



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
NÚCLEO DE DESENVOLVIMENTO AMAZÔNICO EM ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INFRAESTRUTURA E
DESENVOLVIMENTO ENERGÉTICO

JOÃO PEDRO DAS CHAGAS BORGES

**ANÁLISE MODAL OPERACIONAL: UM ESTUDO DE CASO DA INFLUÊNCIA DA ALVENARIA NO
COMPORTAMENTO DINÂMICO DE PRÉDIOS ALTOS**

Tucuruí/PA

2020

JOÃO PEDRO DAS CHAGAS BORGES

**ANÁLISE MODAL OPERACIONAL: UM ESTUDO DE CASO DA INFLUÊNCIA DA
ALVENARIA NO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE PRÉDIOS ALTOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infraestrutura e Desenvolvimento Energético do Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia, da Universidade Federal do Pará, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Infraestrutura e Desenvolvimento Energético. Área de concentração: Infraestrutura.

Orientador: Prof. Dr. Plínio Glauber Carvalho dos Prazeres

Tucuruí/PA

2020

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)
autor(a)**

- B732a Borges, João Pedro das Chagas.
 Análise Modal Operacional: Um Estudo de Caso Da
 Influência da Alvenaria no Comportamento Dinâmico de
 Prédios Altos / João Pedro das Chagas Borges. — 2020.
 XV, 133 f. : il. color.
- Orientador(a): Prof. Dr. Plínio Glauber Carvalho dos
 Prazeres
 Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
 Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia,
 Programa de Pós-Graduação em Engenharia de
 Infraestrutura e Desenvolvimento Energético, Tucuruí, 2020.
1. Análise Modal Operacional. 2. Alvenaria. 3.
 Prédios Altos. 4. Análise Dinâmica. 5. Frequências
 Naturais. I. Título.

JOÃO PEDRO DAS CHAGAS BORGES

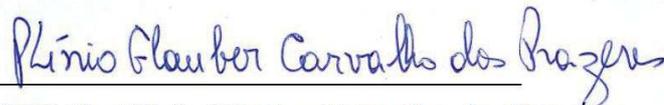
ANÁLISE MODAL OPERACIONAL: UM ESTUDO DE CASO DA INFLUÊNCIA DA ALVENARIA NO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE PRÉDIOS ALTOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infraestrutura e Desenvolvimento Energético do Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia, da Universidade Federal do Pará, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Infraestrutura e Desenvolvimento Energético. Área de concentração: Infraestrutura.

Orientador: Prof. Dr. Plínio Glauber Carvalho dos Prazeres

Aprovada em 31 de agosto de 2020.

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. Plínio Glauber Carvalho dos Prazeres
Orientador – PPGINDE/NDAE/UFPA



Prof. Dr. Aarão Ferreira Lima Neto
Examinador Interno - PPGINDE/NDAE/UFPA



Prof. Dr. Eloi João Faria Figueiredo
Examinador externo – Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias

AGRADECIMENTOS

Agradeço principalmente a minha mãe, Cida Borges, e ao meu pai, Paulo Sergio, por todo o amor, carinho, apoio e dedicação ao longo de toda a minha formação, por acreditarem em mim, por me suportarem nos momentos difíceis e por nunca terem me deixado faltar nada.

Aos meus irmãos, Paulo Sergio Filho e Daniel Borges, pela parceria, pelo apoio e torcida ao longo desses anos.

Aos novos amigos que fiz no mestrado e aos companheiros de alojamento, sem os quais a estadia seria mais difícil. Aos velhos amigos tão importantes nos momentos de diversão e alívio, aos amigos de infância com os quais há tanto tempo compartilho planos e realizações, principalmente ao Diego Castro e a Gabrieli Santos por tornarem as idas/aventuras a Tucuruí tão mais leves e divertidas.

A minha namorada Isabelle Anjos, por todo o companheirismo, por ouvir os papos chatos, os choros e principalmente as promessas infinitas de “semana que vem eu acabo” e apesar disso sempre acreditar em mim e me oferecer apoio.

Ao meu orientador, Plínio dos Prazeres, pela paciência, pelos conhecimentos passados, pelos conselhos, pelas oportunidades oferecidas e por todo o aprendizado que me proporcionou durante esses dois anos, sem a sua presença este trabalho não seria possível.

Ao professor Sandoval Rodrigues pelo apoio nas nossas campanhas de medições, ao professor Ritermayer Teixeira por se disponibilizar a atender nossas dúvidas e ao Engenheiro Romulo Lopez, por sempre se dispor a atender as infindáveis dúvidas das nossas modelagens experimentais.

A Link incorporadora por conceder acesso ao prédio que foi objeto do nosso estudo de caso.

A todos vocês que contribuíram direta ou indiretamente para a conclusão de mais essa etapa, meu muito obrigado!

“Em algum lugar, algo incrível está esperando para ser conhecido.”

Carl Sagan

RESUMO

A análise modal operacional de estruturas consiste na identificação dos parâmetros modais de dada estrutura a partir das suas condições normais de operação e é uma realidade dentro da engenharia, consonante com a necessidade de métodos mais precisos e arrojados de monitoramento de estruturas. A presente dissertação tem o objetivo de estudar e descrever a análise modal operacional de estruturas de engenharia civil e a partir da sua aplicação estudar a influência da alvenaria no comportamento dinâmico de edifícios altos. Para atingir o objetivo descreveu-se dois métodos consagrados de análise modal operacional e comprovou-se que esta é uma importante ferramenta, viável e precisa, para a identificação do comportamento dinâmico de estruturas de Engenharia Civil. Fez-se a análise em um edifício de dezesseis andares na cidade de Belém-Pa, antes e depois da execução dos painéis de alvenaria. Aqui consiste precisamente a contribuição deste trabalho uma vez que quase já não é possível se encontrar construções de prédios onde a alvenaria é executada apenas na fase final da obra, explicando-se assim a falta de estudos com tais características. O estudo foi feito através de duas campanhas de medições em quatro dos dezesseis pavimentos do edifício, sendo medidos três pontos em cada um desses pavimentos. Os métodos de análise modal operacional *EFDD*, no domínio da frequência, e *SSI*, no domínio do tempo, foram descritos e aplicados na identificação modal do prédio nas duas campanhas. Foram alcançados resultados satisfatórios que foram validados pelo critério do coeficiente *MAC*. As frequências naturais identificadas tiveram aumentos que variaram de 25% a 35% na estrutura com alvenaria em relação ao pórtico de concreto armado sem alvenaria, o que é evidência do ganho de rigidez da estrutura. Além disso, foi observado que esse enrijecimento é consideravelmente maior em uma das direções de flexão do prédio, indicado por uma inversão das formas modais entre os dois primeiros modos de vibração quando comparadas as duas campanhas. Por meio desses resultados, concluiu-se que a alvenaria exerceu interferência significativa no comportamento dinâmico do edifício.

Palavras-chave: Análise Modal Operacional, Alvenaria, Análise Dinâmica, Frequências naturais, modos de vibração.

ABSTRACT

Operational modal analysis consists on the modal parameters identification of a given structure from its normal operating conditions and is a reality in engineering applications, in line with the need for more precise and bold methods of structural monitoring. This dissertation aims to study and describe civil engineering structures operational modal analysis and, from its application, to study the masonry influence on the tall buildings dynamic behavior. In order to achieve the objective, two well-known operational modal analysis methods were used as described in the text and it was showed that it is an important, viable and accurate tool for the Civil Engineering structures dynamic behavior identification. A sixteen-story building in the city of Belém-Pa was analyzed, before and after the masonry panels execution. Here consists the novelty in this work since it is very difficult to find building construction were the masonry is executed in the final construction stage only, what explain the lacking of studies with such characteristics. The study consisted on two measurement campaigns on four of the building's sixteen floors, with three points measure on each of these floors. The EFDD, in the frequency domain, and SSI, in the time domain, operational modal analysis methods were described and applied in the building modal identification in both campaigns. Satisfactory results were achieved and they were validated by the MAC coefficient. The identified natural frequencies had increases in a range from 25% to 35% in the masonry executed structure in relation to the reinforced concrete porch without masonry, which is structure's stiffness gain evidence. In addition, it was observed that this stiffness gain is considerably greater in one of the building's bending directions, indicated by a modal shapes inversion between the first two vibration modes when compared the two campaigns. Through these results, it was concluded that the masonry had significant interference in the building dynamic behavior.

Keywords: Operational modal analysis, Masonry, Dynamic analysis, Natural frequencies, vibration modes.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. (a) Vibrador eletrodinâmico com três células de carga. (b) Vibrador de massa excêntrica e martelo de impulso.	18
Figura 1.2. Vibrador servo-hidráulico em ensaio de barragem.....	19
Figura 1.3. Modelo do efeito estrutural dos painéis de alvenaria em pórticos proposto por Polyakov (1960).	25
Figura 2.1. Tipos de solicitações dinâmicas: (a) Harmônicas (b) Periódicas (c) Transientes (d) Impulsivas.	29
Figura 2.2. Exemplo de discretização de uma viga em três graus de liberdade.....	31
Figura 2.3. Sistema dinâmico de múltiplos graus de liberdade e diagrama de corpo livre da massa m_1 do sistema.....	32
Figura 2.4. Gráficos característicos de movimentos criticamente amortecidos e super-amortecidos.....	37
Figura 2.5. Gráfico característico do movimento sub-amortecido.	39
Figura 2.6. Gráfico característico do movimento harmônico amortecido forçado com representação das componentes transientes e permanentes.	40
Figura 2.7. Gráfico do fator de amplificação dinâmica em função da relação r evidenciando o problema de ressonância.	41
Figura 3.1. Esquema das análises modal teórica e experimental.	43
Figura 3.2. Gráfico característico das funções de resposta em frequência.....	47
Figura 3.3. Exemplo de gráfico frequência x amplitude de uma <i>FRF</i>	48
Figura 3.4. Exemplo de gráfico frequência x amplitude para funções de resposta em receptância, mobilidade e acelerância.	48
Figura 3.5. Esquema da metodologia de análise modal experimental.	50
Figura 3.6. Exemplo de acelerômetros piezoelétricos.....	54
Figura 3.7. Esquema de composição de um servoacelerômetro.....	55
Figura 3.8. Exemplo do problema de <i>Aliasing</i> na amostragem de sinais.	56
Figura 3.9. Sistema de ensaio com uma entrada e uma saída.	58
Figura 3.10. Exemplo de gráfico de funções de densidade espectral do movimento de uma estrutura medida em múltiplos pontos.....	62
Figura 3.11. Exemplo de gráfico da <i>ANPSD</i> no domínio da frequência com identificação dos picos correspondentes as frequências naturais.....	67

Figura 3.12. Exemplo de seleção de frequências para aplicação do método da meia potência para a identificação do coeficiente de amortecimento.	68
Figura 3.13. Exemplo extraído do estudo de caso do capítulo 4 de gráfico dos valores singulares da matriz de funções de densidade espectral de um dos sensores das medições realizadas.	70
Figura 3.14. Exemplo de gráfico dos valores singulares da função de densidade espectral de um movimento no método <i>EFDD</i>	73
Figura 3.15. Exemplo de função de correlação obtida a partir da aplicação da inversa da <i>FFT</i> em determinado espectro de valores singulares mostrados na Figura 3.13.	75
Figura 3.16. Exemplo da aplicação de regressão linear simples no coeficiente de amortecimento baseada nos valores extremos da função de autocorrelação anterior.	75
Figura 3.17. Exemplo da aplicação de regressão linear simples na frequência baseada nos valores de passagem por zero na função de autocorrelação	75
Figura 3.18. Esquema de espaço de estados puramente estocástico.	77
Figura 3.19. Exemplo de diagrama de estabilização gerado pelo método <i>SSI</i>	83
Figura 4.1. Prédio objeto do estudo de caso.	85
Figura 4.2. Localização do prédio objeto do estudo de caso.	85
Figura 4.3. Projeto da fachada do edifício do estudo de caso.	86
Figura 4.4. Planta baixa do pavimento térreo.	87
Figura 4.5. Planta baixa do pavimento tipo.	88
Figura 4.6. Planta de forma do pavimento térreo.	89
Figura 4.7. Planta de forma do pavimento tipo.	89
Figura 4.8. Primeiro modelo elaborado sem levar em consideração a alvenaria e a caixa d'água.	90
Figura 4.9. Segundo modelo, que levou em consideração as alvenarias e a caixa d'água.	91
Figura 4.10. Planta de forma com a indicação das paredes consideradas no modelo com as alvenarias.	92
Figura 4.11. Acelerômetro usado nas campanhas de medições.	95
Figura 4.12. Aquisitor de dados usado nas campanhas de medições.	95
Figura 4.13. Estação de aquisição de dados.	96
Figura 4.14. Arranjo das estações de aquisição de dados ao longo das campanhas de medições.	97

Figura 4.15. Estações 1 e 2 no pavimento de cobertura durante a segunda campanha de medições.	99
Figura 4.16. Estações 2 e 3 no 9° pavimento durante a segunda campanha de medições.	99
Figura 4.17. Séries temporais dos três canais do acelerômetro de referência no <i>setup</i> do 17° andar na primeira campanha de medições.	100
Figura 4.18. Geometrias elaboradas no <i>Artemis</i> : Sem alvenaria (esquerda) e com alvenaria (direita).	101
Figura 4.19. Primeiro modo de vibração do primeiro modelo numérico ($f = 0,462$ Hz).	103
Figura 4.20. Segundo modo de vibração do primeiro modelo numérico ($f = 0,485$ Hz).	103
Figura 4.21. Terceiro modo de vibração do primeiro modelo numérico ($f = 0,507$ Hz).	104
Figura 4.22. Quarto modo de vibração do primeiro modelo numérico ($f = 1,529$ Hz).	104
Figura 4.23. Primeiro modo de vibração do segundo modelo numérico ($f = 0,803$ Hz).	105
Figura 4.24. Segundo modo de vibração do segundo modelo numérico ($f = 0,847$ Hz).	105
Figura 4.25. Terceiro modo de vibração do segundo modelo numérico ($f = 0,916$ Hz).	106
Figura 4.26. Quarto modo de vibração do segundo modelo numérico ($f = 2,801$ Hz).	106
Figura 4.27. Espectro dos valores singulares segundo o método <i>EFDD</i> para a primeira campanha de medições.	107
Figura 4.28. Diagrama de estabilização resultante da aplicação do método <i>SSI-UPC</i> para a primeira campanha de medições.	108
Figura 4.29. Primeiro modo de vibração da estrutura sem alvenaria segundo o método <i>EFDD</i> ($f = 0,663$ Hz), a esquerda, e segundo o método <i>SSI</i> ($f = 0,665$ Hz), a direita.	109
Figura 4.30. Segundo modo de vibração da estrutura sem alvenaria segundo o método <i>EFDD</i> ($f = 0,723$ Hz), a esquerda, e segundo o método <i>SSI</i> ($f = 0,721$ Hz), a direita.	110

Figura 4.31. Terceiro modo de vibração da estrutura sem alvenaria segundo o método <i>EFDD</i> ($f = 0,751$ Hz), a esquerda, e segundo o método <i>SSI</i> ($f = 0,748$ Hz), a direita.	110
Figura 4.32. Quarto modo de vibração da estrutura sem alvenaria segundo o método <i>EFDD</i> ($f = 2,156$ Hz), a esquerda, e segundo o método <i>SSI</i> ($f = 2,138$ Hz), a direita.	111
Figura 4.33. Espectro dos valores singulares segundo o método <i>EFDD</i> para a primeira campanha de medições.	112
Figura 4.34. Diagrama de estabilização resultante da aplicação do método <i>SSI-UPC</i> par a segunda campanha de medições.	112
Figura 4.35. Primeiro modo de vibração da estrutura com alvenaria segundo o método <i>EFDD</i> ($f = 0,881$ Hz), a esquerda, e segundo o método <i>SSI</i> ($f = 0,883$ Hz), a direita.	114
Figura 4.36. Segundo modo de vibração da estrutura com alvenaria segundo o método <i>EFDD</i> ($f = 0,913$ Hz), a esquerda, e segundo o método <i>SSI</i> ($f = 0,912$ Hz), a direita.	114
Figura 4.37. Terceiro modo de vibração da estrutura com alvenaria segundo o método <i>EFDD</i> ($f = 1,018$ Hz), a esquerda, e segundo o método <i>SSI</i> ($f = 1,016$ Hz), a direita.	115
Figura 4.38. Quarto modo de vibração da estrutura com alvenaria segundo o método <i>EFDD</i> ($f = 2,858$ Hz), a esquerda, e segundo o método <i>SSI</i> ($f = 2,887$ Hz), a direita.	115
Figura 4.39. Comparação entre as frequências naturais obtidas nos modelos numéricos e os modelos experimentais pelo método <i>EFDD</i>	117
Figura 4.40. Comparação entre as frequências naturais obtidas nos modelos numéricos e os modelos experimentais pelo método <i>SSI</i>	117

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1. Elementos usados no modelo numérico.....	93
Tabela 4.2. Propriedades físicas dos materiais usados no modelo numérico.	94
Tabela 4.3. Posição das estações durante as campanhas de medições.	97
Tabela 4.4. Resultados da análise modal pelos modelos numéricos.	102
Tabela 4.5. Valores das frequências naturais e coeficiente de amortecimento para a primeira campanha de ensaios segundo os métodos utilizados.	108
Tabela 4.6. Comparação entre os métodos utilizados através da matriz <i>MAC</i> para a primeira campanha de ensaios.	111
Tabela 4.7. Valores das frequências naturais e coeficiente de amortecimento para a segunda campanha de medições segundo os métodos utilizados.....	113
Tabela 4.8. Comparação entre os métodos utilizados através da matriz <i>MAC</i> para a segunda campanha de medições.....	115
Tabela 4.9. Comparação dos modos identificados segundo o método <i>EFDD</i> nas duas campanhas de medições segundo o critério <i>MAC</i>	118
Tabela 4.10. Comparação dos modos identificados segundo o método <i>SSI-UPC</i> nas duas campanhas de medições segundo o critério <i>MAC</i>	118
Tabela 4.11. Comparação das formas modais identificadas em cada modelo.....	119

LISTA DE ABREVIações E SIMBOLOS

<i>ADC</i>	Conversor Analógico Digital
<i>ANPSD</i>	Densidade Média Normalizada de Energia Espectral
<i>ARMA</i>	Modelo Auto Regressivo com Média Móvel
<i>ARMAV</i>	Modelo Vetorial Auto Regressivo com Média Móvel
<i>BFD</i>	Método Básico no Domínio da Frequência
<i>EFDD</i>	Decomposição Melhorada no Domínio da Frequência
<i>FDD</i>	Decomposição no Domínio da Frequência
<i>FFT</i>	Transformada Rápida de Fourier
<i>FRF</i>	Função de Resposta em Frequência
<i>FSDD</i>	Decomposição Espacial no Domínio da Frequência
<i>ITD</i>	<i>Método Ibrahim no Domínio do Tempo</i>
<i>MAC</i>	Critério de Confiabilidade Modal
<i>PP</i>	Método de Seleção de Picos
<i>RD-FDD</i>	Decomposição no Domínio da Frequência com Decremento Aleatório
<i>RD-EFDD</i>	Decomposição Melhorada no Domínio da Frequência com Decremento Aleatório
<i>SHM</i>	Monitoramento de Integridade Estrutural
<i>SSI</i>	Identificação Estocástica em Subespaços
<i>SVD</i>	Decomposição em Valores Singulares
<i>Db</i>	Decibéis
Hz	Hertz
<i>m</i>	Metro
<i>m²</i>	Metro quadrado
ω_n	Frequência natural de oscilação
φ	Modo de vibração
%	<i>Porcento</i>

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
1.1 TEMA E PROBLEMATIZAÇÃO	16
1.2 ESTADO DA ARTE EM ANÁLISE MODAL OPERACIONAL	21
1.3 ESTADO DA ARTE DO ESTUDO DA INFLUÊNCIA DA ALVENARIA NA RIGIDEZ DE EDIFÍCIOS ALTOS.....	24
1.4 OBJETIVOS	27
1.4.1 Objetivo geral.....	27
1.4.2 Objetivos específicos.....	27
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	28
2. ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS	29
2.1 DETERMINAÇÃO DE UM SISTEMA MECÂNICO DE MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE	31
2.2 O FENÔMENO DA RESSONÂNCIA.....	35
3. FUNDAMENTOS DA ANÁLISE MODAL	42
3.1 ANÁLISE MODAL TEÓRICA	43
3.2 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL.....	49
3.2.1 Fase de planejamento	50
3.2.2 Fase de medição	57
3.2.3 Fase de análise	57
3.2.4 Fase de modelagem.....	59
3.3 ANÁLISE MODAL OPERACIONAL.....	59
3.3.1 Método de decomposição no domínio da frequência (<i>FDD</i>).....	64
3.3.2 Método melhorado de decomposição no domínio da frequência (<i>EFDD</i>)	71
3.3.3 Método de identificação estocástica em subespaços (<i>SSI</i>).....	75
4. ESTUDO DE CASO	85

4.1	DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA	85
4.2	MODELO NUMÉRICO DA ESTRUTURA	89
4.3	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	94
4.4	EXECUÇÃO DAS CAMPANHAS DE MEDIÇÕES	96
4.5	PROCESSAMENTO DOS DADOS	99
4.6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	102
4.6.1	Modelos numéricos.....	102
4.6.2	Modelo modal da primeira campanha de medições	107
4.6.3	Modelo modal da segunda campanha de medições.....	111
4.6.4	Influência da alvenaria no comportamento do prédio	116
5.	CONCLUSÃO	120
5.1	SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	122
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	123

1. INTRODUÇÃO

1.1 Tema e problematização

O desenvolvimento tecnológico da construção civil vem proporcionando estruturas cada vez mais complexas, marcadas por grandes vãos e arquiteturas arrojadas. Essa evolução traz a necessidade de métodos mais avançados e precisos tanto para o projeto quanto para o monitoramento do desempenho de sistemas estruturais. Além disso, essas preocupações não se limitam a estruturas novas, há uma crescente atenção a estruturas antigas devido as inevitáveis modificações das suas condições originais decorrentes da degradação dos materiais.

Diante de tais situações, a tendência é a maior exposição das estruturas a problemas relacionados a vibrações. Uma vez que toda estrutura vibra, é dever do engenheiro conhecer essas vibrações seja para evitar qualquer tipo de problema de desempenho ou para a adequação a normas vigentes. Esse contexto justifica o crescente interesse em programas de estudo dentro de monitoramento da integridade estrutural (*Structural Health Monitoring - SHM*) que usam, entre outros métodos, ensaios de vibrações.

Esse interesse se dá em função de preocupações com a segurança estrutural, que envolve desde o uso comum até as ações de ventos, marinhas, de tráfego rodoviário ou ferroviário, sísmicas, etc. Outro fator importante é a questão do conforto dos usuários, que é abrangida por normas ao redor do mundo e também por estudos que apontam até problemas de saúde em usuários expostos, por tempo considerável, a altos níveis de frequências em estruturas civis (KRALIK; JR., 2017; SARTORTI, 2015).

A área de estudo que abrange os problemas vibratórios é a análise dinâmica de estruturas, domínio que estuda acelerações, velocidades e deslocamentos de estruturas submetidas a cargas dinâmicas, ou seja, aquelas que tem pelo menos uma de suas componentes variando no tempo (LIMA; SANTOS, 2008).

Em geral as normas definem um limite máximo para os deslocamentos decorrentes tanto de solicitações estáticas quanto de dinâmicas. A ideia na análise dinâmica das estruturas é afastar o quanto for possível a frequência natural da estrutura da frequência de sua solicitação atuante e assim evitar o efeito da

ressonância, que é o efeito físico que faz um sistema vibrar com amplitudes cada vez maiores devido à proximidade das frequências naturais e de solicitação.

A análise dinâmica de estruturas assume papel fundamental na previsão do comportamento de estruturas que funcionam sob carregamentos cíclicos, como por exemplo o vento e o tráfego, e na antecipação do comportamento diante eventuais intervenções estruturais. Esse tipo de análise pode se dar a partir das características físicas e geométricas das estruturas, sendo denominada análise teórica, ou a partir de dados aferidos através do comportamento real da estrutura, dita análise experimental.

As análises teórica e experimental tem uma característica importante na qual uma retroalimenta a outra, de forma que a análise teórica fornece previsões iniciais, com um bom nível de precisão a depender de o quão real foram os dados alimentados, do comportamento da estrutura, o que é importante para o planejamento da análise experimental.

Já a análise experimental é uma ferramenta importante na validação dos modelos teóricos, uma vez que os parâmetros dinâmicos tem estreita relação com as propriedades mecânicas da estrutura, como a massa, rigidez e amortecimento, logo, de posse do comportamento real da estrutura é possível calibrar os dados mencionados no modelo numérico de forma a garantir que este represente de fato a realidade.

Outro papel importante da análise dinâmica se dá no campo do monitoramento de estruturas através de técnicas que podem ser usadas em momentos pontuais ou mesmo ao longo do tempo com leituras decorrentes do uso normal das estruturas, sem a necessidade de interrupção do seu funcionamento.

A identificação das características dinâmicas de estruturas recebeu, ainda na engenharia eletrotécnica, o nome de identificação de sistemas e foi o que deu origem a identificação modal, ou análise modal, que é a caracterização do comportamento dinâmico de dada estrutura a partir de frequências naturais, coeficientes de amortecimento e modos de vibração, propriedades conhecidas como parâmetros modais. Quando essa identificação é dada a partir de dados experimentais é então chamada de identificação modal experimental ou análise modal experimental.

A análise modal experimental teve seu desenvolvimento inicialmente dentro da engenharia mecânica (EWINS, 2000). Uma vez que o processo experimental

dependia de rígido controle de solicitações e respostas das estruturas, o tamanho das estruturas de engenharia mecânica em geral proporcionava maior viabilidade aos procedimentos em relação a outras engenharias como a civil ou a naval.

Ainda assim estudos dentro da engenharia civil usaram este tipo de procedimento com controle de solicitações e respostas, como mostra Cunha e Caetano (2006), mesmo com o maior grau de dificuldade ligados as dimensões gerais das estruturas e as consequentes baixas frequências naturais.

Os referidos testes consistem basicamente em relacionar as respostas aferidas na estrutura com as respectivas solicitações que são produzidas artificialmente. Estas metodologias foram classificadas como do tipo *input-output* e foram pioneiras dentro da análise modal experimental e por isso ficaram conhecidas como identificação modal clássica (RODRIGUES, 2004).

Ainda que possíveis, os ensaios com solicitações controladas em engenharia civil representam uma série de desvantagens. São necessários fontes excitadoras que requerem uma quantidade alta de energia para que sejam capazes de excitar os diversos modos da estrutura. Esse tipo de equipamento representa um elevado custo de operação e na maioria das vezes a necessidade de paralisação parcial ou total do funcionamento da estrutura como é possível observar na Figura 1.1 e na Figura 1.2.

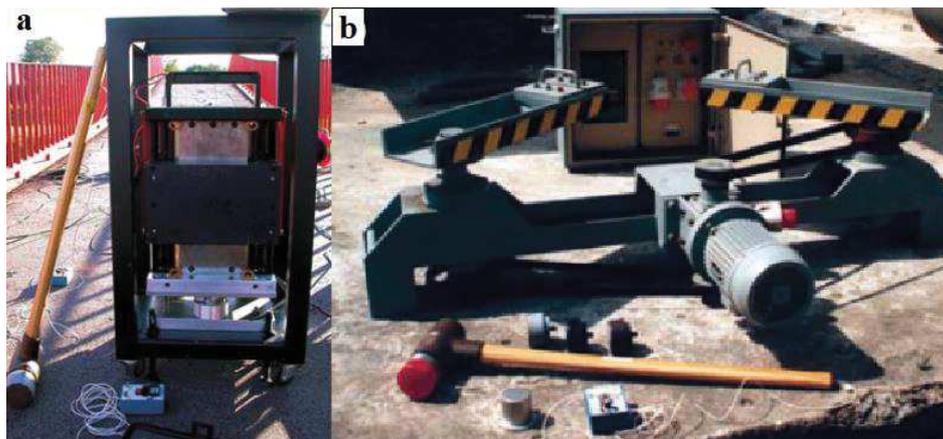


Figura 1.1. (a) Vibrador eletrodinâmico com três células de carga. (b) Vibrador de massa excêntrica e martelo de impulso. (CUNHA; CAETANO, 2006)



Figura 1.2. Vibrador servo-hidráulico em ensaio de barragem. (CUNHA; CAETANO, 2006)

Diante de tais inconvenientes, ensaios em que apenas as respostas às solicitações decorrentes do próprio uso da estrutura são medidas se mostraram como possíveis alternativas e para tal foram desenvolvidos métodos diferentes da análise modal clássica.

Nos ensaios com vibração ambiente as solicitações não são identificadas a partir de um ponto de vista determinístico, para essa identificação é admitida a hipótese de que tais forças são idealizáveis através de um processo estocástico gaussiano do tipo ruído branco (PEETERS, 2000). As metodologias advindas de tal hipótese foram designadas como do tipo *output-only* e a técnica ficou conhecida como identificação modal estocástica ou análise modal operacional (RODRIGUES, 2004), a qual será o foco da presente dissertação.

Ainda assim as características das estruturas de engenharia civil citadas anteriormente apresentavam obstáculos para o uso de tal metodologia. São necessários equipamentos com alto nível de precisão e sensibilidade para a identificação das respostas além de técnicas de ensaios diferentes da análise modal clássica, tais como o procedimento de escolha dos pontos a serem ensaiados e o processamento dos dados de resposta. Esses obstáculos tem sido suplantados pelo desenvolvimento tecnológico no campo de transdutores de respostas e aquisitores de sinais, que proporcionou o desenvolvimento de ferramentas eficazes e menos onerosas em relação as usadas nos testes de vibrações forçadas.

Transdutores de respostas são dispositivos capazes de transformar variações de propriedades físicas em sinais elétricos que são lidos por aquisitores de sinais

que registram, e podem processar ou não, o histórico de respostas. Esses transdutores podem ser de deslocamento, velocidade, iluminação e de uma gama de outras propriedades. Neste trabalho o foco se dará em transdutores de aceleração, ou acelerômetros, que foram os usados na metodologia experimental.

As ferramentas citadas proporcionam o uso da análise modal operacional como uma alternativa prática e economicamente viável para o monitoramento de estruturas em tempo real e avaliação das suas características de forma contínua, fomentando o acompanhamento de estruturas complexas desde a concepção até o funcionamento, de forma a garantir um bom desempenho.

O processamento dos dados adquiridos através dos ensaios de vibração se passa basicamente por aplicação de filtros de frequência e remoção de tendências visando a eliminação de ruídos do sinal e aproveitamento ao máximo do comportamento decorrente da própria estrutura. Já o cálculo dos parâmetros modais a partir dos dados processados pode ser feito tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo.

No domínio da frequência são destacados o método básico no domínio da frequência (*Basic frequency domain - BFD*), também conhecido como *peak-picking* (PP), método de decomposição no domínio da frequência (*Frequency Domain Decomposition - FDD*), método melhorado de decomposição no domínio da frequência (*Enhanced Frequency Domain Decomposition - EFDD*).

Já no domínio do tempo os destaques são o método de Ibrahim (*Ibrahim Time Domain - ITD*), os modelos autorregressivos de média móvel (*Auto Regressive Moving Average - ARMA*) e identificação estocástica de subespaços (*Stochastic Subspace Identification - SSI*). O presente trabalho é focado na utilização dos métodos de decomposição no domínio da frequência e no método de identificação estocástica em subespaços no domínio do tempo.

A evolução das tecnologias e métodos citados proporciona o avanço de áreas dentro da engenharia que por muito tempo foram ignoradas. Um exemplo é a avaliação do papel de elementos ditos não estruturais no comportamento global das estruturas. Uma grande atenção vem sendo dada aos painéis de alvenaria em estudos que mostram ganhos consideráveis de rigidez em modelos que levam em consideração esses painéis em relação à modelos simples de concreto armado (DO NASCIMENTO, 2015; PERRONE; LEONE; AIELLO, 2016; SOFI et al., 2016; SU et al., 2005).

Essa influência se dá pelo enrijecimento dos pórticos de concreto por parte da alvenaria que sofrem compressão devido aos efeitos de flexão e flambagem dos elementos do pórtico (ALVARENGA; DA SILVA; ANTUNES, 2009). Ainda não normatizado, esse efeito vem se tornando importante na avaliação do comportamento global de estruturas em se tratando de estados limites de serviço, principalmente aquelas sob vibrações excessivas, como por exemplo solicitações sísmicas, explosões e ventos constantes.

Dentro desse contexto, a motivação do presente trabalho está na necessidade da popularização da análise modal operacional como uma alternativa viável de monitoramento e identificação das características dinâmicas da estrutura. É nesse intuito que o presente trabalho pretende estudar e sintetizar a análise modal operacional de estruturas com foco em engenharia civil e promover um estudo de caso acerca da influência da alvenaria de vedação na rigidez de prédios altos em um edifício da cidade de Belém.

No presente trabalho optou-se pelo estudo e descrição dos métodos FDD e EFDD no domínio da frequência e SSI no domínio do tempo por serem na atualidade os métodos mais usuais em análise modal operacional e os mesmos serem os métodos disponíveis no programa comercial de análise modal *Artemis Modal* (SVIBS, 2015) que foi usado na modelagem experimental de um edifício de 16 pavimentos, na cidade de Belém, no estado do Pará, em duas fases de construção a fim de identificar diferenças no comportamento dinâmico antes e depois da execução da alvenaria de vedação.

1.2 Estado da arte em análise modal operacional

A análise modal tem suas bases teóricas na física e matemática e é concebida a partir do entendimento da decomposição do espectro luminoso e dos estudos de Fourier sobre o fato de que qualquer função periódica com intervalos finitos pode ser representada como a soma de funções harmônicas simples.

A discretização de elementos e o cálculo matricial, aliados aos conhecimentos citados, usados no desenvolvimento da equação de movimentos vibratórios já eram capazes de identificar frequências naturais e modos de vibração. Esses desenvolvimentos foram alcançados ainda no século XIX e são o fundo teórico da aplicação de análise modal tanto teórica como experimental.

O interesse da engenharia em análise modal de estruturas é advindo da engenharia mecânica e começou a ter maior atenção da comunidade científica nos anos 1930. Ainda nessa mesma década houveram os primeiros registro de análise dinâmica em estruturas de engenharia civil com o estudo de galpões metálicos e observação de vibrações, ainda induzidas, na *San Francisco-Oakland Bay Bridge* e na *Golden Gate Bridge* nos Estados Unidos (RODRIGUES, 2004).

Apesar dos estudos anteriores, os métodos de análise modal experimental entraram em evidência somente em meados da década de 60 devido ao avanço tecnológico e principalmente ao desenvolvimento do algoritmo da transformada rápida de Fourier, que proporcionou maior velocidade no processamento de sinais e maior eficiência na conversão dos dados entre os domínios do tempo e da frequência (MAIA; SILVA, 2001).

Na década de 1970 o desenvolvimento da computação e de novas tecnologias relacionadas a transdutores e sistemas de aquisição de dados, ainda que os trabalhos anteriores já contassem com a medição de respostas das estruturas, fez que com as técnicas de identificação modais fossem mais exploradas e a análise modal experimental passou a ser usada como ferramenta fundamental na análise dinâmica de estruturas.

Soneys et al (1987), Allemang e Brown (1987), Ewins (2000) e Maia e Silva (2001) desenvolveram estudos importantes na sintetização do conhecimento em análise modal dentro da engenharia mecânica desenvolvidos a partir da década de 1960.

O presente trabalho tem o foco na análise modal em estruturas de engenharia civil. Dentro dessa área, cita-se os proeminentes trabalhos: Trifunac (1972) comparou os parâmetros modais obtidos em ensaios de vibração forçada e ambiente em dois edifícios estudo de caso e concluiu que os mesmos resultados são esperados em ambas as modalidades de ensaios, dando maior confiabilidade para os estudos de vibração ambiente em estruturas de engenharia civil.

Ljung e Glover (1981) sistematizaram as técnicas básicas, até então, dos métodos de identificação modal nos domínios do tempo e da frequência, exploraram suas semelhanças e diferenças teóricas e mostraram que os métodos são complementares um ao outro devendo uma boa análise abordar ambos os métodos.

