maneira mais simples que o homem primitivo percebeu para representar os números foi a de atribuir a cada idéia um símbolo. Exemplo disto encontra-se nas numerações *babilônica*, *egípcia* e *romana*.

OS NÚMEROS BABILÔNICOS

A Mesopotâmia, uma região situada no Oriente Médio, no vale dos rios Eufrates e Tigre, foi habitada inicialmente pelos sumérios, que desenvolveram um sistema de escrita, em torno do quarto milênio a.C., que pode ser o mais antigo da história da humanidade. Eles escreviam usando cunhas em tábulas de argila cozida, dando origem a um tipo de caracteres chamados *cuneiformes*. Ao longo do tempo, esta região foi invadida por diversos grupos humanos que absorveram a cultura local: amoritas, cassitas, elamitas, hititas, assírios, medos e persas. As antigas civilizações que habitavam a Mesopotâmia são chamadas, freqüentemente, de babilônios.

A geometria babilônica se relacionava com a mensuração prática. Eles deviam estar familiarizados com as regras gerais de cálculo da área do retângulo, do triângulo retângulo e do triângulo isósceles, de um trapézio retângulo e do volume de um paralelepípedo reto-retângular e, mais geralmente, do volume de um prisma reto de base trapezoidal. Tinham também uma fórmula para calcular perímetro da circunferência.. Conheciam o volume de um tronco de cone e o de um tronco de pirâmide quadrangular regular. Sabiam que os lados correspondentes de dois triângulos retângulos semelhantes são proporcionais, que um ângulo inscrito numa semicircunferência é reto, dividiram a circunferência em 360 partes iguais e conheciam o Teorema de Pitágoras.

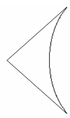
A marca principal de sua geometria era seu caráter algébrico. Os problemas mais obscuros expressos em terminologia geométrica são essencialmente problemas de álgebra não-triviais. Há problemas geométricos que levam a equações quadráticas, outros levam a sistemas de equações simultâneas e a equações cúbicas.

Sua álgebra era bem desenvolvida. Não só resolviam equações quadráticas, seja pelo método equivalente ao da substituição numa fórmula geral, seja pelo método de completar quadrados, como também discutiam algumas cúbicas (grau três) e algumas biquadradas (grau quatro). Os babilônios deram algumas aproximações interessantes de raízes quadradas de números que não são quadrados perfeitos.

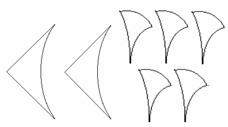
Fig. 4 Plimpton

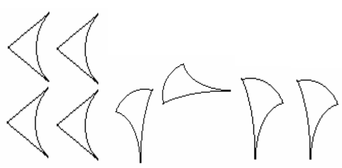
Dentre as tábuas matemáticas babilônicas encontramos a chamada *Plimpton*: escrita aproximadamente entre 1900 e 1600 a.C.. Ela consiste em três colunas praticamente completas de caracteres que contem ternas pitagóricas, isto é, números que representam a medida da hipotenusa e dos catetos de triângulos retângulos cujos três lados têm medida inteira.

O sistema de numeração utilizado pelos babilônios era o sistema de agrupamento simples de base 10 para números menores do que 60 e um sistema posicional que podia ter base 10 ou base 60 para números maiores. É interessante que muitas vezes se simplificava a escrita dos números pelo uso de um símbolo subtrativo. O símbolo subtrativo e os símbolos para o 1 e o 10 eram respectivamente:

, , .

O símbolo para o 1 e as duas partes que formavam o símbolo subtrativo se obtinham pelo uso do ângulo do vértice do triângulo isósceles, e o símbolo do 10 se obtinha pelo uso do ângulo da base. Como exemplos de números escritos com o emprego desses símbolos tem-se

25 = 2(10) + 5 = 

38 = 40 – 2 = 

O sistema sexagesimal babilônico não possui origem determinada. Uma hipótese aceitável seria a associação a primitivos sistemas de pesos e medidas em que uma unidade maior era sessenta vezes maior que a menor. Este sistema só era empregado consistentemente em contextos matemáticos ou astronômicos. Em tabelas econômicas também se encontram a base sessenta mesclada a outras bases.

OS NÚMEROS EGÍPCIOS

A cultura egípcia se desenvolveu no nordeste da África, no vale do rio Nilo, desde, aproximadamente, o ano de 3 400 a.C. até os primeiros séculos da era cristã. Esta cultura manteve-se em isolamento, protegida naturalmente de invasões estrangeiras devido a sua geografia, governada pacífica e quase ininterruptamente por uma sucessão de dinastias.

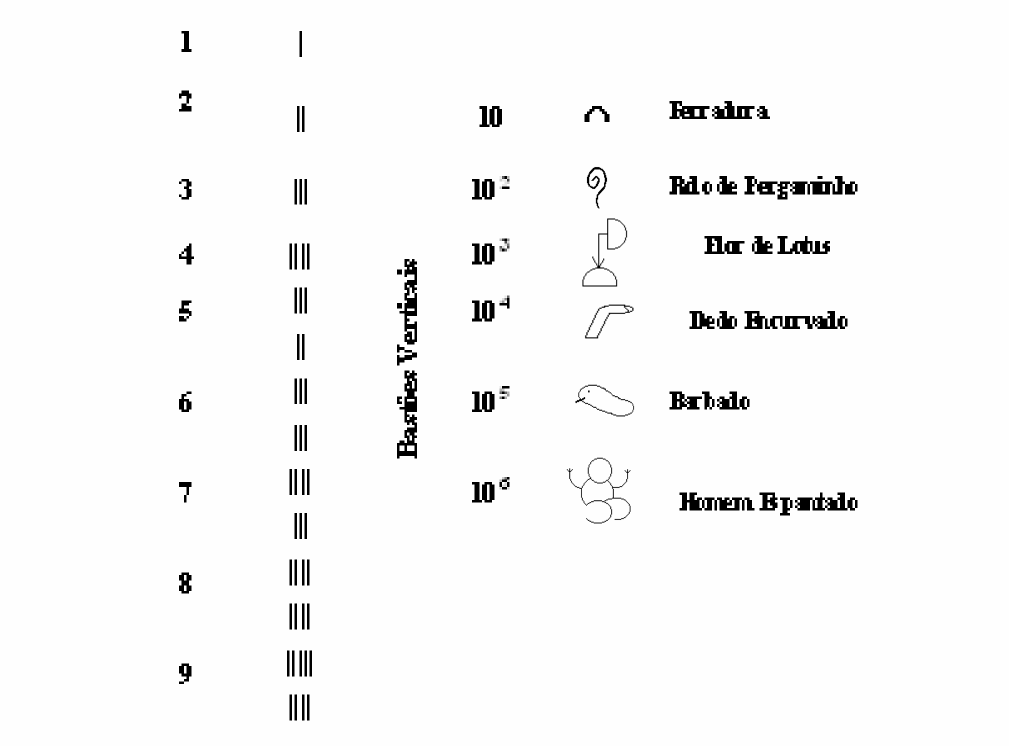
Os egípcios desenvolveram três formas de escrita. A mais antiga, usada pelos sacerdotes em monumentos e tumbas, foi chamada *hieroglífica.* Desta deriva uma forma cursiva, usada nos papiros, chamada *hierática*, da qual resulta, mais tarde, a escrita *demótica*, de uso geral.

Pelas grandes pirâmides situadas no deserto, em Gizé, nas proximidades da atual cidade do Cairo, percebe-se uma profunda perícia na arte da engenharia desta cultura. Os egípcios começaram cedo a se interessar pela astronomia e observaram que a inundação anual do Nilo tinha lugar pouco depois de Siriús. A estrela do cão se levantava a leste logo antes do sol. Observando que esses surgimentos heliacais de Siriús, o anunciador da inundação, eram separados por 365 dias, os egípcios estabeleceram um bom calendário solar feito de doze meses de trinta dias cada e mais cinco dias de festa no final do ano.

Dois papiros são as fontes principais de informações referentes à Matemática egípcia antiga. O *papiro Golonishey* ou de Moscou datado aproximadamente do ano de 1850 a.C., onde encontramos um texto matemático que contém 25 problemas e o *papiro Rhind* (ou *Ahmes*) datado aproximadamente no ano 1650 a.C., onde encontramos um texto matemático na forma de manual prático, que contém 85 problemas copiados em escrita hierática pelo escriba Ahmes de um trabalho mais antigo.

O sistema de numeração utilizado pelos egípcios era o sistema de agrupamento simples com base 10. Todos os 110 problemas incluídos nos papiros de Moscou e Rhind são numéricos. A maioria tem aparência prática e lida com questões sobre a distribuição de pão e cerveja, sobre balanceamento de rações para o gado e aves domésticas e sobre armazenamento de grãos.

No sistema primitivo egípcio usava-se base dez, mas não se tinha símbolo para o zero. Utilizavam-se traços para representar os números de 1 a 9 e símbolos individuais para as potências sucessivas de 10 até 1 000. Tais símbolos eram combinados da forma que fosse necessária para expressar qualquer número.



Uma das principais preocupações dos egípcios era a questão posicional de seus numerais, isto se dava pelo princípio aditivo de construção dos números. Assim, por exemplo, o número 103 representava-se por ||| ou || . Esse problema foi solucionado com o desenvolvimento dos hieróglifos para os hieráticos, onde se reviram os princípios de formação do sistema e se criaram representações mais simples para os numerais. Com um sinal característico para cada um dos números de 1 a 9 era possível representar qualquer número menor que 1 000 apenas com três símbolos, por exemplo. Tal configuração sistêmica não necessitava do “zero”.

OS NÚMEROS ROMANOS

De todas as civilizações da Antiguidade, a dos romanos foi, sem dúvida, a mais importante. Seu centro era a cidade de Roma desde sua fundação, em 753 a.C., até ser ocupada por povos estrangeiros (etruscos) em 476 d.C.. Seus habitantes enfrentaram um número incalculável de guerras de todos os tipos, inicialmente, para se defenderem dos ataques de povos vizinhos; mais tarde, nas campanhas de conquista de novos territórios.

Foi assim que, pouco a pouco, os romanos foram conquistando a Península Itálica e o restante da Europa, além de uma parte da Ásia e o norte da África.

Apesar de a maioria da população viver na miséria, em Roma havia luxo e muita riqueza, usufruída por uma minoria rica e poderosa. Roupas luxuosas, comidas finas e festas grandiosas faziam parte do dia-a-dia da elite romana. Foi nesta Roma de miséria e luxo que se desenvolveu e se aperfeiçoou o *número concreto*[78], que vinha sendo usado desde a época das cavernas. Os romanos foram muito perspicazes, não inventaram nenhum símbolo novo para representar os números; usaram as próprias letras do alfabeto.

I - V - X - L - C - D - M.

O sistema de numeração romano baseava-se em sete números-chave:

I tem o valor 1.
V vale 5.
X representa 10 unidades.
L indica 50 unidades.
C vale 100.
D vale 500.
M vale 1000.

Quando apareciam vários números iguais juntos, os romanos somavam os seus valores.

(II = 1 + 1 = 2), (XX = 10 + 10 = 20), (XXX = 10 + 10 + 10 = 30).

O princípio subtrativo constituiu-se em um avanço considerável na escrita dos números do sistema romano. Um exemplo desta evolução percebe-se ao comparar-se a notação de um número antes do emprego do princípio subtrativo e depois de sua utilização, em tempos mais modernos.

1944 = MDCCCCXXXXIIII	antes do princípio subtrativo
1944 = MCMXLIV	depois do princípio subtrativo

Quando dois números diferentes vinham juntos, e o menor vinha antes do maior, subtraíam os seus valores.

IV = 4, porque 5 - 1 = 4.
IX = 9, porque 10 - 1 = 9.
XC = 90, porque 100 - 10 = 90.

[78] Denominação dada à noção de número ao se utilizar objetos para contar elementos de um conjunto.

Mas se o número maior vinha antes do menor, eles somavam os seus valores.

VI = 6, porque 5 + 1 = 6.

XXV = 25, porque 20 + 5 = 25.

XXXVI = 36, porque 30 + 5 + 1 = 36.

LX = 60, porque 50 + 10 = 60.

A leitura de um número romano muitas vezes exige alguns cálculos. Veja como os romanos faziam para ler, por exemplo, o número XCVI:

Primeiro determinavam a letra de maior valor.

C = 100.

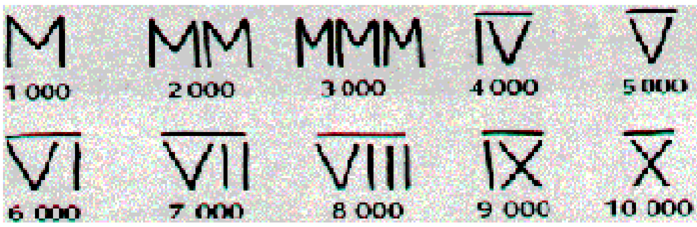
Depois subtraíam de C o valor da letra que vem antes.

XC = 100 - 10 = 90.

Por fim, somavam ao resultado os valores das letras que vêm depois de C.

XCVI = 90 + 5 + 1 = 96

Como vimos anteriormente, o número 1000 é representado pela letra M. Assim, MM corresponde a 2000 e MMM a 3000. Para escrever 4000 ou números maiores que ele, os romanos usavam um traço horizontal sobre as letras que representavam esses números.

