

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

FELIPE ASTUR VALDES PENA

Processamento e imageamento sísmico usando o CRS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

BELÉM-PARÁ 2014

FELIPE ASTUR VALDES PENA

Processamento e imageamento sísmico usando o CRS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Mestre em Geofísica.

Orientador: Lourenildo Williame Barbosa Leite

Dados Internacionais de Catalogação de Publicação (CIP) Biblioteca do Instituto de Geociências/UFPA

Pena, Felipe Astur Valdes, 1987-

Processamento e imageamento sísmico usando o CRS / Felipe Astur Valdes Pena. - 2014.

129 f. : il. ; 30 cm

Inclui bibliografias

Orientador: Lourenildo Williame Barbosa Leite Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Belém, 2014.

1. Método de reflexão sísmica – Processamento de dados. 2. Ondas sísmicas - Velocidade. 3. Inversão (Geofísica). 4. Sistemas de imageamento em sismologia. I. Título.

CDD 22. ed. 622.1592

FELIPE ASTUR VALDES PENA

Processamento e imageamento sísmico usando o CRS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Mestre em Geofísica.

Data de Aprovação: 04/02/2014

Banca Examinadora:

to os that

Professor Lourenildo Williame Barbosa Leite (Orientador) Doutor em Geofísica Universidade Federal.do Pará – UFPA

Professor João Carlos Ribeiro Cruz (Membro) Doutor em Geofísica Universidade Federal do Pará – UFPA

Anna Bassu

Professor Amin Bassrei (Membro) Doutor em Geofísica Universidade Federal da Bahia – UFBA

Dedico este trabalho aos meus pais Edson V. Pena e Arline A. Valdes.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me proporcionado saúde e determinação nos momentos mais difíceis, permitindo a conclusão de mais uma etapa em minha vida.

Ao Prof. Dr. Lourenildo W. B. Leite por todo o conhecimento e experiência repassada ao longo destes anos de convivência, e por todo o apoio para que este trabalho pudesse ser realizado.

Aos meus pais Edson V. Pena e Arline A. Valdes, e à minha irmã Gueive A. Pena pelo suporte e compreensão em todos esses anos de estudo.

À Priscila Costa Marim por todo o incentivo, suporte, e por sempre acreditar na minha capacidade, mesmo nos momentos mais difíceis dessa caminhada.

Aos Profs. Drs. Amin Bassrei, José J. S. de Figueiredo e João C. R. Cruz pelo tempo disponibilizado para a leitura e pelas sugestões que contribuiram para a melhora deste trabalho.

À Profa. Dra. Ellen de Nazaré Souza Gomes, coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Geofísica, pela ótima infra-estrutura e grande apoio fornecido aos discentes.

Aos amigos Douglas A. B. da Silva, João B. R. Afonso, Nonato C. Colares e Wildney W. S. Vieira pela amizade e por toda ajuda concedida para a realização deste trabalho.

À Benildes Lopes e Lucibela Soares, secretárias do Programa de Pós-graduação em Geofísica, pela disponibilidade e eficiência em tornar menos complexa nossa conturbada vida acadêmica.

Ao CNPQ pelo auxílio financeiro durante o curso, sem o qual a realização deste trabalho seria improvável.

"Tudo posso naquele que me fortalece." (Filipenses 4:13)

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo a aplicação de métodos do empilhamento superfície-dereflexão-comum (CRS-convencional), do CRS-parcial e da inversão niptomográfica para gerar imagens sísmicas para a interpretação em dados relacionados a meios geologicamente complexos. O modelo construído, e denominado Duveneck-Astur, foi usado para simular um ambiente geológico com camadas limitados por interfaces curvas e suaves, mas que a teoria paraxial do raio seja obedecida, diferentemente de outros modelos sintéticos onde existem falhas geológicas, e fortes variações verticais e horizontais de velocidade, como por exemplo o Marmousi e o Sigsbee, entre outros. Para analisar comparativamente a resolução dos métodos aplicados, foram realizados dois testes com dados sintéticos. Um teste constando de dados espaçados com o silenciamento aleatório de tracos nas famílias CMP, e um outro teste com adição de ruído. Foi analisado computacionalmente o comportamento dos métodos de empilhamento na obtenção de uma distribuição de velocidade em profundidade pela inversão NIP-tomográfica, que utiliza o vínculo dos atributos cinemáticos do campo de onda para estimar um modelo coerente com o dado. Os resultados da NIP-tomografia são comparados entre si, e em relação ao modelo de velocidade obtido da análise convencional (semblance). As distribuições de velocidade em profundidade foram usadas na migração PSPI em profundidade para verificar a coerência dos resultados.

Palavras-chave: Empilhamento CRS-convencional. Empilhamento CRS-parcial. Inversão NIP-tomográfica.

ABSTRACT

This work aimed at the application of the common-reflection-surface stack methods (CRSconventional), of the CRS-partial method, and of the NIP-tomography inversion method, to generate seismic data images for the interpretation related to geologically complex areas. The constructed model, and named Duveneck-Astur, was used to simulate a geological ambient formed by layers limited by smooth surface reflector interfaces, but that the paraxial ray theory was attended, differently from other synthetic common models where the presence of geological faults, and of high horizontal and vertical gradients exist, like in the Marmousi and the Sigsbee models, among others. To analyze comparatively the resolution of the applied methods, two tests were performed with the synthetic data. One test consisted of decimated data with random muting of traces in the CMP families, and another test with addition of noise. It was computer analyzed the behavior of the different stack methods to obtain a depth velocity distribution by NIP-tomography inversion, that uses the kinematic wavefield attribute constraints to estimate a velocity model consistent with the data. NIP-tomography results were mutually compared, and also to the velocity model obtained from semblance velocity analysis. The velocity distribution were used in the PSPI migration to verify consistency in the results.

Keywords: Convencional CRS-stack. Partial CRS-stack. NIP-tomography inversion.

LISTA DE SÍMBOLOS

GREGOS	DESCRIÇÃO		
α_0	Ângulo de emergência do raio normal		
$\beta_{k,j}$	Funções bases B-splines		
$\delta(t)$	Função Delta de Dirac		
$\Delta d(\mathbf{m})$	Medida de desajuste em função dos parâmetros ${\bf m}$		
Δt	Intervalo de amostragem temporal		
Δx	Espaçamento entre os traços		
θ	Ângulo de inclinação do refletor		
λ	Comprimento de onda		
ρ	Densidade do meio		
σ	Desvio padrão		
ξ_0	Localização emergente do raio normal		
$ au_0$	tempo de trânsito do raio normal		
∇	Operador gradiente		
$\Phi(\mathbf{m})$	Função objeto de minimização		
ψ	Fator de amortização		
ω	Frequência angular no espaço		

LATINOS	DESCRIÇÃO			
$A(x_0, h, t; v_0)$	Amplitude do traço			
a_{ij}	Indica a amostra no j no traço no i			
$\underline{\mathbf{C}}_{D}$	Matriz simétrica covariância dos dados			
$\underline{\mathbf{D}}$	Vetor de derivadas de segunda ordem			
$\mathbf{d}_{\mathrm{obs}}$	Dado observado			
$\mathbf{d}_{ ext{mod}}$	Dado modelado ou calculado			
$E(\mathbf{m})$	Função erro			
\mathbf{F}	Matriz das derivadas de Fréchet			
f	Operador não-linear			
$f_{\rm Nt}$	Frequência temporal Nyquist			
$f_{\rm Nx}$	Frequência espacial Nyquist			
q(t)	Função traço sísmico			
h	Meio-afastamento fonte-receptor			
k(i)	Representação do operador CRS			
k_z	Gradiente vertical de velocidade			
$L(\mathbf{m})$	Comprimento da solução			
$M_{\rm NUD}^{(\xi)}$	Derivada espacial de segunda ordem do tempo de trânsito			
m	Parâmetros do modelo			
$m(t, x_0)$	Componente determinística da funcão sinal-mensagem			
N	Número de tracos			
n_{dins}	Número de mergulhos conflitantes			
$P_0(x_0, t_0)$	Ponto de referência temporal-espacial do empilhamento			
$p^{(\xi)}$	Componente horizontal da vagarosidade			
$q(x_0, t_0)$	Parâmetro combinado q do empilhamento CMP-automático			
$R_{ m N}$	Raio de curvatura da onda NIP			
$R_{ m NIP}$	Raio de curvatura da onda N			
$r(t, x_0)$	Componente não-determinística da função sinal-mensagem (ruído)			
$R(t, x_0)$	Função refletividade do meio			
S	Função Semblance			
s(t,m)	Função sinal-mensagem			
T	Período (temporal)			
t_0	Tempo-duplo normal			
$t(x_m,h)$	Representação matemática do tempo-duplo de trânsito			
v	Velocidade do meio			
v_0	Velocidade relacionada ao ponto de emergência			
v_{EMP}	Velocidade de empilhamento			
v_{RMS}	Velocidade média-quadrática			
W	Número de amostras no tempo			
w(t)	Funçao pulso-tonte efetivo			
x_g	Coordenada do geotone			
x_m	Coordenada do ponto-medio-comum			
x_s	Coordenada da fonte			

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO 12
2	SÍSMICA DE REFLEXÃO
3	MÉTODO CRS
3.1	EMPILHAMENTO CRS
3.2	MERGULHOS CONFLITANTES
3.3	ABERTURA E ZONA DE FRESNEL
3.4	DADO SINTÉTICO
4	CRS-PARCIAL
4.1	TESTE 1: DADO ESPAÇADO
4.2	TESTE 2: DADO RUIDOSO 49
5	INVERSÃO TOMOGRÁFICA DA ONDA NIP
5.1	COMPONENTES DO DADO DE ENTRADA E DO MODELO 56
5.2	SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO
5.3	ALGORÍTMO DE INVERSÃO
5.4	RESULTADOS
5.4.1	Dado sem edição de traços
5.4.2	Dados com edição de traços
5.5	MIGRAÇÕES
6	CONCLUSÕES
	REFERÊNCIAS
	APÊNDICE A – DERIVADAS DE FRÉCHET
	APÊNDICE B – MATRIZ TOMOGRÁFICA 2D

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho inicia com a geração de um modelo sintético que satisfaça as propriedades do empilhamento CRS, e de suas variantes baseadas na teoria paraxial do raio. Como um dos objetivos, é a comparação com outros modelos com contrastes fortes de velocidade na horizontal e na vertical. Outro objetivo é aplicar o conceito do empilhamento CRS-parcial para aumentar a frequência espacial de Nyquist, fazendo com que o espectro das seções sísmicas esteja limitado aos quadrantes I e II no domínio da frequência, limitando o efeito de contaminação por amostragem, o que é analisado em dados sintéticos espaçados e ruidosos. Por escolha, o efeito dos empilhamentos CMP-automático, CRSconvencional, e CRS-superfamília são analisados na obtenção de modelos de velocidades em profundidade utilizando o técnica da inversão tomográfica da onda NIP. Os modelos obtidos são utilisados nas migrações em profundidade.

A qualidade do dado de reflexão sísmica é um aspecto importante para o processamento sísmico, e o mesmo depende de vários fatores, tais como a topografia da superfície, a complexidade da subsuperfície e os equipamentos técnicos utilizados na aquisição sísmica. Vários fatores como dados espaçados e forte presença de ruídos resultam em um processo instável na análise de velocidade, prejudicando o empilhamento e o imageamento do dado (BAYKULOV; GAJEWSKI, 2007). A regularização dos sismogramas e o preenchimento de lacunas quando houver é realizado normalmente por diferentes técnicas de "binning" e interpolação (BRUNE; O'SULLIVAN; LU, 1994; YILMAZ, 2000; FOMEL, 2003).

O modelo usado foi denominado modelo Duveneck-Astur para seguir a descrição de Duveneck (2004), e foi construido para simular um ambiente geológico com camadas homogêneas limitadas por interfaces curvas e suaves que obedeçam a ao método de empilhamento de superfície-de-reflexão-comum, diferentemente de outros modelos sintéticos onde há presença de falhas e fortes variações verticais e horizontais de velocidade, como por exemplo o Marmousi, Sigsbee, entre outros.

O método de empilhamento CRS-convencional empregado foi descrito por Müller (1999), Jäger (1999) e Mann (2002). O CRS-parcial foi descrito por Baykulov e Gajewski (2007) para gerar superfamílias, e com a ideia de preencher areas vazias ou espaçadas no dado.

Seguindo Müller (1999) e Jäger (1999), a superfície de empilhamento CRS aproxima o tempo de trânsito do evento sísmico de forma mais precisa do que o empilhamento NMO/DMO, como descrito por Brune, O'Sullivan e Lu (1994).

A inversão NIP-tomográfica visa obter um mapa de distribuição de velocidades com variação lateral para o imageamento em profundidade (DUVENECK, 2004). O problema

inverso utiliza os atributos CRS marcados na seção ZO empilhada.

O problema inverso consta de um ajuste-de-curva não-linear no sentido dos mínimos quadrados, que tenta minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre os dados observados que são as marcações feitas na seção empilhada, $(\tau_0, M_{\text{NIP}}^{(\xi)}, p^{(\xi)}, \xi_0)^{\text{obs}}$, e os dados calculados ou modelados, $(\tau_0, M_{\text{NIP}}^{(\xi)}, p^{(\xi)}, \xi_0)^{\text{mod}}$, a partir do modelo teórico, $(x, z, \theta)^{(\text{NIP})}$, associadas aos pontos NIP do modelo.

Os modelos de velocidade obtidos são utilizados na migração PSPI em profundidade.

2 SÍSMICA DE REFLEXÃO

A sísmica de reflexão é o método de prospecção geofísica que possui a maior resolução para as condições exploratórias de hidrocarbonetos. Este método tem como objetivo o imageamento da subsuperfície a partir de dados de multi-cobertura. Para isso é importante a atenuação da energia dos ruídos aleatórios e coerentes para que a relação sinal/ruído das seções afastamento-nulo aumentem de forma considerada. E uma etapa fundamental para isso ocorra é o empilhamento de dados sísmicos (SHERIFF, 1975; CLAERBOUT, 1976; SHERIFF; GELDART, 1982; DUARTE, 2003).

Outro importante conceito que deve ser sempre estabelecido nas descrições é quanto às dimensões da fonte, do meio e do levantamento. O problema geofísico-geológico é naturalmente 3D, entretando, os dados usados nesta dissertação são todos 2D, portanto as descrições téoricas do método de imageamento sísmico estão restritos apenas ao caso 2D. É importante também frisar que o presente estudo envisa o tratamento exclusivo das ondas de volume, e em particular das ondas compressionais (ondas P), não desconhecendo a existência das ondas S (SH e SV), das conversões P-SV em função do ângulo de incidência. Efeitos anisotrópicos, como a variação da propiedade dos materiais em diferentes direções também não são considerados.

Um dos estudos de uma bacia sedimentar é com relação aos efeitos de transmissividade e refletividade como uma física de interfaces, representando os refletores, e consequentemente o meio de propagação. O registro atraves do receptor informa o tempo de trânsito, ou tempo-duplo, e amplitude. Cada canal registra um traço sísmico (ou um sismograma) que é descrito de forma prática por duas partes: uma determinística e uma não-determinística, e em função do tempo-espaço, para um ponto fixo de observação, x_0 na forma:

$$s(t, x_0) = m(t, x_0) + r(t, x_0) = w(t) * R(t, x_0) + r(t, x_0).$$
(2.1)

A componente determinística $m(t, x_0)$ representa a mensagem que é visada no imageamento. A componente não-determinística $r(t, x_0)$ representa o ruído e deve ser evitado, e onde são colocados ruídos de diversos tipos, tais como: produzidos pela fonte, geológicos, locais, correlacionável, e instrumental. A parte determinística se caracteriza por ser escrita como o resultado de uma convolução entre a função meio, $R(t, x_0)$, (definida como a refletividade) e a função pulso-fonte efetivo, w(t), podemos visualizar de uma forma esquemática esse processo pela figura 1 abaixo (ROBINSON; SILVIA, 1979).



Figura 1 – Efeitos físicos relacionados à propagação de ondas sísmicas num meio geológico.

Fonte: Adaptado de Sheriff (1975)

A descrição do modelo direto requer a definição do arranjo geométrico da aquisição que neste caso se trata do arranjo fonte-comum (FC) Figura 4a, a partir do qual se montam outros arranjos como o ponto-médio-comum (CMP) Figura 4b, o afastamentocomum (CO) Figura 3a e o receptor-comum (CR) Figura 3b. Cada um destes arranjos tem uma aplicação específica. Pode-se analisar com detalhes essas diferentes configurações de arranjos sísmicos na Figura 2 abaixo.

A configuração FC estabelece a discretização temporal-espacial dos dados, seus valores usuais são dt = 4ms (intervalo temporal de amostragem no tempo) e dg = 25m (intervalo espacial de amostragem).

A configuração Ponto-Médio-Comum (PMC, CMP) representa uma família importante no processamento devido à redundância de informações na seção sísmica. Com isto, esta configuração é primordial no empilhamento sísmico, fase fundamental ligada à análise de velocidade e ao empilhamento CMP por meio do qual é gerado um aumento na relação sinal/ruído resultado da soma construtiva dos eventos coerentes e da soma destrutiva dos eventos incoerentes. Com isto, o modelo de velocidade é estimado de uma forma conveniente a partir do dado organizado em família CMP (ver Figura 4).



Figura 2 – Diferentes configurações de arranjos geométricos sísmicos.

Fonte: Gamboa (2007)

Figura 3 – (a) Geometria de processamento afastamento-comum. (b) Geometria do levantamento receptor comum. v representa a velocidade da camada.



Fonte: Lima (2010)





Fonte: Lima (2010)

O ponto-médio-comum (CMP) é definido como o ponto médio do par fonte e receptor. A sua localização na linha sísmica é calculada pela localização da fonte e do receptor da seguinte forma:

$$x_m = \frac{x_s + x_g}{2}.\tag{2.2}$$

Para a reconfiguração da geometria de aquisição usa-se também um parâmetro que descreve o afastamento (offset) entre fonte-receptor, e o meio-afastamento (h), que é calculado pela fórmula:

$$h = \frac{x_s - x_g}{2}.\tag{2.3}$$

Com a ajuda dessas informações pode-se passar da geometria de levantamento fonte-comum para a geometria ponto-médio-comum (CMP) mostrada na Figura (4).

A aquisição 2D resulta num cubo 3D (x_m, h, t) onde é feita a seleção de um conjunto (*bin*) para análise de velocidade, empilhamento e migração. Esse cubo de dados 3D (x_m, h, t) contempla as configurações expostas acima, e a Figura 5 mostra as direções das seções CS, CO e CMP, representadas por planos de cor vermelha. Na seção CS a relação exposta é $x_m - h =$ constante, sendo constituída por um painel que forma um ângulo de 45° no plano (x_m, h) . Na seção CO a relação existente é h = constante, sendo constituída por um painel paralelo ao eixo x_m no plano (x_m, h) . Na seção CMP $x_m =$ constante e h = variável, sendo constituída por um painel paralelo ao eixo h no plano (x_m, h) . O caso especial da seção ZO a ser simulada é o plano frontal à direita do cubo de dados onde h = 0.

Figura 5 – Ilustração do cubo de dados de multicobertura onde estão inclusos diferentes configurações fonte-receptor.



Fonte: Sheriff (1975)

Os modelos mais usados para representar a subsuperfície são: o de interfaces planohorizontais (usado no empilhamento NMO e em várias formas de migração), seguido do modelo com interfaces plano-inclinadas (usado na migração parcial), e o mais complexo, formado por interfaces curvas (usado no empilhamento CRS). Embora as descrições podem ser feitas em 2D e 3D foi utilizado neste trabalho apenas as descrições em 2D.

O modelo de interfaces plano-horizontais é formado por camadas homogêneas, isotrópicas, separadas por interfaces plano-horizontais. A fonte é considerada pontual e serve para marcar a origem do sistema de coordenadas cartesianas. Para o caso de afastamento-nulo, o espalhamento da energia obedece uma descrição dependente do tempo de trânsito a cada interface da base da camada, $[t_n(x = 0)]$. Neste caso, o tempo de trânsito $[t_n(x = 0)]$ e o raio de curvatura da frente de onda são expressos, respectivamente por:

$$t_n(x=0) = 2\sum_{i=1}^n \frac{e_i}{v_i}, \qquad R_0(x=0) = \frac{1}{v_0}\sum_{i=1}^n t_i v_i^2, \qquad (2.4)$$

onde v_n é a velocidade e e_n a espessura relativa à camada n (ver Figura 6).