Felber (1993) desenvolveu um sistema de avaliação dinâmica de pontes e identificação modal a partir da média normalizada da densidade espectral,

automatizou o método que ficou consagrado como método *BFD* ou *PP*, o que proporcionou uma popularização ainda maior dos ensaios de vibração ambiente em estruturas de engenharia civil.

A partir do final da década de 1990 tiveram grande evidência dentro dos estudos de análise modal os trabalhos desenvolvidos nas universidades de Aalborg na Dinamarca e de British Columbia no Canadá ligados principalmente aos professores Carlos Ventura e Rune Brincker que desenvolveram algumas das técnicas responsáveis pela popularização da análise modal operacional em trabalhos recentes.

Asmussen (1997) propôs o método do decremento aleatório na análise modal como uma alternativa ao processamento de dados pela transformada rápida de Fourier, sendo assim um método no domínio do tempo, a partir da análise de ensaios de vibrações ambiente em uma série de estruturas que foram desde elementos simples de múltiplos graus de liberdade até modelos complexos de pontes reais.

Andersen, Brincker e Kirkegaard (1998) abordaram, o uso de modelo vetorial auto regressivo com média móvel (*ARMAV*) como boa alternativa para identificação de parâmetros modais em ensaios com excitação estocástica através de desenvolvimento teóricos.

Peeters (2000) sintetizou a técnica *SSI* e a aplicou na identificação dos parâmetros modais de uma ponte além de utilizar os mesmos dados na identificação de dano da estrutura da ponte e Brincker, Zhang e Andersen (2000) introduziram a técnica *FDD* para a identificação modal a partir de ensaios de vibração ambiente.

Brincker, Ventura e Andersen (2001) descreveram a identificação dos coeficientes de amortecimento das estruturas usando a técnica *FDD*. O método então passou a ser chamado de *EFDD* e este já havia sido usado em trabalhos anteriores que tiveram resultados satisfatórios em ensaios de estruturas reais. (BRINCKER; ANDERSEN, 2000; BRINCKER; FRANDSEM; ANDERSEN, 2000)

Brincker, Ventura e Andersen (2003) organizaram os princípios básicos dos ensaios do tipo *output-only* e discutiram as vantagens em relação aos métodos de identificação modal tradicionais além das possíveis aplicações em identificação de níveis de carregamento, de vibrações e fadiga de estruturas de grande porte.

Rodrigues (2004) em sua tese de doutorado descreveu os métodos de identificação modal estocástica e os procedimentos de ensaios de vibração

ambiente no intuito de compreender os fundamentos e algoritmos desenvolvidos até então e aplicou em uma série de estruturas reais, entre edifícios e pontes, de forma a solidificar a técnica como uma boa alternativa para a análise dinâmica de estruturas de engenharia civil.

Rodrigues e Brincker (2005) propuseram o uso da técnica de decremento aleatório em associação a transformada rápida de Fourier para análise modal operacional em estruturas de engenharia civil em uma analogia aos métodos *FDD* e *EFDD* que passaram então a ser chamados de *RD-FDD* e *RD-EFDD*.

Zhang, Wang e Tamura (2010) desenvolveram uma terceira geração da técnica de decomposição do domínio da frequência, intitulada como *FSDD* (*Frequency-spatial domain decomposition*) na qual o cálculo dos coeficientes de amortecimento pela decomposição da matriz espectral pela via de valores singulares é aprimorado.

Zhang, Tang e Tang (2012) aprimoraram o algoritmo *SSI* e melhoraram processos que representavam maior custos computacionais na utilização, contribuindo para a difusão e viabilização do método.

Em paralelo ao desenvolvimento e aprimoramento dos métodos de análise modal operacional estudos que tratam da escolha ótima do posicionamento dos sensores tem ganhado notoriedade (PAPADIMITRIOU; LOMBAERT, 2012; STEPHAN, 2012; ZHANG; XU, 2016; ZHANG et al., 2017).

Os métodos desenvolvidos até aqui vem sendo cada vez mais explorados com um crescente número de publicações com o passar dos anos e várias são as áreas de aplicação. Podem ser citados como exemplos a aplicação em *SHM* em estruturas históricas (BRINCKER; ANDERSEN, 2000; BRINCKER; FRANDSEM; ANDERSEN, 2000; COMPAN; PACHÓN; CÁMARA, 2017; TORRES et al., 2017) e também o foco do presente trabalho, a investigação da influência de elementos não estruturais no comportamento global das estruturas, área a qual é abordada a seguir.

1.3 Estado da arte do estudo da influência da alvenaria na rigidez de edifícios altos

O estudo de estruturas preenchidas com painéis de alvenaria é o grande desafio para a engenharia de estruturas devido a variedade das propriedades dos

materiais envolvidos e a diversidade dos parâmetros a serem levados em consideração.

Polyakov (1956) foi pioneiro nessa área ao dividir a resposta de pórticos preenchidos por alvenaria em três estágios. O primeiro no qual a estrutura responde em unidade, o segundo no qual há o descolamento entre os elementos em regiões tracionadas, mas continuam resistindo juntos em regiões comprimidas e o último no qual há o fissuramento dos painéis e então estes resistem à carga até o limite de resistência.

Uma forma de modelagem do efeito dos painéis de alvenaria na estrutura foi proposta também por Polyakov (1960) na qual esse efeito pode ser simulado por elementos diagonais nomeado como biela equivalente, como, por exemplo, mostra a Figura 1.3.

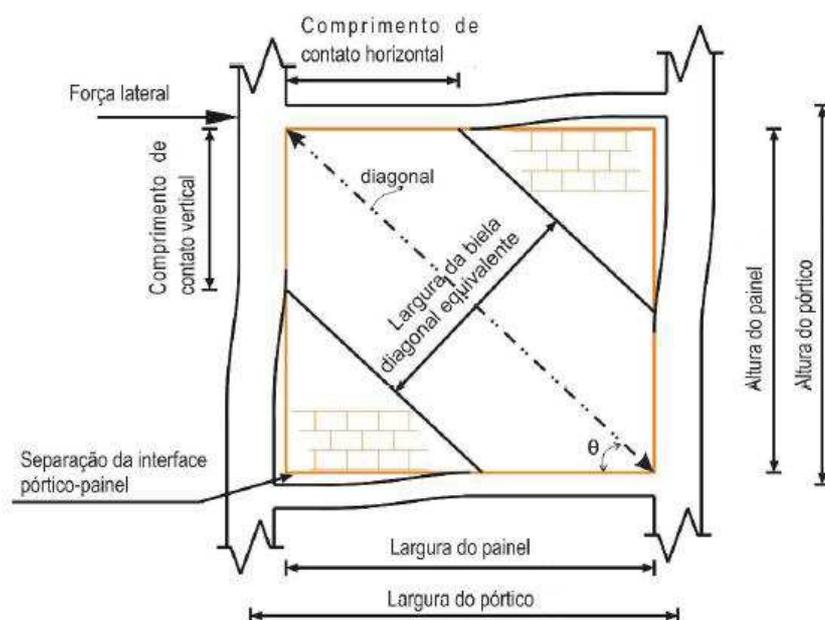


Figura 1.3. Modelo do efeito estrutural dos painéis de alvenaria em pórticos proposto por Polyakov (1960). (Adaptado de DO NASCIMENTO, 2015)

Essa abordagem se desenvolveu a partir da observação do comportamento dos painéis em ensaios reais e nos anos seguintes a comunidade acadêmica se dedicou para o desenvolvimento de modelos matemáticos que pudessem capacitar a capacidade de resistência dessa biela diagonal equivalente. O estado da arte desse tipo de modelagem foi estudado e exposto por Asteris et al (2011).

Thiruvengadam (1985) deu uma abordagem diferente para análise da influência de elementos não estruturais em estruturas e avaliou diferentes modelos

da biela diagonal equivalente por meio das frequências naturais identificadas em modelos numéricos. O autor propôs modelos mais avançados em relação aos demais modelos anteriores, os quais substituíam os painéis por múltiplas estruturas equivalentes.

Su et al. (2003) realizaram testes dinâmicos em seis edifícios de concreto armado, confrontaram os resultados com modelo numéricos e identificaram diferenças significativas nas amplitudes do movimento e na rigidez, o que atribuíram ao efeito dos painéis de alvenaria os quais não foram levados em consideração no modelo numérico.

Su et al. (2005) quantificaram a variação da rigidez entre modelos numéricos que contemplavam elementos não estruturais, calibrados por resultados de testes dinâmicos nas estruturas reais, em relação aos modelos tradicionais e encontraram diferenças significativas no comportamento global dos modelos sendo os primeiros mais rígidos.

Crowley e Pinho (2006) sugeriram equações simplificadas para o cálculo do período natural de edificações existentes e encontraram diferenças de até 60% no valor do período em estruturas nas quais os modelos contemplaram as alvenarias, usando o método da biela diagonal equivalente, em relação as estruturas em que as mesmas não foram contempladas. Amanat e Hoque (2006) estudaram modelos de elementos finitos, modelando as alvenarias pelo mesmo método em diferentes disposições e alcançaram resultados concordantes.

Kim et al. (2009) calibraram modelos de elementos finitos a partir de dados de aceleração obtidos experimentalmente em três estruturas de concreto armado e encontraram diferenças significativas quando compararam com os modelos das mesmas estruturas, mas que não consideravam os elementos não estruturais.

Sofi, Hutchinson e Duffield (2015) estudaram o estado da arte da identificação dos períodos fundamentais de estruturas e da análise da influência de elementos não estruturais na rigidez de edifícios altos a partir da identificação dos períodos. Sofi et al. (2016) identificaram influências relevantes das alvenarias internas nos períodos naturais de edifícios altos.

Outra tendência importante no estudo do assunto é a análise da influência dos elementos não estruturais em momentos de atividade sísmicas, sendo foco de diversos estudos (DOLSEK; FAJFAR, 2008; OINAM; SUGUMAR; SAHOO, 2017; PERRONE; LEONE; AIELLO, 2016, 2017), além de estudos controlados em

laboratório de aplicação de forças artificiais em pórticos preenchidos com alvenaria (ALVARENGA; DA SILVA; ANTUNES, 2009; BAGHI et al., 2018; BRODSKY; RABINOVITCH; YANKELEVSKY, 2018; FURTADO et al., 2017).

No contexto do Brasil, dois trabalhos tem importantes contribuições na validação do modelo da biela diagonal equivalente para representar a influência da alvenaria na rigidez de edifícios. Sousa (2014) validou o conceito de biela diagonal equivalente através de diferentes modelos numéricos considerando diferentes tipos de ligações dos painéis com o pórtico e avaliou as consequências da influência da alvenaria no comportamento em estados limite de serviço.

Do Nascimento (2015) comparou os parâmetros modais de dois modelos numéricos, um que não considera a alvenaria e outro as considerando por meio da biela diagonal equivalente com os resultados experimentais de dois edifícios altos e concluiu que o modelo que considera a alvenaria se apresenta mais realista sendo o método da biela diagonal equivalente uma boa aproximação para quantificar tal influência.

Aqui foram apresentados os pontos mais importantes no desenvolvimento do tema até o momento, no entanto, uma análise recente e mais detalhada dos estudos importantes que foram desenvolvidos até aqui pode ser encontrada em Devin e Fanning (2019), em que os autores fizeram uma extensa revisão do assunto e apresentaram contribuições de mais de 150 artigos dentro do tema.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo geral

O objetivo geral do trabalho é aplicar a análise modal operacional de estruturas em duas fases da construção de um edifício estudo de caso para a investigação do efeito da alvenaria no seu comportamento dinâmico.

1.4.2 Objetivos específicos

- Descrever os métodos *FDD*, *EFDD* e *SSI* de análise modal operacional.
- Elaborar dois modelos numéricos do edifício estudo de caso: O primeiro consistindo apenas no pórtico de concreto armado e o segundo no pórtico com a alvenaria.

- Obter as características dinâmicas do edifício estudo de caso em duas fases de sua construção: Apenas o pórtico de concreto armado e estrutura com alvenaria.
- Avaliar através da análise modal operacional as diferenças no comportamento dinâmico do edifício nas fases citadas.

1.5 Organização do trabalho

A presente dissertação está dividida em 5 capítulos, o primeiro dos quais é a presente introdução na qual busca se fazer uma abordagem geral dos temas que serão abordados, evidenciar a necessidade do estudo e o seu interesse dentro da Engenharia Civil, apresentar o estado da arte do tema de análise modal operacional e do estudo do efeito da alvenaria no desempenho estrutural de edificações e finalmente os objetivos do trabalho.

O capítulo 2 é dedicado a revisão dos conceitos básicos de análise dinâmica das estruturas, principalmente aqueles que servem como base no entendimento do fenômeno de ressonância e da teoria da análise modal.

No capítulo 3 são apresentados os fundamentos da análise modal teórica e experimental, baseados nos seus aspectos analíticos com sintetização dos processos físicos e matemáticos, além do procedimento usual para a execução da análise experimental. Também são expostos os conceitos e fundamentos da análise modal operacional com a devida apresentação dos métodos que serão usados no estudo de caso, tanto no domínio do tempo quanto do domínio da frequência além de explorar os procedimentos e equipamentos necessários para as campanhas de medições.

O capítulo 4 é dedicado ao estudo de caso no qual foram aplicadas as técnicas exploradas no capítulo anterior em um edifício na cidade de Belém, em duas fases de sua construção. Neste capítulo também são evidenciadas todas as etapas do programa experimental, incluindo estudo preliminar do edifício, elaboração de modelo numérico, execução das campanhas de medições, processamento das leituras, elaboração do modelo experimental, leitura e interpretação dos resultados.

No capítulo 5 são apresentadas as principais conclusões e contribuições que o presente estudo chegou e também sugestões de trabalhos de futuros a partir dos desenvolvimentos aqui expostos.

2. ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS

A dinâmica das estruturas é a parte da mecânica que estuda o comportamento de estruturas solicitadas por ações dinâmicas, ou seja, aquelas que tem pelo menos uma de suas componentes (Intensidade, direção ou sentido) variando no tempo (LIMA; SANTOS, 2008). Essa avaliação dinâmica pode se dá por duas abordagens: Determinística, quando se conhece totalmente à solicitação ou não determinística no caso contrário (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

A análise de respostas dinâmicas se dá basicamente em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações. Em uma análise determinística estas respostas são dadas diretamente em séries temporais podendo ser feitas outras análises (tais quais tensões e deformações) a partir desses dados. Na análise não determinísticas as respostas são estatísticas determinadas a partir de procedimentos estocásticos.

Na análise dinâmica determinística, as cargas dinâmicas são classificadas de acordo com as formas como as quais elas variam no tempo, sendo elas:

- Harmônicas: Variam de acordo com uma função seno ou cosseno.
- Periódicas: Apresentam repetições em determinados intervalos de tempo.
- Transientes: Apresentam variação arbitrária no tempo.
- Impulsivas: Carga transiente de curta duração.

Os gráficos característicos de cada forma são apresentados na Figura 2.1 a seguir.

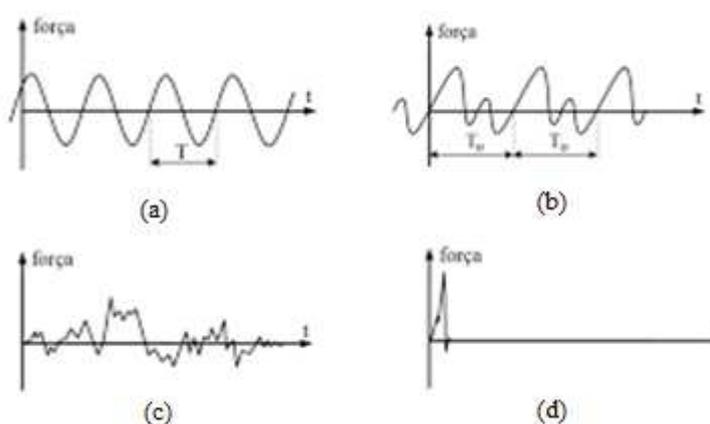


Figura 2.1. Tipos de solicitações dinâmicas: (a) Harmônicas (b) Periódicas (c) Transientes (d) Impulsivas. (OLIVEIRA, 2016)

Da mesma forma os sistemas mecânicos sujeitos a cargas dinâmicas podem ter sua vibração classificada entre livre ou forçada e amortecida ou não amortecida. Em vibrações livres o sistema vibra unicamente devido a condições iniciais de movimento enquanto em forçadas existe uma solicitação dinâmica externa. Quanto ao amortecimento, a classificação é autoexplicativa e caracterizada de acordo com a presença ou não de amortecimento no sistema.

Cargas dinâmicas geram nas estruturas respostas dinâmicas. Essas respostas dinâmicas são acelerações, velocidades ou deslocamentos e provocam o aparecimento de forças de amortecimento e inerciais. Essas são particularidades importantes das estruturas submetidas a cargas dinâmicas, são elas quem diferenciam as respostas dinâmicas das estáticas (LIMA; SANTOS, 2008).

Em solicitações estáticas os esforços internos devem apenas se opor as cargas externas na equação de equilíbrio. Já em equações dinâmicas o cálculo dos esforços internos deve levar em consideração as forças de amortecimento e inerciais que se opõem as acelerações produzidas na estrutura, sendo está a característica fundamental que difere o movimento dinâmico do estático (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

Consequência dessa característica são, por exemplo, solicitações dinâmicas nas quais a oscilação no tempo é muito pequena, em que as forças inerciais e de amortecimento podem ser desprezíveis uma vez que são proporcionais a aceleração gerada no sistema, o que faz com que nesses casos a estrutura possa ser analisada como uma estrutura estática apesar da solicitação ser dinâmica.

A resolução de problemas dinâmicos se dá por meio de equações diferenciais, nas quais as acelerações, velocidades e deslocamentos da estrutura são dependentes de componentes da força que variam no tempo. Da mesma forma, a massa de uma estrutura é distribuída ao longo de uma seção, podendo suas propriedades serem lineares ou não, necessitando da caracterização da estrutura em cada ponto. Sendo assim, a análise então é feita por meio de equações diferenciais parciais em função do tempo e da seção, necessidade que não existiria caso a estrutura fosse um ponto de massa concentrada.

A divisão da estrutura em várias massas concentradas passa então a ser uma simplificação sem prejuízo de resultado que evita o problema das equações diferenciais parciais, pois as forças de inercia e amortecimento passam a atuar em cada ponto de massa concentrada considerado.

Cada divisão da estrutura então precisará de um determinado número de componentes de movimento para a caracterização completa da resposta e cada componente dessa é denominada de grau de liberdade. A soma de todos os graus de liberdade necessários para a descrição completa do comportamento dinâmico da estrutura determina o número de graus de liberdade da mesma, como é exemplificado na Figura 2.2 a seguir.

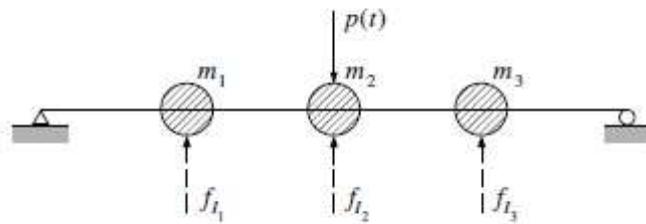


Figura 2.2. Exemplo de discretização de uma viga em três graus de liberdade. (CLOUGH; PENZIEN, 2003)

Sistemas mecânicos com um grau de liberdade costumam ser simplificações que facilitam o desenvolvimento das formulações de movimento dinâmico, sendo os sistemas com múltiplos graus de liberdade, representações mais próximas do comportamento de estruturas reais (CHOPRA, 1995). Aqui pretende-se estudar a formulação de movimentos dinâmicos de múltiplos graus de liberdade de forma que irá servir de base para o entendimento da análise modal operacional.

2.1 Determinação de um sistema mecânico de múltiplos graus de liberdade

Um sistema com múltiplos graus de liberdade é aquele que necessita de mais de uma componente de movimento para a determinação do comportamento da estrutura. Sem dúvida, são estes os sistemas que tem utilidade para a engenharia devido a limitação de sistemas com um grau de liberdade (CHOPRA, 1995).

O princípio norteador dos problemas dinâmicos é o princípio de D’Alambert que estabelece que o equilíbrio dinâmico de um sistema pode ser obtido adicionando-se às forças externas uma força fictícia de inércia (característica dos sistemas dinâmicos como mencionado anteriormente) proporcional a aceleração e

contrária ao movimento. De acordo com a segunda lei de Newton, a constante de proporcionalidade entre a força e a aceleração do sistema é a sua própria massa.

A Figura 2.3 representa um sistema mecânico com três graus de liberdade e seu respectivo diagrama de corpo livre considerando o princípio de D'Alembert, a partir do qual é possível deduzir a equação de equilíbrio das massas do sistema sujeito a força dinâmica externa.

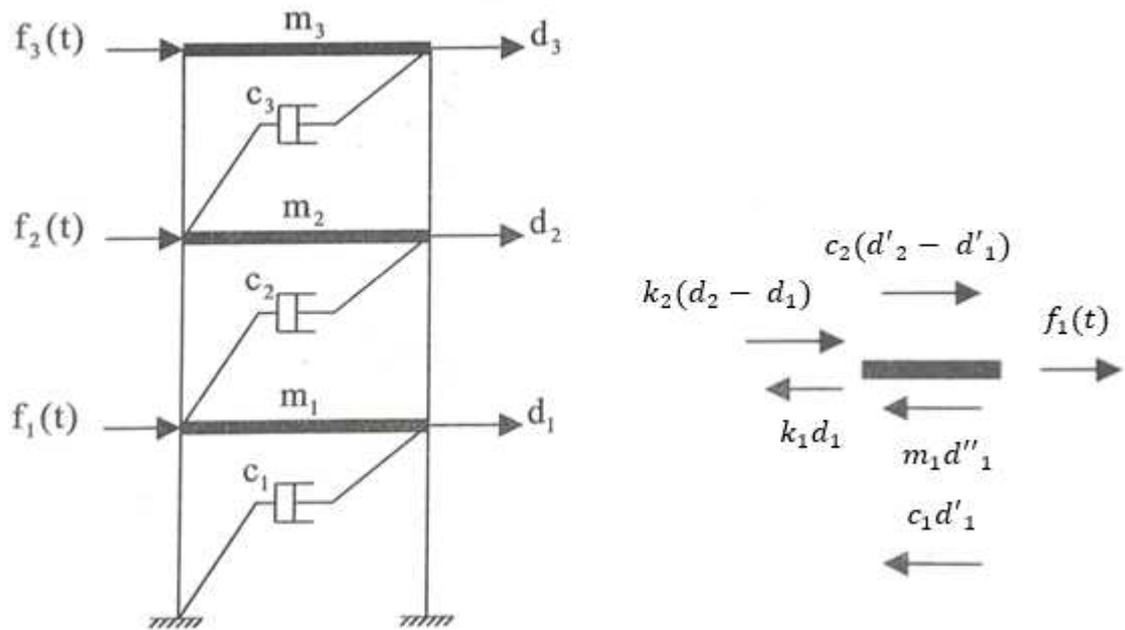


Figura 2.3. Sistema dinâmico de múltiplos graus de liberdade e diagrama de corpo livre da massa m_1 do sistema. (LIMA; SANTOS, 2008)

A equação para a massa m_1 do sistema é apresentada na equação 2.1 a seguir:

$$f_1(t) + c_2(d'_2 - d'_1) + k_2(d_2 - d_1) - k_1d_1 - m_1d''_1 - c_1d'_1 = 0 \quad (2.1)$$

Onde:

- $f_n(t)$ é a força externa, que varia no tempo, aplicada ao elemento n ;
- m_n é a massa do elemento n ;
- c_n é o coeficiente de amortecimento do elemento n ;
- k_n é a rigidez do elemento n ;
- d_n , d'_n e d''_n são respectivamente deslocamento, velocidade e aceleração do sistema.

Ao se deduzir as equações de equilíbrio dos demais elementos do sistema, é formado um sistema de equações, que na equação 2.2 é representado em forma matricial.

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d''_1 \\ d''_2 \\ d''_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d'_1 \\ d'_2 \\ d'_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Na equação 2.3, a mesma equação é apresentada em sua forma compacta:

$$M d'' + C d' + K d = f(t) \quad (2.3)$$

As matrizes **M**, **C** e **K** são respectivamente as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema. Os vetores **d**, **d'**, **d''** e **f(t)** são respectivamente os vetores deslocamento, velocidade, aceleração e força externa aplicada ao sistema. As matrizes são quadradas de grau n, onde n é número de graus de liberdade da estrutura.

O amortecimento nas estruturas pode ser de diversas naturezas, como por exemplo, atrito entre materiais, abertura de fissuras, entre outros (CHOPRA, 1995). Devido à complexidade na representação matemática de todos esses efeitos é conveniente a idealização deles considerando uma equivalência em um amortecimento viscoso, então representado pela matriz **C**.

Na matriz de rigidez, os elementos K_{ij} são os coeficientes de rigidez e representam a força que aparece na direção do grau de liberdade i quando é aplicado um deslocamento no grau de liberdade j.

Para simplificar a dedução da equação geral do movimento dinâmico, usar-se-á aqui a vibração livre não amortecida, que conforme caracterizado anteriormente corresponde a um sistema que vibra exclusivamente devido a condições iniciais de movimento e não tem amortecimento. Excluindo o termo relacionado ao amortecimento e igualando a força externa a zero na equação 2.3 tem-se:

$$M d'' + K d = 0 \quad (2.4)$$

A solução não trivial da equação diferencial 2.4 tem a forma:

$$d = \varphi \text{Cos}(\omega_n t) \quad (2.5)$$

Onde ω_n é a propriedade dinâmica do sistema chamada frequência natural de oscilação da estrutura que é dada por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.6)$$

Quando a solução apresentada na equação 2.5 é substituída na equação 2.4 obtém-se a seguinte equação de autovalores e autovetores:

$$(K - \omega_n^2 M)\varphi = 0 \quad (2.7)$$

Os autovalores ω_n estão associados aos autovetores φ , que definem os modos de vibração da estrutura, e são calculados a partir da solução da equação. Nesta equação, φ igual a zero indica ausência de movimento, caso que não tem interesse para a dinâmica das estruturas. Sendo assim, iguala-se o primeiro fator da multiplicação a zero, o que leva a equação 2.8:

$$\det(K - \omega_n^2 M) = 0 \quad (2.8)$$

O desenvolvimento da equação 2.8 leva a um polinômio de ordem N (polinômio característico da equação) onde N é o número de graus de liberdade da estrutura e as N raízes dos polinômios representam as frequências naturais (autovalores) da estrutura. A partir da substituição das raízes na equação 2.7 determina-se os autovetores φ .

A condição imposta na equação 2.8 implica em que o sistema de equações com os autovalores e autovetores seja indeterminado uma vez que existem N equações e N+1 incógnitas (que são as N componentes do vetor φ e a frequência natural ω_n), por isso não é possível a determinação de valores absolutos para φ . Sendo assim, determina-se arbitrariamente um valor para uma das componentes

(que será a de referência) e os demais valores encontrados serão relativos a este valor de referência.

Os casos de vibração forçada acontecem quando o movimento é devido a deslocamentos e acelerações impostas por forças externas de fornecimento contínuo de energia. Essas forças podem ter frequências, fases e amplitudes diferentes dando diferentes graus de complexidade ao problema dinâmico. Novamente no intuito de simplificar o entendimento, usar-se-á o caso mais simples onde as forças tem a mesma frequência e a fase entre elas é zero, para este caso a equação de equilíbrio é escrita na seguinte forma:

$$Md'' + Kd = F\text{Sen}(\omega t) \quad (2.9)$$

Onde F é o vetor de amplitudes das funções de força de excitação e ω é frequência de excitação. A força é uma excitação harmônica que no exemplo é representada por uma função seno, mas que também pode ser satisfeita por funções cosseno.

Analogamente a equação 2.4, a equação 2.9 pode ser transformada em:

$$(K - \omega_n^2 M)\varphi = F\text{Sen}(\omega t) \quad (2.10)$$

Sendo assim, a equação geral do movimento dinâmico forçado, não amortecido é dada por:

$$\varphi(t) = (K - \omega_n^2 M)^{-1} F\text{Sen}(\omega t) \quad (2.11)$$

2.2 O fenômeno da ressonância

A ressonância é o fenômeno no qual a amplitude do movimento dinâmico da estrutura tende ao infinito devido à igualdade da frequência natural não amortecida da estrutura e da frequência da ação dinâmica incidente na mesma (CLOUGH; PENZIEN, 2003). Para evidenciar matematicamente o fenômeno da ressonância, será usado, como exemplo, um sistema de um grau de liberdade para a simplificação algébrica e assim facilitar o entendimento.

Para um sistema de um grau de liberdade com vibração livre amortecida, analogamente ao sistema de múltiplos graus de liberdade visto anteriormente, o termo de amortecimento aparece na equação, a força continua igualada a zero e o sistema passa e perder energia se tornando não conservativo. Considerado o amortecimento, a equação do movimento é escrita da forma:

$$mx''(t) + cx'(t) + kx(t) = 0 \quad (2.12)$$

A equação 2.12 se trata de uma equação diferencial ordinária a qual tem a solução geral:

$$x(t) = Se^{pt} \quad (2.13)$$

Onde S é uma constante de integração. Substituindo a solução geral na equação 2.12 temos:

$$(mp^2 + cp + k)Se^{pt} = 0 \quad (2.14)$$

Para a equação 2.14 se verificar e a sua solução ser diferente de 0 é necessário que:

$$mp^2 + cp + k = 0 \quad (2.15)$$

A equação 2.15 é denominada equação característica do sistema e tem a raiz dada por:

$$p = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (2.16)$$

Como a equação 2.16 apresenta duas raízes, a equação do movimento passa ser escrita como:

$$x(t) = S_1e^{p_1t} + S_2e^{p_2t} \quad (2.17)$$

O valor do coeficiente c que zera o radical da equação 2.16 é chamado de coeficiente de amortecimento crítico (c_{cr}) (equação 2.18). Os movimentos que possuem o amortecimento crítico têm dissipação máxima de energia e não oscilam em torno de sua posição de equilíbrio, retornando exponencialmente para o estado de equilíbrio como mostra o gráfico da Figura 2.4.

$$c_{cr} = 2\sqrt{km} \quad (2.18)$$

Para o movimento criticamente amortecido, as duas raízes p da equação 2.16 são iguais. Substituindo as raízes p na equação 2.17 temos a equação geral do movimento dinâmico criticamente amortecido.

$$x(t) = (S_1 + S_2 t)e^{pt} \quad (2.19)$$

No caso em que o coeficiente de amortecimento é maior que o coeficiente crítico, temos um movimento dito superamortecido. A equação 2.16 passa a ter duas raízes e a equação do movimento é dada diretamente pela equação 2.17. Esse movimento também não é vibratório e retorna exponencialmente ao equilíbrio de acordo com a equação característica, como também mostra a Figura 2.4.

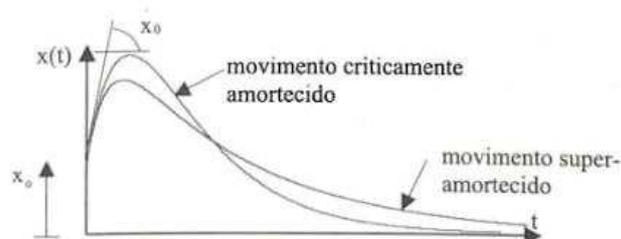


Figura 2.4. Gráficos característicos de movimentos criticamente amortecidos e super-amortecidos. (LIMA; SANTOS, 2008)

Para os movimentos nos quais o coeficiente C é menor que o coeficiente de amortecimento crítico, o movimento é dito sub-amortecido. A expressão sob o radical na equação 2.16 resulta em um número negativo e as raízes da equação passam a ser imaginárias. Substituindo as raízes na equação 2.17 e utilizando as equações de Euler, tem-se a equação característica de um movimento vibratório sub-amortecido:

$$x(t) = e^{-\frac{c}{2m}t} [C_1 \cos(\omega_d t) + C_2 \sin(\omega_d t)] \quad (2.20)$$

Os coeficientes C_1 e C_2 são constantes determinadas a partir das condições iniciais de movimento e ω_d é a frequência amortecida do sistema dinâmico dada por:

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} \quad (2.21)$$

Com o intuito de viabilizar e simplificar cálculos, é usual que um fator adimensional de amortecimento, relaciona o coeficiente de amortecimento do sistema com o coeficiente de amortecimento crítico, mostrado na equação 2.22, definido como ζ , substitua o coeficiente c nas equações.

$$\zeta = \frac{c}{c_{cr}} \quad (2.22)$$

Relacionando a frequência natural e a frequência amortecida do sistema tem-se:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.23)$$

Ao se impor as condições iniciais de movimento $x(0) = x_0$ e $x'(0) = x'_0$ na equação 2.20 e reescreve-la em função do fator de amortecimento, a equação característica do movimento passa a ser escrita como:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left[x_0 \cos(\omega_d t) + \frac{x'_0 + \zeta\omega_n x_0}{\omega_d} \sin(\omega_d t) \right] \quad (2.24)$$

Na vibração sub-amortecida, o movimento vibratório se dá em torno da posição de equilíbrio do sistema, garantido pelos termos em seno e cosseno da equação. Da mesma forma, a equação tem caráter exponencial, garantindo a diminuição das amplitudes em intervalos de tempo característicos constantes, sendo estes chamados de período amortecido, evidenciados na Figura 2.5.

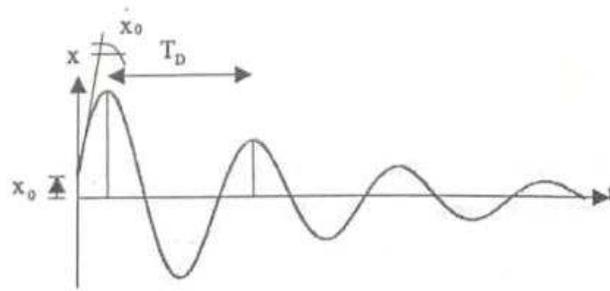


Figura 2.5. Gráfico característico do movimento sub-amortecido. (LIMA; SANTOS, 2008)

Para os casos de vibração forçada (aqui mais uma vez admite-se forças de excitação harmônica, com a mesma frequência e com fases entre elas de valor zero para a simplificação do cálculo) a equação de equilíbrio do sistema passa a ser escrita como:

$$mx''(t) + c x'(t) + kx(t) = F_0 \text{Sen}(\omega t) \quad (2.25)$$

Onde F_0 é a força de excitação máxima e ω é frequência de excitação. A força é uma excitação harmônica que no exemplo é representada por uma função seno, mas que também é satisfeita por funções cosseno.

A equação 2.25 é uma equação homogênea e então apresenta uma solução complementar e uma solução particular, sendo a solução geral dada pela soma dessas duas soluções. A solução complementar da equação corresponde a solução do problema de vibração livre sem amortecimento dada na equação 2.17, enquanto que a solução particular é dada por:

$$x_p(t) = S_1 \text{Sen}(\omega t) + S_2 \text{Cos}(\omega t) \quad (2.26)$$

Ao substituir a equação 2.26 na equação 2.25, juntamente com suas derivadas primeira e segunda, são atribuídos valores a S_1 e S_2 que alimentam a equação 2.26 novamente e então, a solução particular da equação 2.24 é determinada. A soma da solução particular com a solução complementar, usando transformações trigonométricas para simplificação, resulta na solução geral da equação 2.25 que é a equação do movimento amortecido sob carga harmônica:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} [A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)] + \frac{F_0}{k\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \sin(\omega t - \varphi) \quad (2.27)$$

Nesta equação, A e B são determinados a partir das condições iniciais do movimento, o termo r é a razão entre a frequência de excitação externa e a frequência natural do sistema e o ângulo φ é o ângulo de fase do movimento que traduz a defasagem de resposta do movimento do sistema em relação a força excitadora.

A partir da equação 2.27, é possível observar que o primeiro termo, dependente da frequência de movimento amortecida e das condições iniciais, tende a desaparecer da equação com o passar do tempo por ser uma equação exponencial de coeficiente negativo. Essa parte da equação constitui a resposta transiente do movimento e desaparece devido ao amortecimento, enquanto que o segundo termo é a resposta permanente e tem frequência igual a frequência da solicitação, permanecendo na estrutura enquanto a força é aplicada. O movimento então é uma superposição dos efeitos dessas duas componentes, como mostra a Figura 2.6.