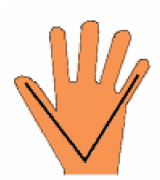


Um traço multiplica o número representado abaixo dele por 1000; dois traços multiplicam o número abaixo deles por 1 milhão.

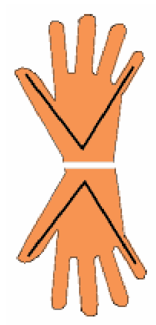
O sistema de numeração romano foi adotado por muitos povos, mas sua utilização era difícil, principalmente se desejassem efetuar cálculos com este sistema. Como por exemplo:

DCCVII - XCVIII ou MCDXVII + DCCIX ou ainda MMDCLVI : DLXVII

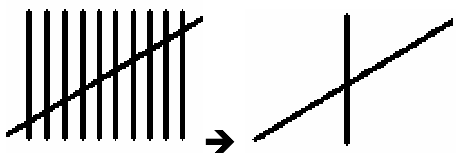
A descrição dos símbolos dos números romanos tem sido causa de muitas investigações e especulações. Dentre as explicações mais aceitas por historiadores e epígrafos está a de que os romanos faziam uma contagem digital, onde o I, II, III e IIII procederam dos dedos das mãos. Como os cinco dedos formam a mão, deduz-se que o polegar e o dedo mínimo formam um V. Um símbolo bem mais fácil em relação ao desenho de uma mão.



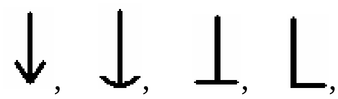
O símbolo X pode ter surgido da composição de dois "V's" (em sentidos opostos) ou da prática comum, quando da contagem, de cruzar grupos de dez.



ou



Existem evidências de que os símbolos para 50, 100 e 1000 podem ter sido evoluções de **Ψ** (*psi*), **θ** (*theta*) e **Φ** (*phi*), respectivamente. Foram formas mais antigas de *psi*:



todas usadas para o número 50 em inscrições primitivas. O símbolo **θ**, representativo de 100, certamente evoluiu para o símbolo C por este se tratar da inicial de *centum* (cem), uma palavra latina. Um símbolo muito utilizado em tempos primitivos para o 1000 é ⊂ |⊃, que podia ser uma variante de **Φ**. O M tornou-se o símbolo para 1000 por se tratar da inicial da palavra latina *Mille* (mil). O número 500, por se tratar da metade de 1000, era representado por |⊃, que se transformou mais tarde em D.

Tal foi sua consistência, que o emprego do sistema dos números romanos foi utilizado na contabilidade de alguns países europeus, em depreciação ao sistema *indo-arábico*, até o século XII.

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

Entendendo que o aparecimento dos números dependeu das diversas necessidades dos povos, é fácil perceber que, de uma maneira geral, determinadas necessidades impuseram a criação de certos tipos de conjuntos numéricos. Diante deste contexto, o primeiro conjunto numérico com o qual o homem se deparou foi o dos *Números Naturais*, que em notação atual representamos por:

$$IN = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots \}$$

A idéia de número *zero* apareceu muito mais tarde, introduzida pelos hindus, cerca de 3000 a.C., quando da evidência de aparente uso de um símbolo circular indicando o valor zero em réguas graduadas, contudo, uma efetiva divulgação só veio ocorrer com a popularização do livro "Al Argan Al Hindu" – Cálculo com os números indianos –, de Al-Kowârizmî. Apesar de, historicamente, o zero não ser um número "natural" (no sentido de usado para contar), sua inclusão ou não como natural é uma questão de preferência pessoal, ou então, de conveniência.

Na sucessão dos números naturais podemos passar de um número para o seguinte juntando-lhe uma unidade. Assim, passamos do 1 para o 2, do 2 para o 3, e, dessa maneira, podemos ir tão longe quanto quisermos, isto é, dado um número n qualquer, por maior que ele seja, podemos sempre obter um número $n+1$, maior do que ele. Este fato exprime-se por qualquer dos seguintes enunciados:

(a) a sucessão dos naturais é ilimitada (não há um número natural maior que todos os outros).

(b) dado um número natural, por maior que ele seja, existe sempre outro maior do que ele.

(c) há uma infinidade de números naturais.

OS *NUMERI FICTI*

Conhecido o conjunto dos números naturais e suas propriedades, mais uma vez as necessidades cotidianas se fizeram presentes e implicaram em uma nova concepção de número. Percebeu-se que a questão $a + x = b$, com a e b naturais, nem sempre tem solução (mais precisamente, só tem solução para $a \leq b$), uma outra forma de enunciar a mesma idéia, que consideramos didática e historicamente mais verdadeira, seria a de considerar a diferença $a - b$, com a e b naturais, por esta, temos a percepção da impossibilidade de solução nos naturais quando $a < b$. Este problema gerou inúmeras discussões entre os matemáticos da Antiguidade, um verdadeiro furor que culminou com a ampliação do conjunto dos números naturais, introduzindo-se novos elementos, de modo a se obter um conjunto onde o problema acima tivesse sempre solução. Esta extensão levou cerca de 1000 anos, desde a aparição e aceitação do que chamamos *número negativo*.

As regras que regem a aritmética dos números negativos apareceram pela primeira vez em uma obra de *Brahmagupta*, datada de 628 d.C. Este não só utilizou os negativos em seus cálculos, como os considerou entidades independentes dos naturais. Contudo, os números negativos só vieram receber esta denominação durante o Renascimento (séculos XV e XVI), quando da aceitação européia das idéias de números negativos, trazidas da Índia.

Vale ressaltar que os números negativos já foram chamados de *numeri absurd* e *numeri ficti* e só a partir do século XVI foram incorporados à condição de números por algebristas italianos.

> Foi o matemático Albert Girard (1590-1639) o primeiro a reconhecer explicitamente a utilidade algébrica de admitir as raízes negativas e imaginárias como soluções formais das equações; porque lhe permitia uma regra geral de resolução na construção de equações através de suas raízes.
>
> (TALAVERA, 2003: 2)

No século XVIII, com o auge das ciências modernas e conseqüente entendimento do zero, ampliou-se o uso dos negativos que somados às intensas relações comerciais, de certa forma, inspiraram os matemáticos da época na concepção de um novo conjunto numérico, o *Conjunto dos Números Inteiros*, que hoje representamos por:

$$Z = \{ -\infty, ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ..., +\infty \}$$

A INSUFICIÊNCIA DOS NÚMEROS INTEIROS

Como já explicitado, os números negativos tiveram uma aceitação relativamente recente. Entretanto, outros problemas como os que envolviam frações, já eram resolvidos pelos babilônios e egípcios vários séculos antes de Cristo. Uma prova disto é dada pelo papiro egípcio *Ahmes* (ou *Rhind*), datado de 1650 a.C., que contém inúmeros problemas com frações. Diante destes problemas, os matemáticos depararam-se com a seguinte questão:

A fração $\frac{a}{b}$ (com $a, b \in Z$ e $b \neq 0$) é sempre um número inteiro?

Evidentemente se constatou que não, pois isto só seria possível se b fosse um *divisor próprio*[79] de *a.* Pensou-se, então, motivados pela questão, na idéia de se ampliar os inteiros para um novo conjunto que comportasse tal propriedade. Surgiu, assim, o *Conjunto dos Números Racionais*, que representamos por:

---

[79] Que divide sem deixar resto; que é submúltiplo de um número.

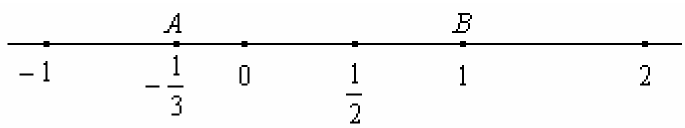
$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \,/\, a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$$

OS RACIONAIS COBREM TODA A RETA?

Até o momento, pode-se observar que *IN* é subconjunto de *Z*, que, por sua vez, é subconjunto de *Q*, ou seja, todo número natural é também inteiro e todo inteiro é um número racional. Todavia, esta lógica não é uma constante na história das extensões de conjuntos numéricos, como comprovaremos a seguir.

Uma prática dos pitagóricos, deveras natural e de grande utilidade, era a correspondência entre os pontos de uma reta e números. Faziam isso escolhendo dois pontos quaisquer e distintos de uma reta, determinando uma posição inicial (ponto A) e uma final (ponto B), tomando este segmento (AB) como unidade, podiam determinar por transferência de segmentos todos os pontos necessários, de modo que fossem associados aos números naturais. Esta idéia foi estendida posteriormente aos inteiros. Para estes, escolhia-se dois pontos quaisquer distintos de uma reta, determinando as posições do 0 e do 1, e considerando a distância entre eles como unidade, convencionando escolher o ponto 1 à direita do ponto 0 (chamado origem) de modo que os pontos à esquerda do 0 ficassem associados a números negativos. Assim, a cada ponto ficara associado um número inteiro – distância do ponto à origem – juntamente com o sinal **+**, se o ponto estivesse à direita do 0, e **-**, se o ponto estivesse à esquerda.

Deste modo, fica fácil constatar que todos os números racionais também podem ser representados geometricamente por pontos em uma reta. Para tanto, basta-nos tomar o segmento de extremidades 0 e 1 como unidade de medida e, em seguida, marcar os representantes dos demais números racionais.



Vemos, portanto, que as frações de denominador *q* podem ser representadas pelos pontos que dividem cada um dos intervalos unitários em *q* partes. Segundo Eves (2002: 105), “para os primeiros matemáticos, parecia evidente que todos os pontos da reta seriam usados dessa maneira”. No entanto, surgiu então a pergunta: *será que os racionais cobrem toda a reta*?

Uma resposta a esta questão foi descoberta há mais de 2500 anos. Pitágoras e seus discípulos observaram, para sua surpresa, que o comprimento da diagonal de um quadrado de lado unitário (que, de acordo com o Teorema de Pitágoras, corresponde ao número $\sqrt{2}$) não pode ser expresso como um número racional. Para os gregos, esta descoberta foi responsável por uma grande crise na Matemática. De fato, em muitas de suas demonstrações eles supunham que dois segmentos *AB* e *CD* quaisquer sempre admitiam uma unidade de comprimento comum, isto é, a razão dos seus comprimentos $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$ era considerada um racional.

A explicação para este fato estava ligada à concepção de matéria que os pitagóricos tinham.

> Para eles a matéria era formada por corpúsculos supostos de menor tamanho que qualquer coisa, a que chamavam ‘mônadas’. Assim como o número 1 gerava os números inteiros, os pitagóricos afirmavam que as mônadas constituiriam a matéria (...) Para os pitagóricos a reta seria formada pela justaposição de diversas mônadas: 
> (OLIVEIRA & SILVA, 1970: 134)

Deste modo, dados os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$, de medidas *a* mônadas e *b* mônadas respectivamente, tem-se:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{a \text{ mônadas}}{b \text{ mônadas}} = \frac{a}{b}$$

Então, a medida de $\overline{AC}$, tomando como unidade o segmento $\overline{AB}$, será o número racional $\frac{a}{b}$.

Coube a Zenão de Eléa (uma colônia grega ao sul da Itália) a “destruição” da teoria das mônadas, levando os pitagóricos a repensar suas teorias.

No caso do quadrado de lado unitário e sua diagonal, observaram que $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AC}}{1} = d$ não é um número racional. A demonstração de que *d* não é um número racional é clássica, bastante intuitiva e de fácil entendimento.

Suponhamos, por absurdo[80], que,

---

[80] Neste tipo de demonstração se queremos provar que uma proposição *P* é verdadeira, começamos supondo, por absurdo, que *P* é falsa. Neste caso, pelas regras que adotamos, podemos dizer que *não P* é verdadeira, então construímos implicações que provamos serem verdadeiras até chegarmos à conclusão de que uma certa proposição é simultaneamente verdadeira e falsa, contrariando a lógica de que uma proposição não pode admitir duas condições de existência, concluindo, então, que a proposição *P* inicial é verdadeira.

$$d=\frac{p}{q},\ p,q\in Z, q\neq 0$$

e suponhamos que p e q são primos entre si[81]. Pelo Teorema de Pitágoras, $d^2=1^2+1^2=2$, ou seja, $\frac{p^2}{q^2}=2$. Logo,

$$2=\frac{p^2}{q^2}\Leftrightarrow p^2=2q^2$$

Temos, assim, que p^2 é inteiro par, logo p é par (estamos usando o fato que: p^2 par $\Leftrightarrow$ p par)[82]. Consideremos portanto,

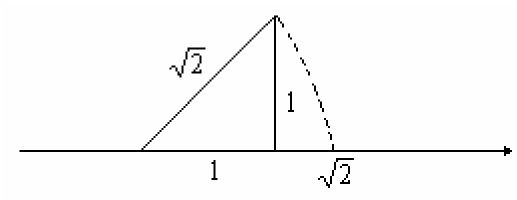
$$p=2p_1,\ p_1\in Z\ .$$

Substituindo na igualdade $p^2=2q^2$, obtemos,

$$4p_1^2=2q^2\Leftrightarrow 2p_1^2=q^2$$

Usando o mesmo raciocínio anterior, concluímos que q é par. Chegamos assim à conclusão que p e q são pares, o que contradiz a hipótese inicial de que p e q são primos entre si. Esta contradição mostra que a suposição inicial, de que d era uma fração, se constituía em uma falsidade.