Figura 6 – Modelo 2D composto por N camadas com interfaces plano-horizontais e N interfaces refletoras, onde a i-ésima camada é caracterizada pela velocidade v_i , densidade ρ_i , espessura e_i e um tempo duplo $\Delta t_i = 2e_i/v_i$. A fonte e o receptor estão separados de uma distância x, e x_m representa o ponto-médio entre a fonte e o receptor.



Fonte: Adaptado de Hubral e Krey (1980)

O cálculo do afastamento fonte-sensor, x(p), e o tempo-duplo, t(x), são propriamente expressos em termos do parâmetro horizontal do raio (p) nas formas:

$$x(p) = 2p \sum_{i=1}^{n} \frac{v_i^2 \Delta t_i}{\sqrt{1 - p^2 v_i^2}}, \qquad t(p) = 2 \sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta t_i}{\sqrt{1 - p^2 v_i^2}}, \tag{2.5}$$

onde $p = \operatorname{sen} \alpha_0 / v_0$, (α_0 é o ângulo de partida $\alpha \leq |\pi/2|$) e $\Delta t_i = 2e_i / v_i$ é o tempo-simples de percurso vertical na camada.

O tempo de trânsito impulsivo (não emergente) de uma onda emitida pela fonte na posição x_s e captada pelo receptor na posição x_g é dado para este modelo pela lei hiperbólica:

$$t^{2}(x) = t_{0}^{2} + \frac{x^{2}}{v_{\text{RMS}}^{2}},$$
(2.6)

onde x é a distância fonte-receptor e $v_{\rm RMS}$ é a velocidade média-quadrática dada pela

equação (NEIDELL; TANER, 1971):

$$v_{\rm RMS}^2 = \frac{v_1 R_0}{t_0} = \frac{1}{t_0} \sum_{i=1}^n v_i^2 \Delta t_i, \qquad (2.7)$$

onde v_1 é a velocidade na primeira camada, t_0 é o tempo-duplo na configuração afastamentonulo e Δt_i é o tempo-duplo vertical na *i*-ésima camada (HUBRAL; KREY, 1980).

Este modelo encontra aplicação na correção e empilhamento convencional NMO, onde está incluído a análise de velocidade via semblance (NEIDELL; TANER, 1971). No entanto, devido a forma geométrica das camadas este modelo apresenta restrições de uso em situações de geologia complexa caracterizada por variação horizontal de velocidade. Este modelo e suas aplicações estão descritas através da literatura, entre as quais se pode citar Ikelle e Amundsen (2005) e Yilmaz (2000).

O caso se torna mais geral para o modelo de interfaces plano-inclinadas com mergulhos arbitrários, como pode-se ver na Figura 7, com camadas homogêneas e isotrópicas, e as equações aplicáveis para o modelo direto 2D, válidas para pequenos afastamentos, e baseadas nos atributos da frente de onda, na forma

$$t(x) = t_0 + \frac{\operatorname{sen}\alpha_0}{v_1}x + \frac{\cos^2\alpha_0}{2v_1R_0}x^2 + \dots \qquad (\operatorname{aproximação parabólica}).$$
(2.8)

$$t^{2}(x) = \left\{ t_{0} + \frac{\operatorname{sen}\alpha_{0}}{v_{1}}x \right\}^{2} + \frac{t_{0}\cos^{2}\alpha_{0}}{v_{1}R_{0}}x^{2} + \dots \qquad (\operatorname{aproximação hiperbólica}).$$
(2.9)

O raio de curvatura da frente de onda na superfície de observação é dado por (HUBRAL; KREY, 1980):

$$R_0 = \frac{2}{v_1} \sum_{i=1}^n v_n^2 \Delta t_n \prod_{j=1}^{n-1} \frac{\cos^2 \alpha_j}{\cos^2 \alpha_j}.$$
 (2.10)

O tempo de trânsito para o empilhamento hiperbólico ZO é dado por:

$$t^{2}(x) = t_{0}^{2} + \frac{x^{2}}{v_{\text{NMO}}^{2}}, \qquad v_{\text{NMO}}^{2} = \frac{2v_{1}R_{0}}{t_{0}\cos^{2}\alpha_{0}},$$
 (2.11)

onde $v_{\rm NMO}$ é a correspondente velocidade teórica da correção de sobre-tempo.

Figura 7 – Modelo 2D composto por camadas com interfaces refletoras plano-inclinadas. Cada camada é caracterizada por uma velocidade v_i e uma densidade ρ_i . A fonte e o receptor estão separados de uma distância x; x_m representa o ponto-médio entre a fonte e o receptor; x_0 é o ponto referêncial de emergência da onda normal; e $\alpha i \in \beta_i$ são os ângulos de incidência vertical acima/abaixo da interface.



Fonte: Adaptado de Hubral e Krey (1980)

O modelo de interfaces curvas em 2D, e sua extensão a 3D, já é mais próximo da realidade das estruturas geológicas em subsuperfície, sendo constituído de camadas homogêneas, isotrópicas e com interfaces suavemente curvas como ilustrado na Figura 8.

A aproximação do tempo de trânsito para o modelo de interfaces curvas é obtido através da teoria paraxial do raio, e apresentado em duas formas, o parabólico dado pela equação

$$t(x_m, h) = t_0 + 2\frac{\operatorname{sen}\alpha_0}{v_0}(x_m - x_0) + \frac{\cos^2\alpha_0}{v_0}\left(\frac{(x_m - x_0)^2}{R_N} + \frac{h^2}{R_{NIP}}\right),$$
(2.12)

e o hiperbólico dado pela equação

$$t(x_m,h) = \sqrt{\left(t_0 + 2\frac{\mathrm{sen}\alpha_0}{v_0}(x_m - x_0)\right)^2 + 2t_0\frac{\mathrm{cos}^2\,\alpha_0}{v_0}\left(\frac{(x_m - x_0)^2}{R_\mathrm{N}} + \frac{h^2}{R_\mathrm{NIP}}\right)}.$$
 (2.13)



Figura 8 – Modelo composto por interfaces arbitrariamente curvas, com camadas homogêneas, isotrópicas, posicionadas entre dois semi-espaços, um superior e um inferior.

Fonte: Hubral e Krey (1980)

Nas equações (2.12) e (2.13), t_0 é o tempo de trânsito na configuração afastamentonulo, v_0 é a velocidade na superfície onde se localiza o ponto $P_0(x_0, t_0)$, x_m é a coordenada ponto-médio do afastamento fonte-receptor, h é o meio-afastamento fonte-receptor, x_0 é o ponto de referência na superfície. As quantidades α_0 , R_N e R_{NIP} são relativas à frente de onda observada no ponto de referência temporal-espacial $P_0(x_0, t_0)$ (ver Figura 9) e obtidas a partir de dois experimentos físico-matemáticos hipotéticos (DURBAUM, 1954; SHAH, 1973). O primeiro experimento admite uma onda originada a partir de uma fonte pontual localizada no ponto NIP (ver Figura 9a) com uma frente de onda inicialmente esférica (onda NIP). O segundo experimento admite uma onda originada ao redor do ponto NIP (ver Figura 9b), mas com uma frente de onda com curvatura inicial idêntica à curvatura do refletor aproximado por uma esfera (ou círculo), e denominada de onda N. Figura 9 – Física do modelo composto por camadas com interfaces curvas e superfície de aquisição plano-horizontal com desenho dos atributos da frente de onda. (a) Onda-NIP com origem num ponto NIP de raio de curvatura $R_{\rm NIP}$ e curvatura $K_{\rm NIP}$. (b) Onda-N com origem num seguimento do refletor de raio de curvatura $R_{\rm N}$ e curvatura $K_{\rm N}$.



Fonte: Biloti (2001)

3 MÉTODO CRS

O método de empilhamento CRS descrito por Müller (1999), Jäger (1999) e Mann (2002) simula seções afastamento-nulo para o caso de uma superfície de observação plana, como uma alternativa ao empilhamento convencional. A implementação do CRS foi feita com algumas particularidades: (1) o processo é automatizado; (2) a informação a priori é a velocidade próxima a linha sísmica de aquisição; (3) o operador de empilhamento CRS hiperbólico (2.13) depende de três parâmetros que definem a superfície de empilhamento (ver Figura 10) e são determinados com base nos dados de multi-cobertura por processos de busca automática e análise de coerência, e que é dada por:

$$t(x_m, h) = \sqrt{\left(t_0 + 2\frac{\mathrm{sen}\alpha_0}{v_0}(x_m - x_0)\right)^2 + 2t_0\frac{\mathrm{cos}^2\,\alpha_0}{v_0}\left(\frac{(x_m - x_0)^2}{R_\mathrm{N}} + \frac{h^2}{R_\mathrm{NIP}}\right)} \tag{3.1}$$

A determinação dos parâmetros do operador de empilhamento é realizada através de estratégias de busca, que utilizam casos particulares da equação do tempo de trânsito (2.13) controlada pelos raios de curvatura das ondas NIP e N. Isto faz com que a busca tri-paramétrica original seja desdobrada em problemas mais simples que envolvem um ou dois parâmetros desconhecidos. As equações do empilhamento CRS consideram a aproximação do refletor em subsuperfície por um segmento de círculo em 2D, ou por uma esfera em 3D.

O operador de empilhamento CRS (3.1) é função da coordenadas espaciais pontomédio (x_m) e afastamento (h). Além da seção simulada ao afastamento-nulo são estimados também os atributos α_0 , R_{NIP} e R_{N} da frente de onda, relativos ao ponto de referência $P_0(x_0, t_0)$. As quantidades α_0 , R_{NIP} e R_{N} são os parâmetros da função polinomial que representam a superfície do operador, e são objetos da estimativa usando métodos de otimização. Aplicações dos atributos CRS citemos Duveneck (2004), Heilmann (2007) e Baykulov (2009), entre outros.

No processo de empilhamento, para cada ponto $P_0(x_0, t_0)$ é determinado a terna "ótima" de parâmetros (α_0 , R_{NIP} , R_{N}) para que o operador CRS (3.1) se ajuste aos eventos de reflexão no dado em multi-cobertura. Este ajuste do operador CRS em relação a um evento de reflexão no dado é quantificado calculando a coerência do dado préempilhado ao longo do operador, neste caso, se faz uso da medida de coerência semblance (NEIDELL; TANER, 1971)

$$S = \frac{\sum_{j=k(i)-W/2}^{k(i)+W/2} \left(\sum_{i=1}^{N} a_{ij(i)}\right)^2}{N \sum_{j=k(i)-W/2}^{k(i)+W/2} \sum_{i=1}^{N} a_{ij(i)}^2},$$
(3.2)

onde a_{ij} indica a amostra no j no traço no i. O operador CRS é representado pela função k(i), e N é o número de traços envolvidos. O Semblance é avaliado dentro de uma janela temporal com W amostras no tempo. Assim, o Semblance é uma medida de coerência multicanal que mede a razão da energia total dos N traços empilhados em uma janela de tempo.

O problema prático a ser resolvido pode ser estabelecido como: encontrar o máximo absoluto do valor da função coerência que depende de três parâmetros independentes α_0 , $R_{\rm NIP} \in R_{\rm N}$. Além disso, como o problema é não-linear, a forma de encontrar o extremo global/local é a partir de um ponto de partida, que neste caso é uma terna específica de parâmetros ($\alpha_0^{\rm Ini}$, $R_{\rm NIP}^{\rm Ini} \in R_{\rm N}^{\rm Ini}$), a ser descrito a seguir.

Figura 10 – Ilustração do operador de empilhamento CRS. Na parte inferior se tem um modelo de duas camadas sobre um semi-espaço, onde em vermelho é mostrado o raio de afastamento-nulo. Na parte superior se tem as curvas em azul que representam os tempos de trânsito hiperbólico dos eventos de reflexão, e em vermelho a superfície do operador CRS.



Fonte: Garabito (2001)

3.1 EMPILHAMENTO CRS

A forma utilizada para proucurar resolver o problema de otimização tri-paramétrica não-linear é dividí-lo em quatro buscas (Müller, 1999), com o objetivo de estimar os atributos α_0 , $R_{\text{NIP}} \in R_{\text{N}}$, que são resumidas a seguir na sequência abaixo :

- 1. Busca de v_{EMP} ;
- 2. Busca de α_0 e R_{NIP} ;
- 3. Busca de $R_{\rm N}$;
- 4. Empilhamento Inicial;
- 5. Busca Final por Otimização.





Fonte: Biloti (2001)

Busca de v_{EMP}

A primeira etapa simula uma seção de afastamento-nulo com base numa simplificação da equação (3.1) considerando o caso $x_m = x_0$, reduz 3.1 para a forma:

$$t_{\rm CMP,hip}(x_m = x_0, h) = \sqrt{t_0^2 + \frac{2t_0}{v_0}qh^2};$$
 (3.3)

onde o parâmetro q é dado por

$$q = \frac{\cos^2 \alpha_0}{R_{\rm NIP}}.\tag{3.4}$$

Esta redução faz com que a equação (3.1) passe a depender apenas do parâmetro q, que combina dois parâmetros CRS. Comparando a equação (3.3) com a equação do empilhamento convencional, se tem:

$$t(h) = \sqrt{t_0^2 + \frac{4}{v_{\rm EMP}^2} h^2};$$
(3.5)

observa-se que a velocidade de empilhamento $v_{\rm EMP}$ pode ser expressa na forma

$$v_{\rm EMP}^2 = \frac{2v_0}{t_0 q} = \frac{2v_0 R_{\rm NIP}}{t_0 \cos^2 \alpha_0}.$$
(3.6)

Para cada seção CMP identificada por $P_0(x_0, t_0)$ se determina numa malha o valor de q que produz o maior valor de coerência com base na equação (3.3).

Com a determinação do parâmetro combinado $q(x_0, t_0)$ é realizado o empilhamento dos dados na configuração CMP, obtendo-se como resultado uma primeira seção simulada (empilhada) ZO. Esta primeira etapa para determinar os atributos CRS pode também ser chamada de *Empilhamento CMP Automático*.

Busca de α_0 e R_{NIP}

A busca de α_0 é realizada na seção ZO CMP automática, sob a condição h = 0 na equação (3.1) reduzida para:

$$t_{\rm ZO,hip}(x_m, h=0) = \sqrt{\left(t_0 + \frac{2\mathrm{sen}\alpha_0}{v_0}(x_m - x_0)\right)^2 + \frac{2t_0\cos^2\alpha_0}{v_0R_N}(x_m - x_0)^2}.$$
 (3.7)

Considerando pequenos deslocamentos ao longo da coordenada x_m em relação a x_0 , e considerando que o parâmetro R_N possui em geral altos valores ($|R_N| >> 1$), pode-se desprezar a contribuição da parcela de segunda ordem na equação (3.7) obtendo-se a seguinte equação:

$$t_{\rm ZO,linear}(x_m, h=0) = t_0 + \frac{2\mathrm{sen}\alpha_0}{v_0}(x_m - x_0).$$
 (3.8)

Desta forma, a busca por α_0 é realizada numa pequena vizinhança (abertura) de x_0 utilizando a equação (3.8), e este processo é denominado *Empilhamento ZO Linear*.

Com $\alpha_0(x_0, t_0)$ e o parâmetro combinado $q(x_0, t_0)$ determinados, através da equação (3.4) é calculado o parâmetro R_{NIP} .

Busca de R_N

A busca de $R_{\rm N}$ utiliza o operador CRS em afastamento nulo (3.7) incorporando o termo de segunda ordem da equação com o parâmetro $\alpha_0(x_0, t_0)$. Desta forma, o parâmetro $R_{\rm N}$ é estimado através de uma nova busca monoparamétrica. Este procedimento é denominado de *Empilhamento ZO Hiperbólico*.

Empilhamento Inicial

Uma vez estimados os valores iniciais para três parâmetros $(\alpha_0, R_N, R_{NIP})^{\text{Ini}}$ correspondentes ao ponto de referência $P_0(x_0, t_0)$ é aplicado o empilhamento segundo a trajetória definida pela equação (3.1). O resultado do empilhamento é alocado no ponto (x_0, t_0) , e a seção obtida é denominada *Seção Empilhada Inicial*.

Busca Final por Otimização

A etapa final é caracterizada por uma otimização não-linear onde a partir do trio inicial (α_0 , R_N , R_{NIP})^{Ini} os parâmetros (α_0 , R_N , R_{NIP})^{Opt} são obtidos, e consequentemente é realizado o *Empilhamento Otimizado CRS*.

3.2 MERGULHOS CONFLITANTES

A condição de mergulho conflitante ocorre quando a amplitude de uma mesma amostra é formada pela contribuição de dois ou mais eventos de reflexão com frentes de onda se propagando em direções diferentes. O resultado da etapa de busca de v_{EMP} em famílias CMP é usada como entrada para as buscas e empilhamento na seção ZO, mesmo na situação de mergulhos conflitantes. Como cada evento de reflexão tem um ângulo de emergência α_0^i diferente, onde o índice *i* indica o número de eventos de reflexão contribuindo para o conflito.

Uma estratégia para identificar essas situações é determinar máximos adicionais de coerência na etapa busca de $\alpha_0 \in R_{\text{NIP}}$ na seção empilhada, ou seja, se deve determinar de forma explícita um número a priori de eventos que vão contribuir para cada amostra e cada posição na seção ZO a ser simulada. Para cada um desses eventos haverá um ângulo de emergência que será identificado através da análise de coerência executada na mesma seção ZO. Para determinação dos máximos relevantes referentes a mergulhos conflitantes, Mann (2001a) e Mann (2001b) propôs critérios de coerência que são:

- (1) O máximo global de coerência tem que exceder um dado valor mínimo inicial, e valores abaixo deste nível não são avaliados;
- (2) Os máximos locais de coerência devem exceder um dado valor inicial relativo ao máximo global;

• (3) Os máximos devem estar claramente separados.

A partir destes critérios, a etapa de busca de α_0 e R_{NIP} na seção empilhada é executada para determinar cada valor de α_0^i . Esta busca pelos ângulos de emergência gera o espectro ilustrado na Figura 12, que é analisado de acordo com os pontos listados acima.

Com os valores de ângulos α_0^i detectados, é realizada novamente a busca de R_N na seção empilhada para detecção dos parâmetros R_N^i , e o processo é realizado para cada valor de ângulo detectado.

Figura 12 – Coerência semblance como função do ângulo de emergência α_0 calculado ao longo do operador linear na seção CMP empilhada. Dos três máximos distintos, dois correspondem a um evento de difração em $\approx -29^{\circ}$ e $\approx 24^{\circ}$ e um evento de reflexão em $\approx 10^{\circ}$.



Fonte: Adaptado de Mann (2002)

Os ângulos $\alpha_0^{(i)}$ e os raios $R_N^{(i)}$ associados aos eventos (*i*) contribuem para cada posição no domínio ZO. No entanto, os raios $R_{\text{NIP}}^{(i)}$ não podem ser calculados a partir do parâmetro combinado q e dos ângulos de emergência $\alpha_0^{(i)}$; isto é, um conjunto de ângulos está disponível, mas apenas um único (e possivelmente inexato) parâmetro combinado q é fornecido pelo empilhamento CMP automático.

Para solucionar esta ambiguidade do mergulho conflitante, Mann (2001a) e Mann (2001b) introduziu uma busca adicional para os raios de curvatura $R_{\text{NIP}}^{(i)}$ em um subconjunto diferente do volume de dados pré-empilhados, onde nem o ZO nem a configuração CMP se adequam para resolver esta ambiguidade.O subconjunto usado foi o CO, onde $x_m - x_0 = h$, que substituído na equação (3.1) fornece o tempo de trânsito de $t_{\text{CS}}(h)$ dado por:

$$t_{\rm CS,hip}^2(x_m,h) = \left[t_0 + \frac{2\mathrm{sen}\alpha_0}{v_0}(x_m - x_0)\right]^2 + \frac{2t_0\cos^2\alpha_0h^2}{v_0}\left(\frac{1}{R_{\rm C}}\right),\tag{3.9}$$

onde se escreve

$$\left(\frac{1}{R_{\rm C}}\right) = \left(\frac{1}{R_{\rm N}} + \frac{1}{R_{\rm NIP}}\right),\tag{3.10}$$

sendo $R_{\rm C}$ denominado de raio de curvatura combinado de $R_{\rm NIP}$ e $R_{\rm N}$. Como os ângulos de emergência $\alpha_0^{(i)}$ são conhecidos na busca de α_0 e $R_{\rm NIP}$ da seção empilhada, a busca adicional depende do parâmetro $R_{\rm C}$.