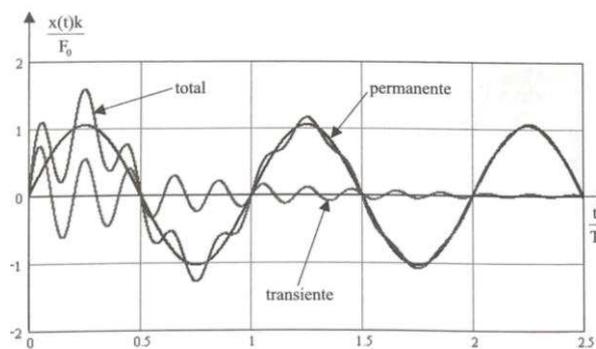


Figura 2.6. Gráfico característico do movimento harmônico amortecido forçado com representação das componentes transientes e permanentes. (LIMA; SANTOS, 2008)

O eixo das ordenadas na Figura 2.7 é o fator Ad de amplificação das amplitudes que é o termo que acompanha a função seno na componente de resposta permanente da equação 2.27 dividido pela relação F_0/k que por sua vez é denominado deformação estática do movimento. O fator de amplificação dinâmica, conforme o próprio nome diz é responsável por aumentar a amplitude da resposta do sistema e depende do fator ζ e da relação r.

No caso de estruturas sem amortecimento, o fator de amplificação dinâmica passa a depender apenas do fator r . Em caso de frequência de excitação igual a frequência natural da estrutura, r se iguala a um e a amplitude do movimento tenderá ao infinito. A este fenômeno é dado o nome de ressonância (CHOPRA, 1995).

O amortecimento das estruturas reais é o que impede que a amplitude da vibração chegue ao infinito, ainda assim, as estruturas podem chegar a deslocamentos altos, fato este que é o principal motivo de dano relacionado a vibrações em estruturas.

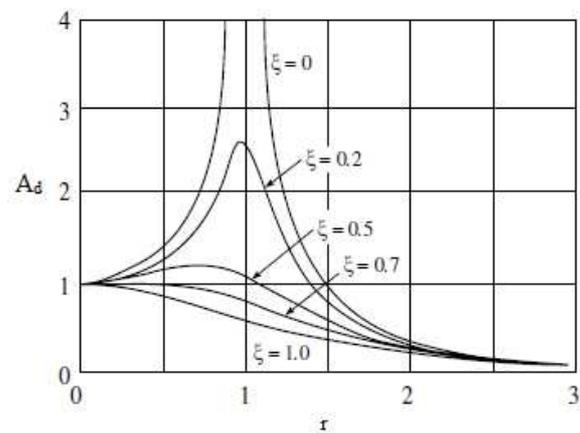


Figura 2.7. Gráfico do fator de amplificação dinâmica em função da relação r evidenciando o problema de ressonância. (Adaptado de LIMA; SANTOS, 2008)

3. FUNDAMENTOS DA ANÁLISE MODAL

Análise modal é o processo de determinação das características dinâmicas inerentes as estruturas em forma de frequências naturais, coeficientes de amortecimento e modos de vibração. Essas propriedades são definidas como parâmetros modais e são usadas na formulação de um modelo matemático usado na previsão do comportamento dinâmico da estrutura em questão, modelo dito como modelo modal (HE; FU, 2001).

A determinação das características citadas é baseada na possibilidade de decomposição do movimento vibratório das estruturas em um conjunto de movimentos harmônicos simples, que são os modos de vibrações naturais. Estes modos naturais são dependentes das características físicas de cada estrutura, sendo elas massa, rigidez e amortecimento, além da distribuição espacial da massa.

A análise modal usa tanto de ferramentas teóricas quanto experimentais. A análise teórica usa modelos numéricos que contém em si as informações físicas e geométricas das estruturas dadas em equações diferenciais, as quais as soluções fornecem as frequências naturais e os modos de vibração. O método dos elementos finitos é uma importante ferramenta de discretização de estruturas que potencializa a análise modal teórica.

Técnicas experimentais de análise modal, ou testes modais, são baseadas em uma relação entre pontos de leituras de respostas e de excitações em estruturas submetidas a ensaios dinâmicos, podendo estes pontos serem os mesmos ou não. Essa relação se dá a partir de funções matemáticas complexas chamadas de funções de respostas em frequências (*Frequency response functions – FRFs*).

As técnicas teóricas e experimentais são complementares umas às outras e são usadas em conjunto na maioria dos casos. Enquanto a análise teórica proporciona uma previsão do comportamento e possibilita um correto planejamento dos ensaios, a análise experimental proporciona dados de comportamento real que servem para calibrar o modelo teórico. As diferenças nas metodologias são esquematizadas na Figura 3.1.

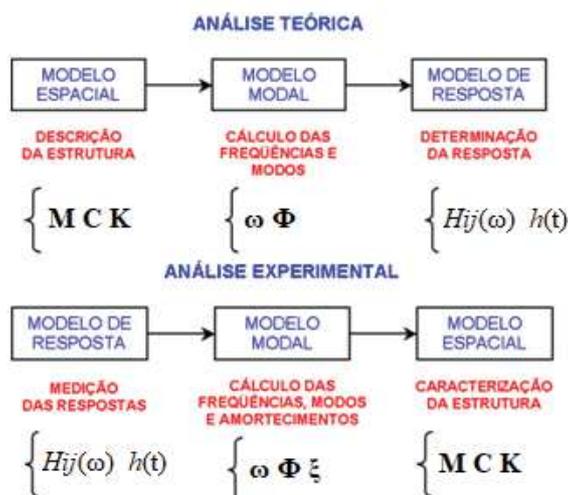


Figura 3.1. Esquema das análises modal teórica e experimental. (Adaptado de NÓBREGA, 2004)

Onde \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{C} é a matriz dos coeficientes de amortecimento, \mathbf{K} é a matriz de rigidez, $\boldsymbol{\omega}$ é a matriz das frequências naturais, $\boldsymbol{\Phi}$ é a matriz modal, $H_{ij}(\omega)$ é a resposta da estrutura em FRF, $h(t)$ é a resposta da estrutura em amplitudes e $\boldsymbol{\xi}$ é a matriz dos fatores de amortecimento.

O desenvolvimento de equipamentos de aquisição de dados e de transdutores nas últimas quatro décadas impulsionou o uso de testes modais. Esse processo passou a ser chamado de análise modal experimental e é composto por diversas etapas, sendo basicamente: Selecionar os apoios da estrutura; escolher o tipo de sollicitação do ensaio; determinar os pontos de excitação e leitura; realizar a leitura de fato das respostas e por último, processar os dados aferidos.

O controle das sollicitações durante o procedimento dos ensaios é um pressuposto fundamental na análise modal experimental e o desenvolvimento dessa área se deu inicialmente a partir desse método, por isso essa metodologia passou a ser chamada de análise modal clássica (RODRIGUES, 2004). Uma segunda abordagem é a que não controla as sollicitações de entrada do sistema e usa para tal as forças oriundas da própria utilização do sistema, essa abordagem foi denominada de análise modal experimental estocástica ou análise modal operacional.

3.1 Análise modal teórica

A análise modal teórica parte da caracterização física e geométrica da estrutura por meio das matrizes de massa, amortecimento e rigidez (\mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K}

respectivamente), propriedades que definem o modelo espacial da estrutura e chega as frequências naturais (ω), modos de vibrações (Φ) e fatores de amortecimento modal (ξ), que são os parâmetros modais da estrutura e determinam o modelo modal.

A grande vantagem de fazer análises no espaço modal é a possibilidade de decompor as equações de movimento do sistema e trabalhar com um conjunto de modelos de um grau de liberdade, sendo um para cada modo do modelo de múltiplos graus de liberdade (NÓBREGA, 2004).

No capítulo 2 determinou-se um sistema mecânico de múltiplos graus de liberdade e o desenvolvimento da equação característica do movimento dinâmico resultou na equação 2.7, dos autovalores ω_n e autovetores φ . Os N autovetores da equação característica da estrutura podem ser colocados em uma única matriz que assim é definida como matriz modal da estrutura (Φ):

$$\Phi = \begin{pmatrix} \varphi_{1,1} & \varphi_{12} & \cdots & \varphi_{1n} \\ \varphi_{2,1} & \varphi_{22} & \vdots & \varphi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{n1} & \varphi_{n2} & \cdots & \varphi_{nn} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Da mesma forma, para se satisfazer a equação 2.7, as equações dos autovalores ω_n podem ser reunidas em uma matriz diagonal de autovalores, aqui designada como matriz Ω , como mostra a equação 3.2:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \omega_{n1}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_{n2}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_{nn}^2 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

A essas duas matrizes, Φ e Ω é dado o nome de modelo modal teórico da estrutura, nesse caso de uma estrutura não amortecida com n graus de liberdade. Esse mesmo modelo pode ser estudado de acordo com as propriedades de ortogonalidade:

$$\Phi^T M \Phi = m \quad (3.3)$$

$$\Phi^T K \Phi = k \quad (3.4)$$

Dessa forma, as matrizes modais de massa e rigidez podem ser normalizadas pela matriz modal e ficam escritas como;

$$m = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & m_n \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$k = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_n \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Para casos de vibrações livres amortecidas, em um cenário de amortecimento proporcional ou viscoso, a matriz de amortecimento **C** pode ser escrita em função das matrizes **M** e **K**:

$$C = Md_1(t) + Kd_2(t) \quad (3.7)$$

Sendo assim, da mesma forma que as matrizes de rigidez e massa, a matriz **C** também pode ser normalizada pela matriz modal da estrutura, usando o princípio da ortogonalidade:

$$C = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & c_n \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Aqui o interesse é determinar um modelo de resposta, que consiste no conjunto de funções de respostas (tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo) além das amplitudes de respostas, para tal partir-se-á de um exemplo de movimento dinâmico forçado amortecido, de um grau de liberdade, para a determinação das funções de respostas do modelo modal, tipo de sistema esse que é descrito pela equação 3.9 que é uma repetição da equação 2.3:

$$Md'' + Cd' + Kd = f(t) \quad (3.9)$$

Com intuito de simplificar os cálculos, admite-se que a força $f(t)$ é uma força de excitação harmônica e, portanto, tem a forma $f(t) = F(\omega)e^{i\omega t}$. Para esta força o sistema assume resposta também harmônica no formato $d(t) = X(\omega)e^{i\omega t}$. Fazendo as devidas substituições, a equação 3.9 passa a ser escrita:

$$(-\omega^2 M + i\omega C + K)X(\omega)e^{i\omega t} = F(\omega)e^{i\omega t} \quad (3.10)$$

Ao ajustar-se a equação 3.10, obtemos a razão entre a resposta em deslocamento do sistema e a força de excitação ambas em função da frequência do movimento:

$$\frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{1}{(-\omega^2 M + i\omega C + K)} \quad (3.11)$$

Essa razão, de agora em diante referida como $H(\omega)$, é a *FRF* da estrutura e apesar de ser a razão entre as funções de resposta e excitação da estrutura, ela é independente de tais funções e depende somente das características físicas de massa, amortecimento e rigidez da estrutura.

A *FRF* na forma da equação 3.11 usa o deslocamento como função de resposta e assim é identificada como matriz de receptância. Da mesma forma, podem ser usadas como funções de respostas as funções de respostas em velocidade d' e aceleração d'' obtendo se assim as matrizes de mobilidade $Y(\omega)$ e aceleração $A(\omega)$, respectivamente:

$$Y(\omega) = \frac{X'(\omega)}{F(\omega)} = \frac{i\omega}{(-\omega^2 M + i\omega C + K)} \quad (3.12)$$

$$A(\omega) = \frac{X''(\omega)}{F(\omega)} = \frac{-\omega^2}{(-\omega^2 M + i\omega C + K)} \quad (3.13)$$

Para um sistema de múltiplos graus de liberdade o procedimento lógico do cálculo da *FRF* é estritamente o mesmo do cálculo para um grau de liberdade, a diferença está que para estruturas com múltiplos graus de liberdade as grandezas são dispostas dentro de matrizes que ligam as excitações e respostas medidas nos

pontos aos respectivos graus de liberdade, logo são acrescentadas operações para manipulações das matrizes de forma a viabilizar os procedimentos matemáticos.

Sendo assim, de forma geral, a *FRF* é matriz $\mathbf{H}(\omega)$ que relaciona a grandeza de resposta do sistema a cada unidade de excitação da seguinte forma:

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{F}(\omega) \quad (3.14)$$

A análise gráfica é uma importante ferramenta para o entendimento das funções de respostas em frequência, pois estes tornam informação mais evidentes do que quando apresentadas apenas na forma de função. Uma vez que estas funções são complexas, mesmo os gráficos de movimentos mais simples, como os de um grau de liberdade não são plotados em planos bidimensionais, mas sim em três dimensões como mostra a Figura 3.2.

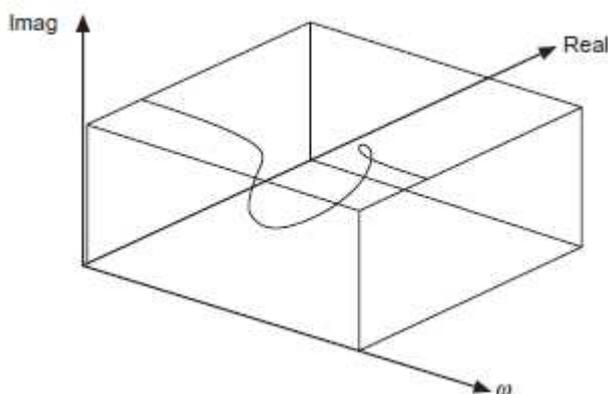


Figura 3.2. Gráfico característico das funções de resposta em frequência. (HE; FU, 2001)

O gráfico é de uma *FRF* de receptância e mostra as informações completas da função. No entanto as informações interessantes para a análise do movimento dinâmico da estrutura, como a ressonância por exemplo, ficam ainda mais evidentes quando se trabalha nos planos do gráfico, tais como o plano frequência-real, frequência-imaginário ou imaginário-real (plano de Nyquist) (HE; FU, 2001).

A primeira face interessante do gráfico tridimensional é a relação entre frequência e amplitude apresentada na Figura 3.3. Com formas bem parecidas tanto para a mobilidade quanto para aceleração, os picos evidenciados no comportamento mostram os pontos de ressonância do movimento.

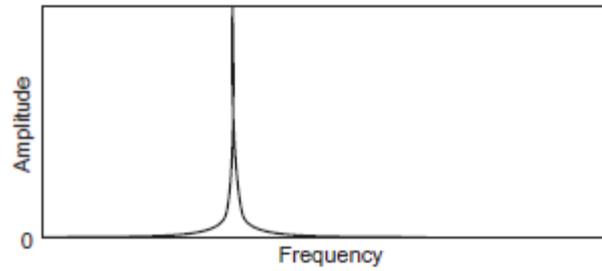


Figura 3.3. Exemplo de gráfico frequência x amplitude de uma *FRF*. (HE; FU, 2001)

Quando plotado em escala logarítmica o gráfico frequência x amplitude torna evidente ainda mais informações acerca do comportamento dinâmico da estrutura. Nesse caso as amplitudes passam a ter unidades de decibéis (db) e o gráfico passa a apresentar a forma mostrada na Figura 3.4.

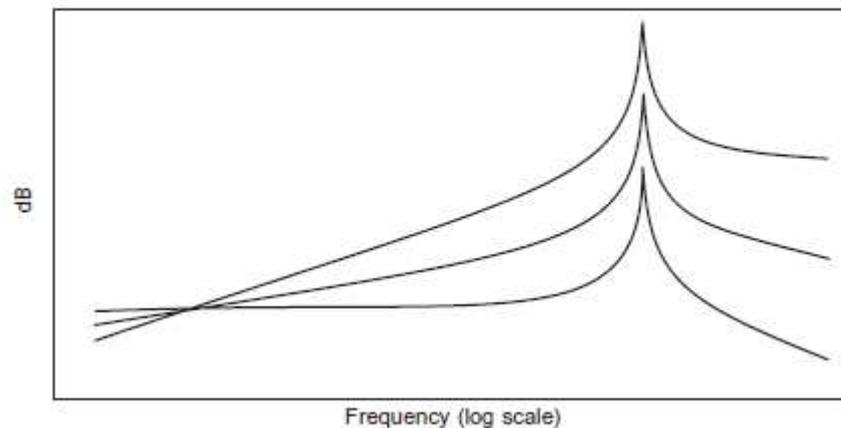


Figura 3.4. Exemplo de gráfico frequência x amplitude para funções de resposta em receptância, mobilidade e aceleração. (HE; FU, 2001)

As regiões antes do pico são caracterizadas como regiões de rigidez, os picos são as regiões de amortecimento e as regiões posteriores ao pico são as regiões de massa. Importante ainda salientar que apesar de terem sido em uma vibração forçada, a matriz *FRF* traduz um comportamento de um sistema linear baseado nas frequências naturais e modos de vibração do sistema, logo é independente das forças externas. Essa dependência aparece somente em caso de sistemas não lineares (SARTORTI, 2015).

3.2 Análise modal experimental

A ideia central da análise modal experimental é extrair as funções de resposta do sistema a partir de dados reais de vibração adquiridos experimentalmente e a partir delas identificar os parâmetros modais da estrutura. Esses dados são extraídos geralmente na forma de series temporais de comportamento e então processados até serem convertidos em *FRFs*.

Ewins (2000) chama atenção para o fato de que a análise experimental tem um papel fundamental na previsão do comportamento das estruturas e esse papel não é tão evidente. O autor menciona que o método experimental é importante para verificar a precisão dos modelos teóricos e se o comportamento da estrutura está de acordo com o esperado.

Além disso, os testes modais tem grande utilidade na caracterização global das estruturas, uma vez que as respostas dinâmicas são diretamente dependentes das suas propriedades físicas (massa, rigidez e amortecimento), sendo assim, o monitoramento de estruturas e verificação das condições de funcionamento são importantes aplicações de análise modal experimental.

Nesta seção pretende-se expor os fundamentos teóricos da análise modal experimental clássica, aquela que há a necessidade do controle tanto das excitações quanto das respostas e que servem de base para a análise estocástica que é a técnica usada no estudo de caso do presente trabalho e será discutida no próximo capítulo.

É importante salientar que a análise modal experimental parte de algumas hipóteses básicas para que seja possível o seu uso. O primeira delas é a linearidade da estrutura, a segunda é que a estrutura tem a propriedade da reciprocidade entre forças e deslocamentos, outra hipótese é que a massa é invariante no tempo e, por último, parte se do princípio de que a estrutura é observável, ou seja, os dados de entrada e saída são suficientes para a formulação das funções de respostas (HE; FU, 2001; SARTORTI, 2015).

Os testes modais consistem basicamente na excitação de dada estrutura em um ou mais pontos e medi-los simultaneamente às respostas provocadas por tais excitações como mostra o esquema da Figura 3.5. Esses dados são medidos por transdutores de respostas que as levam em forma de corrente elétrica a aquisitores

de sinais que recebem os dados e que podem determinar ou não as funções de respostas.

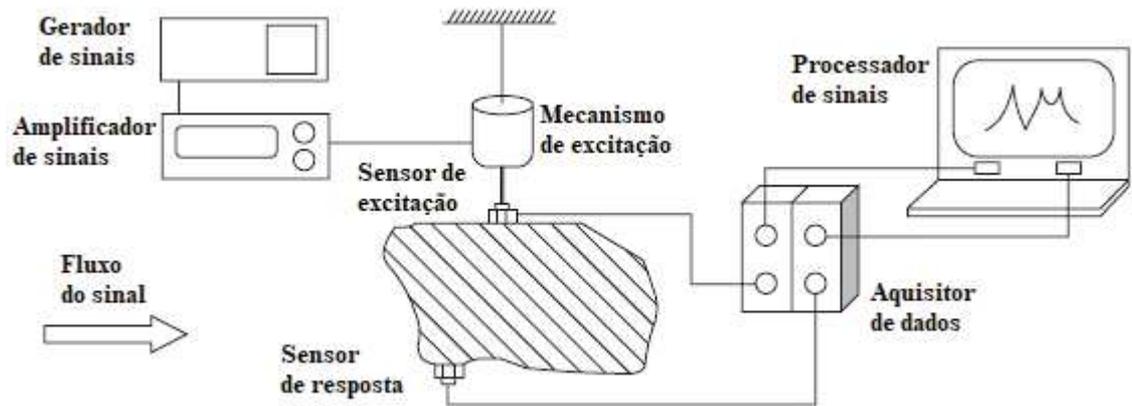


Figura 3.5. Esquema da metodologia de análise modal experimental. (Adaptado de HE; FU, 2001)

Brincker, Zhang e Andersen (2000) atentam para algumas limitações da análise modal experimental clássica. A excitação artificial pode não ter energia suficiente para excitar determinados modos durante a execução do ensaio e as condições de contorno e ambientais em que se encontra a estrutura podem ser significativamente diferentes das condições encontradas nas situações reais, fazendo com o que o comportamento verificado possa ser diferente do comportamento real.

Ewins (2000) dividiu os testes modais em quatro fases no intuito de estabelecer um procedimento lógico que, se seguido com rigor, venham a garantir com que os ensaios tenham resultados com precisão confiável. Esse procedimento é importante tanto para a análise modal experimental clássica quanto para a estocástica, foco do presente trabalho, e por isso são apresentadas a seguir.

3.2.1 Fase de planejamento

O planejamento dos ensaios é a etapa onde é feito um estudo prévio da estrutura que podem contar com visitas a estrutura de estudo para a verificação das condições de campo para definição das condições do ensaio, dos pontos a serem instrumentados e dos equipamentos usados.

As decisões prévias são balizadas não só pelas condições do local, mas principalmente pela execução de modelagem numérica da estrutura, para a

identificação de modos teóricos que revelarão intervalos esperados para a aferição nos testes modais. Esses fatores devem ser levados em consideração sempre no intuito de identificar o maior número de modos possíveis.

As condições de ensaio passam pelas condições de contorno as quais a estrutura está submetida e pelo tipo de ensaio que vai ser executado. No caso de estruturas civis geralmente são consideradas estruturas engastadas devido à baixa faixa de frequência natural que as estruturas apresentam, apesar de esta ser uma idealização. Essa fase é mais marcante na engenharia mecânica devido as maiores possibilidades de condições de contorno.

A determinação do tipo de ensaio a ser feito é realizada a partir do estudo da estrutura, da sua utilização e da viabilidade de realização do ensaio. Cunha e Caetano (2006) sintetizam que são possíveis três tipos de ensaio de acordo com o tipo de solicitação dinâmica, sendo estes ensaios de vibração forçada, livre e ambiente.

Como visto anteriormente, o conhecimento ou não das solicitações também determina a análise que será feita, clássica ou estocástica (RODRIGUES, 2004). Em estruturas civis, devido ao grande porte e a dificuldade de solicitação controlada da estrutura, o tipo de ensaio mais comum é o ensaio de vibração ambiente. No presente trabalho o estudo de caso usou ensaios de vibração ambiente com análise modal estocástica.

Os testes com vibração forçada consistem na aplicação de uma solicitação dinâmica em um ou mais pontos da estrutura e na medição tanto dessa solicitação como da resposta em um ou mais pontos do sistema, podendo coincidir ou não os pontos de aplicação e de leitura.

Uma dificuldade desse tipo de ensaio é a necessidade de equipamentos que possam gerar a excitação na estrutura, por isso são mais comuns e em estruturas mecânicas e de pequeno porte. Outro obstáculo é a dificuldade que a maioria dos excitadores tem em gerar solicitações em frequências muito baixa, abaixo de 1Hz, faixa de frequência essa em que as frequências naturais de estruturas civis costumam estar (BRINCKER; VENTURA; ANDERSEN, 2003).

Por último, na maioria das vezes o ensaio de vibração forçada requer a paralisação do funcionamento normal da estrutura medida para que seja possível o controle da solicitação, como mostra a Figura 1.2, no primeiro capítulo.

Os ensaios de vibrações livres são aqueles nos quais a estrutura é submetida a uma deformação inicial por meio de uma solicitação que é então repentinamente retirada para que então possa ser aferida as respostas dinâmicas nos pontos de medição selecionados. Mais uma vez, esse tipo de ensaio tem pouca viabilidade para estruturas civis uma vez que é necessária grande quantidade de energia para o deslocamento da estrutura.

A grande vantagem desse método é a oportunidade de aferição com maior facilidade dos coeficientes de amortecimento da estrutura, uma vez que para os outros tipos de ensaio (principalmente nos de vibração ambiente) os amortecimentos trabalham em níveis muito baixos e difíceis de ser aferidos. Um teste tradicional de vibração livre é o teste com martelo por impulso, instrumento mostrado na Figura 1.1, no primeiro capítulo.

Os ensaios de maior viabilidade de execução em estruturas civis, e foco do presente trabalho, são os ensaios de vibração ambiente, que consistem na medição de respostas da estrutura sujeita a solicitações as quais foi projetada para suportar durante sua vida útil, tais quais, para estruturas civis, vento, tráfego de carros e de pessoas, microatividades sísmicas, interação com o solo e com o mar, etc.

Também chamados de ensaios do tipo *output-only*, esse tipo de medição tem procedimento simples em relação aos outros e algumas vantagens. Para realização dos testes não é necessário a interrupção do funcionamento normal da estrutura uma vez que as solicitações decorrentes desse funcionamento são as que vão excitar o sistema, esse tipo de medição tem maior viabilidade de identificação de faixas de frequências mais baixas, da ordem de 1 Hz, diferente dos outros tipos citados (REN; ZONG, 2004).

Nestes tipos de ensaios as respostas se dão em amplitudes bem pequenas, por isso é muito importante as escolhas dos equipamentos a serem usados bem como dos pontos que serão medidos durante o ensaio. Como foi visto, nesse momento o mais importante é que os ensaios sejam capazes de identificar o maior número de modos de vibração possíveis.

Quanto maior o número de pontos para os testes e melhor forem as suas escolhas, mais provável vai ser a identificação dos principais modos de vibração e menor o risco de instrumentação de linhas de deslocamentos nulos, informações que são alcançadas a partir de um modelo teórico.

Essa escolha de pontos é uma fase fundamental no processo de análise modal experimental, tanto que é uma atenção recente dentro da comunidade acadêmica o desenvolvimento de estratégias ótimas para o posicionamento dos sensores durante os testes (STEPHAN, 2012; ZHANG; XU, 2016; ZHANG et al., 2017).

Como foi exemplificado na Figura 3.5, a coleta dos dados de comportamento dinâmico das estruturas nos testes modais se dá por meio de sensores e sistemas de aquisição de dados. Esses sensores são chamados de transdutores de respostas, dispositivos que identificam variações de velocidade, aceleração ou deslocamento de uma estrutura a partir da variação de propriedades físicas de materiais neles contidos e transformam essas respostas em sinais elétricos que são levados até os sistemas de aquisição de dados que os traduzem em series temporais de respostas.

Esses equipamentos precisam ter uma capacidade de aferição de acordo com a faixa de frequência dos principais modos de vibração da estrutura a ser instrumentada (identificadas a partir do modelo teórico). Especificamente para estruturas civis, os equipamentos devem ter capacidade de captar deslocamentos muito pequenos (da ordem de décimo de milímetros) devida as baixas amplitudes características desse tipo de sistema.

Neste trabalho foram usados transdutores de aceleração, acelerômetros, nos testes modais. Aqui pretende se descrever os principais tipos de acelerômetros usados em análise modal experimental bem como elucidar como se dá o funcionamento de cada tipo:

- Acelerômetros piezoelétricos: Representados na Figura 3.6, são sensores baseados na propriedade de piezoelectricidade de alguns elementos, ou seja, elementos que quando sujeitos a alguma deformação geram correntes elétricas proporcionais a estas deformações. Dessa forma, a grandeza aferida é a corrente elétrica e esta é traduzida em acelerações. São acelerômetros ativos, ou seja, não precisam do fornecimento de energia elétrica para o seu funcionamento. Do Nascimento (2015) usou esse tipo de acelerômetro em estudo semelhante ao estudo de caso apresentado no capítulo 4.



Figura 3.6. Exemplo de acelerômetros piezoelétricos. (Adaptado de RODRIGUES, 2004)

- Acelerômetros piezoresistivos: Acelerômetros baseados na capacidade de alguns materiais de alterarem sua resistência elétrica quando sujeitos a determinada deformação. Dessa forma, a grandeza aferida é a resistência desses materiais e são traduzidas em acelerações. Estes são acelerômetros passivos, ou seja, precisam de fornecimento de corrente elétrica para que seja feita a leitura da variação de suas resistências.
- Servoacelerômetros: O tipo de acelerômetro usado no presente trabalho, tem seu funcionamento baseado em um sistema de massa mola na qual o deslocamento imposto no sistema provoca alterações na posição da massa que solicita a mola e gera uma corrente elétrica em uma bobina associada ao sistema. Dessa forma, a grandeza aferida é o deslocamento do ponto em questão, que é traduzido em acelerações. Minhalma (2015) usou esse tipo de acelerômetro em seu estudo e esquematizou a sua composição na Figura 3.7: Uma massa (1) é ligada em uma mola (2) que se movimenta e causa deformações em uma bobina (3) que geram alterações em campo magnéticos identificadas por um sensor (4).

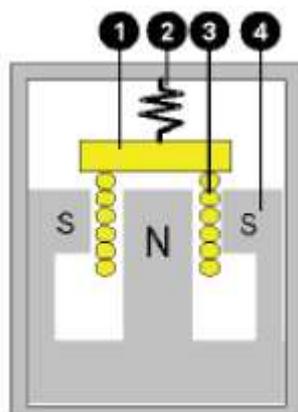


Figura 3.7. Esquema de composição de um servoaçelerômetro. (MINHALMA, 2015)

Rodrigues (2004) detalha as especificações e tecnologias de diversos acelerômetros, de diferentes tipos e marcas. O servoaçelerômetro usado no presente trabalho é descrito no capítulo 4, dedicado ao estudo de caso.

Como foi descrito anteriormente, os transdutores identificam o comportamento das estruturas e os traduzem em sinais elétricos. Para a leitura dos sinais são usados os sistemas de aquisição de dados, equipamentos que contam com placas de conversão de sinais analógicos em digitais (*Analogical Digital Converter - ADC*) e que são ligados a sistemas que contam com disco rígido para o registro das respostas observadas.

O processo de conversão de sinal analógico para digital nada mais é que a transformação dos sinais dos sensores em séries discretas por amostragem em função de frequências, amplitudes e fases. De posse desses dados são usados analisadores (geralmente softwares comerciais) que processam os dados discretos por meio de algoritmos *FFT* e geram as *FRFs*.

A etapa de análise também pode ser feita nos próprios sistemas de aquisição de dados, em modelos que oferecem essa ferramenta, no entanto a recepção dos dados em séries discretas se mostra mais interessante uma vez que tem se a possibilidade de análise das séries por diferentes métodos.

O processo de conversão dos sinais analógicos em digitais leva em consideração dois conceitos importantes, amostragem e quantização. A amostragem é o tempo entre um registro e outro dos valores discretos extraídos dos sinais analógicos e a quantização é relacionada com a amplitude e a fase do sinal. Ambos os conceitos definem a precisão da leitura dos sinais (RODRIGUES, 2004).

Para o problema da amostragem é levado em conta o teorema de Nyquist que diz que a frequência de amostragem deve ser maior ou igual ao dobro da frequência analógica do sinal, que no caso da análise modal experimental de estruturas, é a frequência que se espera da estrutura, esta extraída do modelo de elementos finitos elaborado previamente.

$$f_s = 2f_{nyq} \geq 2f_{max} \quad (3.15)$$

No teorema acima, a frequência de Nyquist (F_{nyq}) é a máxima frequência que pode ser representada por uma frequência de amostragem f_s de sinal, portanto, a frequência de Nyquist considerada deve ser relacionada com as frequências dos movimentos naturais da estrutura a ser analisada.

Em casos em que o teorema de Nyquist não é respeitado pode ocorrer o problema do efeito aliasing, que é uma frequência superior a frequência de Nyquist presente no sinal ser representada por uma frequência menor nos dados discretos, como exemplifica a Figura 3.8.

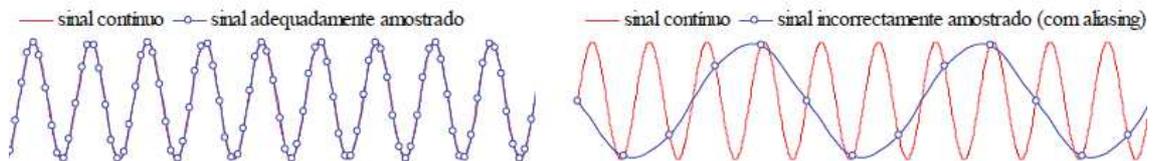


Figura 3.8. Exemplo do problema de *Aliasing* na amostragem de sinais. (RODRIGUES, 2004)

Já a quantização é o processo de conversão da amplitude de um sinal analógico para o valor mais próximo disponível em um conversor. Por isso deve ser verificado os valores de amplitude no modelo teórico de forma que a escolha do sistema de aquisição de dados seja racional e de acordo com a faixa de amplitude das estruturas ensaiadas.

A fase de planejamento se mostra como determinante para os testes modais, uma vez que é o momento em que todos os itens aqui expostos são cuidadosamente escolhidos e os procedimentos que serão usados no momento da execução dos testes são definidos. Uma fase de planejamento bem executada é fundamental para uma boa fase de medição e posterior processamento dos dados da medição.

3.2.2 Fase de medição

A fase de medição consiste na preparação da estrutura para receber as leituras e a execução das medições propriamente dita. O momento é o de atentar para a correta instalação dos equipamentos e assegurar que os mesmos farão a leitura do ponto que foi planejado e tão importante quanto, no momento que foi planejado. É nessa fase que se busca garantir a precisão das leituras.

Na análise experimental clássica os principais cuidados se passam por assegurar que a estrutura está com as condições de contorno prevista, que os sensores estão fixados corretamente na estrutura e que esses trabalharam ao mesmo no tempo.

No caso de ensaios de vibração ambiente, é importante uma visita anterior ao local de medição para que se verifique a possibilidade de instrumentação dos pontos selecionados e durante as leituras existe a preocupação com a proteção dos sensores, uma vez que elas são realizadas durante o uso comum da estrutura.

3.2.3 Fase de análise

A fase de análise é o momento que os dados das medições são processados e se extrai as funções de resposta. Em análise modal experimental é comum que a fase de análise comece imediatamente após a coleta dos dados por equipamentos denominados analisadores que recebem os sinais dos sensores e já transformam os dados em funções de resposta.

Para análise modal operacional, é comum que os dados das medições sejam registrados em series temporais de comportamento nas unidades de memória presentes nos equipamentos de aquisição de dados. Quando registrados dessa forma, os dados geralmente ainda precisam passar por determinado tratamento de sinais para que sejam usados os métodos de análise modal com a consequente extração dos modelos modais.

Hoje em dia existem *softwares* especializados com algoritmos bem desenvolvidos a serem usados nessa fase, tanto para a análise modal clássica quanto para a estocástica. Os softwares geralmente recebem os sinais brutos, fazem os tratamentos estatísticos necessários, extraem funções de resposta e executam as análises modais propriamente ditas. Eles fornecem modos de vibrações em geometrias desenvolvidas pelos usuários e podem executar testes de confiança nos resultados obtidos.

A formulação de funções de resposta a partir de dados de força e deslocamentos extraídos do teste modal é facilitada pelo algoritmo da transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform – FFT*) de forma que basta a aplicação nas funções de força e deslocamento que são extraídas no experimento no domínio do tempo. Para facilitar o entendimento, será usado o sistema de um grau de liberdade da Figura 3.9.

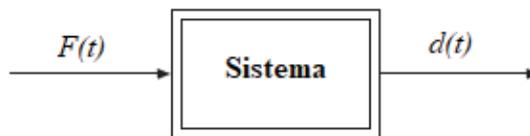


Figura 3.9. Sistema de ensaio com uma entrada e uma saída. (Adaptado de HE; FU, 2001)

No sistema, $F(t)$ e $d(t)$ são respectivamente força de solicitação e deslocamento em funções do tempo. A aplicação do algoritmo da *FFT* nestas funções resulta nas funções $F(\omega)$ e $X(\omega)$, descritas na seção anterior, as quais a razão entre elas define a *FRF* de acordo com a equação 3.11.

É importante salientar que esta é uma exemplificação de um problema ideal simplificado para se ter um melhor entendimento, em que foi usado o deslocamento como resposta, mas que também pode ser velocidade ou aceleração e que funciona em casos de testes perfeitos, sem ruídos nos sinais nem erros durante os testes.