Desta forma, identificamos o número d pelo símbolo $\sqrt{2}$ (lemos: raiz quadrada de dois), que não é um número racional, contudo, guarda sua representação na reta.



Então, nossa pergunta inicial fica respondida: *existem pontos da reta que não correspondem a números racionais.*

Como o número $\sqrt{2}$ não era racional, necessitou-se de novos números para medir a hipotenusa. Estes números, em contraposição aos racionais, foram chamados *irracionais* e seu conjunto representado por *I*.

OS CORTES DE DEDEKIND: UM NOVO CONCEITO DE NÚMERO

Representando o conjunto dos números irracionais por I e unindo-o ao conjunto Q, obtemos o conjunto $Q\cup I$, o qual chamamos de conjunto dos *Números Reais* e

---

[81] Não possuem divisores comuns.
[82] In GUIDORIZZI.

simbolizamos por *IR*, ou seja, $IR = Q \cup I$. Do ponto de vista operacional, isto se fez necessário, uma vez que, operando elementos de *I* resulta, algumas vezes, elementos de *Q*, como por exemplo: $\sqrt{2}.\sqrt{2} = 2, \sqrt{3}.\sqrt{3} = 3, (\sqrt[n]{a})^n = a$ etc.

A união acima descrita, embora pareça trivial, chamou a atenção de numerosos matemáticos, que buscavam uma completa aritmetização da análise a fim de desprendê-la da geometria. Dentre estes, cito Hankel que previra que os Números Reais deveriam ser encarados como "Estruturas Intelectuais e não como grandezas intuitivamente dadas, legadas pela geometria de Euclides" (BOYER, 1974: 409). A problemática da vez era descobrir de que forma os irracionais tomariam seu lugar na reta sem artifícios geométricos. Célebres matemáticos como Cauchy, Weierstrass, Cantor e Méray desenvolviam seus estudos no sentido de que seqüências convergentes[83] que não convergiam para números racionais por decreto definiam números irracionais. Uma outra abordagem para a questão, mais conhecida e de simples entendimento, foi dada pelo matemático alemão Richard Dedekind, em 1872, na sua obra *Stetigkeit und die Irrationalahlen* (A continuidade e os números irracionais).

Dedekind desenvolveu seu conceito de continuidade através da aritmética apenas, sem usar a geometria como guia, pois considerava esse um método mais rigoroso. Iniciou seu trabalho questionando: *o que há na grandeza geométrica contínua que a distingue dos números racionais?* Galileu e Leibniz creditavam à densidade[84] a continuidade de pontos sobre a reta. Contudo, os racionais possuem essa propriedade, mas não formam um *continuum*. Dedekind, que era conhecedor desta característica, deduziu seu conceito, como podemos verificar em seus dizeres:

> [...] Naturalmente, não se consegue nada quando, para explicar a continuidade, se fala, dum modo vago, de uma conexão ininterrupta nas suas partes mais pequenas; o que se procura é formular uma propriedade característica e precisa de continuidade que possa servir de base a deduções verdadeiras e próprias.
> Pensei nisso sem resultado por muito tempo, mas finalmente achei o que procurava. O meu resultado será talvez julgado, por várias pessoas, de vários modos, mas a maior parte, creio, será concorde em considerá-la bastante banal. Consiste ele na consideração seguinte: verificou-se que todo o ponto da recta determina uma decomposição da mesma em duas partes, de tal natureza que todo o ponto de uma delas está à esquerda de todo o ponto da outra. Ora, eu vejo a essência da continuidade na inversão desta propriedade e, portanto, no princípio seguinte: "se uma repartição de todos os pontos da recta em

---

83 Quando os valores das seqüências tendem a um único ponto.
84 Afirmação de que entre dois pontos quaisquer há sempre um terceiro.

> duas classes é de tal natureza que todo o ponto de uma das classes está à esquerda de todo o ponto da outra, então existe um e um só ponto pelo qual é produzida esta repartição de todos os pontos em duas classes, ou esta decomposição da recta em duas partes".
> Como já disse, creio não errar admitindo que toda a gente reconhecerá imediatamente a exactidão do princípio enunciado. A maior parte dos meus leitores terá uma grande desilusão ao aprender que é esta banalidade que deve revelar o mistério da continuidade. A este propósito observo o que segue. Que cada um ache o princípio enunciado tão evidente e tão concordante com a sua própria representação da recta, isso satisfaz-me ao máximo grau, porque nem a mim nem a ninguém é possível dar deste princípio uma demonstração qualquer. A propriedade da recta expressa por este princípio não é mais que um axioma, e é sob a forma deste axioma que nós pensamos a continuidade da recta, que reconhecemos à recta a sua continuidade.
> (DEDEKIND, apud LUCHETTA, 2001: 1)

Em resumo, Dedekind caracterizou a continuidade da reta, por esta afirmação, que é designada por axioma ou postulado da continuidade de Dedekind: *todo o corte da recta é produzido por um e um só ponto dela, isto é, qualquer que seja o corte (A,B) existe sempre um ponto da recta que separa as duas classes (A) e (B)*, ou aritmeticamente,

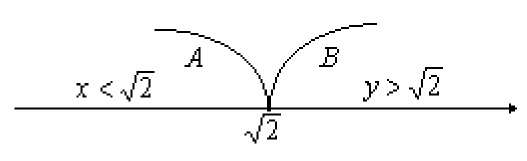
> isso significa que para toda divisão dos números racionais em duas classes *A* e *B* tais que todo número da primeira classe, *A*, é menor que todo número da segunda classe, *B*, existe um e um só número real que produz essa *Schitt*, ou corte, de Dedekind
> (BOYER, 1974: 410).

Esta caracterização de corte nos é muito útil, uma vez que através dela podemos estender os números racionais de modo a formar um *continuum* de números reais, definindo-se o seguinte:

- Se a classe *A* possui um maior número ou a Classe *B* contém um menor número, o corte define um número racional;
- Se a classe *A* não possui um maior número ou a Classe *B* não contém um menor número, o corte define um número irracional.

Exemplo: $\sqrt{2}$ é irracional pois, não existe $x \in A$ tal que $x \geq a, \forall a \in A$, onde $A=\{x \in IR \,/\, x < \sqrt{2}\}$, tão pouco $y \in B$ tal que $y \leq b, \forall b \in B$, onde $B=\{y \in IR \,/\, y > \sqrt{2}\}$.

Graficamente:



CONSIDERAÇÕES FINAIS DO TÓPICO

Devemos reconhecer que a Matemática está presente em nossas vidas, desde um simples contar até a utilização de sofisticados computadores. Entretanto, devemos tomar consciência de que estamos enfrentando uma séria crise educacional, provocada, em grande parcela, pela falha na transposição didática, pois os “educadores” têm desenvolvido atividades severamente formais. Propomos, neste sentido, uma lógica de resgate dos conceitos que se perderam no passado, pois entendemos que em algum lugar lá atrás, nos entendimentos pretéritos, podem estar as respostas que tanto procuramos para a compreensão de nossos alunos do que entendemos por Matemática.

Neste desenvolvimento, ousamos resgatar o conceito de número real, de forma simplificada e objetiva, sem o aparato axiomático que consideramos ser um dos principais entraves para o entendimento inicial de tal conceito. Transcorrendo pela História sem nos preocuparmos com especificações cronológicas, procuramos desenvolver a noção de número desde os naturais, passando pelos conflitos epistemológicos que exigiram uma nova extensão destes para o que conhecemos hoje como números inteiros. Continuando no caminho dos conflitos e necessidades cotidianas, trouxemos a questão da ampliação dos inteiros para os racionais e, conseqüentemente, o surgimento dos irracionais, vindo, em seguida, caracterizar o conjunto dos números reais através dos famosos cortes de Dedekind. Esperamos, desta forma, ter contribuído para a valorização da Matemática no ensino e para a compreensão do conceito atual de número real.

4.3 Considerações Finais

> Estudar desde a necessidade que levou o homem de determinada época a pensar sobre determinado assunto até as aplicações práticas levaria o aluno a se motivar mais, a ficar mais tranqüilo nas avaliações e ter mais prazer pois as apresentações ficariam mais claras.
>
> (ROSA, 1998: 2)

Os anseios de Rosa são os mesmos de todo professor de Matemática. Motivar os alunos a desempenharem suas atividades acadêmicas de maneira adequada é a pretensão de qualquer educador. Contudo, não nos basta querer, devemos construir esta realidade. E a única maneira de isso ocorrer é nos apropriando dos mecanismos adequados à construção destes conhecimentos. Foi com esta intenção que iniciamos este trabalho, buscando os caminhos que nos levariam à compreensão de nossa realidade, mas nos questionando sobre sua existência efetiva e dos objetos que nos rodeiam.

Seriam os objetos que nos circundam cognoscíveis, ou não passariam de meras ilusões produzidas pelo nosso pensamento? Vimos que esta temática suscitou discussões desde a Grécia antiga até nossos dias. Mas foram estas discussões que motivaram a reflexão dos grandes filósofos e educadores de nossa história. Mesmo sob posições distintas, alguns idealistas, outros materialistas, uns racionalistas, outros existencialistas, todos admitiam alguma forma de aquisição de conceitos.

Se conhecer é possível, como fazer com que este conhecimento se manifeste? Seria aceitável uma relação entre o desenvolvimento psicogenético e o filogenético de modo que os indivíduos possam apropriar-se do objeto de conhecimento por intermédio de uma interação com o meio? Encontramos em Piaget uma resposta positiva. Uma resposta tão satisfatória, que emprestou mais do que seus conceitos invariantes de assimilação e acomodação; estabeleceu um conceito de esquema que propiciou o vislumbre de uma utilização da História de modo dinâmico, evolutivo. Concebemos os esquemas como estruturas que se desenvolvem a partir da incorporação de novos elementos.

Desta forma, procuramos na psicogênese de Piaget e Garcia o que traria de significativo a incorporação de tais conceitos quando do emprego da História da Matemática como recurso pedagógico.

Em resposta a este questionamento, tivemos que fazer uma análise historiográfica sobre a concepção de História e seu ensino no decorrer dos tempos. Implementamos verdadeira varredura epistemológica sobre o caráter histórico, onde encontramos as 13 categorias de Miguel acerca do uso didático-metodológico da História em sala de aula, categorias potenciais de utilização histórica da Matemática voltadas ao ensino crítico e reflexivo.

Destas treze possibilidades elencamos a formalização de conceitos que convertemos em evolução de conceitos para melhor relacioná-la às compreensões já obtidas anteriormente. Passamos a conceber um conceito matemático como um objeto construído socialmente, e o exemplo dado com este fim foi o da evolução histórica do conceito de número.

Concluímos o desenvolvimento do trabalho com este retrospecto, esperando ter elucidado os pontos em que se coadunam os capítulos e os conceitos expostos. Acreditamos, ainda, ter contribuído para a construção de conhecimentos modificadores de nossa realidade e promotores de posturas mais justas por parte dos professores com relação aos nossos alunos, haja vista que identificamos algumas preocupações em nossos entrevistados que remetem às suas formações deficitárias em aspectos filosófico-pedagógicos.

Contamos que com a leitura deste trabalho, nossos professores possam encontrar caminhos próprios para equilibrarem números contraditórios, como os encontrados nas entrevistas, a exemplo dos referentes à presença da História da Matemática, presente como disciplina obrigatória em 23 formações e como disciplina optativa em 5 das 47 formações iniciais, sendo que estes contatos em termos didático-metodológicos se apresentaram de maneira breve em 22 formações ou simplesmente não existiram (18 formações). O interessante é que observamos a crença de todos os professores de que a História pode ser um elemento referencial/diferencial no trato da Matemática em sala de aula. No entanto, a maioria só percebe o aspecto motivador desta metodologia e, por isso, não a empregam em seu cotidiano por alegarem falta de conhecimento histórico.

Concluímos, também, que todos possuem certa parcela de culpa na paisagem pintada neste quadro que é o ensino da Matemática. Um percentual de responsabilidade por parte da atuação dos formadores de professores, outra por parte dos próprios professores por não tomarem atitudes reflexivas e construtivas de mudanças, outra parte se confere à sociedade, que culturalmente se deixa ludibriar pelas inconstâncias sócio-econômicas e, ainda, outra parcela, talvez a mais significativa, refere-se às ações conservativas dos grupos dominantes, que desejam a permanência da sociedade em um estado de submissão, para melhor desenvolverem seus empreendimentos autobeneficentes.

ANEXOS

TRANSCRIÇÕES DOS DADOS E RESPOSTAS DOS QUESTIONÁRIOS

I – A FORMAÇÃO E TEMPO DE ATUAÇÃO

1ª) Em quais níveis de ensino você atua?

Fundamental: 25 **Médio:** 28 **Superior:** 11 ***Não está atuando:*** 3

2ª) Você é professor de quais redes de ensino?

Municipal: 15 **Estadual:** 22 **Federal:** 10 **Particular:** 12 ***Nenhuma:*** 5

3ª) Qual o nível de sua formação?

Graduação: 37 **Especialização:** 3 **Mestrado:** 1 **Doutorado:** 6

4ª) Qual o tipo de formação que você possui?