Para cada valor de ângulo de emergência $\alpha_0^{(i)}$, o parâmetro $R_{\rm C}^{(i)}$ correspondente é determinado através de uma busca uni-paramétrica realizada com a equação (3.9). O parâmetro $R_{\rm NIP}^{(i)}$ é obtido através da equação (3.10), onde $R_{\rm N}^{(i)}$ é estimado na etapa de busca de $R_{\rm N}^{(i)}$ na seção empilhada correspondente ao parâmetro $\alpha_0^{(i)}$.

3.3 ABERTURA E ZONA DE FRESNEL

A abertura ótima do empilhamento CRS pode ser considerada como a região onde a curva de tempo de trânsito do evento de reflexão e a do operador sejam tangentes. A Figura 13 (A) mostra que uma abertura muito pequena pode resultar na perda de traços adequados ao empilhamento. Por outro lado, uma abertura muito grande (região C) pode implicar no empilhamento de traços não-relevantes ao sinal. Para escolher adequadamente a abertura de empilhamento (região B) é necessário na prática a seleção de aberturas como um processo iterativo.





Fonte: Adaptado de Gamboa (2007)

A informação registrada nos receptores é função das estruturas geológicas em subsuperfície. Hilterman (1982) e Lindsey (1989) descrevem que a principal contribuição a um evento é a região do refletor denominada *Primeira Zona de Fresnel* (PZF), mostrada na Figura 14 onde a dimensão depende das propriedades geométricas (mergulho e curvatura) do refletor na vizinhança do ponto de reflexão, da velocidade do meio acima do refletor e do conteúdo de freqüência do sinal.

O conceito da Zona de Fresnel (ZF) está diretamente relacionado à resolução horizontal em subsuperfície, e o raio da PZF em condição de ZO é dada por:

$$R_1 = \left(\frac{1}{2}\lambda h\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}v\left(\frac{t}{f}\right)\frac{1}{2},\tag{3.11}$$

onde h representa a profundidade do refletor, t o tempo de trânsito vertical, v a velocidade do meio e f é a freqência temporal monocromática.

A PZF ao redor de um ponto de reflexão x_R é formada por todos os pontos x_P para os quais o tempo de trânsito da difração t_d , e o tempo de trânsito da reflexão t_R ao longo do raio central satisfazem a seguinte condição:

$$|t_d(x_P) - t_R(x_R)| \le \frac{T}{2},$$
(3.12)

onde T denota o período do sinal monofrequência da fonte (KRAVTSOV; ORLOV, 1990).

Figura 14 – A energia que retorna ao receptor com tempo de trânsito até meio período é somada construtivamente para formar o sinal do refletor, e a parte da interface da qual esta energia está retornando é conhecida como a Primeira Zona de Fresnel, ou simplesmente, a Zona de Fresnel.



Fonte: Adaptado de Lindsey (1989)

A PZF, definida em profundidade, tem uma correspondente extensão na superfície de medição, e é denominada de *Primeira Zona de Fresnel Projetada* (PZFP), cujo exemplo é mostrado na Figura 15. Dessa forma, a principal contribuição vinda de um refletor em profundidade deve estar contida na PZFP (HUBRAL; SCHLEICHER; TYGEL, 1993), e considerada como uma abertura adequada para o empilhamento CRS.

Uma aproximação da PZFP para o caso de uma seção ZO, em termos dos atributos CRS é dada em Mann (2002) pela seguinte equação:

$$\frac{W_F}{2} = |x_m - x_0| = \frac{1}{\cos \alpha_0} \sqrt{\frac{v_0 T}{2 \left| \frac{1}{R_{\rm NIP}} - \frac{1}{R_{\rm N}} \right|}}$$
(3.13)

A zona de Fresnel depende de todos os três parâmetros CRS, o que significa que o procedimento de empilhamento só é possível após a realização das buscas uni-paramétricas.

Figura 15 – Exemplo da Primeira Zona de Fresnel Projetada (PZFP) na superfície de observação em relação ao raio central. A extensão da ZFP serve para marcar a janela de observação. A ZFP foi calculada para dois raios NIPs: $P_1 \ e P_2$. O traçamento cor de rosa apresenta a projeção direta da zona de Fresnel (ZF) limitada pelos raios normais. Segundo a equação (3.12), a cor azul mostra a ZF baseada no tempo de trânsito de acordo com a teoria do raio. Nas cores verde e vermelha tem-se as ZFs baseadas nas aproximações hiperbólica e parabólica, respectivamente. Foi usada a freqüência dominante de 30Hz. As linhas contínuas representam raios normais de ZO, e as linhas tracejadas representam raios difratados.



Fonte: Adaptado de Mann (2002)

3.4 DADO SINTÉTICO

O processo completo, desde a aquisição do dado até a migração é organizado no fluxograma da Figura 16. Inicia-se com a aquisição do dado sísmico no modelo Astur-Duveneck, onde foi utilizado um arranjo-bilateral-simétrico (split-spread), os parâmetros usados estão descritos na Tabela 1.

A modelo sintético foi construído com o programa *trimodel* que faz parte do pacote Seismic Unix (SU). O modelo construido para simular um ambiente geológico foi denominado modelo Duveneck-Astur seguindo a descrição de Duveneck (2004), e é composto de camadas homogêneas, isotrópicas, limitados por interfaces curvas suaves que obedeçam ao modelo do método de empilhamento CRS. O modelo de velocidade original do dado sintético é exibido na Figura 17, onde observa-se que as velocidade das camadas variam da camada superior com velocidade de 2000 m/s, até a inferior com velocidade de 5000 m/s.





Fonte: Do Autor



Figura 17 – A distribuição de velocidades no modelo sintético Duveneck-Astur é composto basicamente de 4 estruturas: estrutura base do modelo (A), estrutura de domo (B), estrutura de falha (C), e estrutura superior (D).

Geometria de Tiros e F			
Número de tiros	181	Competition CMP	
Intervalo de tiros	50 m		F
Número de receptores	60	0 Número de CMP	420
Intervalo entre receptores	50 m	Intervalo entre CMP	$25 \mathrm{m}$
Afastamento mínimo	25m	Máxima cobertura	30
Afastamento minino	2011		
Afastamento máximo	1475m		

Tabela 1 – Parâmetros de aquisição do dado sintético.

Parâmetros de Gravação			
Tempo de gravação	3 s		
Intervalo de amostragem	$4 \mathrm{ms}$		

Fonte: Do Autor

Os parâmetros de abertura usados no empilhamento CRS na coordenada ZO variou de -1475 m no tempo de 0 s até 1475 m no tempo de 3 s, enquanto a abertura em relação a coordenada ponto-médio foi de 200 m à 300 m. O valor da velocidade v_0 relacionado ao ponto de emergência foi $v_0 = 200m/s$, e para mergulho confitante $n_{dips} = 2$.

A Figura 18 exibe a seção empilhada CRS com boa continuidade dos eventos. Observa-se na área circulada em preto que as sinclinais do modelo são imageados na forma de "gravata-borboleta"(bow-tie), e observa-se nas áreas circuladas em verde que os refletores conflitantes são transpassados apenas no sentido da esquerda para direita, provavelmente por serem mergulhos conflitantes.

A Figura 19a exibe os valores de coerência semblance para a seção ZO. Os atributos do campo de onda associados a valores baixos de coerência são considerados sem significado físico, e os eventos com valores de coerência altos garantem a confiabilidade dos atributos extraídos. O valor de coerência semblance é influenciado por alguns fatores: intensidade do sinal em relação ao ruído aleatório ao longo do evento de reflexão; número de traços que contribuem para o evento; e ajuste do operador CRS ao evento de reflexão (DUVENECK, 2004).


Figura 18 – Seção empilhada CRS-optimizada.

Fonte: Do Autor

A Figura 19b mostra a seção ângulo de emergência $\alpha(x_0, t_0)$ que é relacionado ao mergulho do refletor, e que varia entre -30° e $+30^{\circ}$. A Figura 20a mostra como $R_{\text{NIP}}(x_0, t_0)$ cresce gradativamente com o tempo de trânsito t_0 . A Figura 20b mostra os valores de $R_{\text{N}}(x_0, t_0)$ positivos nas partes convexas dos eventos de reflexão e valores negativos nas partes côncavas dos eventos de reflexão, que segundo a Figura 20b são exibidos coerentemente. Figura 19 – (a) Seção semblance mostrando alto valor de coerência. (b) Seção ângulo de emergência $\alpha(x_0, t_0)$ (graus), que se mostra coerente com o modelo original da Figura 17.



(h
ſ	D)



Figura 20 – (a) Seção de curvatura $R_{\text{NIP}}(x_0, t_0)$ com uma variação vertical, mostra-se coerente com o modelo original da Figura 17. (b) Seção raio de curvatura $R_{\text{N}}(x_0, t_0)$ com formas côncavas e convexas mostra-se coerente com o modelo original da Figura 17.



(a)



(b)

Fonte: Do Autor

4 CRS-PARCIAL

O empilhamento CRS-parcial, descrito por Baykulov e Gajewski (2007), tem por objetivo interpolar traços em CMPs com espacidade de dados, onde há falhas devido a problemas no levantamento. Além disso, o método pode ser usado para aumentar a relação sinal/ruido no dado pré-empilhado.

O CRS-parcial é baseado no operador hiperbólico mostrado na Equação 2.13 ilustrado na Figura 10, onde a superfície do CRS-convencional é mostrado em uma malha verde, e a superfície do CRS-parcial em uma malha vermelha, ao redor do ponto P_0 em um certo CMP.

Figura 21 – Ilustração do operador de empilhamento CRS-convencional e CRS-parcial. Na parte inferior se tem um modelo com uma camada entre dois semi-espaços, onde em vermelho é ilustrado o raio de afastamento-nulo. Na parte superior se tem as curvas em azul que representam os tempos de trânsito hiperbólico dos eventos de reflexão, e em vermelho a superfície do operador CRS.



Fonte: Adaptado de Baykulov (2009)

Estratégia de Busca

A superfície CRS-parcial é calculada no CMP selecionado para toda amostra especificada $A(t_A, h_A)$, onde t_A é o tempo duplo de trânsito, e h_A é o meio-afastamento fonte-receptor. Para isso, o tempo de trânsito de afastamento-nulo e os correspondentes parâmetros CRS (α_0, R_N, R_{NIP})^A que descrevem esse evento são calculados.

Essa busca pelos atributos CRS é simplificada para encontrar a hipérbole do CMP que se ajusta ao evento A (ver Figura 22). Para isso todos os tempos de trânsito afastamento-nulo dentro de uma faixa $[0; t_A]$ e os seus correspondentes parâmetros CRS para cada t_0 são testados para determinar a hipérbole que tem o menor desvio de tempo de trânsito em relação a t_A no afastamento h_A . Dessa forma, é determinado o tempo de trânsito t'_0 que corresponde ao desvio mínimo entre o tempo de trânsito calculado e o observado para a amostra A.

Figura 22 – Curvas de tempos de trânsitos testados na proucura do melhor ajuste da hipérbole a amostra $A(t_A, h_A)$ para a CRS-superfamília.



Fonte: Adaptado de Baykulov (2009)

O tempo exato de t_0 que se ajusta perfeitamente na hipérbole do evento em questão é calculado pela equação 4.1 usando os parâmetros CRS que foram utilizados na aproximação do tempo de trânsito para t'_0 , esta equação é derivada de 2.13 após resolver a equação quadrática para $x_m = 0$, considerando apenas valores positivos,

$$t_0 = -\frac{h_A^2 \cos^2 \alpha_0}{v_0 R_{\rm NIP}} + \sqrt{\left(\frac{h_A^2 \cos^2 \alpha_0}{v_0 R_{NIP}}\right)^2 + t_A^2}.$$
(4.1)

A expressão do tempo de trânsito para a superfície de empilhamento CRS-parcial (Equação 4.2), que utiliza os parâmetros correspondentes a t'_0 é produzida substituindo t_0 da Equação 4.1 em 2.13.

$$t^{2}(x_{m},h) = \left(-\frac{h_{A}^{2}\cos^{2}\alpha_{0}}{v_{0}R_{NIP}} + \sqrt{\left(\frac{h_{A}^{2}\cos^{2}\alpha_{0}}{v_{0}R_{NIP}}\right)^{2} + t_{A}^{2}} + \frac{2\mathrm{sen}\alpha_{0}}{v_{0}}(x_{m} - x_{0})\right)^{2} + \frac{2\cos^{2}\alpha_{0}}{v_{0}}\left(-\frac{h_{A}^{2}\cos^{2}\alpha_{0}}{v_{0}R_{NIP}} + \sqrt{\left(\frac{h_{A}^{2}\cos^{2}\alpha_{0}}{v_{0}R_{NIP}}\right)^{2} + t_{A}^{2}}\right) \\ \left(\frac{(x_{m} - x_{0})^{2}}{R_{N}} + \frac{h_{A}^{2}}{R_{NIP}}\right),$$

$$(4.2)$$

essa superfície é usada para somar o dado coerentemente, e o resultado é divido pelo numero de traços envolvidos na somatória, gerando assim um traço para compor uma Super-família CRS.

4.1 TESTE 1: DADO ESPAÇADO

Para mostrar os resultados da aplição do método de empilhamento CRS-parcial em dados espaçados, utilizou-se a seguinte metodologia: realizou-se uma eliminação aleatória de traços no dado utilizando o programa *sukill*, onde 80% dos traços do dado original foram zerados, para este caso não houve adição de ruído. A Figura 23 mostra o exemplo do CMP 200 que é exibido antes e depois da eliminação aleatória, onde de 30 traços apenas 6 não foram zerados neste processo. Este dado espaçado foi utilizado como entrada na busca automática dos atributos do campo de onda para calcular a superfície de empilhamento CRS. A abertura utilizada para o empilhamento CRS-parcial foi de [-1475 à +1475] na dimensão meio-afastamento, e na coordenada ponto-médio foi de 200 m do tempo de trânsito de 0.3 s à 300 m em 2.7 s.

Figura 23 – Família CMP 200 antes e depois da eliminação de traços. Não foi aplicado ganho à figura



Fonte: Do Autor

Para realizar o empilhamento CRS-parcial pode-se utilizar apenas afastamentos positivos, ou então afastamentos negativos. Sendo assim, como a configuração de aquisição do dado síntético foi um arranjo-bilatéral-simétrico, foi necessário fazer o processo de empilhamento CRS-parcial duas vezes, uma para afastamentos positivos e outra para afastamentos negativos, e em seguida concatenar os resultados, como mostra a Figura 24.



Figura 24 – CRS-superfamília 200 com afastamentos positivos e negativos separadamente. Não foi aplicado ganho à figura

Fonte: Do Autor

A Figura 25a mostra o resultado na família CMP 200 antes e depois o empilhamento CRS-parcial. Observa-se nesta imagem como a relação sinal/ruído aumenta, com isto a visualização dos eventos sísmicos é proeminente. Para observar como o empilhamento CRS-parcial melhorou a continuidade dos eventos e preencheu as lacunas no dado pré-empilhado, a Figura 25b mostra uma janela tempo-espacial de 1 segundo e 400 m para detalhes.

No lado esquerdo da Figura 26 é mostrado o resultado da interpolação linear temporal através do programa *suinterp* do SU, o intervalo entre os traços é o mesmo da seção interpolada com o CRS-parcial (12.5 m), mas por conta das limitações do programa não é possível obter uma interpolação satisfatória em se tratando de dados com uma falta de informação considerável como no caso analisado. e o lado direito da Figura 26 mostra uma janela tempo-espacial para detalhes.

Figura 25 – (a) Família CMP 200 antes e depois do empilhamento CRS-parcial. (b) Detalhe da família CMP 200 antes e depois do empilhamento CRS-parcial. Não foi aplicado ganho às figuras.



Fonte: Do Autor





Fonte: Do Autor

As frequências temporais e espaciais Nyquist são calculadas por

$$f_{\rm Nt} = \frac{1}{2\Delta t},$$

$$f_{\rm Nx} = \frac{1}{2\Delta x},$$
 (4.3)

no qual Δt é o intervalo de amostragem e Δx é o espaçamento entre os traços.

A Figura 27a mostra o espectro F-K da família CMP 200 contido na banda de frequência espacial de até 0.01 ciclos/metro, e frequência temporal de até 125 Hz. A Figura 27b mostra o espectro F-K da CRS-superfamília 200 após a interpolação de traços feita pelo CRS-parcial. A frequência espacial Nyquist aumentou para 0.04 ciclos/metro, o que resulta na diminuição do efeito de contaminação por amostragem, e com isso todo espectro fica contido em dois quadrantes. A frequência temporal Nyquist permanece a mesma em 125 Hz. O aumento da frequência Nyquist espacial deve-se a diminuição do espaçamento entre os traços, resultado da interpolação feita pelo CRS-parcial. Os resultados do empilhamento das super-famílias geradas pelo CRS-parcial, denominados seções empilhadas CRS-superfamília foram comparados com outros dois tipos de empilhamentos, o CMP-automático e o CRS-convencional. Figura 27 – (a) Espectro F-K da família CMP 200 antes da aplicação do empilhamento CRSparcial, onde se observa mais contaminação ao longo de f_x do que em f_t comparado com a Figura 27b. (b) Espectro F-K da CRS-superfamília 200 após a aplicação do empilhamento CRS-parcial, onde se observa que todo o conteúdo do espectro está limitado à dois quadrantes.



(b)



Fonte: Do Autor

A Figura 28 mostra o resultado do empilhamento CMP-automático, com muitas lacunas nos eventos da seção empilhada. A Figura 29 mostra o resultado do empilhamento CRS-convencional (que não utiliza as superfamílias CRS), que apresenta uma melhora considerável em relação à Figura 28, uma vez que quase todas as lacunas foram preenchidas no empilhamento. A Figura 30 mostra a seção empilhada CRS-superfamílias resultando na seção com a melhor continuidade dos eventos em comparação à 28 e 29. Observase neste teste da seção 4.1, que mesmo com a eliminação de muitos traços não se nota diferenças entre a seção empilhada da Figura 30 e a seção empilhada CRS (sem a anulação de traços) da Figura 18.

O empilhamento CRS-superfamília melhora a qualidade das seções empilhadas pelo aumento da relação S/R. Além disso, o método leva em conta as informações dos traços vizinhos permitindo que se preencham pequenas lacunas nos dados, o que se observa nas seções empilhadas das Figuras 28, 29 e 30.

Figura 28 – Seção empilhada CMP-automático. Comparar com as Figuras 29 e 30. Não foi aplicado ganho à figura.



Fonte: Do Autor

Figura 29 – Seção empilhada CRS-convencional. Comparar com as Figuras 28 e 30. Não foi aplicado ganho à figura.



Fonte: Do Autor

Figura 30 – Seção empilhada CRS-superfamília. Comparar com as Figuras 28 e 29. Não foi aplicado ganho à figura.



Fonte: Do Autor

4.2 TESTE 2: DADO RUIDOSO

O emprego do empilhamento CRS-parcial também foi analisado na presença de ruído. Para isso, aplicou-se um ruído Gaussiano de valor S/N=5 no dado pré-empilhado através do programa *suaddnoise*. A Figura 31 mostra antes e depois da adição do ruído na família CMP 200. Nota-se que apenas os eventos mais rasos são vistos claramente, ou seja, acima de 1.5 s.



Figura 31 – Família CMP antes e depois da adição do ruído. Não foi aplicado ganho à figura.

Fonte: Do Autor

A abertura utilizada para o empilhamento CRS-parcial foi de [-1475 & +1475] na dimensão meio-afastamento, e na coordenada ponto-médio foi de 200 m do tempo de trânsito de 0.3 s & 300 m em 2.7 s. Como no exemplo do dado espaçado, o empilhamento CRS-parcial foi realizado uma vez para afastamentos negativos e outra para os positivos (ver Figura 32), e concatenados posteriormente.