No presente trabalho foi usado o programa *Artemis Modal* (SVIBS, 2015) tanto para o tratamento dos sinais quanto para a execução da análise modal e extração dos modos de vibração. A descrição do uso do programa bem como dos tratamentos estatísticos utilizados é feita no capítulo 4.

He e Fu (2001) atentam para duas importantes características das *FRFs* formuladas a partir de testes modais as quais os autores chamaram de imperfeições dos dados medidos. A primeira é o fato de os testes serem limitados quanto ao intervalo de frequência nos quais eles são capazes de medir, seja pelo interesse do pesquisador ou limitação dos equipamentos usados, o que faz com que a *FRF* seja incompleta.

A segunda imperfeição tem relação com os graus de liberdade da estrutura. Toda estrutura tem, teoricamente, infinitos graus de liberdade e, conseqüentemente,

modos de vibração. Sendo assim, é possível medir apenas alguns desses infinitos modos fazendo com que a *FRF* esteja sempre incompleta.

É possível minimizar tais imperfeições bem como as demais falhas durante as etapas concluídas até aqui a partir de um bom processo de avaliação das *FRFs* extraídas e de corretos procedimentos na execução da modelagem propriamente dita.

3.2.4 Fase de modelagem

A última fase consiste na modelagem propriamente dita. Por muitas vezes encarada como um complemento da fase de análise, esta fase consiste na identificação dos parâmetros modais, validação e análise da qualidade do modelo obtido. Entende-se que qualquer teste modal sempre vai gerar um resultado, ainda que este não necessariamente venha representar o comportamento real da estrutura, por isso a importância dessa fase.

A determinação dos parâmetros modais pode ser feita tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência. Existe uma ampla variedade de métodos para se trabalhar em ambos os domínios. Esses métodos são modelos matemáticos pré-definidos para o ajuste de curva aos dados medidos.

O foco do presente trabalho é na análise modal operacional e a seguir são apresentados três desses modelos matemáticos usados neste tipo de análises, os quais foram usados no estudo de caso do capítulo 4. Os métodos *FDD* e *EFDD* são modelos que trabalham as respostas no domínio da frequência enquanto que o método *SSI* trabalha no domínio do tempo.

3.3 ANÁLISE MODAL OPERACIONAL

A análise modal operacional é o processo de identificação dos parâmetros modais de estruturas a partir das suas condições de funcionamento e operação (MACHADO, 2018). Diferente da análise modal experimental, nesse método não é necessário a aplicação artificial da solicitação e nem sua medição, uma vez que as solicitações são as decorrentes do uso da estrutura ou das ações do próprio ambiente.

Enquanto a análise modal experimental encara as excitações ambientes como ruído nos sinais, a operacional as aproveita justamente como solicitação, o que faz com que o processo seja menos oneroso e que os modos sejam

representações do funcionamento real das estruturas. Dessa forma, em edifícios e demais estruturas de maior porte, grandes excitadores são dispensados e essa é a grande vantagem da análise modal operacional (BRINCKER; VENTURA; ANDERSEN, 2003).

Brincker e Kirkegaard (2010) atentaram para as aplicações da metodologia de análise modal operacional. Combinada com modelos de elementos finitos, a análise modal operacional pode fazer previsões precisas do comportamento dinâmico da estrutura e também pode ser usada na identificação de solicitações desconhecidas. Dentre todas essas vantagens apresentadas, o campo de maior interesse no uso de análise modal operacional é o de *SHM*, o qual aproveita os parâmetros modais obtidos.

Apesar dessa diferença fundamental entre as fontes de excitação da estrutura, a análise modal operacional compartilha das mesmas bases teóricas e também das mesmas técnicas de instrumentação da análise modal experimental, expostas no capítulo anterior. No caso experimental os métodos de identificação das solicitações são determinísticos, já aqui eles são estocásticos, logo a determinação das solicitações parte da premissa de que elas podem ser representadas por aproximação do tipo ruído branco.

Aproximação do tipo ruído branco quer dizer que a fonte de energia, no caso a solicitação, está distribuída de forma aleatória e com igual intensidade ao longo da faixa de frequência. Na prática, ao admitir essa hipótese, assume-se que a excitação é capaz de excitar todos os modos de vibrações em uma determinada faixa de frequência na mesma intensidade.

Ao se proceder dessa maneira, as *FRFs* não mais são calculadas por meio da razão entre a função de entrada e a função de saída e sim através de funções de densidade espectral, funções de correlação e ajustes de modelos das series temporais das respostas medidas.

Rodrigues (2004) define dentro da análise modal operacional dois grupos de análise, os métodos não paramétricos e os métodos paramétricos. O primeiro grupo corresponde a métodos de análise de sinal no qual as respostas são relacionadas entre si tendo por base o algoritmo *FFT* para a transformação para o domínio da frequência. Por isso estes são os métodos de análise no domínio da frequência.

O segundo grupo usa técnicas de ajuste de modelos, seja nas próprias series temporais ou em funções de correlação de resposta ou densidade espectral para a

formulação do modelo modal, sendo estes os métodos de análise no domínio do tempo.

O fato comum entre os dois grupos de análise é o uso das séries temporais de resposta como base para a identificação modal. Os métodos usam as próprias séries de respostas, as suas funções de correlação ou as suas funções de densidade espectral, sendo estes dois últimos denominados de métodos de duas fases.

Os métodos apresentados neste estudo e usados no estudo de caso do capítulo 4 são métodos de duas fases, que apresentam a vantagem de extrair das séries temporais as informações mais importantes e apresenta-las na forma das funções de densidade espectral de maneira mais evidente a partir das quais é possível fazer a identificação modal.

A densidade espectral é uma grandeza função da frequência que tem dimensão de energia ou força por Hertz que quando multiplicada pela frequência, fornece a força ou energia que o movimento contém em determinada frequência.

O fenômeno de ressonância comentado no capítulo 2 faz com que os movimentos dinâmicos tenham mais energia em frequências próximas as frequências naturais da estrutura, logo os gráficos das funções de densidade espectral são importantes na identificação modal, pois estes mostram picos de energia referentes aos movimentos em torno das frequências naturais da estrutura, como é possível ver no exemplo de gráfico de funções de densidade espectral da Figura 3.10.

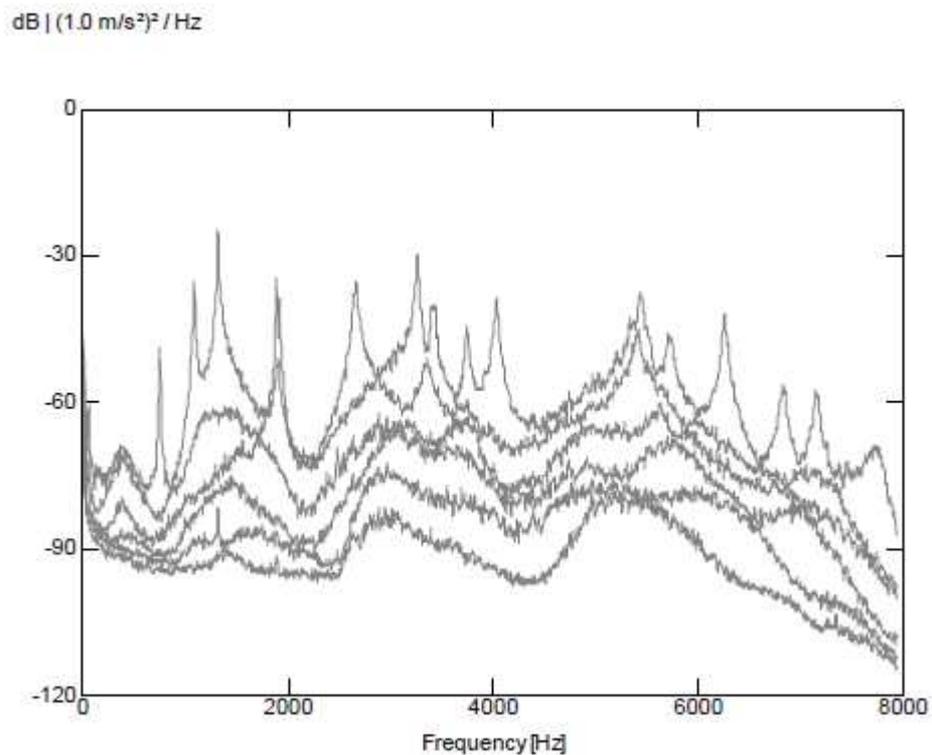


Figura 3.10. Exemplo de gráfico de funções de densidade espectral do movimento de uma estrutura medida em múltiplos pontos. (BRINCKER; VENTURA; ANDERSEN, 2003)

Considerar as excitações na estrutura como ruído branco leva a uma desvantagem dos métodos de análise modal operacional, uma vez que não são medidas as solicitações, as respostas podem refletir tanto comportamentos da estrutura como também da fonte de excitação, logo um dos desafios da análise modal operacional é diferenciar nas funções de resposta modos decorrentes do comportamento da estrutura, dos decorrentes das solicitações.

Essa diferenciação é viável principalmente pela característica das estruturas de grande porte de terem amortecimentos elevados e também da admissão de que as solicitações são uniformes em uma banda larga de frequência, não apresentando picos significativos de amplitude de movimento (RODRIGUES, 2004).

Dessa forma, para garantir um teste modal adequado, além da correta execução dos procedimentos experimentais deve-se atentar principalmente para dois fatores (BRINCKER; VENTURA; ANDERSEN, 2003): Assegurar que a estrutura está sendo solicitada em vários pontos e que os sinais extraídos do teste tenham boa qualidade.

A correta execução dos testes é consequência de uma fase de planejamento bem executada, como visto no capítulo anterior. A solicitação em múltiplos pontos é uma característica dos próprios ensaios de vibração ambiente, o que representa uma vantagem para o método. Esse tipo de solicitação é importante para a excitação da maior quantidade de modos possíveis da estrutura.

A garantia da qualidade dos sinais é necessária não só no caso de análise modal operacional como em qualquer procedimento experimental e é feita a partir do correto tratamento de dados brutos tais como utilização de filtros adequados, verificação de ruídos, remoção de dados não representativos, etc.

Outro inconveniente na análise modal operacional é o problema do efeito *leakage*, que é um fenômeno decorrente da natureza discreto e finita do sinal adquirido. Uma vez que o a amostragem obtida é apenas uma janela do movimento maior da estrutura, podendo esta janela fazer cortes em pontos múltiplos do período do movimento maior causando distorções na distribuição de energia do espectro quando os sinais são submetidos ao algoritmo da *FFT*.

Nóbrega (2004) exemplifica o efeito *leakage* por meio de um sinal senoidal simples coletado a partir de três janelas diferentes apresentadas na figura 4.2, a primeira com o sinal completo e as duas últimas com acréscimos de meio período e seus respectivos espectros de frequências obtidos a partir da *FFT*.

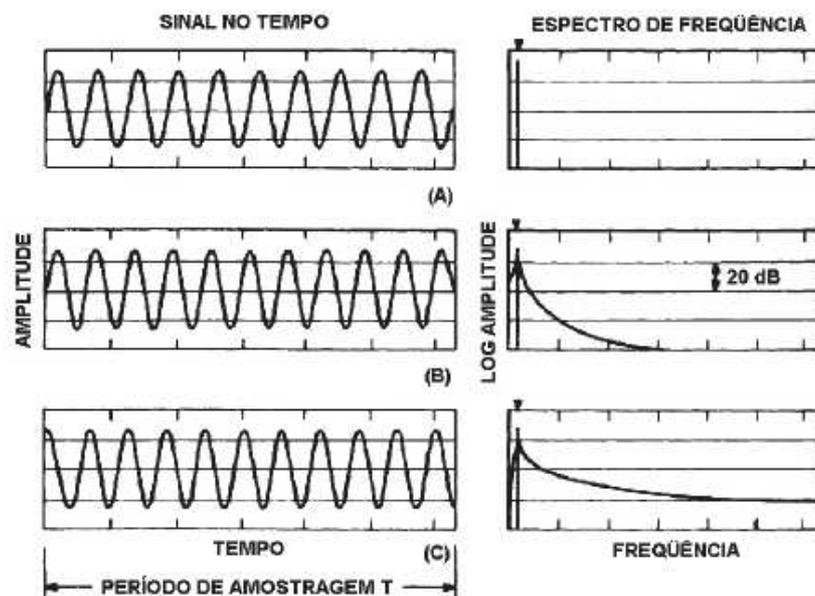


Figura 4.2. Exemplo de efeito leakage na amostragem de um sinal senoidal.
(NÓBREGA, 2004)

Magalhães (2010) propõe o uso de janelas temporais nos sinais amostrado para a mitigação do efeito *leakege* sendo a mais usada a janela de *Hanning*. Com a popularização do método, os efeitos de *Aliasing*, citado no capítulo anterior, e de *leakage* geralmente são previstos nos programas comerciais usados para a identificação modal quando se configura o processamento dos dados.

Diante das desvantagens apresentadas nos métodos de duas fases, é fato que os métodos que usam ajustes de modelos diretamente das series temporais são mais precisos na identificação das características dinâmicas de dada estrutura, no entanto os métodos aqui apresentados ainda são mais populares por exigirem menor capacidade computacional e as ferramentas de mitigação de erros serem satisfatórias em se tratando de resultados (RODRIGUES, 2004).

No presente capítulo pretende se estudar dois métodos no domínio da frequência (*FDD* e *EFDD*) e um método no domínio do tempo (*SSI*). O entendimento do método *FDD* é fundamental para a descrição do método *EFDD*, o qual foi usado em conjunto com o método *SSI* no estudo de caso do capítulo 4.

3.3.1 Método de decomposição no domínio da frequência (*FDD*)

Conforme visto anteriormente, os sinais adquiridos nos testes modais, em forma de series temporais fornecem poucas informações acerca do comportamento dinâmico da estrutura. Nos métodos no domínio da frequência, é utilizado a *FFT* para a conversão dos sinais de resposta para este domínio, onde as informações sobre a densidade espectral das respostas ficam mais evidentes.

A *FFT* foi popularizada na década de 60 e é baseada no princípio de que qualquer série de sinais pode ser representada por uma superposição de frequências complexas e a transformada consiste no cálculo dessas frequências a partir das séries temporais. O procedimento matemático da transformada rápida de Fourier é descrito de forma clara e concisa em He e Fu (2001).

Os métodos no domínio da frequência usam funções de densidade espectral das respostas medidas nas estruturas para a construção de uma matriz de densidade espectral a partir do qual os diferentes métodos usam diferentes procedimentos para a identificação dos parâmetros modais.

O procedimento matemático para a obtenção das funções e matriz de densidade espectral, com o uso das janelas temporais para mitigação do efeito *leakage* e outros procedimentos para mitigar as desvantagens advindas do fato de

se estar trabalhando com um sinal discreto está bem documentado em Rodrigues (2004). Para o presente trabalho o interesse é entender a formulação mais simples das densidades espectrais, sem levar em consideração os problemas citados, no intuito de extrair as informações obtidas no gráfico.

Magalhães (2010) demonstra o cálculo tanto da densidade espectral quanto da matriz de densidade espectral assumindo que os dados amostrais não tiveram problemas com efeito *leakage* ou *aliasing*. Para um sinal discreto com N dados coletados em um período amostral Δt a densidade espectral de um sinal $Y(\omega)$ é dada pela sua multiplicação pela da o seu conjugado, dividido pelo tempo de amostragem, de acordo com a equação 3.16 a seguir:

$$S_y(\omega) = \frac{Y(\omega)Y^*(\omega)}{N\Delta t} \quad (3.16)$$

A matriz de funções de densidade espectral consiste em uma matriz quadrada na qual a diagonal principal é composta pelos autoespectros das respostas adquiridas nos graus de liberdade i e o restante dos termos são compostos pelos espectros cruzados das respostas adquiridas nos graus de liberdade i e j , todas já convertidas para o domínio da frequência através do algoritmo da *FFT* (BARROS, 2016).

Sendo assim, assumindo um ensaio em que as medições de todos os graus de liberdade que se deseja instrumentar foram realizadas simultaneamente, a matriz de densidade espectral é dada por:

$$S_y(\omega) = \frac{Y^*(\omega)Y(\omega)^T}{N\Delta t} \quad (3.17)$$

Em que $Y(\omega)$ é um vetor que contém a *FFT* dos sinais adquiridos e tem o número de linhas igual ao número de graus de liberdade medidos, Δt é o período amostral e N é o número de dados coletados.

A instrumentação de muitos graus de liberdade é uma necessidade em estruturas de engenharia civil e muitas vezes a quantidade de sensores disponíveis é significativamente menor que o número de pontos da estrutura a serem medidos o que torna o a verificação de todos os graus de liberdade de forma simultânea inviável.

Uma solução é realizar os ensaios divididos em várias medições diferentes, as quais são chamadas de *setups*, em que alguns dos sensores são moveis ao longo dos pontos enquanto outros ficam fixos durante todo a campanha de medição. Estes últimos são chamados de graus de liberdade de referência e são os dados que garantem a relação entre os dados de todas as fases da medição (BRINCKER; ANDERSEN, 2007).

Dessa forma, a matriz de densidade espectral é dada não mais pelos autoespectros e espectros cruzados das respostas adquiridas nos graus de liberdade, mas sim pelo espectro cruzado entre os dados adquiridos nos graus de liberdade medidos ao longo de todo ensaio com os dados dos graus de liberdade de referência conforme a equação 3.18 a seguir:

$$\mathbf{S}_y(\omega) = \frac{\mathbf{Y}^*(\omega)\mathbf{Y}^{ref}(\omega)^T}{N\Delta t} \quad (3.18)$$

Nesse caso o vetor $\mathbf{Y}(\omega)$ contém a *FFT* dos sinais adquiridos nos n graus de liberdade da estrutura e o vetor $\mathbf{Y}^{ref}(\omega)$ contém a *FFT* dos sinais adquiridos nos l graus de liberdade de referência, de forma que a matriz de densidade espectral deixa de ser quadrada e passa ter dimensão $n \times l$.

O método no domínio da frequência mais antigo é o método *BFD* ou *PP*, proposto por Felber (1993). Esse método é baseado na hipótese de que as respostas da estrutura são condicionadas pelo modo de vibração ressonante em frequências próximas as frequências naturais da estrutura.

Para cada registro obtido no teste modal, é determinada a matriz de densidade espectral correspondente e os picos de energia identificados em cada espectro representam as frequências ressonantes da estrutura identificando consequentemente a frequência. Como foi dito anteriormente é comum a medição das respostas em número elevado de graus de liberdade em uma mesma estrutura de forma que a identificação dos picos em cada função de densidade espectral é inviável. Essa identificação é feita então a partir de uma densidade espectral média normalizada de todos os espectros.

Essa média é função das densidades espectrais e recebeu o nome de Densidade Média Normalizada de Energia Espectral (*Avarege Normalized Power Spectrum Density – ANPSD*) e calculada pela divisão simples do somatório de todos

os espectros normalizados pelo número de graus de liberdade correspondente (SARTORTI, 2015). A normalização do espectro se dá pela divisão dos autoespectros presentes na diagonal da matriz de densidade espectral pelo somatório das suas respectivas ordenadas e é importante para eliminar as diferenças dos conteúdos energéticos de serie medidas em diferentes intervalos de tempo no mesmo teste.

Os espectro médio normalizado sintetiza o conteúdo energético identificado em todos os espectros cruzados calculado de forma que picos de energia observado em apenas um ou em poucos espectros são suavizados na curva enquanto que os picos observados em todos ou na maioria dos espectros são evidenciados (RODRIGUES, 2004)

Os picos de energia então determinam a as frequências naturais da estrutura como mostra o exemplo da Figura 3.11.

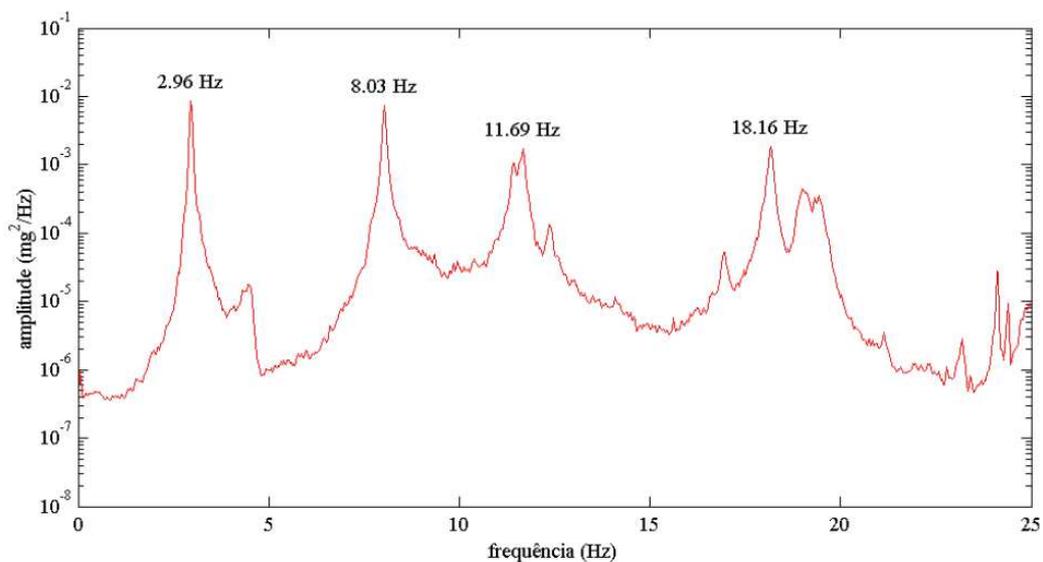


Figura 3.11. Exemplo de gráfico da ANPSD no domínio da frequência com identificação dos picos correspondentes às frequências naturais. (RODRIGUES, 2004)

Para a utilização do método *BFD* é importante que as densidades espectrais das solicitações sejam aproximadamente constantes e que as frequências naturais da estrutura sejam relativamente distantes umas das outras. Essa observação é necessária porque esse método identifica o comportamento resultante de todos os modos excitados por determinada frequência, o que faz com que haja a sobreposição de modos muito próximos.

Em outras palavras, o método *BFD* não identifica de fato modos de vibrações, e sim modos operacionais de vibração, que é a sobreposição de todos os modos da estrutura que são excitados pela mesma frequência (BRINCKER; ZHANG; ANDERSEN, 2000).

Seguidas as restrições citadas, também é possível a identificação dos coeficientes de amortecimento pelo referido método a partir do chamado método de meia potência, abordado por Clough e Penzien (2003) e descrito com detalhes por Rodrigues (2004). O método consiste na seleção das ordenadas referente a metade do pico de energia selecionado nos autoespectros normalizados e na aplicação da seguinte fórmula com as frequências correspondentemente:

$$\zeta_i = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2 + \omega_1} \quad (3.19)$$

A Figura 3.12 exemplifica a escolha das frequências no gráfico de autoespectro de densidade de potência.

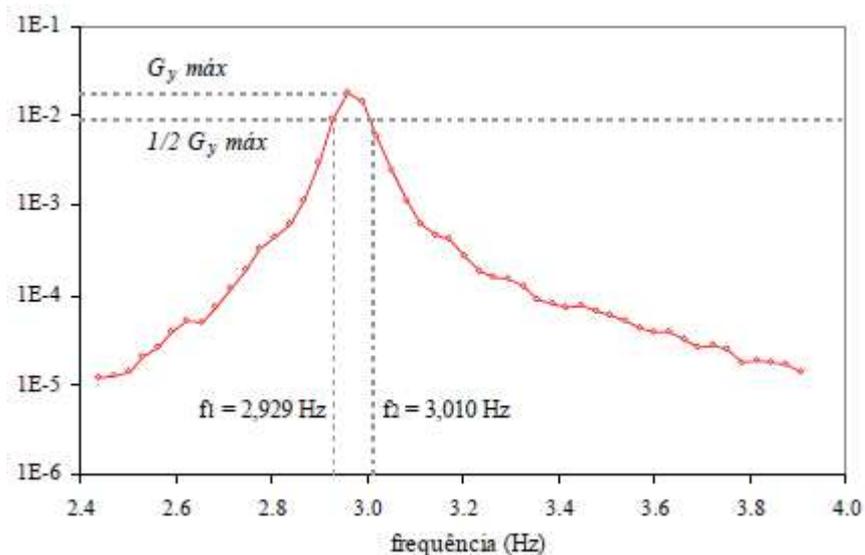


Figura 3.12. Exemplo de seleção de frequências para aplicação do método da meia potência para a identificação do coeficiente de amortecimento. (RODRIGUES, 2004)

O método *BFD* foi um marco importante dentro da análise modal operacional tanto para a popularização quanto para servir como ponto de partida de métodos mais precisos que vieram adiante.

Usado desde a década de 80 (MAGALHÃES, 2010), o método *FDD* foi definido dessa forma por Brincker, Zhang e Andersen (2000) e é uma extensão do

método *BFD* e parte do mesmo princípio da análise da matriz de densidade espectral para a identificação dos parâmetros modais. A diferença é que neste método é feita a operação de diagonalização da matriz por meio da decomposição em valores singulares (*SVD*).

A *SVD* de uma matriz \mathbf{X} é baseada na seguinte equação:

$$\mathbf{X} = \mathbf{Y} \mathbf{Z} \mathbf{W}^T \quad (3.20)$$

Onde \mathbf{X} , que no caso da análise modal operacional, é a matriz de densidade espectral dos sinais adquiridos tem dimensões $p \times q$ e \mathbf{Y} e \mathbf{W} são matrizes ortogonais de dimensões $p \times p$ e $q \times q$, respectivamente, e \mathbf{Z} é uma matriz diagonal. A matriz \mathbf{Y} é composta pelos chamados vetores singulares esquerdos, a matriz \mathbf{W} é composta pelos chamados vetores singulares direitos e a matriz \mathbf{Z} tem em sua diagonal os valores singulares da matriz \mathbf{X} em ordem decrescente.

A base do método *FDD* é o fato de que a matriz de densidade espectral é influenciada mais significativamente por alguns modos do que por outros. Ao decompor-se a matriz, os valores singulares resultantes expressam funções de densidade espectral de sistemas de um grau de liberdade que compõem o movimento da estrutura. Como esses valores são apresentados em ordem decrescente na diagonal da matriz, os primeiros graus de liberdade representam os modos dominantes, em cada frequência, na resposta dinâmica.

A Figura 3.13 é um gráfico extraído de uma das medições realizadas no estudo de caso do capítulo 4 e exemplifica as funções de densidade espectral que são os valores singulares da matriz de funções de densidade espectral da estrutura, nela é possível observar com clareza as funções mais significativas no movimento da estrutura.

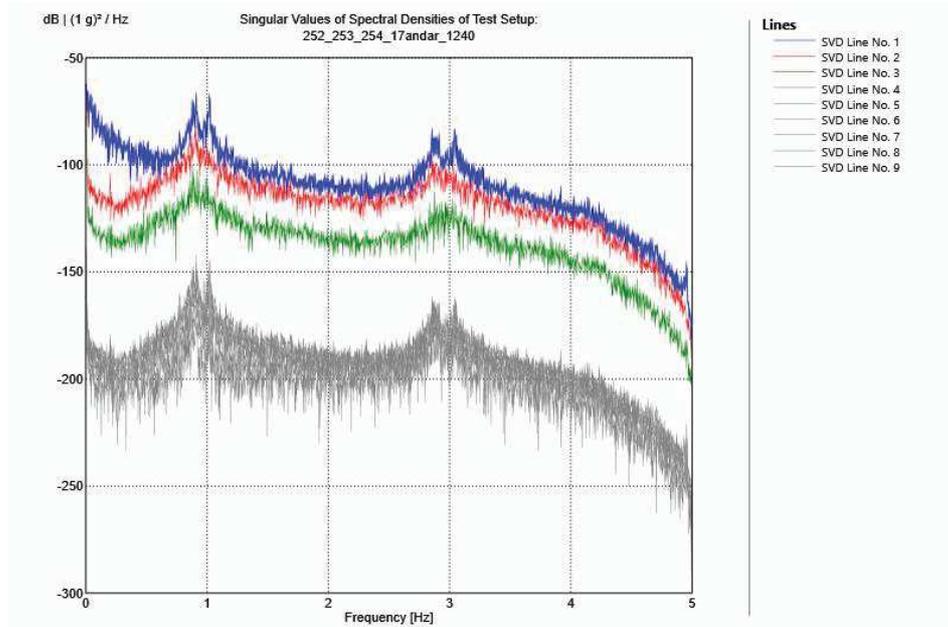


Figura 3.13. Exemplo extraído do estudo de caso do capítulo 4 de gráfico dos valores singulares da matriz de funções de densidade espectral de um dos sensores das medições realizadas. (Autor)

Apesar de ambos utilizarem a mesma base para obtenção dos modos de vibração, as funções de densidade espectral, o método *FDD* tem vantagem em relação ao método *BFD* na identificação de modos com frequências de excitação muito próximas. Isso acontece uma vez que o método *FDD* identifica os modos mais significativos em cada frequência que são os modos de vibração da estrutura de fato, diferente dos modos operacionais identificados pelo *BFD*, como foi explicado anteriormente.

Dessa forma, quanto mais próximos são as frequências de dois modos de vibrações distintos a tendência é que mais valores singulares da matriz tenham contribuição no modo, da mesma forma que modos bem separados tendem a ter grande contribuição de menos valores singulares.

Em outras palavras, como os espectros mais significativos são organizados em ordem decrescente na matriz de valores singulares, em modos isolados, os valores vizinhos de densidade espectral tenderão a zero enquanto que em modos próximos, valores vizinhos se mostrarão mais significativos, permitindo as suas identificações (BARROS, 2016).

Esse ganho de precisão solucionou um problema até então recorrente, que era o da dificuldade de identificação de modos múltiplos, que são modos de vibração

excitados na mesma proporção pela mesma frequência, que passaram a ser identificados com maior facilidade a partir do uso do método *FDD*.

Para ensaios com múltiplos *setups* são determinadas matrizes de densidade espectral para cada *setup*, a *SVD* é feita em cada uma dessas matrizes de forma a se ter tantos valores singulares quanto graus de liberdade que foram instrumentados e então procede-se de forma análoga ao cálculo das *ANPSD* no método *BFD*, sintetizando todos os espectros significativos calculado em apenas um espectro médio onde serão identificados os picos de energia referentes as frequências naturais.

Brincker, Zhang e Andersen (2000) atentam que a similaridade na forma dos gráficos das funções de densidade espectral identificadas nos valores singulares das matrizes decompostas é uma forma boa avaliar a qualidade e confiabilidade do sinal adquirido uma vez que sinais com baixa qualidade tendem a não mostrar modos bem definidos e concordantes nessas funções.

A identificação dos coeficientes de amortecimento através das funções identificadas nos valores singulares da decomposição da matriz de densidade espectral se passa pela transformação das funções de densidade espectral para o domínio do tempo por meio da inversa do algoritmo *FFT*, esse procedimento representou um melhoramento da técnica *FDD* que então passou a ser chamada de *EFDD*.

3.3.2 Método melhorado de decomposição no domínio da frequência (*EFDD*)

O método *EFDD* foi apresentado, apenas um ano depois da descrição do método *FDD*, por Brincker *et al* (2001) e tem como início o mesmo procedimento do seu antecessor na obtenção das frequências naturais e dos modos de vibração. No entanto, aqui são considerados não somente os picos de ressonância, mas sim regiões dos espectros cujos os seus vetores singulares tem correlação elevada (MINHALMA, 2015).

Essas regiões são identificadas através da determinação dos valores singulares nas funções de densidade espectral de cada um dos modos de vibração detectados na matriz de valores singulares. Em outras palavras, cada sistema de um grau de liberdade identificado na matriz de valores singulares oferece uma ordenada, cuja grandeza é energia, para cada valor de frequência a qual a estrutura é excitada. Essa ordenada é o valor singular da função para dada frequência.

O vetor que contém todos os valores singulares para cada frequência é denominado de vetor de valores singulares e é este que aqui é levado em consideração na determinação das frequências naturais e modos de vibração. No método *EFDD* as regiões que são levadas em consideração correspondem aos vetores singulares do pico de ressonância juntamente com os vetores de frequências vizinhas que tenham uma alta correlação com os vetores do pico, correlação que é avaliada pelo critério *MAC* (*Modal Assurance Criterion*).

O critério *MAC* foi definido por Allemang e Brown (1982) e consiste no cálculo de uma matriz que é composta por coeficientes que expressam a correlação entre pares de vetores modais. Cada coeficiente pode variar entre 0 e 1, em que 1 corresponde a uma correlação alta e 0 a uma correlação baixa. Os coeficientes são calculados pela fórmula:

$$\mathbf{MAC}_{(i,j)} = \frac{(\varphi_i^T \varphi_j)^2}{(\varphi_j^T \varphi_i)(\varphi_j^T \varphi_j)} \quad (3.21)$$

Como a matriz é resultado de uma operação que envolve multiplicação de vetores e vetores transpostos, ela se configura em uma matriz quadrada em que os vetores tem todos os modos relacionados entre si, entretanto os elementos da diagonal principal são os que representam os coeficientes de interesse para a análise da correlação, uma vez que estes que serão resultados da operação entre os valores singulares equivalentes nos dois modos comparados.

A matriz *MAC* se apresenta também como uma importante ferramenta na validação de resultados experimentais tanto entre métodos de análise como quando comparados a métodos numéricos. Usando a mesma formula calcula-se a correlação dos resultados e quanto maior for a correlação, entende-se que os métodos estão convergindo para o mesmo resultado ou que as predições numéricas estão coerentes com o comportamento real da estrutura (ZHANG; BRINCKER; ANDERSEN, 2004).

No caso do método *EFDD* é determinado um limite no valor do coeficiente *MAC*, geralmente 0,8, para se considerar se determinado vetor singular contribui ou não para o modo de vibração dominante na frequência correspondente. Quanto menor for o limite, maior vai ser o número de vetores que irão contribuir na função

de densidade espectral do sistema de um grau de liberdade correspondente ao modo de vibração dominante e vice versa.

A definição das funções de densidade espectral dos graus de liberdade correspondentes aos modos de vibração se dá então a partir da ponderação dos vetores singulares selecionados a partir do critério *MAC* segundo seus valores singulares, ou seja, quando mais próximo do pico de ressonância, maior o peso do vetor na média dos valores singulares.

A Figura 3.14 mostra que o gráfico da função de densidade espectral no método *EFDD* é o mesmo que no método *FDD*. A diferença nos métodos então está que no primeiro a escolha do pico de ressonância identifica a frequência natural do modo correspondente, enquanto que aqui o pico traduz apenas a escolha do modo de vibração do grau de liberdade que servirá de referência na identificação da região de contribuição do modo (área em verde no gráfico).

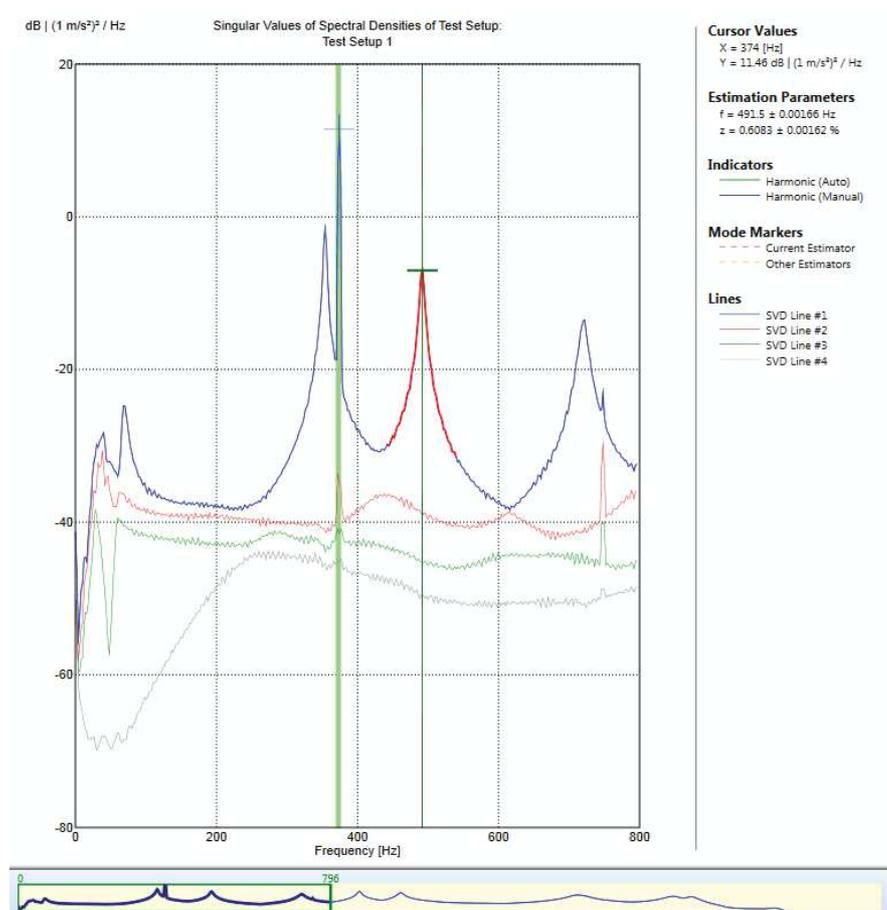


Figura 3.14. Exemplo de gráfico dos valores singulares da função de densidade espectral de um movimento no método *EFDD*. (Adaptado de SVIBS 2015)

Para estimar tanto as frequências naturais do movimento da estrutura quanto seus coeficientes de amortecimento, o método *EFDD* usa inversa da transformada rápida de Fourier para obter as chamadas funções de autocorrelação dos graus de liberdade no domínio do tempo, identifica os extremos positivos e negativos das funções e chega aos resultados por uma regressão linear simples.