Licenciatura Plena em Matemática: 42

Licenciatura Curta em Matemática: 1

Bacharelado em Matemática: 2

Outra Formação: 10

Outras Formações Citadas: Arquitetura e Urbanismo, Bacharelado em Física, Engenharia Civil, Engenharia de Minas, Engenharia Mecânica, Formação de Professores, Habilitação em Inglês, Licenciatura em Ciências, Licenciatura em Física, Licenciatura em Química e Pedagogia.

5ª) Há quanto tempo atua como professor de Matemática?

De 1 a 2 anos: 4

De 2 a 5 anos: 14

De 5 a 10 anos: 12

Mais de 10 anos: 13

Não estão atuando ou não informaram: 5

II – DOS SABERES E METODOLOGIAS DA ATUAÇÃO

6ª) O que você compreende por Educação Matemática?

P1 – O aprendizado de uma linguagem formada por elementos lógicos que permitem investigar de forma quantitativa fenômenos naturais e/ou artificiais.

P2 – Foi uma área criada tendo como objetivo principal trabalhar questões metodológicos para tentar a melhoria do processo ensino/aprendizagem da matemática.

P3 – Eu entendo como sendo uma área do conhecimento científico que tenta entender os mecanismos de ensino e aprendizo de matemática visando o aprimoramento deles e a criação de novos.

P4 – É um campo de conhecimentos que procura com o auxílio interdisciplinar de várias ciências, desenvolver metodologias capazes de fazer frente à crise do ensino da matemática.

P5 – É o aculturamento com essa disciplina associado as suas propriedades, explicadas por uma forma clara (didática) de ensino.

P6 – Os métodos empregados para ensinar a ciência Matemática.

P7 – Usar e criar novas metodologias para o ensino da matemática.

P8 – É a forma pela qual deve ser coompreendida e ensinada, a todos, a partir do uso de uma linguagem de fácil compreção visando o principal objetivo, que é o ensino e aprendizagem em todas as suas formas.

P9 – E processo pelo qual se amplia os metodos para ensinar a matemática.

P10 – É o desenvolvimento de atividades pedagógicas e didáticas em matemática.

P11 – É um ramo da matemática que tenta estudá-la de tal maneira que possa ser colocada para a sociedade de uma for- mais interessante, tentando buscar os caminhos para que o processo de ensino-aprendizagem seja o melhor possível.

P12 – Uma disciplina, que transmite ao professor educador, uma maneira de ensinar (ou várias maneiras) o aluno de matemática, a beleza e a grandeza de se trabalhar com números.

P13 – É uma metodologia de ensino (ou corrente de pensamento) que visa utilizar a matemática como leitura de mundo e formar conciencias críticas a partir do conhecimento matemático, desenvolvendo a partir desse conhecimento a capacidade de identificar, reconhecer e aplicar padroes matemático na observação de fenômenos sociais, culturais e científicos.

P14 – Educação matemática é mais do que simplesmente matemática para matemática. Entendo por educação matemática como uma formação mais ampla da matemática, uma formação para a vida.

P15 – A Educação Matemática é a maneira pela qual a matemática é abordada envolvendo os assuntos do cotidiano.

P16 – Formar o cidadão para que desenvolva uma conscientização crítica na matemática contextualizada dos problemas do dia a dia.

P17 – É a parte de educar, utilizando conceitos matemáticos para compreender situações do cotidiano, e envolvendo outras disciplinas. De maneira que os alunos tenham uma visão mais ampla dos acontecimentos ao seu redor.

P18 – Educação matemática é um ramo da matemática que compreende a etnomatemática e a modelagem matemática, e esses requisitos nos servem e muito para a sala de aula.

P19 – A Educação Matemática deve ser um foco motivador que envolve o ensino e o aprendizado da matemática de forma mais integrada possível. Deve esta atenta para o que aconteceu, para o que acontece e para o que acontecerá na matemática.

P20 – Métodos e técnicas para o ensino da Matemática. Estudo das relações entre professor e aluno para o ensino.

P21 – Educação Matemática e a metodologia usada para abrir portas no ensino da Matemática e fazer com que haja maior interesse do aluno.

P22 – Vejo que são tecnicas para o ensino de Matemática, visando um melhor entendimento por parte do aluno.

P23 – É a exata leitura de mundo que se deve transmitir: Discutir, Resolver e elucidar situações problema através do ensino de Matemática.

P24 – “Nada declarou!”.

P25 – “Nada declarou!”.

P26 – Modelos ou métodos utilizados na escola para facilitar o conhecimento da matemática.

P27 – É uma nova (não tão nova) abordagem da matemática que tem como objetivo a mudança o de ensino tradicional.

P28 – Um conjunto de metodologias voltadas para estimular o interesse dos alunos pelo aprendizado de matemática, de forma a viabilizar a aplicação dos acontecimentos adquiridos na prática diária.

P29 – É o modo pelo qual se relaciona o ensino da matemática com aprendizado adquirido pelo aluno, sugerindo modos e maneiras técnicas e pedagógica de abordagem dos temas matemáticos.

P30 – É o ramo da Educação que preocupa-se especificamente com os processos de ensino-aprendizagem de matemática.

P31 – É a educação que visa o desenvolvimento da aprendizagem e de saberes matemáticos e suas aplicações.

P32 – Por educação matemática, a princípio da pra entender que a finalidade última do processo de ensinar ou educar em matemática, descobrindo ou fazendo descobrir novos rumos para o ensino de matemática.

P33 – Entendo que a Educação Matemática e o estudo que se preocupa como o Ensino da Matemática, onde procura metodos ou maneira de ensinar a Matemática.

P34 – No meu ponto de vista, é uma disciplina que ensina ao professor de matemática, como introduzir seus conteúdos a partir de problemas reais do dia-a-dia e assim fazer com que o educando passe a entender e a gostar de matemática.

P35 – É a maneira como devemos lecionar a matemática, dentro de uma visão ampla dos seus conhecimentos, fazendo a interdisciplinaridade com as outras disciplinas.

P36 – “Nada declarou!”

P37 – Entendo por uma forma melhorada da grande importância na aprendizagem da matemática, da busca de meios atrativos na resolução dos mais variados problemas.

P38 – É o estado através do qual você pode compreender melhor os assuntos matemáticos. E criar novas estratégias, como aplicações práticas e a história da matemática no ensino da matemática.

P39 – Processo ou procedimento diciplinar relacionado com o desenvolvimento racional e lógico dos alunos.

P40 – É o conhecimento histórico da matemática de como surgiu e seus comentários.

P41 – Compreendendo que é um conjunto de idéias e metodologias inovadoras com o objetivo de facilitar a transmissão e a compreensão dos conteúdos da disciplina Matemática.

P42 – É conjunto de ações e metodologias que viabilizam o entendimento dos conteúdos matemáticos para que os mesmos possam serem úteis.

P43 – É o estudo que nos leva a conhecer melhor o ensino da matemática sua finalidade e importância para nós em nosso trabalho.

P44 – É um curso que vai me dar suporte para desenvolver meus trabalhos de forma mais ampliada e um conhecimento aprofundado sobre diversos temas na minha área de atuação.

P45 – A educação de forma geral abrange todos os níveis de conhecimento. Educação Matemática é o embasamento que o cidadão tem nessa área.

P46 – Educação Matemática, busca o aprimoramento dos educadores, facilitar o relacionamento com os alunos de maneira a tentar relacionar o conteúdo com a realidade.

P47 – É de fundamental importância em todas as áreas do conhecimento, por mais simples que seja a utilização das quatro operações básicas a educação matemática se faz presente.

7ª) Você já teve algum tipo de contato com a História da Matemática?

Em publicações: 14

Em sua formação inicial: 30

Em sua formação continuada: 11

8ª) Qual o caráter da História da Matemática em sua formação inicial?

De disciplina obrigatória: 23

De disciplina optativa: 5

De elemento inerente a outras disciplinas: 11

Inexistente: 8

9ª) Em sua Graduação, Especialização, Mestrado, Doutorado ou outra modalidade de formação foi-lhe apresentada a História da Matemática como metodologia de ensino?

Sim, consistentemente: 7

Sim, brevemente: 22

Não: 18

10ª) Você já utilizou a História da Matemática como metodologia ou recurso didático para o ensino da Matemática?

Sim: 24 **Não:** 23

11ª) Caso sua resposta tenha sido sim, descreva brevemente esta experiência, caso tenha sido não, explique porque nunca utilizou a esta (e) metodologia / recurso de ensino.

P1 – Procuro resgatar as razões históricas da origem dos termos estudados. Pode-se observar um visível entusiasmo da turma quando se recorre a elementos da "História da Matemática".

P2 – Como professor de curso de Pós-Graduação e da Graduação tenho mostrado, digo trabalhado textos em que defendem o uso da história como metodologia do ensino da matemática.

P3 – Tenho ulizado a história da matemática como motivação para a introdução de novos conceitos. Os alunos ficam mais interessados quando sabem do contexto sobre o qual certas teorias foram criadas e quem foram os seus precursores.

P4 – “Nada declarou!”.

P5 – Durante minhas aulas repasso os fatos já lidos por mim em situações em que elas se aplicam.

P6 – A experiência do ábaco como na maneira primitiva de realizar cálculos matemáticos.

P7 – Sou professor das disciplinas que fazem parte da matemática pura.

P8 – “Nada declarou!”.

P9 – “Nada declarou!”.

P10 – Sim, para explicar como surgiu a “regra de sinais”.

P11 – Devido não estar preparado para a sua aplicação.

P12 – Durante o meu estágio numa escola de Ensino Fundamental, em uma turma de 5ª série, tive de contar alguns fatos da história da matemática para os alunos, pois estavam fazendo muito barulho e não prestavam atenção na aula, Deu certo.

P13 – Para ensinar que a geometria ensinada nas séries iniciais, antes foi, problemas, digo utilizada para resolver problemas de medição de terra, por exemplo na civilização egípcia.

Utilização da matemática inca (números em barbante) p/ mostra que o zero em várias civilizações era justificado como ausência de unidades.

P14 – A experiência foi um pouco estranha. Na 5ª série do ensino fundamental comecei a questão do sistema de numeração utilizando a História da Matemática, falando dos diversos sistemas de numeração ate chegar no hindu-arábico. Bem, a experiência foi um pouco estranha, pois os alunos não estavam acostumados com (aquele) esse tipo de aula, referente a disciplina matemática.

P15 – Utilizei para justificar alguns assuntos que envolvem o ensino fundamental e medio que o meu alunado não sabia o porquê que foi sugido tal assunto.

P16 – A história da matemática como metodologia de ensino mostra ao aluno que as descobertas na matemática se deram ao longo do tempo, com muita discussão e divergências e foi a necessidade humana que impulsionou tais descobertas.

P17 – Pois, não fui preparado adequadamente para trabalhar com a história da matemática, então eu não me sinto seguro e nem com conhecimento necessário para trabalhar desta forma.

P18 – Utilizei como recurso didático para alunos da 8ª série, para explicar o teorema de Pitágoras e foi uma experiência muito válida, pois os alunos se interessaram mais pelo assunto.

P19 – Em minha aula de Cálculo, Matemática Numérica, Geometria e Álgebra, para citar algumas disciplinas, sempre busco resgatar a origem dos conceitos básicos que exponho ao longo dos cursos. Acho importante porque, independente das abordagens mais atuais, o que procuro motivar os meus estudantes são as idéias que os precursores usaram para desenvolver seus trabalhos.

P20 – Repetição de experiências vividas por outros matemáticos.

P21 – “Nada declarou!”.

P22 – Utilizeime da origem da trigonometria para ensiná-la e de acordo com o desenvolvimento da história desenvolvia o conteúdo. Em minhas aplicações foi muito produtiva essa metodologia.

P23 – Por não ter base necessária para o aprofundamento do debate com os alunos.

P24 – Na minha graduação não tive esta disciplina, pois não tenho muito conhecimento.

P25 – Procurando mostrar que é mais fácil compreender um determinado raciocínio se soubermos o meio que o gerou. A necessidade de levar alguma vantagem nos jogos de azar originou a teoria das probabilidades; é um exemplo.

P26 – Nunca utilizei porque ainda não estou no mercado de trabalho, mas certamente quando estiver atuando como professor utilizarei deste recurso.

P27 – Utilizei o recurso da história da matemática para mostrar que "tudo" em que se encontra com a natureza sempre se tem ligação com a matemática, desde os pitagóricos que já demonstravam que a matemática está na natureza e o homem se inspira na natureza para provar a Matemática.

P28 – Foi com o Teorema de Pitágoras para mostrar de onde surgiu aquele teorema e como foram deduzidas as suas respectivas fórmulas.

Utilizei ainda para construir a reta real esplicando como surgiu o processo da contagem e a necessidade da criação dos algarismos representantes dos números nos seus diferentes conjuntos *IN, Z, Q, I, IR e C.*

P29 – Há ainda pontos da história que não é de meu conhecimento mas que pretendo em breve adquiri-lo com pesquisa ou leitura sobre o assunto.

P30 – Por não sentir-me preparado para tal procedimento.

P31 – As vezes que utilizei a história da matemática foi no intento de desmistificar certos fatos e conceitos e esclarecer que a matemática não é um bicho.

P32 – Em geral na introdução de algum assunto, há aqui e acolá uma breve história sobre o aparecimento e a utilização daquele conceito ou assunto, mas falta uma proposta concreta para que nos possamos de fato utilizar a história da matemática como metodologia, daí que vai se perdendo no tempo a experiência com a ferramenta histórica da matemática.