Observa-se na Figura 33a a melhora na relação S/R da CRS-superfamília, e uma boa continuidade dos eventos em comparação com a família CMP.





Fonte: Do Autor

A Figura 33b mostra uma janela tempo-espacial de 1 segundo e 400 metros retirada da Figura 33a para comparação das diferenças dessas duas famílias. A Figura 33b (direita) mostra o resultado da interpolação, em comparação com a Figura 33b (esquerda) sem a interpolação do CRS-parcial.

A Figura 34 do lado esquerdo mostra a interpolação feita pelo pacote *suinterp* do SU que realiza uma interpolação temporal através da função seno cardinal, o intervalo entre os traços é o mesmo da seção interpolada com o CRS-parcial (12.5 m), nota-se que o método interpolou alguns eventos rasos mais também interpolou os ruídos envolvidos na seção, resultando em uma seção CMP com baixa relação sinal-ruído, e no lado direito é mostrada uma janela tempo-espacial para detalhes da figura.

Figura 33 – (a) Família CMP 200 antes e depois do empilhamento CRS-parcial. (b) Detalhe da família CMP 200 antes e depois do empilhamento CRS-parcial. Não foi aplicado ganho às figuras.



Fonte: Do Autor



Figura 34 – Família CMP 200 interpolada com o programa *suinterp* do SU. Não foi aplicado ganho à figura.

Fonte: Do Autor

As Figura 35a mostra o espectro F-K da família CMP 200 antes da interpolação de traços feita pelo CRS-parcial, onde a frequência temporal Nyquist é de 125 Hz, e a frequência espacial Nyquist é de 0.01 ciclos/metro. A Figura 35b mostra o espectro F-K da CRS-superfamília 200 após a interpolação de traços feita pelo CRS-parcial. A frequência espacial Nyquist aumentou para 0.04 ciclos/metro, o que resulta na diminuição do efeito de contaminação por amostragem, e com isso todo espectro fica contido em dois quadrantes. A frequência temporal Nyquist permanece a mesma em 125 Hz.

Figura 35 – (a)Espectro F-K da família CMP 200 antes da aplicação do empilhamento CRSparcial. (b) Espectro F-K da CRS-superfamília 200 resultante depois da aplicação empilhamento CRS-parcial.



Fonte: Do Autor

A Figura 36 resulta do empilhamento CMP-automático onde, apesar da presença de ruído é possivel distinguir todos os refletores. A Figura 37 mostra o resultado do empilhamento CRS-convencional, onde se observa uma melhora na relação S/R e aumento na coerência dos eventos em relação a Figura 36. A Figura 38 mostra a seção empilhada CRS-superfamília. Comparando este resultado com os das Figuras 36 e 37, nota-se melhoras na relação S/R, de tal forma que as Figuras 18 e Figura 38 são semelhantes. Isto mostra a estabilidade do método na presença de ruídos aleatórios.

Figura 36 – Seção empilhada CMP-automático. Comparar com as Figuras 37 e 38. Não foi aplicado ganho à figura.



Fonte: Do Autor





Fonte: Do Autor

Figura 38 – Seção empilhada CRS-superfamília. Comparar com as Figuras 36 e 37. Não foi aplicado ganho à figura.



Fonte: Do Autor

5 INVERSÃO TOMOGRÁFICA DA ONDA NIP

A Figura 39 (a) ilustra um segmento de raios especulares conectando fontes e receptores na superfície de medida e um ponto de reflexão comum (PRC,CRP). Estas trajetórias são desenhadas como idênticas à dos raios associados a uma onda hipotética emergente devido a uma fonte pontual no CRP da Figura 39 (b). Portanto, o tempo de trânsito das reflexões para o CRP podem ser interpretadas em termos do tempo de trânsito das ondas NIP, e a imagem do sinal de reflexão associado ao ponto CRP é equivalente à convergência da onda NIP para o tempo de trânsito igual a zero (ver Figura 39 (c)) (DUVENECK, 2004).

Figura 39 – (a) Segmentos de raios especulares refletindo no CRP na subsuperfície. (b) Trajetória dos raios associados com a onda hipotética NIP. Geometricamente, os raios CRP e NIP são coincidentes. (c) Em um modelo de velocidade consistente, a onda NIP converge para o ponto NIP para o tempo de trânsito zero.



Fonte: Adaptado de Baykulov (2009)

Esse critério de modelo está de acordo com o critério de convergência em profundidade para o caso de migração.

5.1 COMPONENTES DO DADO DE ENTRADA E DO MODELO

A onda emergente NIP associada a cada amostra $P_0(t_0, \xi_0)$ é caracterizada por seu tempo de trânsito do raio normal $\tau_0 = \frac{t_0}{2}$, pela localização emergente ξ_0 do raio normal considerado, por sua derivada espacial de primeira ordem do tempo de trânsito (componente horizontal da vagarosidade), $p^{(\xi)}$, e por sua derivada espacial de segunda ordem do tempo de trânsito, $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$, que podem ser representados por

$$p^{(\xi)} = \frac{\operatorname{sen}\alpha_0}{v_0} \tag{5.1}$$

$$M_{\rm NIP}^{(\xi)} = \frac{\cos^2 \alpha_0}{v_0 R_{\rm NIP}} \tag{5.2}$$

calculados a partir dos correspondentes parâmetros CRS, representados pelo vetor de entrada

$$\mathbf{d}_{\rm obs} = (\tau_0, M_{\rm NIP}^{(\xi)}, p^{(\xi)}, \xi_0)_{i=1}^n, \tag{5.3}$$

onde n é o número de pontos marcados na seção CRS empilhada.

A tomografia da onda NIP usa o conceito de um modelo de velocidade definido por coeficientes B-spline em uma malha com n_x e n_z nós na horizontal e vertical, respectivamente, e dado por:

$$v(x,z) = \sum_{j=1}^{n_x} \sum_{k=1}^{n_z} v_{ij} \beta_j(x) \beta_k(-z), \qquad (5.4)$$

onde β_j e β_k são as funções bases B-splines, e v_{ij} são os coeficientes do modelo a serem determinados no processo de inversão. A utilização deste método para estimar o modelo de velocidade apresenta algumas vantagens:

- As aproximações de tempo de trânsito do método CRS permitem correlacionar automaticamente eventos de reflexão em um grande número de traços com variações em relação ao ponto-médio e ao meio-afastamento, o que torna possível a identificação de reflexões e determinar seus tempos de trânsito mesmo quando a relação sinal/ruído do dado for baixa.
- O processo de marcação dos eventos é feito na seção simulada afastamento-nulo, de melhor relação sinal/ruído, facilitanto a identificação dos refletores e suas reespectivas marcações.
- A determinação do modelo de velocidade se torna possível também em áreas geológicas complexas, onde é difícil seguir uma continuidade dos eventos de reflexão sobre a seção sísmica, pois os locais de marcação na seção simulada afastamentonulo podem ser feitas de modo independente, uma vez que esta não tem que seguir eventos de reflexão contínuos no dado.

A Figura 40 exemplifica a tomografia da onda NIP 2D, que define cada CRP pela posição em subsuperfície, (x,z), e pela direção do raio normal dado ângulo de inclinação local θ . Sendo assim, o problema para estimar o modelo de velocidade consiste em achar as componentes do vetor **m** definido por:

$$(x, z, \theta)_i^{(\text{NIP})},$$
 $(i = 1, ..., n_{\text{dados}}),$
 $v_{jk},$ $(j = 1, ..., n_x, k = 1, ..., n_z).$ (5.5)

Com isto, existem $N_{dados} = 4n_{dados}$ pontos de dados e $M_{par} = 3n_{dados} + n_x n_z$ parâmetros no modelo a serem determinados.

Figura 40 – Componentes dos dados mostrado no vetor 5.3 e do modelo em 5.5 para a inversão tomográfica da onda NIP.



Fonte: Adaptado de Baykulov (2009)

5.2 SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

O problema inverso por ajuste de curvas consiste na busca de um modelo ótimo **m** tal que o desvio entre o dado observado, \mathbf{d}_{obs} , e o correspondente dado teórico, $\mathbf{d}_{mod} = \mathbf{f}(\mathbf{m})$, onde o operador não-linear f simboliza o traçamento dinâmico do raio no modelo dado, seja minimizado no sentido dos mínimos quadrados. Sendo assim, a forma mais simples da função objeto de minimização, $\Phi(\mathbf{m})$, é dada por:

$$\Phi(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} ||\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})||_D^2 = \frac{1}{2} ||\Delta \mathbf{d}(\mathbf{m})||_D^2 = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{d}^T(\mathbf{m}) \underline{\mathbf{C}}_D^{-1} \Delta \mathbf{d}(\mathbf{m}); \quad (5.6)$$

onde $\Delta \mathbf{d}(\mathbf{m}) = \mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})$. $\underline{\mathbf{C}}_D$ é a matriz simétrica covariância dos dados considerada diagonal (TARANTOLA, 1987), o que implica em erros não-correlacionáveis. Cada ponto em \mathbf{d} na equação (5.6) contém quatro tipos diferentes de dados: tempo de trânsito; segunda derivada do tempo de trânsito; primeira derivada do tempo de trânsito; e coordenadas espaciais.

A série de Taylor é a técnica usada para linearizar a função desajuste na vizinhança de, \mathbf{m}_n , e dada por

$$f(\mathbf{m}_n + \Delta \mathbf{m}) \approx f(\mathbf{m}_n) + \underline{\mathbf{F}} \Delta \mathbf{m},$$
 (5.7)

onde $\underline{\mathbf{F}}$ é a matriz das derivadas $F_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial m_j}$, também denominadas de derivadas de Fréchet, de \mathbf{f} no ponto \mathbf{m}_n (Apêndice A). A aproximação linear (5.7) do operador de modelagem permite que um mínimo de $\Phi(\mathbf{m})$ seja encontrado de forma iterativa iniciando com o modelo de partida, \mathbf{m}_0 , e calculando uma sequência de atualizações, $\Delta \mathbf{m}$, do modelo na direção de um mínimo de $\Phi(\mathbf{m})$, desde que se esteja próximo ao mínimo. O método é baseado na minimização da função objeto $\Phi(\mathbf{m})$ através da primeira derivada em relação aos parâmetros na forma

$$\nabla_{\mathbf{m}} \Phi = \mathbf{0},\tag{5.8}$$

o qual resulta na equação normal

$$\underline{\mathbf{F}}^T \underline{\mathbf{C}}_D^{-1} \mathbf{F} \Delta \mathbf{m} = \underline{\mathbf{F}}^T \underline{\mathbf{C}}_D^{-1} \Delta \mathbf{d}(\mathbf{m}_n).$$
(5.9)

A equação (5.9) pode ser resolvida para $\Delta \mathbf{m}$ se o inverso de $\mathbf{F}^T \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{F}$ existir e poder ser calculado de uma forma estável, se $\mathbf{F}^T \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{F}$ for singular, ou aproximadamente singular, a inversa não pode ser calculada, e o sistema não contém informações suficientes para determinar de forma "única" os parâmetros do modelo, sendo necessário introduzir vínculos para regularizar o problema.

Regularização é um conceito central em inversão, e as diferentes formas de regularização introduzidas estabelecem uma nova solução ao problema. Sendo assim, uma forma usual é que o vetor solução, \mathbf{m} , tenha comprimento mínimo, o que implica na adição de um termo extra na função objeto de minimização, $L(\mathbf{m})$, multiplicado por um peso, ε , que pondera as duas partes, o vínculo dos dados $E(\mathbf{m})$ e dos parâmetros $L(\mathbf{m})$ (MENKE, 1984). Com isto, a equação (5.6) passa à forma

$$\Phi(\mathbf{m}) = E(\mathbf{m}) + \varepsilon^2 L(\mathbf{m}). \tag{5.10}$$

O próximo passo para introduzir uma regularização mais consistente do ponto de vista físico, sendo assim, admiti-se que o vetor de segunda derivadas, $\underline{\mathbf{D}}$, tenha comprimento mínimo, uma vez que elas representam uma medida de curvatura, penalisando a rugosidade do modelo de velocidade, de modo a apresentar uma solução mais suave para explicar o dado. A condição de suavidade é também necessária para assegurar a validação da teoria paraxial do raio ao redor de cada raio central, permitindo relaciona-la ao cálculo dos atributos CRS. Sendo assim, a função objeto de minimização é reescrita na forma:

$$\Phi(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{d}^{T}(\mathbf{m}) \underline{\mathbf{C}}_{D}^{-1} \Delta \mathbf{d}(\mathbf{m}) + \frac{1}{2} \varepsilon^{\prime \prime} \mathbf{m}^{(v)T} \underline{\mathbf{D}}^{\prime \prime} \mathbf{m}^{(v)}, \qquad (5.11)$$

com o vetor dos parâmetros alterado para,

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} \mathbf{m}^{(\text{NIP})} \\ \mathbf{m}^{(v)} \end{pmatrix}.$$
 (5.12)

A matriz $\underline{\mathbf{D}}''$ é positiva definida, e ε'' pondera a participação entre os termos desajuste e regularização.

A aplicação do gradiente $\nabla_{\mathbf{m}} \Phi(\mathbf{m}) = \mathbf{0}$ na Equação 5.11, para a condição de minimização, resulta na equação normal:

$$(\underline{\mathbf{F}}^{T}\underline{\mathbf{C}}_{D}^{-1}\underline{\mathbf{F}} + \varepsilon''\underline{\tilde{\mathbf{D}}}'')\Delta\mathbf{m} = \underline{\mathbf{F}}^{T}\underline{\mathbf{C}}_{D}^{-1}\Delta\mathbf{d}(\mathbf{m}_{n}) - \varepsilon''\underline{\tilde{\mathbf{D}}}''\mathbf{m}_{n};$$
(5.13)

que é resolvida para se obter o vetor atualização $\Delta \mathbf{m}$. A matriz simétrica $\underline{\tilde{\mathbf{D}}}''$ é obtida da matriz $\underline{\mathbf{D}}''$ pela adição de linhas e colunas extras contendo zeros para que o termo de regularização possa ser escrito em termos do vetor modelo completo, \mathbf{m} , de modo que:

$$\mathbf{m}^{T}\underline{\tilde{\mathbf{D}}}^{\prime\prime}\mathbf{m} = \mathbf{m}^{(v)T}\underline{\mathbf{D}}^{\prime\prime}\mathbf{m}^{(v)}.$$
(5.14)

Escrevendo a matriz $\underline{\hat{\mathbf{F}}}$ e o vetor $\Delta \underline{\hat{\mathbf{d}}}$ nas formas:

$$\underline{\hat{\mathbf{F}}} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{C}}_D^{-1/2} \underline{\mathbf{F}} \\ \underline{\tilde{\mathbf{B}}} \end{pmatrix} \quad e \quad \Delta \underline{\hat{\mathbf{d}}} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{C}}_D^{-1/2} \Delta \mathbf{d}(\mathbf{m}_n) \\ \underline{\tilde{\mathbf{B}}} \mathbf{m}_n \end{pmatrix}; \tag{5.15}$$

a equação (5.13) é reescrita na forma compacta,

$$\underline{\hat{\mathbf{F}}}^T \underline{\hat{\mathbf{F}}} \Delta \mathbf{m} = \underline{\hat{\mathbf{F}}}^T \Delta \hat{\mathbf{d}}.$$
(5.16)

A matriz $\underline{\tilde{\mathbf{B}}}$ tem por definição que $\underline{\tilde{\mathbf{B}}}^T \underline{\tilde{\mathbf{B}}} = \varepsilon'' \underline{\tilde{\mathbf{D}}}''$ como descrito no apêncide B. A estrutura da equação (5.16) permite que $\Delta \mathbf{m}$ possa ser calculado como uma solução dos mínimos quadrados na forma:

$$\hat{\mathbf{F}}\Delta\mathbf{m} = \Delta\hat{\mathbf{d}}.\tag{5.17}$$

As linhas da matriz $\underline{\tilde{\mathbf{B}}}$ em $\underline{\hat{\mathbf{F}}}$ e $\Delta \hat{\mathbf{d}}$, que correspondem aos parâmetros NIP do modelo, são nulas. Para a solução da equação (5.17), a matriz $\underline{\tilde{\mathbf{B}}}$, na equação (5.17), é substituída por uma matriz retangular [$\underline{\mathbf{0}}, \underline{\mathbf{B}}$], onde $\underline{\mathbf{B}}^T \underline{\mathbf{B}} = \varepsilon'' \underline{\mathbf{D}}''$.

Para resolver a equação (5.17) implicaria no cálculo da matriz transposta $\hat{\mathbf{F}}^T \hat{\mathbf{F}}$ e do vetor $\hat{\mathbf{F}}^T \Delta \hat{\mathbf{d}}$. No entanto, existe métodos mais eficientes e numericamente mais estáveis para o cálculo da solução desejada no sentido dos mínimos quadrados e, consequentemente, a atualização $\Delta \mathbf{m}$, assim, o vetor modelo para a próxima iteração é dado por:

$$\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n + \psi \Delta \mathbf{m}_n; \tag{5.18}$$

onde $\psi \leq 1$ é o fator de amortização dos passos $\Delta \mathbf{m}$.

A sulução da equação (5.17) é obtida com o algorítomo LQRS (PAIGE; SAUNDERS, 1982a; PAIGE; SAUNDERS, 1982b). Esse é um método iterativo, eficiente para resolver esse tipo de sistemas lineares segundo a equação (5.17) (ver Apendice B).

Para se obter o vetor atualização da solução do sistema linear (5.17), os elementos da matriz $\underline{\mathbf{F}}$, $F_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial m_j}$, devem ser calculadas na etapa de modelagem pela aplicação da teoria da pertubação do raio ao longo do raio normal. Durante as iterações os valores \mathbf{m}_n são obtidos, e novos dados são calculados pelo traçamento dinâmico do raio. Se a função objeto de minimização em (5.11) aumenta, ψ é diminuído, então $\Phi(\mathbf{m})$ é recalculada. Do contrário, a próxima iteração é iniciada calculando as derivadas de Fréchet para o novo modelo.

5.3 ALGORÍTMO DE INVERSÃO

Os dados foram extraídos na fase do empilhamento CRS, e são disponíveis como entrada para o processo de inversão. O algorítmo da inversão segue as seguintes etapas.

- 1. Criação de um modelo de velocidade inicial pela atribuição de valores significativos para os elementos de $\mathbf{m}^{(v)}$. Os fatores de escala dos dados (os elementos da matriz diagonal \mathbf{C}_{D}), os pesos dos vínculos adicionais, e os fatores de regularização são também especificados.
- 2. Para cada conjunto dos parâmetros dos dados, um raio normal é traçado no modelo na direção descendente até atingir o respectivo tempo de trânsito τ_0 . Cada raio se origina na superfície de medida (z = 0) em uma localização emergente ξ_0 , e sua direção é definida pelo ângulo de emergência do raio central calculado pelos correspondentes componentes dos dados. O ponto final do raio na subsuperfície, definido por $\tau_0 = 0$, é a localização inicial do NIP, e o vetor vagarosidade do raio no NIP produz a normal ao refletor. Baseando-se nestas informações, o modelo NIP inicial, para o vetor $\mathbf{m}^{(\text{NIP})}$, pode ser estabelecido.
- 3. Traçamento dinâmico de raios na direção ascendente, iniciando no respectivo NIP, para determinar os parâmetros da modelagem direta, representada por \mathbf{d}_{mod} . Simultaneamente, os elementos da matriz \mathbf{F} são calculados pela aplicação da teoria da perturbação do raio ao longo de cada raio normal.
- 4. A função objeto de minimização (5.11) é estimada pelo cálculo do desajuste entre os dados \mathbf{d}_{obs} e \mathbf{d}_{mod} , e pelo cálculo do termo de regularização do vetor modelo de velocidade $\mathbf{m}^{(v)}$.
- 5. Construção do sistema de equações lineares (5.17) e solução segundo os mínimos quadrados usando um método numérico apropriado, denominado algoritmo LSQR, que está implementado no programa *Niptomo* do Seismic Unix para obter um vetor de atualização do modelo, $\Delta \mathbf{m}$.
- 6. O modelo atualizado, $\Delta \mathbf{m}_n$, multiplicado por um fator $0 < \psi \leq 1$, é adicionado ao modelo atual, \mathbf{m}_n , e o modelo direto obtido (traçamento dinâmico do raio) é realizado com os novos valores dos parâmetros do modelo para se obter um novo vetor \mathbf{d}_{mod} .
- 7. Análise da função objeto de minimização calculada a partir do desajuste dos dados observados de \mathbf{d}_{obs} e o novo \mathbf{d}_{mod} .
- 8. Se a função objeto de minimização aumenta, o modelo atualizado é rejeitado, ψ é reduzido e as etapas 6 e 7 são repetidas até que a função objeto de minimização

diminua ou ψ seja reduzido abaixo de um valor específico. Se a função objeto de minimização não diminui, mesmo para pequenos valores de ψ , um mínimo da função objeto é considerado alcançado.