A avaliação do coeficiente amortecimento se dá por meio do cálculo do decremento logarítmico a partir dos extremos das funções de autocorrelação que é dado pela seguinte formula (BRINCKER; VENTURA; ANDERSEN, 2001):

$$\delta = \frac{2}{k} \ln \left(\frac{r_0}{|r_k|} \right) \quad (3.22)$$

Onde r_0 é o valor inicial e r_k é o máximo valor positivo ou negativo da função de autocorrelação. O coeficiente de amortecimento ζ é então calculado a partir do decremento logarítmico com a seguinte fórmula:

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta}} \quad (3.23)$$

As frequências naturais amortecidas são então calculadas de forma análoga aos coeficientes de amortecimento, com a diferença de que nesse caso a regressão é feita nos instantes correspondentes aos valores máximos (positivo ou negativo) e nos instantes de passagem por zero. Conhecida a frequência natural amortecida (ω_d), a frequência natural da estrutura (ω_n) é identificada a partir da relação exposta no capítulo 2, na equação 2.23.

Da Figura 3.15 a Figura 3.17 apresentam a função de autocorrelação obtida na aplicação do método *EFDD* nos valores singulares apresentados no exemplo da Figura 3.13 e os gráficos de regressão linear do coeficiente de amortecimento e da frequência natural respectivamente.

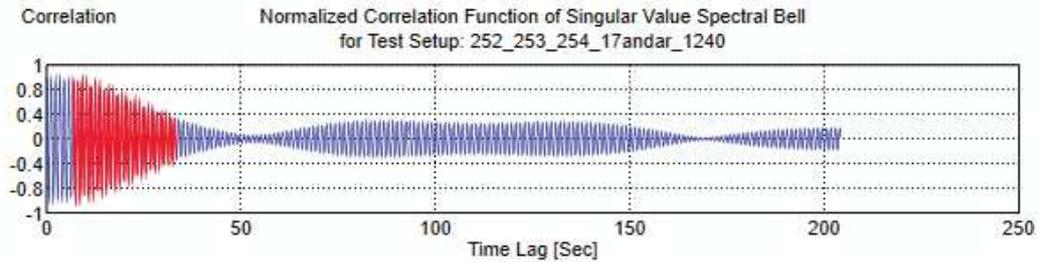


Figura 3.15. Exemplo de função de correlação obtida a partir da aplicação da inversa da *FFT* em determinado espectro de valores singulares mostrados na Figura 3.13 (Autor)

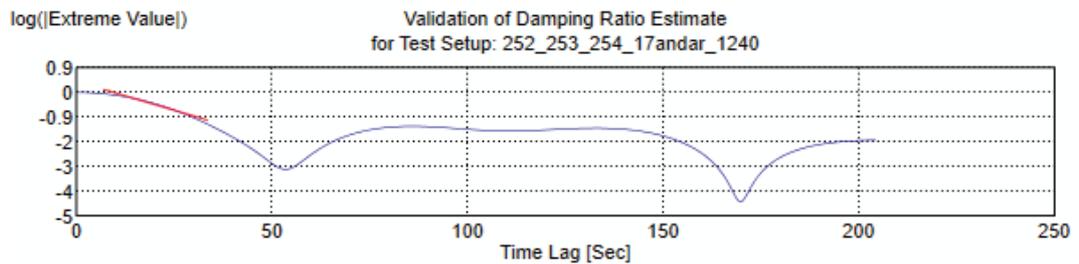


Figura 3.16. Exemplo da aplicação de regressão linear simples no coeficiente de amortecimento baseada nos valores extremos da função de autocorrelação anterior. (Autor)

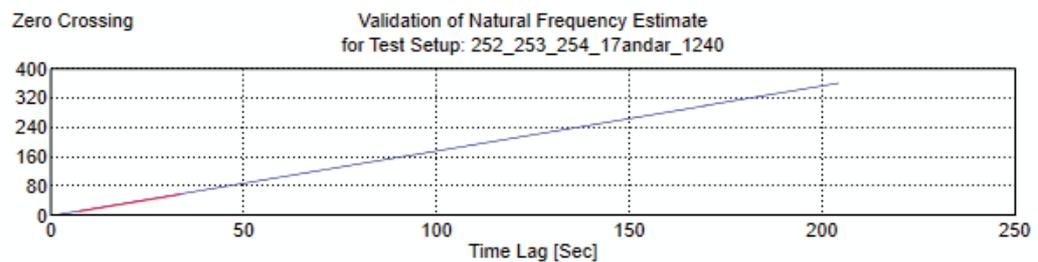


Figura 3.17. Exemplo da aplicação de regressão linear simples na frequência baseada nos valores de passagem por zero na função de autocorrelação (Autor)

A região em vermelho nos gráficos é a região dos valores singulares com correlação elevada que foi usada na determinação de dado modo segundo coeficientes *MAC* pré-estabelecidos. Apesar do método *EFDD* usar a inversa da *FFT* para a transformação das funções para o domínio do tempo, ele é um método fundamentalmente no domínio da frequência.

3.3.3 Método de identificação estocástica em subespaços (*SSI*)

A análise modal operacional no domínio do tempo consiste na identificação dos parâmetros modais de dada estrutura a partir das séries temporais de movimento através da determinação de parâmetros de modelos que se consideram

adequados para descrever o movimento da estrutura, por isso os métodos no domínio do tempo são chamados de métodos paramétricos.

Em outras palavras, a identificação modal é realizada não exatamente no sistema estrutural em estudo, mas sim na avaliação das características dinâmicas de modelos ajustados segundo os parâmetros escolhidos utilizando técnicas de ajuste de funções de correlações de resposta ou das séries temporais (RODRIGUES, 2004). O uso de funções de correlação ou das próprias series temporais são diferenciados em métodos de duas fases ou de uma fase respectivamente.

Fundamentalmente, os métodos no domínio do tempo pretendem projetar as respostas futuras com base nas respostas passadas e para isso usa o ajuste dos modelos segundo os parâmetros adotados. A forma de ajuste é que diferenciam os métodos, podendo ser citados os métodos *ITD*, *ARMA*, *ARMAV*, *SSI*, entre outros.

Os métodos no domínio do tempo tem grande precisão na identificação modal no entanto requerem cálculos mais complexos o que ocasiona processos de avaliação mais demorados em relação aos métodos no domínio da frequência (PEETERS; DE ROECK, 2001). O foco do presente estudo é no método *SSI*, que foi usado no estudo de caso do capítulo 4 e presente no programa *Artemis Modal* (SVIBS, 2015).

O método *SSI* foi sintetizado por Peeters (2000) e tem uso registrado em estudos desde a década de 70 como mostra Yoshida (2016). Como característica dos métodos no domínio do tempo, a metodologia consiste em ajuste de modelo segundo parâmetros definidos, no entanto o *SSI* tem duas variações que são o *SSI-COV* e o *SSI-DATA* que ajustam as funções de correlação e a própria série temporal de resposta respectivamente.

O conceito central do método *SSI* é a projeção do espaço de series de resposta do futuro no espaço de series de reposta do passado. É um método que trabalha diretamente com as séries temporais sem a necessidade de conversão de domínios, o que representa uma vantagem em relação aos demais métodos aqui abordados (REN; ZONG, 2004).

A base das abordagens *SSI-COV* e *SSI-DATA* é o modelo de espaço de estados determinísticos-estocásticos de Van Overschee e De Moor (1996). Modelos de espaço de estados são quaisquer representações matemáticas de sistemas físicos compostos por variáveis de entrada, saída e estado relacionadas entre si.

Modelos de espaço de estados são um tipo de representação de uma situação qualquer que, diferente de modelos usados na matemática e na física, por exemplo, não necessariamente são condizentes ao que acontece fisicamente de fato, mas é simples, eficiente e prático para representar a relação entre uma ação e uma resposta.

Esses tipos de modelos surgiram como uma opção aos modelos fisicamente exatos que na área de engenharia se tornavam cada vez mais complicados à medida que o fenômeno observado se tornava mais complexo e assim pouco prático.

Cardoso (2015) mostra que estes modelos nem sempre abordam propriedades físicas conhecidas em suas matrizes, no entanto tem eficácia comprovada em descrever comportamentos de estruturas de engenharia e detalha o modelo de Van Overschee e De Moor para casos gerais de espaços de estados. Aqui interessa o caso em que as entradas são completamente desconhecidas e são medidas apenas as saídas, caso da análise modal operacional. Para esses casos o modelo de espaço de estados é dado por:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (3.24)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (3.25)$$

Em que \mathbf{x}_k são os vetores de estado, \mathbf{y}_k são os vetores que contém os dados de saída medidos, \mathbf{w}_k e \mathbf{v}_k são os vetores que contém os ruídos presentes na entrada e na saída, respectivamente e as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{C} são as matrizes que descrevem o sistema físico. A Figura 3.18 exemplifica o sistema e facilita o entendimento.

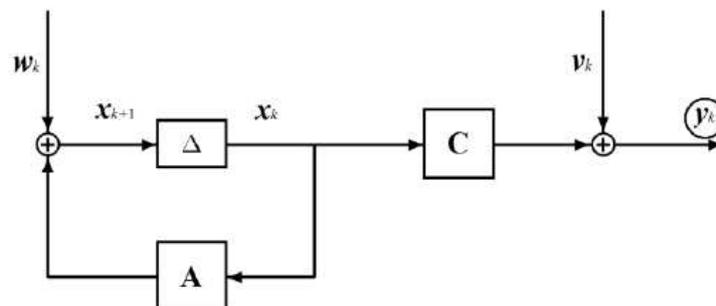


Figura 3.18. Esquema de espaço de estados puramente estocástico. (CARDOSO, 2015)

Analogamente a um ensaio do tipo *output-only* a Figura 3.18 mostra um sistema contendo as variáveis de estado, (configurações modais \mathbf{x}_k), os dados de saída (leituras de resposta \mathbf{y}_k), os dados de entrada e ruídos \mathbf{w}_k e \mathbf{v}_k presentes na entrada e na saída, e as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{C} que descrevem fisicamente os sistemas. O Δ representa um atraso natural entre a solicitação e a resposta do sistema.

Como visto anteriormente, os dados de entrada \mathbf{w}_k são pressupostos como ruído branco de média nula, ou seja, admite-se que as excitações abrangem uma larga faixa de frequência capaz de excitar todas as frequências da estrutura, e o processo estocástico é estacionário, a distribuição de probabilidades das excitações não muda no tempo, tem-se:

$$E[\mathbf{x}_k] = 0 \quad (3.26)$$

$$E[\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^T] = \Sigma \quad (3.27)$$

Em que E é o operador estatístico do valor esperado e aplicados ao vetor de entrada resulta em 0 devido a hipótese de ruído branco adotada, e aplicado no produto do vetor pelo seu transposto resulta na matriz de correlação de estado ou matriz de covariância que, no caso de processos estocásticos, é constante e independente do tempo.

Por meio de manipulações algébricas com o sistema composto pela equação 3.26 e 3.27 obtém-se:

$$E[\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^T] = \Sigma = \mathbf{A} \Sigma \mathbf{A}^T + \mathbf{Q} \quad (3.28)$$

$$E[\mathbf{y}_{k+1} \mathbf{y}_k^T] = \Lambda_i = \mathbf{C} \Sigma \mathbf{C}^T + \mathbf{R} \quad (3.29)$$

$$E[\mathbf{x}_{k+1} \mathbf{y}_k^T] = \mathbf{G} = \mathbf{A} \Sigma \mathbf{C}^T + \mathbf{S}_v \quad (3.30)$$

Onde as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{C} são as de caracterização física do sistema, as matrizes \mathbf{Q} , \mathbf{R} e \mathbf{S}_v são as matrizes de covariância dos ruídos obtidas analogamente a matriz Σ assim como a matriz de covariância de resposta Λ_i e \mathbf{G} é matriz de covariância entre os vetores de estado no instante $k+1$ e os vetores de resposta no instante k . A partir desse conjunto de equações é estabelecida a seguinte igualdade:

$$\Lambda_i = \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{G} \quad (3.31)$$

A determinação dos parâmetros modais de uma estrutura submetida a um ensaio do tipo *output-only* se dá a partir da determinação da matriz \mathbf{A} e \mathbf{C} , mais precisamente, dos autovalores de \mathbf{A} . A determinação dessa matriz que pode ser feita a partir dos ajustes da matriz de correlação ou da própria série temporal de resposta que é o que diferencia os métodos *SSI-COV* e *SSI-DATA*.

O método *SSI-DATA* é o método mais usado na literatura e também o método presente no *software ARTEMIS MODAL* (SVIBS, 2015) que foi usado no estudo de caso do capítulo 4, por isso o foco da presente seção será na compreensão deste método.

Para o uso do modelo de espaço de estados segundo o método apresentado, o primeiro passo é a organização dos dados de saída dos ensaios na forma de matriz de Hankel, uma matriz simétrica na qual os elementos de cada anti-diagonal são iguais, como mostra a equação 3.32:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_0 & y_1 & y_2 & \cdots & y_{n-1} \\ y_1 & y_2 & y_3 & \cdots & y_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{i-1} & y_i & y_{i+1} & \cdots & y_{i+n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_i & y_{i+1} & y_{i+2} & \cdots & y_{i+n-1} \\ y_{i+1} & y_{i+2} & y_{i+3} & \cdots & y_{i+n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \vdots & \cdots \\ y_{2i-1} & y_2 & y_{2i+1} & \cdots & y_{2i+n-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_p \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_f \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Em que o número i de linhas é um número arbitrado que deve ser pelo menos maior que o número de ordem n do sistema o qual se deseja identificar e o número de colunas n é o número de dados adquiridos subtraídos de $2i-1$, o que garante que todos os dados da amostra sejam usados.

O que de fato acontece na organização dos dados de saída na forma da matriz de Hankel é a divisão da série de respostas em dois subespaços o qual através de operações geométricas entre os vetores dessas matrizes são definidas as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{C} do sistema. Cardoso (2015) definiu um roteiro de aplicação do método *SSI-DATA* o qual é exposto a seguir.

A primeira operação é o cálculo da projeção ortogonal do subespaço \mathbf{Y}_f sobre o subespaço \mathbf{Y}_p o que resulta em uma matriz \mathbf{P} , seguida do segundo passo que é a decomposição em valores singulares da matriz \mathbf{P} ponderada por dois parâmetros segundo a seguinte fórmula:

$$\mathbf{W}_1 \mathbf{P} \mathbf{W}_2 = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T \quad (3.33)$$

A escolha das matrizes de ponderação \mathbf{W}_1 e \mathbf{W}_2 é um fator que faz com que o método *SSI-DATA* apresente três variantes dentro do próprio método, essas variantes são:

- *PC – Principal Components*: Esta variante usa como uma das matrizes de ponderação a matriz identidade ($\mathbf{W}_1 = \mathbf{I}$) e a segunda é dada pela fórmula:

$$\mathbf{W}_2 = \mathbf{Y}_p^T (\mathbf{Y}_p \mathbf{Y}_p^T)^{-\frac{1}{2}} \mathbf{Y}_p \quad (3.34)$$

- *UPC – Unweighted Principal Componentes*: Variante mais genérica dentro do método e usa como matrizes de ponderação a matriz identidade ($\mathbf{W}_1 = \mathbf{I}$ e $\mathbf{W}_2 = \mathbf{I}$).
- *CVA – Canonical Variate Analysis*: Variante que considera os cossenos dos ângulos principais entre os dois subespaços da matriz de Hankel como os valores da primeira matriz de ponderação, de acordo com a equação 4.17, e a matriz identidade como a segunda matriz ($\mathbf{W}_2 = \mathbf{I}$).

$$\mathbf{W}_1 = (\mathbf{Y}_f \mathbf{Y}_f^T)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.35)$$

Após a decomposição da matriz de projeção \mathbf{P} usando as matrizes de ponderação definidas segundo as variantes do método, é determinada a ordem n do sistema de acordo com o posto da matriz de valores singulares \mathbf{S} e obtém-se duas matrizes \mathbf{U}_1 e \mathbf{S}_1 a partir da partição da *SVD* de \mathbf{P} segundo a seguinte fórmula:

$$\mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T = \mathbf{U}_1 \mathbf{U}_2 \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1^T \\ \mathbf{V}_2^T \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

A partir da matriz \mathbf{U}_1 , \mathbf{S}_1 e da matriz de ponderação \mathbf{W}_1 é definida a chamada matriz de observabilidade estendida \mathbf{O} de acordo com a equação:

$$\mathbf{O} = \mathbf{W}_1^{-1} \mathbf{U}_1 \mathbf{S}_1^{\frac{1}{2}} \quad (3.37)$$

A matriz \mathbf{O} é quem finalmente fornece as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{C} de caracterização física do sistema necessárias para a determinação dos parâmetros modais de dada estrutura. A matriz \mathbf{A} é definida em um contexto de mínimos quadrados como a multiplicação da pseudo inversa da matriz \mathbf{O} sem as n primeiras linhas pela própria matriz \mathbf{O} sem as n ultimas linhas, a matriz \mathbf{C} é a submatriz definida pelas n primeiras linhas de \mathbf{O} em que n é o número de canais da aquisição dos dados.

O cálculo dos parâmetros modais se dá a partir da extração de autovalores e autovetores da matriz \mathbf{A} representados respectivamente por μ_i e ψ_i . Até aqui os dados são trabalhados em tempo discreto uma vez que a medida das respostas se dá nesse tempo, para o cálculo dos parâmetros se faz necessário a transformação dos autovalores μ_i para tempo contínuo de acordo com a formula:

$$\lambda_i = \frac{\ln(\mu_i)}{\Delta t} \quad (3.38)$$

Em que Δt são os passos de tempo discreto e μ_i e λ_i são os autovalores, no tempo discreto e contínuo respectivamente, da matriz \mathbf{A} e chamados de polos da matriz. Esses polos são números complexos que aparecem na forma de pares conjugados. As frequências naturais ω_i são então dadas pelos módulos dos polos de \mathbf{A} , segundo a seguinte equação:

$$\omega_i = |\lambda_i| = \sqrt{\text{Im}(\lambda_i)^2 + \text{Re}(\lambda_i)^2} \quad (3.39)$$

As taxas de amortecimento ζ_i são também calculadas a partir do módulo dos polos de acordo com a fórmula:

$$\zeta_i = \frac{-\text{Re}(\lambda_i)}{|\lambda_i|} \quad (3.40)$$

Por último, as configurações modais de vibração são obtidas a partir da multiplicação da matriz **C** pelos autovetores ψ_i de acordo com a equação:

$$\phi_i = C\psi_i \quad (3.41)$$

É importante observar aqui que o número de modos identificados pelo método é o número de autovalores da matriz **A** que apresentem um par conjugado, ou seja, definida a ordem n do modelo, o número máximo de modos identificáveis é $n/2$ (CARDOSO, 2015), logo a ordem do modelo deve ser pelo menos duas vezes maior do que o número de modos que se deseja identificar.

No caso de estruturas civis aqui aparece um problema, uma vez que nesses casos não aparecem valores singulares nulos na matriz **S** e sim valores que tendem a 0, então a matriz tem posto completo, então ao invés de identificar a ordem segundo a matriz, uma ordem n é definida previamente usando critérios definidos para se considerar um valor nulo ou não.

Definir essa ordem aparece como uma tarefa difícil uma vez que nem sempre se sabe o número de modos que se deseja identificar, pelo contrário, essa resposta muitas vezes é a procurada na realização do teste. Além disso, como é admitida a hipóteses de que a solicitação abrange uma larga faixa de frequência, não é difícil que os polos do sistema representem o comportamento das próprias solicitações, de comportamento de origem numéricas ou de ruídos.

Para contornar tais inconvenientes e descartar modos de origem não física, uma solução foi a consideração dos coeficientes de amortecimento, que para estruturas civis são da ordem de no máximo 10%, desprezando-se então valores acima de tal limite (PEETERS; DE ROECK; ANDERSEN, 1999), no entanto essa técnica ainda é simples e pode ignorar modos não físicos que resultem em amortecimentos inferiores a 10%, por isso ainda no intuito de validar os resultados dos método paramétricos, foi desenvolvido o diagrama de estabilização.

Os diagramas de estabilização são gráficos que reúnem as frequências dos modos na abscissa e o número e a ordem do modelo na ordenada e reúne os resultados da identificação modal para várias ordens possíveis do modelo. O objetivo é comparar os resultados de diversas ordens próximas e definir se estes modos são instáveis ou não a partir de um limite pré-definido de desvio entre as

ordens. Neste método, assim como no método *EFDD* no domínio da frequência, é usado o critério da matriz *MAC* para a comparação dos modos de diferentes polos.

No diagrama a relação dos modos identificados com a ordem do modelo que o identificou é evidenciada por pontos que tem na abscissa a frequência do modo e na ordenada a ordem do modelo, assim para modos estáveis é possível observar uma linha vertical que tende a ser reta em modos estáveis e pontos dispersos para modos instáveis. É possível observar essa relação no exemplo da Figura 3.19.

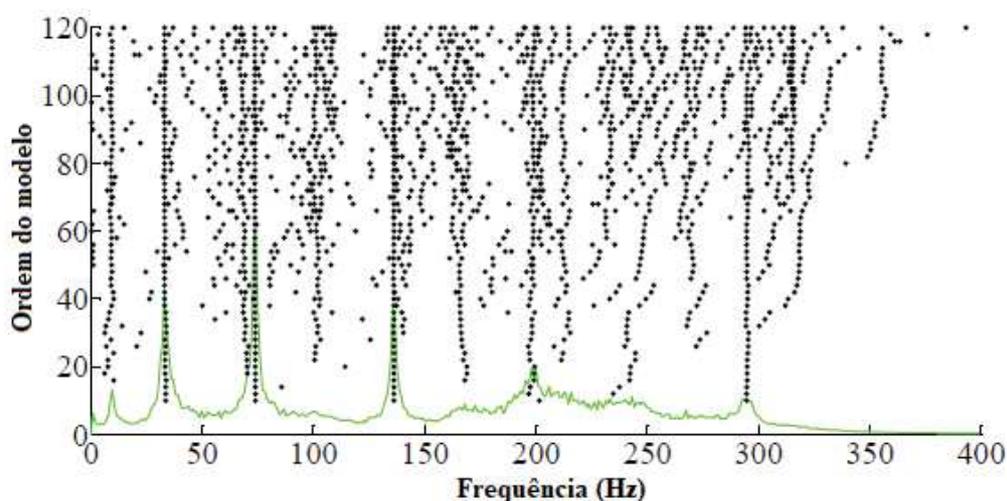


Figura 3.19. Exemplo de diagrama de estabilização gerado pelo método SSI. (CARDOSO, 2015)

É característico e notável dos diagramas de estabilização que os modos de vibração da estrutura conseguem se estabilizar logo para polos de baixa ordem, que modos pouco excitados podem estabilizar em polos de ordem elevada e que modos decorrentes de ruídos ou de comportamentos que não são decorrentes da estrutura sequer chegam a estabilizar o que torna a análise ainda mais confiável.

Os diagramas de estabilização por si só são úteis nas identificações de modos estáveis e instáveis, que é um importante passo na identificação modal, no entanto ainda fica uma lacuna a ser preenchida que é a possibilidade de identificação de modos que mesmo estáveis podem ser relacionados a ruídos ou quaisquer dados espúrios.

A solução desse problema passa por algoritmos chamados de algoritmos de mineração de dados, especificamente algoritmos de *clustering*. Os algoritmos de análise de *cluster* são ferramentas que agrupam dados baseados nas suas similaridades, de forma a agrupar os modos físicos e modos decorrentes de dados

espúrios. Magalhães (2010) e Cardoso (2015) fazem uma análise detalhada da execução da análise de *cluster*.

Além dos diagramas de estabilização, existem critérios de medidas de erro do modelo ajustado que também são ferramentas eficazes na definição da ordem adequada a ser considerada no modelo. Estes critérios usam o mesmo procedimento de comparação de resultados entre polos até um determinado limite de erro que atingindo um limite mínimo, o polo é considerado adequado para representação dos sistemas. (PEETERS, 2000)

Como foi citado anteriormente, o método *SSI* se mostra como uma ferramenta ainda mais precisa que os métodos no domínio da frequência por tratar diretamente as séries temporais de respostas e não estar suscetível a possíveis perdas decorrentes da transformação para o domínio da frequência pelo algoritmo *FFT*. Além disso, o método *SSI* tem como saída diretamente os parâmetros modais da estrutura, diferente dos métodos no domínio da frequência que fornecem funções de densidade espectral para a posterior escolha de picos de energia, escolha que pode ser mais uma fonte de erros e imprecisões.

4. ESTUDO DE CASO

4.1 Descrição da estrutura

O objeto do estudo de caso do presente trabalho é o prédio residencial apresentado na Figura 4.1, em fase de construção, localizado na cidade de Belém do Pará conforme localização apresentada na Figura 4.2. O edifício é limitado por construções térreas em ambos os lados e nos fundos, no perímetro circunscrito de 300 m a partir do terreno de construção do prédio, existem outras 15 edificações altas.



Figura 4.1. Prédio objeto do estudo de caso. (Autor)

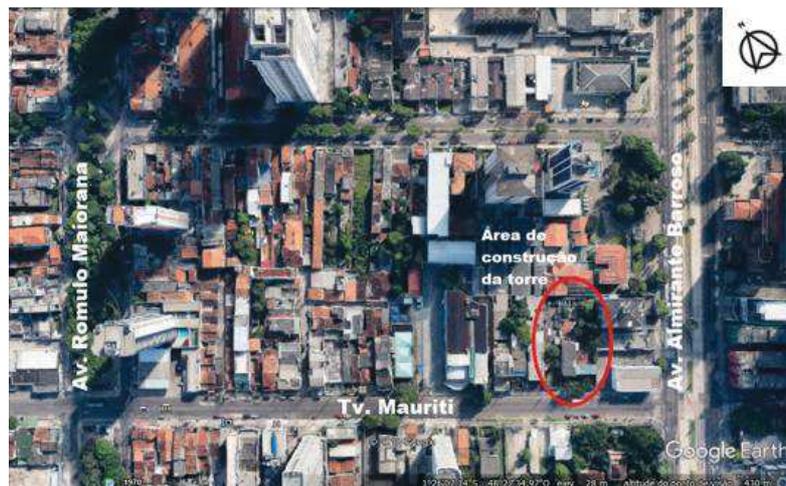


Figura 4.2. Localização do prédio objeto do estudo de caso. (Adaptado de GOOGLE, 2019)

O edifício está sendo construído com uma estrutura aporricada de concreto armado em uma área de 1704,13 m² (dimensões em planta de 30,90 m x 55,15 m), terá uma altura de 65,10 m a partir do nível do terreno e um subsolo. O prédio, como mostra a Figura 4.3, será composto por: Um subsolo, pavimento térreo, primeiro e segundo pavimento, os quais serão destinados a estacionamento; mezanino, que será destinada as áreas de lazer; treze pavimentos tipo que contarão com quatro apartamentos por pavimento; cobertura; caixa d'água e tampa. Todos os níveis tem 3,1 m de pé direito, com exceção do nível térreo que tem 2,8 m.

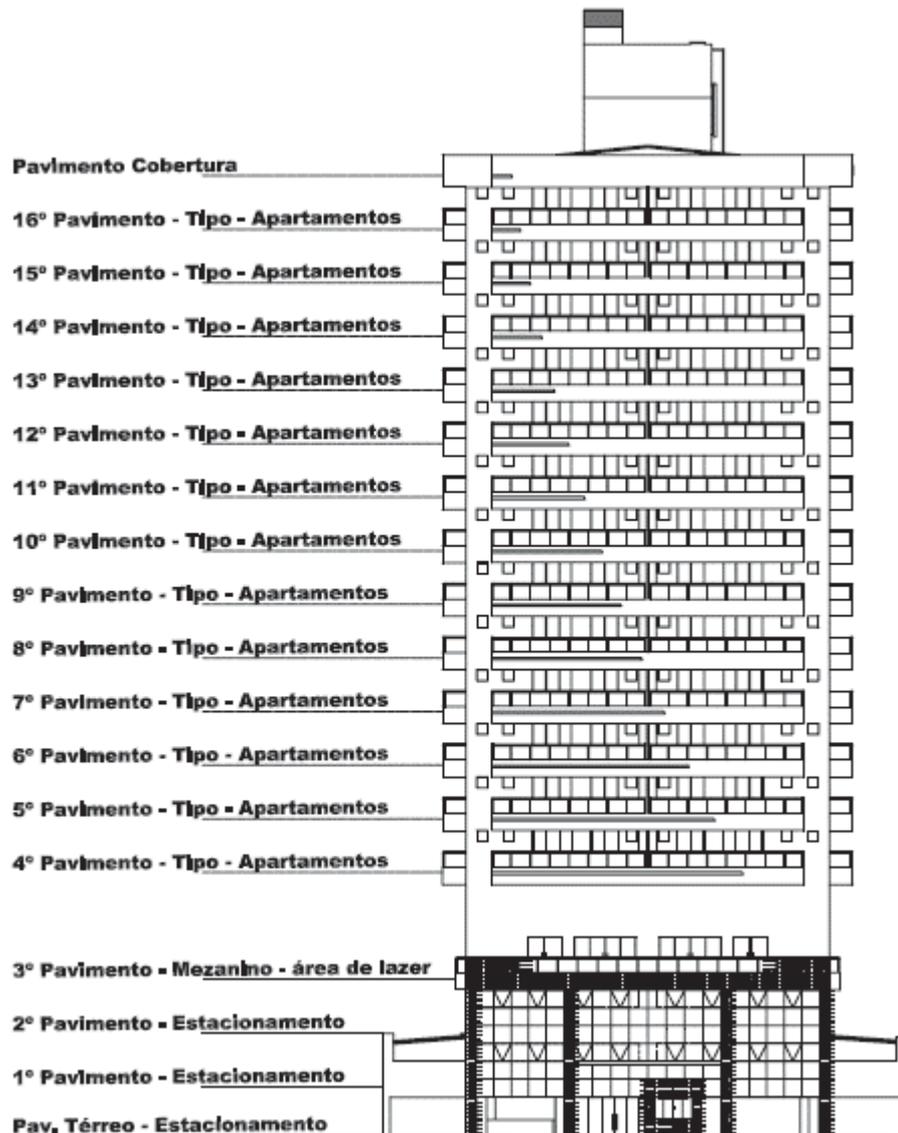


Figura 4.3. Projeto da fachada do edifício do estudo de caso (fornecida pelo projetista)

No subsolo, além das vagas de estacionamento, o edifício contará com duas cisternas. O pavimento térreo é composto por vagas de estacionamento e toda a estrutura de recepção do edifício, contando com portaria, zeladoria, vestiário, gerador e medidores. O primeiro e o segundo pavimento contam apenas com as vagas de garagem.

Todos os pavimentos nos quais haverá tráfego de veículos, são ligados por meio de rampas para a transição entre os níveis. O pavimento de cobertura contará com cobertura inclinada metálica na área em torno da caixa d'água e a estrutura desta contará com casa de maquinas, barriletes superior e de incêndio além do próprio reservatório. A Figura 4.4 e a Figura 4.5 mostram as plantas baixas do térreo e do pavimento tipo respectivamente.

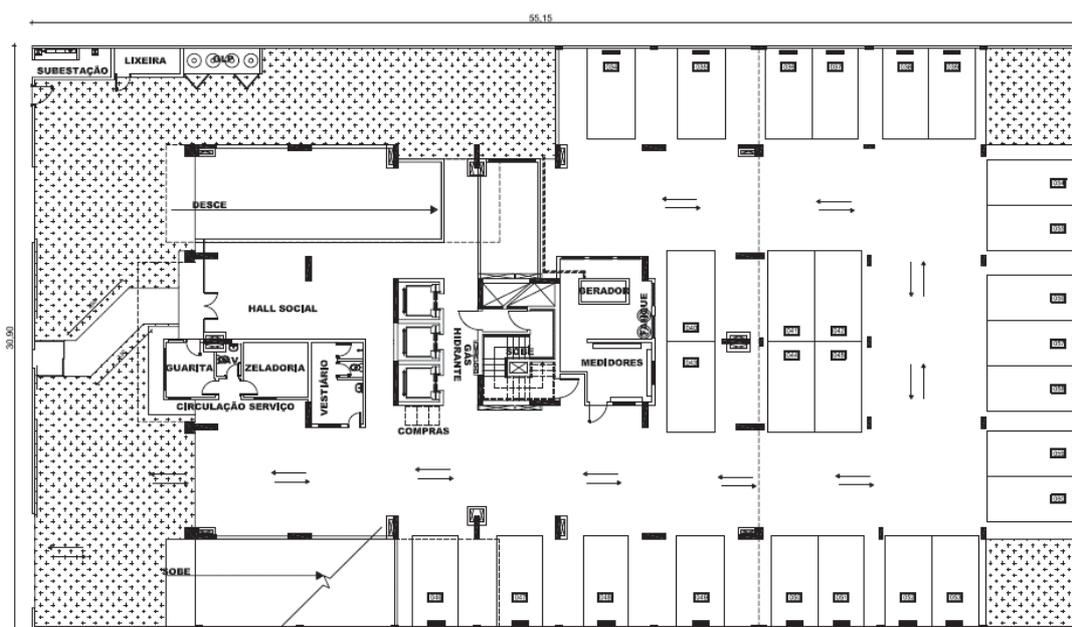


Figura 4.4. Planta baixa do pavimento térreo. (Fornecida pelo projetista)

Além da estrutura do edifício, o projeto contempla a construção de uma estrutura anexa com seu sistema estrutural totalmente independente do sistema do edifício que é liga a este por meio de juntas. Esse anexo portará vagas de garagem nos dois níveis de estacionamento e a parte de salão de festas, jogos e piscina do condomínio.

O sistema estrutural do edifício é composto pelos pórticos de concreto armado, lajes do tipo nervurada e um núcleo rígido central onde, em projeto, estão localizados os elevadores e escadas. Após o mezanino, a estrutura conta com um

pavimento de travamento composto por vigas com função de diminuir a esbeltez dos pilares e acrescentar rigidez a estrutura. O sistema estrutural descrito é responsável pela resistência tanto das solicitações verticais como as laterais além do próprio contraventamento estrutural.