P33 – Na minha graduação não estudei a história de matemática. Mas quero aprender para melhor entender matemática.

P34 – O caso das pirâmides do Egito juntamente com as estacas fincadas no chão mostrando a proporcionalidade das sombras e aproveito para utiliza-la no ensino de semelhança de triângulos.

P35 – O pouco conhecimento que eu tive na história da matemática, procurei passar nas minhas aulas, para que o aluno conhece-se a origem com surgiu e para que surgiu a disciplina.

P36 – Porque não me sinto confiante o bastante para tal.

P37 – Nunca utilizei, pois o fato de ver brevimente o assunto ficamos com deficiência no mesmo.

P38 – Em um mini-curso de números inteiros e equações do 1º grau. Através dos fatos ocorridos no passado procurei relacionar os acontecimentos matemáticos até situar os fatos e os acontecimentos até a idéia e criação dos números negativos.

P39 – Por que os caras (alunos) não querem aprender nem os conceitos, matemáticos, que são obrigatórios, diga lá história.

P40 – A minha experiência foi ao falar de um assunto que ficaria melhor se tivesse sua origem.

P41 – Nunca utilizei, porque pouco ??? sobre o assunto. Mas o pouco que sei, transmito aos meus alunos na forma de comentários.

P42 – Porque durante minhas graduações nunca tive oportunidade de ver aplicações ou coisa do gênero.

P43 – Sempre em minhas aulas ao iniciar um assunto procuro relatar o surgimento do conteúdo e com isso posso observar o interesse dos alunos.

P44 – Para trabalhar essa metodologia torna-se difícil devido a carência de materiais utilizados para esse fim.

P45 – Talvez pelo pouco conhecimento da área; falta de materiais p/ pesquisa, etc. pois, para que o professor use uma metodologia de ensino deve estar seguro dela.

P46 – Porque não tive uma orientação reforçada na área, e não me sinto seguro para comentar sobre o assunto.

P47 – Durante aulas de matemática foi abordado um breve histórico sobre a idealização da integral.

12ª) Você considera importante o conhecimento da História da Matemática? Justifique.

P1 – Sim, procuro mostrar que os temas abordados no curso surgiram devido a necessidade de explicar e/ou resolver problemas do cotidiano das pessoas.

P2 – Sim, o uso da história como recurso didático, possibilita, acredito eu, aos Profs. de qualquer nível de ensino, conhecer e dar conhecer aos seus alunos de como ocorreu a construção dos conh. Matemáticos.

P3 – Sim, pelas razoes, por exemplo, expostas no item anterior.

P4 – Sim, sobretudo para desmistificar algumas crenças cristalizadas no meio matemático, como por exemplo, que a matemática é pronta e acabada, que a matemática só pode ser aprendida por sujeitos com inteligência privilegiada e outras.

P5 – Sim, o homem cresce tomando como base o seu passado, o que é imprescindível para um bom aprimoramento no futuro.

P6 – Sim, pois mostra como as atividades práticas e cotidianas inspiraram a evolução do conhecimento matemático como forma de solucionar problemas reais.

P7 – Sim, é uma forma de tornar mais interessante e acessível o ensino da matemática.

P8 – É importante que esse tipo de conhecimento seja expendido no meio acadêmico, afim de que, o matemático ou futuro matemático tenha conhecimento desta nova forma de abrangência para que o mesmo seja a real necessidade do entrelasse entre ensino e aprendizagem.

P9 – Sim, pois o domínio de tal informação melhora a compeenção de conteúdos matemáticos ajudando na elaboração de aulas dando maior qualidade as mesmas.

P10 – Sim. Porque facilita entender a matemática quando se sabe como ela se originou e evoluiu.

P11 – Sim, pois é bom que os alunos percebam que a matemática não foi descoberta de uma hora para outra e que tudo teve um tempo (etapas).

P12 – Sim, porque a disciplina trabalha toda origem, e evolução da matemática. Seria estranho conhecer uma mulher hoje, casar-se amanhã, sem conhecer seu passado.

P13 – Sim, para mostrar aos alunos as varias matemáticas surgida (desenvolvidas) pelas várias civilizações onde elas floreceram; para mostrar eu essas várias matemáticas antes de serem abstração formal foram problemas do cotidiano; para mostrar que onde houver uma sociedade organizada (mesmo que primitiva), lá vai surgir uma forma de matemática que vise atender suas necessidades.

P14 – Sim, pois facilita a compreensão de conteúdos “ditos complicados” e, além disso, torna a aula mais agradável para o aluno e para nós professores.

P15 – Sim, pois dar uma maior segurança no assunto a ser abordado conhecendo a ideia com surgiu e depois tentar aplicar é a melhor maneira de ensinar matemática não jogando várias propriedade para o alunado sem que eles não se perceba o que realmente esta por trás.

P16 – É de máxima importância para a visualização panorâmica das idéias e as interações que ocorram entre elas.

P17 – Sim; pois da base, para justificar a teoria e como ela vem sendo importante para o desenvolvimento e evolução do homem.

P18 – Sim, pois como citei acima o alunos se interessam mais pela aula, pois conhecem a história do assunto que estão estudando.

P19 – Claro que é importante. A grande quantidade de Teorias que hoje conhecemos, mesmo que com novas linguagens e novas tecnologias e aplicações, tiveram origem nas grandes obras de outros do passado. Negar a história é negar o que hoje sabemos.

P20 – Sim.

P21 – Sim, é necessário que os estudantes de hoje, não só do ensino superior e não só de Matemática conheçam o desenvolvimento da Matemática ao longo da História e as brilhantes mentes que contribuiram para isso.

P22 – Absolutamente Importante. Para o professor é indispensável pois além de verificar a essencia dos conceitos que ele repassa aos seus alunos em vários momentos podem responder várias dúvidas de sues alunos.

P23 – Sim. Pois com ele é possível a compreenção das necessidades do momento histórico, a conseqüência e os beneficios.

P24 – Sim, pois lá é encontrada muitas explicações p/ a nossa matemática de hoje.

P25 – Sim. Acredito piamente nessa idéia: é muito mais fácil entendermos uma idéia se soubermos o que a gerou.

P26 – Sim, principalmente para o profº de matemática onde ele pode utilizar disso para enriquecer seu trabalho em sala de aula.

P27 – Sim. Para que uma boa informação tenha sentido é importante saber o porquê foi necessário a descoberta do assunto tratado. É importante se saber que o homem simplesmente descobre o que já é encontrado na natureza.

P28 – Sim. Porque todo assunto a ser abordado precisa de uma introdução e a fundamentação histórica ajudará em muito no processo do aprendizado.

P29 – Poderá ser uma forma de despertar maior curiosidade dos alunos.

P30 – Sim, pois capacita a falar mais seguramente dos assuntos matemáticos.

P31 – Sim. Porque quando você conhece a história,os acontecimentos e fatos você passa ver matemática de uma forma mais clara, como ferramentas que ti auxiliam no dia-a-dia.

P32 – Na minha graduação, o contato com a história da matemática teve uma abordagem, que não levou o interesse para o lado didático, direcionado para o primeiro e segundo graus contudo, considero importante por ser uma ferramenta que pode prender a atenção do aluno e facilitar a sua aprendizagem.

P33 – Sim, tendo o conhecimento da história da matemática você pode entender melhor.

P34 – Acho muito interessante pois penso que através dessa disciplina podemos ter uma explicação de conteúdos de matemática que surgiram através dos tempos e de como cada um foi desenvolvido a partir das necessidades da época.

P35 – Sim, é necessário porque a história da matemática é um espelho para aqueles que pretendem estudar matemática e seguir uma carreira nessa área.

P36 – Sim. Porque precisamos saber como a matemática escrita surgiu e como foi evoluindo gradativamente.

P37 – Sim, uma vez que ter o conhecimento de como e onde surgiu tal fato aumenta o interesse da aprendizagem.

P38 – Sim, pois existe a necessidade de conhercemos os fatos ocorridos no passado e as circunstâncias nas quais elis ocorreram e assim, desmistificar a idéia de que as idéias e assuntos matemáticos foram criados, inventados de acordo com vontade do seu criador. É necessario entender que como as outras ciências ela se desenvolveu com o processo histórico da humanidade.

P39 – Sim, porque não adianta fazer tantas demonstrações, sem tentar entender suas origens e consequentemente o porque de suas aplicações.

P40 – Sim, pois cada assunto tem uma origem e logo uma estória e através dela podemos nos auxiliar melhor.

P41 – Sim porque é através dela que podemos entender o que levou os matemáticos a estudarem e desenvolverem os conteúdos matemáticos.

P42 – Sim. Porque na abordagem de diversos assuntos e que se tenha conhecimento de atos e fatos que levaram a sistematização dos mesmos.

P43 – Sim, pois com isso podemos conhecer sua origem e sua importância.

P44 – Sim, pois para mostrar ou justificar certos assuntos da história da matemática aos alunos poderei ter um certo embasamento mais aprofundado e para mim profissionalmente.

P45 – Sim. Pois se o professor o tem, não terá certos dissabores ao se deparar com perguntas de seus alunos, tais como: “- Para que serve isto?” ou ainda “- No que irei empregar esses conceitos fora da escola?”.

P46 – Sim. Os alunos muitas vezes perguntam como sugiram esses cálculos quem conseguiu criar. E responder essas perguntas facilita o aprendizado tirando o medo da disciplina.

P47 – Sim, é fundamental abordar como os matemáticos idealizaram as formulações matemáticas através da observação de fenômenos e experimentos que ocorreram em sua volta.

III - DOS OBJETIVOS E OBSERVAÇÕES

13ª) Quais devem ser, ao seu ver, os principais objetivos ao se utilizar uma nova metodologia de ensino?

P1 – Preencher ou completar as possíveis lacunas deixadas pela metodologia em uso. Acredito na aplicação simultânea de elementos de diferentes metodologias.

P2 – Em primeiro lugar facilitar a compreensão da aprendizagem da matemática pelos nossos alunos. Quebrar a grande aversão que a maioria da população de estudante tem em relação a matemática.

P3 – O melhor aprendizado da matemática.

P4 – O objetivo principal seria que as hipóteses que levaram á nova proposta se confirmem. Para tanto, a clientela deve ser fundamental, bem como a segurança do professor que irá trabalhar a nova metodologia.

P5 – Que se tenha bastante segurança em se executar tais propósitos.
Objetivo: melhor capacitar o educando aos conhecimentos dos assuntos tratados.

P6 – Atualizar-se, significa encontrar novas formas de abordar os mesmos conhecimentos com objetivo de atingir a atenção e o interesse do jovem contemporâneo.

P7 – Uma nova metodologia de ensino bastante usada na matemática é utilizar de ferramentas da Internet e o uso de softwares educativos, isso taria uma nova concepção de como ensinar e aprender matemática.

P8 – Em primeiro lugar devemos respeitar as dificuldades da aprendizagem da maioria dos alunos, desta fora poderemos traçar caminhos que possam ilucidar problemas que a tempos atrapalham a aprendizagem, porém o educador precisa mudar seus conceitos a cerca de sua metodologia.

P9 - - Melhoria da qualidade das aulas.
- Aumentar o interesse dos alunos.
- Facilitar a compreenção do conteúdo.

P10 – Suprir necessidades que as metodologias anteriores não conseguem.

P11 – Quebrar os paradgmas da sociedade de que numa sala de aula de que somente o professor é detentor do conhecimento (Método Tradicional).

P12 - - Que o professor tenha segurança na nova metodologia.
- Que o aluno aprenda a questionar, criticar e principalmente se interessar pela disciplina.
- Aprender a importância da história da matemática.

P13 – "Nada declarou!".

P14 – Fazer com que o aluno ao final do curso tenha absorvido com clareza e agradavelmente o máximo de conteúdo ministrado.
Objetivos: compreender melhor; seja capaz de questionar; seja capaz de produzir e capaz de resolver problemas.

P15 – É tornar mais compreensivo a Matemática para o aluno.

P16 – principais objetivos: o aluno será capaz com habilidade de: compreender, exemplificar, sintetizar e avaliar o conteúdo aprendido pela metodologia de ensino de forma sistemática.

P17 – A metodologia deve ser direcionada a alcançar os objetivos traçados pelo professor, se a metodologia antiga não esta funcionando, então uma nova maneira de abordagem é fundamental para que o objetivo seja conquistado.

P18 – Facilitar para o aluno a matemática, já que a maioria não gosta de matemática. Tornar mais prazeirosa a aula para o aluno.

P19 - - Tornar o assunto mais atrativo para os estudantes.
- Permitir uma maior liberdade de idéias por parte dos estudantes.
- Incorporar novas tecnologias e novas abordagens nos estudos em questão.

P20 – Garantir que traz bons resultados.

P21 – Os alunos do ensino médio são diferentes dos alunos de alguns anos atrás. Muitos alunos não gostam de Matemática e aquele tipo de aula batida não atrai mais o aluno, por isso que é interessante utilizar uma nova metodologia.

P22 – Procurar aproximar mais o aluno da matemática, mesmo aqueles que por ventura não tenham apreço pela disciplina. Etes métodos visam isto, no meu entendimento.

P23 – Fazer com que o aluno seja mais crítico e independente no esclarecimento de problemas.