- 9. Se a função objeto de minimização diminui, o modelo atualizado é aceito, o peso da regularização ε'' é diminuído, e a próxima iteração é iniciada voltando à etapa 3 onde é usado o novo modelo de velocidade.
- 10. O procedimento é interrompido quando um determinado número de iterações, ou se a função objeto de minimização tiver atingido um determinado valor menor do que um valor pré-especificado pelo operador.

5.4 RESULTADOS

5.4.1 Dado sem edição de traços

Para o dado sintético original (seção 3.4) foi realizada uma marcação manual da seção empilhada CRS-optimizada (Figura 18), com um total de 587 pontos (ξ , t). Em seguida foi utilizado o programa *kinattirpicker2d* do Seismic Unix que tem como entrada as seções dos atributos CRS (ângulo de emergência, coerência semblance e R_{NIP}) e o dado empilhado para extrair os atributos cinemáticos do campo de onda (M_{NIP} e p) associados a cada ponto marcado na seção empilhada.

Um modelo de velocidade inicial foi definido numa malha formada de $n_x \ge n_z=23$ x 16 nós B-splines com espaçamento uniforme na horizontal $\Delta x = 500$ m e na vertical $\Delta z = 300$ m, onde as coordenadas foram de x=-1000 m e x=10000 m na horizontal, e até z=4500 m na vertical. Para o modelo inicial foi definido um gradiente vertical constante de velocidade definido por:

$$v(z) = v_0 + k_z z, (5.19)$$

onde $v_0 = 2000 \text{ m/s}$ e $k_z = 0,86s^{-1}$.

Os fatores de regularização adotados foram $\varepsilon_{xx} = 0.004$ e $\varepsilon_{zz} = 0.0002$, e um peso de regularização global que, para a (n + 1)-ésima iteração, decresce iterativamente passo-a-passo, e é dado pela relação

$$\varepsilon_{n+1}'' = \sqrt{\frac{\Phi_n}{\Phi_{n-1}}} \varepsilon_n'', \tag{5.20}$$

onde Φ_n é o valor da função objeto de minimização após n-ésima iteração.

A Figura 41 mostra o comportamento da medida de desajuste em função do número de iterações, onde é estabelecido o máximo de 15 iterações para cada processo, que convergiu efetivamente na $12\,^\circ$ iteração, e o valor do desajuste foi reduzido em mais de 1000 vezes.

Figura 41 – Valor da função objeto de minimização em função do número de iterações para o dado sintético original. Um modelo de velocidade inicial com gradiente linear foi utilizado com $v_0 = 2000$ m/s e $k_z = 0,86s^{-1}$.



Fonte: Do Autor

A Figura 42 serve como controle de qualidade do processo de inversão analisada através do espalhamento dos pontos de informações após 15 iterações. A Figura 42a mostra os dados marcados na seção empilhada da Figura 18. A Figura 42b mostra os resíduos de τ_0 , onde a maioria está entre -2ms e 2ms. A Figura 42c mostra os valores de $M_{\rm NIP}$ calculados pela equação (5.2). A Figura 42d mostra os desvios de $\Delta M_{(NIP)}$, a maioria contida entre -5.10^{-9} s/m² e 5.10^{-9} s/m². A Figura 42e mostra os valores de pcalculados pela equação 5.1 com valores ao redor de -200.10^{-6} s/m e 200.10^{-6} s/m. A Figura 42f mostra os valores dos desvios Δp entre 3.10^{-6} s/m e -4.10^{-6} s/m. Figura 42 – Dado de entrada e erros residuais após 15 iterações. (a) Valores de τ_0 . (b) Erro residual em τ_0 . (c) Valores de $M_{\rm NIP}$. (d) Erro residual em τ_0 . (e)Valores de p. (f) Erro residual em p.



Fonte: Do Autor

A Figura 43 mostra o modelo de velocidade de referência em profundidade (Figura 17) suavizado a 20 pontos, observa-se que as velocidade das camadas variam da superior com 2000 m/s, até a inferior com 5000 m/s.





Fonte: Do Autor

A Figura 44a mostra o resultado da inversão NIP-tomográfica obtido após 15 iterações. A característica da figura é o aumento gradativo da velocidade com a profundidade, a variação horizontal, e a suavidade do modelo como exigido pela teoria paraxial do raio. A Figura 44b mostra as marcações feitas na seção empilhada CRS sobrepostas ao modelo de velocidade final, onde pode-se observar a coerência entre estas partes. A Figura 45a mostra os raios normais traçados correspondentes aos parâmetros finais do modelo (x, z, θ) sobrepostos ao modelo de velocidade final da inversão NIP-tomográfica.

A Figura 45b mostra a seção migrada pelo método pós-empilhamento em profundidade PSPI de Gazdag e Sguazzero (1984) utilizando o modelo de velocidades obtido no processo de inversão NIP-tomográfica. Comparando com a Figura 17, nota-se que interfaces refletoras foram migradas corretamente em profundidade, demonstrando a coerência do modelo de velocidade obtido pela inversão NIP-tomográfica e o método de migração. Figura 44 – (a)Modelo de velocidade em profundidade obtido pela inversão da onda NIP após 15 iterações. Comparar com a Figura 43. (b) Plotagem das marcações feitas na seção empilhada CRS sobrepostas ao modelo de velocidade final obtido pela inversão NIP-tomográfica após 15 iterações mostrado na Figura 44a.



(a)

Fonte: Do Autor

Figura 45 – (a) Plotagem dos raios normais correspondentes aos parâmetros finais do modelo (x, z, θ) sobrepostos ao modelo de velocidade final obtido pela inversão NIPtomográfica após 15 iterações mostrado na Figura 44a (b) Resultado da migração pós-empilhamento PSPI (Phase-Shift Plus Interpolation) em profundidade utilizando o modelo de velocidades obtido pela inversão NIP-tomográfica.







Fonte: Do Autor

5.4.2 Dados com edição de traços

Nesta seção os resultados da niptomagrafia são analisados quanto ao efeito de cada método de empilhamento na inversão da onda NIP utilizando os resultados dos testes 1 e 2 feitos Capítulo 4, onde no teste 1 foi feita uma eliminação aleatória dos traços (seção 4.1), e no teste 2 foi adicionado um ruído Gaussiano ao dado (seção 4.2).

Os resultados dos testes 1 e 2 foram usados em três casos diferentes:

- Caso A: Inversão NIP-tomográfica utilizando um modelo inicial de velocidade constante.
- Caso B: Inversão NIP-tomográfica utilizando como modelo inicial um modelo com gradiente linear de velocidade.
- Caso C: Inversão NIP-tomográfica usando um modelo obtido da análise de velocidade semblance como modelo de partida.

A Figura 46 mostra o modelo de velocidade obtido da análise de velocidade semblance utilizando a seção empilhada CRS-optimizada da Figura 18 para marcação dos eventos, este modelo foi usado como partida na inversão para o caso C, mas para utilizálo como entrada na niptomografia foi preciso reamostrá-lo para a mesma dimensão da malha usada na niptomografia.



Figura 46 – Modelo de velocidade obtido da análise de velocidade semblance.

Fonte: Do Autor

Um total de 9 testes foram realizados nesta seção, e organizados na Tabela 2. É importante ressaltar que nestes testes foram realizadas apenas marcações automáticas a fim de se obter um parâmetro sistemático de comparação entre os resultados. Os valores de regularização e da dimensão da malha são os mesmos da sub-seção 5.4.1.

TESTE 1 (Seção es	spaçada)	TESTE 2 (Seção com ruído)		
CMP-automático	Caso A	CMP-automático	Caso A	
	Caso B		Caso B	
	Caso C		Caso C	
CRS-convencional	Caso A	CRS-convencional	Caso A	
	Caso B		Caso B	
	Caso C		Caso C	
CRS-superfamília	Caso A	CRS-superfamília	Caso A	
	Caso B		Caso B	
	Caso C		Caso C	

Tabela 2 – Tabela da organização dos testes realizados.

Fonte: Do Autor

Teste 1: Empilhamendo CMP-automático

Neste teste foram utilizados os resultados obtidos no teste 1 da seção 4.1, referentes ao empilhamento CMP-automático, para usar como entrada na inversão NIP-tomográfica e obter o modelo de velocidade em profundidade.

A marcação automática foi realizada com o programa *Kinattirpicker2d* do Seismic Unix, e as seções dadas de entrada no programa são exibidas na Tabela 3. A coerência mínima para selecionar uma marcação (parâmetro *mincoher*) foi de 0,19 uma vez que a coerência máxima na seção (Figura 47b) foi de 0,35. O total de marcações foi de 399, e reduzida a 395 após edição.

Tabela 3 – Tabela das seções de entrada para o programa *Kinattirpicker2d*. O parâmetro *min-coher* foi 0,19.

Seção de entrada			
Seção empilhada	CMPstack		
Seção coerência	CMPcoher		
Seção ângulo de emergência	Optangle		
Seção $R_{\rm NIP}$	OptRnip		

Fonte: Do Autor

A Figura 47a é a seção empilhada CMP-automática, e a Figura 47b mostra a seção coerência semblance, ambas resultantes do teste realizado na seção 4.1.

A seguir, uma malha de $n_x \ge n_z = 23 \ge 16$ nós, como descrito na sub-seção 5.4.1, foi feita para estabelecer o processo de inversão. Os fatores de regularização adotados foram $\varepsilon_{xx} = 0.004$ e $\varepsilon_{zz} = 0.0002$ para todos os casos descritos neste teste. As Figuras 48a, 48b e 48c mostram o comportamento da função objeto de minimização em relação ao número de iterações nos processos de inversão.

Figura 47 – (a) Seção simulada afastamento-nulo utilizada como entrada no programa de marcação automática. (b) Seção coerência semblance cálculado pela expressão 3.2 utilizada como entrada no programa de marcação automática, e que apresenta um valor máximo ao redor de 0,35.





(b)

71

Fonte: Do Autor
Figura 48 – Decaimento da função desajuste (equação 5.6) em função do número de iterações. (a) Caso A. (b) Caso B. (c) Caso C.



Fonte: Do Autor

Observa-se na Figura 48, que ao reniciar o processo de inversão utilizando a saída final (velocidades e parâmetros) e atualizando os valores de regularização produz um maior decaimento da função objeto de minimização, sendo assim, a repetição deste processo pode ser feita.

A Figura 49 mostra o resultado da inversão da onda NIP com suas respectivas marcações sobrepostas para três casos diferentes (A, B e C), e para 15 e 30 iterações. A Figura 49a mostra o resultado da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações utilizando um modelo inicial com velocidade constante $v_0 = 2000$ m/s (Caso A). A marcação automática é distribuída sobre todo o modelo, e apesar do modelo inicial ser muito diferente do original, a NIP-tomografia foi capaz de reproduzir o aspécto geral do modelo de velocidade original da Figura 43. A Figura 49b mostra o modelo de velocidade obtido após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 49a) como modelo inicial. Nesta figura observa-se melhor a distribuição de velocidade na parte inferior do modelo em comparação ao modelo de 15 iterações (Figura 49a) o que é mais compatível com o modelo de velocidade real do dado sintético. A Figura 49c mostra o resultado da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações utilizando um modelo inicial de velocidade com gradiente vertical de velocidade segundo a equação 5.19, onde $v_0 = 2000$ m/s e $k = 0, 86s^{-1}$ (Caso B). A Figura 49d mostra o modelo de velocidade resultante da NIP-tomográfia após 30 iterações, utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 49c) como modelo inicial, onde visualmente é notada uma distribuição mais suave das altas velocidades para o modelo de velocidade resultante da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações, onde o modelo de velocidade resultante da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações, onde o modelo de velocidade resultante da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações, onde o modelo inicial utilizado (Figura 46) é obtido da análise de velocidade Semblance (Caso C). A Figura 49f exibe o resultado da inversão após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 49e) como modelo inicial.

Analisando separadamente o caso A e B, o modelo final de velocidade (Figura 49c) das 15 primeiras iterações do caso B é mais consistente do que o do caso A mostrado na Figura 49a, uma vez que, devido o modelo inicial para o caso B conter um gradiente vertical de velocidade, o modelo inicial já está bem mais próximo do modelo de velocidade real. Figura 49 – Modelos de velocidade resultantes do teste 1, com as marcações na seção empilhada CMP-automática plotadas. (a) Caso A para 15 iterações. (b) Caso A para 30 iterações. (c) Caso B para 15 iterações. (d) Caso B para 30 iterações. (e) Caso C para 15 iterações. (f) Caso C para 30 iterações.



Fonte: Do Autor

Teste 1: Empilhamendo CRS-convencional

Neste teste foram utilizados os resultados obtidas no teste 1 da seção 4.1 referentes ao empilhamento CRS-convencional, para usar como entrada na inversão NIP-tomográfica e obter o modelo de velocidade em profundidade.

A marcação automática foi realizada com o programa *Kinattirpicker2d* do Seismic Unix, e as seções dadas de entrada no programa são exibidas na Tabela 4. A coerência mínima válida para a marcação (parâmetro *mincoher*) foi de 0,19. Neste caso, a diferença de 1% na coerência mínima para marcação resulta em uma diferença de 100 no número de pontos marcados, sendo assim, o total de marcações foi de 352 pontos.

Tabela 4 – Tabela das seções de entrada para o programa *Kinattirpicker2d*. O parâmetro *min-coher* foi 0,19.

Seção de entrada				
Seção empilhada	Optstack			
Seção coerência	Optcoher			
Seção ângulo de emergência	Optangle			
Seção $R_{\rm NIP}$	OptRnip			

Fonte: Do Autor

A Figura 50a mostra a seção empilhada CRS-optimizada, que apresenta poucas lacunas no dado empilhado em comparação com a seção da Figura 47a. A Figura 50b mostra a seção coerência semblance CRS-optimizada, que apresenta um valor máximo de 0,25, menor que a seção 47b, embora neste caso, apresente melhor continuidade da função coerência.

Uma malha de $n_x \ge n_z=23 \ge 16$ nós foi definida para o processo de inversão, com os fatores de regularização adotados $\varepsilon_{xx} = 0.004$ e $\varepsilon_{zz} = 0.0002$. As Figuras 51a, 51b e 51c mostram o comportamento da função objeto de minimização em relação ao número de iterações nos processos de inversão.

Figura 50 – (a) Seção empilhada CRS-optimizada utilizada como entrada no programa de marcação automática. (b) Seção coerência semblance cálculado pela Equação 3.2 utilizada como entrada no programa de marcação automática, que aponta um valor máximo ao redor de 0,25.







Fonte: Do Autor





Fonte: Do Autor

A Figura 52 mostra o resultado da inversão da onda NIP, com suas respectivas marcações para três casos diferentes (A, B e C), para 15 e 30 iterações. A Figura 52a mostra o resultado da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações utilizando um modelo inicial com velocidade constante de 2000m/s (Caso A). A baixa coerência semblance (Figura 50b) da seção empilhada CRS-optimizada afetou a marcação automática, resultando em uma menor quantidade de pontos marcados em comparação à Figura 49, e consequentemente, afetando o resultado da NIP-tomografia. A Figura 52b mostra o resultado da inversão NIP-tomográfica após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 52a) como modelo inicial. Da Figura 52b nota-se como o aumento do número de iterações melhora a distribuição da velocidade ao longo do modelo, o que resultou em um modelo de velocidade mais coerente em relação ao modelo de velocidade real. A Figura 52c mostra o resultado da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações utilizando um modelo inicial de velocidade com gradiente vertical de velocidade (Caso B), segundo a equação 5.19, onde $v_0 = 2000$ m/s e $k = 0,86s^{-1}$. A Figura 52d mostra o modelo de velocidade resultante da NIP-tomografia após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 52c). Este modelo é bastante semelhante ao modelo obtido no teste anterior (Figura 49d), e que apesar do resultado da Figura 52d conter menos pontos marcados, o mesmo consegue reproduzir um modelo de velocidade coerente pela inversão NIP-tomográfica. A Figura 52e mostra o modelo de velocidade resultante da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações, onde o modelo inicial utilizado (Figura 46) é obtido da análise de velocidade Semblance (Caso C). A Figura 52f mostra o modelo de velocidade resultante da NIP-tomografia após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 52e). Figura 52 – Modelos de velocidade resultantes do teste 1, com as marcações na seção empilhada CRS-convencional plotadas. (a) Caso A para 15 iterações. (b) Caso A para 30 iterações. (c) Caso B para 15 iterações. (d) Caso B para 30 iterações. (e) Caso C para 15 iterações. (f) Caso C para 30 iterações.



Fonte: Do Autor

Teste 1: Empilhamento CRS-superfamília

Neste teste foram utilizados os resultados obtidos no teste 1 da seção 4.1, referentes ao empilhamento CRS-superfamília, como entrada na inversão NIP-tomográfica e obter o modelo de velocidade em profundidade.

A marcação automática foi feita com o programa *Kinattirpicker2d* do Seismic Unix, e as seções dadas de entrada no programa são exibidas na Tabela 5. O valor da coerência mínima válida para marcação (parâmetro *mincoher*) foi 0,70, mais do que o triplo utilizado nos testes anteriores, se esse valor fosse adotado para as seções 47a e 50a nenhum ponto seria marcado no processo de marcação automática. O valor da coerência máxima na seção (Figura 53b) foi de mais de 0,9, sendo assim, o total de pontos marcados foi de 846, e reduzido a 830 após edição.

Tabela 5 – Tabela das seções de entrada para o programa *Kinattirpicker2d*. O parâmetro *mincoher* foi 0,7.

Seção de entrada		
Seção empilhada	Supergathers.Optstack	
Seção coerência	Supergathers.Optcoher	
Seção ângulo de emergência	Supergathers.Optangle	
Seção $R_{\rm NIP}$	Supergathers.OptRnip	

Fonte: Do Autor

A Figura 53a mostra a seção empilhada CRS-superfamílias. Esta seção possui uma relação sinal/ruído alta, a qual preencheu totalmente as lacunas que haviam nas outras seções empilhadas (Figuras 47a e 50a).

A Figura 53b mostra a seção coerência semblance, que possui altos valores de coerência em comparação com as outras seções (Figuras 47b e 50b). Nesta figura, nota-se que para o primeiro refletor a coerência possui o valor máximo, o que não corresponde ao modelo de velocidade real do dado.

Figura 53 – (a) Seção empilhada CRS-superfamília utilizada como entrada no programa de marcação automática. (b) Seção coerência semblance cálculado pela Equação 3.2 utilizada como entrada no programa de marcação automática, onde a coerência máxima está acima de 0,9.







Fonte: Do Autor

Uma malha de $n_x \ge n_z=23 \ge 16$ nós foi estabelecida para o processo de inversão, e os fatores de regularização adotados foram $\varepsilon_{xx} = 0.004$ e $\varepsilon_{zz} = 0.0002$. As Figuras 54a, 54b e 54c mostram o comportamento da função desajuste em função do número de iterações da inversão.

Figura 54 – Decaimento da função desajuste em função do número de iterações. (a) Caso A. (b) Caso B. (c) Caso C.