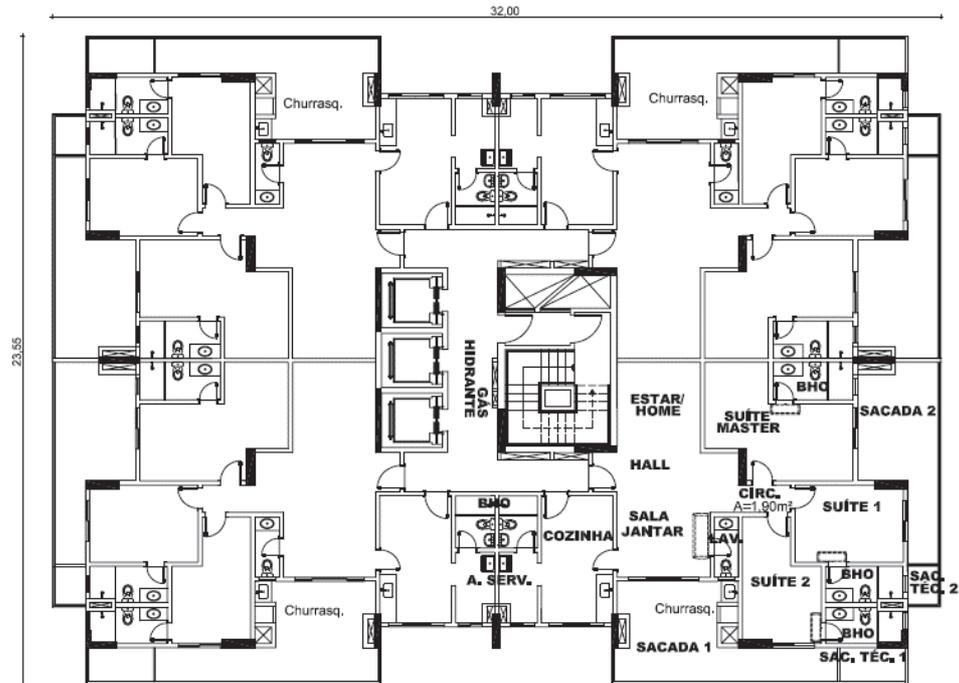


Figura 4.5. Planta baixa do pavimento tipo (fornecida pelo projetista)

As paredes internas e externas serão compostas por alvenaria de blocos de tijolo cerâmicos de oito furos (dimensões de 9 x 19 x 29 cm), e reboco com argamassa de cimento e areia. A resistência característica de projeto do concreto da superestrutura é de 35 MPa e as lajes são projetadas com 12 cm de espessura para cargas de revestimento de 1 kPa e sobrecarga de 2 kPa. A Figura 4.6 e a Figura 4.7 mostram as plantas de forma dos pavimentos térreo e tipo.

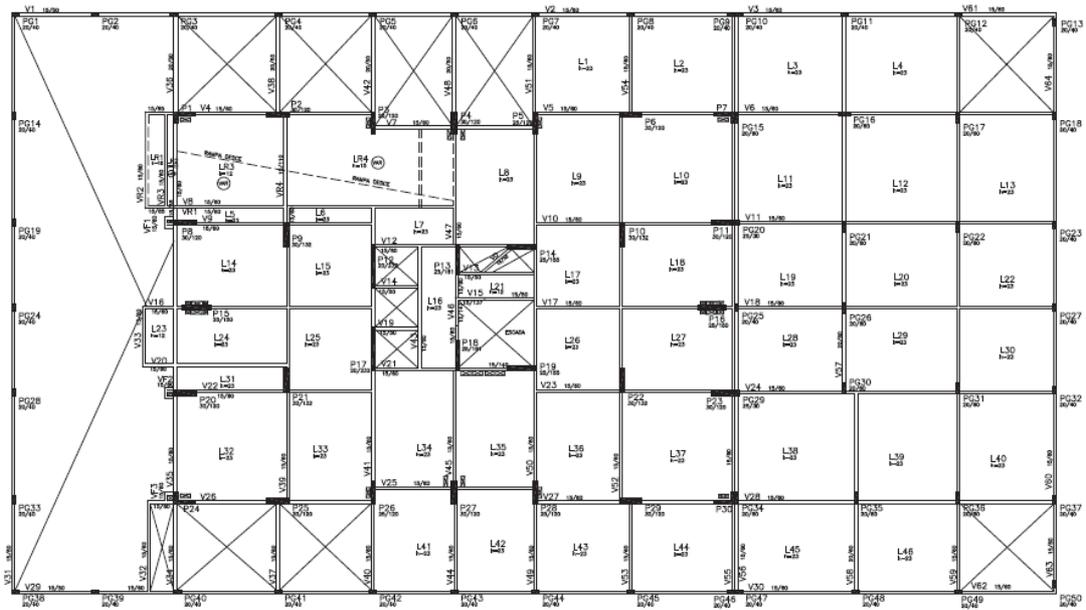


Figura 4.6. Planta de forma do pavimento térreo. (Fornecida pelo projetista)

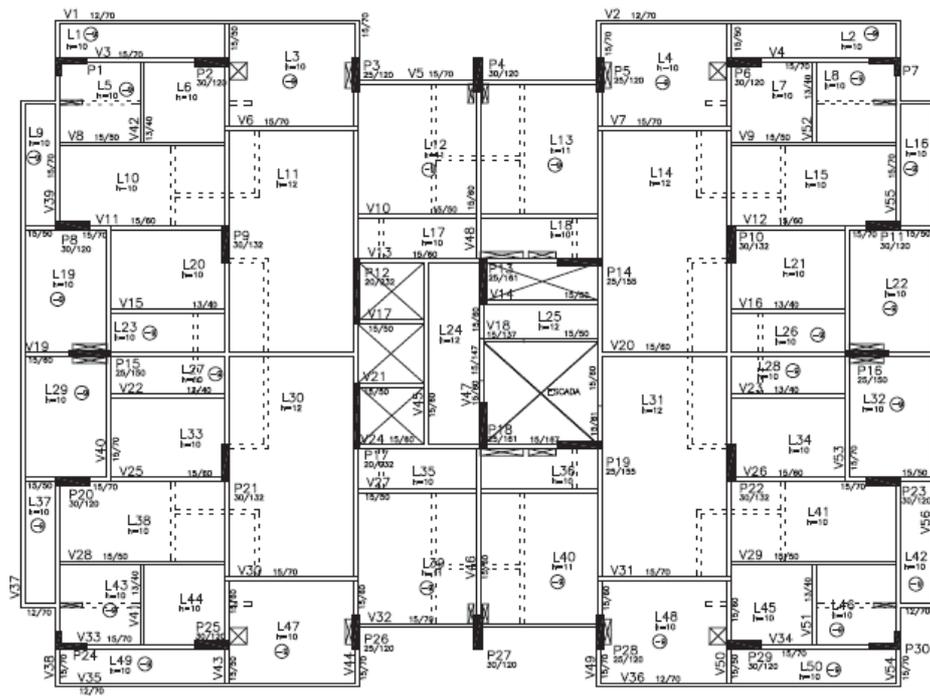


Figura 4.7. Planta de forma do pavimento tipo (fornecida pelo projetista).

4.2 Modelo numérico da estrutura

O modelo numérico da estrutura, feito em elementos finitos, tem o objetivo de prever o comportamento da estrutura na forma de deformações, esforços,

deslocamentos e tensões e identificar os seus parâmetros modais a partir das suas características físicas e geométricas.

Para o presente estudo, interessou o uso do modelo numérico na identificação do comportamento esperado da estrutura para obter referências na escolha dos pontos de instrumentação nas campanhas de medições e ter uma base de comparação dos resultados experimentais. A modelagem foi feita utilizando o software comercial SAP2000 (CSI, 2017) que é voltado principalmente para a análise estrutural de estruturas civis.

Nesta etapa foram elaborados dois modelos computacionais de acordo com as fases de construção do edifício nas quais foram feitas as campanhas de medições e baseados nas plantas de forma apresentadas anteriormente. O primeiro modelo é representado na Figura 4.8 e foi composto apenas pelo pórtico constituído pelos pilares e vigas da estrutura (sem considerar a estrutura da caixa d'água) além das lajes, escadas e rampas dos estacionamentos.

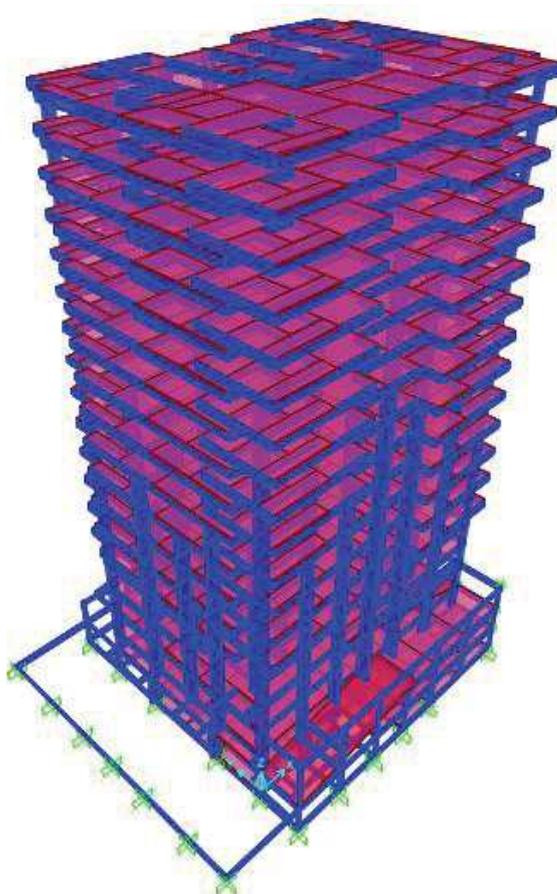


Figura 4.8. Primeiro modelo elaborado sem levar em consideração a alvenaria e a caixa d'água. (Autor)

No segundo modelo, representado pela Figura 4.9, foram considerados além dos mesmos elementos do primeiro modelo, a estrutura da caixa d'água e as alvenarias. As alvenarias consideradas no modelo são mostradas na Figura 4.10.

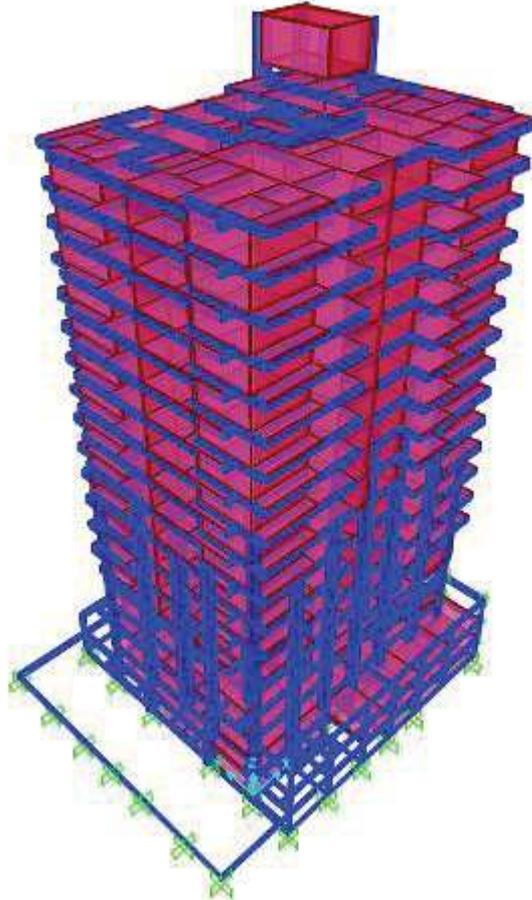


Figura 4.9. Segundo modelo, que levou em consideração as alvenarias e a caixa d'água. (Autor)

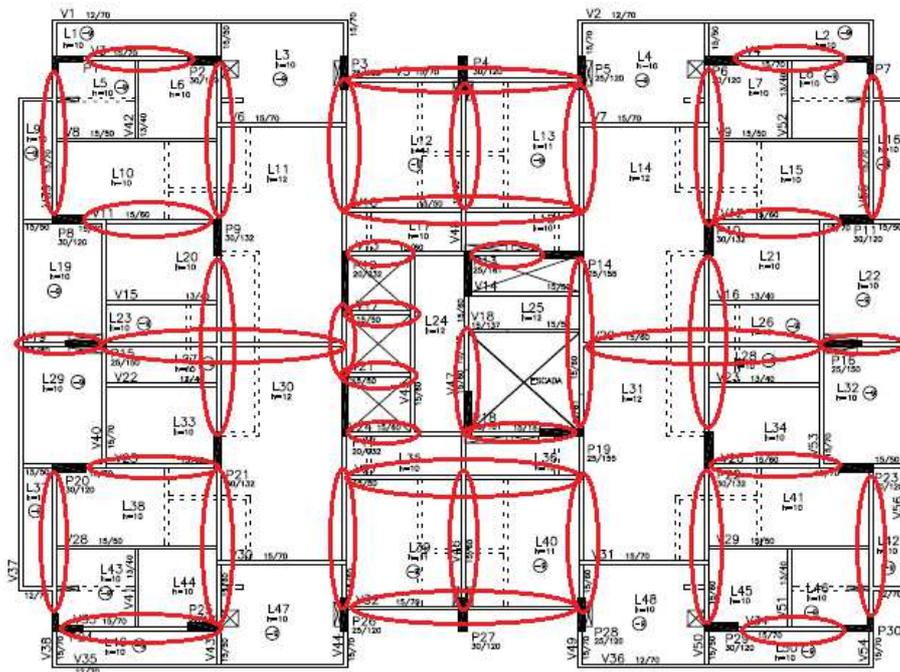


Figura 4.10. Planta de forma com a indicação das paredes consideradas no modelo com as alvenarias. (Autor)

Os modelos foram elaborados a partir das plantas de forma dos diversos pavimentos do edifício. Na modelagem, foram usados elementos de barra (*frame*) para pilares e vigas e elementos de casca (*shell*) para lajes, escadas, rampas, fundo, paredes e tampa da caixa d'água e alvenarias conforme apresenta a Tabela 4.1. Ambos os modelos foram perfeitamente engastados na base e considerou-se que as juntas de ligação com a estrutura anexa funcionam como restrições do movimento da estrutura na horizontal, no sentido que vai da frente ao fundo da edificação de forma que a modelagem numérica representa mais realisticamente a estrutura real.

Tabela 4.1. Elementos usados no modelo numérico. (Autor)

Elemento	Tipo de elemento	Dimensões	Material atribuído
Pilares	Frame	De acordo com a planta de forma	Concreto C35 (armado)
Vigas	Frame	De acordo com a planta de forma	Concreto C35 (armado)
Lajes	Shell-thin	De acordo com a planta de forma	Concreto C35
Escadas	Shell-thin	Espessuras de 15 cm	Concreto C35
Rampas	Shell-thin	Espessuras de 15 cm	Concreto C35
Fundo da caixa d'água	Shell-thin	Espessuras de 15 cm	Concreto C35
Paredes da caixa d'água	Shell-thin	Espessuras de 15 cm	Concreto C35
Tampa da caixa d'água	Shell-thin	Espessuras de 10 cm	Concreto C35
Alvenarias	Shell-thick	Espessuras de 15 cm	Alvenaria

Em todo o modelo foram definidos quatro tipos de materiais diferentes, sendo eles: Concreto com f_{ck} de 35 MPa; Aço CA50; Aço CA60 e Alvenaria.

À resistência característica do concreto foi atribuída a sua resistência de projeto, ao peso específico foi atribuído um valor encontrado de forma geral na literatura, o módulo de elasticidade foi calculado a partir do f_{ck} como recomenda a NBR 6118 (ABNT, 2014) através da equação 4.1 e ao coeficiente de Poisson foi atribuído o valor recomendado pela mesma norma.

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (4.1)$$

Onde E_{ci} é o módulo de elasticidade e o α_E é um coeficiente que varia de acordo com o material predominante nos agregados graúdos, neste estudo foi usado o valor de 0,9 que o valor recomendado para agregados com predomínio de calcário. Às barras de aço CA50 e CA60 foram atribuídos valores de resistência, peso específico e módulo de elasticidade valores fornecidos pelas principais fabricantes de barras de aço do Brasil.

Quanto a modelagem da alvenaria, Lourenço (1996) propõe três formas diferentes de se proceder que são bem aceitas pela comunidade acadêmica. As três

metodologias propostas pelo autor levam em consideração que a alvenaria é um material heterogêneo composto por diferentes materiais e entra elas, optou-se pela macromodelagem que é a representação da alvenaria como um único elemento contínuo que combina as características dos materiais que a compõe.

Essa forma de modelar é a metodologia mais simples entre as apresentadas e atende muito bem o objetivo o qual o modelo numérico se propõe, sendo usado para tal elementos de casca. As propriedades físicas atribuídas para a alvenaria foram obtidas em Do Nascimento (2015) (ver também Sabia (2016)) que também modelou alvenaria em seu estudo e coletou as características obtidas experimentalmente para tal material na literatura.

As propriedades físicas atribuídas a cada material são mostradas na Tabela 4.2.

Tabela 4.2. Propriedades físicas dos materiais usados no modelo numérico. (Autor)

Propriedades físicas dos materiais				
Material	Peso específico (Kg/m ³)	Módulo de elasticidade (Gpa)	Coefficiente de Poisson	Resistência (Mpa)
Concreto C35	2550	30	0,2	35
Aço CA50	7860	210	0,3	500
Aço CA60	7860	210	0,3	600
Alvenaria	1733	5,3	0,15	-

4.3 Procedimento experimental

O procedimento experimental do presente estudo foi dividido em duas campanhas de medições realizadas no dia 29/05/2018, momento em que estrutura contava com os pilares, vigas e lajes executados, e no dia 20/12/2018, momento em que o edifício contava com toda a alvenaria e a caixa d'água executadas além dos elementos que já estavam executados na primeira medição.

As campanhas de medições tiveram como objetivo registrar o comportamento dinâmico do edifício em estudo, através de dados de aceleração de determinados pontos selecionados a partir dos modelos numéricos elaborados previamente, nos dois momentos da sua construção citados anteriormente.

Os equipamentos usados nas séries de medições são listados a seguir:

- Três acelerômetros do tipo servo-acelerômetro, triaxiais, modelo AC-73 da marca *GeoSig*, com cabos, com faixa de amplitude de $\pm 2g$, sensibilidade de 2,5 volt/g e faixa de frequência que de CC até 200 Hz (Figura 4.11).

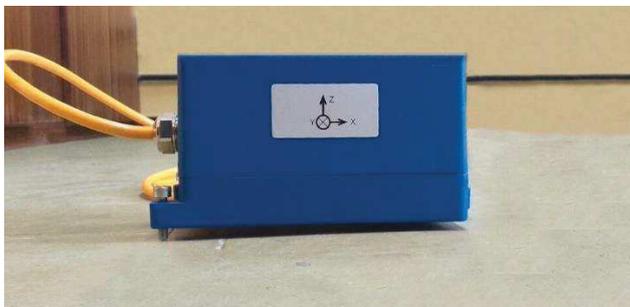


Figura 4.11. Acelerômetro usado nas campanhas de medições. (Autor)

- Três aquisitores de dados de modelo GMS plus da marca GeoSIG (Figura 4.12).



Figura 4.12. Aquisitor de dados usado nas campanhas de medições. (Autor)

- Três cartões de memória do tipo SD para armazenamento das séries de medições, inseridos no sistema de aquisição de dados.
- Três antenas GPS com cabos, ligadas a satélites, para sincronia entre os acelerômetros durante as medições bem como registro dos horários nos cartões de memória.
- Um computador portátil para configuração do sistema de aquisição, contando com os programas *GeoDAS* (GEOSIG, 2002)
- Um cabo de rede que liga o sistema de aquisição de dados ao computador para a sua configuração.

Na realização das campanhas de medições estiveram disponíveis três conjuntos de equipamentos, como mostra a Figura 4.13, que neste estudo são

designadas como estações de aquisição de dados 1, 2 e 3 compostas por um acelerômetro, um aquisitor de dados e uma antena GPS.



Figura 4.13. Estação de aquisição de dados. (Autor)

4.4 Execução das campanhas de medições

Antes da execução das campanhas de medições se fez um planejamento das mesmas no intuito de prever possíveis falhas, otimizar a execução e garantir que as medições identificassem os principais modos de vibração observado nos modelos numéricos. O planejamento se deu a partir das características do edifício, dos modelos numéricos e da quantidade de estações de aquisição de dados disponíveis para as campanhas de medições de modo a determinar os pontos do edifício que seriam ensaiados durante as campanhas.

Nas datas das medições estavam disponíveis três estações de aquisição de dados, possibilitando que fossem instrumentados três pontos do edifício por medição. Diante dessa limitação e considerando os fatores citados anteriormente, elaborou-se o arranjo de estações mostrado na Figura 4.14.

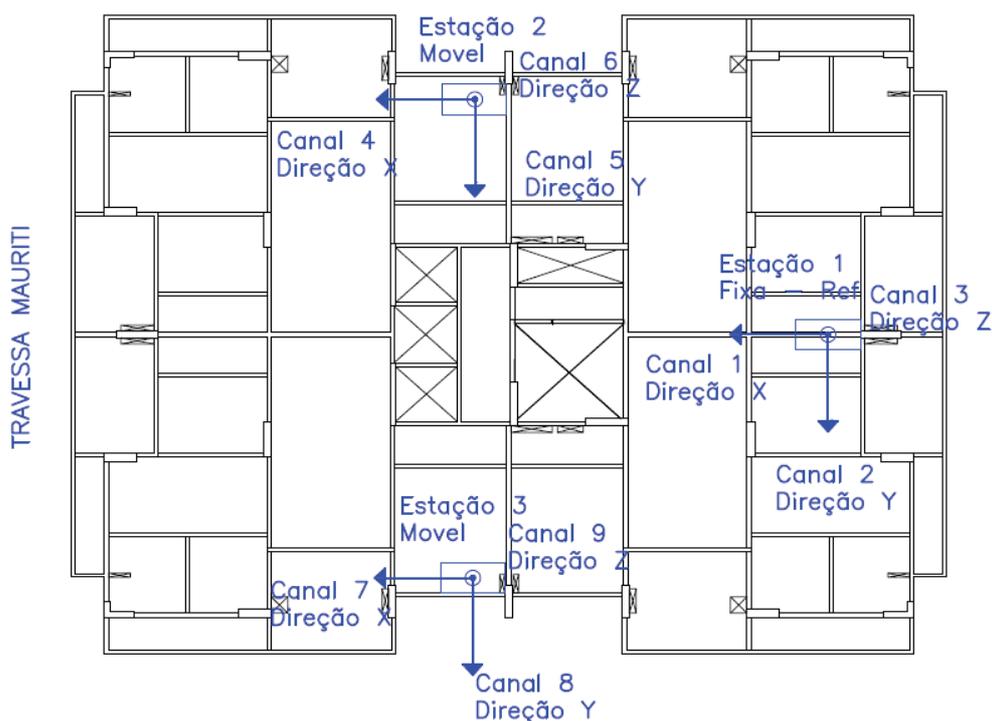


Figura 4.14. Arranjo das estações de aquisição de dados ao longo das campanhas de medições. (Autor)

Cada campanha foi composta por quatro medições que se davam em um intervalo de quatro pavimentos a partir do pavimento de cobertura de forma que ocorreram nos pavimentos 5, 9 e 13 além do próprio pavimento de cobertura. Cada medição teve a duração de dez minutos e um intervalo de quinze minutos entre duas medições consecutivos para o transporte das estações entre os pavimentos. A Tabela 4.3 mostra a posição das estações ao longo das campanhas de medições.

Tabela 4.3. Posição das estações durante as campanhas de medições. (Autor)

Medição	Início (min)	Fim (min)	Posição das estações		
			Estação 1 (Fixa)	Estação 2	Estação 3
1	0	10	Cobertura	Cobertura	Cobertura
2	25	35	Cobertura	13° Pavimento	13° Pavimento
3	50	60	Cobertura	9° Pavimento	9° Pavimento
4	75	85	Cobertura	5° Pavimento	5° Pavimento

Durante as campanhas de medições uma das estações permaneceu fixa para servir de referência para as demais que mudavam de pavimento ao longo da campanha, ocupando no pavimento seguinte a mesma posição que ocupou no

pavimento anterior. A estação de referência é importante para a correlação de todos os demais dados adquiridos entre si na execução da análise modal.

Antes do início das campanhas, as estações foram configuradas através do computador portátil pelo programa *GeoDas* (GEOSIG, 2002), em que se definiu o horário de início da primeira medição e o intervalo entre cada medição seguinte. Após realizar as configurações necessárias, as estações foram levadas até os locais planejados para o início das medições.

Alguns cuidados foram necessários durante as campanhas. Observou-se as estações durante todo o processo de aquisição de dados a fim de verificar que as mesmas estavam funcionando corretamente durante o tempo necessário através das luzes leds indicativas presentes no aquisitor de dados, além de evitar acidentes e possíveis interferências por parte dos operários nas estações, visto que as séries foram realizadas em um dia comum de produção no canteiro.

Cada medição gerou um *setup*, que é o conjunto dos dados adquiridos por cada uma das estações durante as medições, e estes são gravados no cartão de memória conectado ao aquisitor de dados. Estes conjuntos de dados consistem no sinal gerado pelos acelerômetros contendo os dados de aceleração dos pontos ensaiados e que posteriormente foram alimentados ao programa *Artemis Modal* (SVIBS, 2015) para a realização da análise modal.

As duas campanhas de medições tiveram intervalo aproximado de seis meses, tempo que foi necessário para a execução completa da alvenaria da edificação. Em ambas as campanhas aplicou-se rigorosamente o procedimento descrito anteriormente e alguns pontos de medição durante as campanhas são mostrados na Figura 4.15 e na Figura 4.16.



Figura 4.15. Estações 1 e 2 no pavimento de cobertura durante a segunda campanha de medições. (Autor)



Figura 4.16. Estações 2 e 3 no 9º pavimento durante a segunda campanha de medições. (Autor)

4.5 Processamento dos dados

O processamento dos resultados aferidos nas campanhas de medição foi iniciado pela obtenção dos *setups*, que foram gravados no cartão de memória pelo aquisitor de dados. Os sistemas de aquisição registram os sinais em séries

temporais de aceleração dos pontos medidos, em múltiplos da aceleração da gravidade, g , na forma de matriz, no cartão de memória em um formato .MSD.

Para a leitura dos sinais em tal formato foi usado o programa GeoDAS (GEOSIG, 2002), também da GeoSIG (o mesmo programa usado para a configuração das estações). O próprio programa converte os sinais em arquivo do tipo .TXT, o qual é compatível com o programa *Artemis Modal* (SVIBS, 2015), que foi utilizado no processamento dos dados.

Ao alimentar o programa com os arquivos do tipo .TXT, as séries temporais de aceleração são apresentadas em formas gráficas, como por exemplo as séries dos três canais do acelerômetro de referência do primeiro *setup* na primeira campanha de medições apresentadas na Figura 4.17, forma na qual a informação se torna mais clara. Porém ainda não é possível extrair conclusões ou mesmo informações acerca dos parâmetros modais do edifício.

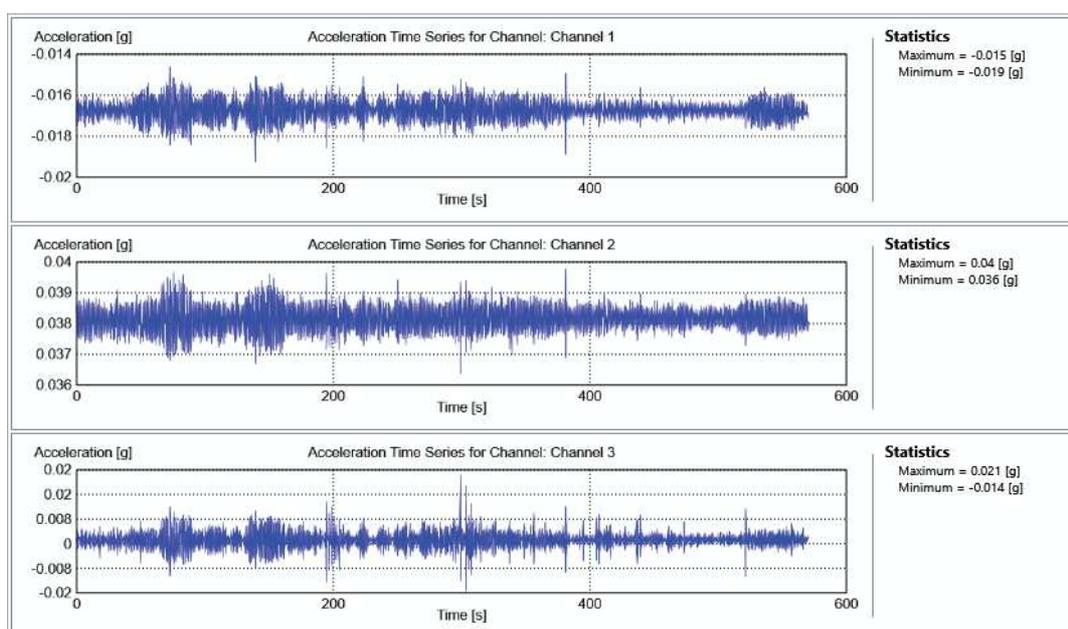


Figura 4.17. Séries temporais dos três canais do acelerômetro de referência no *setup* do 17º andar na primeira campanha de medições. (Autor)

Os dados das campanhas foram alimentados ao programa *Artemis Modal* (SVIBS, 2015). Os sinais amostrados nas medições tiveram uma frequência de amostragem de 100 Hz, o que significa uma frequência de Nyquist de 50 Hz, resultando em 60000 medidas de aceleração (600s).

O edifício estudo de caso foi representado a partir da elaboração de dois modelos espaciais geométricos simples, mostrados na Figura 4.18, correspondentes

as estruturas com e sem alvenaria, compostos por nós, barras e superfícies com as coordenadas dos nós coincidentes com os pontos de ligações entre determinadas peças da forma do edifício e também com os pontos em que foram localizados os acelerômetros durante as campanhas de medições.

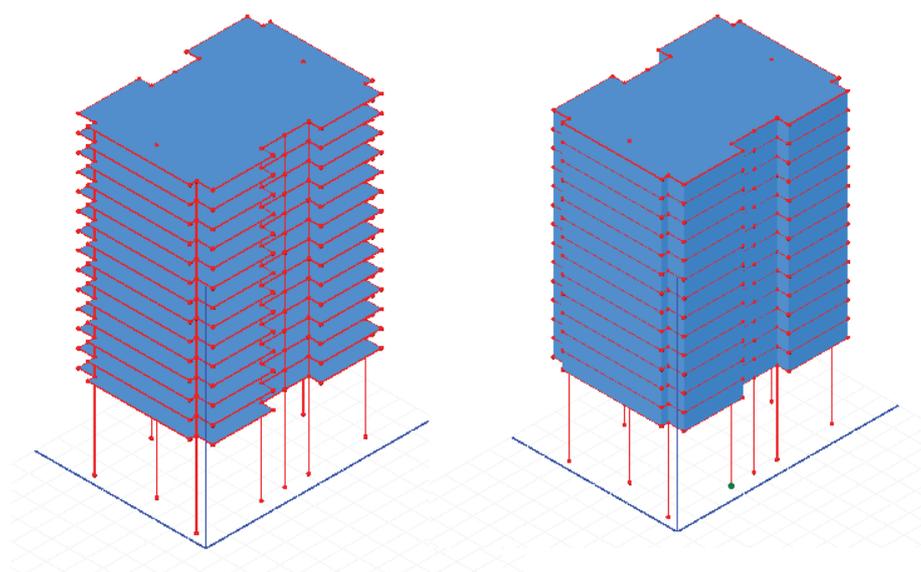


Figura 4.18. Geometrias elaboradas no *Artemis*: Sem alvenaria (esquerda) e com alvenaria (direita). (Autor)

A extração do modelo modal inicia com o processamento dos dados dentro do próprio programa com o intuito de melhorar a qualidade dos sinais e aumentar a precisão dentro da faixa de frequência de interesse, que no caso desse estudo foi de 0 a 5 Hz, de acordo com os resultados aferidos no modelo numérico.

O processamento utilizado é semelhante aos feitos por Ren e Zong (2004) e Rodrigues (2004) e foi composto pela remoção de médias de tendências lineares no sinal, pela decimação do sinal em 10 vezes com a finalidade de reduzir a faixa de frequência das funções de densidade espectral de 0 - 50 Hz (frequência de Nyquist) para 0 – 5 Hz (faixa de interesse) e filtragem do tipo passa baixo com frequência de corte em 5 Hz.

Determinados os parâmetros, foi feito o processamento no software resultando nos gráficos de espectro dos valores singulares das matrizes de funções de densidade espectral para todos os *setups* de cada campanha de medições bem como os espectros médios normalizados.

Neste estudo optou-se por usar o método *EFDD* no domínio da frequência e o método *SSI-UPC* no domínio do tempo para a identificação dos quatro primeiros modos de vibração da estrutura, entendendo que estes são os modos predominantes na estrutura e suficientes para comparar o comportamento dinâmico nas duas campanhas de medições.

No final os modos foram analisados segundo o critério *MAC* para verificar a correlação entre os métodos e entre as fases de medição a fim de verificar a qualidade dos resultados e as diferenças de comportamento nas duas fases.

4.6 Resultados e discussões

4.6.1 Modelos numéricos

A Tabela 4.4 apresenta os valores das frequências naturais e os modos de vibração obtidos na análise numérica de ambos os modelos elaborados. Os modos apresentados na tabela são representados da Figura 4.19 até a Figura 4.26.