P24 – Tentar levar sempre a matemática cada vez mais p/ o dia-a-dia, no caso os exemplos.

P25 – 1) Facilitar a compreensão das idéias.
2) Mostrar os motivos e geradores da idéia.

P26 – Melhoria do ensino aprendizagem.

P27 – Hoje o próprio aluno já não aceita mais o estudo imposto e empurrado, ele quer saber mias pelo próprio conteúdo que ele já tem através da TV e Internet e vida.

P28 - - Proporcionar ao aluno um melhor aprendizado e de forma menos traumática possível.
- Abolir o terrorismo desencadeado por vários professores durante as aulas.

P29 – Melhoria no aprendizado dos conteúdos; criar uma visão geral sobre as relações entre os temas e a realidade do aluno.

P30 – Contribuir com a construção intelectual dos alunos.

P31 – O de procurar abranger, da melhor forma possível, os alunos em geral de forma a disseminar de forma mais abrangente possível a educação matemática.

P32 – Uma metodologia nova ou velha, para mim tem sempre a intensão de fazer com que o aluno aprenda o assunto_esse é o principal objetivo, ao se buscar uma nova metodologia, pretendo antes de mais nada testá-la, e depois observar o resultado.

P33 – Que essa metodologia facilite mais a aprendizagem dos alunos, buscando novas metodos e também interesse.

P34 – Verificar se o método resolverá qualquer problema de matemática.
Aplicar a metodologia com cautela para não haver um choque entre a metodologia anterior com a atual.

P35 – 1) Mostrar a importância da Matemática na sua vida.
2) Ministrar as aulas de acordo com o nível da turma.
3) Avaliar de acordo com a sua aprendizagem.

P36 – Acho que não devemos parar no tempo. Temos sempre que procurar nos atualizar com novas técnicas e métodos de ensinar a matemática. Para o bem de nossos alunos.

P37 – 1) Despertar o interesse do alunado;
2) Conter situações do cotidiano (facilitará a compreensão).

P38 – Que ela seja capaz de facilitar o entendimento e a compreenção daqueles aos quais você deseja transmitir as informações desejadas.

P39 – O modelo antigo criou um sistema mecânico e repetitivo, não deixando que a criatividade individual venha a tona.

P40 – 1) Enriquecer o trabalho.
2) Novos conhecimentos.
3) Trocas de conhecimentos.

P41 – 1) Dar uma nova visão dos conteúdos;
2) Facilitar a compreensão dos conteúdos por parte dos alunos;
3) Tornar conteúdos matemáticos o mais próximo possível dos alunos.

P42 – O principal objetivo é estar sempre em sintonia com os ajustes que o sistema educacional impoem.

P43 – Materiais adequados de acordo com os conteúdos a serem abordados.

P44 – 1) Facilitar a aprendizagem;
2) Promover o interesse;
3) Incentivar o lado profissional.

P45 – Melhorar a qualidade das aulas; Visar o bom desenvolvimento e aprendizagem dos alunos.

P46 – Buscar o melhor entendimento e em melhor relacionamento, dismistificar a matemática e relacionar o conteúdo trabalhado com a realidade.

P47 – Principalmente clareza, objetividade e simplicidade.

14ª) Você considera que a História da Matemática seja capaz de alcançar os objetivos por você acima citados? Justifique.

P1 – Perfeitamente. É importante deixar bem claro que o atual conhecimento humano só será bem compreendido se conhecermos as suas origens e, deste modo, avançarmos em direção ao futuro.

P2 – Sim. Desde que o prof. responsável pelo ensino da matemática entenda o conteúdo histórico das descobertas da matemática. Não pode ser a história pela história.

P3 – Somente a história, não.

P4 – Sim. De acordo com a clientela, poso atingir meus objetivos. No que tange a formação de professores, por exemplo, tenho mostrado que a história da Matemática ajuda por exemplo o professor ver que se alguns temas matemáticos levaram séculos para serem formalizados, então é perfeitamente normal um aluno levar vários anos p/ compreender tal conceito.

P5 – Acho que só a história da matemática não, porém ela (a história) ajuda a firmar as propriedades ensinadas.

P6 – Ela é mais uma ferramenta na busca do objetivo maior que é transmitir o conhecimento de forma contextualizada, e inspirada através de experiências passadas.

P7 – Sim, queremos sempre melhorar e reciclar nossa forma de ensinar matemática, a história da matemática seria uma estratégia bem aceita.

P8 – Sim, temos a obrigação de nos policiar em relação a metodos e suas aplicações, se as mesmas estão sendo bem recebidas, compreendidas e aceitas por nossos alunos.

P9 – Sim, pois este conteúdo mostra uma matemática pouco conhecida ampliando a curiozidade do aluno.

P10 – Sim. Porque isso faz com que o estudo da matemática não se resuma a somente resolver contas.

P11 – Sim, pois eles mesmo poderão perceber que são capazes de dar a sua contribuição para a matemática.

P12 – Sim, estudando a história da matemática, o aluno, téra o conhecimento por exemplo das origens dos números, a escola Pitagórica, o ultimo teorema de Fermat etc, grandes fatos que construiram a matemática e que até hoje são usados.

P13 – A hsitória da matemática é apenas uma das várias metodologias que devem ser usadas no ensino da matemática, embora seja uma das mais importantes não deve era a unica.

P14 – Sim, pois através dessa metodologia a aula se torna mais agradável e conseqüentemente o aluno passa a compreender melhor os conteúdos trabalhados.

P15 – Sim, pois explorando a idéia como surgiu e aplicando de formais generalizada e social para o aluno fica mias facil a compreensão da matemática.

P16 – Com certeza. A justificativa está na 11ª questão.

P17 – Só a história da matemática não é suficiente para alcançar todos os objetivos, mas se faz necessário e é de fundamental importância para chegar ao objetivo.

P18 – Sim, pois o aluno tem o conhecimento histórico da disciplina.

P19 – Sim, por vários motivos. Dentre eles:

* Em geral, o que motivam o aparecimento de determinada Teoria, foi uma idéia simples, para envolver um problema muitas vezes simples também. Esta deve ser uma atitude de quem lida com o ensino de matemática hoje. Colocar o aluno inicialmente diante de um problema simples, como faziam os antigos, e só a partir daí, partir para generalizações e novas descobertas. Metodologia melhor não existe.

P20 – Em parte sim.

P21 - Isso depende do professor, pois se ele usar artmanhas além do professor o aluno pode gostar da metodologia.

P22 – Sim. Deve-se atentar para um fato, não deve-se utilizar a história apenas com uma forma de conhecer determinado pensador, deve-se utilizá-lo de forma dinâmica, interativa com o conteúdo. Desta forma vejo que ela traz excelentes resultados.

P23 – Sozinha, não. Porque irá faltar a leitura de mundo atual, a visualização das consequências causadas pelas descobertas históricas.

P24 – “Nada declarou!”.

P25 – Sim. O passeio pela história vai mostrar o pensamento daquela época.

P26 – Sim, uma vez onde a aula se torna interessante e aluno aprende coisas do passado. Principalmente como surgiu algumas ideias.

P27 – Não sozinha, mas é uma grande ferramenta que está ai a nossa disposição.

P28 – Sim, somente de for desenvolvido um conteúdo formativo onde se possa comparar os processos de aprendizado.

P29 – Parcialmete. A história da matemática poderá ser um dos meios para alcanças os objetivos, deverá haver outros recursos paralelos.

P30 – Certamente, pois este recurso faz um resgate de como foi o desenvolvimento e construção dos conhecimentos matemáticos, supondo que o desenvolvimento desta ciência torne mais evidentes para os alunos os conceitos matemáticos.

P31 – Sim. Desde que se encontre a metodologia mais aplicável a cada situação.

P32 – Eu acredito que sim, mas é necessário ser capaz de ir e voltar, acreditar na metodologia e tirar dela o melhor proveito possível.

P33 – Que a história da matematica busque métodos.

P34 - Apesar de não conhecer a fundo a disciplina, acho que sim porque os métodos aplicados através de histórias são muito mais eficazes.

P35 – Sim, pois a história da matemática está envolvida nesses objetivos, dependendo de alguns critérios.

P36 – Eu creio que sim, pois em nossas salas de aula surgem muitas perguntas e, através delas poderemos tirar muitas dúvidas nossas e de nossos alunos.

P37 – Sim, pois a matemática não surgiu à toa, e trazendo as situações da história e compara-la com o cotidiano, deixará de ser para muitos um bicho de 7 cabeças, aumentando a compreensão e despertando assim, o interesse na aprendizagem.

P38 – Sim, pois para compreendermos algo, necessitamos de conhecer sua origem, e nós humanos estamos sempre tentando compreender as origens das coisas. "E em sua maiori<u>o</u> desde pequenos somos orientados a não confiar em quem não conhecemos".

P39 – Dependendo da instituição, particular ou p<u>ul</u>blica, caso p<u>u</u>blica jamais pois se dispõe de pouco tempo e muitas festas e feriados.

P40 – Sim. É através dela que podemos falar melhor de cada assunto.

P41 – Não. Pode ser capaz de alcançar alguns e auxiliar em outros, mas não completamente. Para se alcançar todos os objetivos são necessários outros recursos, tais como: interdi<u>c</u>iplinaridade, aulas práticas e etc.

P42 – Alcaçar talvez não mas pode colaborar significativamente.

P43 – Sim, s tivermos u conhecimento da história da matemática para podermos desenvolver com segurança esta metodologia.

P44 – Não totalmente, mas parcialmente pode ser possível ter um bom resultado.

P45 – Sim, se falamos da história de um determinado conceito temos respaldos para falar sobre ele.

P46 – Sim. Porque uma coisa é você ensinar o conteúdo direto,outra é você fazer um comentário sobre o assunto antes de ensin<u>a</u>-lo.

P47 – Sim, pois através da simplicidade que os matemáticos tentam explicar através de metodologias o que se passa em sua volta.

15ª) Utilize o espaço abaixo caso queira fazer alguma proposta ou observação sobre o trabalho aqui desenvolvido.

P1 – É um trabalho de indiscutível relevância para a educação matemática e espero que através deste diagnóstico situacional possa elaborar propostas de ação para incrementar o uso da história da matemática em todos os níveis de ensino.

P2 – Um questionário deste tipo não possibilita uma maior interação entre o pesquisador e o pesquisado. Seria importante que, fosse realizada também algumas entrevistas pois assim haveria uma maior interação entre os dois.

P3 – "Nada declarou!"

P4 – A décima questão não pude responder pois quero saber se já foi usado a história da Matemática p/ ensinar Matemática. No entanto eu a utilizo nos cursos da pós, como uma metodologia alternativa.

P5 – Todo trabalho voltado a preocupação do ensino, não só de matemática, é que faz com que as ciências evoluam e se modernizem.

P6 – Todo trabalho de metodologia de ensino, não deve se afastar jamais da realidade vivida pelos professores e alunos a que são destinados. Desta forma o grande desafio é encontrar o equilíbrio entre o querer e o que é possível.

P7 – Citar exemplos como a história da matemática vem contribuído para o ensino da Matemática.

P8 – O trabalho aqui apresentado ilustra com muita objetividade a real necessidade de mudança no processo ensino aprendizagem. A proposta que a educação matemática espõe, visa nada mais que o educador e o principal instrumento dessa mudança.

P9 - "Nada declarou!"

P10 - "Nada declarou!"

P11 - "Nada declarou!"

P12 - "Nada declarou!"

P13 - "Nada declarou!"

P14 – Uma proposta, seria: como podemos utilizar mais, esse recurso em nossas aulas?

P15 – Seria muito bom se nos tivéssemos mais textos da matéria abordada para que podemos nos aprofundar na idéia do assunto.

P16 - "Nada declarou!"

P17 – Gostaria de aprender mais sobre a história da matemática, seria bom, se isso fosse oferecido com mais objetividade pela UFPA.

P18 - "Nada declarou!"

P19 – Acho a pesquisa aqui proposta muito útil, porque no meu entender, ela tenta resgatar junto aos profissionais do ensino da Matemática, a importância da História da Matemática como fonte de informação e também como fonte motivadora de aprendizado de problemas e seus possíveis desdobramentos.

P20 – Utilizar a História da Matemática como motivação e relacionamento lógico do desenvolvimento da Matemática com o passar do tempo.

P21 - "Nada declarou!"

P22 – Gosto de história da Matemática, é uma área que pretendo estudar mais profundamente e acho louvável qualquer trabalho que se preocupe em buscar novas formas de ensinar o pensamento lógico matemático e atravez da historia é um excelente caminho. Parabéns.

P23 - "Nada declarou!"

P24 – P/ mim se melhorar estraga.

P25 – A proposta é: desenvolver mais trabalhos práticos que esclareçam melhor certos aspectos da matemática. Entre esses aspectos, o aspecto conceitual que é um dos mais sacrificados. Problemas que poderiam ser simples, como por exemplo, resolver a equação $\sqrt[4x]{32} = 64$.
É resolvido assim:

$$\sqrt[4x]{2^5} = 2^6 \therefore 2^{\frac{4x}{5}} = 2^6 \therefore \frac{4x}{5} = 6 \therefore x = \frac{15}{2}.$$

Mas o índice da raiz pode não ser um natural?

P26 - "Nada declarou!"