Fonte: Do Autor

A Figura 55 mostra o resultado da inversão da onda NIP, com suas respectivas marcações para três casos diferentes (A, B e C), para 15 e 30 iterações. A Figura 55a mostra o resultado da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações utilizando um modelo inicial com velocidade constante de 2000m/s (Caso A). Nota-se como a seção com uma alta coerência semblance aumenta a confiabilidade dos atributos do campo de onda CRS, e são determinantes para se obter um modelo de velocidade próximo ao modelo real. A Figura 55b mostra o modelo de velocidade obtido após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 55a), e onde apresenta uma melhora na distribuição das velocidades na base do modelo. A Figura 55c mostra o resultado da inversão NIPtomográfica após 15 iterações utilizando um modelo inicial de velocidade com gradiente vertical de velocidade (Caso B) segundo a equação 5.19, onde $v_0 = 2000$ m/s e k = $0, 86s^{-1}$. A Figura 55d mostra o modelo de velocidade resultante da NIP-tomografia após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 55c), e visualmente pouca diferença é notada em comparação ao de 15 iterações da Figura 55c. A Figura 55e mostra o modelo de velocidade resultante da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações, onde o modelo inicial utilizado (Figura 46) é obtido da análise de velocidade Semblance (Caso C). A Figura 55f mostra o modelo de velocidade resultante da NIP-tomografia após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 55c).

A Figura 56 mostra os erros residuais ao final do processo de inversão com relação à $M_{\rm NIP}$ e p após 30 iterações para o caso A, sendo que as figuras (a) e (b) se referem ao empilhamento CMP-automático, (c) e (d) ao empilhamento CRS-convencional, e (e) e (f) ao empilhamento CRS-superfamília.

A Figura 57 mostra os erros residuais ao final do processo de inversão com relação à $M_{\rm NIP}$ e p após 30 iterações para o caso B, sendo que as figuras (a) e (b) se referem ao empilhamento CMP-automático, (c) e (d) ao empilhamento CRS-convencional, e (e) e (f) ao empilhamento CRS-superfamília.

A Figura 58 mostra os erros residuais ao final do processo de inversão com relação à $M_{\rm NIP}$ e p após 30 iterações para o caso C, sendo que as figuras (a) e (b) se referem ao empilhamento CMP-automático, (c) e (d) ao empilhamento CRS-convencional, e (e) e (f) ao empilhamento CRS-superfamília.

Através das Figuras 56, 57 e 58, nota-se a maior quantidade de pontos marcados nas seções CRS-superfamília, e também a maior concentração de pontos em um intervalo menor de erro residual, sendo assim, obteve-se um melhor ajuste dos parâmetros analisados, principalmente em relação ao parâmetro p.

Figura 55 – Modelos de velocidade resultantes do teste 1, com as marcações na seção empilhada CRS-superfamília plotadas. (a) Caso A para 15 iterações. (b) Caso A para 30 iterações. (c) Caso B para 15 iterações. (d) Caso B para 30 iterações. (e) Caso C para 15 iterações. (f) Caso C para 30 iterações.





(d)













Fonte: Do Autor

Figura 56 – Resultados para o caso A após 30 iterações da inversão NIP-tomográfica. (a) Erro residual da inversão utilizando a seção CMP-automática em (a) $M_{\rm NIP}$ e (b) p. Erro residual da inversão utilizando a seção CRS-convencional em (c) $M_{\rm NIP}$ e (d) p. (e) Erro residual da inversão utilizando a seção CRS-superfamília em (e) $M_{\rm NIP}$ e (f) p.



Fonte: Do Autor

Figura 57 – Resultados para o caso B após 30 iterações da inversão NIP-tomográfica. (a) Erro residual da inversão utilizando a seção CMP-automática em (a) $M_{\rm NIP}$ e (b) p. Erro residual da inversão utilizando a seção CRS-convencional em (c) $M_{\rm NIP}$ e (d) p. (e) Erro residual da inversão utilizando a seção CRS-superfamília em (e) $M_{\rm NIP}$ e (f) p.



Fonte: Do Autor

Figura 58 – Resultados para o caso C após 30 iterações da inversão NIP-tomográfica. (a) Erro residual da inversão utilizando a seção CMP-automática em (a) $M_{\rm NIP}$ e (b) p. Erro residual da inversão utilizando a seção CRS-convencional em (c) $M_{\rm NIP}$ e (d) p. (e) Erro residual da inversão utilizando a seção CRS-superfamília em (e) $M_{\rm NIP}$ e (f) p.



Fonte: Do Autor

Teste 2: Empilhamento CMP-automático

Neste teste foram utilizados os resultados obtidos no teste 2 da seção 4.2 referentes ao empilhamento CMP-automático, para usar como entrada na inversão NIP-tomográfica e obter o modelo de velocidade em profundidade.

A marcação automática foi feita com o programa *Kinattirpicker2d* do Seismic Unix, e as seções dadas de entrada no programa são exibidas na Tabela 6. A coerência mínima para selecionar uma marcação (parâmetro *mincoher*) foi de 0,30 uma vez que a coerência máxima na seção (Figura 59b) foi maior do que 0,60. O total de marcações foi de 613, e reduzida a 603 após edição.

Tabela 6 – Tabela das seções de entrada para o programa *Kinattirpicker2d*. O parâmetro *min-coher* foi 0,30.

Seção de entrada			
Seção empilhada	CMPstack		
Seção coerência	CMPcoher		
Seção ângulo de emergência	Optangle		
Seção $R_{\rm NIP}$	OptRnip		

Fonte: Do Autor

A Figura 59a mostra a seção empilhada CMP-automática, onde nota-se a presença de ruídos em consequência do teste realizado na seção 4.2. A Figura 59b mostra a seção coerência semblance, onde nota-se o quanto esta seção foi afetada pelo ruído adicionado no teste 2, o que diminuio a relação sinal/ruído, e consequentemente o número de pontos da marcação automática.

Uma malha de $n_x \ge n_z=23 \ge 16$ nós foi estabelecida para o processo de inversão, e os fatores de regularização adotados foram $\varepsilon_{xx} = 0.004$ e $\varepsilon_{zz} = 0.0002$. As Figuras 60a, 60b e 60c mostram o comportamento do desajuste em função do número de iterações no processo de inversão.

A Figura 61 mostra o resultado da inversão da onda NIP, com suas respectivas marcações para três casos diferentes (A, B e C), e para 15 e 30 iterações. A Figura 61a mostra o resultado da inversão NIP-tomografia após 15 iterações utilizando um modelo inicial com velocidade constante de 2000m/s. A Figura 61b mostra o modelo de velocidades resultante da niptomagrafia após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 61a).

Figura 59 – (a) Seção simulada afastamento-nulo utilizada como entrada no programa de marcação automática. (b) Seção coerência semblance cálculado pela Equação 3.2 utilizada como entrada no programa de marcação automática, e que apresenta um valor máximo maior do que 0,6.





(a)

Fonte: Do Autor





Fonte: Do Autor

A Figura 61c mostra o resultado da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações utilizando um modelo inicial de velocidade com gradiente vertical de velocidade (Caso B) segundo a equação 5.19, onde $v_0 = 2000$ m/s e $k = 0,86s^{-1}$. A Figura 49d mostra o modelo de velocidade resultante da NIP-tomografia após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 61c). A Figura 61e mostra o modelo de velocidade resultante da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações, onde o modelo inicial utilizado (Figura 46) é obtido da análise de velocidade Semblance (Caso C). A Figura 61f mostra o modelo de velocidades resultante da niptomagrafia após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 61e). Figura 61 – Modelos de velocidade resultantes do teste 2, com as marcações na seção empilhada CMP-automática plotadas. (a) Caso A para 15 iterações. (b) Caso A para 30 iterações. (c) Caso B para 15 iterações. (d) Caso B para 30 iterações. (e) Caso C para 15 iterações. (f) Caso C para 30 iterações.



Fonte: Do Autor

Teste 2: CRS-convencional

Neste teste foram utilizados os resultados obtidos no teste 2 da seção 4.2, referentes ao empilhamento CRS-convencional, para usar como entrada na inversão NIP-tomográfica e obter o modelo de velocidade em profundidade.

A marcação automática foi feita com o programa *Kinattirpicker2d* do Seismic Unix, as seções dadas de entrada no programa são exibidas na Tabela 7. A coerência mínima para selecionar uma marcação (parâmetro *mincoher*) foi 0,30 uma vez que a coerência máxima na seção (Figura 62b) foi maior do que 0,60. O total de marcações foi 643 pontos.

Tabela 7 – Tabela das seções de entrada para o programa *Kinattirpicker2d*. O parâmetro *min-coher* foi 0,30.

Seção de entrada				
Seção empilhada	Optstack			
Seção coerência	Optcoher			
Seção ângulo de emergência	Optangle			
Seção $R_{\rm NIP}$	OptRnip			

Fonte: Do Autor

A Figura 62a exibe a seção empilhada CRS-optimizada que apresenta uma relação sinal/ruído maior em comparação com a seção 47a. A Figura 50b mostra a seção coerência semblance CRS-optimizada, e apresenta um valor máximo maoir do que 0,6, que é o mesmo da seção 47b.

Uma malha de $n_x \ge n_z=23 \ge 16$ nós foi estabelecida para o processo de inversão, e os fatores de regularização adotados foram $\varepsilon_{xx} = 0.004$ e $\varepsilon_{zz} = 0.0002$. As Figuras 63a, 63b e 63c mostram o comportamento da função desajuste em função ao número de iterações nos processos de inversão.

A Figura 64 mostra o resultado da inversão da onda NIP, com suas respectivas marcações para três casos diferentes (A, B e C), para 15 e 30 iterações. A Figura 64a mostra o resultado da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações utilizando um modelo inicial com velocidade constante de 2000m/s (Caso A). A Figura 64b mostra o resultado da inversão NIP-tomográfica após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 64a). Através da Figura 52b nota-se como o aumento do número de iterações melhora a distribuição da velocidade ao longo do modelo.

Figura 62 – (a) Seção empilhada CRS utilizada como entrada no programa de marcação automática. (b) Seção coerência semblance cálculado pela Equação 3.2 utilizada como entrada no programa de marcação automática, apresenta um valor máximo maior que 0,6.







Fonte: Do Autor

Figura 63 – Decaimento da função desajuste em função do número de iterações. (a) Caso A. (b) Caso B. (c) Caso C.



Fonte: Do Autor

A Figura 64c mostra o resultado da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações utilizando um modelo inicial de velocidade com gradiente vertical de velocidade (Caso B), segundo a equação 5.19, onde $v_0 = 2000$ m/s e $k = 0,86s^{-1}$. A Figura 64d mostra o modelo de velocidade resultante da NIP-tomografia após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 64c), e consegue reproduzir um modelo de velocidade coerente, mesmo contendo menos pontos marcados que a seção da Figura 64b. A Figura 64e mostra o modelo de velocidade resultante da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações, onde o modelo inicial utilizado (Figura 46) é obtido da análise de velocidade Semblance (Caso C).A Figura 67f mostra o modelo de velocidade resultante da NIP-tomografia após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 64e). Figura 64 – Modelos de velocidade resultantes do teste 2, com as marcações na seção empilhada CRS-convencional plotadas. (a) Caso A para 15 iterações. (b) Caso A para 30 iterações. (c) Caso B para 15 iterações. (d) Caso B para 30 iterações. (e) Caso C para 15 iterações. (f) Caso C para 30 iterações.



Fonte: Do Autor

Teste 2: Empilhamento CRS-superfamília

Neste caso foram utilizados os resultados obtidos no teste 2 da seção 4.2 referentes ao empilhamento CRS-superfamília, para usar como entrada na inversão NIP-tomográfica e obter o modelo de velocidade em profundidade.

A marcação automática foi feita com o programa *Kinattirpicker2d* do Seismic Unix, e as seções dadas de entrada no programa são descritas na Tabela 8. A coerência mínima para selecionar uma marcação (parâmetro *mincoher*) foi de 0,60, uma vez que a coerência máxima na seção (Figura 65b) foi maior do que 0,90. O total de marcações foi de 613 pontos.

Seção de entrada		
Supergathers.Optstack		
Supergathers.Optcoher		
Supergathers.Optangle		
Supergathers.OptRnip		

Tabela 8 – Tabela das seções de entrada ao programa Kinattirpicker2d. O parâmetro mincoher foi 0,60.

Fonte: Do Autor

A Figura 65a mostra a seção empilhada CRS-superfamília. Pode-se notar que a seção tem uma alta relação sinal/ruído em comparação com as seções das Figuras 59a e 62a.

A Figura 65b mostra a seção coerência semblance que possui altos valores de coerência em comparação com as seções das Figuras 59b e 62b. Nesta seção o valor máximo da coerência foi maior que 0,9.

Figura 65 – (a) Seção empilhada CRS-superfamília utilizada como entrada no programa de marcação automática. (b) Seção coerência semblance cálculado pela Equação 3.2 utilizada como entrada no programa de marcação automática, e que apresenta um valor máximo acima de 0,9.







Fonte: Do Autor

Uma malha de $n_x \ge n_z=23 \ge 16$ nós foi estabelecida para o processo de inversão, e os fatores de regularização adotados foram $\varepsilon_{xx} = 0.004$ e $\varepsilon_{zz} = 0.0002$. As Figuras 66a, 66b e 66c mostram o comportamento da função desajuste em função do número de iterações dos processos de inversão.





Fonte: Do Autor

A Figura 67 mostra o resultado da inversão da onda NIP, com suas respectivas marcações para três casos diferentes (A, B e C), para 15 e 30 iterações. A Figura 67a mostra o resultado da inversão NIP-tomografia após 15 iterações utilizando um modelo inicial com velocidade constante de 2000m/s (Caso A). Observa-se a melhora da relação sinal/ruído do dado na seção empilhada na qual é feita a marcação para se obter atributos do campo de onda CRS coerentes com o dado, o que reflete em um modelo de velocidade em profundidade próximo do modelo real. A Figura 67b mostra o modelo de velocidade obtido após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 67a), onde

pode-se notar uma melhora na distribuição das velocidades na base do modelo. A Figura 67c mostra o resultado da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações utilizando um modelo inicial de velocidade com gradiente vertical de velocidade (Caso B) segundo a equação 5.19, onde $v_0 = 2000$ m/s e $k = 0, 86s^{-1}$. A Figura 67d mostra o modelo de velocidade obtido após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 67c). A Figura 67d mostra o modelo de velocidade resultante da inversão NIP-tomográfica após 15 iterações, onde o modelo inicial utilizado (Figura 46) foi o da análise de velocidade semblance (Caso C). A Figura 67f mostra o modelo de velocidade resultante da NIP-tomográfia após 30 iterações utilizando a saída final da inversão anterior (Figura 67e).

A Figura 68 mostra os erros residuais ao final do processo de inversão com relação à $M_{\rm NIP}$ e p após 30 iterações para o caso A, sendo que as figuras (a) e (b) se referem ao empilhamento CMP-automático, (c) e (d) ao empilhamento CRS-convencional, e (e) e (f) ao empilhamento CRS-superfamília.

A Figura 69 mostra os erros residuais ao final do processo de inversão com relação à $M_{\rm NIP}$ e p após 30 iterações para o caso B, sendo que as figuras (a) e (b) se referem ao empilhamento CMP-automático, (c) e (d) ao empilhamento CRS-convencional, e (e) e (f) ao empilhamento CRS-superfamília.

A Figura 70 mostra os erros residuais ao final do processo de inversão com relação à $M_{\rm NIP}$ e p após 30 iterações para o caso C, sendo que as figuras (a) e (b) se referem ao empilhamento CMP-automático, (c) e (d) ao empilhamento CRS-convencional, e (e) e (f) ao empilhamento CRS-superfamília. Figura 67 – Modelos de velocidade resultantes do teste 2, com as marcações na seção empilhada CRS-superfamília plotadas. (a) Caso A para 15 iterações. (b) Caso A para 30 iterações. (c) Caso B para 15 iterações. (d) Caso B para 30 iterações. (e) Caso C para 15 iterações. (f) Caso C para 30 iterações.





(d)

(b)





4000 5000 Distância (m)

6000 7000 8000 9000

500

1000

Profundidade (m) 2000

2500

3000

3500 0

1000 2000 3000







Fonte: Do Autor

000

5000

Figura 68 – Resultados para o caso A após 30 iterações da inversão NIP-tomográfica. (a) Erro residual da inversão utilizando a seção CMP-automática em (a) $M_{\rm NIP}$ e (b) p. Erro residual da inversão utilizando a seção CRS-convencional em (c) $M_{\rm NIP}$ e (d) p. (e) Erro residual da inversão utilizando a seção CRS-superfamília em (e) $M_{\rm NIP}$ e (f) p.



Fonte: Do Autor

Figura 69 – Resultados para o caso B após 30 iterações da inversão NIP-tomográfica. (a) Erro residual da inversão utilizando a seção CMP-automática em (a) $M_{\rm NIP}$ e (b) p. Erro residual da inversão utilizando a seção CRS-convencional em (c) $M_{\rm NIP}$ e (d) p. (e) Erro residual da inversão utilizando a seção CRS-superfamília em (e) $M_{\rm NIP}$ e (f) p.



Fonte: Do Autor

Figura 70 – Resultados para o caso A após 30 iterações da inversão NIP-tomográfica. (a) Erro residual da inversão utilizando a seção CMP-automática em (a) $M_{\rm NIP}$ e (b) p. Erro residual da inversão utilizando a seção CRS-convencional em (c) $M_{\rm NIP}$ e (d) p. (e) Erro residual da inversão utilizando a seção CRS-superfamília em (e) $M_{\rm NIP}$ e (f) p.



Fonte: Do Autor

5.5 MIGRAÇÕES

Os modelos de velocidade obtidos na NIP-tomografia são utilizados na migração pós-empilhamento PSPI em profundidade. A seção empilhada da Figura 18 é utilizada nestas migrações afim de observar o efeito devido ao modelo de velocidade obtidos na inversão NIP-tomográfica após 30 interações. Os resultados das migrações foram organizados segundo a Tabela 9.

Migrações	Teste	Empilhamento	Modelos de Velocidade
1	1	CMP-automático	Figura 49b
		CRS-convencional	Figura 52b
		CRS-superfamília	Figura 55b
2	1	CMP-automático	Figura 49d
		CRS-convencional	Figura 52d
		CRS-superfamília	Figura 55d
3	1	CMP-automático	Figura 49f
		CRS-convencional	Figura 52f
		CRS-superfamília	Figura 55f
4	2	CMP-automático	Figura 61b
		CRS-convencional	Figura 64b
		CRS-superfamília	Figura 67b
5	2	CMP-automático	Figura 61d
		CRS-convencional	Figura 64d
		CRS-superfamília	Figura 67d
6	2	CMP-automático	Figura 61f
		CRS-convencional	Figura 64f
		CRS-superfamília	Figura 67f

Tabela 9 – Organização dos resultados das migrações.

Fonte: Do Autor

Migrações 1

As Figuras 71, 72 e 73 mostram os resultados do Conjunto-1 de migrações da Tabela 9 utilizando os modelos de velocidade das Figuras 49b, 52b, e 55b, obtidos pela niptomografia com um modelo de partida uniforme com velocidade de 2000 m/s.

Figura 71 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 49b obtido com a seção empilhada CMP-automática da Figura 28.



Fonte: Do Autor

Figura 72 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 52b obtido com a seção empilhada CRS-convencional da Figura 29.



Figura 73 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 55b obtido com a seção empilhada CRS-superfamílias da Figura 30.



Fonte: Do Autor

As Figuras 71, 72 e 73 comparadas com o modelo sintético (ver Figura 17) mostra que apenas a última camada não foi corrigida para a forma plana, permanecendo com a forma de anticlinal, e o restante das interfaces foram migradas de forma consistente em profundidade. Os artefatos como "gravata borboleta" que podiam ser observados claramente na seção empilhada (Figura 18) foram colapsadas. Portanto, embora não tenha ocorrido diferenças significativas entre os resultados obtidos para a migração PSPI, o Conjunto-1 de migrações mostra ser coerente com o dado sintético original.

Migrações 2

As Figuras 74, 75 e 76 mostram os resultados do Conjunto-2 de migrações da Tabela 9 utilizando os modelos de velocidade das Figuras 49d, 52d, e 55d, os quais foram obtidos pela niptomografia com um modelo de partida com gradiente vertical de velocidade.

Figura 74 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 49d obtido com a seção empilhada CMP-automática da Figura 28.



Fonte: Do Autor

Figura 75 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 52d obtido com a seção empilhada CRS-convencional da Figura 29.


Figura 76 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 55d obtido com a seção empilhada CRS-superfamílias da Figura 30.