Tabela 4.4. Resultados da análise modal pelos modelos numéricos. (Autor)

Modelos numéricos				
Nº do modo	Primeiro modelo		Segundo modelo	
	Frequência f (Hz)	Tipo do modo	Frequência f (Hz)	Tipo do modo
1º	0,462	1º modo de flexão XX'	0,803	1º modo de flexão XX'
2º	0,485	1º modo de flexão YY'	0,847	1º modo de flexão YY'
3º	0,507	1º modo de torção	0,916	1º modo de torção
4º	1,529	2º modo de flexão XX'	2,801	2º modo de flexão XX'

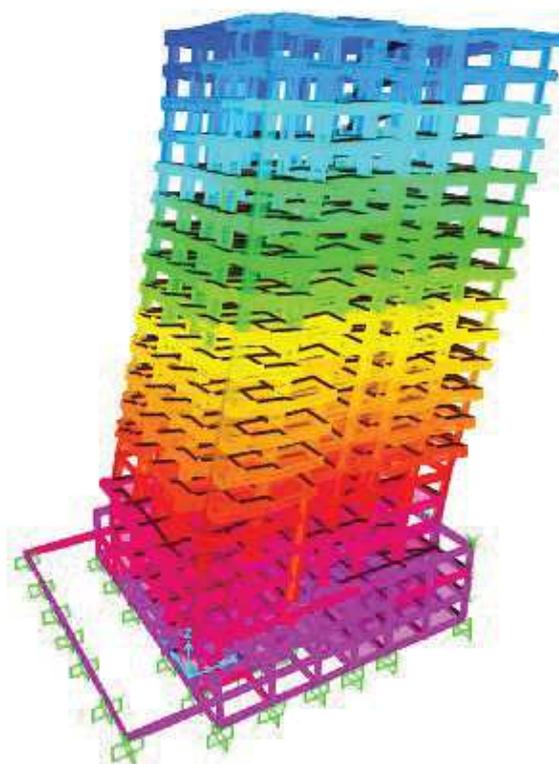


Figura 4.19. Primeiro modo de vibração do primeiro modelo numérico ($f = 0,462$ Hz).
(Autor)

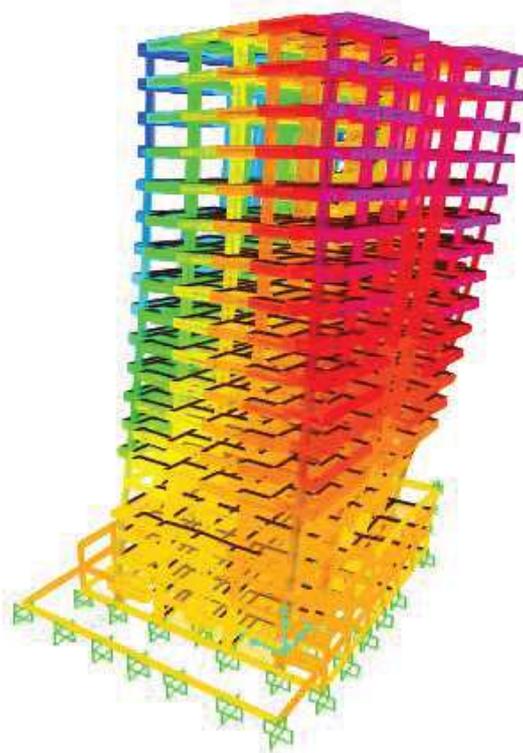


Figura 4.20. Segundo modo de vibração do primeiro modelo numérico ($f = 0,485$ Hz).
(Autor)

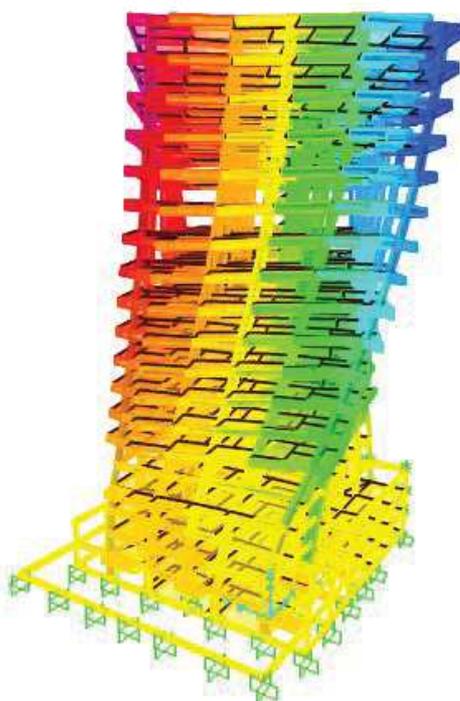


Figura 4.21. Terceiro modo de vibração do primeiro modelo numérico ($f = 0,507$ Hz).
(Autor)

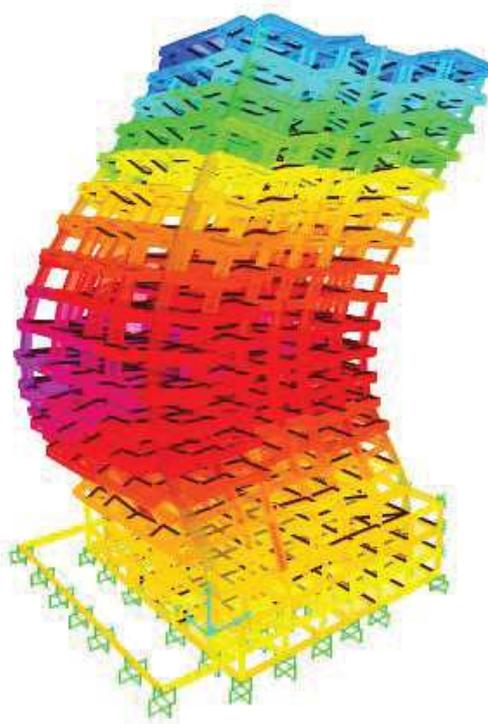


Figura 4.22. Quarto modo de vibração do primeiro modelo numérico ($f = 1,529$ Hz).
(Autor)

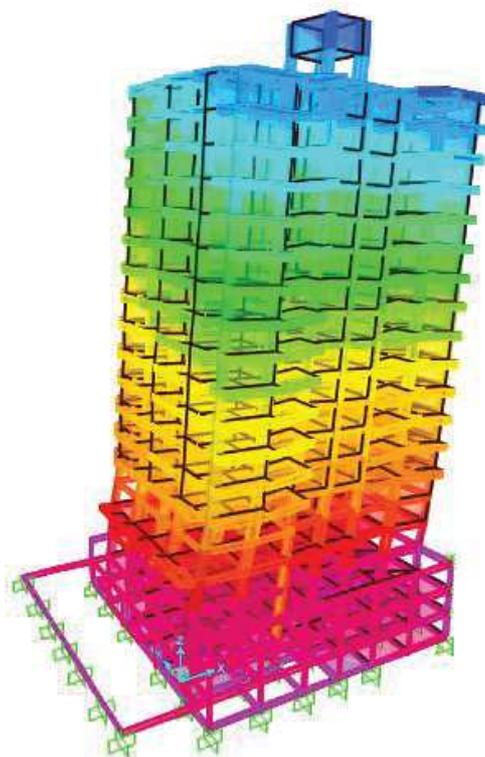


Figura 4.23. Primeiro modo de vibração do segundo modelo numérico ($f = 0,803$ Hz).
(Autor)

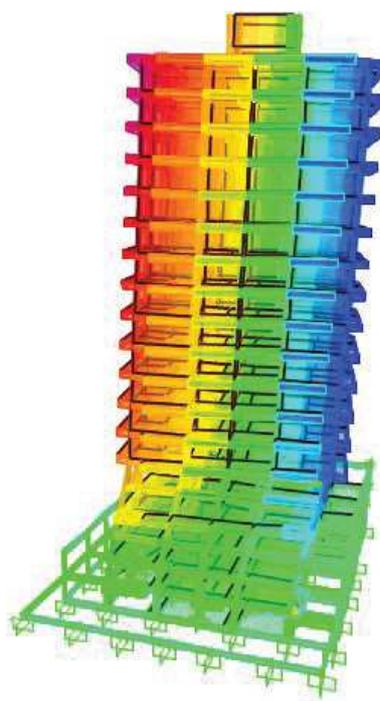


Figura 4.24. Segundo modo de vibração do segundo modelo numérico ($f = 0,847$ Hz).
(Autor)

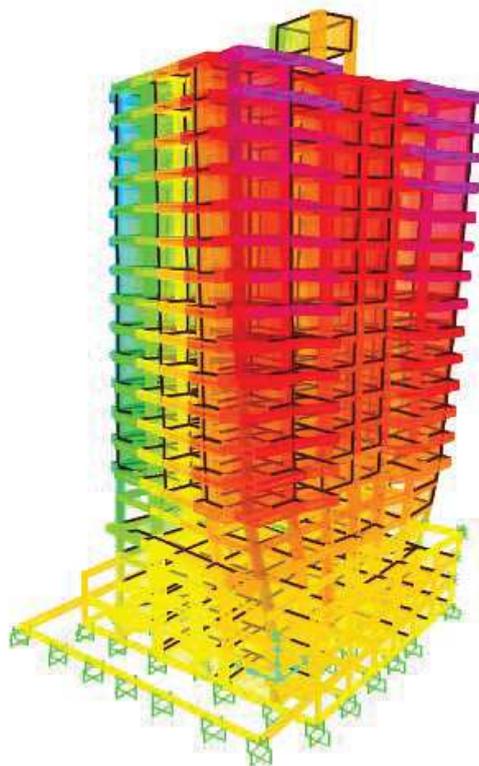


Figura 4.25. Terceiro modo de vibração do segundo modelo numérico ($f = 0,916$ Hz).
(Autor)

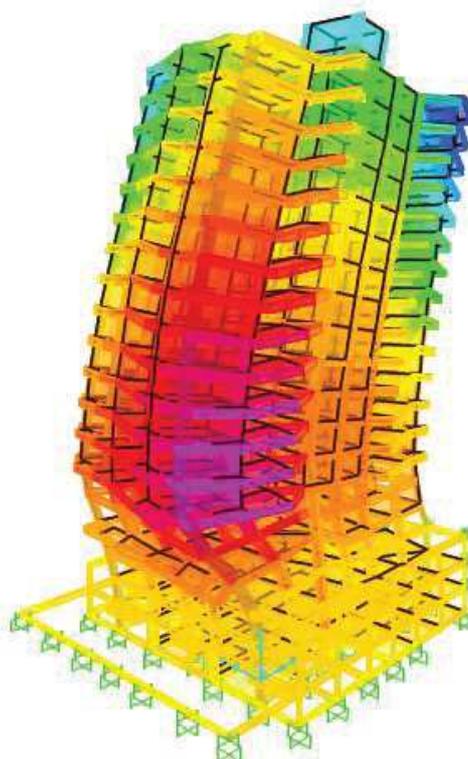


Figura 4.26. Quarto modo de vibração do segundo modelo numérico ($f = 2,801$ Hz).
(Autor)

Os resultados obtidos através dos modelos numéricos serviram de referência para o planejamento das campanhas de medições na estrutura, no sentido de se obter uma faixa de frequência esperada bem como os modos a serem levados em consideração no processo de escolha dos pontos a serem ensaiados na estrutura.

O modelo que levou em consideração a alvenaria apresentou diferenças significativas nos valores das frequências naturais, mas não nas formas dos modos, logo esperava-se que os deslocamentos na estrutura fossem semelhantes em ambas as campanhas de medições, favorecendo o uso da mesma configuração das estações, apresentada anteriormente, nas duas campanhas.

4.6.2 Modelo modal da primeira campanha de medições

A Figura 4.27 e a Figura 4.28 mostram respectivamente o gráfico do espectro médio normalizado dos valores singulares de todos os *setups* da primeira campanha de medições, no qual os picos de ressonância foram selecionados manualmente para a identificação dos modos segundo o método *EFDD* e o diagrama da estabilização resultante da aplicação do método *SSI-UPC*.

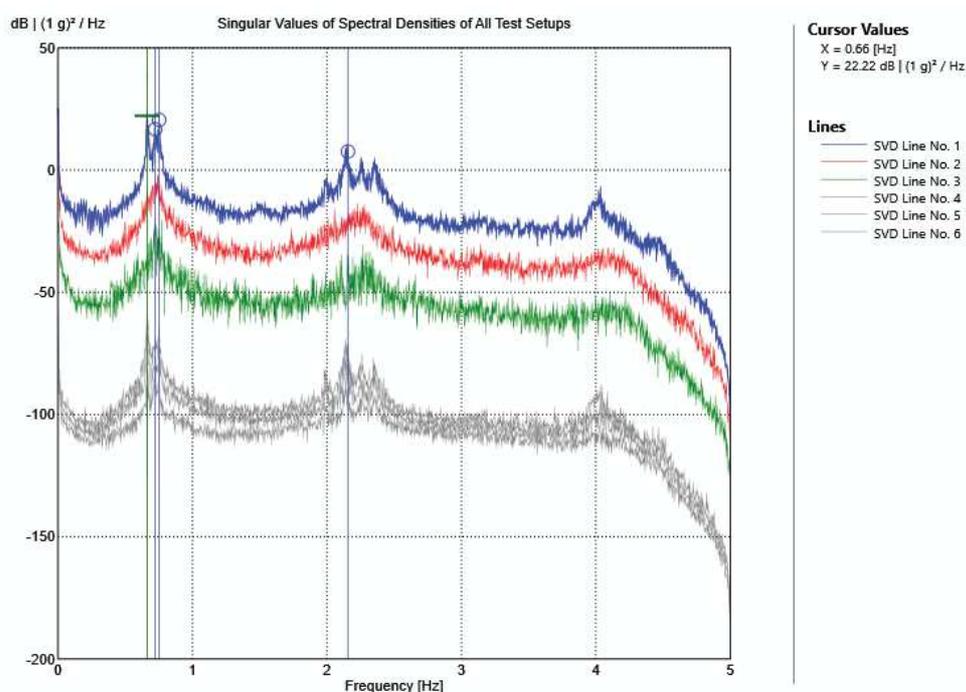


Figura 4.27. Espectro dos valores singulares segundo o método *EFDD* para a primeira campanha de medições. (Autor)

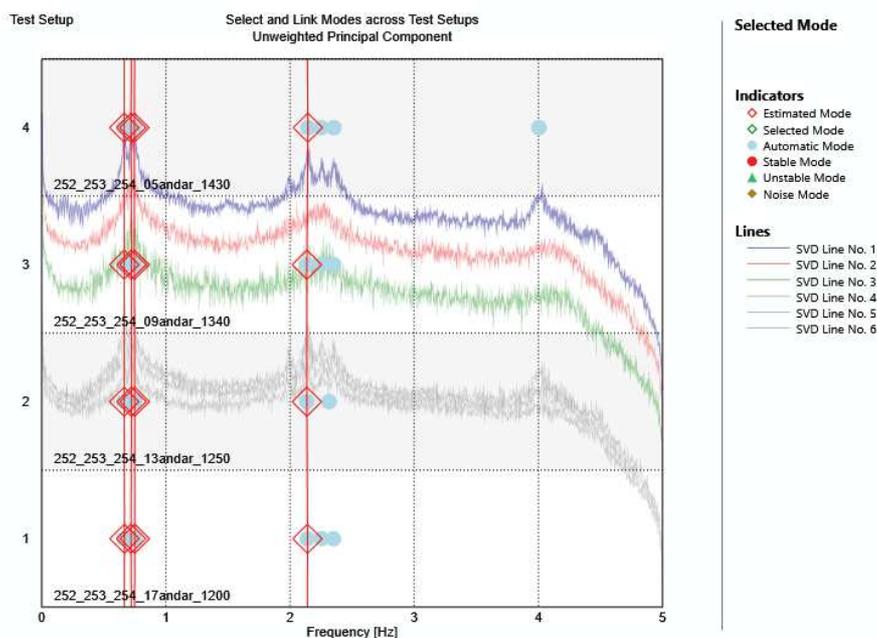


Figura 4.28. Diagrama de estabilização resultante da aplicação do método SSI-UPC para a primeira campanha de medições. (Autor)

Os valores das frequências naturais f e coeficientes de amortecimento ζ_i dos modos identificados são apresentados na Tabela 4.5 bem como as suas respectivas formas.

Tabela 4.5. Valores das frequências naturais e coeficiente de amortecimento para a primeira campanha de ensaios segundo os métodos utilizados. (Autor)

Nº do modo	Método EFDD			Método SSI-UPC		
	Frequência f (Hz)	Amort. ζ_i (%)	Forma	Frequência f (Hz)	Amort. ζ_i (%)	Forma
1º	0,663	0,359	1º modo de flexão XX'	0,665	0,416	1º modo de flexão XX'
2º	0,723	0	1º modo de flexão YY'	0,721	0,565	1º modo de flexão YY'
3º	0,751	0,356	1º modo de torção	0,748	0,756	1º modo de torção
4º	2,156	0	2º modo de flexão XX'	2,138	0,702	2º modo de flexão XX'

Os valores das frequências naturais ficaram dentro da faixa de frequência esperada de acordo com análise numérica, no entanto com valores significativamente superiores, variação que é considerada normal uma vez que a tendência é os modelos experimentais se apresentarem mais rígidos pois estes

representam o comportamento real da estrutura e também pelo fato de que não foi feito o ajuste do modelo numérico por não ser esse o objetivo do presente estudo.

A variação dos resultados de frequência entre os métodos ficou em torno de $\pm 0,2\%$, tendo o método *SSI* como referência, considerado um valor aceitável e que evidencia precisão na identificação modal.

Quanto aos coeficientes de amortecimento, o método *EFDD* não identificou valores para o segundo e para o quarto modo, atribuindo assim o valor 0, e os demais resultados obtidos tiveram grandes disparidades entre os métodos, comportamento considerado normal e de acordo com a literatura encontrada, explicado pela necessidade solicitações mais intensas para uma identificação mais precisa desses coeficientes (COMPAN; PACHÓN; CÁMARA, 2017).

Os modos de vibração são representados graficamente, através da deformada do modelo espacial geométrico definido anteriormente, da Figura 4.29 até a Figura 4.32 e são avaliados segundo o critério da matriz *MAC*, apresentada na Tabela 4.6.

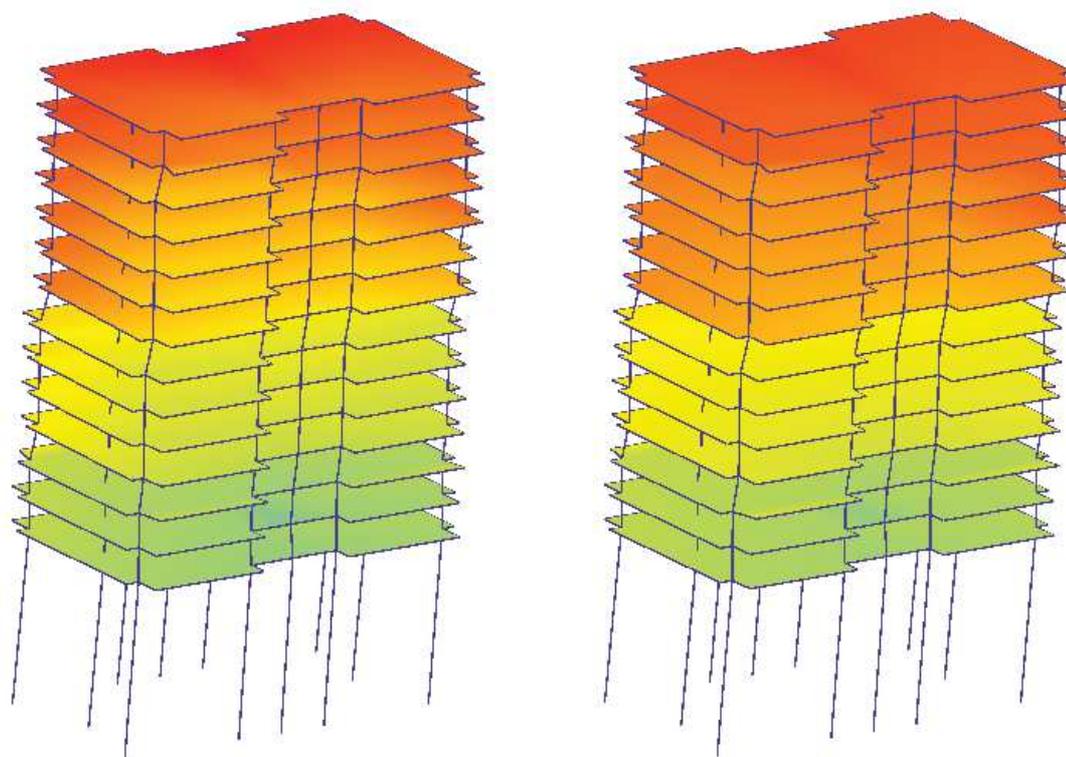


Figura 4.29. Primeiro modo de vibração da estrutura sem alvenaria segundo o método *EFDD* ($f = 0,663$ Hz), a esquerda, e segundo o método *SSI* ($f = 0,665$ Hz), a direita. (Autor)

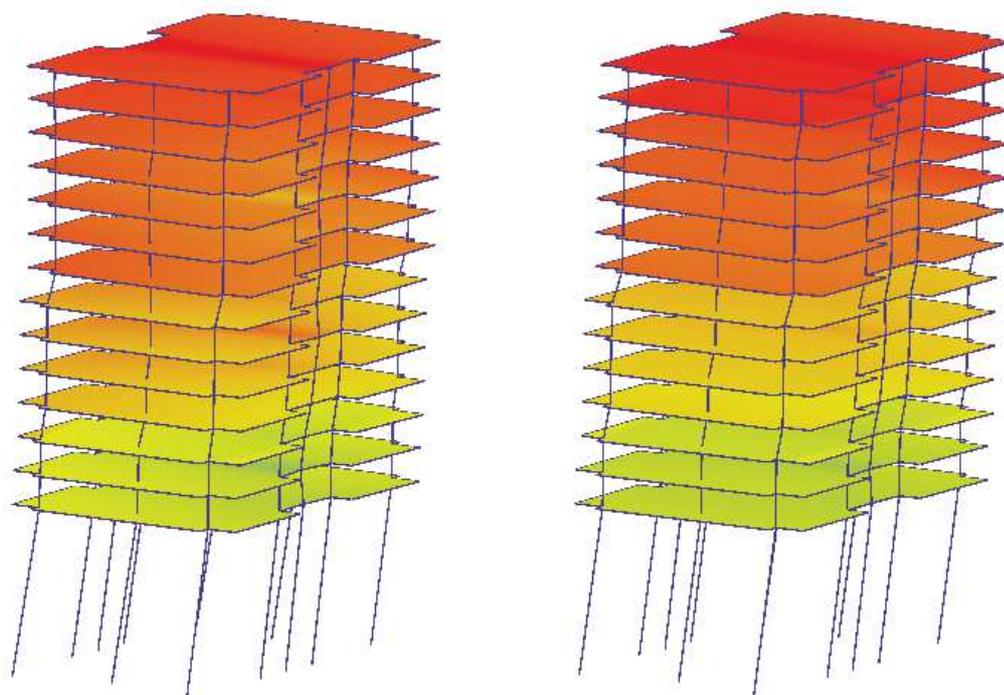


Figura 4.30. Segundo modo de vibração da estrutura sem alvenaria segundo o método *EFDD* ($f = 0,723$ Hz), a esquerda, e segundo o método *SSI* ($f = 0,721$ Hz), a direita.
(Autor)

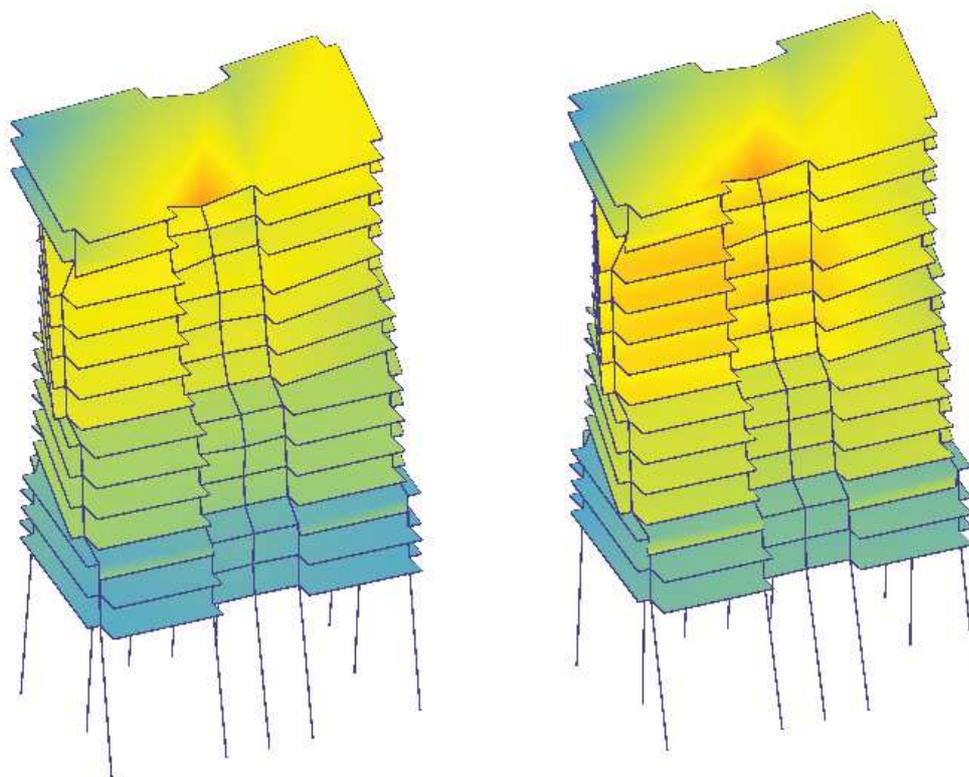


Figura 4.31. Terceiro modo de vibração da estrutura sem alvenaria segundo o método *EFDD* ($f = 0,751$ Hz), a esquerda, e segundo o método *SSI* ($f = 0,748$ Hz), a direita.
(Autor)

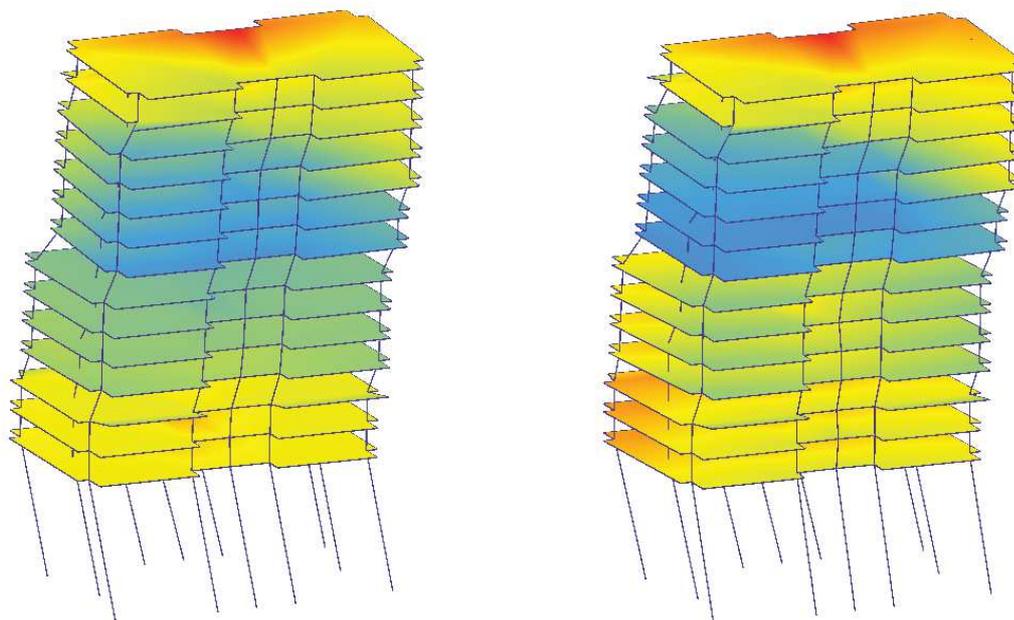


Figura 4.32. Quarto modo de vibração da estrutura sem alvenaria segundo o método *EFDD* ($f = 2,156$ Hz), a esquerda, e segundo o método *SSI* ($f = 2,138$ Hz), a direita. (Autor)

Tabela 4.6. Comparação entre os métodos utilizados através da matriz *MAC* para a primeira campanha de ensaios. (Autor)

		Método SSI-UPC				
		Frequência f (Hz)	0,665 Hz	0,721 Hz	0,748 Hz	2,138 Hz
Método EFDD	0,663 Hz		1	0	0,004	0,009
	0,723 Hz		0	0,961	0,06	0,005
	0,751 Hz		0,005	0,131	0,974	0,001
	2,156 Hz		0,076	0,004	0,026	0,861

Os valores *MAC* da diagonal principal da matriz foram todos superiores a 0,8, valor de referência encontrado na literatura, indicando boa correlação entre os modos e evidencia da precisão e confiabilidade de que os modelos representam de fato o comportamento físico da estrutura.

4.6.3 Modelo modal da segunda campanha de medições

A Figura 4.33 e a Figura 4.34 mostram respectivamente o gráfico do espectro médio normalizado dos valores singulares de todos os *setups* da segunda campanha de medições, no qual os picos de ressonância foram selecionados

manualmente para a identificação dos modos segundo o método *EFDD* e o diagrama da estabilização resultante da aplicação do método *SSI-UPC*.

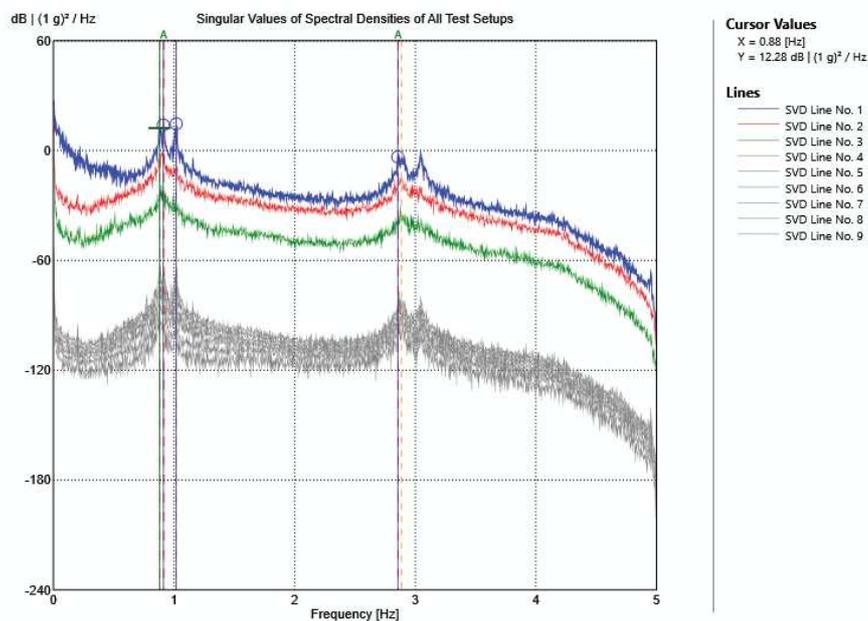


Figura 4.33. Espectro dos valores singulares segundo o método *EFDD* para a primeira campanha de medições. (Autor)

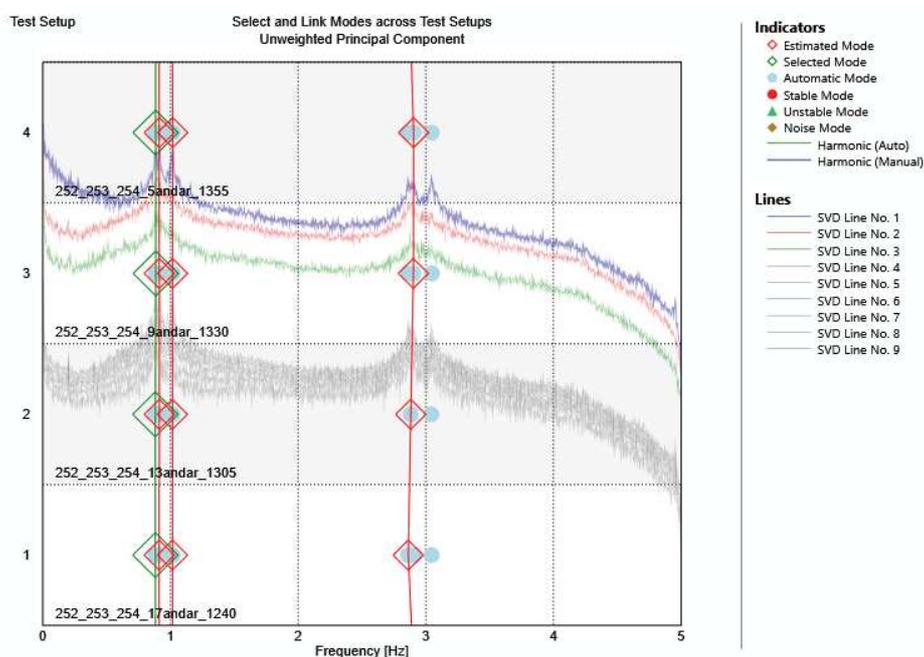


Figura 4.34. Diagrama de estabilização resultante da aplicação do método *SSI-UPC* par a segunda campanha de medições. (Autor)

Os métodos usados foram rigorosamente iguais aos usados nos resultados da primeira campanha de medições e os valores das frequências naturais,

coeficientes de amortecimento e as respectivas direções são mostrados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7. Valores das frequências naturais e coeficiente de amortecimento para a segunda campanha de medições segundo os métodos utilizados. (Autor)

Nº do modo	Método <i>EFDD</i>			Método <i>SSI-UPC</i>		
	Frequência ω_i (Hz)	Amort. ζ_i (%)	Forma	Frequência ω_i (Hz)	Amort. ζ_i (%)	Forma
1º	0,881	0,491	1º modo de flexão YY'	0,883	0,731	1º modo de flexão YY'
2º	0,913	0,350	1º modo de flexão XX'	0,912	0,712	1º modo de flexão XX'
3º	1,018	0,491	1º modo de torção	1,016	0,711	1º modo de torção
4º	2,858	0,089	2º modo de flexão XX'	2,887	0,990	2º modo de flexão XX'

Assim como nos resultados da primeira campanha de medições, os valores das frequências naturais ficaram dentro do esperado para estruturas civis e mostraram disparidades parecidas com os primeiros resultados, com variações também em torno de $\pm 0,2\%$. A variação em relação ao segundo modelo numérico se mostrou menor, fato atribuído ao acréscimo dos elementos de alvenaria ao modelo numérico o aproximando mais da realidade.

Diferente do primeiro modelo experimental, os coeficientes de amortecimento foram identificados nos quatro modos em ambos os métodos, porém ainda com grandes variações entre os métodos, o que é considerado normal como já foi explicado na apresentação dos resultados da primeira campanha.

Os modos de vibração são representados graficamente, da mesma forma dos modos do modelo anterior, da Figura 4.35 até a Figura 4.38 e são avaliados segundo o critério da matriz MAC, apresentada na Tabela 4.8.

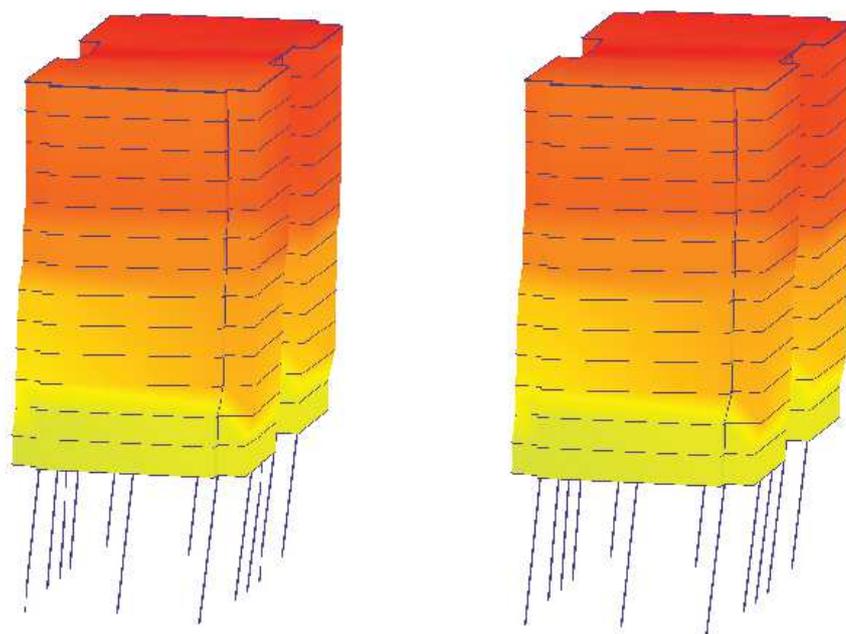


Figura 4.35. Primeiro modo de vibração da estrutura com alvenaria segundo o método *EFDD* ($f = 0,881$ Hz), a esquerda, e segundo o método *SSI* ($f = 0,883$ Hz), a direita.
(Autor)

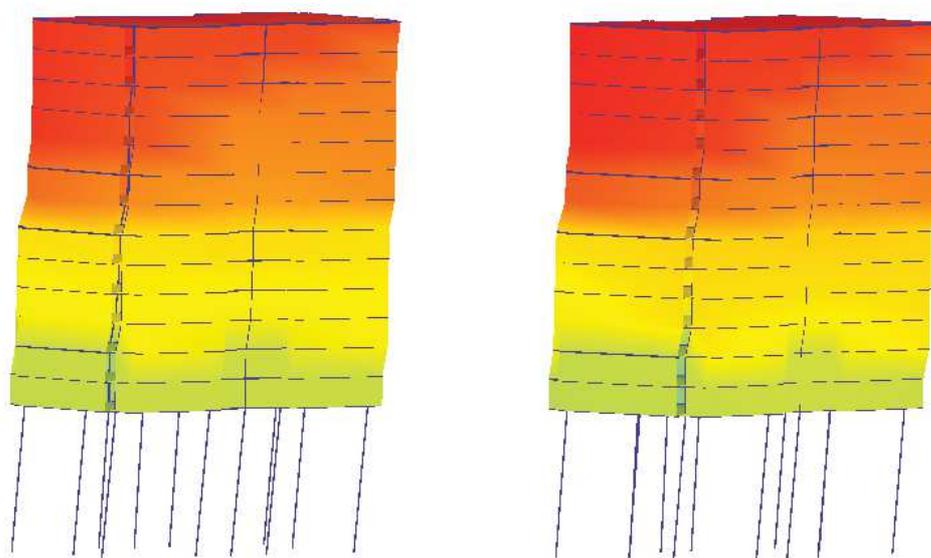


Figura 4.36. Segundo modo de vibração da estrutura com alvenaria segundo o método *EFDD* ($f = 0,913$ Hz), a esquerda, e segundo o método *SSI* ($f = 0,912$ Hz), a direita.
(Autor)

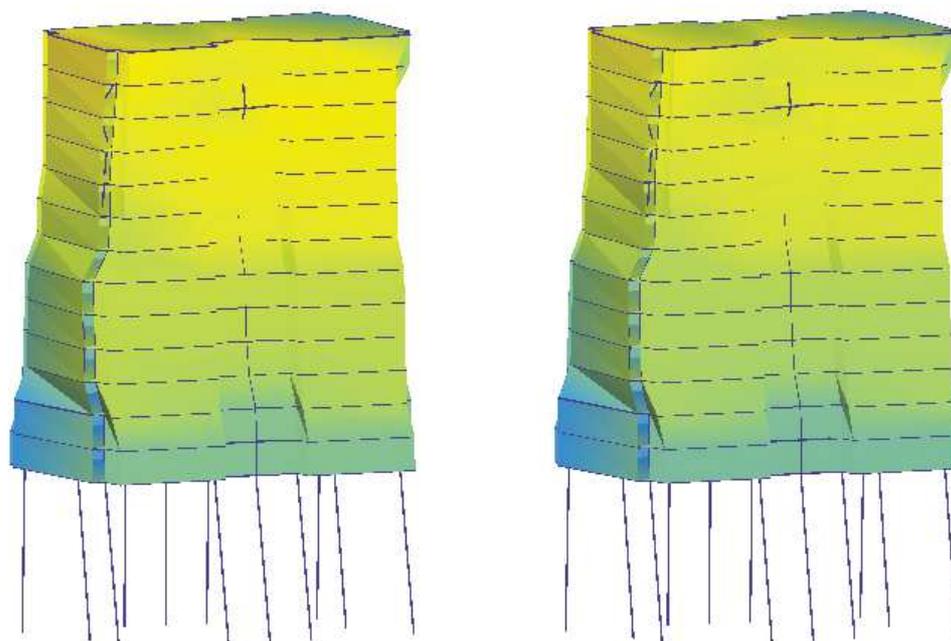


Figura 4.37. Terceiro modo de vibração da estrutura com alvenaria segundo o método *EFDD* ($f = 1,018$ Hz), a esquerda, e segundo o método *SSI* ($f = 1,016$ Hz), a direita. (Autor)

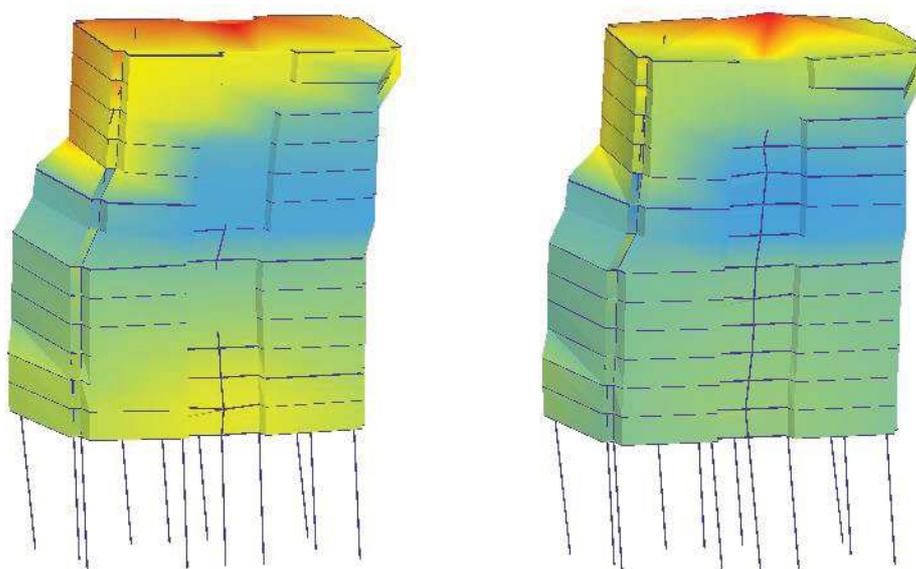


Figura 4.38. Quarto modo de vibração da estrutura com alvenaria segundo o método *EFDD* ($f = 2,858$ Hz), a esquerda, e segundo o método *SSI* ($f = 2,887$ Hz), a direita. (Autor)

Tabela 4.8. Comparação entre os métodos utilizados através da matriz *MAC* para a segunda campanha de medições. (Autor)

		Método <i>SSI-UPC</i>			
Método <i>EFDD</i>	Frequência f (Hz)	0,883 Hz	0,912 Hz	1,016 Hz	2,868 Hz
	0,881 Hz	0,966	0,030	0,058	0,073

0,913 Hz	0,008	0,987	0,002	0,119
1,018 Hz	0,071	0,006	0,997	0,007
2,852 Hz	0,012	0,196	0,014	0,770

Nessa campanha de medições, três dos valores *MAC* da diagonal principal da matriz foram superiores a 0,8 indicando boa correlação esses modos, evidenciando precisão dos resultados e validade do modelo. Para o quarto modo, apesar dos valores absolutos das frequências naturais serem próximos, a correlação ficou ligeiramente abaixo do valor de referência.