P27 – Acredito que a história da matemática é fundamental, além de rica expressão para que seja transmitido aos nossos alunos de hoje – profissionais de amanhã, sou incentivador desta idéia.

P28 – Sempre que for ministrado algum conteúdo, deverá ter algum exercício de aplicabilidade prática a ser utilizado no cotidiano das pessoas.

P29 – o tema "Educação Matemática" está, dentro da academia, sendo um assunto pouco divugado. Quase sempre, os cursos abordam este assunto nos ultimos meses, digo, no ultimo ano e não é aprofundado devido pelos poucos livros existente ou pelo pouco tempo de abordagem que os "professores" tem em aplica-los.

P30 - "Nada declarou!"

P31 – "Nada declarou!"

P32 – "Nada declarou!"

P33 - "Nada declarou!"

P34 – O trabalho é bom, mas seria melhor se tivéssemos mais tempo para desenvolver os conteúdos.

P35 - "Nada declarou!"

P36 - "Nada declarou!"

P37 – Muito interessante, uma vez que com esse questionário você conhece o nível de conhecimento da turma.

P38 – Podia ter uma questão pedindo para que fosse citado os nomes dos matemáticos "famosos" que a pessoa conhece. Para que fosse verificado dentre esses cientistasquais os mais conhecidos pelas pessoas.

P39 - "Nada declarou!"

P40 - "Nada declarou!"

P41 - "Nada declarou!"

P42 - "Nada declarou!"

P43 – Gostaria de poder conhecer melhor a história da matemática para poder transmitir ao meus alunos.

P44 - "Nada declarou!"

P45 - "Nada declarou!"

P46 - "Nada declarou!"

P47 – Acredito que através da história da matemática repassada ao ensino fundamental ajude os alunos a se interessar mais por essa disciplina de fundamental importância.

Observações:

- As palavras grifadas foram assim transcritas por conterem erros de grafia cometidos pelos professores entrevistados;
- A soma dos valores dos quesitos podem exceder o número total de pesquisados. Isso ocorre porque alguns destes participam/pertencem de (a) mais de uma categoria ao mesmo tempo.

Quadro Cronológico da História da Matemática como Recurso

PERÍODO	*LOCAL*	*CONCEPÇÃO DE ENSINO DA MATEMÁTICA*	*CONCEPÇÃO HISTORIOGRÁFICA E/OU METODOLÓGICA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA*	*PRINCIPAIS ESCRITOS*	*PRINCIPAIS EVENTOS*	*PRINCIPAIS NOMES*
3000 a.C. – 260 d.C.	Egito e Mesopotâmia	Pragmática com Matemática essencialmente empírica ou indutiva.	Desenvolvida através da oratória	Papiro de Moscou (1850 a.C), Papiro Rhind (1650 a.C), outros papiros egípcios e tábulas cuneiformes babilônicas.	Criação da escrita (3000 a.C) e o surgimento dos escribas (2500 a.C)	———
600 a.C. – 450 d.C.	Grécia	Abstrata com Matemática voltada a descrições da realidade.	Desenvolvida através da oratória, mas com preocupações de registros para as gerações futuras.	Os *Elementos* de Euclides (300 a.C), os escritos de Eudemo de Rodes (320 a.C) e os comentários sobre os *Elementos* de Euclides de Proclus Diadochus.	Desenvolvimento da geometria dedutiva (600 a.C – 540 a.C), início da Teoria dos Números (540 a.C), descoberta das grandezas incomensuráveis (340 a.C), sistematização da lógica dedutiva (340 a.C), desenvolvimento axiomático da geometria (300 a.C), conquista da Grécia pelos romanos (146 a.C), primeiras noções do que viria a se tornar o Cálculo Integral (225 a.C), Sincopação da Álgebra (250 d.C)	Tales de Mileto (624-548 a.C), Platão (428 - 347a.C) Eudemo de Rodes (320 a.C), Pitágoras de Samos (580-500 a.C), Euclides (cerca de 300 a.C), Proclus Diadochus (410-485)
200 a.C – 1250 d.C.	Índia	Abstrata com Matemática filosoficamente mística voltada eminentemente à astronomia.	Desenvolvida através de manuscritos irregulares que misturavam trabalhos de qualidade a coleções de regras disformes.	*Arybhatiya* (versos e prosas) de Aryabhata (499), o *Brahmasphuta Sinddhanta* de Brahmagupta e os tratados de Bhaskara.	Introdução do sistema de numeração indo-arábico (2580 a. C), desenvolvimento dos números negativos e criação do zero (últimos anos antes de Cristo), desenvolvimento de algoritmos de cálculos antigos (900 – 1000 d.C), sincopação da Álgebra e criação de métodos de resolução de equações indeterminadas (628 d.C – 1150 d.C)	Arybhata (cerca de 500 d.C), Brahmagupta (cerca de 628 d. C), Bhaskara (1114 -1185)
650 – 1200 d.C.	Arábia	Abstrata com influências da Matemática hindu.	Desenvolvida através de manuscritos que preservavam a Aritmética hindu e a Geometria grega, incentivada por califas que prestigiavam a cultura.	Tratado de Álgebra de Al-Kowârizmî (820 d.C) e tábuas trigonométricas de Abûl Wefâ (980 d.C) e Ulugh Beg (1455 d.C)	Preservação da Matemática Clássica Hindu e Grega e desenvolvimento de técnicas de obtenção de resolução de equações cúbicas (1100 d.C).	Al-Kowârizmî (por volta de 850 d.C)

450 – 1120 d.C.	Europa	Pragmática com Matemática medíocre enfatizando a Aritmética.	Desenvolvida e preservada através da oratória e de manuscritos nas instituições escolásticas e influenciada pela moda do enciclopedismo.	Manuscritos de trabalhos de Geometria e Aritmética e a obra Origens ou Etimologias.	Ascensão do Cristianismo e criação das escolas monásticas.	Boécio (475-524), Cassiodoro (480 – 575); Santo Isidoro (570 – 636)
950 – 1500 d.C		Período de Transição ou Transmissão onde a Matemática preservada pelos árabes começou a se difundir através das traduções de trabalhos clássicos e de ensino através de manuscritos, Ensino mais ou menos livre.	Historiografia baseada em traduções.	Traduções de trabalhos árabes (1120 – 1140 d.C), transcrições dos *Elementos* de Euclides e das tábuas astronômicas de Al-Kowârizmî e o livro *Aritmetica di Trenio*(1478).	Introdução dos números indo-arábicos (sem o zero) na Europa, evolução da escola urbana e criação dos *Studia Generalia* e ascensão da burguesia, primeiro livro impresso no mundo ocidental (1478), primeira edição impressa dos *Elementos* de Euclides (1482), peste negra.	Gerbert (950 – 1003), Adelardo de Bacth (1075–1160), Victorino de Feltre (1378-1446).
1450 – 1700 d.C		Ensino com interesses humanísticos e de resgate da cultura grega com ênfase na formação integral do homem, transmissão de conhecimentos através de livros didáticos e retomada das pesquisas em Matemática.	Histórica informativa, com biografias em ritmo cronológico.	Traduções e Impressões dos *Elementos* de Euclides, *Aristotelis loca Mathematica ex Inuversis Colleta et Explicata* (1615), Biografias de Matemáticos (séc. XVII), A sua obra, *Historia Matheseos Universae* (1742), *Histoire dês Mathématics* (1758).	Difusão dos primeiros livros-texto para uso mercantil, o Renascimento, o início do simbolismo algébrico (1557–1631), obtenção de soluções algébricas para equações cúbicas e quárticas (1545), desenvolvimento da Álgebra Clássica (1580–1631), desenvolvimento da Moderna Teoria dos Números (1635), Criação da Geometria Analítica (1629- 1637), criação da probabilidade (1654), início da Geometria Descritiva,criação dos Logaritmos (1614-1615), criação do Cálculo Diferencial e Integral (1629-1687).	François Rebelais (1483-1555), Giuseppe Biancani (cerca de 1615), Michel de Montaigne (1533-1592), Gutenberg (cerca de 1450), Giuseppe René Descartes (1596 – 1650) Biancani (cerca de 1600), Bernardino Baldi (séc. XVII), Johann Christoph Heilbronner (cerca de 1730) e Jean Étienne Montucla (1725-1799).
1700 até hoje	Mundo	Ensino mecanicista, voltado a resolução de problemas em um contexto de desmistificação da natureza.	O fazer e perceber historiográfico do ensino da Matemática não se dissocia do contexto sócio-cultural. Além do uso informativo biográfico-cronológico, surgem as histórias por assunto, por tópico e por civilizações.	*Saggio sulla Storia delle matematiche corredato di sacelte notizie biografiche ad uso della gioventù* (1821), *Vorlesunger über Geschichte der Mathematik* (1880 e 1908), *A History of Mathematics* (1894), *History of Mathematics* (1923), *Introdução à Historia da Matemática* (1969), *A História da Matemática* (1974).	Revolução Francesa, Revulução Industrial, Movimento da Nova História, Movimento da Escola Nova (início do séc. XX), criação de Bourbaki, difusão e discussão do Princípio Genético e Movimento da Matemática Moderna.	Alex Claude Clairaut (1713-1765), Kant (1724 – 1804),Pe. Pietro Franchini (cerca de 1821), Felix Klein (1849-1925), Georg Cantor (1845-1918), Mortz Benedict Cantor (cerca de 1880), Florian Cajori (cerca

						de 1894), Hilbert (1862-1943), David Eugene Smith (cerca de 1923), Ernest Haeckel (1834-1919), Peano (1858-1932).
1900 até hoje	Brasil	Ensino influenciado por políticas estrangeiras, transições do modelo português para o modelo francês.	As influências da Matemática Moderna e da teoria dos conjuntos tornaram-se empecilho para um desenvolvimento anterior da História da Matemática como recurso de ensino, porém com o movimento de reformulação do ensino da Matemática a partir da década de 80, foi possível avançar e conceber a história como: Motivação, Objetivo, Método, Recreação, Desmistificação, ***Formalização***, Dialética, Unificação, Axiologia, Conscientização, Significação, Cultura e Epistemologia.	*Curso de Mathematica Elementar* (1929), *A arte de Contar; uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática* (1991), *Matemática e História: Algumas relações e Implicações Pedagógicas* (1995), *A Tensão entre o Discreto e o Contínuo da Matemática e no Ensino da Matemática* (1996), *As ciências no Brasil* (1953), *História na Educação Matemática: propostas e desafios* (2004).	Influências da Universidade de Coimbra na formação dos matemáticos brasileiros, a reforma do Marques de Pombal, criação da Academia real Militar, ascensão das escolas de engenharia, criação das primeiras faculdades de filosofia, reformulação do magistério, a Proclamação da República, a Constituição de 1891, a Constituição de 1934, movimento contra a Matemática Moderna (a partir de 1975), voto direto para presidente, políticas de Globalização dos Governos Liberais, defesa de um ensino para a formação de cidadãos, Criação de Cursos de Pós-Graduação em Ciências e Matemática.	Euclides de Medeiros Guimarães Roxo (1890-1950), Ubiratan D'Ambrósio (1932-), Antônio Carlos Brolezzi, Antônio Carlos Miguel, Maria Ângela Miorim, Carlos Roberto Vianna, Jhon A. Fossa, Dario Fiorentini, Iran Abreu Mendes, Circe Mary da Silva.

REFERÊNCIAS

AABOE, A. **Episódios da história antiga da matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 1984.

ABNT 2004. **Normas para apresentação de trabalhos acadêmicos da Escola de Administração** / Ana Maria Mattos, Mônica Fonseca Soares e Tânia Marisa de Abreu Fraga – Porto Alegre, 2004.

ARBOLEDA, L. C. Historia y Enseñanza de las Matemáticas. In: **Quipu**, v.1, n.2, p. 167-194, 1975.

ÁVILA, Geraldo. **Objetivos do Ensino da Matemática**. RPM n. 27. Goiânia: UFG, 1995.

BALDWIN, Alfred Lee. **Teorias de Desenvolvimento da Criança**. Tradução: Dante Moreira Leite. São Paulo: Pioneira, 1973.

BATTRO, Antonio M. **Dicionário terminológico de Jean Piaget**. São Paulo: Pioneira, 1978.

BAUMGART, John K. **História da Álgebra**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora Atual, 1992.

BECKER, Oscar. **O Pensamento Matemático: sua grandeza e limites**. São Paulo: Herder, 1965 (Coleção Capricórnio).

BERGAMINI, David. **As Matemáticas**. Rio de Janeiro: José Olympio, 1968.

BEZERRA, Licio Hernandes. **Introdução à Matemática**. Florianópolis: UFSC, 1995.

BICUDO, Maria A. Viggiani. **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999.

BLOOM, Benjamin S. **Taxionomia de Objetivos Educacionais: domínio cognitivo**. Porto Alegre: Globo, 1974.

BOCCHI, Gianluca & CERUTI, Mauro. **Histórias e Origens**. Trad. Edite Caetano. Lsboa: Instituto Piaget, 2004.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2 ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRANCO, Samuel Murgel. **Evolução das espécies**: **o pensamento científico, religioso e filosófico**. São Paulo: Moderna, 1994. (Coleção Polêmica).

BRANDÃO, Luís Carlos F. **Epistemologia e educação matemática**. Ouro Preto: UFOP, 2004.