Fonte: Do Autor

Analisando as Figuras 74 e 75 e comparado-as com as Figuras 71 e 72 verifica-se que ocorre uma diferença no ultimo refletor com distância de 2000 m à 3000 m, onde o refletor foi migrado a uma profundidade maior, devido a velocidades maiores que as reais. Mas o mesmo não acontece na Figura 76 onde o modelo de velocidade utilizado foi obtido com a seção empilhada CRS-superfamília (Figura 55d).

Migrações 3

As Figuras 77, 78 e 79 mostram os resultados do Conjunto-3 de migrações da Tebela 9 utilizando os modelos de velocidade das Figuras 49f, 52f, e 55f, os quais foram obtidos pela NIP-tomografia com modelos de partida resultantes da análise de velocidade convencional via semblance. Figura 77 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 49f obtido com a seção empilhada CMP-automática da Figura 28.



Fonte: Do Autor

Figura 78 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 52f obtido com a seção empilhada CRS-convencional da Figura 29.



Fonte: Do Autor

Figura 79 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 55f obtido com a seção empilhada CRS-superfamílias da Figura 30.



Fonte: Do Autor

As Figuras 77, 78 e 79 mostram que os três modelos de velocidades produziram migrações de forma bem semelhante. Dessa forma, os modelos de velocidades e as seções migradas do conjunto-3 são coerentes com o dado sintético original.

Migrações 4

As Figuras 80, 81 e 82 mostram os resultados do Conjunto-4 de migrações da Tebela 9 utilizando os modelos de velocidade obtidos pela niptomografia com um modelo de partida uniforme com velocidade de 2000 m/s. (Figuras 61d, 64d, e 67d).

Figura 80 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 61d obtido com a seção empilhada CMP-automática da Figura 36.



Fonte: Do Autor

Figura 81 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 64d obtido com a seção empilhada CRS-convencional da Figura 37.



Fonte: Do Autor

Figura 82 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 67d obtido com a seção empilhada CRS-superfamílias da Figura 38.



Fonte: Do Autor

As migrações das Figuras 80, 81 e 82 mostram que, semelhantemente ao conjunto-3, não houveram diferenças significativas entre as três seções migradas. O desaparecimento dos artefatos de empilhamento e o reposicionamento dos refletores mostram que o conjunto-4 de migrações é coerente com o dado sintético original.

Migrações 5

As Figuras 83, 84 e 85 mostram os resultados do Conjunto-5 de migrações da Tebela 9 utilizando os modelos de velocidade das Figuras 61d, 64d, e 67d obtidos pela niptomagrafia com um modelo de partida com gradiente vertical de velocidade. Figura 83 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 61d obtido com a seção empilhada CMP-automática da Figura 36.



Fonte: Do Autor

Figura 84 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 64d obtido com a seção empilhada CRS-convencional da Figura 37.



Figura 85 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 67d obtido com a seção empilhada CRS-superfamílias da Figura 38.



Fonte: Do Autor

As migrações das Figuras 83, 84 e 85 mostra semelhantemente ao conjunto 3 e 4, que não houveram diferenças significativas entre as seções migradas. Dessa forma, os modelos de velocidades utilizados no conjunto 5 de migrações é coerente com o dado sintético.

Migrações 6

As Figuras 86, 87 e 88 mostram os resultados do Conjunto-6 de migrações da Tebela 9 utilizando os modelos de velocidade das Figuras 61f, 64f, e 67f, os quais foram obtidos pela niptomografia com modelos de partida resultantes da análise de velocidade semblance. Figura 86 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 61f obtido com a seção empilhada CMP-automática da Figura 36.



Fonte: Do Autor

Figura 87 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 64f obtido com a seção empilhada CRS-convencional da Figura 37.



Fonte: Do Autor

Figura 88 – Resultado da migração pós-empilhamento PSPI em profundidade utilizando o modelo de velocidade da Figura 67f obtido com a seção empilhada CRS-superfamílias da Figura 38.



Fonte: Do Autor

As migrações das Figuras 86, 87 e 88 mostram que, semelhantemente aos conjuntos de 1 à 5, não houveram diferenças significativas entre as três seções migradas. Mas essas migrações mostram que os modelos de velocidade utilizados para o conjunto-6 migrou de forma satisfatória o dado, corroborando para a coerência dos modelos de velocidades em relação ao dado original.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi realizado basicamente a análise de três tipos de empilhamentos, CMP-automático, CRS-convencional e CRS-superfamílias, e de suas relações com a NIPtomografia, com isso podemos reunir algumas conclusões a respeito desses processos. O Capítulo 4 mostra de forma comparativa os resultados dos três empilhamentos em duas situações diferentes.

Na seção 4.1 ultilizou-se um dado espaçado para analisar a evolução na qualidade das seções para cada tipo de empilhamento, onde observa-se a superioridade da seção empilhada CRS-superfamília da Figura 30 em relação aos outros dois tipos de empilhamento das Figuras 28 e 29, pois a interpolação CRS-parcial produz um aumento considerável da relação S/R no dado pré-empilhado, preenchendo as lacunas que existiam no dado espaçado como pode-se observar na Figura 25a. Realizou-se também uma interpolação linear temporal através do programa *suinterp* a fim de comparar seus resultados à interpolação do CRS-parcial, e observou-se que a interpolação do *suinterp* não foi capaz de preencher as lacunas do dado espaçado como mostrado na Figura 26, pois por uma limitação do programa, este só interpola traços com base nas informações dos seus vizinhos mais próximos, sendo assim, se os traços vizinhos estão zerados, ele interpola um traço sem informação.

Na seção 4.2 tratamos o dado ruidoso, onde se observou a estabilidade do método de empilhamento CRS-parcial na presença de ruídos aleatórios, com aumento da relação S/R, e melhora na continuidade das reflexões no dado pré-empilhado (Figura 33a). Isto resultou na seção emiplhada CRS-superfamília (Figura 38) superior em relação as seções apresentadas pelas outras formas de empilhamento (Figuras 36 e 37). Realizou-se também uma interpolação linear temporal através do programa *suinterp* a fim de comparar seus resultados à interpolação do CRS-parcial, e observou-se que este tipo de interpolação não foi capaz de aumentar a relação S/R do dado pré-empilhado pois como interpola por rastramento de eventos, este método interpolou alguns eventos rasos mas também interpolou os ruídos envolvidos na seção como observa-se na Figura 34.

Os espectros F-K das super-famílias CRS das Figuras 27b e 35b mostram o resultado da interpolação dos traços com o conteúdo de frequência contido na janela de Nyquist, diminuindo assim a contaminação por amostragem do sinal, e fazendo com que o conteúdo espectral seja limitado aos quadrantes I e II, como desejado.

As Figuras 53b e 65b mostram um aumento na coerência resultante do empilhamento CRS-superfamílias. O aumento no valor da coerência produziu um número maior de marcações automáticas, sendo isto a forma de medir uma melhor qualidade. Além disso, os modelos de velocidades obtidos pela inversão niptomográfica utilizando as marcações com a seção empilhada das CRS-superfamílias também apresentaram melhoras, como pode ser visto nas Figuras 55 e 67.

Sobre os conjuntos migrados da seção 5.5, observa-se que as migrações PSPI removeram os artefatos das seções empilhadas e posicionaram os refletores em suas profundidades adequadas em quase todas as seções, essa migração apenas não removeu uma forma de anticlinal na última camada em nenhuma das seções analisadas, o que deve-se ao tipo de migração utilizada e não ao modelo de velocidade, pois migrações do tipo PSPI possui problemas para imagear áreas com grande contraste de velocidade. Pode-se concluir também que os 6 conjuntos migrados mostraram que a variação dos modelos de velocidade obtidos pela NIP-tomografia no presente trabalho não foram suficientes para se ter diferenças significativas nas migrações PSPI para este dado.

REFERÊNCIAS

BAYKULOV, M. Seismic imaging in complex media with the Common Reflection Surface stack. Dissertação (Mestrado), Hamburg, 2009.

BAYKULOV, M.; GAJEWSKI, D. Prestack seismic data enhancement with crs parameters. *WIT*, n. 11, p. 50–61, 2007.

BILOTI, R. *Tempos de trânsito multiparamétricos: estimação e inversão.* Tese (Doutorado) — Unicamp, Campinas, Dezembro 2001.

BRUNE, R. H.; O'SULLIVAN, B. L.; LU, L. Comprehensive analysis of marine 3-d bin coverage. *The Leading Edge*, Tulsa, OK, v. 21, p. 1010–1015, 1994.

CLAERBOUT, J. F. Fundamentals of geophysical data processing. [S.l.]: McGraw-Hill, 1976.

DUARTE, O. *Dicionário enciclopédico Inglês-Português*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Geofísica, 2003.

DURBAUM, H. Zur bestimmung von wellenge-schwindigkeiten reflexionxseismichen messungen. *Geophysical Prospecting*, v. 2, p. 151–167, 1954.

DUVENECK, E. Tomographic velocity model inversion with crs attributes. Geophysical Institute, Germany, p. 1–50, December 2002.

DUVENECK, E. Tomographic determination of seismic velocity models with kinematic wavefield attributes. Tese (Doutorado) — Karlsruhe University, Karlsruhe, December 2004.

FARRA, V.; MADARIAGA, R. Seismic waveform modeling in heterogeneous media by ray perturbation theory. J. Geophys. Res., B3, n. 92, p. 2697–2712, 1987.

FOMEL, S. Seismic reflection data interpolation with differential offset and shot continuation. *Geophysics*, v. 68, p. 733–744, 2003.

GAMBOA, F. Aplicações do método de Superfície Comum de Reflexão (CRS) ao processamento sísmico. Tese (Doutorado) — Unicamp, Campinas, Julho 2007.

GARABITO, G. Empilhamento sísmico por superfície de reflexão comum: um novo algorítimo usando otimização global e local. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Pará, Belém, October 2001.

GAZDAG, J.; SGUAZZERO, P. Migration of seismic data by phase-shift plus interpolation. *Geophysics*, Tulsa, OK, v. 49, n. 2, p. 124–131, 1984.

GILL, P. E.; WRIGHT, M. H. Practical Optimization. [S.I.]: Academic Press, 1981.

HEILMANN, B. Z. CRS-stack-based seismic reflection imaging for land data in time and depth domains. Tese (Doutorado) — Karlsruhe University, Karlsruhe, February 2007.

HILTERMAN, F. J. Interpretative lessons form three-dimensional modeling. *Geophysics*, Tulsa, OK, v. 47, n. 05, p. 784–808, 1982.

HUBRAL, P.; KREY, T. Interval Velocities from Seismic Reflection Time Measurements. Tulsa, OK: Society of Exploration Geophysicists, 1980.

HUBRAL, P.; SCHLEICHER, J.; TYGEL, M. Determination of fresnel zones from traveltime measurements. *Geophysics*, Tulsa, OK, v. 58, n. 5, p. 703–712, 1993.

IKELLE, L. T.; AMUNDSEN, L. Introduction to petroleum seismology. [S.I.]: Society of Exploration Geophysicists, 2005.

JÄGER, R. *The common-reflection-surface stack*: Theory and application. Dissertação (Mestrado) — Karlsruhe University, Karlsruhe, 1999.

KRAVTSOV, Y. A.; ORLOV, Y. I. *Geometrical optics of inhomogeneous media*. Berlin: Springer Verlag, 1990.

LIMA, H. M. *Processamento e imageamento de dados sísmicos marinhos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, 2010.

LINDSEY, J. P. The fresnel zone and its interpretive significance. *The Leading Edge*, Houston, Texas, v. 8, n. 10, p. 33–39, October 1989.

MANN, J. Common-reflection-surface stack and conflicting dips. 63th Mtg. EAGE, 2001.

MANN, J. Common-reflection-surface stack and conflicting dips. 71st Annual Internat. Mtg. SEG, 2001.

MANN, J. Extensions and aplications of the common reflection surface stack method. Tese (Doutorado) — Karlsruhe University, Karlsruhe, July 2002.

MENKE, W. Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory. [S.I.]: Academic Press, 1984.

MÜLLER, T. The common reflection surface stack method-seismic imaging without explicit knowledge of the velocity model. Tese (Doutorado) — Karlsruhe University, Karlsruhe, July 1999.

NEIDELL, N. S.; TANER, M. T. Semblance and other coherency measures for multichannel data. *Geophysics*, v. 36, n. 03, p. s, 1971.

PAIGE, C. C.; SAUNDERS, M. A. Algorithm 583 – lsqr: Sparse linear equations and least squares problems. *ACM Trans. Math. Softw.*, v. 8, n. 2, p. 195–209, 1982.

PAIGE, C. C.; SAUNDERS, M. A. Lsqr: An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares. *ACM Trans. Math. Softw.*, v. 8, n. 1, p. 43–71, 1982.

ROBINSON, E. A.; SILVIA, M. T. *Deconvolution of geophysical time series in the exploration for oil and natural gas.* Amsterdam, Netherlands: Elsevier Scientific Publishing Company, 1979.

SHAH, P. M. Use of wavefront curvature to relate seismic data with subsurface parameters. *Geophysics*, Tulsa, OK, v. 38, n. 5, p. 812–825, Oct. 1973.

SHERIFF, R. E.; GELDART, L. P. *Exploration seismology*. Cambridge: Cambridge University Press, 1982.

SHERIFF, T. Factors affecting seismic amplitudes. *Geophysical Prospecting*, Amsterdan, v. 23, n. 1, p. 125–138, 1975.

TARANTOLA, A. Inverse Problem Theory: Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation. Amsterdam: SIAM, 1987.

YILMAZ, O. *Seismic data analisys*: Processing, inversion and interpretation of seismic data. Tulsa, OK: Society of Exploration Geophysicists, 2000. 1000 p.

APÊNDICE A – DERIVADAS DE FRÉCHET

As derivadas de Fréchet na inversão niptomográfica são representadas por:

$$\mathbf{F} = \frac{\partial(\tau, M, \alpha, \xi)}{\partial(x, z, \theta, v)},\tag{A.1}$$

e obtidas pela teoria da perturbação do raio paraxial realizadas em coordenadas centradas no raio para o caso 2D (q, s), onde s é o comprimento de arco ao longo do raio, e q a coordenada normal à direção do raio (FARRA; MADARIAGA, 1987). Os resultados são transformados para coordenadas cartesianas e ângulos nos pontos inicial e final do raio.

Perturbações na coordenada q, e na correspondente vagarosidade p na posição s_1 ao longo do raio, podem ser relacionadas às perturbações Δq e Δp em s_0 , em termos à perturbação Δv na velocidade podem ser escritas na forma :

$$\begin{pmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta p_1 \end{pmatrix} = \mathbf{\Pi}(s_1, s_0) \begin{pmatrix} \Delta q_0 \\ \Delta p_0 \end{pmatrix} + \int_{s_0}^{s_1} \mathbf{\Pi}(s_1, s) \Delta \mathbf{B}(\Delta v, s) ds,$$
(A.2)

onde $\Delta \mathbf{B} = [0, (v_q \Delta v / v^3 - \Delta v_q / v^2)]^T$. O índice q denota a derivada parcial relativa a q, $\Delta q_1 = \Delta q(s_1)$, e

$$\mathbf{\Pi}(s_1, s_0) = \begin{pmatrix} Q_1 & Q_2 \\ P_1 & P_2 \end{pmatrix}$$
(A.3)

é a matriz propagadora do raio entre os pontos s_0 e s_1 , onde os elementos são soluções do sistema de traçamento do raio com condições iniciais para as ondas planas (Q_1, P_1) e para fonte pontual (Q_2, P_2) normalizada, que obedecem a equação diferencial:

$$\frac{d}{ds}\Pi = \begin{pmatrix} 0 & v \\ -\frac{1}{v_2}v_{qq} & 0 \end{pmatrix}\Pi.$$
(A.4)

Devido à propriedade $\mathbf{\Pi}(s_1, s) = \mathbf{\Pi}(s_1, s_0)\mathbf{\Pi}(s, s_0)$, a equação (A.2) pode ser propagada ao longo do traçamento de raio. O valor desejado é $M = P_2/Q_2$, e ΔM depende diretamente da perturbação dos elementos de $\mathbf{\Pi}$ na forma:

$$\Delta M = \frac{\Delta P_2}{Q_2} - \frac{P_2}{Q_2^2} \Delta Q_2. \tag{A.5}$$

A relação entre às perturbações e $\Delta \Pi$ ao longo do raio é dado por:

$$\Delta \mathbf{\Pi}(s_0, s_1) = \begin{pmatrix} \Delta Q_1 & \Delta Q_2 \\ \Delta P_1 & \Delta P_2. \end{pmatrix}$$
(A.6)

Com o objetivo de separar a perturbação na velocidade das coordenadas espaciais, o argumento $\Delta \mathbf{S}$ pode ser escrito na forma $\Delta \mathbf{S} = \Delta \mathbf{S}_1(\Delta v) + \Delta \mathbf{S}_2(\Delta q, \Delta p)$. O cálculo das coordenadas centradas no raio para $\Delta \mathbf{S}_1$ e $\Delta \mathbf{S}_2$ toma a forma:

$$\Delta \mathbf{S}_{1}(\Delta v) = \begin{pmatrix} 0 & \Delta v \\ \frac{2}{v^{3}} \left(v_{qq} \Delta v + v_{q} \Delta v_{q} - \frac{\Delta v}{v} v_{q}^{2} - \frac{v}{2} \Delta v_{qq} \right) \quad 0 \end{pmatrix}$$
(A.7)

е

$$\Delta \mathbf{S}_2(\Delta v) = \begin{pmatrix} 2v_q \Delta p & 2v_q \Delta q \\ \left(\frac{3}{v^3} v_q v_q q - \frac{1}{v^2} v_{qqq}\right) \Delta q & -2v_q \Delta p \end{pmatrix},$$
(A.8)

onde $\Delta q \in \Delta p$ relacionam-se em $\Delta q_0 \in \Delta p_0$ através da equação (A.6) da matriz propagadora do raio. A derivada espacial de terceira ordem da velocidade está presente na equação (A.8).