A Figura 4.38 evidencia que apesar do desvio no valor do coeficiente entre os quartos modos identificados pelos dois métodos, ambos identificaram o mesmo modo de vibração (2° modo de flexão XX'), o que indica que em termos de comportamento global a análise ainda é confiável, sendo este desvio explicado por diferenças entre amplitudes e fases de movimento.

De modo geral os resultados obtidos foram avaliados positivamente, condizentes com o comportamento real da estrutura e com ordem de grandeza de acordo com outros estudos semelhantes (BRINCKER; ANDERSEN, 2000; DO NASCIMENTO, 2015; MINHALMA, 2015; RODRIGUES, 2004).

4.6.4 Influência da alvenaria no comportamento do prédio

Os comportamentos identificados na estrutura nos dois modelos experimentais foram significativamente diferentes, confirmando o comportamento esperado a partir dos modelos numéricos. A começar pelos valores das frequências naturais, houve um aumento nos valores identificados na segunda campanha de medições de uma faixa de 25% a 35% em relação aos valores identificados na primeira campanha de medições.

Os gráficos apresentados na Figura 4.39 e na Figura 4.40 comparam as frequências naturais obtidas nos modelos numéricos com as obtidas nos modelos experimentais nos dois métodos. Os valores indicam que a estrutura real está mais rígida que o esperado no modelo numérico inicial, comportamento considerado normal e que indicam que os modelos podem ser de fato calibrados pelos modelos experimentais. Já o aumento significativo das frequências naturais do modelo experimental com alvenaria em relação ao modelo sem alvenaria é uma evidência da influência desta no comportamento global do edifício.

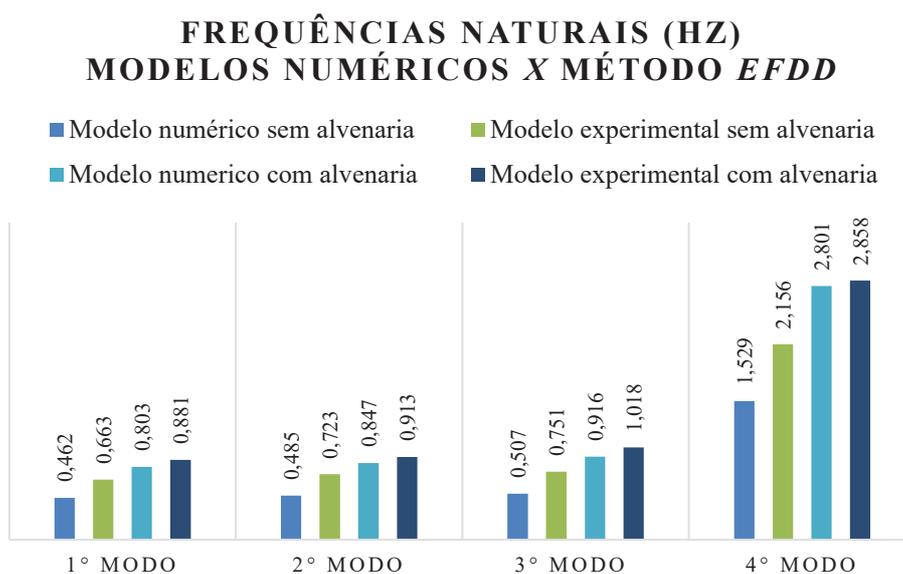


Figura 4.39. Comparação entre as frequências naturais obtidas nos modelos numéricos e os modelos experimentais pelo método *EFDD*. (Autor)

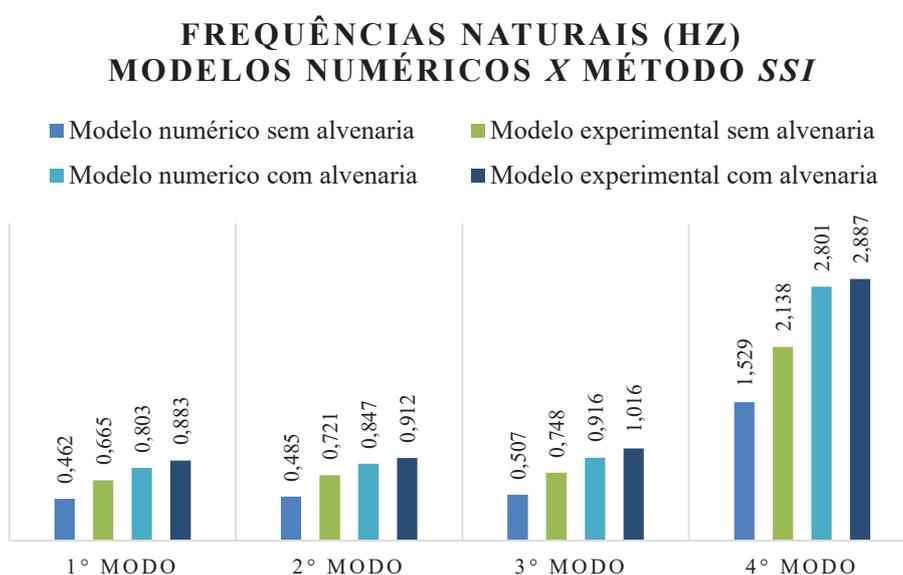


Figura 4.40. Comparação entre as frequências naturais obtidas nos modelos numéricos e os modelos experimentais pelo método *SSI*. (Autor)

O aumento no valor da frequência natural sugere um aumento no resultado do quociente entre a rigidez e a massa, dentro do radical na equação 2.6. Em relação a massa é certo que houve um ganho significativo entre a primeira e a segunda campanha de medições, decorrente da incorporação da alvenaria na estrutura, o

que leva a conclusão que para causar um aumento no valor da frequência natural é necessário que o valor da rigidez aumente em uma ordem ainda mais significativa.

A estrutura também mostrou uma diferença de comportamento em relação aos modos de vibração após a execução da alvenaria. Sem a alvenaria, o primeiro modo excitado era de flexão YY' e já na estrutura com a alvenaria o primeiro modo excitado passou a ser o de flexão XX'. Esses modos comparados através do critério MAC e as matrizes são apresentadas na Tabela 4.9 e na Tabela 4.10, para os métodos *EFDD* e *SSI* respectivamente.

Tabela 4.9. Comparação dos modos identificados segundo o método *EFDD* nas duas campanhas de medições segundo o critério *MAC*. (Autor)

Método EFDD					
Modelo sem alvenaria					
	Modo	1°	2°	3°	4°
Modelo com alvenaria	1°	0.135	0.765	0.042	0.023
	2°	0.902	0.071	0.049	0.037
	3°	0.136	0.12	0.853	0.047
	4°	0.127	0.041	0.072	0.578

Tabela 4.10. Comparação dos modos identificados segundo o método *SSI-UPC* nas duas campanhas de medições segundo o critério *MAC*. (Autor)

Método SII-UPC					
Modelo sem alvenaria					
	Modo	1°	2°	3°	4°
Modelo com alvenaria	1°	0.064	0.882	0.014	0.009
	2°	0.898	0.066	0.069	0.007
	3°	0.104	0.154	0.822	0.001
	4°	0.053	0.215	0.055	0.432

Em ambos os métodos abordados nesse estudo os modos de vibração identificados nas duas campanhas de medições apresentaram um coeficiente *MAC* de correlação muito baixo para os dois primeiros modos e acima de 0,8 para o terceiro. Para quarto modo foi encontrado um valor significativamente maior que os dois primeiros coeficientes, mas ainda abaixo do valor de referência.

Coeficientes baixos evidenciam a influência da alvenaria também nas formas modais dos modos de vibração fundamentais da estrutura. A Tabela 4.11 compara os modos identificados em cada modelo.

Tabela 4.11. Comparação das formas modais identificadas em cada modelo. (Autor)

Formas modais identificadas nos modelos				
	Modelo numérico sem alvenaria	Modelo experimental sem alvenaria	Modelo numérico com alvenaria	Modelo experimental com alvenaria
1° Modo	1° modo de flexão XX'	1° modo de flexão XX'	1° modo de flexão XX'	1° modo de flexão YY'
2° Modo	1° modo de flexão YY'	1° modo de flexão YY'	1° modo de flexão YY'	1° modo de flexão XX'
3° Modo	1° modo de torção	1° modo de torção	1° modo de torção	1° modo de torção
4° Modo	2° modo de flexão XX'	2° modo de flexão XX'	2° modo de flexão XX'	2° modo de flexão XX'

A alvenaria influenciou de forma significativa a forma principalmente dos dois primeiros modos, uma evidência de que o ganho de rigidez, indicado pelos valores das frequências naturais, se deu de forma mais acentuada em uma direção em relação a outra na estrutura em questão, fato que é significativamente relevante em termos de comportamento global.

Quanto ao terceiro modo, a influência se deu somente na rigidez, uma vez que os valores de frequência natural encontrados na segunda campanha de medições foi cerca de 35% superior aos encontrados na primeira, mas o modo se manteve com boa correlação. O quarto modo teve a sua forma mantida, o que explica um coeficiente *MAC* relativamente alto, mas com a alvenaria influenciando nas fases e amplitudes de movimento, o que manteve o coeficiente abaixo do valor de referência.

5. CONCLUSÃO

Análise modal operacional é uma importante ferramenta no estudo do comportamento de estruturas, principalmente quando relacionada com o monitoramento de integridade estrutural. As suas grandes vantagens são que ela prescinde da interrupção do funcionamento da estrutura em estudo e também da necessidade de medição das solicitações, usando para tal as excitações decorrentes do próprio uso da estrutura e das ações ambientais, a exemplo do vento.

Esses fatores foram fundamentais para a popularização da análise modal dentro da engenharia civil, uma vez que já era uma técnica bem estabelecida principalmente na área de engenharia mecânica, mas com métodos que até então eram incompatíveis com as características das estruturas civis.

Esse tipo de análise se dá por meio de medições de vibração ambiente e tem diversos métodos para a identificação dos parâmetros modais, sendo que estes podem se dar no domínio do tempo ou no domínio da frequência. No domínio do tempo, a análise se dá diretamente a partir das séries temporais de resposta por meio de funções de correlação. Já no domínio da frequência, o algoritmo da transformada rápida de Fourier é usado para a conversão de series temporais e funções de densidade espectral são usadas para identificação dos parâmetros modais.

O presente trabalho contribuiu para o estudo da análise modal operacional através da descrição dos principais métodos usados na literatura internacional e com a aplicação em um estudo de caso que avaliou o comportamento de uma mesma estrutura antes e depois da execução dos painéis de alvenaria, o que é uma importante contribuição uma vez que já não se encontram construções de edifícios altos cuja execução das alvenarias seja feita na fase final da construção.

O presente trabalho teve como um dos objetivos descrever a análise modal operacional e principalmente os métodos *FDD* e *EFDD* no domínio da frequência e *SSI* no domínio do tempo, por serem os métodos mais usados na literatura, escolhidos como ferramenta no estudo de caso do presente trabalho e estarem disponíveis no programa comercial *Artemis Modal* (SVIBS, 2015). Assim, os métodos mencionados foram descritos e foi possível observar que o método no domínio do tempo (no caso do trabalho, o método *SSI*) foi mais preciso para a

identificação modal, evitando problemas relacionados a sinais, como *aliasing* e *leakage*, porém tendo a desvantagem de demandar um maior esforço computacional.

Quanto aos métodos no domínio da frequência, observou-se que mesmo sendo menos precisos, estes são de fundamental importância na confirmação e validação de resultados. A base destes foi descrita no capítulo 4, e as variantes *FDD* e *EFDD* foram expostas de maneira mais detalhada sendo estes importantes avanços nos métodos não paramétricos com melhor precisão na identificação de frequências próximas.

O trabalho mostrou que dentro método *SSI* existem duas variações, denominadas *SSI-COV* e *SSI-DATA*, que se diferenciam na escolha dos parâmetros utilizados para ajuste do modelo. O método *SSI-DATA* foi abordado em função da sua maior praticidade e de ser a variante disponível no programa *Artemis Modal* (SVIBS, 2015).

Outro objetivo era aplicar os métodos descritos em um estudo de caso sobre a influência da alvenaria no comportamento dinâmico de prédios altos. Para isso, foram feitas duas campanhas de medições de vibrações ambiente em duas fases da construção de um edifício estudo de caso localizado na cidade de Belém-PA.

Com o objetivo de avaliar o comportamento dinâmico da mesma estrutura antes e depois da execução dos painéis de alvenaria, a primeira campanha de medições contou apenas com a execução do pórtico de concreto armado com as escadas e lajes e a segunda contou com a alvenaria completamente executada.

Foram elaborados dois modelos numéricos para o melhor planejamento das campanhas de medição. O primeiro não levou em consideração a alvenaria e o segundo a contemplou através de elementos de casca. As campanhas de medições foram realizadas e partir dos dados adquiridos foram elaborados dois modelos experimentais.

A partir dos métodos *EFDD* e *SSI* foram identificados quatro modos de vibração em cada campanha de medições e os resultados foram validados a partir da comparação entre os métodos usando o critério *MAC*. Em ambos os modelos, o resultado alcançado foi satisfatório e teve boa correlação entre os dois métodos.

Os valores encontrados para as frequências naturais nos modelos experimentais ficaram significativamente superiores aos valores encontrados pelos modelos numéricos, o que indica uma estrutura real mais rígida que a esperada e

aponta a análise modal como uma ferramenta importante para a calibração de modelos estruturais preditivos.

Na comparação dos resultados entre as duas campanhas de medições, observou-se importantes mudanças de comportamento da estrutura. O modelo experimental que contou com a execução da alvenaria apresentou mudança na forma modal dos dois primeiros modos de vibração e frequências na faixa de 25% a 35% superiores as frequências naturais do modelo experimental que contou apenas com o pórtico de concreto armado.

Esses resultados são evidências de um ganho de rigidez da estrutura decorrentes da execução da alvenaria. Esse ganho se deu de forma mais significativa em uma das direções de flexão do prédio, o que é indicado pelo fato de que neste estudo de caso, as formas modais dos dois primeiros modos se inverteram no segundo modelo experimental em relação ao primeiro, o que é uma mudança importante em termos de comportamento global da estrutura.

5.1 Sugestões de trabalhos futuros

Para a sequência dos trabalhos aqui desenvolvidos são apresentadas algumas propostas que possivelmente podem continuar a preencher as lacunas aqui exploradas:

- Aplicação de análise modal operacional em associação com outros métodos de identificação dos parâmetros dinâmicos que não foram utilizados nesse estudo.
- Execução de mais uma campanha de medições no mesmo prédio no intuito de considerar elementos de acabamento nos modelos numérico e experimental, acompanhar o desenvolvimento do comportamento da estrutura e explorar pontos e métodos diferentes de ensaio para confirmação, identificação de mais modos de vibração e validação de resultados.
- Execução de campanhas de medições semelhantes em diferentes edifícios, com alturas e disposições da alvenaria diferentes a fim de validar o método aqui usado e aprofundar o conhecimento da influência da alvenaria no comportamento global de edifícios altos.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projetos de Estrutura de Concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014. 238 p.

ALLEMANG, B. J.; BROWN, D. L. A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis. *In: IMAC 01: PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE*, 1982, Orlando, Florida, USA. **Anais** [...]. Orlando, Florida, USA p. 110–116.

ALLEMANG, Randall J.; BROWN, David L. **Experimental Modal Analysis And Dynamic Component Synthesis**. Cincinnati, Ohio, USA, University of Cincinnati, Department of Mechanical and Industrial Engineering 1987, 109 p.

ALVARENGA, Rita de Cássia Silva Sant'Ana; DA SILVA, Roberto Márcio; ANTUNES, Helena M. Cunha Carmo. Avaliação Experimental da Contribuição da Alvenaria no Enrijecimento de Pórticos Metálicos. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, [S. l.], v. 11, n. 48, p. 83–100, 2009.

AMANAT, Khan Mahmud; HOQUE, Ekramul. A rationale for determining the natural period of RC building frames having infill. **Engineering Structures**, v. 28, p. 495–502, 2006. DOI: 10.1016/j.engstruct.2005.09.004.

ANDERSEN, Palle; BRINCKER, Rune; KIRKEGAARD, Poul Henning. **Identification of Civil Engineering Structures using Vector ARMA Models**, Dynamics of Structures 1993-1997: R / Institut for Bygningsteknik. Aalborg.

ASMUSSEN, John Christian. **Modal Analysis Based on the Random Decrement Technique**. 1997. 227 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Department of Building Technology and Structural Engineering, University of Aalborg, Aalborg, 1997.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR-6118: Projetos de Estruturas de Concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ASTERIS, Panagiotis; CHRYSOSTOMOU, Christis; GIANNOPOULOS, Ioannis; SMYROU, Eleni. Masonry Infilled Reinforced Concrete Frames With Openings, *In: ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering*, 3., 2011, Corfu. - Grécia, 2011. p. 2 - 15.

BAGHI, Hadi; OLIVEIRA, André; CAVACO, Eduardo; NEVES, Luís; JÚLIO, Eduardo. Behavior of reinforced concrete frame with masonry infill wall subjected to vertical load. **Engineering Structures**, v. 171, p. 476–487, 2018. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.06.001.

BARROS, Luma Caroline De. **Aplicação de Métodos no Domínio da Frequência para Identificação Modal de Estruturas**. 2016. 93 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, 2016.

BRINCKER, Rune; ANDERSEN, Palle. **Ambient Response Analysis of the Heritage Court Tower Building Structure**. *In: IMAC 18: Proceedings Of The International Modal Analysis Conference 2000*, San Antonio, Texas, USA. p. 1081–1087.

BRINCKER, Rune; ANDERSEN, Palle. **Operational Modal Analysis Tutorial**. *In: Measurement And Analysis Of Vibration Symposium 2007*, Halsingborg, Sweden. p. 11.

BRINCKER, Rune; FRANDSEM, J. B.; ANDERSEN, Palle. **Ambient Response Analysis of the Great Belt Bridge**. *In: IMAC 18: PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE 2000*, San Antonio, Texas, USA. p. 26–32.

BRINCKER, Rune; KIRKEGAARD, Poul Henning. Special issue on Operational Modal Analysis. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 24, p. 1209–1212, 2010. DOI: 10.1016/j.ymssp.2010.03.005.

BRINCKER, Rune; VENTURA, Carlos E.; ANDERSEN, Palle. **Damping Estimation**

by Frequency Domain Decomposition. *In:* IMAC 19: Proceedings Of The International Modal Analysis Conference 2001, Kissimmee, Florida, USA. Society for Experimental Mechanics, 2001. p. 698–703.

BRINCKER, Rune; VENTURA, Carlos E.; ANDERSEN, Palle. **Why Output-Only Modal Testing is a Desirable Tool for a Wide Range of Practical Applications.** *In:* The International Modal Analysis Conference 2003, Kissimmee. Society for Experimental Mechanics, 2003. p. 265–272.

BRINCKER, Rune; ZHANG, L.; ANDERSEN, Palle. **Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition.** *In:* IMAC 18: Proceedings Of The International Modal Analysis Conference 2000, San Antonio, Texas, USA. p. 625–630.

BRODSKY, Alex; RABINOVITCH, Oded; YANKELEVSKY, David Z. **Determination of the interaction between a masonry wall and a con fi ning frame.** *Engineering Structures*, v. 167, n. October 2017, p. 214–226, 2018. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.04.001.

CARDOSO, Rharã de Almeida. **Desenvolvimento de Metodologia para Identificação Modal Automática em Estruturas.** 2015. 101 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil - Escola de Minas - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

CHOPRA, Anil K. **Dynamics of Structures.** New Jersey: Prentice Hall, 1995.

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. **Dynamics of structures.** Berkeley: Computers & Structures, Inc, 2003.

COMPAN, V.; PACHÓN, P.; CÁMARA, M. **Ambient Vibration Testing and Dynamic Identification of a Historical Building. Basilica of the Fourteen Holy Helpers (Germany).** *Procedia Engineering*, v. 199, p. 3392–3397, 2017. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.572.

CROWLEY, Helen; PINHO, Rui. **Simplified equations for estimating the period of vibration of existing buildings**. *In*: European Conference On Earthquake Engineering And Seismology, 2006, Geneva, Switzerland.

CUNHA, Álvaro; CAETANO, Elsa. **Experimental Modal Analysis of Civil Engineering Structures**, *Sound and Vibration*, v 40. p 12 - 20, 2006.

DEVIN, A.; FANNING, P. J. Non-structural elements and the dynamic response of buildings : A review. **Engineering Structures**, v. 187, n. February, p. 242–250, 2019. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.02.044.

DO NASCIMENTO, Adauto Cezar Rosa. **Estudo Numérico-Experimental da Influência da Alvenaria de Vedação na Rigidez de Edifícios de Concreto Armado**. 2015. 112 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, 2015.

DOLSEK, Matjaz; FAJFAR, Peter. **The effect of masonry infills on the seismic response of a four-storey reinforced concrete frame — a deterministic assessment**. *Engineering Structures*, v. 30, p. 1991–2001, 2008. DOI: 10.1016/j.engstruct.2008.01.001.

EWINS, D. J. **Basics and state-of-the-art of modal testing**. *Sādhanā*, v. 25, n. June, p. 207–220, 2000. <https://doi.org/10.1007/BF02703540>

FELBER, Andreas Johann. **Development of a Hybrid Bridge Evaluation System**. 1993. 297 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Departament of Civil Engineering - The University of British Columbia, Vancouver, 1993.

FURTADO, André; RODRIGUES, Hugo; ARÊDE, António; VARUM, Humberto. **Modal identification of infill masonry walls with different characteristics**. *Engineering Structures*, v. 145, p. 118–134, 2017. DOI: 10.1016/j.engstruct.2017.05.003.

GEOSIG. **GeoDAS**, Versão 2.38, Schlieren, 2002. Programa de computador.

GOOGLE. **Google Earth**. 2019. Disponível em: <https://earth.google.com/web/@-1.43634689,-48.459145,26.34348554a,313.60840197d,35y,33.54746515h,0.89980146t,0r>. Acesso em: 21 dez. 2019.

HE, Jimin; FU, Zhi-Fang. **Modal Analysis**. Oxford: Reed Educational and Professional Publishing Ltd, 2001.

COMPUTER AND STRUCTURES INC. **SAP2000**, Versão 10.0. Berkeley, 2017. Programa de computador.

KIM, Ji Young; YU, Eunjong; KIM, Dae; KIM, Sang-Dae. **Calibration of analytical models to assess wind-induced acceleration responses of tall buildings in serviceability level**. Engineering Structures, v. 31, p. 2086–2096, 2009. DOI: 10.1016/j.engstruct.2009.03.010.

KRALIK, Juraj; JR., Juraj Kralik. **Experimental and Sensitivity Analysis of the Vibration Impact to the Human Comfort**. Procedia Engineering, v. 190, p. 480–487, 2017. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.05.367.

LIMA, Silvio de Souza; SANTOS, Sergio Hampshire de Carvalho. **Análise Dinâmica das Estruturas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2008.

LJUNG, Lennart; GLOVER, Keith. **Frequency Domain Versus Time Domain Methods in System Identification***. Automatica, v. 17, n. 1, p. 71–86, 1981. DOI: [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(81\)90085-6](https://doi.org/10.1016/0005-1098(81)90085-6).

LOURENÇO, Paulo. **Computational Strategy for Masonry Structures**. 1996. 210 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Delfty University of Technology, Delfty, 1996.

MACHADO, Rafael Rodrigues Maia. **Identificação por Análise Modal Operacional: Algoritmo de Abordagem Clássica no Domínio da Frequência**.

2018. 129 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade do Porto, Porto, 2018.

MAGALHÃES, Filipe Manuel Rodrigues Leite De. **Operational Modal Analysis for Testing and Monitoring of Bridges and Special Structures**. 2010. 297 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 2010.

MAIA, N. M. M.; SILVA, J. M. M. **Modal analysis identification techniques**. The Royal Society, v. 359, n. 1778, p. 12, 2001. DOI: 10.1098/rsta.2000.0712.

MINHALMA, António Pedro Santos Silva do Nascimento. **Análise Modal de um Edifício de Paredes de Alvenaria Resistente**. 2015. 89 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova Lisboa, Lisboa, 2015.

NASCIMENTO, Adauto Cezar Rosa do. **Estudo Numérico-Experimental da Influência da Alvenaria de Vedação na Rigidez de Edifícios de Concreto Armado**. 2015. 112 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, 2015.

NÓBREGA, Petrus Gorgônio Bulhões Da. **Análise Dinâmica de Estruturas de Concreto: Estudo Experimental e Numérico das Condições de Contorno de Estruturas Pré-Moldadas**. 2004. 265 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

OINAM, Romanbabu M.; SUGUMAR, Ruban; SAHOO, Dipti Ranjan. **A comparative study of seismic performance of RC frames with masonry infills**. Procedia Engineering, v. 173, p. 1784–1791, 2017. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.12.220.

OLIVEIRA, Victor Ulysses Sousa Oliveira. **Análise Sísmica de Pórticos Planos Metálicos Utilizando o Método dos Elementos Finitos**. 2016. 67 f. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental -

Universidade de Brasília, Brasília, 2016.

PAPADIMITRIOU, Costas; LOMBAERT, Geert. **The effect of prediction error correlation on optimal sensor placement in structural dynamics**. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 28, p. 105–127, 2012. DOI: 10.1016/j.ymssp.2011.05.019.

PEETERS, Bart. **System Identification and Damage Detection in Civil Engineering**. 2000. 238 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Departement Burgerlijke Bouwkunde, Faculteit Toegepast Wetenschappen, Heverlee, 2000.

PEETERS, Bart; DE ROECK, Guido. **Stochastic System Identification for Operational Modal Analysis: A Review**. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-transactions of The Asme - J DYN SYST MEAS CONTR*, v. 123, 2001. DOI: 10.1115/1.1410370.

PEETERS, Bart; DE ROECK, Guido; ANDERSEN, P. **Stochastic System Identification: Uncertainty of the Estimated Modal Parameters**. *In: IMAC 17: Proceedings Of The International Modal Analysis Conference*, Kissimee, Florida, USA, p. 231–237. 1999.

PERRONE, Daniele; LEONE, Marianovella; AIELLO, Maria Antonietta. **Evaluation of the infill influence on the elastic period of existing RC frames**. *Engineering Structures*, v. 123, p. 419–433, 2016. DOI: 10.1016/j.engstruct.2016.05.050.

PERRONE, Daniele; LEONE, Marianovella; AIELLO, Maria Antonietta. **Non-linear behaviour of masonry infilled RC frames: Influence of masonry mechanical properties**. *Engineering Structures*, v. 150, p. 875–891, 2017. DOI: 10.1016/j.engstruct.2017.08.001.

POLYAKOV, S. V. **Masonry in framed buildings**. Moscow: National Lending Library for Science and Technology, 1956.

POLYAKOV, S. V. **On the interaction between masonry filler walls and**

enclosing frame when loaded in the plane of the wall. Earthquake Engineering, p. 36–42, 1960.

REN, Wei-xin; ZONG, Zhou-hong. **Output-only modal parameter identification of civil engineering structures.** Structural Engineering and Mechanics, v. 17, n. 3, 2004.

RODRIGUES, Jorge. **Identificação Modal Estocástica Métodos de análise e aplicações em estruturas de engenharia civil.** 2004. 484 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Universidade do Porto, Porto, 2004.

RODRIGUES, Jorge; BRINCKER, Rune. **Application of the Random Decrement Technique in Operational Modal Analysis.** *In*: International Operational Modal Analysis Conference, Copenhagen, Denmark. p. 191–200. 2005.

SABIA, Vitor Donato. **Estudo sobre a influência das paredes de alvenaria num edifício alto em Belém do Pará.** 2016. 109 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Faculdade de Engenharia, Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias, Lisboa, 2016.

SARTORTI, Artur Lenz. **Comportamento Dinâmico de Lajes Maciças de Concreto Leve com Pérolas de EPS.** 2015. 251 f. Tese (Doutorado em Ciências), Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

SOFI, Massoud; HUTCHINSON, Graham Leighton; DUFFIELD, Colin. **Review of Techniques for Predicting the Fundamental Period of Multi-Storey Buildings: Effects of Nonstructural Components.** International Journal of Structural Stability and Dynamics, v. 15, n. 02, p. 1450039, 2015. DOI: 10.1142/S0219455414500394.

SOFI, Massoud; LUMANTARNA, Elisa; DUFFIELD, Colin; MENDIS, Priyan. **Effects of Interior Partition Walls on Natural Period of High Rise Buildings.** International Journal of Structural Stability and Dynamics, v. 17, n. 06, p. 1771006, 2016. DOI:

10.1142/s0219455417710067.

STRUCTURAL VIBRATION SOLUTIONS. **ARTEMIS MODAL**, Versão 4.0.0.2, Aalborg, 2015. Programa de computador.

SONEYS, R.; SAS, P.; HEYLEN, W.; VAR DER AUWERAER, H. **Trends In Experimental , Modal Analysis**. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 1, n. 1, p. 5–27, 1987. DOI: [https://doi.org/10.1016/0888-3270\(87\)90080-X](https://doi.org/10.1016/0888-3270(87)90080-X).

SOUSA, Paulo Victor Almeida De. **Efeito dos Paineis de Vedação nas Características Dinâmicas de Edificações de Concreto Armado**. 2014. 92 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

STEPHAN, Cyrille. **Sensor placement for modal identification**. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 27, p. 461–470, 2012. DOI: [10.1016/j.ymssp.2011.07.022](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2011.07.022).

SU, R. K. L.; CHANDLER, A. M.; SHEIKH, M. N.; LAM, N. T. K. **Influence of non-structural components on lateral stiffness of tall buildings**. Structural Design of Tall and Special Buildings, [S. l.], v. 14, n. 2, p. 143–164, 2005. DOI: [10.1002/tal.266](https://doi.org/10.1002/tal.266).

SU, R. K. L.; TO, A.; CHANDLER, A. M.; LI, J. H.; LEE, P. K. K. **Dynamic testing and modelling of existing buildings in Hong Kong**. HKIE Transactions Hong Kong Institution of Engineers, v. 10, p. 17–25, 2003.

THIRUVENGADAM, V. **On the natural frequencies of infilled frames**. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, v. 13, n. 3, p. 401–419, 1985. DOI: [10.1002/eqe.4290130310](https://doi.org/10.1002/eqe.4290130310).

TORRES, Wilson; LUIS, José; SANDOVAL, Cristián; BOROSCHEK, Rubén. **Operational modal analysis and FE model updating of the Metropolitan Cathedral of Santiago, Chile**. Engineering Structures, v. 143, p. 169–188, 2017. DOI: [10.1016/j.engstruct.2017.04.008](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.04.008).

TRIFUNAC, Mihailo D. **Comparisons Between Ambient And Forced**. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v. 1, n. January, p. 133–150, 1972. DOI: <https://doi.org/10.1002/eqe.4290010203>.

VAN OVERSCHEE, Peter; DE MOOR, Bart. **Subspace identification for linear systems. Theory, implementation, applications**. *In*: Springer Science & Business Media. v 14. 252 f. DOI: 10.1007/978-1-4613-0465-4.

YOSHIDA, Lorrany Miquelante. **Estudo Comparativo de Técnicas de Identificação Modal no Domínio do Tempo Aplicadas a Estruturas de Engenharia Civil**. 2016. 87 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2016.

ZHANG, C. D.; XU, Y. L. **Optimal multi-type sensor placement for response and excitation reconstruction**. Journal of Sound and Vibration, v. 360, p. 112–128, 2016. DOI: 10.1016/j.jsv.2015.09.018.

ZHANG, Guowen; TANG, Baoping; TANG, Guangwu. **An improved stochastic subspace identification for operational modal analysis**. Measurement, v. 45, n. 5, p. 1246–1256, 2012. DOI: 10.1016/j.measurement.2012.01.012.

ZHANG, Jie; MAES, Kristof; ROECK, Guido De; REYNDERS, Edwin; PAPADIMITRIOU, Costas; LOMBAERT, Geert. **Optimal sensor placement for multi-setup modal analysis of structures**. Journal of Sound and Vibration, v. 401, p. 214–232, 2017. DOI: 10.1016/j.jsv.2017.04.041.

ZHANG, Lingmi; BRINCKER, Rune; ANDERSEN, P. **An overview of major developments and issues in modal identification**. *In*: International Operational Modal Analysis Conference, Copenhagen, Denmark. p. 191–200. 2005.

ZHANG, Lingmi; WANG, Tong; TAMURA, Yukio. **A frequency – spatial domain decomposition (FSDD) method for operational modal analysis**. Mechanical

Systems & Signal Processing, v. 24, n. 5, p. 1227–1239, 2010. DOI:
10.1016/j.ymssp.2009.10.024.