______________________. **Monografia sobre a importância da história da matemática**. Universidade Federal de ouro Preto. Ouro Preto, 2004. Monografia (Especialização em Educação Matemática).

BROLEZZI, Antônio Carlos. **A Arte de Contar: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática**. São Paulo: USP, 1991. Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-graduação em educação – PPEG, Universidade de São Paulo. 1991.

________________________. **A tensão entre o Discreto e o Contínuo na História da Matemática e no Ensino de Matemática**. São Paulo: USP, 1996. Tese (Doutorado em educação Matemática) do Programa de Pós-graduação em educação – PPEG, Universidade de São Paulo. 1996.

BUCHWEITZ, Bernardo & MOREIRA, Marco Antônio. **Mapas Conceituais: instrumentos didáticos, de avaliação e de análise de currículo**. São Paulo: Moraes LTDA, 1987.

CAJORI, Florian. **A History of Mathematics**. New York: The Macmillan Company, 1919.

CARVALHO, João Pitombeira. Avaliação e Perspectivas na área de ensino de Matemática no Brasil. **Em Aberto**, Brasília: ano 14, n. 62,, p. 74-88, 1994.

CASTRO, F. M. de Oliveira. **A Matemática no Brasil**. Campinas: UNICAMP, 1992.

CERVO, Amaro Luiz. **Metodologia Científica**. 3ª ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1983.

CHARLES, C. M. **Piaget ao alcance dos professores**. Tradução: Ingeborg Strak. Rio de janeiro: Ao Livro Técnico, 1975.

COLARES, Anselmo A. **Bases Epistemológicas da Ciência**. Notas de aula. Belém: NPADC, 2003.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. **Introdução ao conceito de probabilidade: uma visão freqüentista – estudo epistemológico e didático**. São Paulo: EDUC, 1996.

CUNHA, Emanuel Ribeiro & SÁ, Pedro Franco. **Ensino e Formação Docente: propostas, reflexões e práticas**. Belém: [S/N], 2002.

D' AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**. São Paulo: Ática, 1990. São Paulo: UNESP, 1991.

______________________. **O Ensino de Ciências e Matemática na América Latina**. Campinas: Papirus, 1984.

______________________ **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, SP: Papirus, 1996. 121p. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

DAVIS, Philip J. & HERSH, Reuben. **A Experiência Matemática**. Trad. João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: F. Alves, 1989.

DESCARTES, René. **Descartes : discurso do método**. Trad. Elza Moreira Marcelina. São Paulo: Ática, 1989.

__________________. **Discurso do Método: Regras para a Direção do Espírito**. Tradução de Pietro Nassetti. São Paulo: Martin Claret, 2003.

DIAS, André Luís Mattedi. **Uma crítica aos fundamentos do ensino autoritário e reprodutivo da matemática**. Bahia: UFB, 1994. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) do Programa de Pós-graduação da Universidade Federal da Bahia, 1994.

DUMONT, Jean Paul. Scepticsm. In: **Encyclopedia Universalis**. Paris: [s.d], 2005, vol. 14, p. 719-727. trad. Jamir Conte..

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Higino H. Domingues. 3ª ed. Campinas: UNICAMP, 2002.

FIORENTINI, Dário. **Formação de Professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas: Mercado de Letras, 2003.

FLAVELL, Jhon H. **A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget**. Trad. Maria Helena Souza Patto. 2 ed. São Paulo: Pioneira, 1986.

FOSSA, John A. **Ensaios sobre a educação matemática**. Belém: EDUEPA, 2001.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

FREUDENTHAL, Hans. **Perspectivas da Matemática**. Trad.: Fernando C. Lima. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

GALOIS. **Notas e Correspondências**. França: [s.n], 1831.

GÓMEZ, Jorge J. D. & VILLETA, Maria L. **Pré-Cálculo: licenciatura em matemática**. 2 vol. 3 ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2004.

GUICARD, Jean Paul. **Didactique dês Mathématiques**. Adaptação de Arsélio Martins. Nathan: CEDIC, 1986.

GUNDIACH, Bernard H. **História dos Números e Numerais**. Trad.: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

JAPIASSU, Hilton Ferreira. **Introdução ao Pensamento Epistemológico**. 5ª ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1988.

JARDINETTI, José R. B. A função metodológica da história para elaboração e execução de procedimentos de ensino na matemática. **Bolema**, São Paulo: Ano 9, n 10, p. 75-82, 1994.

JÚNIOR, Antônio F. N. Fragmentos da presença do pensamento idealista na história da construção das ciências da natureza. **Ciência e Educação**, v. 7, n 2, p. 265-285, 2001.

KANT, Imanuel. **Crítica da Razão Pura**. São Paulo: Martin Claret, 2004.

KLINE, Morris. **O fracasso da Matemática Moderna**. Trad. Leônidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: IBRASA, 1976.

LAKATOS, Imre. **A lógica do Descobrimento Matemático: provas e refutações**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.

LE GOFF, Jacques. **História e Memória**. Tradução: Bernardo Leitão ...[et al.]. -5 ed. Camoinas, São Paulo: UNICAMP, 2003.

________________. **Reflexões sobre a história**. Lisboa: Edições 70, 1986.

LEON, Miguel Parra. **Pitágoras, fundador de las ciencias matemáticas**. 1 vol.. Caracas: Biblioteca de la Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales, 1966.

LIBÂNEO, José Carlos. **Adeus Professor Adeus Professora? : novas exigências educacionais e profissão docente**. 3ª ed. São Paulo: Cortez, 2000 (Coleção questões da nossa época, v. 67).

LIMA, Elon Lages. Sobre o ensino da matemática. **RPM**, n.28. São Paulo: SBM,1995.

LURIA, A. R. **"Vygotsky"**. In: VYGOTSKY, L. S. et. Al. Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem. São Paulo: Ícone, 1998.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Realidade: Análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática**. 5ª ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MACIEL JUNIOR, Auterives. **Pré-Socráticos – A invenção da razão**. São Paulo: Odysseus, 2003.

MAOR, Eli. **e: A história de um número**. Tradução: Jorge Calife. Rio de Janeiro: Record, 2003.

MARAN, Júlio. **Montessori – uma educação para a vida**. São Paulo: Edições Loyola, 1977.

MENDES, I. A. **Ensino de trigonometria através de atividades históricas**. Natal: UFRN, 1997. 165p. Dissertação (Mestrado em Educação) do Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 1997.

_____________. **História no ensino da matemática: um enfoque transdisciplinar.** Ensino e Formação Docente: propostas, reflexões e práticas. Org. Emmanuel Ribeiro, Maria Divina F. Lima e Pedro Franco Sá. Belém: [s.n], 2002. p. 88-107.

_____________. O uso da História no ensino da Matemática. Reflexões teóricas e experiências. Belém: EDUEPA, 2001.

MIGUEL, Antonio.**Três estudos sobre história e educação matemática**. Campinas: UNICAMP, 1993. Tese (Doutorado em Educação Matemática) da Universidade de Campinas, 1993.

MIGUEL, Antonio & MIORIM – **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MIORIM, , M. A. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MONRUE, Paul. **A História da Educação**. 6. ed. São Paulo: Nacional, 1983.

MORE, Thomas. **A Utopia**. São Paulo: Martin Claret, 2001.

MÜLLER, Iraci. Tendências Atuais de Educação Matemática. **UNOPAR Cient., Ciências Humanas**. Londrina, v.1, p. 133-144, 2000.

NERICI, Imídeo G. **Didática: uma introdução**. São Paulo: Atlas, 1983.

NISKIER, Arnaudo. **Educação Brasileira: 500 anos de história, 1500-2000**. 2 ed. Rio de Janeiro: Consultor, 1995.

NOVAK, J. D. **A theory y prática de la educacion**. Madrid: Alianza, 1982.

OLIVEIRA, Antônio Marco de & SILVA, Agostinho. **Curso de Matemática Moderna Lisa**. São Paulo: LISA, 1970.

PETERSEN, Sílvia. **O cotidiano no campo da nova história**. Porto Alegre, [s.d.]. Texto datilografado.

PIAGET, Jean & GARCIA, Rolando. **Psicogênese e História das Ciências**. Tradução: Maria Fernanda de Moura Rebelo Jenuíno. 6 ed. Lisboa: Dom Quixote, 1987.

PILETTI, Cláudio & PILETTI, Nelson. **Filosofia e História da Educação**. São Paulo: Ática, 1986.

PLATÃO. **A república**.Trad. Enrico Corviciere. São Paulo: Nova Cultural, 1997.

POINCARÈ, Jules-Henri. **A Ciência e a Hipótese**. Tradução: Maria Auxiliadora Kneipp. Brasília: UNB, 1985.

PRADO, Ema L. R. **História da Matemática: um estudo de seus significados na educação matemática**. Rio Claro: UNESP, 1990. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) da Universidade Estadual de São Paulo, 1990.

PUCCI, Bruno. **Adorno: o poder educativo do pensamento crítico**. Petrópolis: Vozes, 1999.

RADICE, Lucio Lombardo. **A Matemática de Pitágoras a Newton**. São Paulo: Edições 70, 1971.

REGO, Teresa Cristina. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação**. Petrópolis/RJ: Vozes, 1995 (Coleção Educação e Conhecimento).

ROSA, Jocélia. **História da Matemática no Ensino da Matemática**. São Paulo: Produção Independente, 1998.

SAIZ, Francisco. **Ceticismo Científico x Ceticismo Dogmático**. Notas de aula. São Paulo: USP, 2004.

SALVADOR, César Cool. **Aprendizagem Escolar e Construção do Conhecimento**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

SANTOS, Mario Ferraira dos. **Pitágoras e o Tema do Número**. São Paulo: IBRASA, 2000.

SCHUBRING, Gert. A noção de Multiplicação: Um "obstáculo" desconhecido na História da Matemática. **Bolema**, São Paulo: Ano 15, nº 18, p. 26-52, 2002.

SEFFNER, Fernando. **Da Reforma à Contra-Reforma: o cristianismo em crise**. São Paulo: Atual, 1993.

STAMATO, Jucélia Maria de A. **A história da matemática na formação do professor de matemática: algumas reflexões**. Revista Hispeci & Lema. Rio Claro: UNESP, 2002.

STRUIK, Dirk J. **História Concisa das Matemáticas**. Trad. João Cosme Santos Guerreiro. 2 ed. Lisboa: Gradiva, 1992.

TEIXEIRA, Manuel Lima Cruz. O campo de lutas da Educação Matemática. **Educação Matemática em Revista**. Rio de Janeiro, 6 n, 5 ano, p. 9-12, 1996.

THUNS, Jorge. **Ética na educação: filosofia e valores na escola**. Canoas: ULBRA, 2003.

TOMEI, Carlos. **Euclides – a conquista do espaço**. São Paulo: Odysseus, 2003.

UPINSKY, Arnald-Aaron. **A Perversão Matemática**. Trad. Antônio Ribeiro de Oliveira. Rio de Janeiro: F. Alves, 1989.

VASCONCELOS, Fernando de Almeida. **Matemáticas na Antiguidade**. Lisboa: Bertrand, 1925.

VERGANI, Teraza. **A Surpresa do Mundo: ensaios sobre cognição, cultura e educação**. Natal: Editorial Flexa do Tempo, 2003.

VIANNA, Carlos Roberto. **Matemática e História: algumas Relações e implicações pedagógicas**. São Paulo: USP, 1995. Dissertação (Mestrado. Em Educação Matemática) da Universidade de São Paulo, 1995.

VILARINHO, Lucia Regina Goulart. **Didática: Temas Selecionados**. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos, 1979.

WILDER, R.L. **Evolution of mathematical concepts**. New York: Halsted Press, 1975.

ZINGANO, Marco. **Platão e Aristóteles – os caminhos do conhecimento**. São Paulo: Odysseus, 2002.

ZÚÑIGA, A. R. **Algumas** Implicaciones de la filosofia y la história de lãs matemáticas em su Enseñanza. **Educanion**, n. 11, p. 7-9. Costa Rica: Editorial de la Universidad de Cista Rica, 1997.

REFERÊNCIAS WEBGRÁFICAS

INTERFACE entre história e matemática uma visão histórico-pedagógica, A. 2005 (http://vello.sites.uol.com.br/interface.htm).

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais. 2005, (http://www.eteducacaoetecnologias.hpg.ig.com.br/pcnsmat.html).

AMBIENTE de aprendizagem construtivista. 2005, (http://penta.ufrgs.br/~luis/ativ1/construt.html).

ESCOLÁSTICA, A. 2005, (http://www.mundodosfilosofos.com.br/escolastica.htm).

FRAGMENTOS da presença do pensamento idealista na história da construção das ciências da natureza. 2005, (http://www.fc.unesp.br/pos/revista/pdf/revista7vol2/art9rev7vol2.pdf).

FREIRE Paulo Freire e a Educação. 2005, http://www.centrorefeducacional.pro.br/paulo1.html h:12:04

PEDAGOGIA e Cidadania. 2005, (http://www.boaaula.com.br/iolanda/producao/mestradoemeducacao/pubonline/masouzart.html).

EDUCAÇÃO. 2005, (http://www.etda.hpg.ig.com.br/educacao.htm).

CULTURA, O que é. 2005, (http://home.dbio.uevora.pt/~eje/cultura1.htm).

Os autores que porventura não figuram na bibliografia encontram-se entre as webgrafias.