 $\Delta \Pi(\Delta s_0)$ calculada pelo sistema de traçamento dinâmico do raio é dada por

$$\Delta \Pi(\Delta s_0) = \Pi \begin{pmatrix} 0 & -v\Delta s_0 \\ \frac{v_{qq}}{v^2}\Delta s_0 & 0 \end{pmatrix}.$$
 (A.9)

As relações abaixo se originaram de algumas considerações geométricas:

$$\Delta q_{0} = \cos \theta \Delta x - \sin \theta \Delta z$$

$$\Delta p_{0} = \frac{\sin(\Delta \theta)}{v(s_{0})} \approx \frac{\Delta \theta}{v(s_{0})}$$

$$\Delta s_{0} = \sin \theta \Delta x + \cos \theta \Delta z$$

$$\Delta \xi = \frac{\Delta q_{1}}{\cos \alpha}$$

$$\Delta \alpha \approx \sin(\Delta \alpha) = v(s_{1})\Delta p_{1}.$$
(A.10)

As derivadas de Fréchet envolvendo $M,\,\alpha$ e $\xi,$ de forma que se obtém:

$$\begin{array}{rcl} \frac{\partial M}{\partial x} &=& \cos\theta \frac{\partial M}{\partial q_0} + \sin\theta \frac{\partial M}{\partial s_0} \\ \frac{\partial M}{\partial z} &=& -\sin\theta \frac{\partial M}{\partial q_0} + \cos\theta \frac{\partial M}{\partial s_0} \\ \frac{\partial M}{\partial \theta} &=& -\frac{\sin\theta}{\cos\alpha} Q_1 \\ \frac{\partial M}{\partial v} &=& \text{Diretamente das equações (A.8-A.10)} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial x} &=& v(s_1)\cos\theta P_1 \\ \frac{\partial \alpha}{\partial z} &=& -v(s_1)\sin\theta P_1 \\ \frac{\partial \alpha}{\partial \theta} &=& \frac{v(s_1)}{v(s_0)} \\ \frac{\partial \xi}{\partial v} &=& v(s_1)\frac{\partial p_1}{\partial v} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} &=& -\frac{\cos\theta}{\cos\alpha} Q_1 \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} &=& -\frac{\sin\theta}{\cos\alpha} Q_1 \\ \frac{\partial \xi}{\partial \theta} &=& \frac{1}{v(s_0)\cos\theta} Q_2 \\ \frac{\partial \xi}{\partial v} &=& \frac{1}{\cos\alpha} \frac{\partial q_1}{\partial v}. \end{array}$$

(A.11)

As derivada temporal de Fréchet é obtidas a partir da expressão:

$$\Delta t = \frac{\operatorname{sen}\theta}{v(s_0)} \Delta x - \frac{\cos\theta}{v(s_0)} \Delta z - \int_{s_0}^{s_1} \frac{\Delta v(s)}{v^2(s)} ds.$$
(A.12)

Para cada raio relacionado aos pontos do dado de entrada, e cada ponto B-spline do modelo de velocidade, estas expressões precisam ser calculadas. Para um dado ponto B-spline (j, k), a perturbação da velocidade é dada por:

$$\Delta v(x,z) = \beta_i(x)\beta_k(z). \tag{A.13}$$

As equações (A.11) podem ser expandidas para cada raio usando as equações (A.6), (A.7), (A.8), considerando a perturbação da velocidade (A.13), além de considerar a componente da primeira derivada espacial do tempo de trânsito de segunda ordem na localização do raio normal ξ_0 , $p^{(\xi)}$, por $\Delta p^{(\xi)} = \frac{\operatorname{sen}(\Delta \alpha)}{v(s_0)}$, as derivadas de Fréchet são escritas como (DUVENECK, 2004):

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} = \frac{\cos \theta_j}{\cos \alpha_j} Q_1(s_{1j}, s_{0j}) \delta_{ij},$$

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial z_j} = -\frac{\sin \theta_j}{\cos \alpha_j} Q_1(s_{1j}, s_{0j}) \delta_{ij},$$

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial \theta_j} = \frac{1}{v(s_{0j}) \cos \alpha_j} Q_2(s_{1j}, s_{0j}) \delta_{ij},$$

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial v_{jk}} = \frac{1}{\cos \alpha_j} \left[Q_1(s_{1j}, s_{0j}) \frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial v_{jk}} + Q_2(s_{1j}, s_{0j}) \frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial v_{jk}} \right],$$

$$\frac{\partial p_i^{(\xi)}}{\partial z_j} = \cos \theta_j \cos \alpha_j P_1(s_{1j}, s_{0j}) \delta_{ij},$$

$$\frac{\partial p_i^{(\xi)}}{\partial \theta_j} = -\cos \theta_j \mathrm{sen} \alpha_j P_1(s_{1j}, s_{0j}) \delta_{ij},$$

$$\frac{\partial p_i^{(\xi)}}{\partial \theta_j} = \cos \alpha_j \left[P_2(s_{1j}, s_{0j}) \frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial v_{jk}} + P_2(s_{1j}, s_{0j}) \frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial v_{jk}} \right].$$
(A.14)

onde

$$\frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial v_{jk}} = -\int_{s_{0i}}^{s_{1i}} Q_2(s, s_{0i}) \left\{ -\frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial q} [\beta_j(x(s))\beta_k(-z(s))] + \frac{1}{v^3} \frac{\partial v}{\partial q} [\beta_j(x(s))\beta_k(-z(s))] \right\} ds$$
(A.15)

е

$$\frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial v_{jk}} = -\int_{s_{0i}}^{s_{1i}} Q_1(s, s_{0i}) \left\{ -\frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial q} [\beta_j(x(s))\beta_k(-z(s))] + \frac{1}{v^3} \frac{\partial v}{\partial q} [\beta_j(x(s))\beta_k(-z(s))] \right\} ds.$$
(A.16)

O índice *i* representa o *i*-ésimo raio, e δ_{ij} é o símbolo de Kronecker. Para $M^{(\xi)}$, as derivadas de Fréchet são dadas por:

$$\frac{\partial M_i^{(\xi)}}{\partial x_j} = -2 \operatorname{sen} \alpha_j \cos \alpha_j \cos \theta_j v(s_{1j}) P_1(s_{1j}, s_{0j}) \frac{P_2(s_{1j}, s_{0j})}{Q_2(s_{1j}, s_{0j})} + \\
+ \cos^2 \alpha_j \left(\frac{\partial M_j}{\partial q_{0j}} \cos \theta_j + \frac{v(s_0 j) \operatorname{sen} \theta_j}{Q_2^2(s_{1j}, s_{0j})} \right) \delta_{ij}, \\
\frac{\partial M_i^{(\xi)}}{\partial z_j} = 2 \operatorname{sen} \alpha_j \cos \alpha_j \cos \theta_j v(s_{1j}) P_1(s_{1j}, s_{0j}) \frac{P_2(s_{1j}, s_{0j})}{Q_2(s_{1j}, s_{0j})} + \\
+ \cos^2 \alpha_j \left(-\frac{\partial M_j}{\partial q_{0j}} \operatorname{sen} \theta_j + \frac{v(s_0 j) \cos \theta_j}{Q_2^2(s_{1j}, s_{0j})} \right) \delta_{ij}, \\
\frac{\partial M_i^{(\xi)}}{\partial \theta_j} = -2 \operatorname{sen} \alpha_j \cos \alpha_j \frac{v(s_{1j})}{v(s_{0j})} \frac{P_2^2(s_{1j}, s_{0j})}{Q_2(s_{1j}, s_{0j})} + \frac{1}{v(s_{0j})} \frac{\partial M_j}{\partial p_{0j}} \delta_{ij}, \\
\frac{\partial M_i^{(\xi)}}{\partial v_{jk}} = -2 \operatorname{sen} \alpha_j \cos \alpha_j \frac{P_2(s_{1j}, s_{0j})}{Q_2(s_{1j}, s_{0j})} \left[P_1(s_{1j}, s_{0j}) \frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial v_{jk}} + P_2(s_{1j}, s_{0j}) \frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial v_{jk}} \right] + \frac{\partial M_j}{\partial v_{jk}}. \\$$
(A.17)

A delta de Kronecker serve para definir que cada ponto do dado corresponde à apenas um ponto do NIP considerado no modelo, e:

$$\frac{\partial M_{i}}{\partial q_{0i}} = -\frac{1}{Q_{2}^{2}(s_{1j}, s_{0j})} \int_{s_{0i}}^{s_{1i}} \left[2 \frac{\partial v}{\partial q} \tilde{P}_{2i} (3 \tilde{Q}_{2i} \tilde{P}_{1i} + 1) - \left(\frac{3}{v^{3}} \frac{\partial v}{\partial q} \frac{\partial^{2} v}{\partial q^{2}} - \frac{1}{v^{2}} \frac{\partial^{3} v}{\partial q^{3}} \right) \tilde{Q}_{2i}^{2} \tilde{P}_{1i} \right] ds,$$

$$\frac{\partial M_{i}}{\partial p_{0i}} = -\frac{1}{Q_{2}^{2}(s_{1j}, s_{0j})} \int_{s_{0i}}^{s_{1i}} \left[6 \frac{\partial v}{\partial q} \tilde{P}_{2i}^{2} \tilde{Q}_{2i} - \left(\frac{3}{v^{3}} \frac{\partial v}{\partial q} \frac{\partial^{2} v}{\partial q^{2}} - \frac{1}{v^{2}} \frac{\partial^{3} v}{\partial q^{3}} \right) \tilde{Q}_{2i}^{3} \right] ds,$$

$$\frac{\partial M_{i}}{\partial v_{jk}} = -\frac{1}{Q_{2}^{2}(s_{1j}, s_{0j})} \int_{s_{0i}}^{s_{1j}} \left\{ \left[\tilde{P}_{2i}^{2} - \tilde{Q}_{2i}^{2} \frac{2}{v^{3}} \left(\frac{\partial^{2} v}{\partial q^{2}} - \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial v} \right)^{2} \right) \right] \beta_{j}(x(s))\beta_{k}(-z(s)) + \tilde{Q}_{2i}^{2} \frac{1}{v^{3}} \left(2 \frac{\partial v}{\partial q} \frac{\partial}{\partial q} [\beta_{j}(x(s))\beta_{k}(-z(s))] - v \frac{\partial^{2}}{\partial q^{2}} [\beta_{j}(x(s))\beta_{k}(-z(s))] \right) \right\} ds.$$
(A.18)

Nestas equações, os argumentos \tilde{Q}_{1i} , \tilde{Q}_{2i} , \tilde{P}_{1i} e \tilde{P}_{2i} são definidos como $\tilde{Q}_{1i} = Q_1(s, s_{0i})$, $\tilde{Q}_{2i} = Q_2(s, s_{0i})$ e $\tilde{P}_{2i} = P_2(s, s_{0i})$. As derivadas de Fréchet para o tempo de trânsito τ são obtidas através da integração da equação (A.12) na forma 2D, considerando a perturbação do tempo de trânsito relativo a perturbação do modelo de velocidade, que resulta em:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_i}{\partial x_j} &= -\frac{\operatorname{sen}\theta_j}{v(s_{0j})} \delta_{ij}, \\ \frac{\partial \tau_i}{\partial z_j} &= -\frac{\cos \theta_j}{v(s_{0j})} \delta_{ij}, \\ \frac{\partial \tau_i}{\partial \theta_j} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_i}{\partial v_{jk}} &= -\int_{s_{0i}}^{s_{1i}} \frac{\beta_j(x(s))\beta_k(-z(s))}{v^2(s)} ds, \end{aligned}$$

(A.19)

onde pode-se definir as derivadas de Fréchet sob a forma

$$\mathbf{F} = \frac{\partial(\tau, M, p, \xi)}{\partial(x, z, \theta, v)}.$$
(A.20)

O cálculo dos atributos CRS, por modelagem direta, é feito através dos sistemas de traçamentos dinâmico e cinemático do raio (DUVENECK, 2002). Usando o sistema de traçamento cinemático do raio em 2D, podemos calcular a posição emergente ξ_0 do raio normal e sua componente horizontal $p^{(\xi)}$ em ξ_0 na forma:

$$\frac{\partial x_i}{\partial s} = \frac{\partial \tilde{H}}{\partial p_i^{(x)}} = v p_i^{(x)}, \quad i = 1, 2;$$

$$\frac{\partial p_i^{(x)}}{\partial s} = \frac{\partial \tilde{H}}{\partial x_i} = -\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2,$$
(A.21)

onde \tilde{H} é definido como a função hamiltoniana, s o comprimento de arco do raio, $\frac{\partial x_i}{\partial s}$ o vetor unitário tangente a curva do raio e $\frac{\partial p_i^{(x)}}{\partial s}$ permite avaliar o vetor componente horizontal **p** ao longo de um raio contínuo em um meio de variação suavizado.

O uso da integral da equação

$$\frac{\partial \tau}{\partial s} = \sum_{i=1}^{2} p_i^{(x)} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial p_i^{(x)}} = \frac{1}{v}$$
(A.22)

ao longo do raio fornece o tempo de trânsito ao longo deste.

O cálculo de $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ pode ser feito em diferentes sistemas de coordenadas através do traçamento dinâmico do raio. Usar-se-á as coordenadas centradas no raio, visto que apresentam maior flexibilidade na obtenção de resultados. Para o caso 2D, a derivada espacial de segunda ordem do tempo de trânsito da onda NIP, no raio central, é definida por

$$M_{\rm NIP} = \frac{P_2}{Q_2},\tag{A.23}$$

onde P_2 e Q_2 são soluções do sistema de traçamento dinâmico do raio correspondente a uma fonte pontual.

Em coordenadas cartesianas, a equação (A.23) torna-se:

$$M_{\rm NIP} = (\cos^2 \alpha) M_{\rm NIP} = (\cos^2 \alpha) \frac{P_2}{Q_2}, \qquad (A.24)$$

onde $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ é dado por:

$$M_{\rm NIP}^{(\xi)} = \frac{\cos^2 \alpha}{v_0} K_{\rm NIP}.$$
 (A.25)

O método de Runge-Kutta de $4^{\underline{a}}$ ordem é utilizado como solução numérica dos dois sistemas de traçamento de raio da equação (A.21).

APÊNDICE B – MATRIZ TOMOGRÁFICA 2D

Nesta apêndice a matriz tomográfica $\hat{\mathbf{F}}$ mostrada em (5.17) é solucionada a partir de uma nova forma de definir o vetor dos dados de entrada **d** e os parâmetros do modelo **m** em função dos vínculos adicionais aplicados, cuja forma de solução se baseia no algoritmo LSQR para solucionar matrizes esparsa.

Vetor dos dados

Com as derivadas de Fréchet calculadas, pode-se criar a matriz tomográfica, que depende da forma dos vetores do modelo e dos dados. Para o caso mais geral (com vínculos adicionais do modelo), o vetor dos dados **d** é definido como:

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}^{(\text{NIP})} \\ \mathbf{d}^{(\text{vinc})} \end{pmatrix},\tag{B.1}$$

com

е

$$\mathbf{d}^{(\text{NIP})} = \left(\tau_{01}, \dots, \tau_{0n_{\text{pontos}}}, M_{\text{NIP1}}^{(\xi)}, \dots, M_{\text{NIPn_{pontos}}}^{(\xi)}, p_1^{(\xi)}, \dots, p_{n_{\text{pontos}}}^{(\xi)}, \xi_{01}, \dots, \xi_{0n_{\text{pontos}}}\right)^T$$

$$\mathbf{d}^{(\text{vinc})} = \left[v(x_1, z_1), \dots, v(x_{n_{\text{vpontos}}}, z_{n_{\text{vpontos}}}), 0_1, \dots, 0_{n_{\text{pontos}}} \right]^T.$$
(B.2)

Vetor dos parâmetros

O vetor modelo é definido como:

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} \mathbf{m}^{(\text{NIP})} \\ \mathbf{m}^{(v)} \end{pmatrix},\tag{B.3}$$

com

$$\mathbf{m}^{(\mathrm{NIP})} = \left(x_1^{(\mathrm{NIP})}, \dots, x_{n_{\mathrm{pontos}}}^{(\mathrm{NIP})}, z_1^{(\mathrm{NIP})}, \dots, z_{n_{\mathrm{pontos}}}^{(\mathrm{NIP})}, \theta_1^{(\mathrm{NIP})}, \dots, \theta_{n_{\mathrm{pontos}}}^{(\mathrm{NIP})}\right)^T$$

е

$$\mathbf{m}^{(v)} = (v_{11}, \dots, v_{1n_z}, \dots, v_{n_x n_z})^T,$$
 (B.4)

onde $m_{[(i-1)n_z+j]}^{(v)} = v_{ij}$.

Matriz tomográfica

A matriz tomográfica $\hat{\mathbf{F}}$, da equação (5.17), tem a forma:

$$\hat{\mathbf{F}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_{\tau}} \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_{0}}{\partial x^{(\text{NIP})}} \end{bmatrix} & \frac{1}{\sigma_{\tau}} \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_{0}}{\partial z^{(\text{NIP})}} \end{bmatrix} & \frac{1}{\sigma_{\tau}} \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_{0}}{\partial \theta^{(\text{NIP})}} \end{bmatrix} & \frac{1}{\sigma_{\tau}} \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_{0}}{\partial v} \end{bmatrix} \\ \frac{1}{\sigma_{M}} \begin{bmatrix} \frac{\partial M_{\text{NIP}}^{(\xi)}}{\partial x^{(\text{NIP})}} \end{bmatrix} & \frac{1}{\sigma_{M}} \begin{bmatrix} \frac{\partial M_{\text{NIP}}^{(\xi)}}{\partial z^{(\text{NIP})}} \end{bmatrix} & \frac{1}{\sigma_{M}} \begin{bmatrix} \frac{\partial M_{\text{NIP}}^{(\xi)}}{\partial \theta^{(\text{NIP})}} \end{bmatrix} & \frac{1}{\sigma_{M}} \begin{bmatrix} \frac{\partial M_{\text{NIP}}^{(\xi)}}{\partial v} \end{bmatrix} \\ \frac{1}{\sigma_{p}} \begin{bmatrix} \frac{\partial p^{(\xi)}}{\partial x^{(\text{NIP})}} \end{bmatrix} & \frac{1}{\sigma_{p}} \begin{bmatrix} \frac{\partial p^{(\xi)}}{\partial z^{(\text{NIP})}} \end{bmatrix} & \frac{1}{\sigma_{p}} \begin{bmatrix} \frac{\partial p^{(\xi)}}{\partial \theta^{(\text{NIP})}} \end{bmatrix} & \frac{1}{\sigma_{\xi}} \begin{bmatrix} \frac{\partial p^{(\xi)}}{\partial \theta^{(\text{NIP})}} \end{bmatrix} \\ \frac{1}{\sigma_{\xi}} \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_{0}}{\partial z^{(\text{NIP})}} \end{bmatrix} & \frac{1}{\sigma_{\xi}} \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_{0}}{\partial z^{(\text{NIP})}} \end{bmatrix} & \frac{1}{\sigma_{\xi}} \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_{0}}{\partial \theta^{(\text{NIP})}} \end{bmatrix} & \frac{1}{\sigma_{\xi}} \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_{0}}{\partial v} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0_{v_{q}} \end{bmatrix} & & \frac{1}{\sigma_{v_{q}}} \begin{bmatrix} \frac{\partial (v^{(\text{vinc})}}{\partial v} \end{bmatrix} \\ & & & \\ & & & \\ \end{bmatrix} & & & \\ \end{bmatrix} & & & \\ \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0_{B} \end{bmatrix} & & & \\ \end{bmatrix} & & & \\ \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

$$(B.5)$$

A parte superior esquerda de $\hat{\mathbf{F}}$ é formada por matrizes diagonais $n_{\text{pontos}} \times n_{\text{pontos}}$ contendo as derivadas de Fréchet relativas aos parâmetros do modelo NIP (DUVENECK, 2004) e a parte superior direita de $\hat{\mathbf{F}}$ é formada por matrizes $n_{\text{pontos}} \times n_x n_z$ contendo as correspondentes derivadas de Fréchet relativas aos parâmetros do modelo de velocidade v_{jk} .

A matriz $n_{\rm vpontos} \times n_x n_z \left[\frac{\partial v^{\rm (vinc)}}{\partial v}\right]$ contém as derivadas de Fréchet dos vínculos de informação a priori da velocidade. As correspondentes derivadas destes vínculos em relação aos parâmetros do modelo NIP são zero, resultando na matriz nula $n_{\rm vpontos} \times 3n_{\rm pontos}[0_v]$. Os elementos da matriz $n_{\rm pontos} \times n_x n_z \left[\frac{\partial (\nabla_q v)}{\partial v}\right]$ são as derivadas de Fréchet em relação aos parâmetros do modelo de velocidade $v_{\rm jk}$. As correspondentes derivadas de Fréchet destes vínculos em relação aos parâmetros do modelo de velocidade $v_{\rm jk}$. As correspondentes derivadas de Fréchet destes vínculos em relação aos parâmetros do modelo NIP também são assumidas nulas, resultando na matriz $n_{\rm pontos} \times 3n_{\rm pontos}[0_{v_q}]$.

A matriz [B] é uma matriz $n_x n_z \times n_x n_z$ triangular-superior idêntica à matriz **B** definida para o caso 3D na forma:

$$\varepsilon'' \mathbf{D}'' = \mathbf{B}^T \mathbf{B},\tag{B.6}$$

onde **B** possui as mesmas dimensões de **D**'' e $\varepsilon'' > 0$. A matriz [B] é calculada da matriz ε'' **D**''^(2D) através da decomposição de Cholesky e $[0_B]$ é uma matriz nula $n_x n_z \times 3n_{\text{pontos}}$.

Forma de solução

Substituindo a matriz (B.5) em (5.17) teremos um sistema grande de equações lineares para ser resolvido por decomposição de valores singulares. A matriz $\hat{\mathbf{F}}$ é esparsa e o método LSQR ((PAIGE; SAUNDERS, 1982a); (PAIGE; SAUNDERS, 1982b)) é um método eficiente para resolver esse tipo de sistemas lineares da forma da equação (B.5), visto que é um método interativo equivalente analiticamente ao algoritmo gradiente-conjugado (GILL; WRIGHT, 1981). Porém, as propriedades numéricas são mais favoráveis, em particular para sistemas mal-postos, pois permite armazenar $\hat{\mathbf{F}}$ na forma esparsa e resolver diretamente (5.17) para encontrar $\Delta \mathbf{m}$ sem precisar inverter a matriz.